

APRENDENDO MEDIDAS

Medidas de Tendência Central e de Dispersão

Guia do Usuário

Elaborado por:

Maria das Mercês Coutinho Mota

Ronaldo Rocha Bastos



Este trabalho está licenciado com uma Licença [Creative Commons – Atribuição – NãoComercial 4.0 Internacional](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br />Este trabalho está licenciado com uma Licença <a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional</a>.
```

Carta de Apresentação

Caro professor(a), ficamos felizes por você selecionar este material para auxiliá-lo(a) em suas aulas, saiba que este foi elaborado com muita estima, tendo como base as orientações curriculares e as recentes pesquisas desenvolvidas que abordam essa temática, pensando sempre no aproveitamento de nossos alunos.

O Objeto de Aprendizagem que acaba de selecionar, denominado *Aprendendo Medidas*, traz uma nova forma de abordar os conceitos de Medidas de Tendência Central (mediana, média e moda) e Medidas de Dispersão (amplitude, variância, desvio-padrão, e coeficiente de variação), possibilitando utilizar a tecnologia como suporte no processo de ensino-aprendizagem.

Este objeto, *Aprendendo Medidas*, foi validado por meio de pesquisa científica, a qual foi intitulada: “O Uso de Objetos de Aprendizagem para o Ensino e Aprendizagem de Estatística no Ensino Médio”, elaborada no âmbito do Mestrado Profissional em Educação Matemática, da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Este guia, irá orientá-lo sobre a funcionalidade do objeto de aprendizagem, para proporcioná-lo um maior aproveitamento deste recurso, e elucidar as principais dúvidas quanto a sua utilização.

Excelente aplicação!

Com carinho,

Os autores.

Sumário

1. Lista de ícones.....	4
2. Acesso ao OA:.....	5
3. O site “Aprendendo Medidas”	11
3.1 Início	11
3.2 Medidas de Tendência Central	12
3.3 Medidas de Dispersão	41
3.5 Extra	58
3.6 ENEM	59
3.7 Carta ao professor	60
4. Metadados.....	61
Referências.....	62

1. Lista de ícones



Próximo



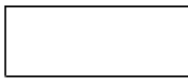
Anterior (Voltar)



Volta para o Início



Link para assistir um vídeo no Youtube



Local a ser preenchido com os valores numéricos

Verificar

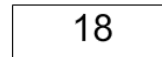
Testar a resposta apresentada, podendo ser:



Verificar



Incorreta ou



Verificar



correta



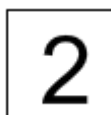
Item de seleção, podendo ser:



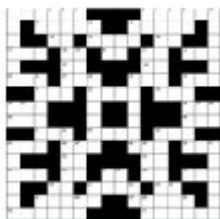
correto



incorreto



Item de seleção, podendo estar correto ou não.



Link para cruzadinha online.

enem

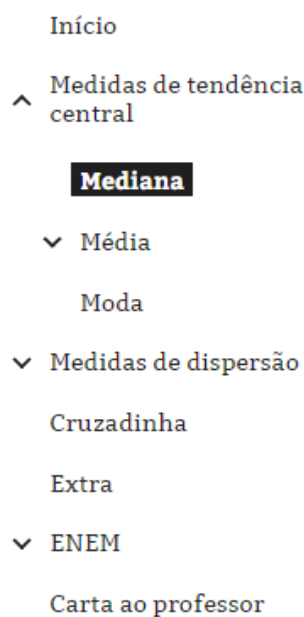
Exame Nacional do Ensino Médio


Link para questões do Enem online.

2. Acesso ao OA:

2.1) Versões do Windows:

- 1) Abrir o navegador utilizado, podendo ser Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer, ou Microsoft Edge.
- 2) Digitar o endereço do site:
<https://sites.google.com/view/aprendendomedidas/>
- 3) Escolher o conteúdo a ser trabalhado na guia lateral do site, por exemplo Mediana:



Na página do site, você terá acesso ao conceito de Mediana e exemplos de aplicação. Há situações que haverá mais de uma imagem no site, para alternar entre as imagens use o botão:  .

Role a página e você terá duas opções de acesso às atividades do OA:

A primeira é o Acesso Online, para isso clique no botão:

Acessar Online

Após o clique, você será direcionado ao blog <https://aprendendomedidas.blogspot.com/>, na página específica do conteúdo selecionado. Na situação exposta anteriormente, da seleção do conteúdo Mediana, você será direcionado à seguinte página:



Para acessar as atividades, você deve autorizar a execução do Adobe Flash, para isso, clique na imagem cinza, presente na página:



Após o clique, surgirá a seguinte mensagem:



Autorize a execução do arquivo Flash, clicando em uma das opções, e o conteúdo será disponibilizado.

APRENDENDO MEDIDAS


Medidas de Tendência Central e de Dispersão

Menu

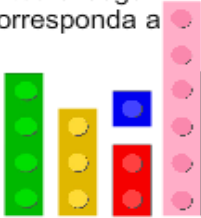
- Início
- **Mediana**
- Média Aritmética
- Média Aritmética Ponderada
- Moda
- Amplitude
- Variância
- Desvio-padrão
- Coeficiente de Variação
- Medidas de dispersão

Mediana

Mediana

Atividades 

Ordene as peças de diferentes comprimentos a seguir para encontrar a peça cujo comprimento corresponda a mediana desta amostra:



$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$
1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a

A peça de comprimento mediano é representada pela cor:

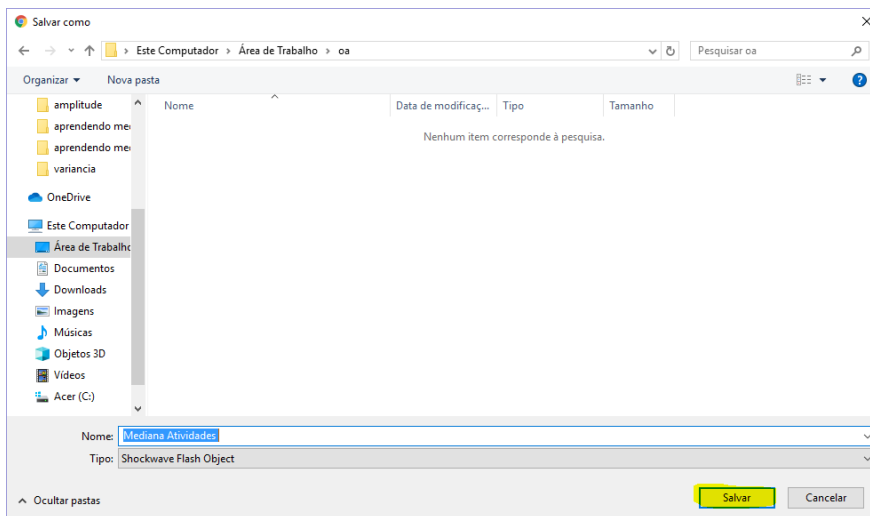
Azul	Amarela	Verde
------	---------	-------

Para utilizar o conteúdo, use o *mouse*, ou o *touchpad*. Haverá atividades nas quais serão utilizadas o teclado numérico.

A segunda opção, é baixar o arquivo para utilizá-lo offline, você deve selecionar este botão:

Baixar arquivo

Ao selecionar esta opção, abrirá uma caixa de mensagem solicitando o destino para armazenar o arquivo. Escolha o local do armazenamento e clique em salvar:



Vá na pasta que você guardou o arquivo e clique sobre ele com o botão direito do mouse, selecione “Abrir com” e escolha um navegador. O OA abrirá em tela cheia no navegador escolhido pronto para ser utilizado.

Mediana
Atividades

Ordene as peças de diferentes comprimentos a seguir para encontrar a peça cujo comprimento corresponda a mediana desta amostra:

1ª 2ª 3ª 4ª 5ª

A peça de comprimento mediano é representada pela cor:

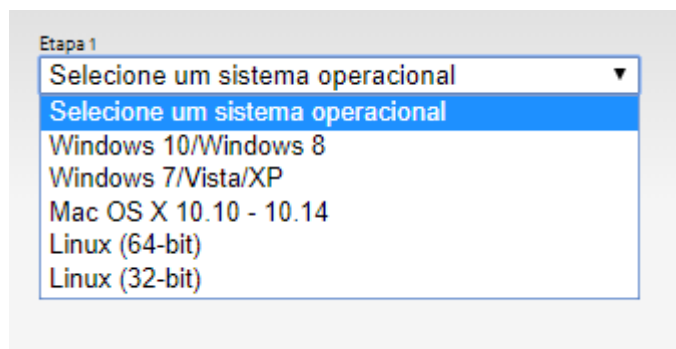
Para realizar a próxima atividade, você terá que retornar ao site. Mudando de guia no navegador utilizado.

2.1) Demais versões:

Em algumas versões do Linux ou Ubuntu não é possível utilizar o OA online. No entanto, é possível baixar o arquivo e utilizá-lo offline. Antes, porém, é necessária a instalação de um software que permite abrir arquivos no formato SWF (arquivo de saída do Adobe Flash).

Você pode fazer isso de duas formas. A primeira consiste em ir ao site da Adobe e baixar o plugin do Adobe Flash. Para isso acesse: <https://get.adobe.com/br/flashplayer/otherversions/>, e selecione:

- O sistema operacional:



- E a versão do seu computador ou notebook.

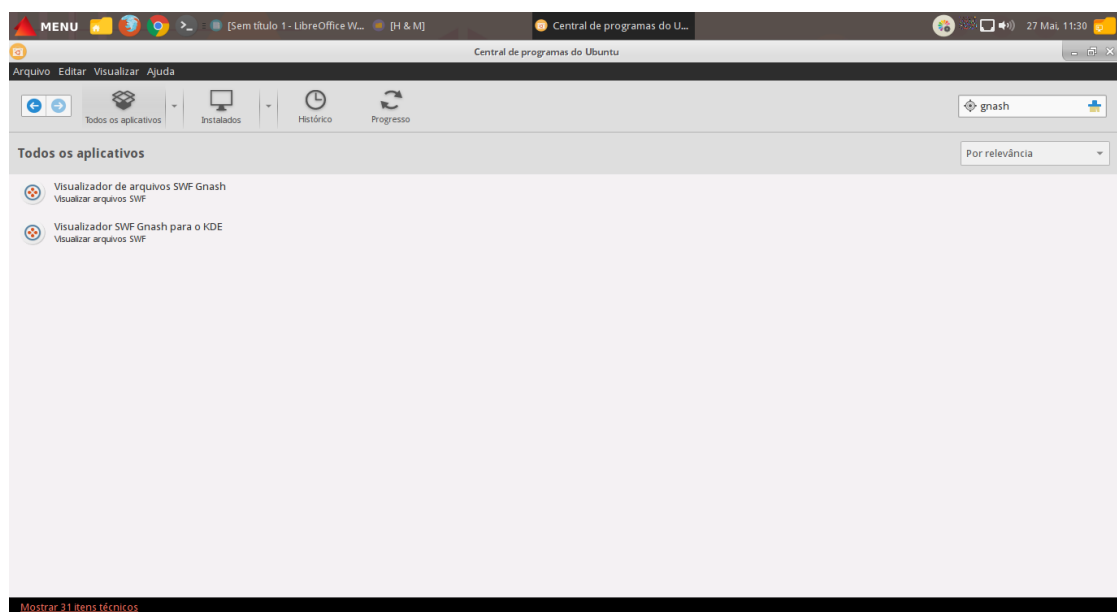
Posteriormente clique em “Baixe agora”, e siga as instruções na tela para realizar o download do *plugin*.



Uma outra opção, disponível para versões do Linux, é baixar o “Visualizador de arquivos SWF Gnash”. Para isso, abra a “Central de Programas do Ubuntu”:



Na barra de pesquisa digite “Gnash”, aparecerão os seguintes itens:



Clique sobre os arquivos e selecione a opção “instalar”.

Após baixar os softwares, para abrir o arquivo basta clicar com o botão direito do mouse sobre o arquivo `.swf` e selecionar para abri-lo com aplicativo “Gnash”. Dentro do aplicativo, selecione a opção *View* (Visualizar), *Fullscreen* (Tela cheia). O OA estará pronto para uso.

3. O site “Aprendendo Medidas”

O site é dividido em páginas para facilitar o acesso ao conteúdo desejado. As páginas podem ser acessadas no menu lateral, conforme a imagem a seguir:



As próximas duas páginas, são referentes aos conteúdos que são abordados pelo OA. Inicialmente, temos as Medidas de Tendência Central, que possui como subpáginas a Mediana, Média e Moda. E posteriormente, as Medidas de Dispersão, que também possui subpáginas, a saber: Amplitude, Variância, Desvio Padrão e Coeficiente de Variação.

3.1 Início

Na abertura do site, primeira página denominada “Início”, está disponível uma breve apresentação sobre o OA e alguns aspectos da sua funcionalidade, o que proporciona ao docente verificar se as suas características despertam seu interesse. No final desta página, há um link de acesso à versão completa do OA disponibilizado (junção dos conceitos, conteúdos, vídeos, etc.).

3.2 Medidas de Tendência Central

Na página referente às Medidas de Tendência Central, temos disponível um vídeo motivacional de introdução ao conteúdo, que apresenta uma situação peculiar a respeito do uso de médias. Para utilizar este vídeo, basta clicar sobre ele na página do site, ou baixar o vídeo para utilizá-lo sem ser necessário o acesso à internet, no link disponível abaixo do vídeo.

Não é difícil encontrar situações que se valem da apropriação do termo “média” e não utilizar a média aritmética, e sim, a mediana ou a moda, por exemplo. O que não está incorreto, no entanto, não está claro ao leitor, e deixa-o duvidoso. Este vídeo motivacional foi elaborado baseado no Capítulo 2: “A média bem escolhida”, do livro “Como Mentir com Estatística”. Neste capítulo estão presentes outras situações que também envolvem este tipo de escolha da média na divulgação de pesquisas, ou *marketing*.

É interessante conversar com os alunos após a exibição deste vídeo, e questioná-lo sobre situações equivalentes, ou pedir para que eles pesquisem sobre este tipo de situação, verificando o impacto que esta “escolha da média”, pode gerar no contexto em que ela está sendo utilizada. Como dito anteriormente esta página se subdivide em três partes: Mediana, Média e Moda. A seguir, veremos detalhadamente cada uma delas.

3.2.1 Mediana

Na página “Mediana” encontramos o conceito de mediana e exemplos de sua aplicação, como pode ser observado na imagem a seguir:




Para alternar entre as imagens da página, utilize a seta branca, presente no círculo cinza.

No final da página estão disponíveis os links de acesso as atividades referentes a mediana; siga as instruções presentes no segundo tópico deste arquivo, para utilizar as atividades.


a) Atividade I

A primeira atividade referente à mediana, consiste na busca pelo comprimento mediano das peças de lego de uma amostra de cinco elementos. Para encontrar tal comprimento é necessário ordenar as peças, de forma crescente ou decrescente. É necessário o auxílio docente neste momento para orientar os alunos a respeito da ordenação. Caso o aluno não ordene corretamente e selecione uma peça que não corresponda a mediana, ele receberá um *feedback* que sua resposta está incorreta e que é preciso refazer a atividade. A resposta que se espera para a primeira atividade é:

Mediana

Atividades 

Ordene as peças de diferentes comprimentos a seguir para encontrar a peça cujo comprimento corresponda a mediana desta amostra:



Ordem	Cor	Comprimento
1ª	Azul	Menor
2ª	Vermelha	Pequeno
3ª	Amarela	Medio
4ª	Verde	Grande
5ª	Rosa	Maior



A peça de comprimento mediano é representada pela cor:

Observe que esta atividade consiste em encontrar a mediana para um número ímpar de termos, ou seja, é necessário apenas determinar o termo central. Vale destacar que se as peças forem ordenadas de forma decrescente, a mediana permanecerá.

Após realizar a atividade de forma correta, você poderá prosseguir para a próxima atividade, para isso clique na seta verde presente no final do OA:


Muito bem!

A mediana é o valor central dos termos... Assim, a mediana é dada pela peça de cor amarela.

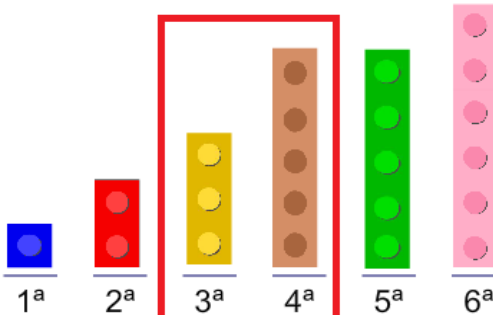


b) Atividade II

A segunda atividade, por sua vez, consiste em determinar a mediana de uma amostra que contém um número par de elementos. Assim, solicita-se que seja determinado o número de círculos da peça que corresponda a mediana desta amostra. Como resposta esperada, temos:

Mediana
Atividades 

Determine a mediana desta nova amostra:



1^a 2^a 3^a 4^a 5^a 6^a

A mediana neste caso, será dada por uma peça de quantos círculos?

4 5 6

Espera-se que nessa atividade o usuário, após ordenar as peças, identifique as peças amarela e marrom (ou amarela e verde, depende de qual peça o aluno colocará na quarta posição), como as peças centrais, e encontre a mediana verificando o total de círculos nas duas peças e dividindo por dois. Assim, somando 3 (três) círculos da peça amarela, com 5 (cinco) círculos presentes na peça marrom, temos um total de 8 (oito) círculos, o qual dividindo por dois, podemos determinar a mediana, que é representada por uma peça de 4 (quatro) círculos.

Após finalizar a atividade, de forma análoga a anterior, para ir para a próxima atividade, é necessário clicar na seta verde, presente no final do OA.

c) Atividade III




Esta atividade proporciona identificar a mediana de um conjunto de dados numéricos. O conjunto de dados é formado pelos pontos de audiência de um programa de televisão ao longo da semana, e solicita a mediana dos pontos obtidos, para a realização desta atividade é disponibilizado espaços onde podem ser ordenados os pontos. Uma forma de realizar esta atividade é:



Dias	Audiência (Pontos)
Segunda-feira	19
Terça-feira	18
Quarta-feira	12
Quinta-feira	20
Sexta-feira	17
Sábado	21
Domingo	15

Para identificar a mediana, é importante ordenar os valores da audiência:

, , , , , ,

Logo, a mediana será:

Para preencher os quadros em branco, é necessário clicar com o mouse sobre o quadro e digitar o valor desejado. Para verificar se a resposta dada é correta, clique no botão . Após a inserção do valor e o clique, aparecerá o símbolo , informando que sua resposta está correta, ou o símbolo , informando que sua resposta está incorreta.

Essa atividade foi elaborada a partir do exemplo presente no site Brasil Escola, elaborada pela professora Amanda Gonçalves Ribeiro, e pode ser acessada pelo link: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/mediana.htm>.

d) Atividade IV

Na última atividade referente a aplicação do conteúdo mediana, temos uma amostra com um número par de elementos, referente à venda de picolés realizada por um rapaz. Para determinar a mediana nesta atividade, é necessário inicialmente ordenar os dados, e depois determinar a média dos termos centrais. Assim, como resposta temos:

Mediana*Atividades*

Utilize os espaços a seguir para determinar a mediana:

Dias	Picolés
1	16
2	10
3	12
4	20
5	14
6	13
7	18
8	14
9	16
10	19

10, 12, 13, 14, 14,
16, 16, 18, 19, 20.

Logo, a mediana será:



O valor 15 (quinze) foi obtido somando-se os termos centrais 14 (catorze) e 16 (dezesesseis), e dividindo o resultado por 2 (dois):

$$14 + 16 = 30$$

$$30 \div 2 = 15$$

Após realizar a atividade e verificar a resposta, pode-se seguir para as próximas questões.

Essa atividade também foi elaborada a partir do exemplo presente no site Brasil Escola, elaborada pela professora Amanda Gonçalves Ribeiro, e pode ser acessada pelo link:

<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/mediana.htm>

e) Atividades conceituais

As questões que seguem a atividade, permitem generalizar situações referentes ao uso da mediana. As respostas consideradas corretas destas questões são:

Mediana*Atividades*

Considere a mediana de um conjunto de 20 dados, todos diferentes. O valor da mediana diminui, aumenta ou mantém-se quando:

a) Se acrescenta um dado com valor inferior a todos os outros?

Diminui Aumenta Mantém-se

b) Se acrescenta um dado com o valor da mediana?

Diminui Aumenta Mantém-se

**Mediana***Atividades*

Considere a mediana de um conjunto de 20 dados, todos diferentes. O valor da mediana diminui, aumenta ou mantém-se quando:

c) Se acrescenta um dado com valor superior ao da mediana?

Diminui Aumenta Mantém-se

d) Se acrescentam dois dados, um dado com valor inferior a todos os outros e outro dado com valor superior a todos os outros?

Diminui Aumenta Mantém-se



Para ilustrar esta situação é importante criar um exemplo numérico para auxiliar os alunos a compreender o que está sendo solicitado.

Um exemplo aplicável seria o conjunto: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20, que possui mediana 10,5.

Na primeira alternativa, propõe acrescentar um valor inferior a todos os outros, podemos adicionar por exemplo, o valor 0. Assim, o novo conjunto seria: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20, e, por sua vez, a mediana passaria a ser 10.

Na segunda alternativa, é sugerido acrescentar o valor da mediana, logo, teríamos que o conjunto de dados seria: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10,5, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20, e manteria o valor da mediana 10,5.

Na terceira alternativa, propõe acrescentar um valor superior ao da mediana. Podemos adicionar por exemplo, o valor 12. Assim, o novo conjunto seria: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20, e, por sua vez, a mediana passaria a ser 11.

Na quarta alternativa, propõe acrescentar um valor superior e um valor inferior ao da mediana. Podemos adicionar por exemplo, o valor 1 e 16. Assim, o novo conjunto seria: 1,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16, 16, 17, 18, 19 e 20. Assim, a mediana manteria o valor de 10,5.

Estas atividades conceituais, foram elaboradas a partir do artigo Dificuldades de alunos do 12^o ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares, de autoria de Maria Gracelina Matos de Boaventura e José António Fernandes, em 2004, link para acesso: <http://hdl.handle.net/1822/4150>.

3.2.2 Média Aritmética

De forma análoga a da Mediana, a página Média está disponível o conceito de média e exemplos de sua aplicação:



Média

O que é a Média Aritmética?

Média aritmética

A média aritmética é a soma das observações dividida pelo número delas'.

$$\bar{X} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n} \quad \text{onde,}$$

\bar{X} -> representa a média,

X_1, X_2, \dots, X_n -> são os valores observados,

n -> quantidade de elementos.

N -> quantidade de elementos.

Exemplos de situações que envolvem a Média Aritmética:

Média aritmética

Exemplo: Durante o inverno no sul do país foram registradas em 5 dias, exatamente às 6:00 da manhã, as seguintes temperaturas, em graus Celsius:

Dias	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Temperatura	4°	2°	6°	0°	3°

Qual foi a temperatura média registrada?

No final da página estão disponíveis os links de acesso as atividades referentes a média; da mesma forma que a mediana, escolha a opção desejada para usar a atividade (online ou offline), se alguma dúvida relativa a execução do arquivo surgir, consulte as instruções presentes no segundo tópico deste arquivo.

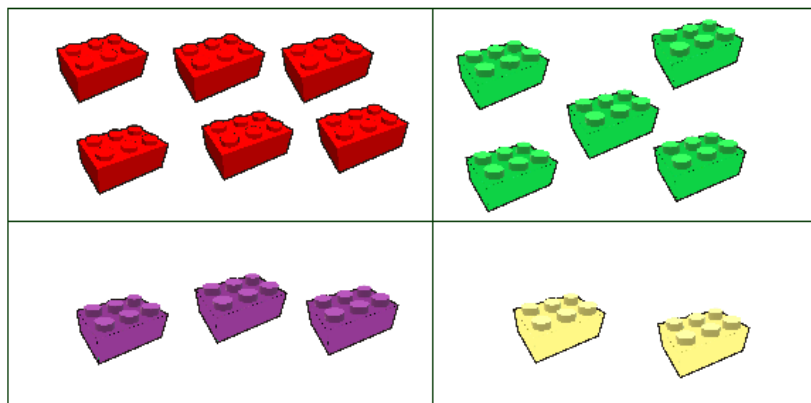
a) Atividade I

Esta primeira atividade segue o contexto do exemplo apresentado no tópico “Exemplos de situações que envolvem a média aritmética”; para facilitar a utilização, este exemplo segue na seção de atividades da média aritmética.

A primeira atividade baseia-se em uma situação hipotética que ocorre em uma sala de aula da Educação Infantil. A professora deseja aplicar uma atividade para os alunos dispostos em grupos, e para isso, é preciso que cada aluno do grupo tenha a mesma quantidade de peças que os demais integrantes daquele grupo. No entanto, ela percebe que os alunos não selecionaram o mesmo número de peças, e ela precisará intervir para poder prosseguir com a realização da atividade. Como exemplo orientador, temos a disposição das peças do Grupo A:

Média Aritmética

GRUPO A- Escolha inicial



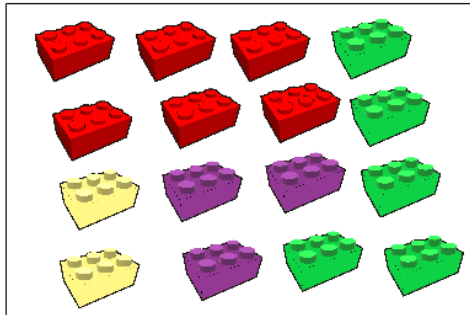
Nesta ilustração podemos observar que o grupo é composto por quatro alunos, e que a escolha de cada aluno está representada nas peças presentes nos retângulos. Este primeiro exemplo é apenas ilustrativo, não é possível realizar nenhum movimento de interação com as peças.

Este exemplo apresentado, consiste numa forma intuitiva de determinar a média aritmética. Assim, inicialmente é preciso somar todos os elementos da amostra, para posteriormente dividir pelo número de observações. Assim, a professora “junta” todas as peças presentes naquele grupo.

Média Aritmética

GRUPO A

Para redistribuir as peças, inicialmente a professora agrupou todas as peças:

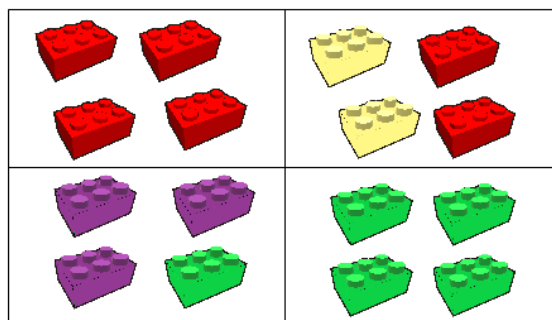


Ela observou que havia um total de 16 peças naquele grupo.

E posteriormente divide pelo número de alunos naquele grupo, para que cada criança tenha o mesmo número de peças:

Média Aritmética

Como ela queria que cada criança ficasse com o mesmo nº de peças, ela dividiu o total de peças pelo nº de crianças no grupo, resultando em 4 peças por criança ($16 : 4 = 4$), como pode ser observado a seguir:

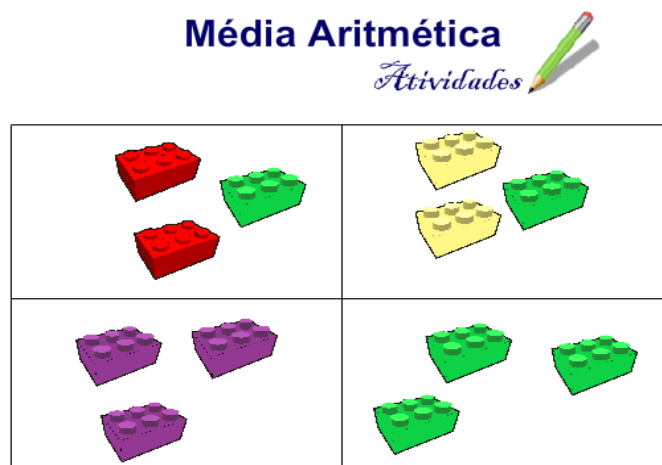


É importante destacar que a escolha na separação das cores é opcional e não interfere na realização da atividade. No entanto, embora esta questão não tenha sido criada com este objetivo é uma ótima oportunidade para trabalhar conceitos de Análise Combinatória, ao verificar as diversas possibilidades de divisão das peças, considerando as cores disponíveis na amostra.

Após esta explicação de como executar a atividade referente à divisão de peças nos grupos, são disponibilizados ao usuário três grupos de alunos para que eles também realizem a divisão das peças. Ou seja, a partir desta mensagem as peças passam a ser livres para serem modificadas.



O grupo B, por sua vez, também é composto por quatro alunos e a suas escolhas inicialmente foram: 2, 2, 3 e 5 peças. Uma possível forma de distribuição das peças será:



Cada criança ficará com quantas peças?

 2

 3

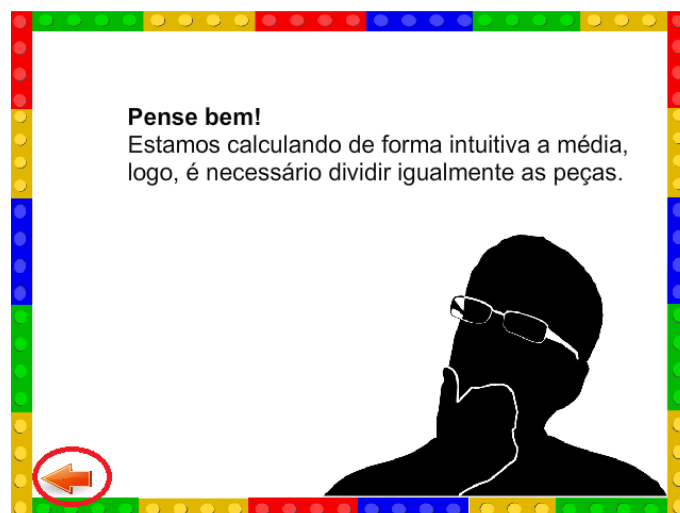
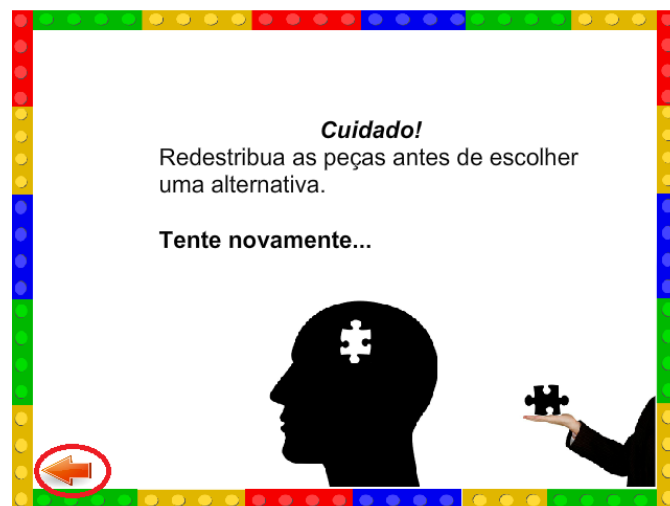
 4

Numericamente, podemos calcular a média, como a amostra inicial é 2, 2, 3 e 5, temos que a média será:

$$\bar{x} = \frac{(2 + 2 + 3 + 5)}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Em outras palavras, 3 peças representa a média do grupo B. Logo, para finalizar a atividade o aluno deverá realizar um clique sobre o número 3, obtendo uma mensagem de que sua atividade está correta.

Caso o usuário efetue a atividade de forma incorreta, o OA apresentará suas possíveis mensagens informando que a resposta está incorreta e disponibilizará a opção de refazer a atividade. Para isso, basta clicar na seta laranja presente no final da tela, no lado esquerdo.




b) Atividade II

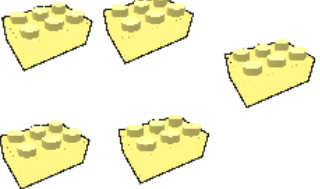
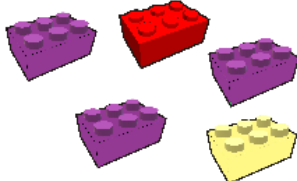
Nesta atividade é apresentado um novo grupo também composto por quatro participantes, onde a sua escolha inicial é dada por: 6, 7, 3 e 4 peças respectivamente. Determinando a média aritmética numericamente, teremos que:

$$\bar{x} = \frac{(6 + 7 + 3 + 4)}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Cada criança terá disponível para realizar a atividade 5 peças.

Utilizando o OA, uma das possíveis formas de distribuição das peças é:

Média Aritmética
Atividades 

Cada criança ficará com quantas peças?

3
 4
 5

Para prosseguir, selecione a resposta correta e clique na seta verde que aparecerá na próxima página para realizar a outra atividade.

De forma similar a anterior, caso o usuário realize a atividade de forma incorreta, aparecerão duas possíveis mensagens de erro, onde está disponível no final da página uma seta laranja, que permite retornar e refazer a atividade.

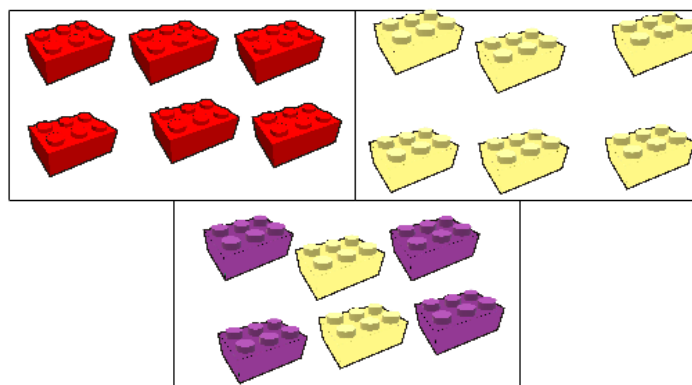
c) Atividade III

Esta última atividade referente à redistribuição de peças, é formada por um grupo constituído de 3 alunos, cuja escolha inicial é dada por 6, 8 e 4 peças, respectivamente.

Para determinar a média de peças para este grupo, fazemos:

$$\bar{x} = \frac{(6 + 8 + 4)}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

Uma possível distribuição de peças nessa alternativa é dada por:

Média Aritmética*Atividades* 

Cada criança ficará com quantas peças?

4

6

8

Após finalizar corretamente, prossiga para a próxima atividade.

d) Atividade IV

Esta atividade consiste no cálculo da média da idade de um grupo de pessoas. Há duas situações: Inicialmente o grupo é constituído por quatro pessoas. Depois uma pessoa de idade superior a idade dos membros daquele grupo, junta-se a eles. Pede-se a diferença entre a média do grupo composto pelas cinco pessoas, e o grupo inicial (formado por quatro pessoas).

Na página do OA está disponível o local para realizar os cálculos. Para isso, clique nos espaços disponíveis. A resolução desta atividade será dada por:

Média Aritmética

Atividades

Um grupo de pessoas apresenta as idades de 11, 13, 15 e 17 anos. Se uma pessoa de 19 anos se juntar ao grupo, o que acontecerá com a média de idade do grupo?

Média inicial:

$$\bar{X} = \frac{11 + 13 + 15 + 17}{4} = \frac{56}{4} = 14$$

Nova média:

$$\bar{X} = \frac{11 + 13 + 15 + 17 + 19}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

Aumenta 1 ano Diminui 1 ano
 Aumenta 2 anos Diminui 2 anos

Ao clicar no botão verificar é possível perceber se os cálculos foram realizados corretamente. Como a média inicial é dada por 14 anos, e a nova média (Após a chegada de um novo integrante) é dada por 15 anos, temos que a diferença é dada por +1 ano, ou seja, aumenta 1 ano.

Esta atividade foi elaborada utilizando como exemplo o exercício 01, proposto pelo prof. Marcos Noé Pedro da Silva, no site Exercícios Brasil Escola, cujo link de acesso é: <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-media-aritmetica.htm>.

e) Atividades conceituais

Conforme a mediana, relativamente ao conceito de média aritmética temos questões que permitem generalizar algumas situações referentes ao seu uso. As respostas consideradas corretas destas questões são:

Média Aritmética

Atividades 

Relativamente a cada uma das afirmações, envolvendo o conceito de média, diga se é verdadeira ou falsa:

a) A média de um conjunto de dados nunca é igual a um dos dados

Verdadeiro Falso

b) A média de um conjunto de dados é sempre um valor compreendido entre o menor e o maior dos dados

Verdadeiro Falso



Média Aritmética

Atividades 

c) Se acrescentarmos o valor 0 (zero) ao conjunto de dados, o valor da média não se altera.

Verdadeiro Falso

d) Se acrescentarmos o valor da média ao conjunto de dados, o valor da média não se altera.

Verdadeiro Falso

e) Dois conjuntos de dados diferentes podem ter a mesma média.

Verdadeiro Falso



Para ilustrar esta atividade é interessante criar exemplos numéricos que facilitem a visualização.

Na primeira alternativa, podemos criar dois exemplos, o primeiro que realmente contenha um dado que não seja igual aos dados presentes, por exemplo, a média entre os números 1, 2, 3 e 4, será:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4}{4} = 2,5$$

Onde a média obtida, realmente não é igual aos dados da amostra. No entanto é possível que em um conjunto de dados a média seja igual a um dos dados, por exemplo, a média da amostra 1, 2, 3, 4 e 5, é dada por:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = 3$$

Na qual, a média obtida é igual a um dos dados apresentados. O que torna falsa esta afirmativa é a presença do termo “nunca”, uma alternativa equivalente a esta que pode ser verdadeira é: “A média de um conjunto de dados nem sempre é igual a um dos dados”.

Na segunda alternativa também é possível apresentar vários exemplos numéricos, no entanto é possível que os alunos compreendam que por meio do conceito da média, que o valor obtido está entre o menor valor do conjunto e o maior valor. Visto que a média é dada pelo somatório da enésima parte de cada elemento da amostra (ou população), ou seja:

$$\bar{x} = \frac{x_1}{n} + \frac{x_2}{n} + \frac{x_3}{n} + \dots + \frac{x_n}{n}$$

Se os elementos forem idênticos, teremos que a média será igual ao próprio elemento. Se os elementos forem simétricos, a média será zero, que está compreendido no conjunto (visto que os termos são simétricos). Se os dados são diversos, temos que a média é dada pelo termo que ao multiplicado pelo número de elementos resulta no total da amostra. Logo, se a média for inferior aos dados, o resultado de seu produto pelos elementos resultará num valor menor que o somatório dos dados. Equivalente a esta afirmação, temos que se a média for maior que os dados, seu produto pelo número de elementos será maior que o

somatório dos dados. Assim, o valor da média sempre estará compreendido entre os dados.

Na terceira alternativa, pode-se criar um exemplo simples para mostrar que esta afirmação é falsa, por exemplo a média dos dados 1, 2, 3, 4 e 5, como visto anteriormente é 3. Acrescentando-se o valor 0 a esta amostra teremos que a média mudará, pois embora o somatório dos termos permaneça, temos que o número de elementos se altera, pois teremos seis elementos na amostra. Assim a média será:

$$\bar{x} = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5}{6} = 2,5$$

O que é diferente da média anterior, pois $2,5 \neq 3$.

Na quarta alternativa, temos que se acrescentarmos o valor da média ao conjunto de dados ele não se altera, isso é verdadeiro, e podemos representá-lo conforme o exemplo anterior. A média dos dados 1, 2, 3, 4 e 5, é 3, se adicionarmos ela a amostra, teremos que a nova média se manterá, visto que:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5}{6} = 3$$

Ou também, pode-se pensar que a média é um valor que representa todos os dados, ou seja:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \dots + \bar{x}}{n} = \frac{n \cdot \bar{x}}{n} = \bar{x}$$

Se acrescentarmos a média a amostra, temos:

$$\bar{x} = \frac{\bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \dots + \bar{x} + \bar{x}}{n + 1} = \frac{(n + 1) \cdot \bar{x}}{n + 1} = \bar{x}$$

Ou seja, a média permanecerá.

A última alternativa é possível representá-la com exemplos numéricos. Uma possível representação é dada pelos conjuntos $A = \{2, 4, 6, 8\}$ e $B = \{1, 2, 5,$

7, e10}, dois conjuntos de dados distintos. Determinando a média de cada um deles, temos:

Conjunto A:

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 8}{4} = 5$$

Conjunto B:

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5 + 7 + 9}{5} = 5$$

Embora sejam distintos, em números e elementos, eles possuem a mesma média. Portanto a média é a mesma.

Caso seja de interesse docente, ele pode solicitar aos alunos que criem estes exemplos que confirmam ou invalidam as afirmativas.

De forma análoga a mediana, este bloco de atividades, foi elaborado a partir do artigo Dificuldades de alunos do 12º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares, de autoria de Maria Gracelina Matos de Boaventura e José António Fernandes, em 2004, link para acesso: <http://hdl.handle.net/1822/4150>.

3.2.2.1 Média Aritmética Ponderada

Como tópico da página Média do OA, temos a média aritmética ponderada, que é dada pelo cálculo da média aritmética a valores que possuem “pesos” diferentes. Uma forma simplificada de compreender, a média aritmética ponderada é uma forma resumida de calcular a média aritmética de dados. Como exemplo, temos o seguinte conjunto:

2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7

Calculando a média aritmética simples teremos:

$$\bar{x} = \frac{2 + 2 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 7}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

No entanto, como alguns fatores se repetem, podemos realizar este cálculo de uma forma mais simplificada, utilizando o produto:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 7 \cdot 1}{2 + 1 + 3 + 2 + 1} = \frac{36}{9} = 4$$

Assim, a média aritmética ponderada é uma nova forma de escrever a média aritmética. No entanto, pode-se estender este conceito e utilizar pesos que não sejam, necessariamente, números inteiros.

A página da Média Aritmética Ponderada, de forma análoga as demais páginas, apresenta o conceito e um exemplo de aplicação. No final da página são disponibilizadas as atividades relativas a esse conteúdo. Nesta seção são disponibilizadas duas atividades.

a) Atividade I

Seguindo o conceito de simplificação da média aritmética simples, apresentado no início deste tópico, a primeira atividade apresenta uma situação que exemplifica esta utilização. A situação-problema apresentada consiste na realização de uma pesquisa em um restaurante relativo ao seu atendimento. Onde o cliente, ao final do atendimento deveria aplicar uma nota ao atendimento recebido, de 0 a 5, onde 0 é que o cliente ficou insatisfeito e 5, ele está muito satisfeito. Logo o “peso” apresentado nesta situação é determinado pelos número de entrevistados que escolheu a nota. A realização desta atividade corretamente é:

CLASSIFICAÇÃO ATENDIMENTO	NOTA	Nº DE ENTREVISTADOS
MUITO INSATISFEITO	0	6
POUCO INSATISFEITO	1	11
INSATISFEITO	2	25
POUCO SATISFEITO	3	13
SATISFEITO	4	25
MUITO SATISFEITO	5	20

$$\bar{x}_p = \frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 11 + 2 \cdot 25 + 3 \cdot 13 + 4 \cdot 25 + 5 \cdot 20}{6 + 11 + 25 + 13 + 25 + 20} =$$

$$\bar{x}_p = \frac{0 + 11 + 50 + 39 + 100 + 100}{100} =$$

$$\bar{x}_p = \frac{300}{100} = 3 \quad \text{Verificar} \quad \checkmark$$

Foi destacado com uma seta vermelha o esquema de cores utilizadas para auxiliar o entendimento do uso da fórmula, onde os pesos são representados de cor azul no numerador e estes devem ser repetidos no denominador da fórmula. Os cálculos devem ser efetuados, eles não são solucionados de forma automática.

Este exercício foi elaborado por meio da questão número 1, da página Brasil Escola, pelo prof. Marco Noé, de forma adaptada. O link de acesso ao exercício é: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/media-ponderada.htm>

b) Atividade II

A segunda atividade representa uma situação muito usual no meio acadêmico, muitas vezes os docentes atribuem pesos diferentes às avaliações realizadas ao longo do semestre letivo. Outra situação que também apresenta uma aplicação deste conceito é a sua utilização em concursos públicos, onde a nota final do candidato é a média aritmética ponderada das notas obtidas nas avaliações realizadas, que por sua vez, contém pesos distintos.

Na segunda atividade, são apresentadas as notas obtidas por uma aluna e quatro avaliações realizadas ao longo do bimestre letivo e os pesos atribuídos a cada uma delas. A resolução desta atividade será dada por:

Avaliação	Nota	Peso
Prova Escrita	5	4
Prova Prática	7	4
Seminário	8	2
Trabalho em Grupo	10	2

$$\bar{x}_p = \frac{5 \cdot 4 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{4 + 4 + 2 + 2} =$$

$$\bar{x}_p = \frac{20 + 28 + 16 + 20}{12} =$$

$$\bar{x}_p = \frac{84}{12} = \boxed{7} \text{ Verificar } \checkmark$$



Assim, a nota obtida pela aluna é 7 pontos.

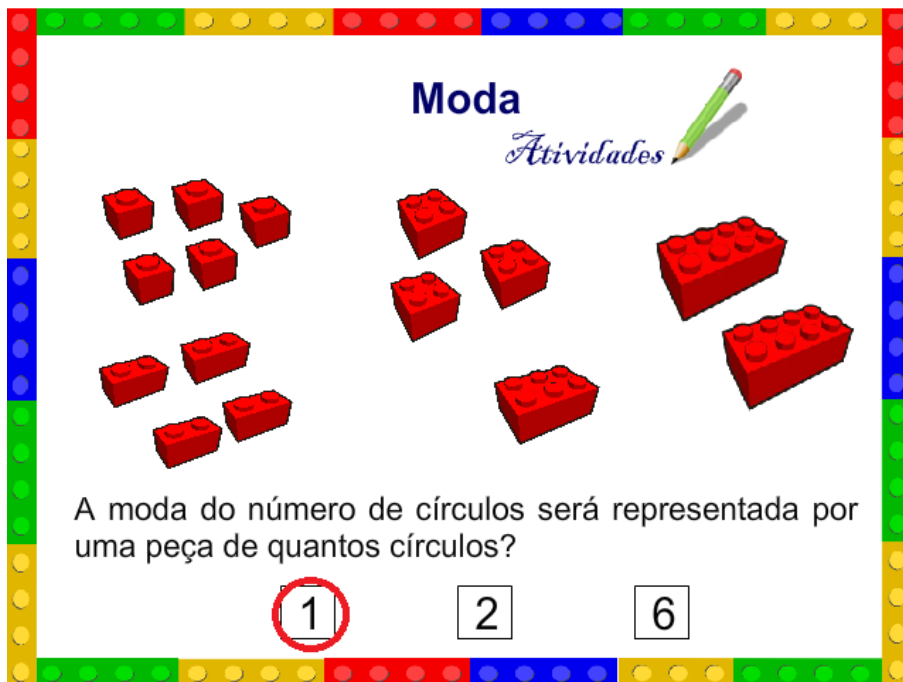
Esta questão foi adaptada do vestibular de 2015 da Universidade Estadual de Ciências da Saúde de Alagoas (UNCISAL).

3.2.3 Moda

Na página “Moda” é apresentado seu conceito, classificações e exemplos de sua aplicação, da mesma forma que as páginas anteriores. No final da página estão disponíveis os links de acesso as atividades.

a) Atividade I

A primeira atividade referente ao uso da moda é dada pela disposição de várias peças de lego de tamanhos diferentes (diversos números de círculos), e é questionada qual das peças representa a moda, ou seja, a peça mais frequente. As peças embora estejam dispostas de forma aleatória, podem ser movidas para facilitar a visualização; para isso, basta clicar sobre a peça e arrastá-la para o local desejado.



Moda
Atividades

A moda do número de círculos será representada por uma peça de quantos círculos?

1 2 6

Como pode ser observada, a peça que possui um círculo é a que mais se repete, logo ela representa a moda desta amostra.

b) Atividade II

A segunda atividade também apresenta várias peças de lego de cores distintas, dispostas de forma aleatória. Neste caso, a moda deste conjunto de dados será representada pela cor mais frequente. Uma forma de dispor as peças que auxilia na visualização da moda deste conjunto é:



Moda

Atividades 

A moda neste caso, será representada por uma peça de cor:

Roxo	Verde	Amarelo
------	-------	---------

The image shows a collection of 15 LEGO bricks of different colors: 8 yellow, 5 red, 4 purple, and 2 green. The bricks are arranged in a roughly circular pattern. The text 'Moda' is written in blue, and 'Atividades' is written in a cursive font with a green pencil icon. Below the text, there are three input boxes labeled 'Roxo', 'Verde', and 'Amarelo'. The entire scene is framed by a border of colorful LEGO bricks.

A moda neste caso é representada por uma peça de cor amarela.

Esta atividade é um interessante instrumento para se abordar conceitos de variáveis quantitativas e qualitativas. Por meio dela, o docente pode questionar aos alunos se, por exemplo, seria viável determinar a média ou mediana das peças neste caso, em contraste com o número de círculos nas peças.

c) Atividade III

Embora não estejam explícitos estes conceitos nessa atividade, esta questão baseia-se na determinação da moda por meio de uma tabela de frequências. A situação apresentada refere-se ao número de idas ao cinema, no último mês, realizadas por um grupo de jovens, os resultados obtidos estão dispostos em uma tabela. Para realizar esta atividade basta verificar qual dos números de idas ao cinema teve o maior número de respostas, assim:

Moda*Atividades* 

Fez-se um questionário a um grupo de jovens sobre as idas ao cinema no último mês e os resultados estão sintetizados na tabela a seguir:

Idas	Nº de jovens
0	10
1	17
2	12
3	20
4	06
5	06
6	04

Quantas idas ao cinema representa a moda destes dados?





Como vinte jovens visitaram o cinema no último mês três vezes, e este por sua vez é o que possui mais jovens, logo será a moda dos dados.

Esta questão também pode ser utilizada posteriormente para trabalhar os conceitos de porcentagem, frequência absoluta e relativa e frequência acumulada.

Este exercício foi adaptado do exercício 24, da lista Problemas e Exercícios, do site: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm24/probexerc.htm>.

d) Atividade IV

Esta quarta atividade referente a conceito de moda consiste em determinar a moda através da interpretação gráfica. No exercício, é disponibilizado um gráfico de barras referente à diferentes jornais e seu respectivo número de vendas em um dia. As questões referentes à esta questão são:



a) Qual dos jornais representa a moda?

- Comércio do Porto
- Público
- Jornal de Notícias

b) Qual das afirmações a seguir representa um significado para a moda nesta distribuição?

- O jornal menos vendido
- O jornal mais vendido
- O jornal que fica entre o mais vendido e o menos vendido



Na primeira alternativa é necessário determinar qual dos jornais é o mais vendido. A segunda alternativa pede um significado para a moda nesta questão, que é dada pelo jornal mais vendido.

Este exercício foi adaptado do exercício 19, da lista Problemas e Exercícios, do site: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm24/probexerc.htm>.

f) Atividades conceituais

Conforme os demais conteúdos, nesta seção temos questões permitem generalizar algumas situações referentes ao uso da moda. As respostas corretas para estas questões são:

Moda

Atividades

Relativamente a cada uma das afirmações, envolvendo o conceito de moda, diga se é verdadeira ou falsa:

a) A moda de um conjunto de dados nunca é igual a um dos dados

Verdadeiro Falso

b) A moda de um conjunto de dados é sempre um valor compreendido entre o maior e o menor valor dos dados, podendo ser um deles.

Verdadeiro Falso



Moda

Atividades

Relativamente a cada uma das afirmações, envolvendo o conceito de moda, diga se é verdadeira ou falsa:

c) Se acrescentarmos o valor da moda a um conjunto unimodal o valor da moda se altera

Verdadeiro Falso

d) A moda não pode ser um número negativo

Verdadeiro Falso

e) A moda de um conjunto de dados é sempre igual a um dos dados:

Verdadeiro Falso



Na primeira alternativa é apresentado que a moda de um conjunto de dados nunca é igual a um dos dados. Esta afirmativa é falsa, visto que a moda é o valor mais frequente dos dados. A única situação distinta que pode ocorrer em um conjunto de dados é que ele não possua moda, visto que seus valores podem ser todos distintos.

Equivalente a alternativa anterior, a moda de um conjunto de dados é sempre igual a um dos dados, logo ela estará compreendida no conjunto.

Na terceira alternativa, referente a um conjunto unimodal, cria a possível situação de se acrescentar a moda a este conjunto de dados. Como a moda é o valor mais frequente, se adicionar este mesmo elemento ao conjunto, a moda permanecerá a mesma.

Dependendo do conjunto de dados, a moda pode ser um valor negativo, conforme exemplo a seguir:

Na serra Catarinense, foram registradas as seguintes temperaturas ao meio dia, no decorrer de uma semana:

-3° C, -5° C, -3° C, -3° C, 0° C, 1° C, -1° C.

Se observarmos, a temperatura mais frequente ao longo da semana foi -3° C.

A última alternativa é equivalente à primeira, logo é verdadeira.

3.3 Medidas de Dispersão

Nesta nova guia, relacionada às Medidas de Dispersão, é disponibilizado um vídeo de introdução ao conteúdo, que apresenta um grupo de cinco alunos discutindo acerca das notas obtidas nas últimas avaliações de matemática realizadas. Eles questionam qual dos alunos obteve melhor desempenho, o professor sugere que os alunos determinem a média aritmética das notas obtidas. No entanto, observou-se que a média era a mesma para os cinco alunos. Logo, mostrou-se a necessidade de uma nova medida que apresentasse alguma diferença entre as notas.

Para utilizar o vídeo, basta clicar sobre o vídeo presente na página, ou baixá-lo por meio do link disponível no final da página.

Aprendendo Medidas

Início

Medidas de tendência central

Medidas de dispersão

- Amplitude
- Variância
- Desvio padrão
- Coeficiente de variação
- Atividades Medidas de Dispersão
- Cruzadinha
- Extra
- ENEM
- Carta ao professor

Medidas de Dispersão

O que são as Medidas de Dispersão?

A seguir, temos um vídeo de introdução ao conteúdo.

Medidas de Dispersão

Assista mais tarde

Compartilhar

Aluno C: 5, 5 e 5

(5 + 5)

CREATED USING POWTOON

A página Medidas de Dispersão é subdividida em cinco páginas, que consiste em amplitude, variância, desvio padrão, coeficiente de variação, atividades medidas de dispersão. A seguir temos detalhadas cada uma delas.

Diferente das atividades em Medidas de Tendência Central, as questões conceituais são unidas em um bloco, na subpágina “Atividades Medidas De Dispersão”.

3.3.1. Amplitude

Na página referente a este conteúdo, estão disponíveis seu conceito, exemplo de aplicação e o link das atividades.


a) Atividade I

A primeira atividade apresenta um gráfico de pontos, nos quais estão marcados os resultados obtidos por cinco crianças ao realizar um jogo. O gráfico é dado por:

Amplitude

Atividades



Cinco crianças estavam brincando de arremessos e para contar seus pontos, utilizavam peças como a esta . Para cada ponto cada criança colocava uma peça em sua caixa. Ao final da brincadeira, obtiveram o seguinte resultado:



A amplitude dos dados será dada por:

A atividade pede a amplitude dos dados obtidos, ou seja, a diferença entre a maior e a menor pontuação obtida. Se observarmos o gráfico, o aluno que realizou mais pontos foi o representado pela caixa E, contendo 6 peças. O aluno que realizou menos pontos em contrapartida foi o aluno representado pela caixa A que tinha apenas 2 peças. Logo, a amplitude dos dados será dada por:

$$6 - 2 = 4.$$

b) Atividade II

A segunda atividade apresenta uma situação comum em cidades do interior, a venda de votos para ser o rei ou rainha da pipoca. Quatro meninas conversam a respeito das vendas realizadas:

Amplitude*Atividades*

Ana: "- Eu vendi 83" .

Júlia: "- Eu vendi 45".

Beatriz: "- Eu vendi 23".

Fernanda: "- Eu vendi 50".

Dispondo os dados em uma tabela, temos:

Meninas	Ana	Júlia	Beatriz	Fernanda
Votos vendidos	83	45	23	50

Qual a amplitude dos dados obtidos?



Para determinar a amplitude, é preciso verificar quem realizou o maior e o menor número de vendas. Observando os dados na tabela, temos que o maior é 83 votos vendidos por Ana, e a menor quantidade é representada por Beatriz, que vendeu 23. Assim, a amplitude é dada por:

$$83 - 23 = 60$$

3.3.2. Variância

Os conceitos e conteúdos que seguem esta página são sequência do vídeo introdutório apresentado. Nos exemplos são determinados a variância das notas dos alunos A e B (os dois primeiros alunos presentes no vídeo introdutório), e classificados qual deles possuem menor variabilidades nas notas. Logo para fazer as atividades subsequentes é interessante que sejam abordados o vídeo ou os exemplos na página da Variância.

a) Atividade I

A primeira atividade consiste em calcular a variância das notas obtidas pelos alunos D e E, apresentadas na página Variância e no vídeo de introdução ao conteúdo. Sabe-se que a pontuação média de cada um deles é representada por 5 pontos. Para realizar esta atividade deve-se preencher as tabelas disponibilizadas. Para preencher esta tabela, deve-se determinar a diferença entre o valor da nota apresentado, e o valor da média (primeira coluna). A seguir, é preciso elevar o valor obtido ao quadrado (segunda coluna). Durante todo o processo de preenchimento das tabelas é possível verificar se os valores digitados estão corretos, basta clicar no botão verificar presente ao lado da tabela. É importante destacarmos que esta verificação é referente apenas a segunda coluna da tabela.

Abaixo da segunda coluna há uma célula vazia, na qual é destinada para realizar o somatório dos valores encontrados na segunda coluna (em destaque pela cor laranja na imagem a seguir).

Por fim é destinado um espaço para determinar o valor da variância, que é dada pelo quociente entre a soma dos valores ao quadrado obtidos pela quantidade de elementos (número de provas realizadas). Para que o valor da variância seja dada como correto após o clique em “verificar”, é preciso que este número seja representado por uma casa decimal e separar a parte inteira da decimal por vírgula (em destaque pela cor vermelha na imagem a seguir).

Variância

Atividades



Calcule a variância dos alunos D e E do exemplo anterior, para isso preencha as tabelas a seguir, e responda as questões:

Aluno D

Notas aluno D	Notas – média ($d_i - \bar{x}$)	($d_i - \bar{x}$) ²	
3	-2	4	Verificar ✓
5	0	0	Verificar ✓
5	0	0	Verificar ✓
5	0	0	Verificar ✓
7	2	4	Verificar ✓
Total (Σ)		8	Verificar ✓

Dividindo o total encontrado, pelo n^o de observações temos que a variância é: Verificar ✓

Obs.: Valor com uma casa decimal



Variância

Atividades



Aluno E

Notas aluno E	Notas – média ($d_i - \bar{x}$)	($d_i - \bar{x}$) ²	
3	-2	4	Verificar ✓
5	0	0	Verificar ✓
5	0	0	Verificar ✓
6	1	1	Verificar ✓
6	1	1	Verificar ✓
Total (Σ)		6	Verificar ✓

Dividindo o total encontrado, pelo n^o de observações temos que a variância do aluno E é: Verificar ✓

Obs.: Valor com uma casa decimal



Após o cálculo da variância é questionado qual dos alunos obteve menor variabilidade nas notas, como pode ser observado acima o aluno E teve menor variabilidade, visto que $1,2 < 1,6$.

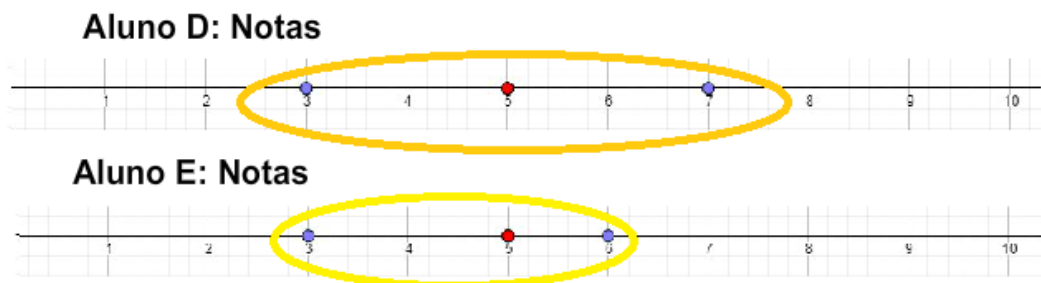
Além desta constatação numérica, podem ser observadas duas imagens que apresentam as notas dos alunos D e E destacadas na reta numérica. O ponto de cor vermelha representa a média das notas. Pode-se inferir por meio das imagens que o aluno E obteve menor variação quando comparado ao aluno D, visto que suas notas estão mais próximas da média.

Variância

Atividades 

Qual dos alunos teve menor variabilidade nas notas?

D E



Este exercício foi criado a partir do exemplo da p. 37 do livro “Estatística Básica”, de Wilton de O. Bussab e Pedro A. Moretin.

b) Atividade II

Na segunda atividade solicita-se que sejam determinadas a variância das idades de um grupo de seis pessoas. Para resolver esta atividade também está disponível uma tabela e segue o mesmo padrão das anteriores. No entanto, é necessário que a média seja determinada para fins de preenchimento de tabela:

A média dos dados será dada por:

$$\bar{x} = \frac{15 + 17 + 18 + 20 + 24 + 26}{6} = \frac{120}{6} = 20$$

A partir da determinação da média é possível determinar a variância dos dados:

Variância*Atividades*

Em uma pesquisa foram entrevistadas 6 pessoas com as seguintes idades: 15,17,18,20,24,26.

Obtenha a variância destes dados.

Idades	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	
15	-5	25	Verificar ✓
17	-3	9	Verificar ✓
18	-2	4	Verificar ✓
20	0	0	Verificar ✓
24	4	16	Verificar ✓
26	6	36	Verificar ✓
	Total (Σ)	90	Verificar ✓



A variância será: **15**

Verificar



3.3.2 Desvio Padrão

De forma análoga as anteriores, é possível encontrar na página referente ao conteúdo de desvio padrão seu conceito e exemplo de aplicação. No final da página estão disponíveis os links de acesso a página das atividades.

a) Atividade I

Como exercício de aplicação, temos que essa primeira atividade consiste na determinação do desvio padrão de alguns dados obtidos por um estatístico. Para determinar o desvio padrão, temos que encontrar a raiz quadrada positiva da variância. Assim,

Desvio Padrão

Atividades



Após a realização de uma pesquisa, um estatístico obteve os seguintes dados:

Variáveis	Variância
Peso	5,76
Altura	1,44
Idade	16

Determine o desvio padrão dos dados, para cada variável:

Peso: ✓

Altura: ✓

Idade: ✓



Nesta questão podem ser trabalhados conceitos matemáticos de radiciação de números decimais, como forma de facilitar a visualização dos resultados, basta mudar o número decimal para uma fração de denominador “100” e encontrar a raiz.

b) Atividade II

Esta 2ª atividade consiste na realização de uma situação problema, que procura por meio do desvio padrão determinar a qualidade na produção de tijolos, como pode ser observada na imagem a seguir:

Desvio Padrão*Atividades*

01) Uma cerâmica fabrica tijolos de acordo com a norma de um grande cliente. A norma estabelece que os tijolos devem suportar no mínimo uma força de compressão média de 10 kg/cm² e que o desvio padrão não deve ser superior a 0,5. Num ensaio realizado em um lote de tijolos pelo Engenheiro da Qualidade do cliente, foram registrados os seguintes dados de uma amostra de 6 tijolos, para sua resistência à compressão em kg/cm²:

8, 9, 9, 9, 11, e 14.

Nestas condições, o Engenheiro da Qualidade aprovará ou reprovará o lote de tijolos?



Para determinar o desvio padrão, é preciso encontrar a variância dos dados. Assim, inicialmente precisamos determinar a média dos dados:

Desvio Padrão*Atividades*

Para determinar o desvio padrão é necessário calcular a variância, mas para isso, precisamos determinar a média da amostra:

8, 9, 9, 9, 11, 14

$$\bar{X} = \frac{8 + 9 + 9 + 9 + 11 + 14}{6} = \frac{60}{6} = 10$$



Logo podem ser determinados a variância e o desvio padrão.

Resistência	$(r_i - \bar{x})$	$(r_i - \bar{x})^2$	
8	-2	4	Verificar ✓
9	-1	1	Verificar ✓
9	-1	1	Verificar ✓
9	-1	1	Verificar ✓
11	1	1	Verificar ✓
14	4	16	Verificar ✓
Total (Σ)		24	Verificar ✓

$$\text{Var} = \frac{24}{6} = 4 \quad \text{Verificar } \checkmark$$

Como o desvio padrão é a raiz quadrada positiva da variância, temos que o desvio padrão destes dados será:

$$\leftarrow \quad 2 \quad \text{Verificar } \checkmark \quad \rightarrow$$

Assim, a média da amostra é 10 kg, e o desvio padrão é 2 kg. Portanto a resposta para a questão inicial será:


Desvio Padrão

Atividades 

A norma estabelece que os tijolos devem suportar no mínimo uma força de compressão média de 10 kg/cm² e que o desvio padrão não deve ser superior a 0,5.

Nestas condições, o Engenheiro da Qualidade aprovará ou reprovará o lote de tijolos?

Aprovar

Reprovar 

Este exercício foi adaptado da lista de Exercícios de fixação – Medidas de dispersão, presente no link:

http://www.professordiovani.com.br/estatistica/exercicio8_estatistica.htm

3.3.3. Coeficiente de variação

Na página “Coeficiente de Variação” é apresentada a fórmula utilizada para realizar seu cálculo, a justificativa para seu uso e alguns exemplos de sua aplicação. No final da página encontramos os links para as atividades.

a) Atividade I

Na primeira questão, questiona-se a respeito da variação dos pesos de dois produtos, como pode ser observado a seguir:

Coeficiente de variação

Atividades 

Uma dona de casa que faz bolos para fora, pesou 10 potes de manteiga e verificou que a média dos pesos dos potes era de 500 g, com variação entre cada pesagem, indicando um desvio padrão de 25 g. Ela repetiu a experiência com pacotes de arroz e verificou que a média dos pesos dos pacotes de arroz era 5000 g com variação de peso entre os pacotes representados pelo desvio padrão de 100 g.

Manteiga

média = 500
desvio padrão = 25

Arroz

média = 5000
desvio padrão = 100

Qual dos produtos apresentou maior variação em seus pesos?



Para resolver esta atividade são destinados espaços referentes ao uso da fórmula do coeficiente de variação. Assim,

Coeficiente de variação

Atividades



Manteiga: média = 500 ; desvio padrão = 25

$$C_v = 100 \cdot \frac{S}{\bar{x}} = 100 \cdot \frac{25}{500} = 5 \%$$

Verificar



Arroz: média = 5000 ; desvio padrão = 100

$$C_v = 100 \cdot \frac{S}{\bar{x}} = 100 \cdot \frac{100}{5000} = 2 \%$$

Verificar



O produto que apresentou maior variação em seus pesos foi:

Manteiga

Arroz

A manteiga apresentou maior variação em seus pesos.

Esta atividade foi obtida e adaptada do nº 7, da lista de exercícios da disciplina Estatística I, cujo link para acesso é: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2192486/mod_resource/content/1/lista_TADI.pdf

b) Atividade II

Essa atividade mostra a variação entre o salário de homens e mulheres da empresa. Para resolver a atividade é preciso preencher os espaços em branco com os valores fornecidos. Logo:

Coeficiente de variação

Atividades



Numa empresa o salário médio dos homens é de R\$ 5.000,00 com um desvio padrão de R\$1.500,00, e o das mulheres é na média de R\$ 3.000,00 com desvio padrão de R\$1.200,00. Qual dos sexos apresenta maior dispersão em seus salários?

Homens:

$$C_v = 100 \cdot \frac{S}{\bar{x}} = 100 \cdot \frac{1500}{5000} = 30 \%$$

Verificar



Mulheres:

$$C_v = 100 \cdot \frac{S}{\bar{x}} = 100 \cdot \frac{1200}{3000} = 40 \%$$

Verificar



O grupo que apresentou maior dispersão foi:

Homens

Mulheres

Portanto, o grupo que apresentou maior dispersão do salário foi o grupo das mulheres.

Esta atividade foi obtida e adaptada do nº 16, da lista de exercícios da disciplina Estatística I, cujo link para acesso é:

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2192486/mod_resource/content/1/lista_TADI.pdf

3.3.4. Atividades Medidas de Dispersão

Nesta última guia, estão disponíveis as atividades conceituais de múltipla escolha que envolvem os conceitos trabalhados nas medidas de dispersão. São elas:

Medidas de Dispersão

Atividades



Relativamente a cada uma das afirmações, envolvendo o conceito das medidas de dispersão, marque a alternativa correta:

a) O cálculo da variância supõe o conhecimento da:

- Mediana Média Moda

b) Na distribuição de valores iguais o desvio padrão é:

- Negativo Zero Positivo



Medidas de Dispersão

Atividades



Relativamente a cada uma das afirmações, envolvendo o conceito das medidas de dispersão, marque a alternativa correta:

c) O Desvio Padrão de um conjunto de dados é 9, então a variância é:

- 3 18 81

d) Para comparar conjuntos de dados que estão em unidade de medidas diferentes, usamos:

- Variância Desvio Padrão Coeficiente de Variação



Na primeira alternativa, temos que a variância supõe o conhecimento da média, visto que a variância é uma medida que mostra, em média, a distância de cada valor de um conjunto de dados ao seu valor central, representada pela média.

Na segunda alternativa, o desvio padrão será zero, pois como o conjunto de dados é formado de elementos iguais, a variância será zero, e por sua vez, o desvio padrão também será. A terceira alternativa, também referente ao desvio padrão apresenta o seu e pede o valor da variância. Como o desvio padrão é a raiz quadrada da variância, dentre os valores apresentados aquele que apresenta raiz positiva igual a 9 é o 81.

Na quarta alternativa, a resposta correta será o coeficiente de variação visto que o desvio padrão e a variância possuem as mesmas unidades do conjunto de dados, e a unidade ao quadrado, respectivamente. Em contrapartida, o coeficiente de variação é um dado exibido em termos percentuais.

Além dessas atividades, temos três questões de Verdadeiro ou Falso. A única alternativa falsa é a segunda, pois a variância é uma medida de dispersão.

Medidas de Dispersão

Atividades



Relativamente a cada uma das afirmações, envolvendo o conceito das medidas de dispersão, diga se é verdadeira ou falsa:

a) A amplitude de um conjunto de dados é obtida através da subtração entre o maior e o menor valor do conjunto



Verdadeiro



Falso

b) A variância é uma medida de posição



Verdadeiro



Falso

c) O coeficiente de variação é um dado que é exibido em % (porcentagens)



Verdadeiro



Falso



3.4 Cruzadinha

Nesta página, está disponível uma cruzadinha referente a terminologia estatística. Para preenchê-la siga os passos:

1º Clique sobre qualquer um dos números disponíveis:

Cruzadinha

Dicionário de Estatística

9:59

Complete as palavras cruzadas e clique em "Verificar" para verificar a sua resposta. Se você estiver preso, você pode clicar em "?" para obter uma letra. Clique em um número na grade para ver a pista ou pistas para esse número

Após o clique surgirá a opção de preenchimento, na vertical e na horizontal, ou, em alguns casos, apenas uma delas.

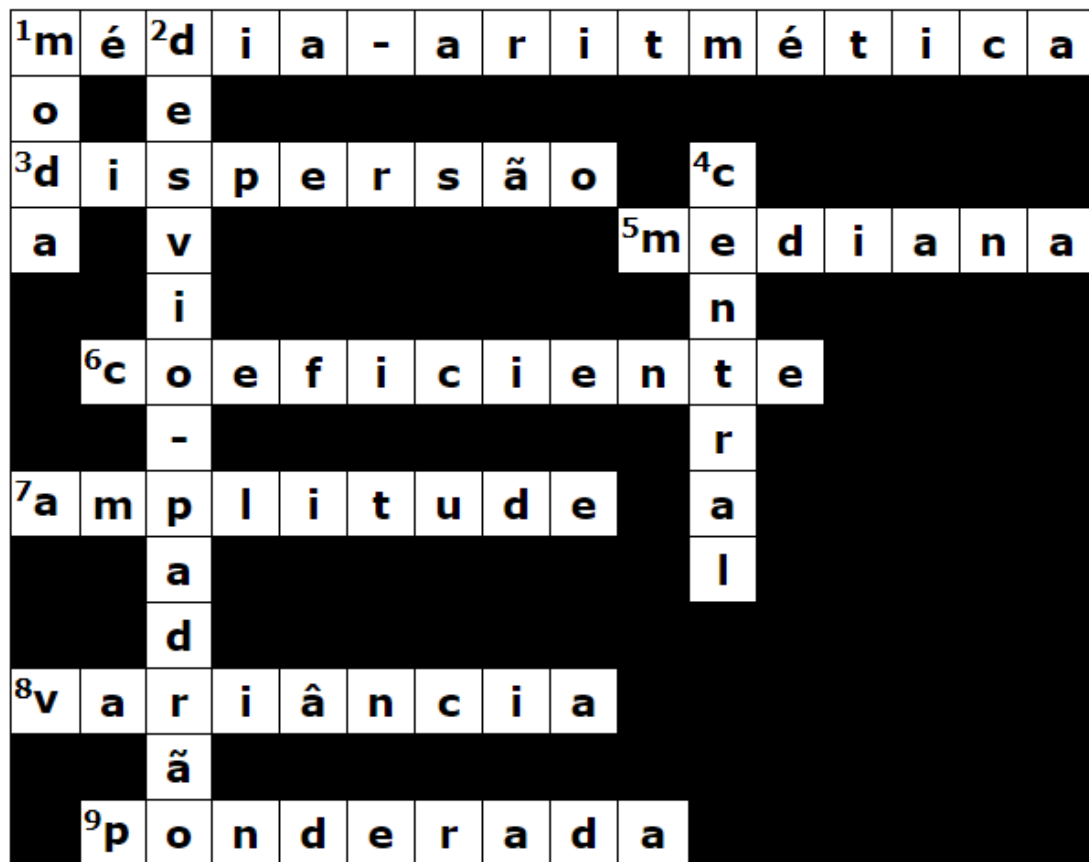
Horizontais 1: é a soma das observações dividida pelo número delas. Responder ?

Verticais 1: é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados Responder ?

Para preencher os espaços, clique sobre eles (destacado em vermelho), digite a resposta e clique em “responder” (destacado em verde) que a resposta dada será preenchida na cruzadinha.

O ponto de interrogação, disponível ao lado das questões, representa uma possibilidade de dica, onde a cada clique surge uma letra da resposta correta. No entanto, quanto mais utilizar o item dica, menor será a resposta apresentada.

A resposta correta para esta questão é:



3.5 Extra

Sugere-se como conteúdo extra o Objeto de Aprendizagem “Medidas Centrais”. Este objeto foi desenvolvido pela autora deste trabalho, em parceria com a professora Fernanda Angelo Pereira, ambas alunas do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, atendendo um dos requisitos da disciplina Softwares Educacionais e Objetos de Aprendizagem, ministrada pela prof.^a Dr.^a Liamara Scortegagna, da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

Neste objeto, são trabalhadas as medidas de tendência central, e pode ser acessado pelo link: <https://sites.google.com/view/medidascentrais>.



- [Introdução](#)
- [Média](#)
- [Mediana](#)
- [Moda](#)
- [A média, a moda e a mediana em uma distribuição](#)
- [Distribuição Simétrica](#)
- [Distribuição Assimétrica](#)
- [Palavras Cruzadas](#)
- [Atividades](#)
- [Visite nossa Página!](#)

M E D I D A S

C E N T R A I S



Desenvolvido por: Maria das Mercês Coutinho Mota e Fernanda Angelo Pereira

3.6 ENEM

Após abordar a habilidade 27: “Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos”, da matriz de referência de Matemática no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) neste objeto de aprendizagem, considera-se pertinente abrir um espaço para que os alunos pudessem resolver exercícios que abordam esta habilidade já apresentados em versões anteriores desse exame. Assim, foi criada esta página.

A página Enem é subdividida em duas partes: 2010-2013 e 2014-2017. Nelas foram selecionadas as questões referentes a esta habilidade nos períodos destacados.

As questões são de múltipla escolha, e contém apenas uma resposta correta. Após realizar as questões, o aluno pode ter acesso a pontuação obtida.

Para utilizar esta página é necessário ter acesso a internet.

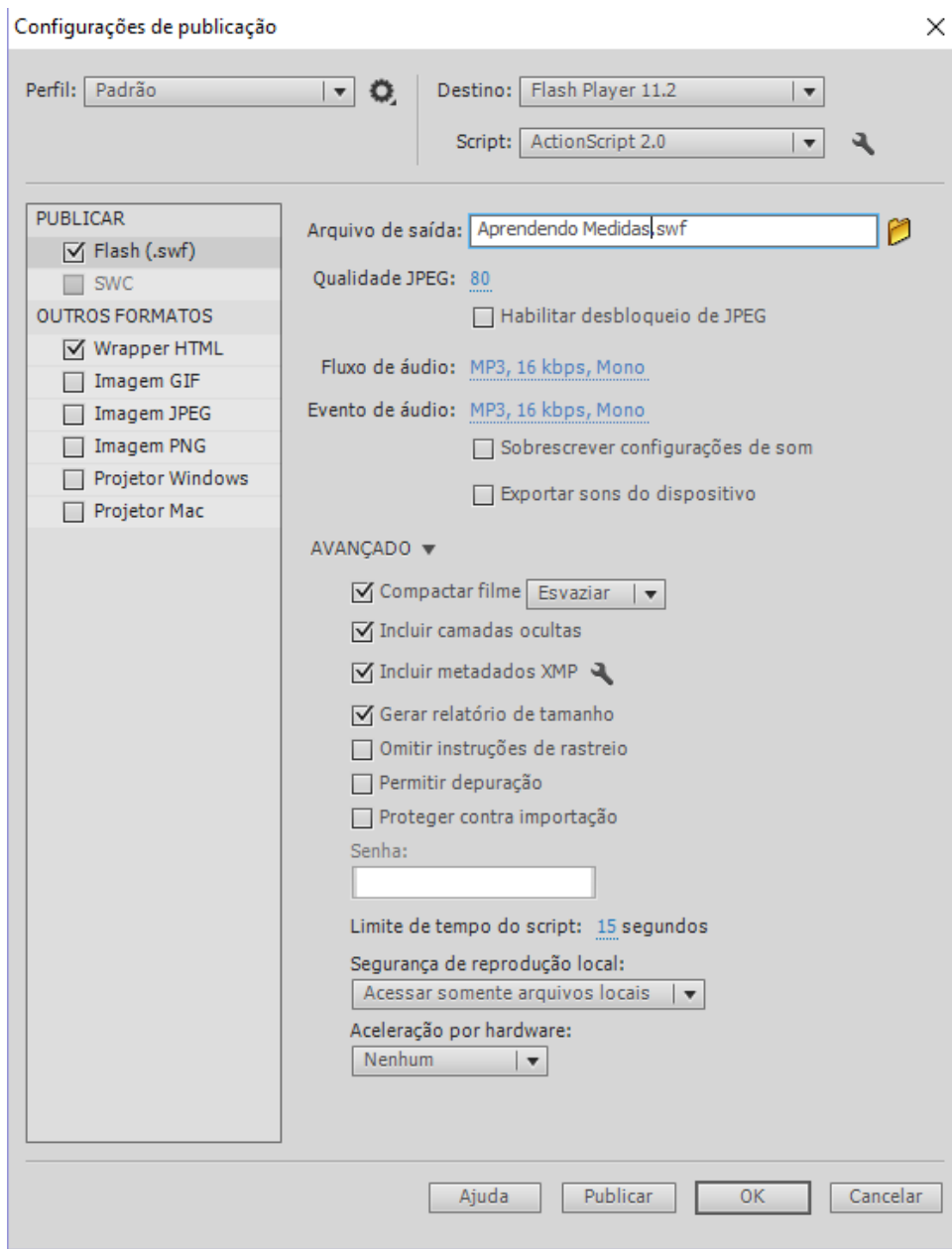
3.7 Carta ao professor

Na seção carta ao professor, estão contidas as principais orientações a respeito do uso deste objeto. Logo, estará disponível o link para acesso a este guia.



4. Metadados

Os metadados do OA seguem o padrão *XMP*, como se pode observar a seguir:



Para acessar os Metadados, acesse o site, e clique na guia “sobre”. Os metadados, estarão disponíveis para *download* no final da página.

Referências

_____. **Lista de Exercícios – Distribuição de Frequência, Média Ponderada, Variância e Desvio Padrão e Coeficiente de Variação.** Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2192486/mod_resource/content/1/listaTADI.pdf>. Acesso em: 02 maio 2019.

BOAVENTURA, Maria Gracelina; FERNANDES, José Antonio. Dificuldades dos alunos do 12º ano nas medidas de Tendência central. In: I ENCONTRO DE PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA NA ESCOLA, 1., 2004, Braga. **Actas**. Braga: Cied, 2004. p. 103 - 126. Disponível em: <<http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/4150>>. Acesso em: 02 mar. 2019.

MILHORIM, Diovani. **Sistemas de informação:** Exercícios de fixação – Medidas de dispersão. Disponível em: <http://www.professordiovani.com.br/estatistica/exercicio8_estatistica.htm>. Acesso em: 15 jun. 2019.

NOÉ, Marco (Ed.). EXERCÍCIOS SOBRE MÉDIA ARITMÉTICA: Teste os seus conhecimentos: Faça exercícios sobre Média aritmética e veja a resolução comentada. Disponível em: <<https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-media-aritmetica.htm>>. Acesso em: 02 maio 2019.

RIBEIRO, Amanda Gonçalves. "Mediana"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/mediana.htm>. Acesso em 17 de julho de 2019.

SILVA, Cátia Susana Laureano da; COSTA, Helena Isabel Coelho; MATIAS, Mónica Patrícia Antunes. **Problemas e Exercícios.** Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm24/probexerc.htm>>. Acesso em: 15 jun. 2019.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Média ponderada"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/media-ponderada.htm>. Acesso em 20 de julho de 2019.