

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



Fabiana Polessa Cardoso



Mestrado Profissional em
Educação Matemática



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Fabiana Polessa Cardoso



Mestrado Profissional em
Educação Matemática



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

Pós-Graduação em Educação Matemática
Mestrado Profissional em Educação Matemática

FABIANA POLESSA CARDOSO

**GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Orientador: Prof. Dr. Reginaldo Fernando Carneiro

Produto Educacional apresentado ao Programa de
Mestrado Profissional em Educação Matemática,
como parte dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Educação Matemática.

Juiz de Fora (MG)
2018

<i>Apresentação.....</i>	<i>4</i>
<i>Módulo I – Poliedros e Sólidos de Revolução.....</i>	<i>8</i>
– <i>Sugestão de Práticas Pedagógicas.....</i>	<i>15</i>
<i>Módulo II – Polígonos.....</i>	<i>22</i>
– <i>Sugestão de Práticas Pedagógicas.....</i>	<i>25</i>
<i>Módulo III – Triângulos.....</i>	<i>41</i>
– <i>Sugestão de Práticas Pedagógicas.....</i>	<i>53</i>
<i>Módulo IV – Quadriláteros.....</i>	<i>61</i>
– <i>Sugestão de Práticas Pedagógicas.....</i>	<i>66</i>
<i>Módulo V – Circunferências e Círculos.....</i>	<i>76</i>
– <i>Sugestão de Práticas Pedagógicas.....</i>	<i>85</i>
<i>Módulo VI – Ângulos.....</i>	<i>91</i>
– <i>Sugestão de Práticas Pedagógicas.....</i>	<i>96</i>
<i>Sites Consultados.....</i>	<i>103</i>

Apresentação

Com as experiências que tive como professora e como aluna durante minha trajetória, percebi a falta de importância dada ao ensino da Geometria. Quando comecei a lecionar, tive muito contato com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e, aos poucos, percebi o quanto elas não gostavam de matemática e, por isso, me indagava como iriam ensinar algo que não gostavam e que não tinham prazer em fazer?

As ideias iniciais para a elaboração do curso vieram das minhas vivências matemáticas e das contribuições do professor Walter Soares. Juntos, ministramos oficinas em eventos em que ouvimos de professores de matemática e de professores que ensinam matemática, relatos de suas dificuldades e da importância de uma aula com práticas diferentes.

A partir do exposto, iniciei estudos sobre a formação do professor dos anos iniciais para o ensino e a aprendizagem da geometria no mestrado profissional em Educação Matemática e percebi o quão complexa é a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, interessei-me por investigar os porquês dessa complexidade e de que maneira poderia contribuir para minimizar esses aspectos.

Desta investigação, surgiu a ideia de elaborar um curso de extensão para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e estudantes de pedagogia. Contudo, também participaram uma professora de arquitetura e uma estatística. Essa diversidade de olhares e vivências com a geometria possibilitou um enriquecimento das discussões durante o curso de extensão.

As atividades elencadas neste produto educacional, que chamamos de práticas, foram selecionadas, organizadas e, por vezes, adaptadas para fins didáticos a partir de buscas em *sites*, livros didáticos, entre outros. A pesquisa de campo contribuiu muito para a construção das atividades que, algumas vezes, foram adaptadas devido às contribuições dos participantes durante o curso.

Além da contribuição dos participantes durante o curso, não posso deixar de citar que, no primeiro encontro, fizemos uma pequena apresentação, no qual eles relataram informações como

nome, idade, formação (acadêmica e/ou profissional), além de apresentar sua relação, seja ela de dificuldade ou não com a matemática, em especial, com a geometria.

A proposta de curso de extensão pode promover mudanças na perspectiva de sala de aula tanto o professor quanto o aluno, pois eles podem apresentar alternâncias de papéis, representando um novo modelo de comunicação, na elucidação das indagações, nas trocas de experiências e, acima de tudo, na construção do saber.

O desenvolvimento das atividades ocorreu em uma universidade privada, localizada na cidade de Niterói, no Estado do Rio de Janeiro.

O material pensado para este produto educacional foi pesquisado e construído para ser utilizado conforme a realidade da sala de aula de cada professor, podendo ser adaptado de acordo com sua necessidade. Todo o conteúdo constante no produto educacional foi desenvolvido no curso de extensão a fim de verificar a sua viabilidade de utilização juntos aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Todo o material para cada prática foi antes testado e verificado se era adequado para alunos desse nível de ensino ou mesmo para professores. Durante o curso, esclarecemos aos participantes que teríamos duas formas de trabalhar as práticas: uma voltada para serem desenvolvidas pelos alunos e outra para conhecimento dos professores.

Todo material utilizado é apresentado na íntegra com orientações para o professor, além de observações decorrentes das interações juntos aos participantes do curso de extensão, durante o desenvolvimento das tarefas.

Inicialmente, elaborei a sequência didática do material segundo a forma como fui formada e, conseqüentemente, ministrei minhas aulas, ou seja, começando pela Geometria Plana e passando em seguida para a Geometria Espacial. Entretanto, a partir de reflexões teóricas, a estrutura do curso foi readequada de forma a iniciar com a abordagem dos conceitos geométricos tridimensionais, dando sequência pelos bidimensionais de forma a modificar a prática de ensinar geometria que, via de regra, acontece partindo da geometria euclidiana para chegar à geometria espacial. É evidente que não basta, apenas, alterar a ordem de abordagem dos conteúdos, por isso,

cabe ao professor refletir sobre essa prática e entendê-la como uma nova maneira de ensinar geometria.

O curso foi estruturado em seis módulos: Módulo I – Poliedros e Sólidos de Revolução e três práticas pedagógicas; Módulo II – Polígonos e três práticas pedagógicas; Módulo III – Triângulos e três práticas pedagógicas; Módulo IV e três práticas pedagógicas; Módulo V – Circunferências e Círculos e duas práticas pedagógicas; e Módulo VI – Ângulos e duas práticas pedagógicas.

Com uma carga horária total de 60 (sessenta) horas, sendo 48 (quarenta e oito) horas para encontros presenciais, em que as práticas foram realizadas e 12 (doze) horas destinadas a atividades desenvolvidas a distância, tais como, preenchimento de questionários, práticas educacionais elaboradas pelos participantes no final do curso, entre outras.

Espero que esse produto educacional possa auxiliar os formadores de professores a refletirem sobre as práticas pedagógicas, baseados em uma perspectiva diferente para o ensino da geometria.

Esse produto educacional, intitulado “Geometria com enfoque diferente: uma proposta para formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental”, é parte integrante da Dissertação de Mestrado “Contribuições de um Curso de Extensão em Geometria para a Formação Matemática de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF –, sob orientação do Professor Dr. Reginaldo Fernando Carneiro.

A partir da questão de pesquisa – *Quais seriam as contribuições de um curso de extensão em geometria para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental?* – e considerando as lacunas existentes no processo ensino-aprendizagem de geometria desse segmento escolar, interessei-me em investigar, ao longo do curso de mestrado, a formação do professor dos anos iniciais e sua aquisição de conhecimentos para o ensino da geometria. No decorrer dessa investigação, foi possível perceber que muitas pesquisas já realizadas apontam diversos fatores que relegam a um segundo plano o ensino da geometria.

Esse trabalho, entendido como o produto educacional de uma pesquisa de mestrado, tem como objetivo geral promover um curso de extensão que proporcione a professores e futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental a oportunidade de refletirem profundamente sobre o ensino e a aprendizagem da geometria. E de forma específica, objetiva-se promover a discussão dos professores sobre os conceitos de geometria e seu contato com os conteúdos geométricos; identificar as dificuldades em relação ao processo ensino-aprendizagem da geometria; promover reflexões críticas sobre essas dificuldades; e apresentar uma proposta para a formação em geometria do professor nos anos iniciais.

Módulo I – Poliedros e Sólidos de Revolução

INTRODUÇÃO

Chama-se sólido a uma parte compacta de \mathbb{R}^3 de interior não vazio.

Ao observarmos bem o nosso dia-a-dia, encontramos vários objetos que representam sólidos geométricos: uma bola, um dado, uma lata de refrigerante, a casquinha de um sorvete, uma caixa, entre outros.

Existem sólidos regulares e sólidos não regulares. Os sólidos regulares são: os sólidos platônicos e os sólidos de Kepler-Poinsot. Já os sólidos não regulares são os sólidos de Arquimedes, os prismas e anti-prismas, as pirâmides e bipirâmides, os sólidos de catalán, os deltaedros e os trapezoedros.

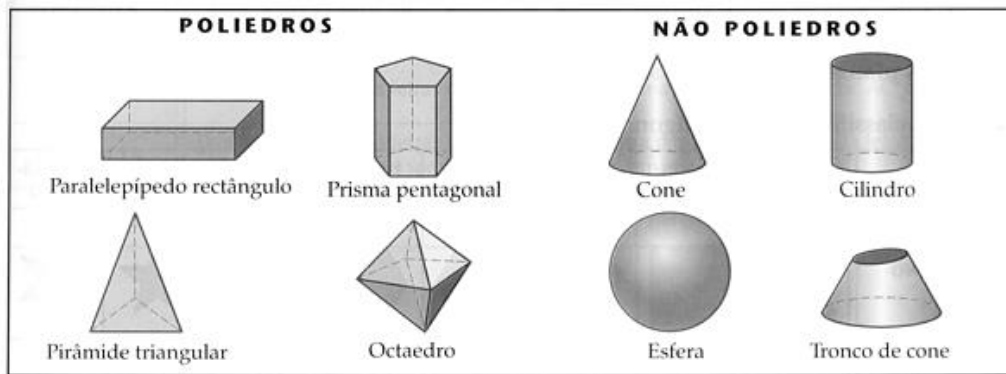


Fonte: projetoseeduc.cecierj.edu.br



Fonte: escolakids.uol.com.br

Os sólidos geométricos dividem-se em dois grandes grupos: os poliedros e os não poliedros.



Fonte: loucosportecnologias.blogspot.com

Podemos, então, classificar os poliedros como os sólidos geométricos em que todas as suas faces são planas e os não poliedros como aqueles sólidos geométricos que têm alguma superfície curva.

Um sólido geométrico é constituído por: arestas, vértices e faces.

Faces – são superfícies planas que limitam o sólido;

Arestas – são segmentos de reta que resultam da intersecção de duas faces contíguas;

Vértices – são pontos comuns a três ou mais arestas.

Sólidos Platônicos

Os sólidos platônicos são poliedros em que todas as faces são polígonos regulares, geometricamente iguais e em cada vértice concentra o mesmo número de arestas.

Os sólidos platônicos são apenas cinco: o tetraedro, o cubo, o octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

Tetraedro

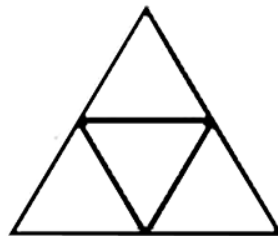
O tetraedro é um poliedro composto por quatro faces triangulares, três delas dispostas em cada vértice.



Fonte: http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/Tetraeder-Animation.gif

Planificação

O tetraedro é um poliedro composto por 4 faces triangulares. Contém 4 vértices e 6 arestas.



Fonte:
http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/plantetraedro.gif

Cubo

O cubo é um hexaedro, composto por seis faces quadrangulares, três delas dispostas em cada vértice.

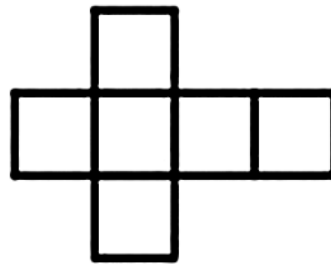


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/Cube_Animation.gif

Planificação

O cubo é um poliedro composto por 6 faces quadradas. Contém 8 vértices e 12 arestas.

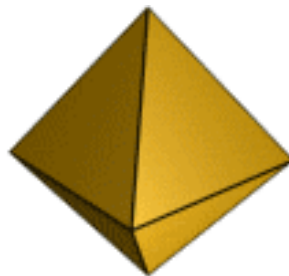


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/plancubo.gif

Octaedro

O octaedro é um poliedro composto por oito faces triangulares, quatro delas dispostas em cada vértice.

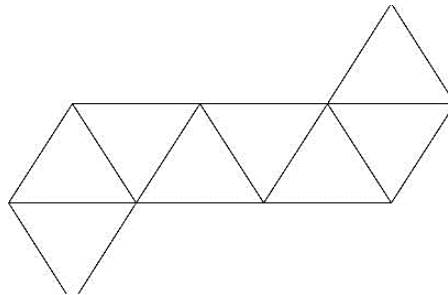


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/Oktaeder-Animation.gif

Planificação

O octaedro é um poliedro composto por 8 faces triangulares. Contém 6 vértices e 12 arestas.

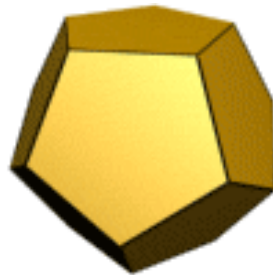


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/planoctaedro.gif

Dodecaedro

O dodecaedro é um poliedro composto por doze faces pentagonais, três delas dispostas em cada vértice.

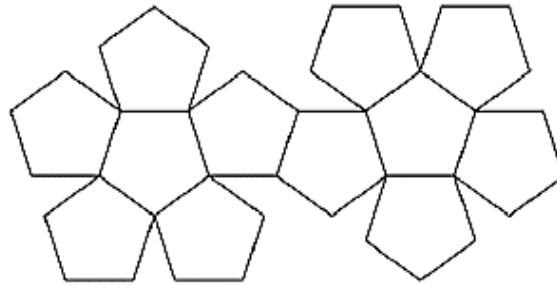


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/Dodekaeder-Animation.gif

Planificação

O dodecaedro é composto por 12 faces pentagonais. Contém 20 vértices e 30 arestas.

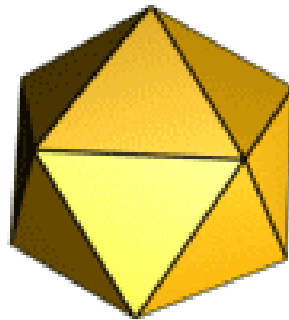


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/plandodecaedro.gif

Icosaedro

O icosaedro é um poliedro composto por vinte faces triangulares, cinco delas dispostas em cada vértice.

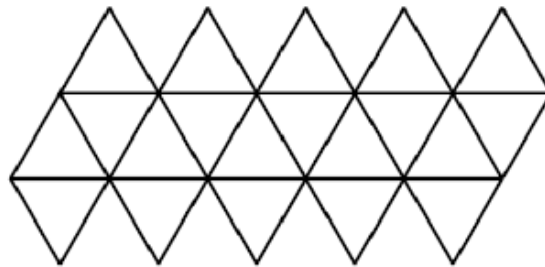


Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/Ikosaeder-Animation.gif

Planificação

O icosaedro é composto por 20 faces triangulares. Contém 12 vértices e 30 arestas.



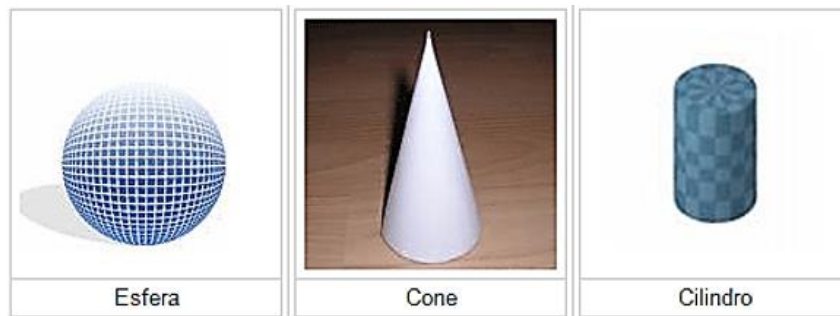
Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/planicosaedro.gif

Não Poliedros

São Sólidos que têm pelo menos uma face que não é plana.

A esfera, o cone e o cilindro são exemplos de não poliedros.



Fonte:

http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home_arquivos/cone.gif



Módulo I – Sugestões de Práticas Pedagógicas

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: I	Prática: 1
Assunto: Poliedros e Sólidos de Revolução	
Objetivo: Diferenciar geometria plana e espacial; diferenciar poliedros de corpos redondos.	

Recursos Materiais

- Objetos diversos que representem sólidos, com tamanhos e formas variados;
- Formas geométricas planas confeccionadas em EVA.

Procedimento

Essa prática é dividida em dois momentos.

1º Momento

Os objetos e as formas geométricas (planas), devem ser dispostos sobre uma mesa, para que os alunos promovam a separação em dois conjuntos: os elementos de formas planas daqueles de formas espaciais.

Após concluírem a separação dos objetos, o professor deve abrir uma discussão, com questionamentos do tipo:

- 1) *Por que fizeram dessa forma?*
- 2) *De que outra maneira as figuras poderiam ser agrupadas?*
- 3) *Quais as características foram determinantes para tal separação?*

Na situação proposta, espera-se que os alunos separem as embalagens das formas geométricas em EVA, demonstrando conhecer as diferenças entre as figuras planas e espaciais.

2º Momento

Os sólidos devem ser disponibilizados para que, desta vez, os alunos promovam a separação em outros dois conjuntos: o dos corpos redondos e dos poliedros. Após concluírem a separação dos objetos. O professor deve abrir novamente a discussão com os mesmos questionamentos do 1º momento:

- 1) Por que fizeram dessa forma?*
- 2) De que outra maneira as figuras poderiam ser agrupadas?*
- 3) Quais as características foram determinantes para tal separação?*

Nessa etapa, espera-se que os alunos sejam capazes de separar as embalagens que possuam alguma forma arredondada daquelas que não possuem.

Orientações para o professor

Essa prática pode ser realizada com todos os alunos expondo suas sugestões individualmente em um único grupo. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas ou grupos. A decisão será pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

Os objetos usados foram de variados materiais, como: embalagens encontradas em nosso dia a dia, figuras confeccionadas em EVA, etc.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: I	Prática: 2
Assunto: Poliedros e Sólidos de Revolução	
Objetivo: Identificar os elementos dos sólidos geométricos (vértices, arestas e faces); identificar e classificar os prismas e pirâmides; desenvolver a planificação dos sólidos geométricos.	

Recursos Materiais

- Palitos de dente;
- Palitos de churrasco;
- Jujubas.

Procedimento

Para essa prática são propostos cinco casos (um para cada sólido), nos quais os alunos devem a partir da quantidade e tipos de faces do sólido considerado, utilizando os materiais disponibilizados, representar: o sólido que pode ser obtido; a planificação do sólido correspondente.

Após concluírem as representações do sólido e de sua planificação, os alunos devem preencher uma tabela, na qual eles contabilizam os elementos (número de vértices, faces e arestas) para os sólidos, bem como, as planificações.

Os cinco casos considerados nessa prática são:

Caso 1: Cubo;

Caso 2: Paralelepípedo reto-retângulo;

Caso 3: Pirâmide de base quadrada;

Caso 4: Tetraedro;

Caso 5: Octaedro.

No decorrer da prática, o professor precisa estar atento à resolução dos alunos, procurando identificar os caminhos adotados na solução dos casos propostos.

Nessa atividade, espera-se que os alunos tenham a percepção de que, na junção das faces, ocorreu a supressão de arestas e vértices, fato que pode ser comprovado com o preenchimento da tabela.

Orientações para o professor

Essa atividade prática deve ser desenvolvida individualmente. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão será pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

Sugere-se o uso dos dois tipos de palitos (o de churrasco e o de dente) a fim de que seja possível fazer a diferenciação entre as medidas das arestas. Recomenda-se, ainda, que as pontas dos palitos sejam cortadas e, em seguida, lixadas. Tal medida visa minimizar o risco dos alunos se machucarem.

Para o uso do vértice dos sólidos geométricos recomenda-se a jujuba, orientando que foi testado o uso de massinha de modelar, não havendo sucesso no resultado.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: I	Prática: 3
Assunto: Poliedros e Sólidos de Revolução	
Objetivo: Representar e planificar sólidos de revolução (cilindros e cones)	

Recursos Materiais

- Palitos de dente;
- Palitos de churrasco;
- Jujubas;
- Pedacos de arame.

Procedimento

Nessa prática, os alunos devem representar sólido e planificação em dois casos:

Caso 1: Cilindro;

Caso 2: Cone.

Sem identificar os sólidos, o professor indica em cada caso, a quantidade e o tipo de faces. No decorrer da prática, o professor deve estar atento à resolução dos alunos, procurando identificar os caminhos adotados na solução dos casos propostos.

Nessa atividade, espera-se que os alunos recorram a conceitos anteriores e utilizem, pelo menos, três jujubas (que representarão três pontos) que servirão subsídio para confeccionar uma circunferência, juntamente, com o pedaço de arame, que será a base para os sólidos citados acima.

Orientações para o professor

Essa prática pode ser desenvolvida em dupla ou individualmente.

Orienta-se que o arame utilizado nessa prática seja fino (para melhor manuseio) e se preferir, colorido (melhor visualização) e que seja utilizada uma jujuba menor para a confecção da circunferência.

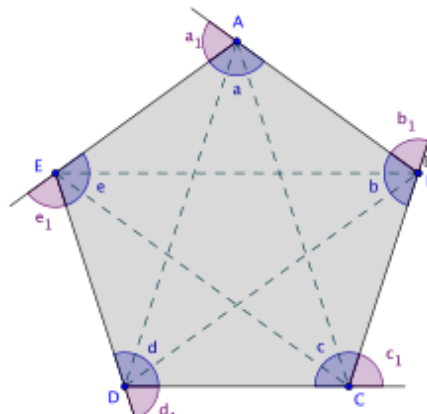
Denominamos polígonos como sendo uma superfície plana, limitada por uma linha poligonal fechada. Linha poligonal é uma linha formada apenas por segmentos de reta.

Os polígonos são figuras fechadas.

O número de lados de um polígono coincide com o número de ângulos.

Elementos de um polígono

Conforme visualizados na figura abaixo, os elementos de um polígono são:



Fonte:

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/06/Pentagono_regular_e_seus_elementos.svg/224px-Pentagono_regular_e_seus_elementos.svg.png

Vértices: são os pontos de encontro dos segmentos de reta: A, B, C, D, E.

Lados: são denominados lados todos os segmentos de retas que unem vértices consecutivos. Na figura: (AB), (BC), (CD), (DE), (EA).

Ângulos internos: são aqueles formados por dois lados consecutivos: a, b, c, d, e.

Ângulos externos: são aqueles formados por um lado e pelo prolongamento do lado a ele consecutivo: a_1 , b_1 , c_1 , d_1 , e_1 .

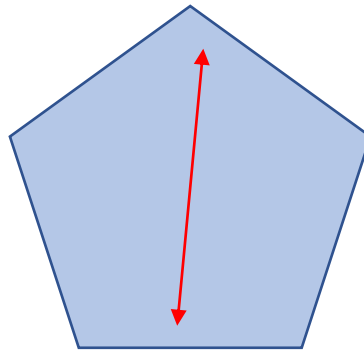
Diagonais: são os segmentos que unem dois vértices não consecutivos: (AC), (BE), (BD), (EC), (AD).

POLÍGONOS CONVEXOS E NÃO CONVEXOS

Os polígonos podem ser convexos ou não, o que é determinado pelo tamanho de seus ângulos.

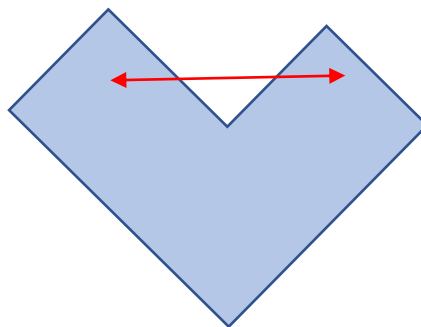
Convexo

Caso os ângulos sejam menores que 180° , ele é convexo, conforme demonstrado na figura abaixo.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Quando o polígono apresentar um ângulo maior que 180° , será não convexo.



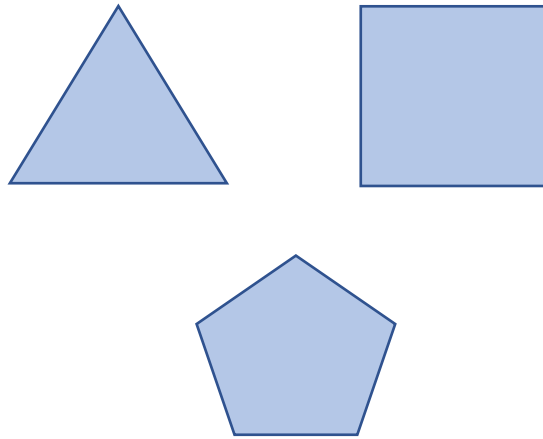
Fonte: Figura confeccionada pela autora.

POLÍGONOS REGULARES E IRREGULARES

Os polígonos podem ser divididos em regulares e irregulares:

Polígonos regulares

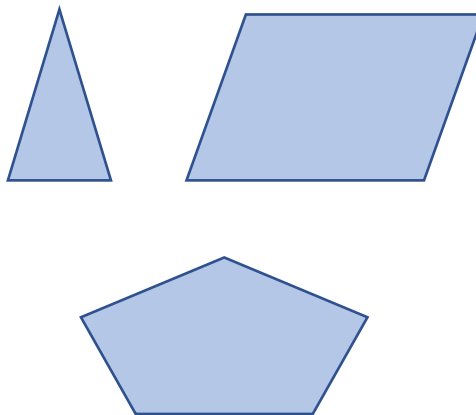
São aqueles que possuem todos os lados e ângulos com medidas iguais.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Polígonos irregulares

São aqueles que não possuem ângulos ou lados com medidas iguais.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.



Módulo II – Sugestões de Práticas Pedagógicas

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: II	Prática: 1
Assunto: Polígonos	
Objetivo: Definir polígono reconhecendo seus elementos; Distinguir polígono convexo e não convexo.	

Recursos Materiais

- Folha de EVA;
- Linhas de artesanato (várias cores);
- Tachinhas (percevejos).

Procedimento

Os alunos devem utilizar os materiais sugeridos para solucionar as seguintes situações propostas pelo professor:

- Representação de polígono;
- Construir polígonos convexos e não convexos, diferenciando-os.

Nas situações propostas, espera-se que o aluno utilize os conhecimentos em relação à representação de ponto, por exemplo, de forma a construir um segmento de reta. Nesse caso deve valer-se de um pedaço de linha de artesanato e duas tachinhas.

Na sequência, o aluno deve continuar utilizando o conjunto dos conteúdos adquiridos, para que possa construir o conceito de polígonos, reconhecer seus elementos e, por fim, fazer a distinção entre polígonos do tipo convexo e não convexo.

Orientações para o professor

Antes de iniciar a prática proposta, o professor deve retornar os conceitos sobre ponto, segmento de reta e definição de polígonos.

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão será pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

O professor poderá (ou não) estabelecer a medida da linha de artesanato a ser trabalhada nessa prática, dependendo do objetivo que se queira alcançar em suas definições.

É importante que os alunos façam suas colocações, para chegarem a diferenciar os polígonos e seus elementos através dos materiais usados.

O professor também poderá usar barbante, ao invés de linha de artesanato.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: II	Prática: 2
Assunto: Polígonos	
Objetivo: Diferenciar os polígonos regulares dos irregulares. Identificar e traçar as figuras bidimensionais e nomeá-las.	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4 com figuras geométricas desenhadas (o modelo segue após o texto dessa prática);
- Folha de papel sulfite A4 (em branco);
- Tesouras;
- Cola.

Procedimento

Para iniciar a prática proposta, o professor deve distribuir o material relacionado e orientar a atividade. Cada aluno deve recortar as figuras geométricas e, em seguida, separá-las e colar cada uma delas, segundo as características que ele (aluno) considera comuns. Em seguida, o professor deve fazer algumas intervenções do tipo:

- 1) *Por que fizeram dessa forma?*
- 2) *De que outra maneira as figuras poderiam ser agrupadas?*
- 3) *Elas têm o mesmo número de lados? Então, por que são diferentes?*

Nas situações propostas, espera-se que o aluno separe as figuras em dois grupos: o dos polígonos regulares e o dos irregulares, como também em vários subgrupos: o dos triângulos, o dos pentágonos, o dos hexágonos...

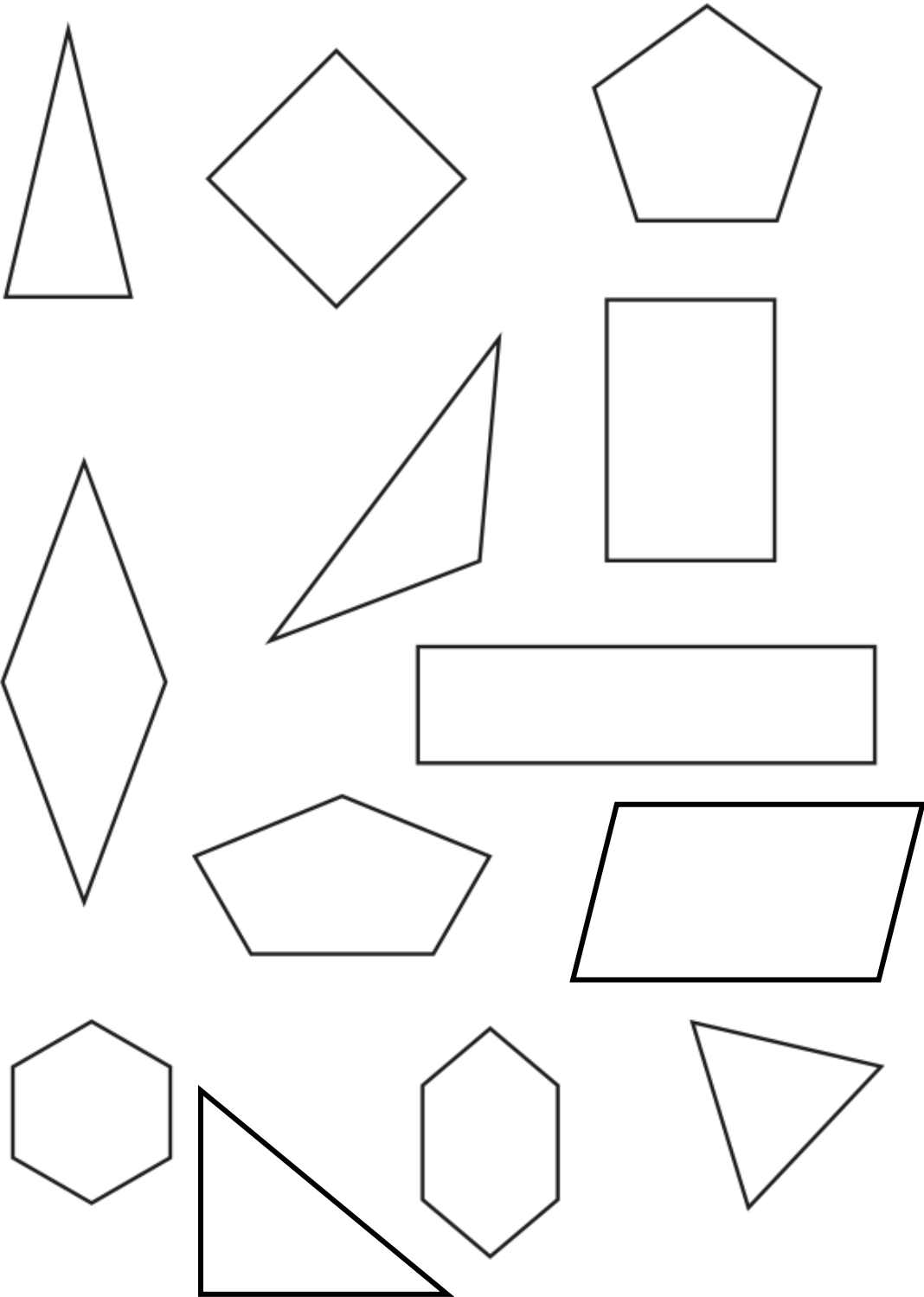
Orientações para o professor

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão deve ser pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

Se o professor preferir, pode aplicar a prática sem o uso da cola, pedindo para que os alunos façam somente a separação das figuras geométricas.

É importante que o professor estimule os alunos a se expressarem oralmente sobre os conceitos dados, e cheguem à diferenciação dos polígonos regulares dos irregulares e construam assim a definição de cada um deles.

Essa atividade pode ser feita com lápis de cor, com os alunos pintando em cores iguais as figuras geométricas que consideram possuir as mesmas características.



Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: II	Prática: 3
Assunto: Polígonos	
Objetivo: Construir um Tangram quadrado com a técnica da dobradura; Reconhecer os polígonos que formam o Tangram; Desenvolver noções de espaço e de raciocínio mental para, a partir das peças do Tangram, formar outros polígonos.	

Recursos Materiais

- Folha de papel sulfite A4 (em branco);
- Folhas de papel sulfite A4 com silhuetas de polígonos (retângulo, pentágono e hexágono) impressas;
- Lápis;
- Tesoura.
- Cola

Procedimento:

O professor deve entregar aos alunos uma folha de papel sulfite A4 (em branco), lápis e tesoura. Em seguida, orientá-los passo a passo, a construir um Tangram por meio de dobradura e algumas marcações feitas a lápis, formando, assim, as figuras geométricas do Tangram.

Após as marcações cada aluno recorta as sete figuras planas que formaram o Tangram.

Para dar continuidade à atividade, o professor deve distribuir aos alunos as folhas com as impressões das silhuetas, as quais devem ser preenchidas com todas as peças que compõem o Tangram.

Durante a atividade, o professor deve fazer algumas intervenções do tipo:

- Na montagem:

- 1) *Os alunos reconhecem as figuras formadas?*
- 2) *Os alunos conseguem classificar os polígonos em regulares ou irregulares?*

- No preenchimento da silhueta:

- 1) *Extraír dos alunos a linha de raciocínio, utilizada por eles, no preenchimento da região proposta.*
- 2) *Questioná-los sobre a possibilidades de outras disposições, para uma mesma figura.*

Orientações para o professor

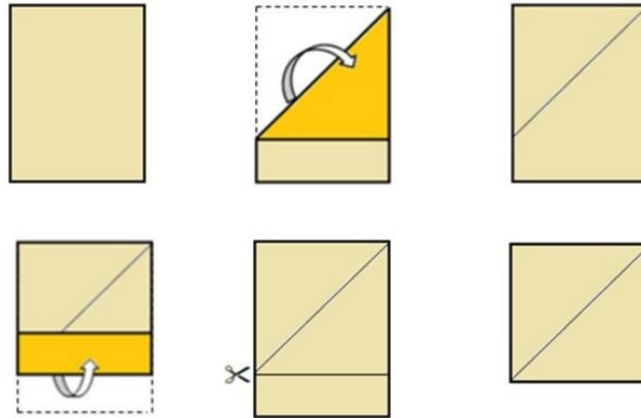
Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão deve ser pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

O professor pode substituir o uso da dobradura para a confecção do Tangram, pelo Tangram já confeccionado.

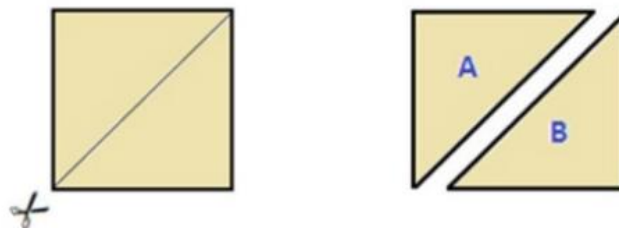
Deve-se ter a devida atenção para o fato de que as medidas utilizadas para a construção do Tangram devem ser adaptadas de acordo com as silhuetas utilizadas na prática.

Sugestão de Montagem do Tangram

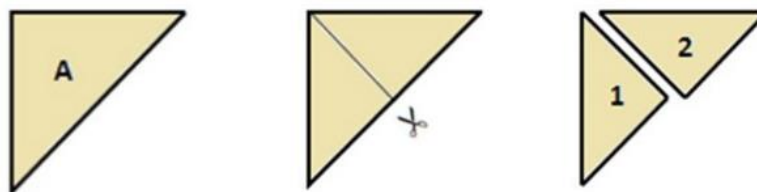
1º Passo: Com uma folha de papel A4, obtenha um quadrado, através das seguintes dobras e recorte.



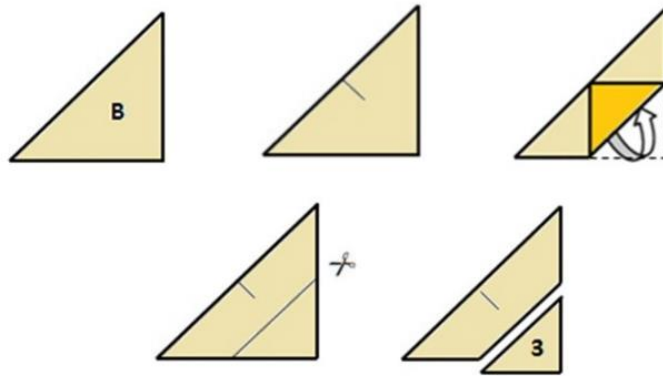
2º Passo: Dobre o quadrado. Em seguida, recorte-o de modo a obter dois triângulos A e B.



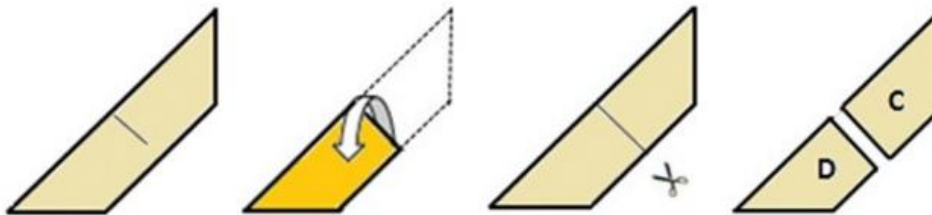
3º Passo: Dobrar um dos triângulos ao meio, por exemplo, o triângulo A, para obter dois triângulos menores 1 e 2.



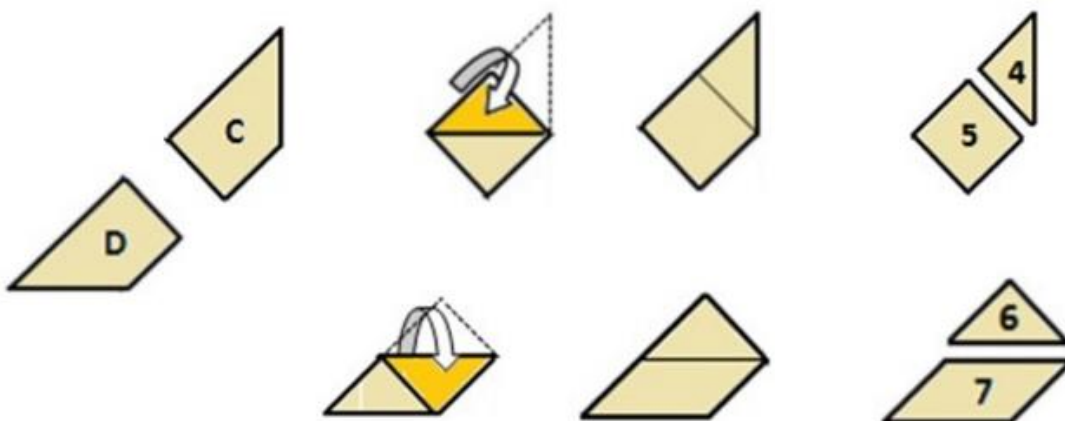
4º Passo: No triângulo B, marcar pelo meio, conforme a figura. Em seguida, dobrar o vértice oposto e, recortar para obter o triângulo 3.



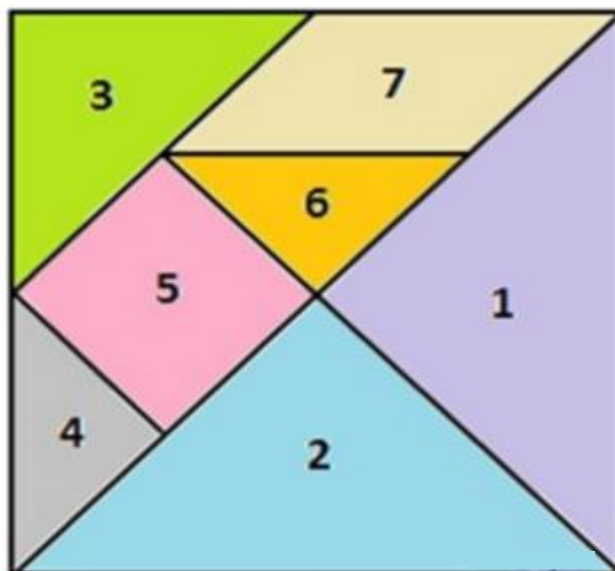
5º Passo: Dobrar o trapézio ao meio e, recortá-lo de modo a obter outros dois trapézios C e D.



6º Passo: Dobrar o trapézio C para obter o triângulo 4 e o quadrado 5. Em seguida, dobrar o trapézio D para obter o triângulo 6 e o paralelogramo 7.



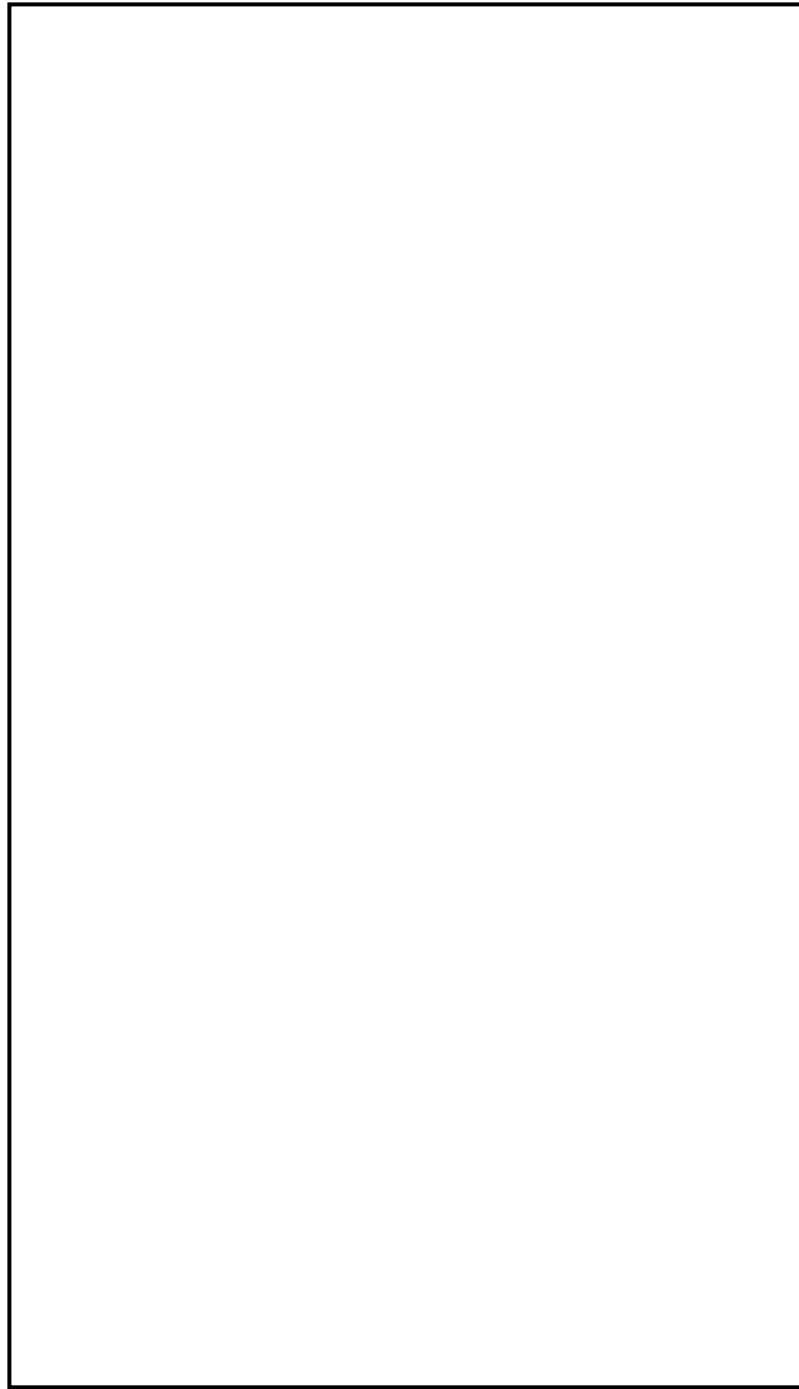
Ao final, a figura obtida deve ser semelhante a essa.

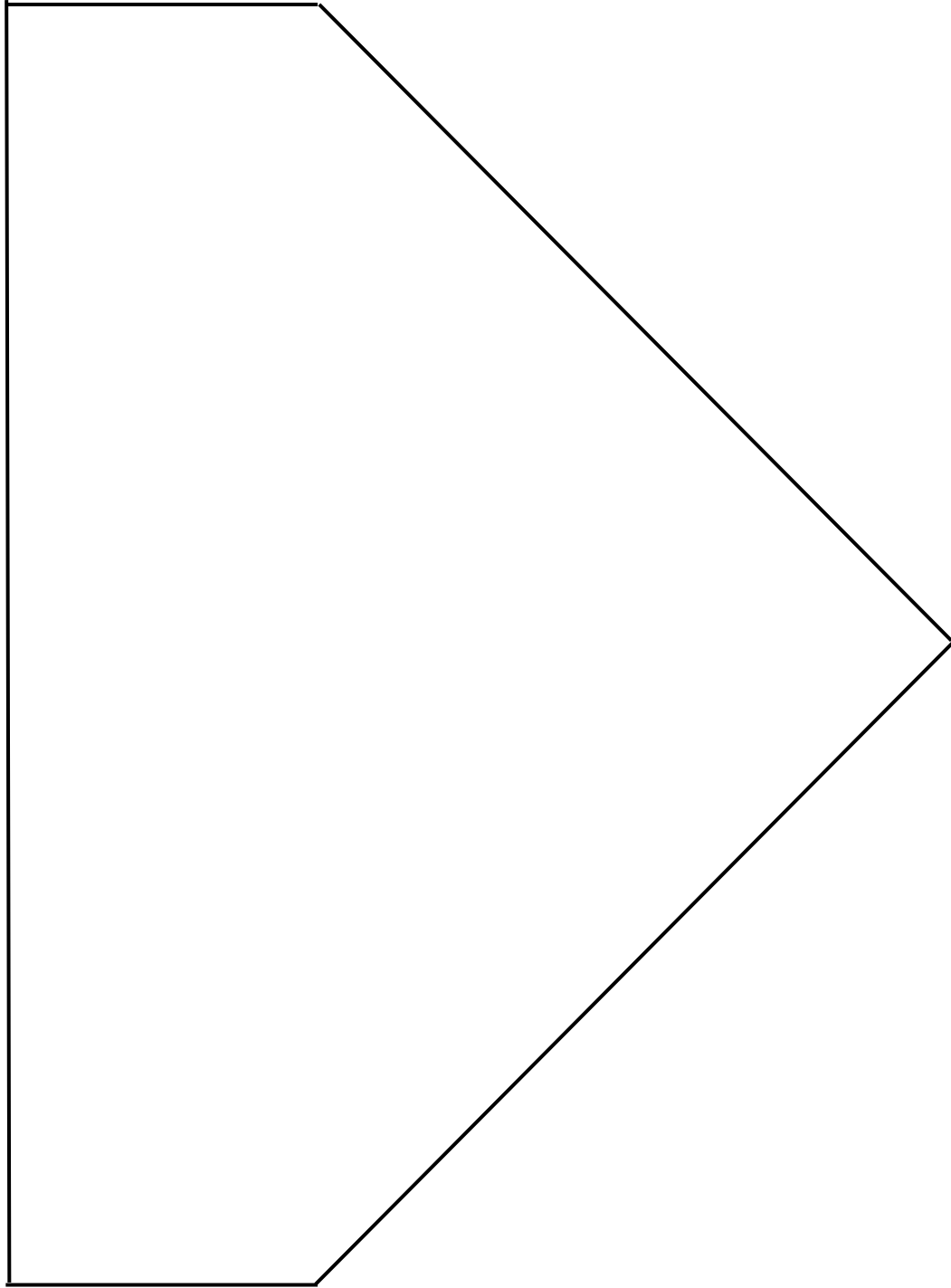


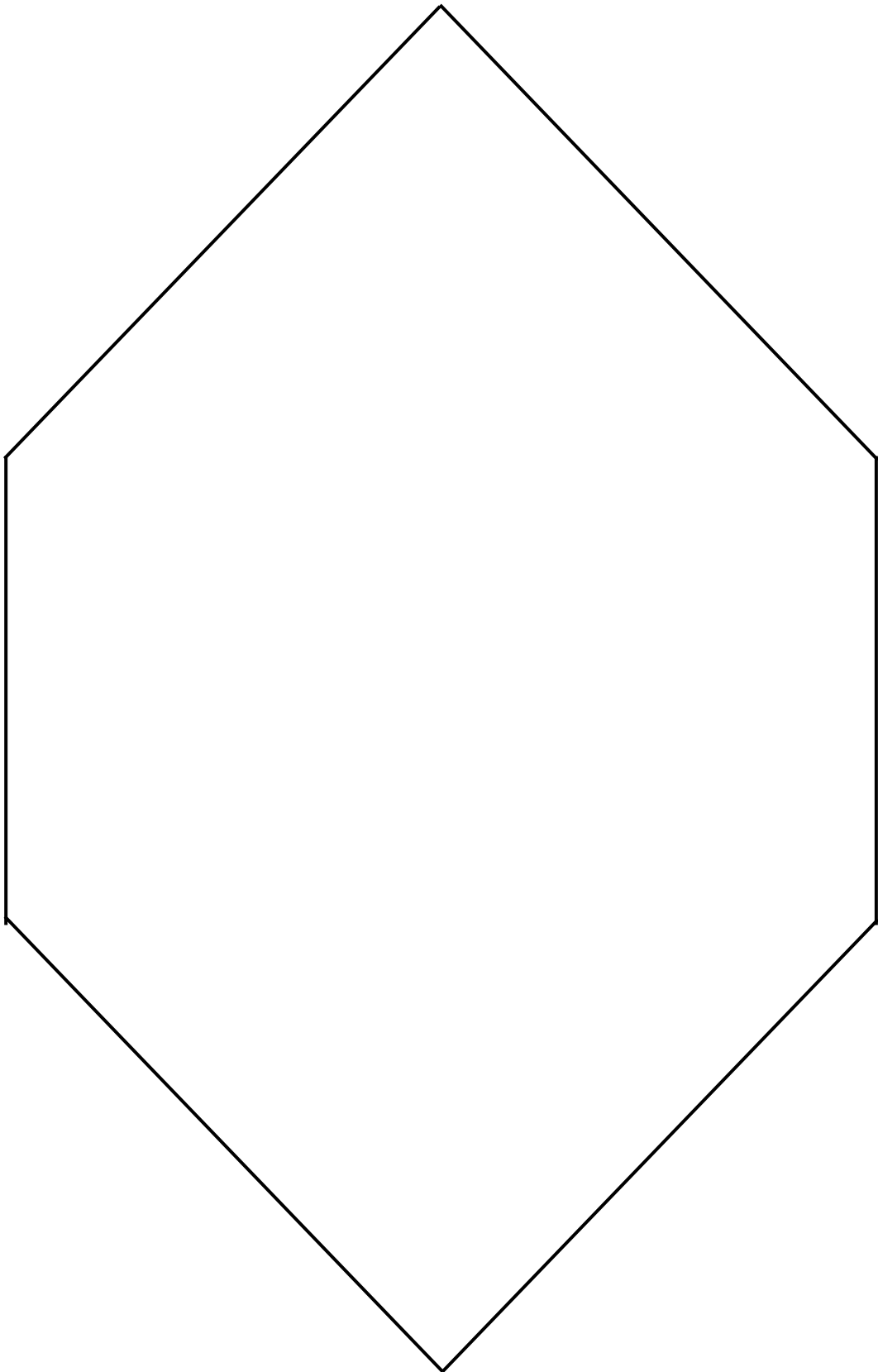
Sugestão de Montagem do Tangram – Fonte:
<http://www.esv.ipv.pt/mat1ciclo/tarefas/Tarefa%20Constru%C3%A7%C3%A3o%20do%20Tangran.pdf>

Silhuetas

A seguir, o professor deve disponibilizar aos alunos silhuetas para a realização da atividade prática.









Respostas





Leia o texto a seguir.

GEOMETRIA E ARTE: O TRIÂNGULO

Um dos aspectos da arte fascinante é a sua extrema interdisciplinaridade: a produção artística é, de fato, intimamente relacionada com a história, matemática, literatura, geometria, música, percepção visual, sociologia, química, psicologia ... bem, não há nenhum campo do conhecimento humano que não pode ser relacionado com a arte.

Entre essas inter-relações é a ligação indissolúvel entre arte e ciência, entre o pensamento estético e lógica matemática. Eles se parecem com dois mundos inconciliáveis, em vez disso, é a arte do 'link'!

Pode-se introduzir, aos alunos, arte à geometria e ao pensamento matemático, através de caminhos que, você julgue, apropriados. Neste post, de maneira simples, o que se faz é realçar as relações entre arte e o mundo da geometria, a partir da figura geométrica plana, mais simples: o triângulo.

Figura de origem antiga, aparece sob a forma de estrutura triangular nas imagens antigas da triskeles, símbolo solar de Celtic e cultos Mediterrâneos.

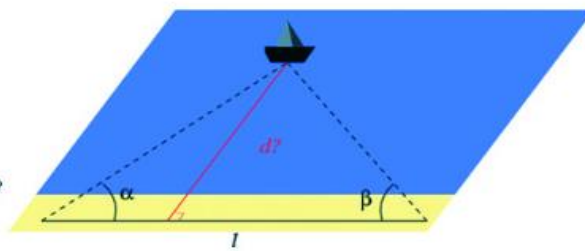


O triângulo aparece, também, mas, em sua forma completa nas decorações, no chamado de "dente de lobo", cerâmica de arte grega período geométrico.



Os triângulos já tinham sido identificados com propriedades especiais: o triângulo equilátero (adequado para a criação de malha regular), o retângulo (cujos lados estavam de relações numéricas particulares de tal forma que eles pudessem ser calculados com o teorema de Pitágoras ou cálculos trigonométricos) e o triângulo dourado (triângulo isósceles em que a base e os lados são proporção áurea).

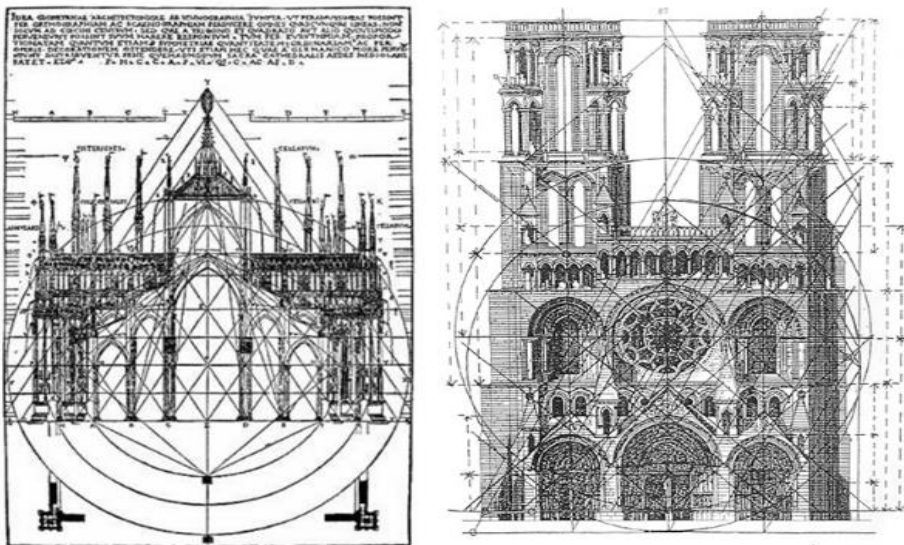
A partir do conceito de triangulação tornou-se possível detectar e redesenhar território, bem como servir de base nas grandes navegações.



Em tempos cristãos, ele passou rapidamente para simbolizar Deus e a Trindade. Pelas lâminas de altar medieval até os do século XVI pode-se observar, por vezes, um triângulo atrás da cabeça de Deus, ou suspenso com um olho onisciente dentro.



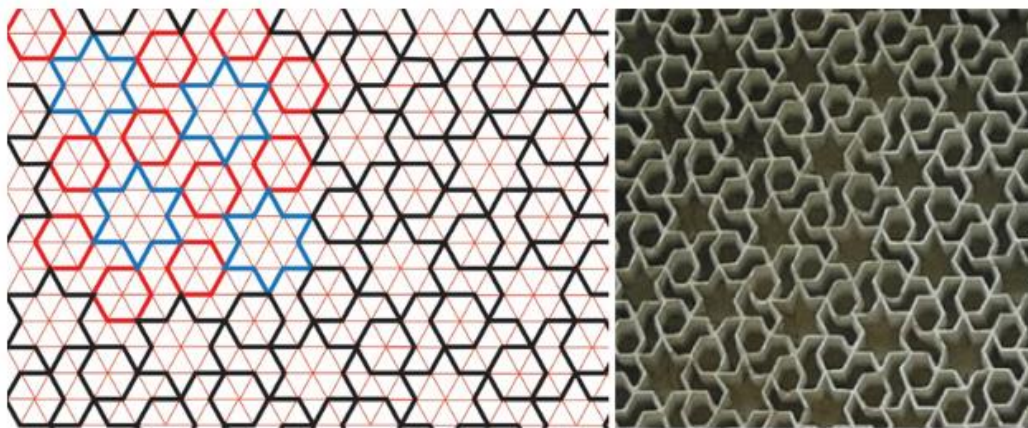
No período gótico, o triângulo, também, tornou-se a forma construtiva das fachadas das grandes catedrais, muitas vezes associada com o simbolismo esotérico.



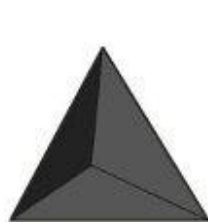
O triângulo, como um elemento para a organização da composição, também, é encontrado nas pinturas da Renascença. Aqui, é possível ver um arranjo triangular de caracteres que dá estabilidade e ordem para a cena e, é amplamente, utilizado por todos os artistas da época (mas, também, fora dela).



Na arte islâmica, o triângulo tornou-se a base de muitos padrões geométricos.



O triângulo equilátero é também o elemento básico de três dos cinco sólidos platônicos: o tetraedro (quatro faces formadas por triângulos), o octaedro (oito triângulos) e do icosaedro (20 triângulos)



Tetraedro

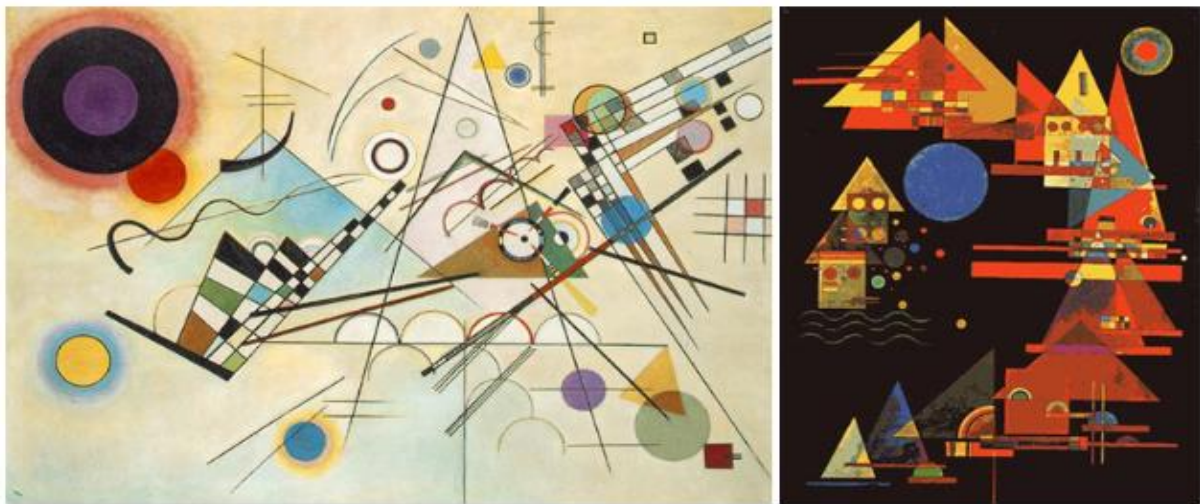


Octaedro

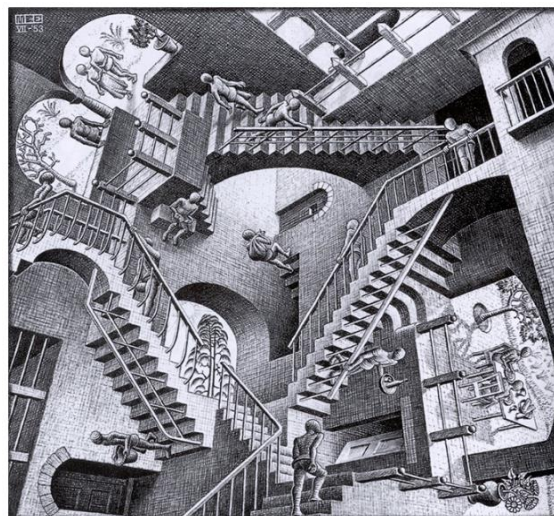


Icosaedro

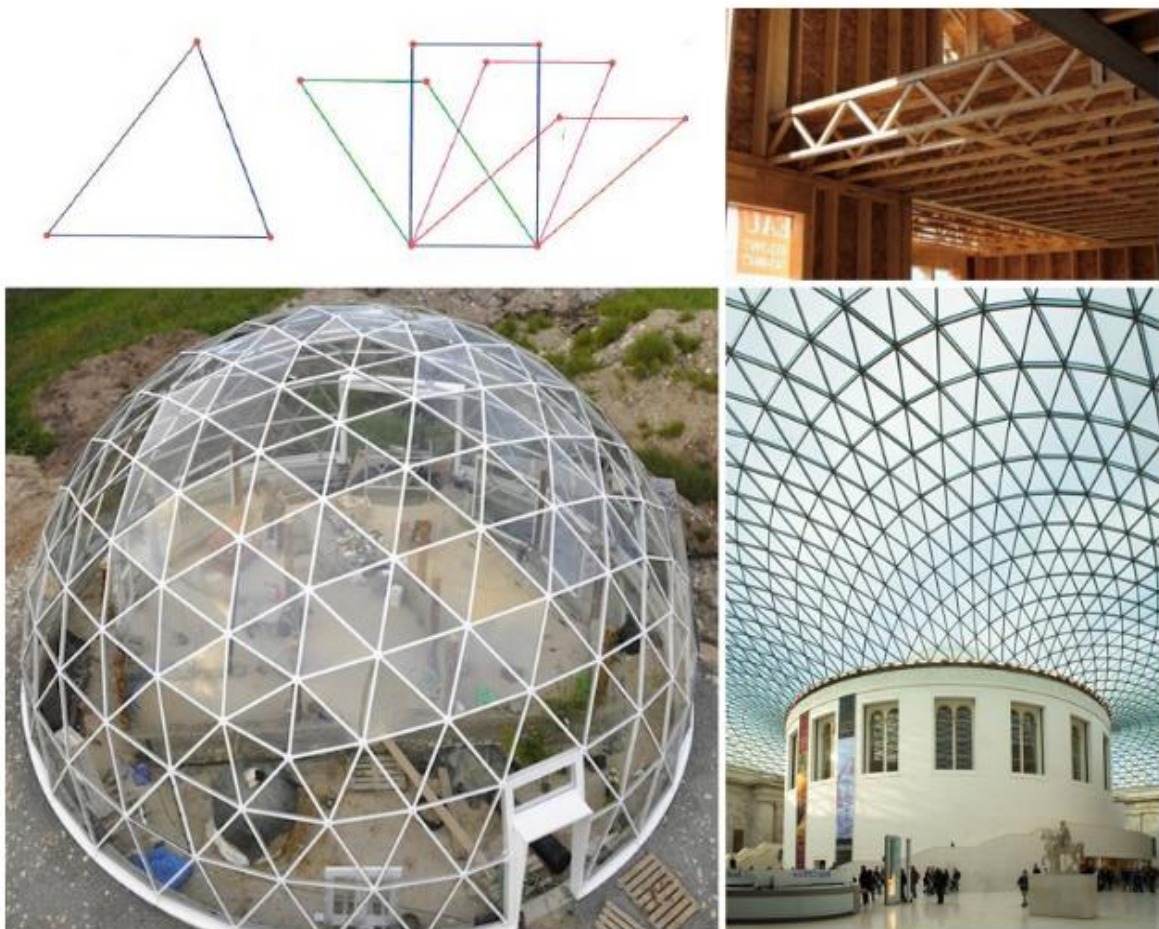
O triângulo aparece em muitos trabalhos abstratos de Kandinsky. Para o artista, o triângulo tinha significados muito especiais. Kandinsky também associa formas e cores e, segundo ele, “As cores pungentes ressoam melhor na sua qualidade quando dados em formas agudas, por exemplo, amarelo em um triângulo”.



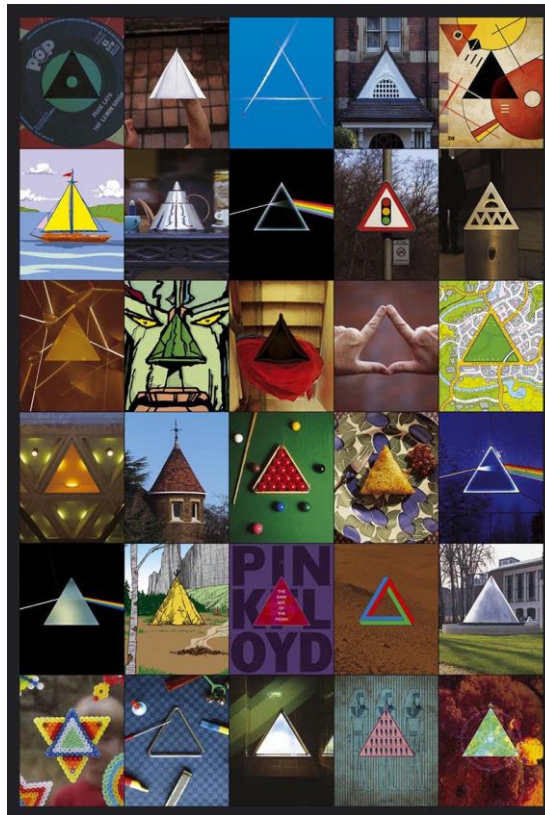
Maurits Cornelis Escher utilizou a figura geométrica em suas famosas gravuras. Muitos de seus trabalhos, na verdade, são baseadas no chamado triângulo "Penrose", uma figura geométrica impossível que, nos desenhos de Escher, cria um espaço multidimensional, fisicamente impossível.



Voltando aos polígonos reais, deve-se lembrar de que o triângulo é a única figura geométrica não deformável. Diferente de um retângulo que, pode deformar-se formando um paralelogramo, o triângulo não muda sua forma. Isso permite aplicações na arquitetura, como um elemento de reforço para as chamadas "treliças" ou, como módulos para telhados e cúpulas geodésicas.



Além das propriedades geométricas e ópticas, o triângulo exerce muito fascínio, não ficando imune nem mesmo aos artistas contemporâneos. Como prova, observe, a seguir, esse impressionante cartaz composto por Storm Thorgerson para comemoração do 30º aniversário do álbum 'The Dark Side of the Moon', do Pink Floyd.



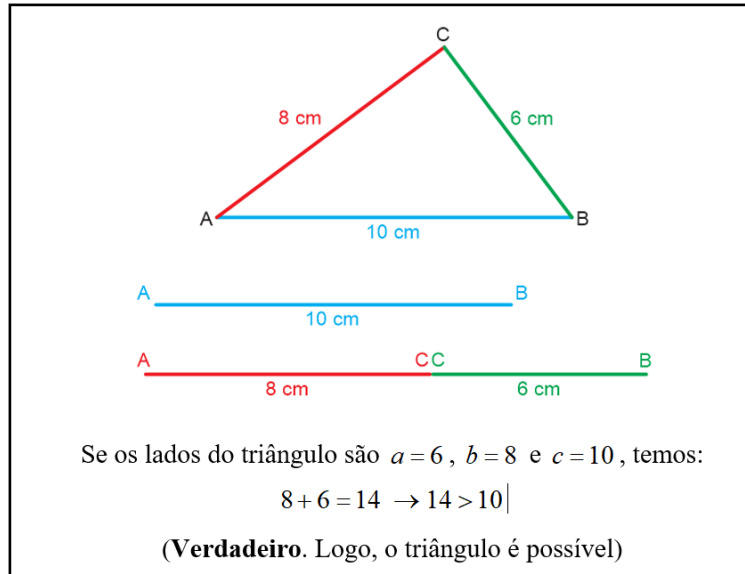
Finalmente, um pouco de diversão com belos murais de Matt Moore. O assunto? Triângulos, é claro!



Fonte: <http://www.didaticarte.it/Blog/?p=442&lang=pt>
Texto acessado, extraído, traduzido e adaptado, para fins didáticos, a partir do site.

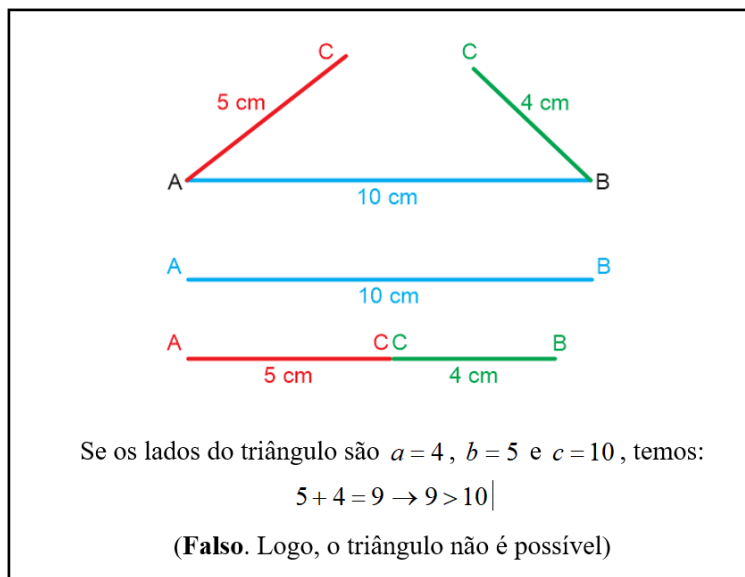
Condição de existência de um triângulo

Em termos gerais, para que um triângulo exista, é necessário que a soma de dois lados quaisquer desse triângulo seja maior que a medida do terceiro lado. Assim, observe o caso abaixo:



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

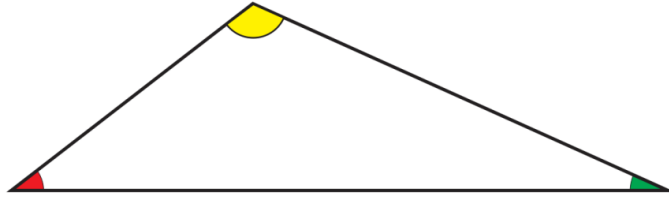
Agora, observe o caso a seguir:



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

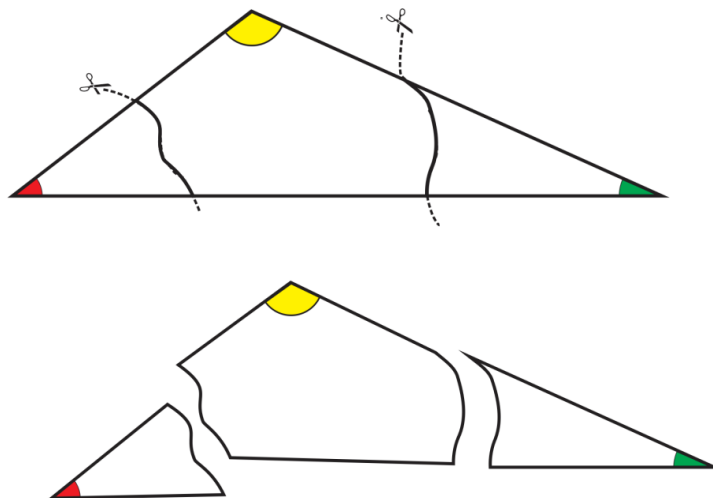
Soma dos ângulos internos de um triângulo

Considere o triângulo, a seguir:



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

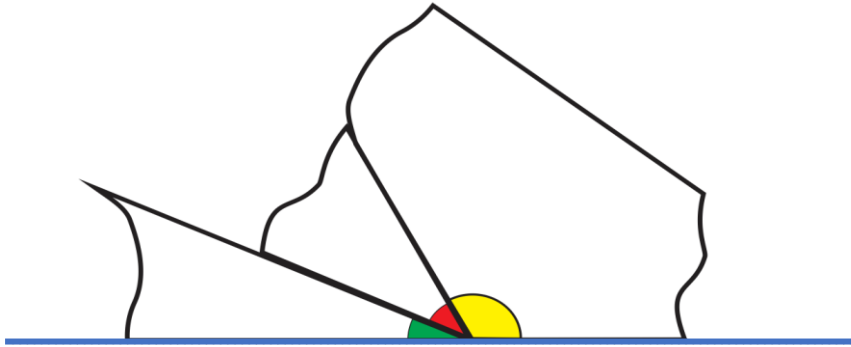
Perceba que os vértices foram identificados por cores, de forma a generalizar os possíveis valores dos ângulos. A seguir, com o auxílio de uma tesoura, o triângulo será dividido em três partes, de maneira que cada um dos vértices fique em um dos “pedaços” do triângulo.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Por fim, os “pedaços” dos triângulos serão dispostos de forma que os vértices estejam unidos. A partir dessa união dos vértices, pode-se perceber **a formação de um ângulo de 180°**, obtido a partir dos somatórios dos valores dos ângulos internos, quando estes, estiverem aparentes.

Cabe salientar que a obtenção do ângulo de 180° independe da posição dos “pedaços” do triângulo.



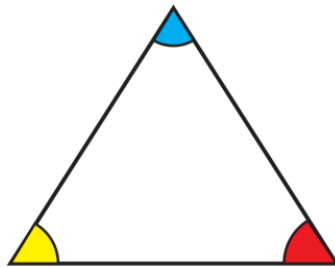
Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Classificação dos triângulos

[A] Quanto aos ângulos

Acutângulo

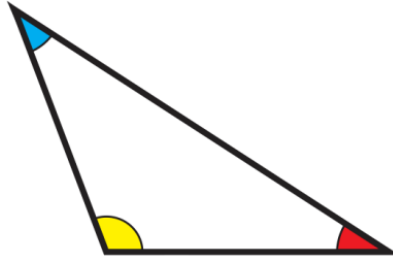
Quando todos os ângulos internos forem agudos.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Obtusângulo

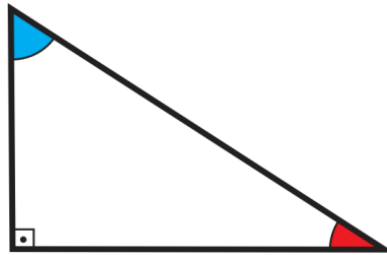
Quando um ângulo interno for obtuso.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Retângulo

Quando um ângulo for reto, ou seja, corresponder a 90° .

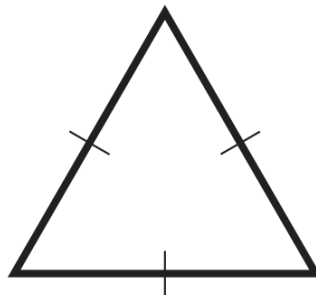


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

[B] Quanto aos lados

Equilátero

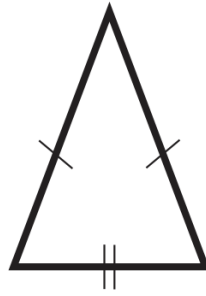
Quando todos os lados forem congruentes, ou seja, possuírem a mesma medida.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Isósceles

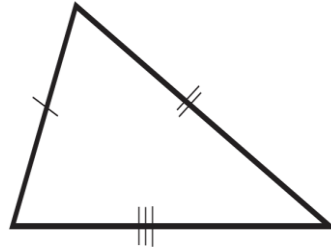
Quando apenas dois lados forem congruentes.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Escaleno

Quando as medidas dos três lados forem diferentes entre si.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.



Módulo III – Sugestões de Práticas Pedagógicas

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: III	Prática: 1
Assunto: Triângulos	
Objetivo: Reconhecer as condições para a existência de um triângulo.	

Recursos Materiais

- Varetas de madeira para churrasco, medindo 3, 4, 5, 9, 12, 13 e 15 cm;
- Folhas de papel sulfite A4, em branco;
- Lápis.

Procedimento

Distribua um conjunto de sete varetas, folhas de papel sulfite e um lápis para cada aluno.

Proponha que eles escolham três varetas quaisquer e montem quantos triângulos eles conseguirem, sempre registrando o desenho do triângulo formado e indicando as medidas dos lados.

Depois que todos os alunos terminarem a prática, o professor deve abrir uma discussão, com questionamentos do tipo:

- É possível construir triângulos com três varetas quaisquer?*
- Façam o desenho de como ficou um conjunto de três varetas com que não foi possível montar o triângulo; não se esqueçam de anotar as medidas das varetas no desenho.*
- Dado um conjunto de sete varetas, quantos formam triângulos?*

- d) Qual deve ser a relação entre as medidas de três varetas que formam, efetivamente, triângulos?*
- e) Verifiquem se essa condição está de acordo com o que vocês responderam nas questões a e b.*
- f) Solicite, agora, que escolham duas varetas quaisquer. Peça que determinem entre quais valores deve estar a medida de uma terceira vareta que acompanha, com as duas escolhidas, um triângulo. Esses valores estão de acordo com a relação descoberta por vocês na questão?*

Orientações para o professor

Antes de iniciar as práticas, sugere-se que o professor realize uma contextualização, demonstrando um pouco da importância da geometria, especificamente os triângulos, em diversas vertentes, sejam elas artísticas, nas navegações, nas construções e ao longo da história.

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão será pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

É importante que os alunos façam suas colocações para chegarem à definição da condição de existência de um triângulo.

Inicialmente, o material pensado foi canudo. Mas ao aplicá-lo na prática percebeu-se que a flexibilidade do material, muitas vezes, tornava a montagem dos triângulos pouco eficaz, através da presença de dobras, por exemplo, o que pode gerar dúvidas quanto à definição do conteúdo.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: III	Prática: 2
Assunto: Triângulos	
Objetivo: Construir a relação entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo (soma dos ângulos internos).	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4;
- Lápis;
- Régua;
- Tesoura.

Procedimento

Os alunos devem ser orientados a desenhar, na(s) folha(s) de papel sulfite A4, três triângulos dos tipos: Acutângulo, Obtusângulo e Retângulo. Destacando cada um dos vértices com marcações distintas, de forma a identificá-los com maior facilidade.

Em seguida, eles devem cortar cada um dos triângulos confeccionados.

Para cada um dos triângulos formados, os alunos devem promover novos cortes, dividindo cada polígono em três partes. Os alunos devem ser orientados para que cada uma das três partes nas quais o triângulo está dividido, contenha um vértice do polígono.

No próximo passo, o aluno deve agrupar os três pedaços formados, unindo-os pelos vértices.

Esse procedimento deve ser realizado para cada um dos triângulos formados.

Depois que todos os alunos concluírem a prática, o professor deve abrir uma discussão, com questionamentos do tipo:

- a) A partir da junção dos três pedaços formados, que tipo de ângulo pode ser observado?*
- b) O ângulo obtido depende da posição dos pedaços do triângulo?*
- c) O mesmo resultado foi percebido nos três triângulos confeccionados?*
- d) É possível estabelecer alguma relação entre as situações apresentadas?*

Orientações para o professor

Antes de iniciar a prática, sugere-se que o professor apresente a classificação de cada triângulo quanto aos ângulos.

É importante que o aluno saiba a classificação de ângulos para compreender melhor a prática aplicada.

A orientação é para que essa prática seja realizada, preferencialmente, de forma individual.

Pode-se, também, usar lápis de cor para diferenciar as marcações feitas em cada vértice.

Por uma questão de organização, orienta-se que cada triângulo seja recortado, separadamente, para que os alunos não misturem os pedaços formados.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: III	Prática: 3
Assunto: Triângulos	
Objetivo: Determinar a área de triângulo a partir de uma malha quadriculado (Geoplano)	

Recursos Materiais

- Geoplano (foi utilizado Geoplano com dimensões 20 cm \times 15 cm)
- Lápis;
- Papel;
- Linha de artesanato e/ou elásticos.

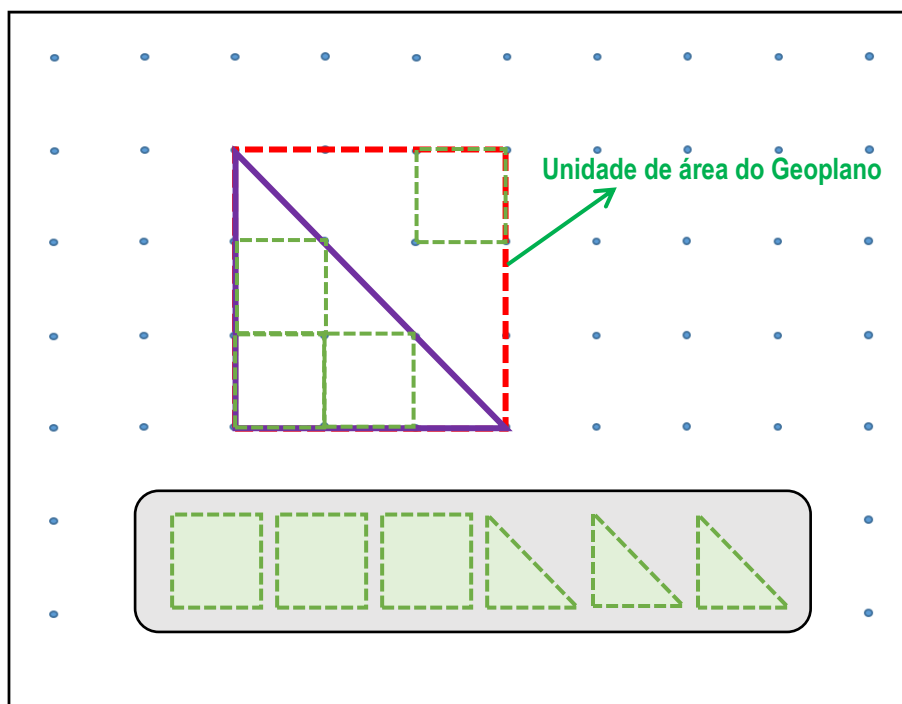
Procedimento

1º Momento

De posse de todos os recursos materiais, os alunos devem representar no Geoplano um triângulo do tipo retângulo isósceles.

Em seguida, eles devem desenvolver um raciocínio para encontrar a medida que corresponda à área do triângulo representado, considerando a unidade de área do Geoplano.

Um exemplo para a situação proposta é apresentado a seguir:



A área do triângulo corresponde à soma das áreas acima, ou seja, 4,5 unidades de área.

Fonte: Figura confeccionada pela autora.

2º Momento

Os alunos devem proceder da mesma forma que o 1º Momento, exceto, pelo fato de que, nesse momento, eles devem representar um triângulo do tipo acutângulo.

3º Momento

Os alunos devem proceder da mesma forma que o 1º Momento, exceto, pelo fato de que, nesse momento, eles devem representar um triângulo do tipo obtusângulo.

Ao término da prática, o professor deve abrir uma discussão, com questionamento do tipo:

*Qual foi o raciocínio utilizado para a solução dessas questões?
Em seguida, é interessante que o professor discuta as soluções apresentadas.*

Orientações para o professor

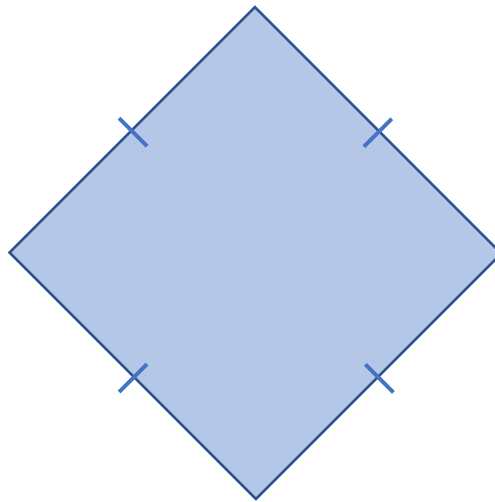
Antes de iniciarmos a prática, sugere-se que o professor demonstre a classificação de cada triângulo quanto aos lados.

A prática deve ser realizada individualmente.

As medidas de áreas e perímetros foram escolhidas de acordo com o tamanho do Geoplano utilizado. Há de se tomar o devido cuidado para não extrapolar o limite físico do Geoplano.

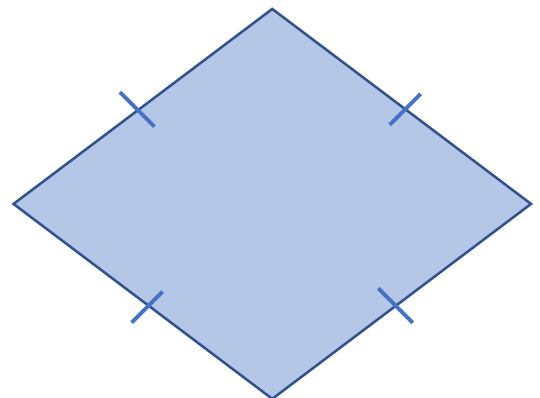
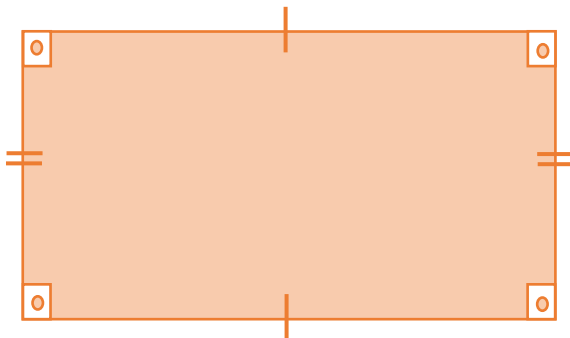
Módulo IV – Quadriláteros

Como podemos definir a figura a seguir?



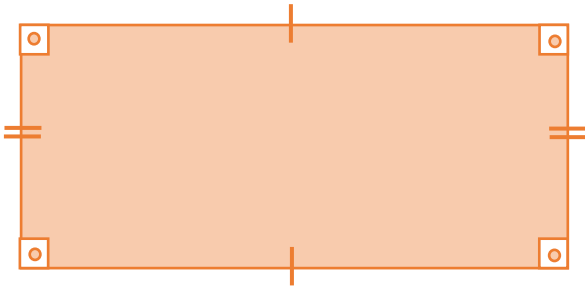
Fonte: Figura confeccionada pela autora.

E, agora, como podemos definir as figuras abaixo?

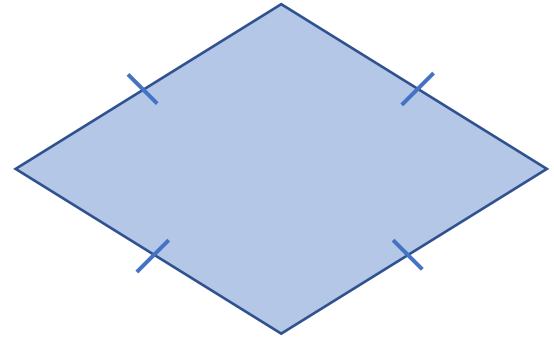


Fonte: Figuras confeccionadas pela autora.

E, agora, como podemos definir as figuras abaixo?



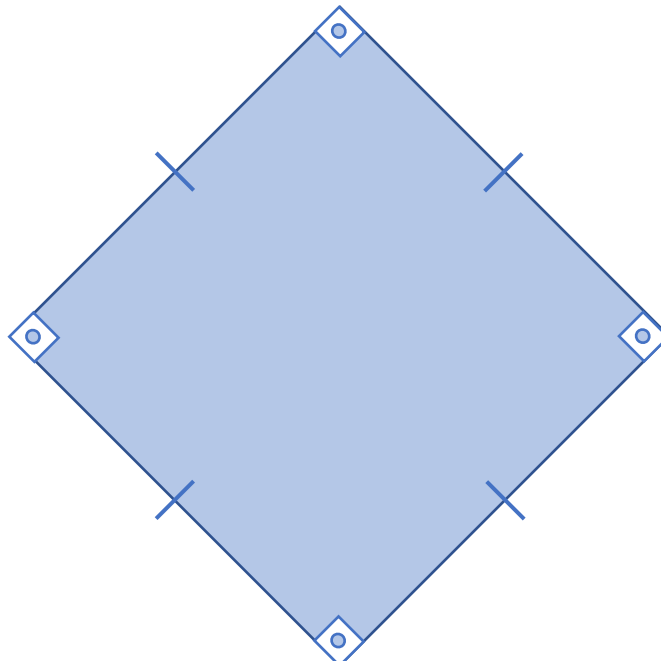
Retângulo
É o quadrilátero que possui quatro ângulos retos



Losango
É o quadrilátero que possui quatro lados iguais

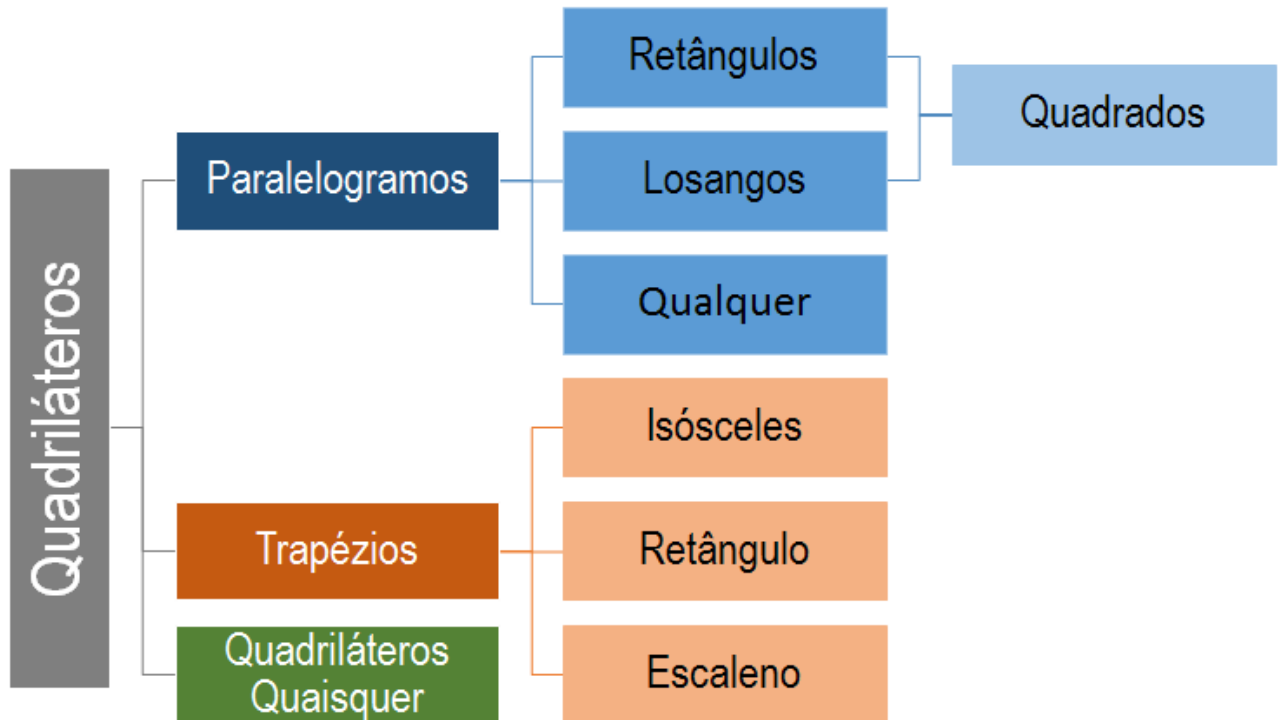
Fonte: Figuras confeccionadas pela autora.

Voltando ao primeiro caso. Como podemos definir a figura?



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Podemos resumir por meio do seguinte esquema:

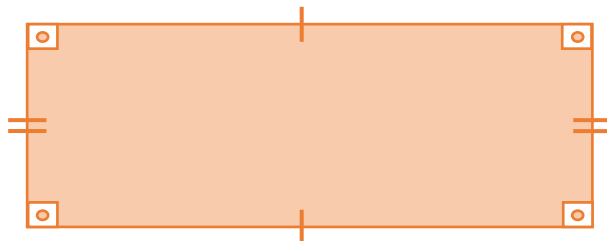


PARALELOGRAMOS

São quadriláteros que apresentam os lados opostos paralelos.

Retângulos

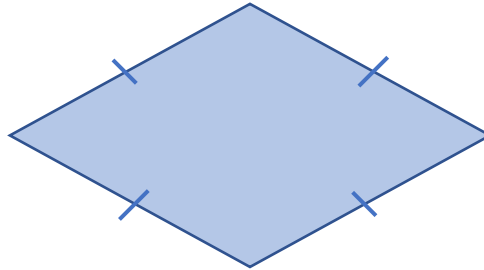
Paralelogramos que possuem quatro ângulos internos retos.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

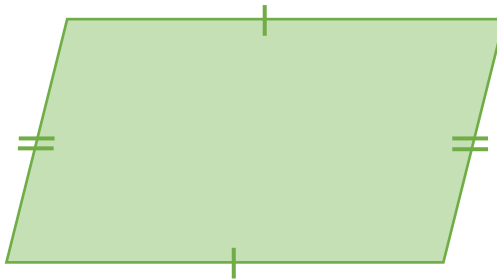
Losangos

Paralelogramos com os quatro lados congruentes.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Paralelogramos quaisquer



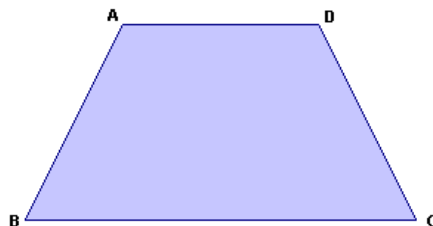
Fonte: Figura confeccionada pela autora.

TRAPÉZIOS

São quadriláteros que possuem dois lados paralelos entre si

Trapézios Isósceles

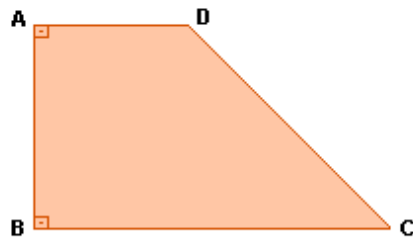
São aqueles que possuem os lados não-paralelos congruentes.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Trapézios Retângulos

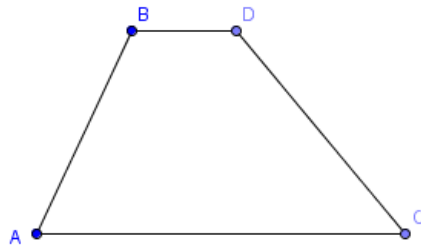
São aqueles que possuem dois ângulos retos.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Trapézios Escalenos

São aqueles cujas medidas dos quatro lados diferem entre si.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.



Módulo IV – Sugestões de Práticas Pedagógicas

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: IV	Prática: 1
Assunto: Quadriláteros	
Objetivo: Identificar e classificar os quadriláteros, segundo características comuns.	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4, com figuras de quadriláteros impressas;
- Tesoura.

Procedimento

O professor deve distribuir aos alunos as folhas de papel sulfite com impressões de diversos tipos de quadriláteros, inclusive com variações de dimensões.

Observação

Sugestão de figuras: retângulos, quadrados, paralelogramos do tipo qualquer, trapézios (escalenos, isósceles e retângulos) e quadriláteros do tipo qualquer.

Em seguida, o professor deve solicitar aos alunos que, com cuidado, eles recortem cada uma das figuras impressas nas folhas.

A seguir, os alunos devem separar, de acordo com seus próprios critérios, os quadriláteros apresentados de forma a agrupá-los segundo suas características comuns.

Para terminar, o professor deve mediar uma discussão entre os alunos para compreender a lógica estabelecida na resolução da proposta.

Orientações para o professor

A prática pode ser realizada em dupla. Cabe ao professor a decisão, de acordo com sua realidade de trabalho.

É importante que os alunos façam suas colocações para chegarem a classificação dos quadriláteros.

Após a prática, orienta-se que o professor faça uma apresentação das características de cada quadrilátero, separadamente, ajudando o aluno a organizar suas ideias e conclusões.

O aluno pode fazer o uso de lápis de cor para separar os quadriláteros em grupos por cores.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: IV	Prática: 2
Assunto: Quadriláteros	
Objetivo: Demonstrar a soma dos ângulos internos de um quadrilátero.	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4, em branco;
- Lápis;
- Régua;
- Tesoura.

Procedimento

O professor deve solicitar aos alunos que desenhem na folha de papel sulfite, um quadrilátero (de qualquer uma das classificações apresentadas). Em seguida, eles devem identificar cada um dos ângulos do quadrilátero, com uma marcação diferente.

Feito isso, de forma cuidadosa, os alunos devem recortar o quadrilátero desenhado de maneira que cada um dos vértices fique em um dos pedaços obtidos.

Feito isso, os alunos devem unir os pedaços obtidos, a partir dos vértices, de maneira a encontrar, ao final, um ângulo de 360° (sugere-se que essa conclusão não seja dada previamente, ou seja, espera-se que os alunos tenham essa percepção).

Ao final, o professor deve mediar uma discussão entre os alunos para compreender a lógica estabelecida na resolução da proposta.

Orientações para o professor

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, não há impedimento que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão será pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor.

Também, pode ser usado lápis de cor para diferenciar as marcações feitas em cada vértice.

É importante que os alunos façam suas colocações para chegarem à conclusão sobre o valor da soma dos ângulos de um quadrilátero, por meio da percepção da formação de um ângulo de 360° .

O professor pode sugerir que os alunos refaçam a prática, a partir de outras formas de quadriláteros.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: IV	Prática: 3
Assunto: Quadriláteros	
Objetivo: Calcular áreas e perímetros de quadriláteros, a partir de uma malha quadriculada	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4, em branco;
- Lápis;
- Elásticos e/ou linhas de artesanato;
- Geoplano (foi utilizado Geoplano com dimensões 20 cm x 15 cm).

Procedimento

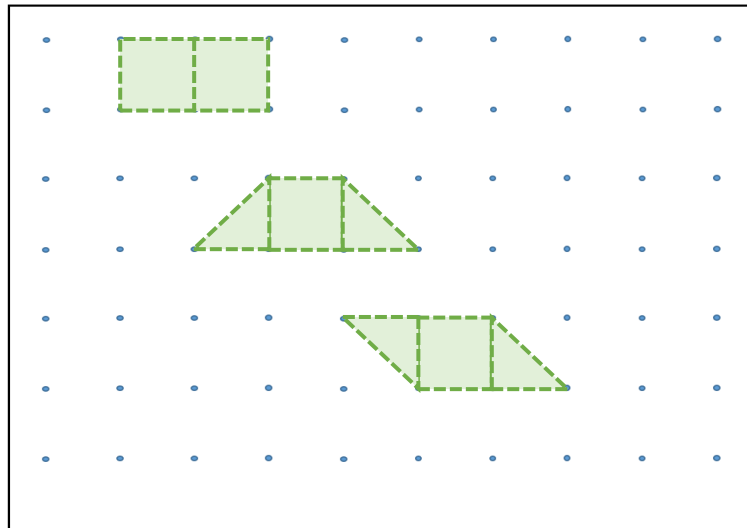
Essa prática é dividida em quatro momentos.

Utilizando um Geoplano, o professor deve solicitar aos alunos que usem elásticos ou linhas de artesanato para determinar na malha quadriculada:

Momento 1

Todos os quadriláteros possíveis que possuam área correspondente a 2 unidades de área do Geoplano.

Resolução

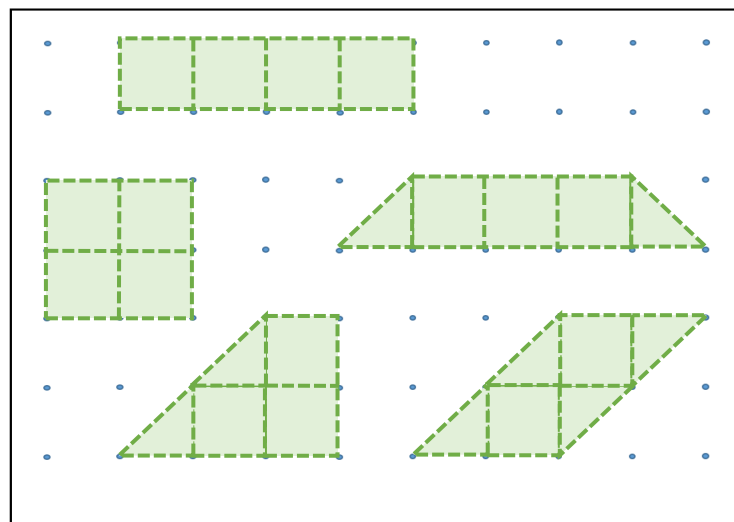


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Momento 2

Todos os quadriláteros possíveis que possuam área correspondente a 4 unidades de área do Geoplano.

Resolução

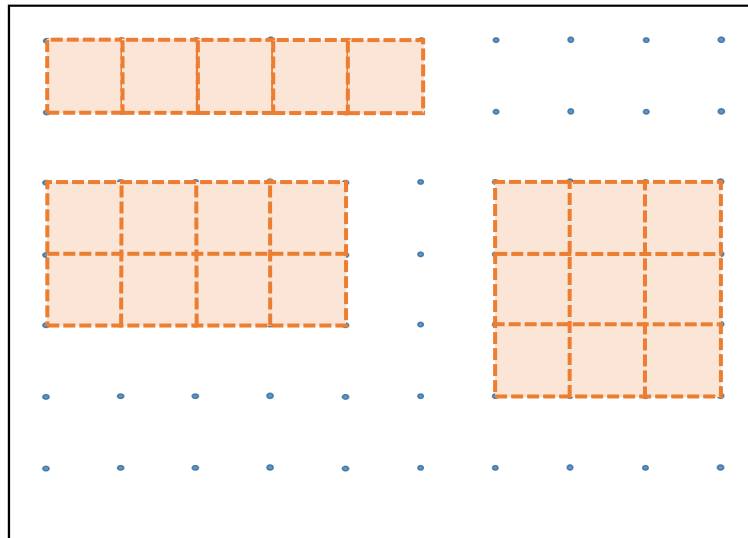


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Momento 3

Todos os quadriláteros possíveis que possuam perímetro correspondente a 16 unidades de comprimento do Geoplano.

Resolução

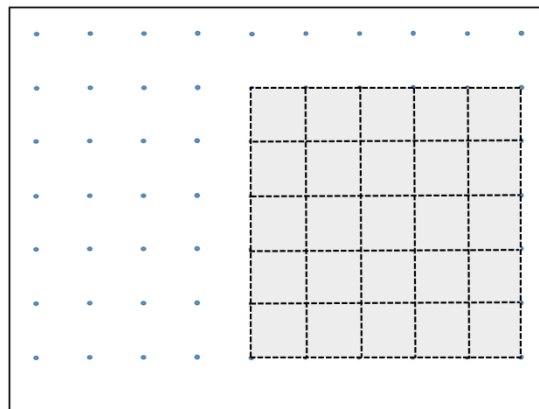
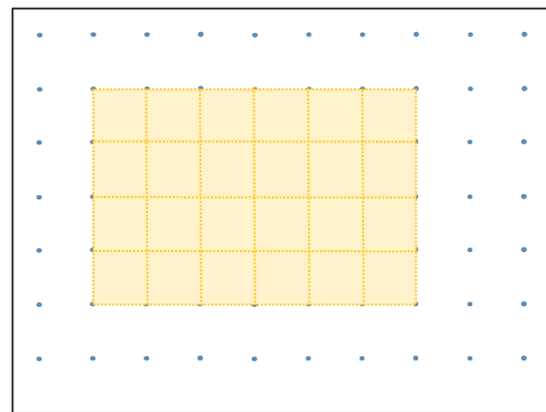
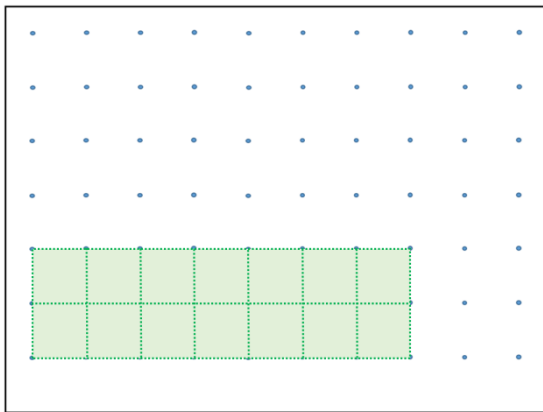
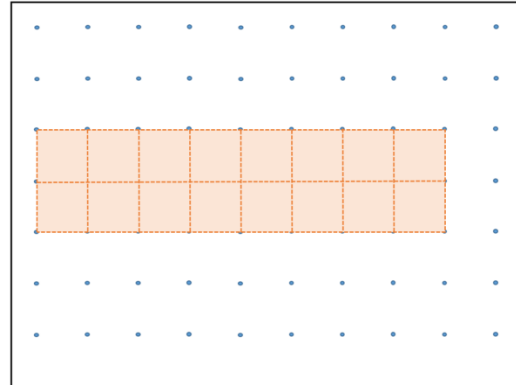
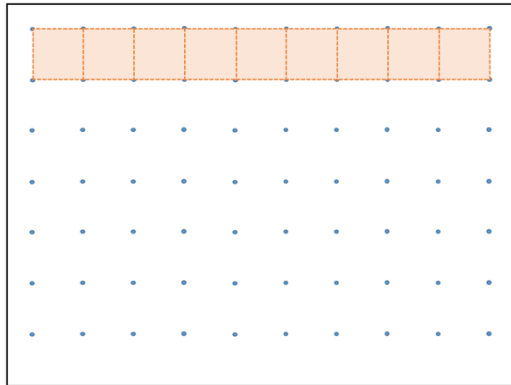


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Momento 4

Todos os quadriláteros possíveis que possuam perímetro correspondente a 20 unidades de comprimento do Geoplano.

Resolução (são apresentados os casos, separadamente)



Fonte: Figuras confeccionadas pela autora.

Orientações para o professor

A prática foi realizada individualmente.

As medidas de áreas e perímetros foram escolhidas de maneira a respeitar o tamanho do Geoplano utilizado.

Orienta-se ao professor o uso de elásticos finos, com tamanhos menores, para propiciar uma melhor flexibilidade no desenvolvimento da prática.

Módulo V – Circunferências e Círculos

Leia o texto a seguir.

CIRCUNFERÊNCIAS E CÍRCULOS

Desde os primórdios da humanidade o homem tem se deparado com uma forma geométrica que lhe fascina e desperta imensa curiosidade. Sentado à beira do fogo, o homem pré-histórico vislumbrava a lua cheia e via em seu contorno uma grande circunferência. Algo que lembrava as figuras formadas pelas sondas provocadas na água quando atirava uma pedra no lago ou a forma circular presente no interior dos olhos das pessoas.

A adoção da circunferência no cotidiano da humanidade foi uma consequência natural de tais observações: inventou-se a roda. A partir daí, mais e mais aplicações dessa forma geométrica vêm fazendo parte das nossas vidas.



Observe à sua volta os círculos e circunferências presentes em quase todo o tipo de máquinas: automóveis, aviões, radares, relógios, etc. Note o formato de alguns remédios ou a forma de alguns doces em uma confeitaria. Enfim, procure e você encontrará circunferências em lugares inimagináveis.



Invenções espetaculares surgiram com a ideia de circunferência. Por exemplo, até o ano de 1930 os laboratórios de física nuclear dispunham de aceleradores de partículas apenas na forma linear. Esses aparelhos são compostos por uma sequência de eletrodos ociosos dispostos em linha reta, através dos quais partículas são aceleradas, atingindo altíssimas velocidades, utilizando-se voltagem alternada.

O inconveniente desse tipo de acelerador é que necessitam de uma extensão muito grande para que as partículas atinjam a velocidade desejada. Por volta de 1930, o físico americano Ernest O. Lawrence contornou essa dificuldade, inventando o ciclotron, no qual as partículas são aceleradas em trajetórias circulares.



Mas você já se perguntou por que uma circunferência tem 360 graus? A resposta para esta pergunta está ligada ao nome de um matemático grego, Hiparco de Niceia, que viveu entre os anos de 180 e 125 a.C. Assim como a maioria dos matemáticos de sua época, Hiparco era fortemente influenciado pela matemática da Babilônia. Como os babilônios, ele também acreditava que a melhor base para realizar contagens era a base 60.

Os babilônios não haviam escolhido a base 60 por acaso. O número 60 tem muitos divisores: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60. Ele pode ser, facilmente, decomposto num produto de fatores, o que facilita muito os cálculos, principalmente as divisões.

Foi por essa mesma razão que, ao dividir a circunferência, Hiparco escolheu um múltiplo de 60. Cada uma das 360 partes iguais em que a circunferência foi dividida recebeu o nome de arco de 1 grau.



Cada arco de 1 grau foi dividido em 60 partes iguais e cada uma dessas partes recebeu o nome de arco de 1 minuto. Cada arco de 1 minuto, também, foi dividido em 60 arcos de 1 segundo.

Assim, o minuto, “pars minuta prima” ou primeira pequena parte, era a sexagésima parte da unidade do sistema babilônico e, o segundo, “partes minutae secundae” ou segunda pequena parte, era a última subdivisão, ou seja:

$$1 \text{ minuto} = 1'$$

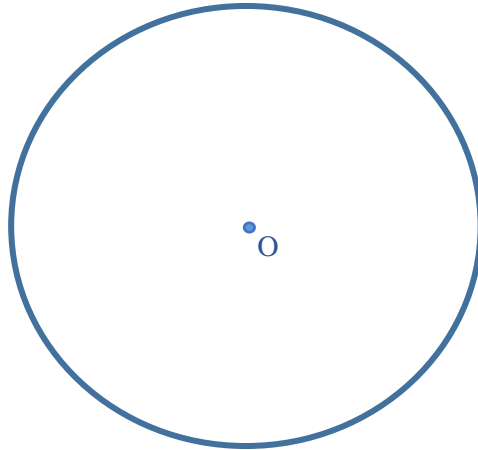
$$1 \text{ segundo} = 1''$$

*Texto acessado, extraído e adaptado, para fins didáticos, a partir do site:
Fonte: <http://clিকেaprenda.uol.com.br/portal/mostrarConteudo.php?idPagina=2555>*

Definições

Circunferência

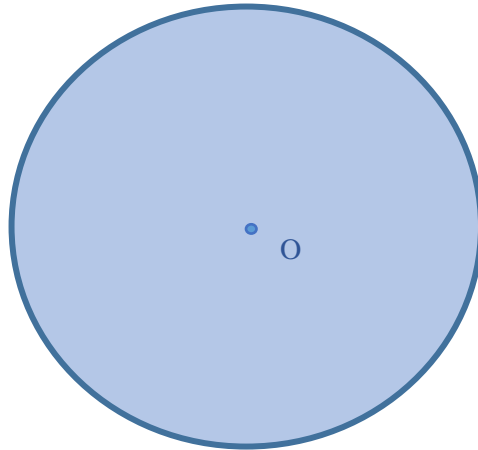
É o conjunto de pontos do plano que estão à mesma distância de um ponto central.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Círculo

É a porção de plano (do espaço) limitada pela circunferência.

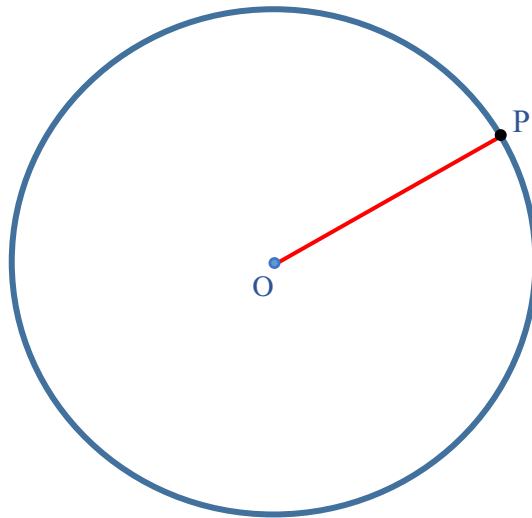


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Elementos

Raio

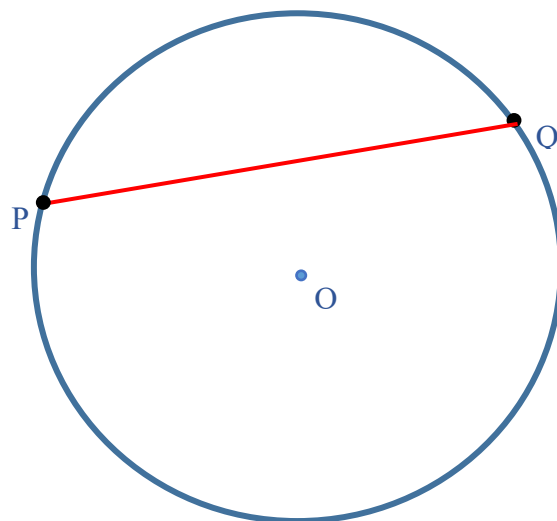
É o segmento de reta cujas extremidades são o centro da circunferência e um ponto qualquer da circunferência.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Corda

É o segmento de reta une dois pontos quaisquer da circunferência.

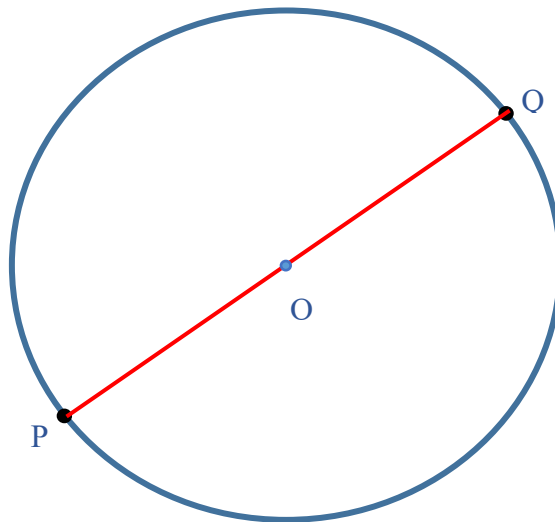


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Diâmetro

É considerada a ‘Corda Máxima’ da circunferência. É o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência, passando pelo centro.

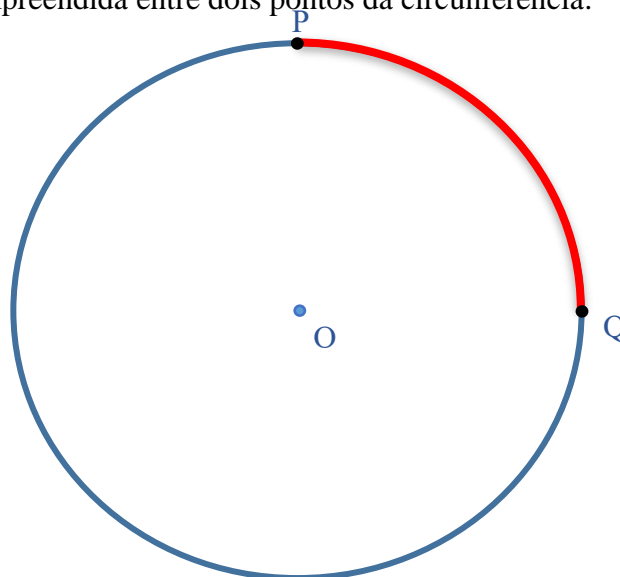
O diâmetro corresponde ao dobro do raio.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Arco de Circunferência

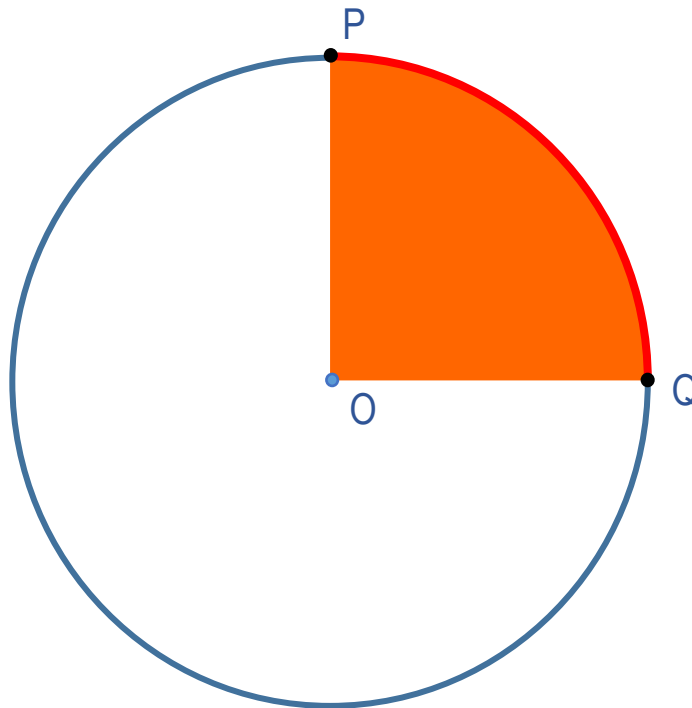
É a porção compreendida entre dois pontos da circunferência.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Setor Circular

É a porção do círculo compreendida entre dois raios e o arco da circunferência (ângulo central).

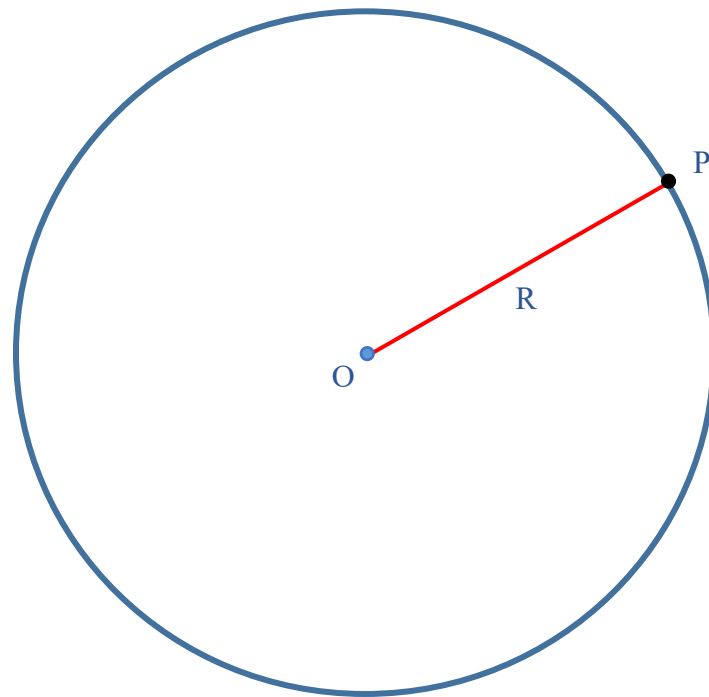


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Comprimento da Circunferência

Quando somamos todos os lados de uma figura plana, obtemos o seu perímetro. No caso específico do círculo, o cálculo do seu perímetro é dado pelo comprimento da circunferência (contorno do círculo), pois um círculo é contornado por uma circunferência que é formada pela união das extremidades de uma linha aberta.

O cálculo do comprimento da circunferência (perímetro) foi obtido da seguinte forma: como todas as circunferências são semelhantes entre si, ou seja, todas pertencem ao mesmo centro, concluiu-se que a razão entre os comprimentos de qualquer circunferência pelo seu respectivo diâmetro será sempre uma mesma constante.

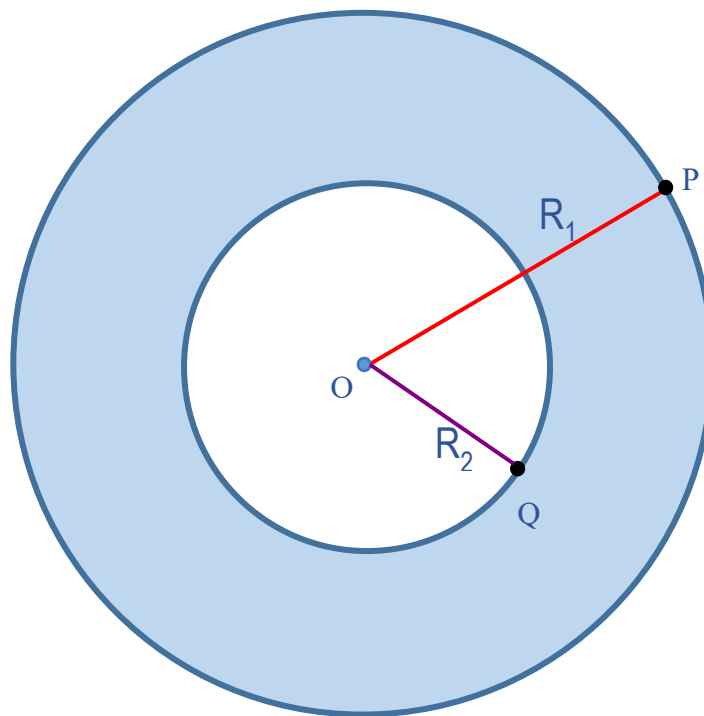


$$\text{Comprimento da Circunferência} = 2 \cdot \pi \cdot R$$

Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Coroa Circular

É uma região compreendida entre dois círculos concêntricos, cujas medidas dos raios sejam distintas.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.



Módulo V – Sugestões de Práticas Pedagógicas

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: V	Prática: 1
Assunto: Circunferências e Círculos	
Objetivo: <i>Construir de uma circunferência por meio de instrumentos.</i>	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4, em branco;
- Compasso.

Procedimento

O professor deve distribuir folhas de papel sulfite aos alunos e solicitar que eles construam (utilizando o compasso) circunferências que possuam:

- a) medida do raio igual a 4cm;
- b) medida do diâmetro igual a 10cm;
- c) medida do diâmetro igual a 7cm.

Nos casos **b** e **c**, os alunos devem estar atentos que a medida fornecida corresponde ao comprimento do diâmetro, ou seja, o dobro da medida do raio. Especificamente, no caso **c**, os alunos devem obter a medida do raio a partir da determinação da mediatriz de um segmento.

A prática é interessante para que os alunos se familiarizarem com o uso do compasso na construção da circunferência.

Orientações para o professor

Antes de iniciar as práticas, sugere-se que o professor apresente a definição (e os elementos) do círculo e da circunferência.

É recomendável fazer as devidas contextualizações, ressaltando a importância histórica de círculos e circunferências nas invenções, tais como a roda, e máquinas como: automóveis, aviões, radares, relógio, etc.

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual.

O professor deve organizar-se quanto ao tempo para realizar essa prática, pois o aluno precisa se adaptar ao uso do compasso para a realização das tarefas.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: V	Prática: 2
Assunto: Circunferências e Círculos	
Objetivo: Determinar o Centro e o Raio da Circunferência; Determinar o Número π ; Demonstrar o Comprimento da Circunferência.	

Recursos Materiais

- Folhas de papel sulfite A4, previamente impressas, com circunferências com medidas de raios diferentes (pelo menos, três casos);
- Lápis;
- Régua;
- Compasso;
- Linhas de artesanato;
- Calculadora.

Procedimento

Inicialmente, distribui-se uma folha de papel sulfite (com a circunferência já impressa), uma régua e um pedaço de linha de artesanato. Em seguida, solicitar aos alunos que utilizem a linha de artesanato para que determinem, aproximadamente, o comprimento da circunferência. O aluno deve anotar o valor encontrado na célula correspondente da tabela, constante na mesma folha que contém a circunferência.

Concluída a primeira etapa, os alunos devem assinalar três pontos, distintos, na circunferência e, a partir deles, determinar duas cordas. Em cada uma das cordas, os alunos

determinam a mediatriz (utilizando régua e compasso) e, no ponto de encontro das mediatrizes, assinalam o centro da circunferência.

Encontrado o centro da circunferência, os alunos determinam a medida do raio e , em seguida, do diâmetro.

Com os valores obtidos, os alunos completam a tabela fazendo seus cálculos com o uso da calculadora, obtendo ao final, uma aproximação do valor de π .

Considerações

Por saber que se trata de uma atividade prática, com expectativas de imprecisões na medida do comprimento da circunferência, bem como possíveis imperfeições nos desenhos realizados pelos alunos, devemos considerar uma margem de erro para a medida da constante π .

Sem considerar maiores cálculos, precisão que não será considerada ponto alvo dessa prática, adotamos a margem de erro em torno de 10% (dez por cento, para mais ou para menos). Assim, consideramos (para efeitos práticos / pedagógicos) que o valor da constante π , equivalente a 3,141592654 poderá variar entre:

$$2,827433388 \leq \pi \leq 3,455751919$$

Orientações para o professor

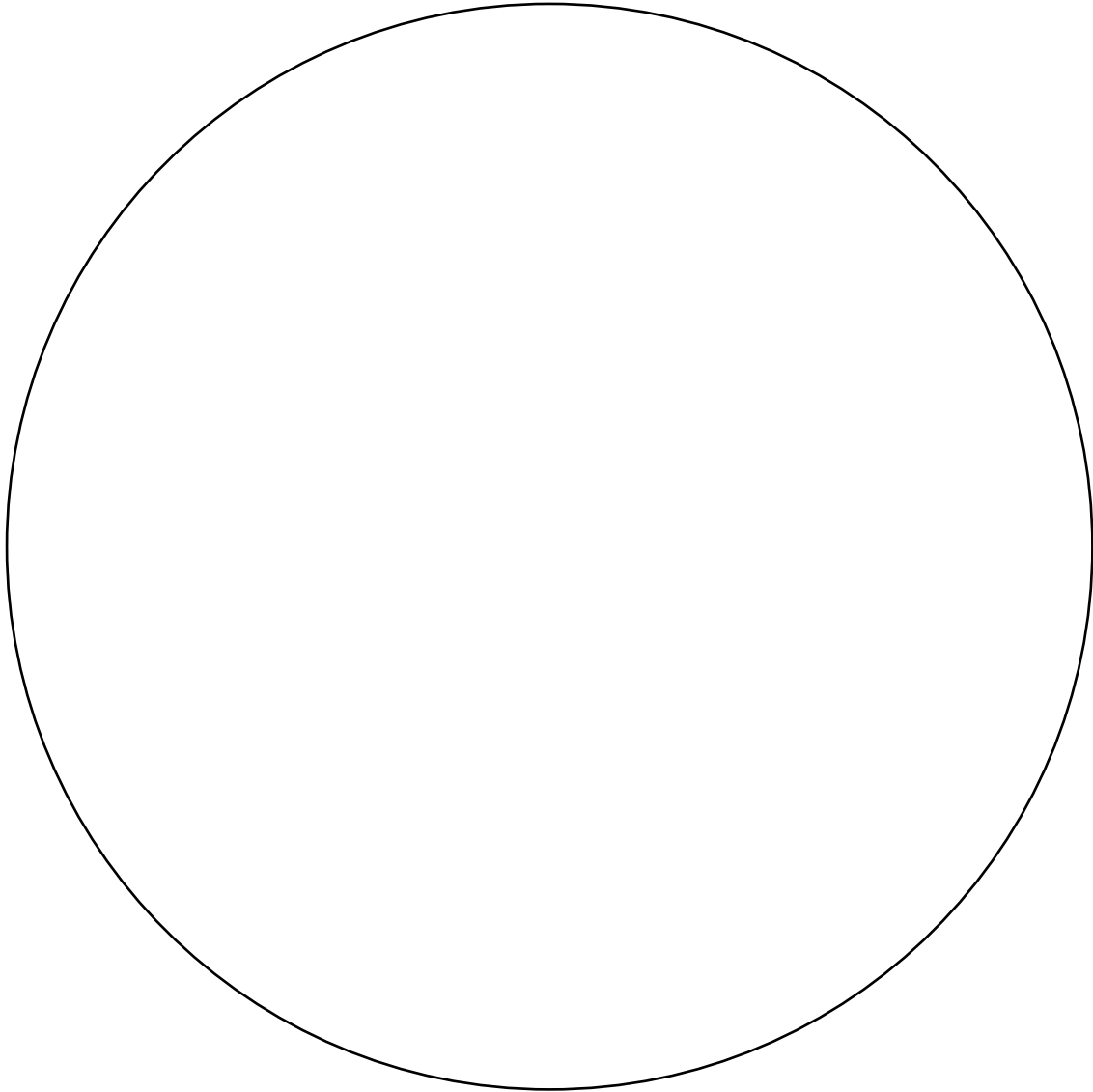
Sugere-se ao professor que, antes de iniciar a prática, fale aos alunos um pouco da história do número π .

Essa prática pode ser desenvolvida de maneira individual ou em dupla.

Para melhor desenvolvimento da prática, sugerimos o uso da calculadora.



A seguir, o modelo da folha a ser utilizada pelos alunos na realização dessa prática.

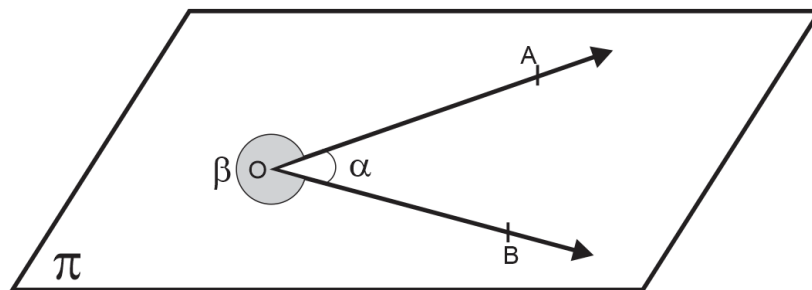


Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Medida encontrada para o comprimento da circunferência (C)	Medida encontrada para o raio (R)	Medida encontrada para o diâmetro (D)	Medida encontrada para o valor de π $\left(\frac{C}{2R}\right)$

Definição

Considere duas semirretas de mesma origem, não opostas, contidas num plano π . Elas separam o plano π em duas regiões, uma convexa que denominamos ângulo convexo, outra côncava que denominamos ângulo não convexo.



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Dizemos que as semirretas OA e OB são os lados do ângulo e fazem parte dele. Se houver ambiguidade na identificação do ângulo pela notação tradicional $A\hat{O}B$, devemos providenciar nomes exclusivos para cada um deles, α e β como na figura, ou especificar de qual dos ângulos estamos falando.

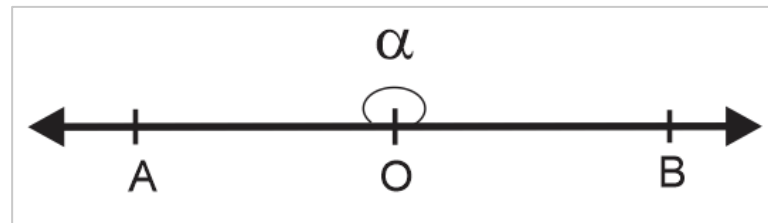
Reconhecimento de ângulo como mudança de direção ou giros

Diversas situações do cotidiano ilustram a ideia de ângulo: ao abrirmos uma porta, ao virarmos em uma esquina, ao girarmos um objeto. Tais situações podem ser selecionadas pelo professor, a fim de motivar as primeiras definições acerca desse tema. É importante salientar que o estudo da geometria, ao longo do Ensino Fundamental, ganha rigor à medida que novos teoremas são provados e vai-se construindo um sistema lógico-dedutivo para esse campo da Matemática. Dessa forma, o caráter lúdico das atividades aqui propostas deve levar à sistematização desse conhecimento através de definições precisas.

Observando as figuras abaixo, teremos:

Caso as semirretas sejam opostas (Caso A), teremos o plano dividido em dois semiplanos. Denominamos cada um deles de ângulo raso. Se as semirretas são coincidentes (Caso B), dizemos que temos um par de ângulos: um ângulo nulo que se reduz a semirreta e um ângulo de uma volta que é o plano todo. Aqui, deve-se notar a existência dos lados coincidentes.

Em todos os casos o ponto O é o vértice do ângulo. Em seguida, atribui-se medida ao ângulo. Define-se então o grau sexagesimal. Ângulos Convexos (Caso C) apresentam medidas menores do que 180° ; Ângulos não Convexos (Caso D), medidas maiores do que 180° . Ao Ângulo Raso atribui-se 180° ; ao Ângulo Nulo, 0° e ao Ângulo de uma volta, 360° .



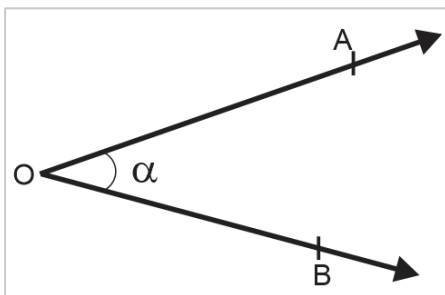
Caso A: Ângulo Raso



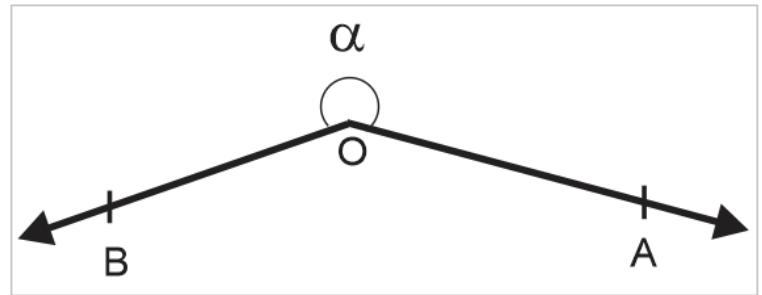
Caso B: Ângulo Nulo



Caso B: Ângulo de uma Volta



Caso C: Ângulo Convexo



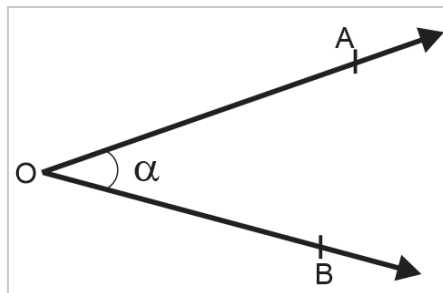
Caso D: Ângulo não Convexo

Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Outras classificações (ângulos especiais)

Ângulo Agudo

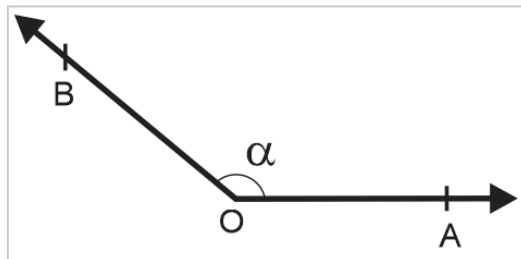
É o ângulo cuja medida é maior do que 0° e menor do que 90° .



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Ângulo Obtuso

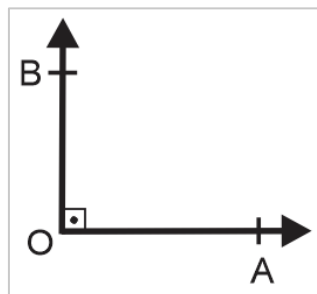
É um ângulo cuja medida está compreendida entre 90° e 180° .



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

Ângulo Reto

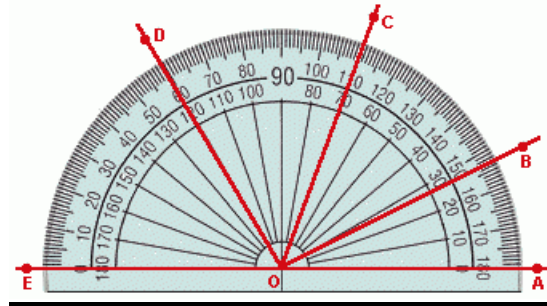
É o ângulo cuja medida é igual a 90° .



Fonte: Figura confeccionada pela autora.

O Transferidor

Para obter a medida aproximada de um ângulo traçado em um papel, utilizamos o transferidor, que contém um segmento de reta em sua base e um semicírculo na parte superior marcado com unidades de 0° a 180° . Alguns transferidores possuem a escala de 0° a 180° marcada em ambos os sentidos do arco para a medida do ângulo sem muito esforço.



Fonte: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/ztransfer.png>

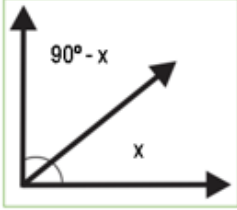
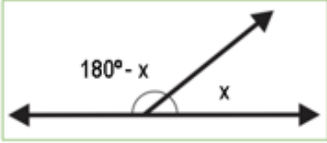
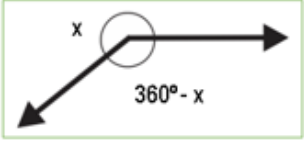
O ângulo $A\hat{O}C$ mede 70° . Na figura acima, podemos ler diretamente as medidas dos seguintes ângulos:

$m(A\hat{O}B) = 27^\circ$	$m(A\hat{O}C) = 70^\circ$	$m(A\hat{O}D) = 120^\circ$	$m(A\hat{O}E) = 180^\circ$
$m(E\hat{O}B) = 153^\circ$	$m(E\hat{O}C) = 110^\circ$	$m(E\hat{O}D) = 60^\circ$	$m(E\hat{O}A) = 180^\circ$

Ângulos Complementares, Suplementares e Replementares

Dois ângulos são denominados:

- **Complementares:** se a soma de suas medidas é igual a 90° ;
- **Suplementares:** se a soma de suas medidas é igual a 180° ;
- **Replementares:** se a soma de suas medidas é igual a 360° .

Complemento de x	Suplemento de x	Replemento de x
		
$90^\circ - x$	$180^\circ - x$	$360^\circ - x$

Fonte: Figura confeccionada pela autora.



Módulo VI – Sugestões de Práticas Pedagógicas

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: VI	Prática: 1
Assunto: Ângulos	
Objetivo: Classificar os ângulos por sua abertura; Classificar os ângulos por seus valores; Conhecer a nomenclatura dos ângulos. Compreender o funcionamento da plataforma Mangahigh e realizar a análise dos resultados dos alunos.	

Recursos Materiais

- Laboratório de informática, com acesso à internet;
- Aplicativo “Tipos de Ângulos”, disponibilizado pela plataforma Mangahigh.com.

Procedimento

Antes de iniciarmos o roteiro dessa prática, vamos apresentar a plataforma Mangahigh.com, através de informações contidas no próprio portal, por meio da seção “perguntas e respostas” (descrito em forma de texto).

Mangahigh.com é um site voltado para o ensino-aprendizagem baseado em games, possibilitando o aprendizado da matemática através de games casuais, numa perfeita correlação entre o lúdico e a aprendizagem.

Ensino-aprendizagem baseado em games é a fusão entre games para computador e disciplinas acadêmicas que visa oferecer um suplemento atrativo e estimulante à pedagogia

tradicional. Muitos estudos científicos demonstraram que alunos atingem um melhor desempenho com a ajuda do ensino-aprendizagem baseada em games.

Acredita-se que o método Mangahigh.com seja eficaz pelas seguintes razões:

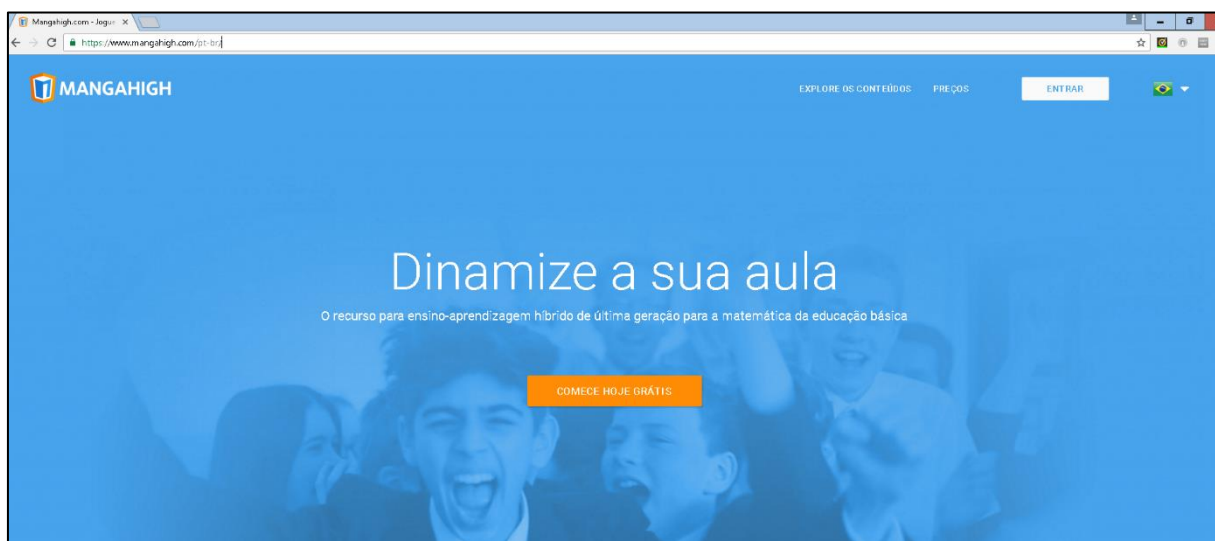
Adaptatividade: Cada game abrange determinados conteúdos e foi concebido para, dinamicamente, adaptar o nível de dificuldade de acordo com a habilidade de cada aluno, de forma a ajudar o aluno a permanecer em sua zona de desenvolvimento proximal, ou seja, o nível de dificuldade que não é fácil ou difícil demais;

Automaticidade: É a habilidade de fazer coisas sem ocupar a mente com os pormenores necessários;

Disciplina e autoinstrução: Os jogos desenvolvem a habilidade e a curiosidade dos alunos para observar, hipotetizar, testar, avaliar, concluir e refinar ideias que nem sempre são possíveis através da metodologia de ensino pedagógico tradicional.

Aplicação da teoria: Os games oferecem contextos fortes que, geralmente, revelam aplicações do “mundo real” para os tópicos em questão, aumentando, desta forma, o interesse dos alunos e encorajando-os a explorar em maior profundidade.

Para iniciar a atividade, solicitamos que os alunos, acessem a plataforma Mangahigh.com por meio do endereço eletrônico: <https://www.mangahigh.com/pt-br/>



Em seguida, clicar no botão ‘Entrar’ e preencher os dados de acesso, conforme instrução dos Professores Mediadores. (Os alunos devem estar, previamente, cadastrados e alocados em uma turma para a realização das tarefas). Uma vez com o acesso autorizado, os alunos devem fazer uso dos aplicativos.

1º MOMENTO

Tipos de Ângulos

Nessa atividade, os alunos devem demonstrar conhecimento relacionados à classificação dos ângulos pela abertura; classificação dos ângulos pelos valores; nomenclatura dos ângulos.

2º MOMENTO

Medição de Ângulos

Nessa atividade, os alunos devem ser capazes de estimar a medida dos ângulos, comparando-os apenas pela abertura; comparar as medidas dos ângulos, apresentando seus valores; e visualizar as medidas dos ângulos por meio do transferidor

3º MOMENTO

Comparar Ângulos

Nessa atividade, os alunos devem ser capazes de comparar ângulos apresentados em diversos polígonos; identificar e reconhecer ângulos internos e externos de polígonos; determinar a medida de ângulos, utilizando o transferidor; e comparar medidas de dois ou mais ângulos.

4º MOMENTO

A Tangled Web

A atividade em questão representa um jogo, para cuja solução os alunos devem demonstrar domínio dos conteúdos ministrados até essa etapa do curso, incluindo, o conceito de ângulos, retas paralelas, concorrentes e perpendiculares.

Ao final de todas as atividades, os alunos terão conhecido a plataforma, sob a visão do professor, onde são apresentados os relatórios de aproveitamento dos alunos, ao longo da realização das atividades.

Espera-se que essa atividade contribua para o desenvolvimento do aluno, de uma maneira, lúdica e prazerosa.

Orientações para o professor

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, não há impedimento para que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão deve ser pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor em relação ao laboratório de informática.

Antes de iniciar a prática, sugere-se que o professor apresente a classificação de ângulos e, através de exemplos, demonstre como se pode observar os ângulos em nosso dia a dia.

O professor deve monitorar o tempo de duração dessa prática, pois o aluno precisa conhecer bem a plataforma Mangahigh para a realização das tarefas.

Roteiro da Prática

Curso: GEOMETRIA COM ENFOQUE DIFERENTE: UMA PROPOSTA PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Módulo: VI	Prática: 2
Assunto: Ângulos	
Objetivo: Reconhecer o conceito de ângulo como mudança de direção ou giros.	

Recursos Materiais

- Laboratório de informática, com acesso à internet;
- Aplicativo “Daqui pra lá, de lá pra cá”, disponibilizado pelo site da Revista Nova Escola.

Procedimento

Inicialmente, os alunos devem acessar o site do jogo a partir do endereço:

http://novaescola.org.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?212_mapa.swf



Nessa atividade, o aluno deve movimentar o personagem até que chegue ao seu destino, escolhendo o trajeto mais curto. Para isso, deve guiá-lo pelas ruas da cidade, seguindo as informações constantes na parte de baixo do mapa, tomando o devido cuidado com os diversos obstáculos que surgirão pelo caminho.

No decorrer da atividade, o professor deve circular pelo laboratório e questionar os alunos, sobre as técnicas utilizadas por eles (alunos) para solucionar os problemas apresentados.

Orientações para o professor

Orienta-se que essa prática seja desenvolvida, preferencialmente, de maneira individual. Entretanto, nada impede que o procedimento seja realizado em duplas. A decisão será pautada de acordo com a realidade encontrada pelo professor em relação ao laboratório de informática.

Antes de iniciar a prática, sugere-se que o professor reforce com os alunos o conceito de lateralidade.

O professor deve monitorar o tempo de duração dessa prática, pois o aluno precisa conhecer bem o funcionamento do aplicativo para a realização das tarefas.

Sites consultados

<http://rede.novaescolaclube.org.br/planos-de-aula>

http://novaescola.org.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?212_mapa.swf

<http://escolakids.uol.com.br/condicao-existencia-um-triangulo.htm>

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>

<https://www.mangahigh.com/pt-br/>

<http://www.didaticarte.it/Blog/?p=442&lang=pt>

<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/16565/solidosgeometricos%20-%20home.htm?sequence=33>

<http://clিকেaprenda.uol.com.br/portal/mostrarConteudo.php?idPagina=2555>

<http://www.sofazquemsabe.com/2012/09/diferencas-entre-linha-curva-poligonal-regiao-geometrica-convexa-concava.html>

<http://www.jamor.eu/gd/10o-ano/conceitos/ponto.html>

<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/posicoes-relativas-1.htm>

<http://brasilescola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm>

<http://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-poligonos-convexos-regulares.htm>



<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/poligonos-convexos-regulares.htm>

http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/cont_angulos.htm

http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/moduloII/pdf/rpm_angulos.pdf

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/geometria/geo-ang.htm>