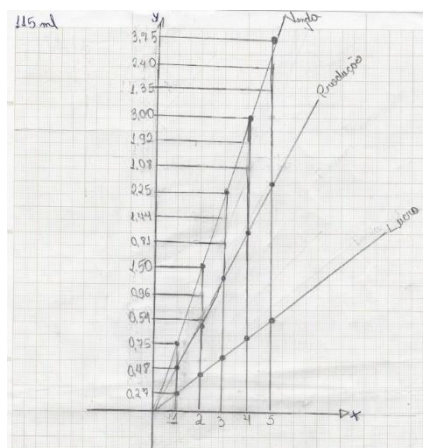




UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**EMPREENDEDORISMO E FUNÇÃO AFIM:  
CONTEXTOS COTIDIANOS E AULAS INVESTIGATIVAS**

$$f(x) = ax + b$$



**IVAN BEZERRA DE SOUSA**  
**JOSÉ JOELSON PIMENTEL DE ALMEIDA**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba vinculado à dissertação: *Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos* como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

## FICHA CATALOGRÁFICA

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S725e      Sousa, Ivan Bezerra de.  
Empreendedorismo e função afim [manuscrito]: contextos cotidianos e aulas investigativas / Ivan Bezerra de Sousa. - 2018.  
34 p.  
Digitado.  
Dissertação (Mestrado em Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2018.  
"Orientação: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Departamento de Matemática - CCT."  
1. Empreendedorismo. 2. Função afim. 3. Produção de significados. 4. Investigação matemática. I. Título  
21. ed. CDD 510

## SUMÁRIO

<b>1. APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>3</b>
<b>2. INVESTIGANDO EM MATEMÁTICA: É POSSÍVEL?.....</b>	<b>5</b>
<b>3. COMO ACONTECE UMA AULA INVESTIGATIVA?.....</b>	<b>6</b>
<b>4. EMPREENDEDORISMO E MATEMÁTICA.....</b>	<b>7</b>
<b>5. MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS.....</b>	<b>8</b>
<b>6. EMPREENDEDORISMO E CONTEXTOS COTIDIANOS.....</b>	<b>9</b>
<b>7. UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA ENVOLVENDO EMPREENDEDORISMO.....</b>	<b>10</b>
<b>8. EMPREENDEDORISMO E FUNÇÃO AFIM.....</b>	<b>16</b>
<b>9. REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE A ATIVIDADE.....</b>	<b>17</b>
<b>10. PASSO A PASSO DE COMO DESENVOLVER A ATIVIDADE.....</b>	<b>20</b>
<b>11. ALGUNS RESULTADOS DA NOSSA PESQUISA.....</b>	<b>26</b>
<b>12. PARA FIM DE CONVERSA.....</b>	<b>32</b>
<b>13. NUVEM DE PALAVRAS DO NOSSO TEXTO.....</b>	<b>33</b>
<b>14. REFERÊNCIAS.....</b>	<b>34</b>

## 1. APRESENTAÇÃO

Caro amigo professor!

Este pequeno livro foi elaborado para que você possa, de maneira prazerosa, aplicar em suas aulas de Matemática, atividades investigativas que aliem a Matemática com contextos cotidianos. Para isso, procuramos abordar de maneira bem simples como deve ser feita uma investigação matemática na sala de aula e como os alunos produzem significados a partir destas, sendo que trazemos também nessa discussão o modelo teórico dos campos semânticos (MTCS).

Aqui você vai encontrar o modelo de uma atividade investigativa, a qual está vinculada à Dissertação de Mestrado: *Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos* fruto de uma pesquisa desenvolvida no PPGECEM – UEPB, defendida no ano de 2018.

Logo, o intuito desse livro é trazer para os professores de Matemática a proposta de envolver no estudo da função afim a discussão sobre o empreendedorismo. Essa mesma atividade foi aplicada em uma turma de 1º ano de Ensino Médio, em uma escola da cidade de Sousa, no sertão da Paraíba. Essa mesma atividade pode ser adaptada para qualquer outra região, utilizando outras situações e outros tipos de produtos, além do geladinho, que utilizamos em nosso trabalho.

Aqui você vai encontrar o passo a passo de como aplicar essa atividade, além de reflexões críticas que poderão contribuir bastante para muitas outras discussões na sua sala de aula.

Contudo a sua dedicação é fundamental para que haja uma boa investigação nas suas turmas, passíveis de muitos outros aprendizados.

Enfim, esperamos contribuir com sugestões fornecidas por este livro, para que você possa transformar as suas aulas de Matemática em um ambiente de investigação, discussão e de muitas produções de significados. Esperamos com isso contribuir por uma Educação Matemática cada vez melhor nas salas de aulas do nosso país.

Os autores.

## 2. INVESTIGANDO EM MATEMÁTICA: É POSSÍVEL?

Quando falamos em investigação, a primeira ideia que nos vem na cabeça é procurar averiguar minuciosamente algo determinante. Nas aulas de Matemática, a investigação surge com esse propósito, sendo uma das possibilidades de que os alunos compreendam melhor as temáticas estudadas na sala de aula, pois nesse tipo de aula o professor entrega aos alunos uma atividade ou um conjunto de atividades com o objetivo de verificar os conhecimentos matemáticos que os alunos têm e quais ideias podem surgir no decorrer da investigação.

Uma atividade investigativa não se resume em um conjunto de exercícios de difícil solução que os alunos não conseguirão responder. Investigar em matemática tem outra dimensão.

**Investigar em Matemática não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 9).**

### 3. COMO ACONTECE UMA AULA INVESTIGATIVA?

Toda aula investigativa é regida por fases e momentos. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21 - 25) existem três fases e quatro momentos. As fases são as seguintes:

- **I - Introdução da tarefa;**
- **II – Desenvolvimento do trabalho;**
- **III – Discussão da investigação.**

A medida que essas fases vão acontecendo, quatro momentos se intercalam entre elas, que são:

- **1º - Exploração e formulação de questões;**
- **2º - Conjecturas;**
- **3º - Testes e reformulação;**
- **4º - Justificação e avaliação.**

Todas essas fases e momentos são de suma importância para a concretização de uma investigação matemática na sala de aula e segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) essa metodologia pode constituir uma poderosa forma de conhecimento, permitindo novos direcionamentos tanto ao professor quanto aos alunos nas aulas de Matemática, pois neste tipo de aula os alunos exploram, a fundo, as situações propostas que lhes são dadas, argumentam suas ideias, demonstram o porquê de seus resultados e passam a ter voz nas aulas de Matemática.

## 4. EMPREENDEDORISMO E MATEMÁTICA

Ao realizar uma investigação matemática, o professor está propondo aos alunos possibilidades de se aprofundarem em um determinado assunto, algo que os exercícios rotineiros da sala de aula nem sempre fazem. Como o professor de Matemática pode realizar uma investigação matemática enfatizando ideias do empreendedorismo? Como relacionar as temáticas de Matemática com as ideias do empreendedorismo?

O professor de Matemática pode enfatizar ideias sobre o empreendedorismo em diversos conteúdos de Matemática, pois este é um contexto do cotidiano rico em diversas situações que podem ser transformadas em situações-problema na sala de aula e se constituir, por sua vez, em um contexto escolar.

Como esse contexto do cotidiano é amplamente rico, com conexões dos contextos matemáticos, uma investigação pode abranger diferentes conteúdos nessa disciplina, pois além de ser interessante abordar temas importantes nas aulas de Matemática, os alunos também conhecem mais sobre ideias empreendedoras. Ressalta-se que uma investigação, com essa temática, necessita da implementação de reflexões críticas que levem os alunos a pensarem na sua inserção na sociedade e na sua cidadania.

**Educar, nesta perspectiva, exige concepções teóricas, práticas pedagógicas, metodologias de ensino, análise de currículo, prática avaliativa e desejo coletivo da instituição escolar, previstas no projeto político pedagógico (STOCKMANN, 2015, p. 8).**



## 5. MODELO TEÓRICO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS

Ao realizar uma investigação matemática na sala de aula o professor pode perceber diferentes ideias sendo criadas em uma única atividade. Essas diferentes ideias correspondem ao que Lins (1997) chamou de produção de significados em seu modelo teórico dos campos semânticos.

No modelo teórico dos campos semânticos, iremos encontrar algumas palavras, tais como: conhecimento, significado e produção de significados que nos ajudarão a compreendê-lo. Segundo Lins (1997), todo conhecimento consiste em uma crença-afirmação, que se resume em enunciações que um certo indivíduo relata a partir daquilo que ele acredita e, junto com esta crença-afirmação há a justificação que dá suporte ao indivíduo de dizer aquilo que ele está dizendo.

Logo, quando um sujeito produz significados, simplesmente significa dizer que ele conseguiu produzir ações enunciativas a respeito de um objeto dentro de uma determinada atividade, ou melhor, a partir destes significados o sujeito agora tem uma crença-afirmação e uma justificação, e que a mesma pode ser enunciada, ou seja, agora o sujeito tem conhecimento acerca de um tal assunto.

**O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra (SILVA, 2003, p. 18).**

## 6. EMPREENDEDORISMO E CONTEXTOS COTIDIANOS

Uma investigação matemática com uma temática do cotidiano pode gerar um contexto circunstanciado adequado. No caso de situações voltadas para o empreendedorismo pode haver diferentes significados atribuídos, tanto no âmbito da própria Matemática, como em contextos exteriores.

Falar de empreendedorismo nos dias atuais, principalmente em uma sala de aula, não é falar de um assunto tão distante da realidade dos nossos alunos, pois sabemos que estamos rodeados de pessoas que vendem, que compram, que trocam, que montam seu próprio negócio, que ganham e perdem dinheiro e tais situações fazem parte das variadas ações empreendedoras que cercam o nosso meio.

Ao tratarmos de uma temática como essa poderemos ver significados produzidos tanto no conteúdo de Matemática sobre o qual a atividade foi proposta como em situações que vão além da Matemática escolar. Ao focarmos sobre o empreendedorismo diversos questionamentos podem ser levantados, principalmente na perspectiva crítica, sendo esse o nosso intuito enquanto professor, que é despertar no educando um espírito crítico e reflexivo, enquanto ser atuante na sociedade na qual ele está inserido.

**Uma educação que foque sobre o empreendedorismo pode formar sujeitos capacitados para criarem e recriarem frente as demandas impostas pela realidade social e econômica (SOUSA, 2018, p. 100).**

## 7. UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA ENVOLVENDO EMPREENDEDORISMO

A atividade que ora apresentamos foi elaborada para a pesquisa de campo do nosso estudo. Nesse espaço, destacamos a mesma atividade, dando um novo olhar, principalmente, na perspectiva crítica.

Essa atividade foi dividida em três etapas, conforme iremos expor nas páginas seguintes.

Resumidamente as etapas abordavam o seguinte:

- 1) Na Etapa I é apresentado o seguinte texto: *Vender geladinho dá dinheiro?* O objetivo foi introduzir ideias sobre o empreendedorismo;**
- 2) Na Etapa II é apresentado um quadro com nove sabores de geladinhos, com seus respectivos ingredientes e porções de 115 ml e de 180 ml;**
- 3) Na Etapa III é apresentada uma atividade na qual os alunos teriam que montar estratégias para a venda de 500 geladinhos por dia, de um respectivo sabor e, a partir disso ideias envolvendo custos de produção, de venda e lucro deveriam vir à tona, como também a modelagem da determinada situação com a utilização da função afim na forma algébrica e gráfica.**

As etapas serão abordadas a seguir.

## **Etapa I da atividade investigativa**

### **VENDER GELADINHO DÁ DINHEIRO?**

*(Publicado em 26 de março de 2012 por José Neto)*

*<https://www.montarumnegocio.com/vender-geladinho-da-dinheiro/>*

*Acesso, em 11-05-2017, às 09h28min.*

*Vender geladinho pode não ser um grande negócio para se montar e nem tão pouco será algo que poderá render rios de dinheiro, mas dá para ganhar uma boa grana extra com isso.*

*Eu sinceramente não conheço ninguém que ficou rico vendendo geladinho, mas conheço pessoas que conseguem um bom dinheiro para gastar no final de semana, pagar suas contas no final do mês e até mesmo dar uma arrumada na vida, apenas fazendo e vendendo geladinho das mais variadas formas.*

#### **Como vender geladinho?**

*O processo para começar a vender geladinho é muito simples e não requer toda a estrutura usada para montar um negócio grande. Digo isso, porque a venda de geladinho é algo a se comparar com a venda de bijuterias ou de doces, pois é algo com um investimento inicial extremamente baixo.*

*A minha principal dica é que você foque em locais onde exista uma grande circulação de pessoas, como na porta de escolas, em parques de diversão e em locais onde as pessoas praticam esportes, pois assim será mais fácil vender geladinho. Existem pessoas que vendem também no semáforo, enquanto os carros estão parados, e pode ser uma alternativa interessante.*

*Para começar, você precisa apenas dos ingredientes para fabricar seus geladinhos, de um isopor ou de um carrinho para sair vendendo e de uma estratégia para vender. O investimento inicial pode ser muito baixo, dependendo das suas pretensões, e o lucro poderá vir de forma rápida, se você conseguir vender bastante todos os dias.*

### **E aí, será que vender geladinho dá dinheiro?**

*Como eu disse no início, esse é aquele tipo de produto que não gera muito dinheiro para todas as pessoas, mas se o seu objetivo for ganhar uma grana extra, então essa pode ser uma ótima opção. A verdade é que tudo dependerá do seu desempenho nesse trabalho, pois quanto mais pessoas conseguir impactar com seus produtos, mais dinheiro conseguirá ganhar.*

*E você, o que acha desse tipo de empreendedorismo? Se você fosse um vendedor de geladinhos como você faria para vender e lucrar cada vez mais?*

## Etapa II da atividade investigativa

Temos diversos tipos de geladinhos que vão variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço que iremos vendê-lo ou comprá-lo. Com base nisso, temos no quadro a seguir os ingredientes que são utilizados para fazer alguns tipos de geladinhos, bem como seus respectivos sabores e porções que poderão ser feitas com os ingredientes disponíveis.

<b>Sabor</b>	<b>Ingredientes</b>	<b>Preço dos ingredientes, em reais</b>
<b>Geladinho de leite condensado</b> (12 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	
<b>Geladinho de chocolate econômico</b> (__ porções de 115 ml) (08 porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	6 colheres de sopa de achocolatado (180g);	
	4 colheres de sopa de açúcar (66g).	
<b>Geladinho azul</b> (15 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)	1 litro de leite;	
	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	
	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	
<b>Geladinho de mousse de maracujá</b> (__ porções de 115 ml)	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	

<i>(10 porções de 180 ml)</i>	<i>½ litro de suco de maracujá (ou 02 maracujás, aproximadamente 400g);</i>	
	<i>½ litro de leite.</i>	
<i>Geladinho de amendoim (20 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)</i>	<i>1 litro de leite;</i>	
	<i>3 colheres de açúcar (50g);</i>	
	<i>1 caixa de leite condensado;</i>	
	<i>400 g de amendoim torrado e moído.</i>	
<i>Geladinho de biscoito (__ porções de 115 ml) (10 porções de 180 ml)</i>	<i>1 litro de leite;</i>	
	<i>1 saquinho de suco artificial de sua preferência;</i>	
	<i>3 colheres de açúcar (50g);</i>	
	<i>100 g de bolacha Maisena ou Maria.</i>	
<i>Geladinho de coco (06 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)</i>	<i>300 ml de leite;</i>	
	<i>2 colheres de açúcar (32g);</i>	
	<i>1 caixa de leite condensado;</i>	
	<i>1 pacote de 100 g de coco ralado.</i>	
<i>Geladinho de manga (__ porções de 115 ml) (13 porções de 180 ml)</i>	<i>4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg);</i>	
	<i>1 litro de leite;</i>	
	<i>1 caixa de leite condensado;</i>	
	<i>3 colheres de açúcar (50 g).</i>	
<i>Geladinho de goiaba (15 porções de 115 ml) (__ porções de 180 ml)</i>	<i>½ litro de leite;</i>	
	<i>3 colheres de açúcar (50g);</i>	
	<i>4 goiabas cortadas ao meio (aproximadamente 1 Kg);</i>	
	<i>1 caixa de leite condensado.</i>	

**Fonte\*:** <http://receitatomahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/> (Acesso em 12-05-2017, às 10h20min) <http://www.tudogostoso.com.br/> (Acesso em 12-05-2017, às 11h00min).

### **Etapa III da atividade investigativa**

*Depois da leitura do texto e da análise feita do quadro, imagine que vocês se tornarão empreendedores da venda de geladinhos, sendo que na sua produção haja a venda de 500 geladinhos, que variam em dois tamanhos: uns de 115 ml e outros de 180 ml. Escolha uma das receitas do quadro da Etapa II e discutam em grupo de 4 pessoas, estratégias para que as suas vendas sejam bem-sucedidas. Coloque todas as suas ideias no papel, incluindo a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que vocês conseguirem elaborar. Use o conteúdo de função afim para a discussão de suas ideias. No final de tudo, elabore um cartaz para a divulgação de suas vendas.*



## 8. EMPREENDEDORISMO E FUNÇÃO AFIM

A atividade investigativa mencionada foi feita para ser executada em consonância com o conteúdo de função afim, geralmente visto pelos alunos no decorrer do primeiro ano do Ensino Médio.

Essa atividade foi dividida em três etapas, conforme o leitor pode observar. Cada etapa apresenta um objetivo diferente. A Etapa I é considerada o *arranque inicial* da investigação, sendo que o seu objetivo é motivar os alunos para a proposta de uma aula investigativa. A Etapa II e a Etapa III correspondem ao *desenvolvimento da investigação*, sendo que na Etapa II o objetivo é conhecer o preço que os alunos colocariam em cada ingrediente e que ideias matemáticas estariam por trás dessa decisão e também como fariam para encontrarem o valor das porções que faltavam; já a Etapa III tem o objetivo de focar ideias sobre a função afim, em que as etapas anteriores são importantes para o desenvolvimento da mesma.

A atividade foi feita em consonância com a função afim, pois este conteúdo se relaciona com diversas situações da nossa realidade e a escolha do tipo de empreendedorismo que focamos foi decisivo para a escolha do conteúdo, em que foram desenvolvidas ideias algébricas e gráficas.

**A nossa atividade focou sobre a venda de geladinhos, por meio da qual buscamos descobrir as estratégias que os alunos adotaram para fazer conexões entre tal atividade e o conteúdo de função afim. Escolhemos tal conteúdo porque o consideramos rico no estudo da Matemática e nas áreas afins, uma vez que o mesmo pode ser representado de diversas maneiras, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, entre outras (SOUSA, 2018, p. 129).**

## 9. REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE A ATIVIDADE

Ao inserirmos nos exercícios de Matemática contextos do cotidiano, precisamos, enquanto professores, refletirmos junto aos discentes como esses contextos são, de fato, na sua realidade.

Ao focarmos sobre o empreendedorismo, não podemos esquecer de abordar a sua inserção no mundo capitalista e qual é o impacto que as políticas neoliberais têm sobre os empreendedores. É de suma importância que os educandos conheçam que ser empreendedor não é simplesmente uma tarefa que envolve compras e vendas que vai resultar em um bom lucro, é preciso de um olhar além, que possa fazer com que os mesmos reflitam sobre os diversos impactos que estão por trás disso e que atuam diretamente no empreendedor.

Como educadores críticos, participantes de uma sociedade capitalista, consumista e globalizada precisamos ter um olhar crítico reflexivo a respeito dessa temática, e aqui nos cabe várias indagações e, entre elas mencionamos:

- 1. Dentro das escolas mencionamos ideias sobre o empreendedorismo e, se mencionamos, está correto da forma que fazemos?**
  - 2. Para que estamos formando as novas gerações?**
  - 3. Qual é a nossa preocupação, enquanto docentes, no nosso trabalho pedagógico frente as demandas exigidas pelo mercado de trabalho?**
  - 4. Estamos formando o nosso aluno para gerenciar o seu capital?**
- (SOUSA, 2018, p. 100)

São reflexões desse tipo que contribuem no fazer matemática do professor, pois enquanto docentes, precisamos ampliar a nossa visão sobre os problemas que nos cercam, além de termos um olhar crítico para as situações bem próximas de nós, como é o caso do empreendedorismo.

É preciso que os alunos conheçam que as políticas neoliberais regem o poder econômico e que o pequeno empreendedor quase sempre não tem vez de ganhar destaque, porque este vive cercado de um processo político hegemônico, ou seja, o poder fica nas mãos dos que muito faturam, sendo estes a minoria, que comandam, por sua vez, a maioria. No caso dos donos de pequenos negócios, como um vendedor de geladinhos, muitas vezes não fluem com suas ideias empreendedoras porque não conseguem competir com as grandes corporações que estão no mercado. Diante disso, muitas indagações podem ser feitas nas aulas de Matemática. Entre essas indagações podemos citar algumas que são reflexivas, tais como:

- 1. A montagem de um negócio próprio talvez seja o sonho de muita gente, mas será que todos estão preparados para assumir as responsabilidades e desafios que virão pela frente?**
- 2. Será que a educação que é fornecida nas escolas nos dias atuais dá suporte para que um jovem empreendedor consiga vencer esses desafios?**
- 3. E as políticas neoliberais, como lidar com isso no sistema capitalista? (SOUSA, 2018, p. 102)**

São reflexões desse tipo, que dão a Matemática ensinada na sala de aula uma dimensão externalista. Essa atividade mencionada, que foi

utilizada em nossa pesquisa, apresenta esse potencial, pois podemos a partir dela ensinar função afim com base em um contexto real e ainda podemos refletir junto a ela diversas situações que estão ao nosso redor, como é o caso do capitalismo e do neoliberalismo.

Ensinar Matemática com base nessa visão crítica é possibilitar aos alunos um encontro com a sua realidade, norteando-os a terem um olhar crítico para as diversas situações que nos cercam. Diante da temática sobre o empreendedorismo, enfatizamos também a seguinte indagação, passível de muitas reflexões:

**Até que ponto consegue chegar o pequeno empreendedor, como um fabricante de geladinhos, em competitividade com grandes corporações que mandam, desmandam e vendem seu produto abaixo do preço em relação ao pequeno investidor? O que isso acarreta? (SOUSA, 2018, p. 104).**

Isso acarreta em desilusão por parte do pequeno empreendedor, que não consegue vender seu produto pelo preço desejado, gerando assim, desemprego e frustrações pessoais.

As reflexões apresentadas aqui são exemplos que o professor pode utilizar em sua aula de Matemática ao usar essa atividade investigativa, pois enquanto educadores precisamos focar a realidade na qual estamos inseridos para que os discentes possam entender o meio onde eles vivem.

## 10. PASSO A PASSO DE COMO DESENVOLVER A ATIVIDADE

Durante uma aula investigativa, as fases e os momentos são decisivos para o sucesso da atividade. Nesse tópico, iremos expor passo a passo de como o professor pode aplicar essa atividade sobre a venda de geladinhos. Iremos expor passo a passo como essa atividade pode ser aplicada, lembrando que o professor regente da turma também pode atribuir outras contribuições e mudanças na sua aplicação.

- O primeiro passo, quando uma turma não conhece o que é uma investigação matemática, é a exposição dessa metodologia pelo professor, para que os discentes possam entender como acontece, de fato, uma aula investigativa;

- O segundo passo é observar se essa atividade deve ser feita de forma individual, em pequenos grupos ou em grandes grupos. No caso da atividade aqui mencionada, ela foi feita em grupos com quatro e cinco alunos, em uma turma de 34 alunos;

- O terceiro passo é iniciar a investigação, sendo esse início um fator primordial para o restante do processo, pois toda a investigação depende de como esse início é realizado.

- Ao iniciar a investigação com a Etapa I apresentada, o professor deve ouvir as ideias expostas pelos alunos em suas interações. Como essa fase inicial é considerada o arranque precípua da investigação, após seu término cabe uma discussão crítica e reflexiva sobre a atuação do empreendedorismo no mundo capitalista e da atuação das políticas

neoliberais sobre ele, para que os alunos conheçam a sociedade onde vivem e como ocorre a centralização do poder econômico;

- Nessa Etapa I, o primeiro momento de uma investigação, que corresponde a *exploração e formulação de questões*, entra em cena. Nesse caso, pode haver formulação de questões tanto direcionadas a atividade, como externas a ela, o que corresponde a um dos principais focos da Educação matemática: que as atividades alcancem outros contextos;

- Após essa discussão, que consideramos de suma importância, o professor pode começar a Etapa II da investigação. Nessa etapa, será entregue aos discentes o quadro contendo os sabores de geladinhos, os seus ingredientes e as porções de um dos tamanhos. Primeiramente, o professor observa a reação dos alunos diante da nova etapa. Este só deve dizer alguma coisa quando perguntado e, muitas dessas perguntas devem ser devolvidas novamente com novas perguntas;

- Nessa etapa, os alunos se responsabilizarão por colocar o preço dos ingredientes e por encontrar a porção desconhecida, que nessa atividade pode ser de 115 ml ou de 180 ml. Após o término do preenchimento dos valores dos ingredientes e das porções desconhecidas, o professor pode pedir para que eles calculem os gastos com os ingredientes de cada sabor e, depois encontrem o sabor de geladinho que mais gastaria para a produção de uma unidade, bem como o que gastaria menos. Aqui haverá uma grande discussão matemática, sendo muitos significados produzidos sobre a atividade, pois os alunos vão achar que o geladinho mais caro e o mais barato corresponderão ao que apresentam o maior e o menor gasto com

ingredientes, respectivamente. Nessa discussão, o professor pode intervir e dizer que como as porções são diferentes para cada sabor, elas influenciam diretamente nessa descoberta, e deixar a cargo dos alunos investigarem como proceder diante desse caso;

- O professor vai observar o segundo momento de uma aula investigativa entrar em cena, que corresponde a *formação de conjecturas*, e também perceberá que o terceiro momento correspondente aos *testes e reformulação* também terá uma atuação importante. O docente perceberá isso a partir das ideias levantadas pelas equipes e observará que a todo tempo, novas ideias são criadas, sendo algumas aceitas e outras refutadas, até chegar um certo momento que uma ideia é fixada e aceita por todos;

- Após o término da Etapa II, o professor pode também fazer uma discussão breve sobre os preços encontrados pelas equipes e argumentar com eles sobre a competitividade que acontece no sistema capitalista, de modo a refletir com eles se, de fato, as estratégias apontadas são ou não interessantes para essa competição exacerbada;

- Para começar a Etapa III, o professor pode fazer um sorteio com os sabores de geladinhos presentes no quadro da Etapa II e deixar que cada equipe crie suas estratégias apenas para um único sabor. Outra maneira é deixar que os alunos escolham o sabor que quer desenvolver as suas ideias, mas é interessante que as escolhas sejam de sabores diferentes para que todos eles sejam vistos pelas equipes;

- Ao iniciar a Etapa III, o professor pode explicar o que ele quer nessa nova etapa e deixar que as equipes elaborem suas estratégias para a

venda de 500 geladinhos diários, do respectivo sabor sorteado, o professor irá observar a produção de significados que cada equipe dará a essa etapa;

- Nessa etapa, o professor irá observar o conhecimento dos alunos sobre a função afim, em que haverá a descoberta das funções afins que modelam os custos de produção, os preços de vendas e o lucro de cada sabor. O professor também observará a análise gráfica de cada equipe, pois é preciso que eles modelem graficamente as funções encontradas;

- A Etapa III também exige que os alunos façam um cartaz focando sobre a venda de geladinhos e em seguida calculem o lucro mensal encontrado por sua equipe;

- Nessa etapa o professor também irá perceber a atuação do segundo e do terceiro momento de uma aula investigativa. Vale salientar que todo esse conjunto de ideias atribuídas na Etapa II e III corresponderão ao desenvolvimento da investigação, o que constitui por sua vez a segunda fase de uma investigação matemática;

- Após o término do desenvolvimento da atividade, as equipes devem se organizar e apresentar os seus resultados umas para as outras, constituindo por sua vez a terceira fase de uma aula investigativa, que corresponde a discussão da atividade investigativa, em que o quarto momento de uma aula investigativa entrará em ação, correspondendo a *justificação e avaliação* dos resultados encontrados;

- Nessa discussão, os alunos irão apresentar uns para os outros todos os resultados encontrados durante a investigação, em que seus pontos de vistas serão ouvidos e seus resultados serão comparados reciprocamente;



- Nessa discussão o professor mais uma vez pode fazer perguntas relacionadas a atuação do empreendedorismo frente as políticas neoliberais, sendo que a todo momento além do conhecimento sobre a função afim, conhecimentos externos também serão focados nas aulas de Matemática.

- Portanto, terminadas essas etapas, há a finalização da atividade investigativa.

Resumindo o que expomos nesse diálogo, apresentamos o seguinte quadro que corresponde aos momentos de uma investigação e os objetivos de cada momento.

<b>Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação</b>	
<b>Exploração e formulação de questões</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer uma situação problemática</li> <li>• Explorar a situação problemática</li> <li>• Formular questões</li> </ul>
<b>Conjecturas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organizar dados</li> <li>• Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)</li> </ul>
<b>Testes e reformulação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar testes</li> <li>• Refinar uma conjectura</li> </ul>
<b>Justificação e avaliação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificar uma conjectura</li> <li>• Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio</li> </ul>

**Fonte:** Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21).

Vale salientar que esses momentos estão ligados diretamente as fases de uma investigação, sendo que o primeiro momento corresponde a

primeira fase, o segundo e terceiro momento correspondem a segunda fase e o quarto momento liga-se com a terceira fase.

O leitor desse pequeno manual pode até estar se perguntando sobre o total de aulas que uma atividade investigativa pode levar durante a sua ação, mas vale lembrar que uma atividade investigativa nem sempre precisa ser muito grande e compor muitas aulas, pois existem atividades mais simples que necessitarão de poucas aulas. Essa atividade mencionada levou um certo número de aulas (em nossa pesquisa foram dezenove aulas), porque o nosso propósito foi observar diversas produções de significados que os alunos obtiveram, e também o fato dos alunos desconhecerem tal metodologia levou mais tempo, pois eles foram se adaptando aos poucos.

Em suma, apresentamos abaixo uma síntese de como o professor deve fazer uma aula investigativa.

### **COMO FAZER UMA AULA INVESTIGATIVA?**

- **O primeiro passo é escolher um determinado tema de Matemática;**
- **O segundo passo é verificar como essa atividade deve ser feita: se individual, em pequenos grupos ou com toda a sala;**
- **O terceiro passo é elaborar uma atividade que envolva uma boa investigação do determinado tema escolhido, que leve os alunos a perguntarem e indagarem entre si e que levante uma boa discussão com todos os colegas e que esta discussão seja passível de indagações internalistas e externalistas à Matemática ensinada na sala de aula.**

## 11. ALGUNS RESULTADOS DA NOSSA PESQUISA

Ressaltamos que esta mesma atividade foi desenvolvida para o levantamento de dados de nossa pesquisa de mestrado, conforme mencionado anteriormente. Naquele momento, o ambiente de pesquisa, no qual fizemos o trabalho de campo contava com 35 discentes, divididos em oito equipes.

O levantamento de dados da nossa pesquisa começou no dia 14 de agosto de 2017 e se estendeu até o dia 11 de setembro de 2017. Esse intervalo de tempo constituiu um total de oito encontros e dezenove aulas. Durante o primeiro encontro foi aplicada a Etapa I, o que correspondeu a 3 aulas. A Etapa II durou 3 encontros, totalizando 6 aulas, e a Etapa III durou 3 encontros, levando um total de 7 aulas. O último encontro foi dedicado a discussão da investigação e durou 3 aulas.

Durante a aplicação da atividade, vários significados foram produzidos. Ao término da Etapa I, algumas equipes comentaram que vender geladinhos era um bom negócio para gerar uma renda extra e duas equipes mencionaram que este não era um bom negócio. Essa atividade inicial foi bem simples. A nossa estratégia, inicialmente, foi a de conhecermos com exatidão como a turma reagiria a esse tipo de atividade e também a opinião dos discentes sobre a venda de geladinhos

Ao término da Etapa II, os alunos apresentaram os valores atribuídos aos ingredientes, o total de porções de 115 ml e de 180 ml de

cada sabor e os gastos gerais de cada sabor. Apresentamos no quadro a seguir apenas os gastos com ingredientes do sabor que foi sorteado para eles desenvolverem as estratégias na Etapa III. Além dos gastos gerais, apresentamos também o total de porções encontrados para a produção dos geladinhos de 115 ml e 180 ml.

**Quadro 02: Alguns resultados da Etapa II**

<b>EQUIPE</b>	<b>SABOR DO GELADINHO</b>	<b>GASTOS TOTAIS COM CADA SABOR</b>	<b>TOTAL DE PORÇÕES DE 115 ML</b>	<b>TOTAL DE PORÇÕES DE 180 ML</b>
<b>01</b>	<b>LEITE CONDENSADO</b>	<b>R\$ 9,15</b>	<b>12</b>	<b>07</b>
<b>02</b>	<b>CHOCOLATE ECONÔMICO</b>	<b>R\$ 10,10</b>	<b>12</b>	<b>08</b>
<b>03</b>	<b>AZUL</b>	<b>R\$ 3,86</b>	<b>15</b>	<b>09</b>
<b>04</b>	<b>MOUSSE DE MARACUJÁ</b>	<b>R\$ 9,30</b>	<b>16</b>	<b>10</b>
<b>05</b>	<b>BISCOITO</b>	<b>R\$ 4,60</b>	<b>16</b>	<b>10</b>
<b>06</b>	<b>COCO</b>	<b>R\$ 6,66</b>	<b>06</b>	<b>04</b>
<b>07</b>	<b>MANGA</b>	<b>R\$ 9,60</b>	<b>20</b>	<b>13</b>
<b>08</b>	<b>GOIABA</b>	<b>R\$ 7,60</b>	<b>15</b>	<b>09</b>

**Fonte:** Sousa (2018, p. 183-185).

Diante dos resultados encontrados percebemos que dependendo do sabor do geladinho algumas equipes chegaram à conclusão que uns gastariam mais com ingredientes do que outros, conforme podemos perceber no Quadro 02. Evidencia-se também que todas as equipes perceberam que as porções de 115 ml rendiam mais do que as de 180 ml, o que não foi bem assim no começo da atividade, sendo outras conjecturas formuladas ao longo da investigação.

Na Etapa III, os alunos abordaram ideias apenas para o estudo da função afim e, diante das suas estratégias de produção, venda e lucro, as equipes encontraram as seguintes funções para os sabores sorteados para essa etapa, conforme mostram os quadros a seguir.

Mostramos no quadro a seguir, as funções encontradas para os geladinhos de 115 ml.

**Quadro 03: Funções encontradas para os geladinhos de 115 ml**

Equipes	Função afim dos geladinhos de 115 ml (01 porção)		
	Custo de produção	Preço de venda	Lucro
01	$f(x) = 0,76 \cdot x$	$f(x) = 1,25 \cdot x$	$f(x) = 0,49 \cdot x$
02	$f(x) = 0,84 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,16 \cdot x$
03	$f(x) = 0,25 \cdot x$	$f(x) = 0,75 \cdot x$	$f(x) = 0,50 \cdot x$
04	$f(x) = 0,60 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,40 \cdot x$
05	$f(x) = 0,30 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,70 \cdot x$
06	$f(x) = 1,11 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 0,39 \cdot x$
07	$f(x) = 0,48 \cdot x$	$f(x) = 0,75 \cdot x$	$f(x) = 0,27 \cdot x$
08	$f(x) = 0,50 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$

Fonte: Sousa (2018, p. 189).

Análogo ao quadro anterior também fizemos o mesmo para as funções encontradas para os geladinhos de 180 ml, conforme está descrito no quadro a seguir.

**Quadro 04: Funções encontradas para os geladinhos de 180 ml**

Equipes	Função afim dos geladinhos de 180 ml (01 porção)		
	Custo de produção	Preço de venda	Lucro
01	$f(x) = 1,30 \cdot x$	$f(x) = 2,00 \cdot x$	$f(x) = 0,70 \cdot x$
02	$f(x) = 1,26 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 0,24 \cdot x$
03	$f(x) = 0,42 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,58 \cdot x$
04	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 1,50 \cdot x$	$f(x) = 0,50 \cdot x$
05	$f(x) = 0,46 \cdot x$	$f(x) = 1,25 \cdot x$	$f(x) = 0,79 \cdot x$
06	$f(x) = 1,66 \cdot x$	$f(x) = 2,00 \cdot x$	$f(x) = 0,34 \cdot x$
07	$f(x) = 0,73 \cdot x$	$f(x) = 1,00 \cdot x$	$f(x) = 0,27 \cdot x$
08	$f(x) = 0,84 \cdot x$	$f(x) = 2,00 \cdot x$	$f(x) = 1,16 \cdot x$

Fonte: Sousa (2018, p. 189).

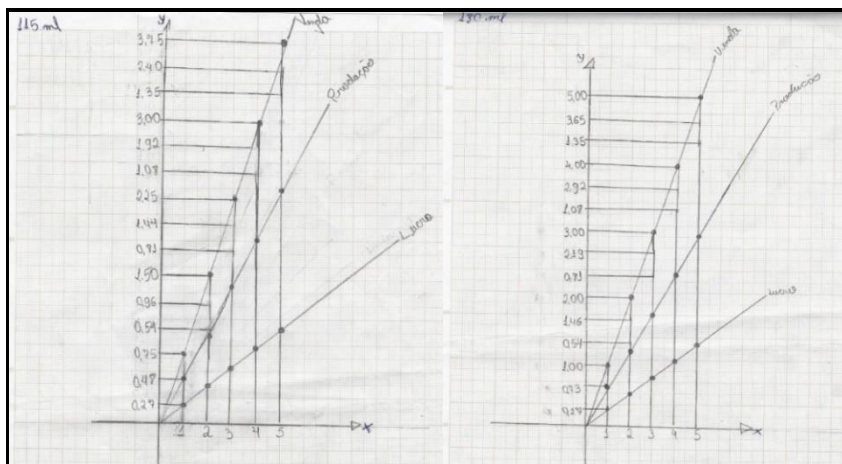
Percebemos, pela análise dos Quadros 03 e 04, que as equipes produziram vários significados para a modelagem dessas funções, pois até a chegada desses resultados existiram muitos outros significados construídos pelas equipes que foram úteis para a elaboração dessas funções. Um desses significados diz respeito ao conhecimento de que conhecendo o valor de uma única porção, poderia a partir desta obter a função da produção, da venda e do lucro de cada sabor e isso eles conseguiram compreender muito bem, conforme os resultados apresentados.

Após o término das atividades, cada equipe apresentou para os demais colegas os seus resultados, o que constituiu a discussão da nossa investigação. Nessa discussão, as equipes apresentaram os resultados das três etapas. Dessa apresentação, mencionamos aqui o cartaz elaborado pela Equipe 08, responsável pelo sabor de goiaba e os gráficos da Equipe 07, responsável pelo geladinho de manga.

**Figura 01:** Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 08

O cartaz é dividido em duas seções principais. A seção esquerda, com fundo azul claro, apresenta o título "Geladinho dos TOPS" em letras amarelas e arredondadas, acompanhado de um ícone de polegar para cima e um emoji de sorriso com língua de fora. Abaixo, o texto "O melhor da região!" é escrito em vermelho. Uma faixa vermelha diagonal com o texto "PROMOÇÃO" em branco indica os preços: "115 ml = R\$1,50" e "180 ml = R\$2,00". A seção direita, também com fundo azul claro, tem o título "sabores:" em amarelo. Abaixo dele, uma lista de ingredientes é apresentada com marcadores de verificação em verde: Leite Condensado, Chocolate Econômico, Azul, Mousse de Maracujá, Amendoim, Biscoito, Coco, Manga e Goiaba. No final da lista, o texto "Venha Conferir!" está em amarelo e sublinhado. Na base da seção direita, o contato é fornecido: "Contato:" seguido de um ícone de WhatsApp e o número "(83) 9-9197-4720".

**Figura 01:** Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 08  
**Fonte:** Sousa (2018, p. 202).



**Figura 02:** Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 ml da Equipe 07  
**Fonte:** Sousa (2018, p. 201).

Diante das imagens apresentadas, percebemos que as equipes fizeram uma profunda investigação em relação a atividade mencionada. Na discussão que cada equipe realizou percebemos a importância que possui uma aula investigativa, principalmente quando esta está ligada a situações do cotidiano. Essa mistura de contextualização, envolvendo empreendedorismo em aulas investigativas aliadas à teoria dos campos semânticos, nos fizeram perceber a riqueza produzida pelos alunos ao longo dessa investigação. É evidente, que o levantamento de ideias, tomadas de decisões e discussões ao longo desse processo, demonstra que tais ideias são geradoras de novos conhecimentos, plenos de significados. Logo, concluímos com estas reflexões que a aula investigativa permite um contexto circunstanciado adequado para o ensino de função afim.



## 12. PARA FIM DE CONVERSA...

Caro amigo professor!

Foi muito bom contar com a sua disponibilidade para a leitura desse pequeno livro, ainda mais sabendo das dificuldades tendo em vista a nossa correria do dia a dia enquanto docentes. Como professores, educadores e pesquisadores, esperamos ter contribuído de alguma forma para suas atividades em sala de aula.

Desejamos que esses recursos possam ser adaptados ou servir de inspiração em seu contexto de ensino, inclusive promovendo novas ideias, para que façamos das aulas de Matemática um ambiente de investigação e de produção de significados.

Se surgir alguma dúvida ou quiser colaborar com o nosso trabalho, entre em contato conosco. Será uma honra discutir essas e outras ideias com você.

Esperamos o seu contato!

*José Joelson Pimentel de Almeida*

[jjmat@uepb.edu.br](mailto:jjmat@uepb.edu.br)

*Ivan Bezerra de Sousa*

[ivan2009.2@hotmail.com](mailto:ivan2009.2@hotmail.com)



## 14. REFERÊNCIAS

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas, SP: Papirus, 1997.

PONTE, João P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SILVA, Amarildo Melchiades. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática**. Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro – SP, 2003. Disponível em:  
<[http://www.ufjf.br/amarildo\\_melchiades/files/2011/06/TESE-Sobre-a-din%C3%A2mica-da-Produ%C3%A7%C3%A3o-de-Significados-Amarildo.pdf](http://www.ufjf.br/amarildo_melchiades/files/2011/06/TESE-Sobre-a-din%C3%A2mica-da-Produ%C3%A7%C3%A3o-de-Significados-Amarildo.pdf)> Acesso em 28 mai. 2017.

SOUSA, I. B. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos**. 2018. 250f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2018.

STOCKMANN, Jussara Isabel. **Pedagogia empreendedora**. Unicentro, Paraná, 2015. Disponível em:  
<<http://repositorio.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/123456789/527/5/STOCKMANN%20J.I.%20Pedagogia%20empreendedor.pdf>>. Acesso em: 05 mai. 2018.



**O que a produção de gelatinhos tem a ver com o estudo de função afim?**

**Na leitura deste livro você vai perceber a relação existente entre o empreendedorismo e o ensino de Matemática.**

**Embarque conosco nessa investigação!**