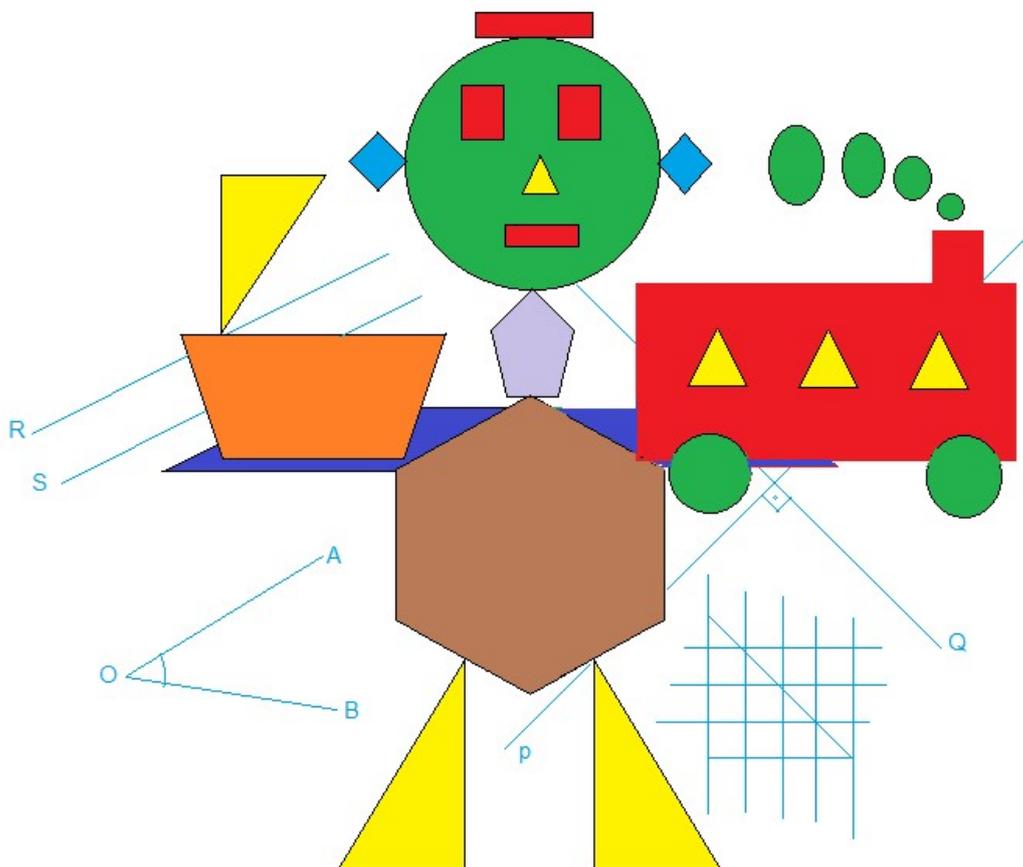


O ensino de área nos anos iniciais: uma reflexão a partir de um estudo sobre a História da educação matemática



Regis Veríssimo Lamas de Oliveira
Maria Cristina Araújo de Oliveira

Juiz de Fora
Novembro, 2018



Este trabalho está licenciado com uma Licença [Creative Commons – Atribuição – NãoComercial 4.0 Internacional](http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

```
<a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/"></a><br />Este trabalho está licenciado com uma Licença <a rel="license" href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional</a>.
```

Apresentação

Caros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sabemos que muitas vezes, não é fácil ensinar matemática aos alunos. Fazer com que alunos tão novos compreendam noções, às vezes tão abstratas, requer muita disposição e empenho.

Eu não sou professor dos anos iniciais, mas nas escolas onde trabalhei e trabalho, sempre conversei com estes professores e em várias oportunidades, eles me relataram que, em muitos casos, é necessário uma revisão de certos conteúdos para que estejam mais preparados para abordá-los em sala. E a maioria dos professores com os quais eu conversei, diziam não precisar revisar os conteúdos por falta de conhecimento dos mesmos, mas sim por falta de uma metodologia para trabalhar com esses conteúdos nos anos iniciais.

Este produto educacional não tem a intenção de trazer novas atividades para serem trabalhadas por professores dos anos iniciais em sala de aula, mas sim, por meio da experiência obtida a partir de uma atividade realizada com alunos de outro nível de ensino, trazer reflexões sobre o ensino da Geometria, mais especificamente sobre o conceito de área, nos anos iniciais do ensino fundamental.

Atualmente, trabalho com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e alunos do Ensino Médio e a preocupação com o ensino de Geometria nos anos iniciais surgiu devido à realização da pesquisa de mestrado em Educação Matemática intitulada “Geometria *a e para* ensinar: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais 1960 a 1980”.¹ A pesquisa buscou identificar os saberes *para* ensinar Geometria nas séries iniciais através da análise de cadernos escolares de normalistas e professores das séries iniciais datados entre as décadas de 1960 e 1980.

Acredito que este texto possa servir como fonte de reflexão sobre o ensino do conceito de área nos anos iniciais e contribuir na atuação profissional do professor que ensina Matemática nesse segmento.

Quando trabalho conteúdos de Geometria com os alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, percebo que os alunos não compreendem o conceito de área. Isso também acontece com os alunos do Ensino Médio. Mesmo aqueles que dominam os cálculos e conhecem a maioria das fórmulas, têm dificuldades para resolver alguns problemas por não compreenderem o conceito de área.

¹ Disponível em: <http://www.ufjf.br/mestradoedumat/publicacoes/dissertacoes-defendidas>

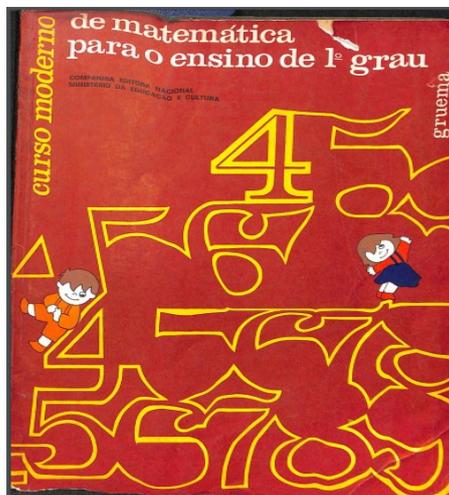
Quando cursei a disciplina de mestrado “Atividade de Docência Supervisionada”, o coordenador da disciplina nos pediu que preparássemos uma sequência didática para aplicar em uma de nossas turmas e posteriormente, escrevêssemos um Relato de Experiência sobre a aplicação das atividades. Venho a certo tempo trabalhando com questões referentes ao ensino dos conceitos de Geometria na Educação Básica, já na época da graduação, apresentei várias aulas e seminários com atividades sobre este conteúdo.

As fontes utilizadas na minha pesquisa de mestrado pertencem às décadas de 1960, 1970 e 1980 e a maioria delas apresenta influências do Movimento da Matemática Moderna, um movimento que defendia uma reformulação no currículo do ensino de Matemática, privilegiando, por exemplo, a Teoria dos Conjuntos, que deveria ser introduzida desde os anos iniciais.

Após sua ampla divulgação, já na década de 1980, o Movimento da Matemática Moderna sofre muitas críticas e começa a se dissolver, deixando marcas que permanecem até hoje no ensino de Matemática. Durante a análise das fontes para a pesquisa, encontrei um livro didático para o ensino de Matemática que me chamou atenção.

O “*Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º grau*”, 4º volume, de 1979, destinado à 4ª série, trazia atividades interessantes sobre áreas e contribuiu, tanto para preparar as atividades que apliquei nas minhas turmas, quanto para a reflexão sobre o ensino de Geometria, mais especificamente sobre o conceito de área, nos primeiros anos do Ensino Fundamental. O livro, de autoria de Manhúcia Perelberg Liberman e Lucília Bechara Sanchez, faz parte de uma coleção com oito volumes destinados aos oito anos do ensino de 1º grau, como era nomeado o Ensino Fundamental na época.

Figura 01 - Capa do livro *Curso Moderno de matemática para o ensino de 1º grau*



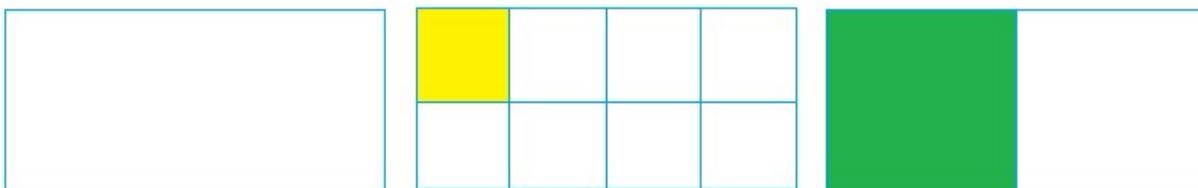
Fonte: [RI - UFSC](#)

As atividades sobre área no livro *Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º grau, 4º volume*

Se perguntarmos aos alunos que já estudaram áreas o que eles sabem sobre o assunto, provavelmente eles enunciaram alguma fórmula da qual se recordam. Talvez dirão que tem que multiplicar os lados, ou multiplicar e dividir por dois, ou algo parecido. Alguns podem até dizer que se a medida estiver em centímetros (cm), a área tem que ser centímetro ao quadrado (cm^2), se estiver em metros (m), tem que ser metro ao quadrado (m^2) e assim por diante.

A área é a medida da superfície da figura, ou seja, a quantidade de espaço que a figura ocupa. E para comparar duas figuras e dizer qual delas tem a maior área, usamos uma unidade de área. A unidade de área, normalmente é um quadrado de certo tamanho e a área da figura é a quantidade desses quadrados que cabem no interior da figura.

Figura 02 – Unidades de área



Fonte: Figura elaborada pelo autor

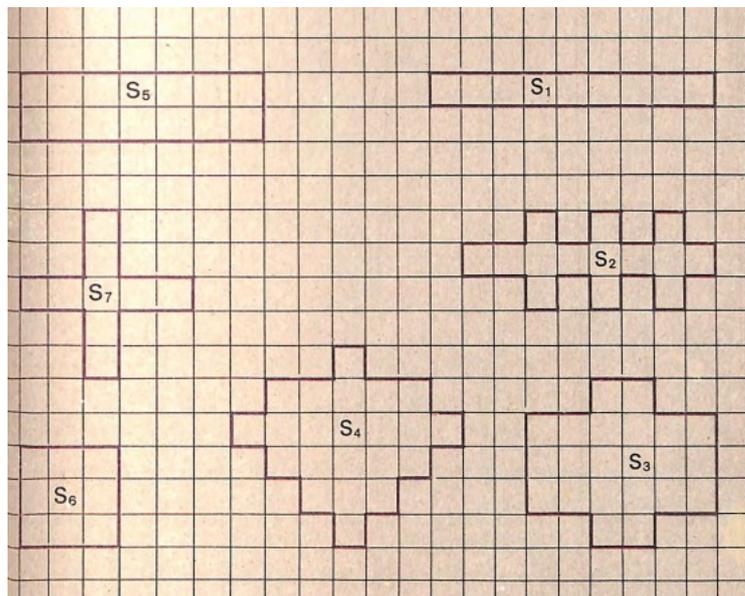
No retângulo acima, se a unidade de medida de área for o quadrado amarelo a área é oito unidades, se for o quadrado verde, a área é duas unidades.

Se a unidade de medida de comprimento for o centímetro, o quadrado que representa a unidade de área terá 1 cm de lado.

No livro *Curso Moderno de Matemática para o Ensino de 1º grau*, a noção de área é introduzida com a ideia de preenchimento. Você tem um quadrado que representa a unidade de área e o aluno deve verificar quantas unidades de área cabem no interior das figuras.

A figura a seguir foi retirada do livro e mostra várias figuras desenhadas em um papel quadriculado, os alunos deveriam contar os quadrados que formavam cada figura, identificando figuras diferentes com a mesma área.

Figura 03 – Figuras diferentes como a mesma área



Fonte: [RI - UFSC](#)

A atividade coloca em evidência a possibilidade de figuras diferentes ocuparem uma mesma quantidade de região do plano.

Na próxima figura, o aluno deve explorar o quadrado de 1 cm de lado como unidade de área.

Figura 04 – unidade de área

Observe o modelo e complete:

A região A tem ____ quadrados de 1 cm de lado. Sua área será de ____ cm^2 .

A região B tem _____

A região C tem _____

A região D tem _____

A região E tem _____

142

Fonte: Fonte: [RI - UFSC](#)

O perímetro, que é a medida do contorno da figura é trabalhado pouco antes da medida de área e nas atividades das figuras abaixo, sabendo que o lado de cada quadrado (unidade de área) mede 1 cm, o aluno deve determinar o perímetro, a área e os lados de cada figura.

Figura 05 – Atividade sobre área e perímetro

Determine a área e o perímetro de cada polígono nas unidades cm e cm^2 .

FIGURA	PERÍMETRO (em cm)	ÁREA (em cm^2)
A		
B		
C		
D		
E		

Fonte: [RI - UFSC](#)

Essa atividade coloca em evidência a diferença entre perímetro (contorno, unidimensional) e área (região, bidimensional).

Figura 06 – unidades de comprimento e área

Use as unidades 1cm e 1cm^2

Vamos determinar o comprimento dos lados, o perímetro e a área das figuras. Complete o quadro:

	PERÍMETRO	ÁREA
A		
B		
C		
D		

Quantos quadrados de 1 cm de lado você pode desenhar no

quadrado A? _____

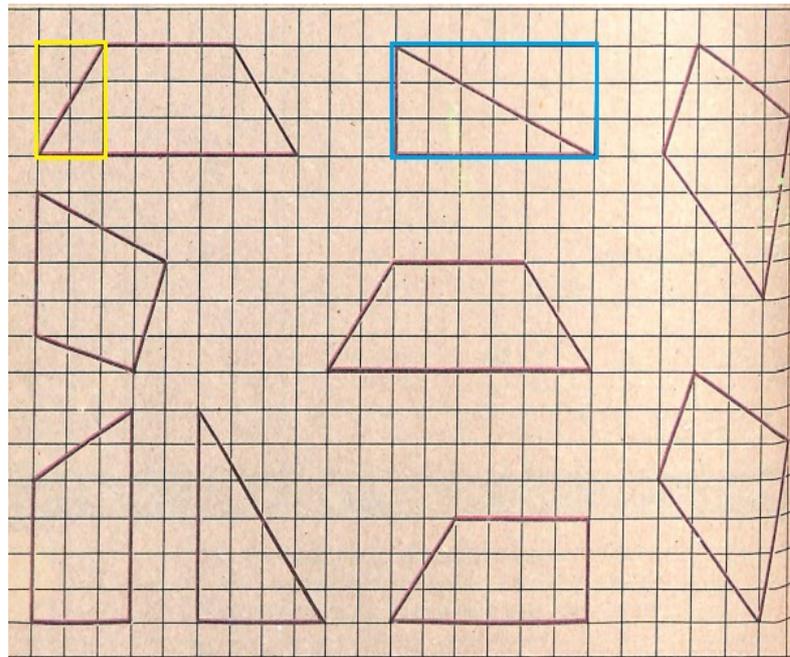
quadrado B? _____

quadrado C? _____

Fonte: [RI - UFSC](#)

Quando a figura não é retangular, o aluno pode decompô-la e perceber que um triângulo ocupa metade da área de uma retângulo.

Figura 07 – Figuras não retangulares



Fonte: [RI - UFSC](#)

De acordo com a figura 07, a área da parte do trapézio que está dentro do retângulo amarelo é 3 unidades, pois é a metade da área do retângulo que mede 6 unidades. Pelo mesmo motivo, a área do triângulo que está dentro do retângulo azul é 9 unidades, pois esse triângulo ocupa metade da área do retângulo.

A atividade apresentada pela figura a seguir mostra a comparação da área do paralelogramo como a área de um retângulo.

Figura 08 – Área do paralelogramo

Vamos determinar a área do PARALELOGRAMO.

Medida

FIGURA	BASE (em cm)	ALTURA (em cm)	ÁREA (em cm ²)
ABCD			
ABPQ			
EFGH			
EFRS			
IJLM			
IJMN			
TUVX			
XVZL			

Fonte: [RI UFSC](#)

Por meio dessa atividade os alunos podem perceber que para calcular a área do paralelogramo basta conhecer o produto de um de seus lados pela altura relativa a esse lado.

A área também é medida utilizando diferentes unidades. A figura 09 mostra atividades que abordam o uso de diferentes unidades de área.

Figura 09 - Medindo a área com diferentes unidades

Determine as áreas nas unidades e complete o quadro ao lado.

Vamos medir usando as unidades L, R, S

ÁREAS FIGURAS	ÁREAS		
	Em unidade L	Em unidade R	Em unidade S
A			
B	6		
C			
D			
E			
F			
G			
H			
I			
J			

A área de uma figura é 10 em unidade L então é _____ em unidade R ou _____ em unidade S.

Fonte: [RI - UFSC](#)

Sobre as atividades do livro didático de Matemática Moderna, utilizado em 1979 e o ensino de Geometria atual, aqui vão algumas questões que gostaria de discutir com você, professor:

Você ensina ou já ensinou área para seus alunos?

Como você ensinaria esse conceito? Com que metodologia? Com que materiais?

O que você achou das atividades do livro destinado à quarta série?

Você desenvolveria alguma atividade inspirada nas atividades do livro?

Em sua opinião, os seus alunos iriam gostar das atividades? Por quê?

Um relato da minha experiência com as atividades aplicadas no 1º ano do Ensino Médio

As atividades que apresentarei aqui foram aplicadas em uma turma do 1º ano do Ensino Médio.

No começo do ano de 2018, comecei a lecionar em quatro turmas de 1º ano. Era a primeira vez que estava tendo contato com as turmas e após uma avaliação diagnóstica, os alunos relataram que já haviam estudado área, mas pude verificar que apesar de saberem calcular algumas áreas através de fórmulas utilizando as medidas dos lados, não compreendiam o significado da medida das áreas nem o papel das unidades de área.

Bom, os alunos tinham terminado o 9º ano do Ensino Fundamental há alguns meses e haviam estudado equações do 2º grau há pouco tempo. Eles sabiam calcular as raízes de uma equação do 2º grau utilizando a fórmula para resolução desse tipo de equação conhecida no Brasil como a “Fórmula de Bhaskara”.

Baseado nisso, decidi aplicar uma atividade pela qual os alunos aprenderiam a resolver equações do 2º grau completando áreas de figuras para que estas se tornassem quadrados.

Além de trabalhar com eles o método de completar quadrados para resolver equações do 2º grau, também abordaria o conceito de área e unidade de área através de materiais manipuláveis.

O método de completar quadrados já era utilizado há milhares de anos e para introduzir o conteúdo, conversamos um pouco sobre a História da Matemática.

Figura 10 – texto retirado da atividade aplicada

<p>Comprimento</p> <p>Há provas de que as unidades de medida eram usadas a mais de 3000 AC. Os egípcios utilizavam unidades de medida de comprimento, como o palmo e o cúbito. Hoje, utilizamos outras unidades, como milhas, quilômetro, polegadas e o metro.</p> <p>Área</p> <p>No momento em que os Egípcios decidiram que não seriam mais nômades e se estabeleceriam às margens do Rio Nilo, houve a necessidade de medir pedaços de terra. Quando ocorriam as cheias do Nilo e os agricultores perdiam parte das suas terras, os agrimensores calculavam o espaço de terra perdido para descontar dos impostos devidos.</p> <p>Área é a quantidade de espaço que existe entre certos limites. Por exemplo, os egípcios e os babilônios cercavam uma quantidade de terra e queriam comparar essa quantidade de terra com outras. E faziam isso através de uma unidade de área.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor

A figura apresentada mostra uma parte do texto retirado das folhas de atividades entregues aos alunos.

Com o intuito de trabalhar o conceito de área, com a ideia de preenchimento através de uma unidade de área, construí algumas figuras com papel colorido para que os alunos pudessem manipular completar as figuras com as unidades de área.

Figura 11 – Unidades de área



Fonte: Fotografia feita pelo autor

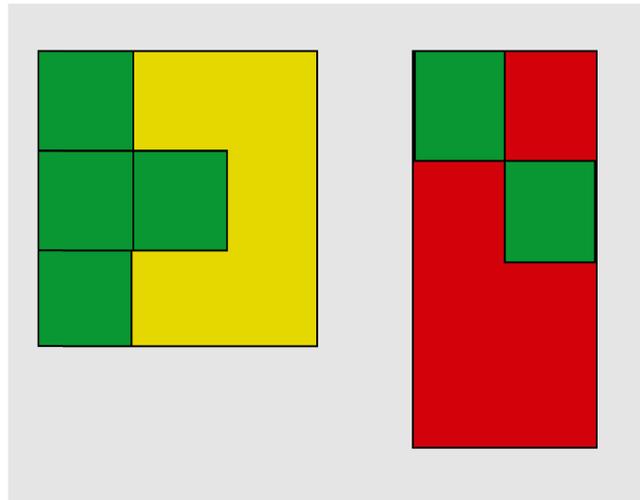
Figura 12 – Quadrado de lado “X”



Fonte: Fotografia feita pelo autor

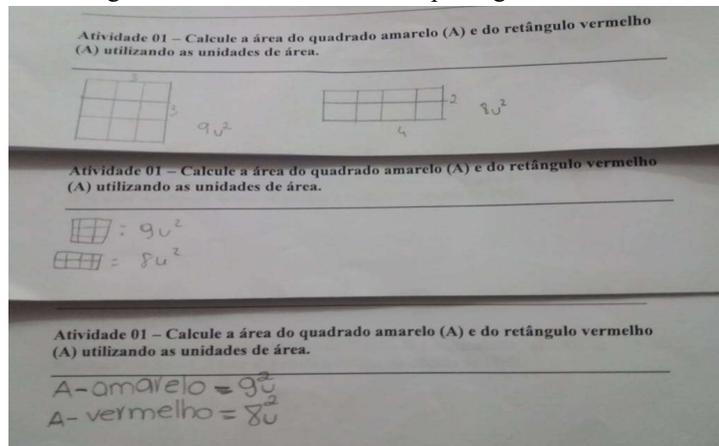
Nas atividades iniciais, os alunos deveriam preencher diferentes figuras com as unidades de área verdes.

Figura 13 – Ilustração da atividade



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 14 – Atividade realizada por alguns alunos



Fonte: Elaborado pelo autor

Resolução de uma equação utilizando os materiais manipuláveis

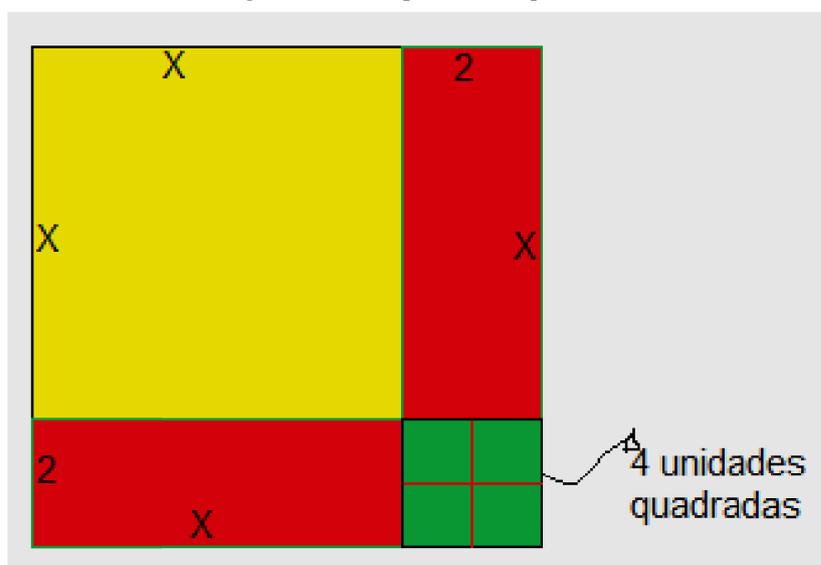
Antes que os alunos pudessem resolver algumas equações sozinhos, nós resolvemos juntos a seguinte equação:

$$X^2 + 4X - 21 = 0 \quad \text{que equivale à} \quad X^2 + 4X = 21$$

Como já havíamos trabalhado com o conceito de área, pedi que enxergassem a equação da direita como uma igualdade entre áreas de figuras. O X^2 representaria a área de um quadrado de lado “X”, o “ $4X$ ” seria a área de um retângulo de lados “X” unidades e 4 unidades e o número 21 deveria ser visto como o valor da área de uma figura qualquer.

Os alunos deveriam dividir o retângulo de lados 4 unidades e “X” unidades em dois, obtendo dois retângulos de lados 2 unidades e “X” unidades. Através do uso dos materiais manipuláveis distribuídos, os alunos foram orientados a organizar os materiais como mostra a figura 15, a fim de completar a figura de um quadrado.

Figura 15 – Completando o quadrado



Fonte: Elaborado pelo autor

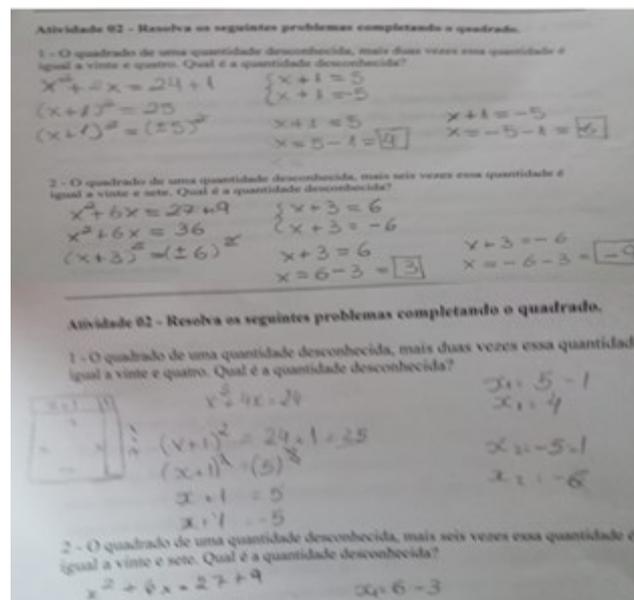
Como foi necessário acrescentar 4 unidades para completar a figura de um quadrado, devemos acrescentar 4 unidades de cada lado da equação para que a igualdade entre as áreas permaneça. Agora temos a área de um quadrado de lado $(x+2)$ sendo igual a 25 unidades de área. Como 25 unidades de área representa a área de um quadrado de lado igual a 5 temos a equação do 1º grau $(x+2)=5$.

Nesse caso teríamos somente uma solução da equação, mas sabemos que 25 também é igual à $(-5)^2$, assim, basta resolver a equação $(\pm 5)^2 = (x + 2)^2$, sendo uma raiz da equação $x+2=5$ e outra raiz da equação $x+2=-5$.

Após a resolução da equação acima, foi proposto que os alunos resolvessem sozinhos, mais duas equações.

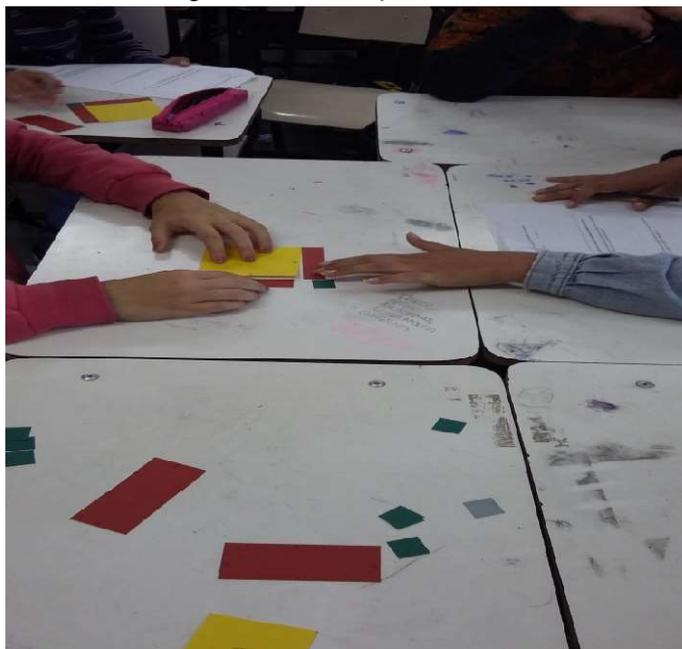
A próxima figura mostra os alunos trabalhando como os materiais e também algumas atividades resolvidas pelos mesmos.

Figura 16 – Atividades



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 17 – Realização das atividades



Fonte: Elaborada pelo autor

Na sequência, os alunos passaram a desenhar as figuras e só então passamos para uma generalização através da álgebra.

Acredito que para trabalhar com áreas no Ensino Fundamental, devemos abordar o conceito de unidade de área, para então proceder para o cálculo da área através das medidas dos lados das figuras, pois os alunos poderão não compreender o conceito de área.

Sobre o ensino de área nos anos iniciais: algumas considerações

Como já dissemos a intenção aqui não é trazer uma sequência didática para ser aplicada nos anos iniciais, nem tão pouco apresentar atividades relacionadas como a formação matemática dos professores. Queremos que através do estudo de uma fonte do passado da educação matemática e da experiência com uma atividade aplicada em outro nível, possamos refletir sobre o ensino do conceito de área nos anos iniciais.

Se fizermos uma busca na internet, provavelmente iremos encontrar vídeos e atividades que trabalham o conceito de área, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. A questão é que na prática, percebo que o uso desse tipo de atividade não ocorre com frequência.

Em síntese, o que eu quero com esse produto educacional é enfatizar que a atividade relatada aqui, foi muito proveitosa para os alunos, além de eles gostarem das aulas, que foram muito diferentes das aulas tradicionais, eles realmente compreenderam o conceito que foi trabalhado.

Se atividades como essas, desenvolvidas a partir de uma fonte utilizada no passado da educação matemática e realizadas através do uso de materiais manipuláveis, foram muito produtivas para alunos no início do Ensino Médio, acredito que darão muito certo para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, onde as metodologias que utilizam materiais manipulativos oferecem ótimos resultados. O professor pode elaborar atividades específicas para seus alunos, utilizando, por exemplo, papel quadriculado, papel cartão colorido, recortes e montagens de figuras.

O estudo sobre as práticas do passado da educação matemática pode oferecer alternativas para o ensino hoje e conhecer a história pode desfazer alguns mitos (do senso comum) de que somente o “moderno” traz vantagens.

Refletindo sobre as atividades apresentadas neste texto e analisando as características de sua sala de aula, o professor poderá desenvolver atividades que representem um saber *para* ensinar Geometria nos anos iniciais.

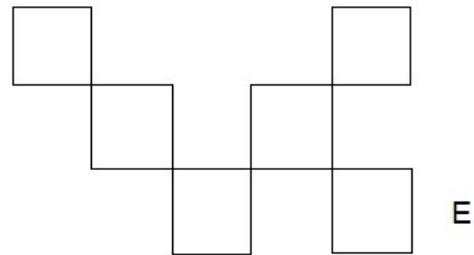
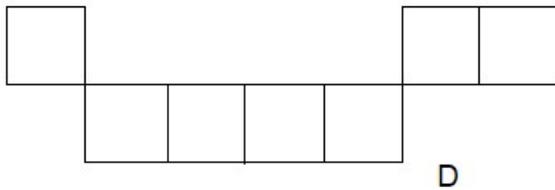
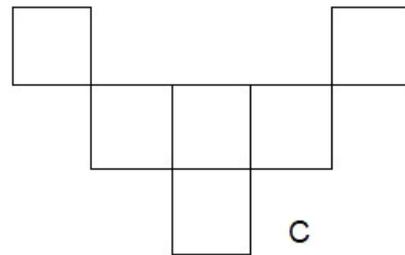
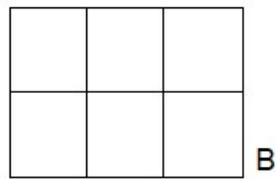
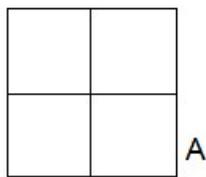
Referências

OLIVEIRA, M. C. A.; LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. Movimento da Matemática Moderna: uma história escrita por um movimento de pesquisadores da história da educação matemática. In: OLIVEIRA, M. C. A.; LEME DA SILVA, M. C.; VALENTE, W. R. **O Movimento da Matemática Moderna: história de uma revolução curricular**, Editora UFJF, p. 06-10, 2011.

OLIVEIRA, R. V. L. **Geometria *a* e *para* ensinar: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais 1960-1980**. 101f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, PPGEM – UFJF, Juiz de Fora, Minas Gerais, 2018.

Anexo 01 - Atividade da figura 04

Observe o modelo e complete



A região A tem _____ quadrados de 1 cm de lado. Sua área será de _____ cm^2

A região B tem _____

A região C tem _____

A região D tem _____

A região D tem _____

Anexo 02 - Atividade da figura 05

Determine a área e o perímetro de cada polígono nas unidades cm e cm^2

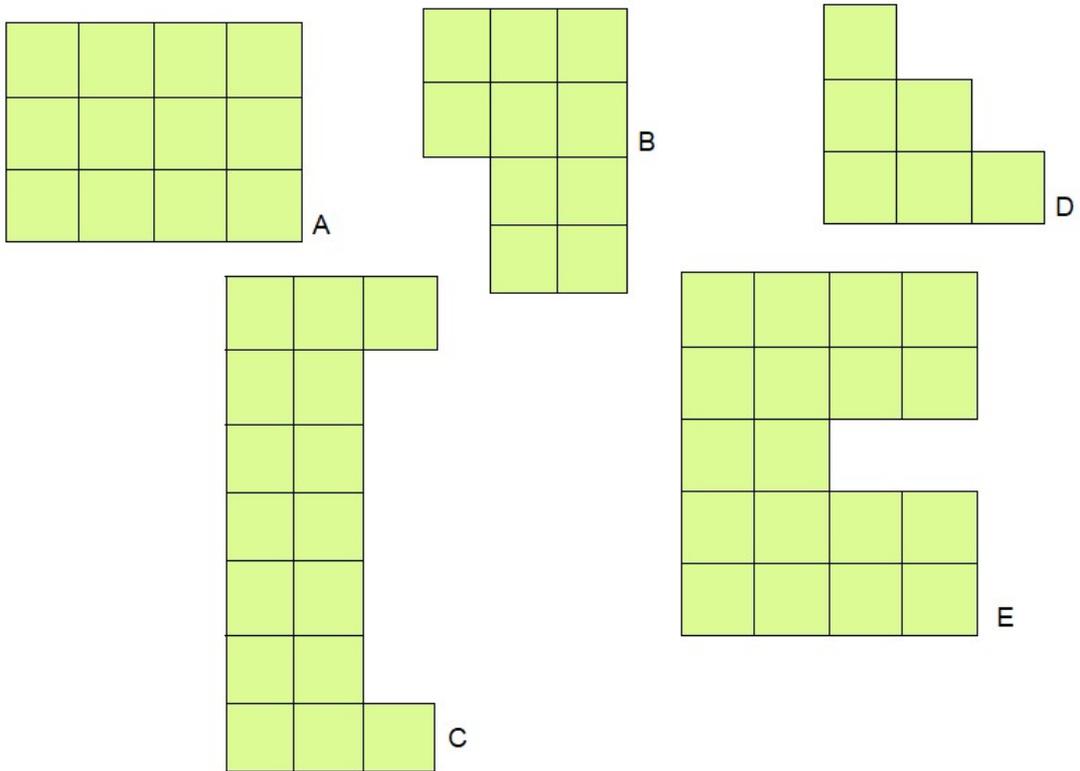
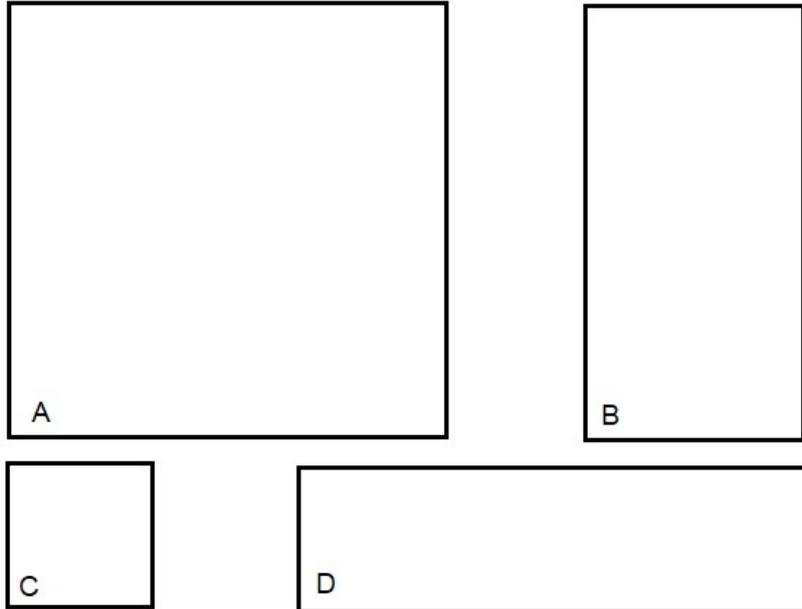


FIGURA	PERÍMETRO (em cm)	ÁREA (em cm^2)
A		
B		
C		
D		
E		

Anexo 03 – Atividade da figura 06

Vamos determinar o comprimento dos lados, o perímetro e a área das figuras.

Use as unidades  e  1 cm^2



Quantos quadrados de 1 cm de lado você pode desenhar na

Figura A? _____

Figura B? _____

Figura C? _____

Figura D? _____

Complete o quadro

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
A		
B		
C		
D		