

TAREFAS INVESTIGATIVAS NO ENSINO DA GEOMETRIA



Maria Dulce Gonçalves de Matos
Arthur Gonçalves Machado Junior

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Biblioteca do Instituto de Educação Matemática e Científica – Belém-PA

M433t Matos, Maria Dulce Gonçalves de, 1968-
Tarefas investigativas no ensino da geometria [Recurso eletrônico] / Maria Dulce Gonçalves de Matos, Arthur Gonçalves Machado Júnior. — Belém, 2017.

856,51 Kb: il. ; ePUB.

Produto gerado a partir da dissertação intitulada: Práticas investigativas no ensino de geometria: contribuições para ação docente, defendida por Maria Dulce Gonçalves de Matos, sob a orientação do Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Júnior, defendida no Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, em Belém-PA, em 2017. Disponível em:

<http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/10512>

Disponível somente em formato eletrônico através da Internet.

Disponível em versão online via:

<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/566424>

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Geometria – Estudo e ensino. I. Machado Júnior, Arthur Gonçalves. II. Título.

CDD: 23. ed. 510.7

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	3
INTRODUÇÃO.....	5
CAPÍTULO I: Investigar para ensinar e aprender matemática	7
CAPÍTULO II: O papel do professor em meio a experiências com práticas investigativas no ensino de matemática	13
CAPÍTULO III: O ensino da geometria no cenário educacional brasileiro.....	16
CAPÍTULO IV: Tarefas investigativas no ensino de geometria	32
CAPÍTULO V: Considerações Finais	42
REFERÊNCIAS.	44

APRESENTAÇÃO

A sociedade do século XXI, sofre rápidas mudanças nos contextos sociais, econômicos, produtivos e culturais. Em função disso, necessita da formação de pessoas capazes de responder as demandas que emergem dessa nova realidade social. A educação, responsável pela formação humana, é vista como a principal área para responder de forma eficaz, tendo a responsabilidade de preparar o cidadão do século XXI, com competências, valores e habilidades, que o permita se apropriar das informações que estão postas de forma globalizada e as transformem em conhecimento.

Nestes termos, entendemos que a escola cujo papel é o de socializar conhecimentos científicos e saberes culturais, deve buscar novas formas de desenvolver o processo ensino/aprendizagem voltado para uma formação cidadã autônoma. Nesse sentido se faz necessário que os professores se apoderem de teorias e práticas inovadoras de ensino que possibilitem aos alunos compreenderem e darem significado aos conhecimentos abordados em sala de aula.

Nesta perspectiva, apresentamos a proposta de ensino inovadora de práticas investigativas em matemática na concepção de Ponte et al (2015), Ponte et al (1998), Ponte (2003 e 2005), Fiorentini (2012), na qual abordamos o conteúdo de geometria do Bloco Espaço e Forma para o quinto ano do ensino fundamental.

A proposta do E-book, surgiu a partir da necessidade de socializarmos os resultados, informações e conhecimentos produzidos em nossa dissertação de Mestrado Profissional, da Universidade Federal do Pará do Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas.

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública da zona rural do município de Uruará, localizado na região Oeste do Estado do Pará, na qual teve como principal participante, um professor que ensina matemática na educação básica, no quinto ano do ensino fundamental de nove anos. A pesquisa teve como objetivo identificar e interpretar para compreender e descrever como um professor organiza e desenvolve com seus alunos, ensino de geometria, a partir de práticas investigativas.

Nossa intenção, ao construir o *E-book*, é a de que possa subsidiar práticas docentes, utilizando práticas investigativas para o ensino da geometria, ofertando aos professores da Educação Básica mais uma possibilidade para o ensino desse objeto matemático, mas informações (www.ppgdoc.propesp.ufpa.br).

INTRODUÇÃO

Pesquisas desenvolvidas no Brasil acerca do ensino da geometria apontam para a escassez do desenvolvimento desse conteúdo matemático na escola, em especial na escola pública, fato que vem prejudicando muitos alunos, tendo em vista a importância desse conteúdo matemático para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, da percepção de mundo em que estão inseridos, bem como o estabelecimento de relações com outras áreas do conhecimento. Passos e Nacarato (2014), alertam que o conteúdo de geometria, é quase sempre deixado para o final do ano letivo, e isso tem dificultado o aprendizado dos alunos em relação aos domínios desse conteúdo, nos vários níveis de ensino.

Sena e Dorneles (2013), que organizaram um mapeamento das teses brasileiras pertencentes ao banco de dados da Capes, no período de 1991-2011, cujas temáticas abordadas fazem referência à geometria, mais especificamente, procuraram, a luz da Educação Matemática, identificar quais os rumos sobre o ensino da geometria se apresentam nas pesquisas, das últimas décadas, em nosso país. Dentre os resultados, as referidas autoras revelam que o estudo referente ao ensino de geometria não é uma das prioridades no Brasil, apontam *para um descaso que parte do processo histórico e se faz presente no cotidiano atual* (SENA e DORNELES, 2013, p.17). As autoras esclarecem ainda que um dos desafios a serem superados, persiste na falta de preparo dos professores para trabalhar com a Matemática de forma geral, em especial a geometria.

Nesta perspectiva, pesquisadores como Pavanello (1989), Lorenzato (1995), Nacarato (2000), Almeida (2015), Pirola (2014), alertam sobre a importância do ensino da Geometria, inclusive, destacando, que esse conteúdo deve ser trabalhado desde da educação infantil. Para os autores, o abandono do ensino da Geometria pode ter sido ocasionado em função do Movimento da Matemática Moderna, cujo seus princípios, comprometeram formação dos professores nesse campo do conhecimento.

Nos PCN (BRASIL, 1997), a geometria, é apontada como um campo fértil para se trabalhar com situações problemas. Consta ainda nesses parâmetros que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática no ensino fundamental (EF), porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Nesse sentido, nossas reflexões e questionamentos em torno do ensino/aprendizagem da Geometria nos impulsionou na busca de novas práticas para o ensino do referido objeto. Nesta direção apresentamos neste *E-book*, a proposta do desenvolvimento de práticas investigativas, tema abordado em nossa dissertação de mestrado, como possibilidade para os alunos mobilizarem e desenvolverem competências e habilidades que os conduzam a exploração e investigação de conhecimentos geométricos, por meio da formulação de testes de conjecturas, demonstração, validação e avaliação, na perspectiva de (PONTE et al, 2015).

Assim, nesta obra, trazemos no primeiro capítulo os pressupostos teóricos que sustentam a proposta do desenvolvimento de práticas investigativas para o ensino/aprendizagem da matemática. No segundo capítulo discutimos acerca do papel do professor para a efetivação de práticas investigativas.

No terceiro Capítulo abordamos a temática sobre o ensino da geometria no Brasil, nas vozes dos seguintes autores: Pavanello (1989); Nacarato (2000); Nacarato *et al*, (2009); Lorenzato (1995 e 2010), 2015; Pirola, (2000 e 2014); Almeida, (2015); Passos e Nacarato, (2003 e 2014); Fiorentini *et al*, (2009), Valente e Silva, (2014); entre outros, bem como um estudo em dissertações de Mestrado Profissional que versam sobre a temática.

No quarto Capítulo, apresentamos sugestões de tarefas, com atividades diversificadas para professores do quinto ano do Ensino Fundamental da Educação Básica, com respectivas orientações para efetiva-las. Os conteúdos abordados nas atividades que compõem as tarefas fazem parte do Bloco Espaço e Forma para o quinto ano do Ensino Fundamental, propostos nos PCN (BRASIL,1977). Cabe salientarmos que as atividades apresentadas foram desenvolvidas no decorrer da nossa pesquisa de dissertação de mestrado. No quinto e último capítulo trazemos nossas considerações em relação a obra apresentada.

CAPÍTULO I

INVESTIGAR PARA ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA

Investigar é procurar conhecer o que não se sabe (PONTE et al, 2015).

Para Ponte *et al* (2015), investigar é a busca por desvendar aquilo que desconhecemos e que desafia ou toca nossa racionalidade. A metodologia de investigação pode ser utilizada em vários contextos, tendo como objetivo principal a construção de conhecimentos para a solução de problemas que se apresentam no cotidiano. É uma prática que ao ser desenvolvida na educação, por meio de atividades investigativas, potencializa o desenvolvimento criativo e cognitivo do aluno favorecendo, assim, o processo do ensino/ aprendizagem da matemática

Diante do exposto, compreendemos que a metodologia de investigação se configura com uma das formas capazes de atribuir sentido e significado as práticas utilizadas em sala de aula. Postura que encontra eco nos estudos de Fiorentini (2012, p.72), quando afirma que *ao adotar em sala de aula uma abordagem exploratório-investigativa implica romper com o paradigma do exercício. Consiste em desenvolver uma prática pedagógica heurística que instigue a formulação de perguntas ou problemas por parte dos alunos.*

Nesta perspectiva, alguns países passaram a utilizar essa metodologia em seus currículos e programas oficiais, como sendo uma estratégia para favorecer o ensino/ aprendizagem da matemática. Entre os países, estão Estados Unidos da América, Inglaterra, França e Portugal, que assumem a efetivação de práticas investigativas, nas aulas de matemática, com características diversas nos seus programas, sendo essas diversidades destacadas pelo autor citado.

O programa francês é muito explícito quando sublinha a iniciação dos alunos à actividade científica, com referência clara ao processo de descoberta. O currículo inglês inclui aspectos directamente relacionados com o trabalho investigativo numa das suas grandes áreas (“using and applying mathematics”). Os programas portugueses do ensino básico contemplam indirectamente este trabalho quando se referem à realização de actividades de exploração e pesquisa ou à elaboração de conjecturas pelos alunos (PONTE, 2003, p.19).

No Brasil, Os PCN não deliberam oficialmente a prática de investigação como metodologia para o ensino/aprendizagem da matemática, porém a ideia está presente implicitamente neste documento, com a seguinte afirmativa:

Para atender as demandas do trabalho contemporâneo é inegável que a Matemática pode dar uma grande contribuição à medida que explora a resolução de problemas e

a construção de estratégias como um caminho para ensinar e aprender Matemática na sala de aula. Também o desenvolvimento da capacidade de investigar, argumentar, comprovar, justificar e o estímulo à criatividade, à iniciativa pessoal e ao trabalho coletivo favorecem o desenvolvimento dessas capacidades (BRASIL, 1997, p.34)

A partir de 2005, pesquisadores brasileiros na área da Educação Matemática, dentre eles Fiorentini e Lorenzato (2006), mobilizaram-se para o desenvolvimento de pesquisas relacionadas à importância da utilização das práticas investigativas como estratégia para o ensino/aprendizagem de matemática. Tais pesquisas buscavam apresentar propostas aos professores, com as quais esses possam refletir sobre suas práticas em relação ao ensino da matemática e se apropriarem dessa metodologia para possibilitar aos alunos aprendizagens significativas.

Fiorentini (2012) aponta que essa alternativa tem ganhado força, a partir do ano citado, aproximando-se com a resolução de problemas. O grupo de sábado, com sede na Universidade de Campinas (UNICAMP), tem sido um dos principais seguidores dessa abordagem no Brasil interrelacionando-a, a um processo de formação continuada de professores mediada pela reflexão e investigação sobre própria prática.

Ponte (2003) argumenta que a inclusão das tecnologias na escola, e o acesso dos alunos a essas, possibilitou o desenvolvimento de uma perspectiva investigativa no currículo de matemática. Além disso, para o autor, tanto a resolução de problemas como as investigações apelam à imaginação e à criatividade, requerendo capacidades que se situam muito para além do cálculo e da memorização de definições e procedimentos.

Entre os estudos que justificam a inserção de atividades investigativas no currículo de matemática, está um projeto desenvolvido nos anos 1990 em Portugal, denominado de *Matemática para Todos*, que de acordo com Segurado e Ponte (1998), objetiva produzir, experimentar e avaliar propostas de trabalho que proporcionem aos alunos atividades de exploração e investigação e estudar os processos de raciocínio.

Para Ponte (2003, p. 21 e 22), este projeto serve de referência para a integração dessas atividades no currículo de matemática. O autor faz uso das palavras de Abrantes *et al* (1999), para expor razões que esclarecem de que forma essas atividades podem promover o ensino/aprendizagem da matemática de maneira significativa para os alunos. As justificativas explicitadas pelos autores são apresentadas da seguinte maneira:

- Constituem uma parte essencial do trabalho em Matemática, estando intimamente ligadas à natureza da atividade matemática e ao processo de produção de conhecimento nesta disciplina. Para que os alunos desenvolvam uma visão geral da Matemática, é necessário que se envolvam em processos característicos das atividades de investigação, tais como formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e provar resultados.
- Fornecem múltiplos pontos de entrada para alunos de diferentes níveis de competência matemática. Com efeito, uma tarefa de natureza investigativa, na sala de aula, pode ser abordada e desenvolvida de vários modos e em diversos graus de profundidade.
- Podem ser inseridas, naturalmente, em qualquer parte do currículo, representando na verdade um tipo de trabalho que tem um carácter transversal na disciplina de Matemática.
- Favorecem o envolvimento do aluno no trabalho que realiza na aula de Matemática. Sem esse envolvimento, dificilmente o aluno realizará uma aprendizagem significativa.
- Estimulam um pensamento globalizante que não se resume à aplicação de conhecimentos ou procedimentos pré-determinados e isolados, mas que, pelo contrário, implica normalmente que se relacionem diversos tópicos. Este modo de pensar, característico do raciocínio matemático, representa uma competência essencial nesta disciplina.
- Embora lidando com aspectos complexos do pensamento, reforçam as aprendizagens mais elementares. Estas aprendizagens, aliás, dificilmente se consolidam ou perduram na ausência de processos de pensamento e resolução de problemas que lhes dêem significado.

Ponte (2003), fundamentando-se em Brocardo (2002), assume a realização de investigações na sala de aula como possibilidade de estabelecer um ambiente em que os alunos participam ativamente, facilitando a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática. Assim, os alunos nesse tipo de metodologia adquirem papel ativo no seu processo de aprendizagem.

Diante destas perspectivas, Ponte *et al* (2015), diz que investigar em matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as

caracteriza é o estilo de conjectura-teste-demonstração. O autor faz algumas considerações acerca do conceito de atividade da investigação para o ensino/aprendizagem da matemática.

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino -aprendizagem, ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação dos resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (PONTE *et al*, 2015, p.23).

Nesse contexto, para o desenvolvimento do trabalho investigativo, Segurado e Ponte (1998) afirmam que este depende tanto das tarefas propostas, como do modo como o professor orienta a sua resolução, da cultura da sala de aula e do contexto escolar. Neste sentido, Ponte (2005), assinala alguns aspectos em relação a tarefa no desenvolvimento de atividades de investigação.

Uma tarefa é, assim, o objectivo da actividade. A tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma negociação entre o professor e o aluno. Além disso, a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo. (PONTE, 2005, p.1).

Na perspectiva do autor citado, é formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a atividade do aluno. Não basta, no entanto, seleccionar boas tarefas é preciso ter atenção ao modo de propô-las e de conduzir a sua realização na sala de aula.

Ainda se tratando de tarefas, Ponte (2005), esclarece que estas têm um papel importante para alcançar certos objetivos curriculares e fala da natureza das mesmas, em relação às características e finalidades. As tarefas de carácter mais fechado, como exercícios e problemas, são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, já que este raciocínio se fundamenta numa relação rigorosa entre dados e resultados. Já as tarefas de carácter mais acessível, as explorações e exercícios, permitem aos alunos um alto grau de sucesso, colaborando para o desenvolvimento da sua autoconfiança. As tarefas de natureza mais desafiante, ou seja, as investigações e problemas são imprescindíveis para que os alunos tenham uma efetiva experiência matemática. E por fim, as tarefas de ordem mais aberto são eficazes para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, dentre outras.

Nesta ótica, evidenciase que em atividades de investigação é possível a diversidade de tarefas, sendo necessário que:

[...] as tarefas, no seu conjunto, proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da Matemática. É preciso fazer escolhas, estabelecer um percurso balizado por tarefas que permitam trabalhar de modo natural os diversos aspectos de conteúdos e de processos visados pelo professor. (PONTE, 2005, p.18).

Para realização de atividades investigativas, além da etapa da formulação das tarefas, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, Ponte *et al* (2015), acrescentam outras: A realização da investigação, individual, aos pares, em pequenos grupos ou com toda turma e discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Os mesmos autores enfatizam os principais momentos de uma investigação matemática. O primeiro momento abrange o reconhecimento da situação, sua exploração preliminar e a formulação de questões. Já o segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro momento inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Em relação aos momentos de uma investigação matemática explicitados acima, Ponte (2003), esclarece ainda, que em cada um desses momentos podem ser incluídas diversas atividades. Essas atividades são apresentadas na figura abaixo.

Momentos de uma investigação	Actividades
Exploração e formulação de questões	Reconhecer uma situação problemática Explorar a situação problemática
Formulação de conjecturas	Formular questões Organizar Dados Formular conjecturas
Teste e reformulação de Conjecturas	Realizar testes Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	Justificar uma conjectura Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Tabela 1 – Momentos na realização de uma investigação (PONTE, 2003, p.07)

Diante do quadro acima, em relação as práticas investigativas para o ensino/aprendizagem da matemática, entendemos que para a efetivação desta, em sala de aula, se faz necessário uma ação pedagógica voltada para construção de um ambiente de aprendizagem no qual seja possível a mobilização para a ação do aluno na busca do conhecimento de forma crítica e autônoma para a solução dos problemas que emergirem.

Nesta linha de pensamento, compreendemos que tanto a mudança de conceber o processo educativo como a atuação do professor de matemática são imprescindíveis para inserção e o sucesso das práticas investigativas nas escolas públicas da educação básica brasileira. Sendo assim, no capítulo a seguir discutiremos sobre o papel do professor de matemática e sua atuação para o desenvolvimento de práticas investigativas voltadas para o ensino/aprendizagem da matemática.

CAPÍTULO II

O PAPEL DO PROFESSOR EM MEIO A EXPERIÊNCIAS COM PRÁTICAS INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Diversos autores teorizam acerca da necessidade da implementação de práticas inovadoras para promover o ensino/aprendizagem da matemática numa abordagem voltada para a construção de conhecimentos significativos para a qualidade da vida humana. Pesquisas como a de Ponte *et al* (2015), sinalizam que as investigações constituem um contexto favorável para gerar boas aulas em que os alunos podem interagir e construir conhecimentos matemáticos. Essas pesquisas enfatizam ainda que as investigações matemáticas envolvem, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, sendo que o objetivo principal a ser alcançado durante o trabalho envolvendo práticas investigativas em aulas de matemática, é oportunizar aos alunos estratégias para que esses possam ser capazes de conjecturar, provar, demonstrar e avaliar, o trabalho realizado durante todo o desenvolvimento da aula.

Diante desse contexto, entendemos que aulas desenvolvidas por meio de práticas investigativas podem favorecer a formação de habilidades e de atitudes nos alunos que os conduzam a compreensão do conhecimento matemático. No entanto, compreendemos assim como Ponte *et al* (2015), *que ação do professor não pode ser negligenciada e ou menosprezada nas práticas investigativas, pois seu papel é relevante para incentivar o interesse do aluno na busca do conhecimento matemática.*

Ou seja, o papel não se encerra neste momento ele se faz presente em toda trajetória da prática investigativa desde o momento inicial das tarefas fornecendo os instrumentos que irão nortear o aluno em todas as fases da investigação, bem como, utilizar habilidades e estratégias pedagógicas para incentivar a autonomia dos alunos diante do processo de ressignificação do conhecimento matemático colocado em foco.

Sendo assim para que o professor de matemática possa organizar para ensinar conteúdos matemáticos com práticas investigativas, este deve refletir e atuar na e sobre sua prática, buscar conhecimentos, com o intuito de proporcionar aulas interativas, dinâmicas, com diversidades de tarefas, que estimulem nos estudantes a atenção, a apreensão, a consciência e a concentração necessária para o desenvolvimento dos conteúdos apresentados.

Em relação à prática do professor de matemática numa aula de matemática por meio de investigação, Ponte (2003), cita um estudo de Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira e Varandas (1998), que discute sobre papéis que os professores de matemática devem desempenhar numa

aula, em que os alunos realizam atividades de investigação. Para o autor, os papéis são delimitados da seguinte maneira:

(1) Pensar matematicamente em frente dos seus alunos, decorre diretamente da própria natureza aberta da tarefa; (2) dar informação e promover a reflexão, que decorrem das duas dimensões fundamentais do currículo, a dos objetivos gerais e a dos conteúdos particulares; (3) desafiar os alunos, apoiá-los e avaliar o seu progresso, que decorrem da lógica do desenvolvimento de toda a atividade educativa (PONTE 2003, p. 50- 51).

Ponte *et al* (2015) afirma que o professor de matemática tem um papel determinante nas aulas de investigação, no entanto, a interação entre professor e aluno, deve ser diferente do que ocorre em outros tipos de aula, levando-o a confrontar-se com algumas dificuldades e dilemas. Porém, esse fato constitui um desafio adicional à prática do professor de matemática, visto que esse tipo de postura não é comum nos ambientes sala de aula, principalmente nessa área do conhecimento. Para tanto, os autores argumentam ainda, que o professor precisa conhecer bem seus alunos e estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem para que as práticas investigativas possam ser realizadas com resultados positivos para a aprendizagem e formação do aluno.

Nessa perspectiva, Ponte *et al* (2015) enfatizam algumas atribuições, inerentes ao professor do início ao término de uma atividade de investigação, para que essa possa ser favorável às aprendizagens dos alunos. Para a fase inicial de investigação, os autores, recomendam a criação de um ambiente de aprendizagem em que os alunos se sintam à vontade, com tempo adequado para colocar questões, pensar, explorar suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas, pois o aluno deve sentir que as suas ideias são valorizadas, sendo discutidas com colegas, sem a constante validação do professor.

O professor precisa ainda recolher informações sobre o modo como se vai desenrolando o trabalho dos alunos, desde o primeiro momento da investigação. Para a fase final, os autores advogam que o professor deve garantir a comunicação dos resultados e os processos mais significativos da investigação realizada de forma a estimular os alunos a questionarem-se mutuamente. Segundo os referidos autores, essa fase deve permitir também uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado, sendo um momento adequado para a justificação matemática das suas conjecturas.

Ponte (2003, p.63), fundamenta-se em Ponte, Ferreira *et al* (1998), para apresentar outras atribuições inerentes ao professor e as apresentam da seguinte maneira:

- Perspectivar a Matemática não como uma atividade em que se memorizam definições e obtêm as respostas corretas, mas em que as ações de questionar, pensar, corrigir, confirmar são características essenciais;
- Ser competentes na realização de investigações matemáticas, sentindo-se à vontade quando confrontados com situações complexas e imprevisíveis;
- Valorizar um tipo diferente de objetivos curriculares, como um vasto leque de capacidades, muito para além da destreza no cálculo e do conhecimento de factos matemáticos básicos;
- Desenvolver a sua criatividade curricular a fim de conceber e adaptar tarefas adequadas para os alunos;
- Assumir uma perspectiva da aprendizagem dos alunos baseada na atividade, na interação e na reflexão;
- Ser capazes de conduzir uma aula com uma dinâmica muito diferente da aula usual, sem orientar os alunos de forma excessiva ou insuficiente, proporcionando-lhes uma experiência de aprendizagem mais autónoma, mas também mais interativa (tanto no trabalho do grupo como em discussões coletivas).

Os autores citados, argumentam ainda que é possível o professor de matemática desenvolver o ensino de matemática por meio das práticas investigativas desde que assuma este tipo de ensino como objetivo pessoal e tenha apoio da instituição escolar, da comunidade e dos gestores educacionais.

Ao refletirmos sobre os argumentos explicitados pelos autores que desenvolvem pesquisas acerca das práticas investigativas, compreendemos essas, como uma estratégia que pode favorecer o processo de ensinar/aprender matemática, uma vez que pelas características metodológicas apontadas, vemos a possibilidade de o aluno passar a ser o protagonista na ressignificação de conhecimentos matemáticos e o professor assumir, na prática, o papel de mediador, orientando-o nesse processo de ressignificação.

Diante do exposto e direcionando nosso olhar para o ensino da Geometria nos anos iniciais, no qual a Geometria é conforme Ponte et al (2015), “particularmente propicia, desde os primeiros anos de escolaridade, a um ensino fortemente baseado na exploração de situações de natureza exploratória e investigativa”.

Nesse sentido, no próximo capítulo, passamos a apresentar considerações de pesquisadores brasileiros que desenvolveram/desenvolvem pesquisas sobre o ensino da Geometria no Brasil.

CAPÍTULO III

O ENSINO DA GEOMETRIA NO CENÁRIO EDUCACIONAL BRASILEIRO

O ensino da Geometria tem sido foco de interesse de muitos pesquisadores brasileiros PAVANELLO, 1989; NACARATO, 2000; NACARATO *et al*, 2009; LORENZATO, 1995, 2010, 2015; PIROLA, 2000, 2014; ALMEIDA, 2015; PASSOS e NACARATO, 2003 e 2014; FIORENTINI *et al*, 2009, VALENTE e SILVA, 2014; entre outros, que apresentam pesquisas, onde trazem reflexões acerca do Movimento da Matemática Moderna e a influência deste para o ensino da Geometria no Brasil, versam ainda, sobre a resistência de alguns educadores matemáticos em relação a esse movimento, bem como suas propostas construídas em grupos colaborativos com alternativas para o desenvolvimento do ensino de Geometria nas escolas brasileiras, tendo em vista colaborar na formação de pessoas capazes de fazerem a leitura do mundo em que estão inseridos.

O ensino da geometria para os anos iniciais na educação brasileira sofre influência da revolução francesa e tem início com a implementação da Lei Geral¹, em 15 de outubro de 1827, que estabelece o ensino da geometria como prática voltada para a agrimensura. A esse respeito Valente e Silva (2014, p.23), salientam que:

[...] A organização da escola de primeiras letras no Brasil indica que o ensino de geometria deveria ter caráter prático; um ensino que pudesse dar condições para o exercício profissional, para a medida de terrenos, para agrimensura. Assim, a geometria para os que iniciam a escola constitui saber específico, técnico, instrumental.

Os autores ainda argumentam que o ensino da geometria voltado para prática no cotidiano escolar sofre transformações, com o avanço e a disseminação de uma cultura escolar, com mecanismos e ingredientes próprios, como os livros didáticos, programas de ensino e a organização do trabalho pedagógico (VALENTE e SIVA, 2014).

Nesse contexto os conteúdos geométricos apresentados nas escolas passam a ser organizados numa sequência lógica tomando como referência os elementos da geometria euclidiana: ponto; reta; plano; posições relativas de duas retas; etc. Sendo assim, a geometria é

¹A Lei Geral, em 15 de outubro de 1827, em seu artigo 6º, dispunha que: “Aos meninos, os professores ensinarão a ler, as quatro operações de Aritmética, a prática de quebrados decimais e proporções, as noções mais gerais de Geometria prática[...] às meninas, as mestras ensinarão só as quatro operações [...]”. (Lorenzato, 2010, p.58).

abordada nas escolas pelo método axiomático que se tornou o método científico sistematizado da matemática. A esse respeito Fiorentini argumenta que:

[...] O modelo euclidiano de organização e sistematização do conhecimento matemático, ainda muito presente nas práticas escolares atuais, trazem consequências pedagógicas que pouco contribuem para a produção de prática pedagógica capaz de desenvolver a autonomia de pensamento e de linguagem do aluno. Pois essas concepções priorizam o conhecimento pronto, acabado e a-histórico, nada parecido com aquele que acontece no processo de aprendizagem ou de produção do conhecimento. (2005, p.110).

Diante desse contexto, Lorenzato (1995, p.4), alerta que, *o método adotado para o ensino da geometria assume o caráter lógico- dedutivo, com demonstrações, e os nossos alunos os detestavam.*

Nesses termos, o ensino da geometria predominou por um longo período no Brasil, todavia com os avanços científicos e tecnológicos, em especial, com o lançamento do foguete Soviético (Sputnik), os Estados Unidos a partir de 1950 direcionam atenção para a formação científica entendendo ser necessário a população, devendo ser adotado nas escolas, dando ênfase ao ensino da matemática e propondo alterações no currículo a ser trabalhado (VALENTE e SIVA, 2014). Porém foi em 1960, encabeçado pelos Estados Unidos e Europa, que esse movimento, conforme asseveram Valente e Silva (2014), ganhou força e se constituiu como sendo o Movimento da Matemática Moderna (MMM), movimento que estabeleceu “novas” diretrizes para o ensino da Matemática.

Pavanello (1989), reflete sobre o MMM e suas influências no contexto brasileiro. Para a autora,

É no início da década de 60, também, que se generaliza a influência do movimento da matemática moderna no Brasil, com o lançamento dos primeiros livros didáticos escritos já sob essa influência e com a criação de alguns “grupos de estudos” para o ensino da matemática. A influência predominante na matemática Moderna no Brasil foi a francesa, como consequência dos cursos ministrados na Universidade (na Universidade de São Paulo, Especialmente) por matemáticos franceses, nas décadas de 40 e 50. Dentre eles figurava Dieudonné e outros ex-integrantes do grupo Bourbaki. Assim, quando Dieudonné se lança em defesa da Matemática Moderna, é seguido pelos professores universitários brasileiros, que disseminam estes ideais entre os professores secundários. A influência americana começa a se fazer sentir a partir da tradução, para o português, dos trabalhos do SMSG (School Mathematics Study Group), predominando, então por algum tempo. (PAVANELLO, 1989, p. 162).

No PCN (BRASIL, 1998) consta que a Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por se considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela constituía

uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Para tanto, procurou aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores. O ensino proposto fundamentava-se em grandes estruturas que organizam o conhecimento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia, etc.

Pavanello (1989) destaca a ideia central desse movimento como sendo a de adaptar o ensino às novas concepções surgidas com a evolução desse ramo do conhecimento, que se configura em trabalhar a matemática do ponto de vista das estruturas.

A preocupação com as estruturas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos está presente nos livros didáticos de matemática destinados ao curso ginásial, publicados no Brasil a partir da década de 60. A mesma orientação faz-se sentir nos programas propostos, em 1965, pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, através do seu departamento de Educação. (PAVANELLO,1989, p.163).

A proposta de se desenvolver o ensino da matemática por meio de estruturas e da utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos não se apresenta como uma tarefa fácil de ser efetivada em relação aos conteúdos eleitos para esse fim, em particular o conteúdo de Geometria. Essa afirmativa é sustentada por Pavanello, quando argumenta que,

Se esta orientação, porém, pode ser facilmente posta em prática no tocante à álgebra e à aritmética, o mesmo não acontece com relação à Geometria. Esta não pode mais ser trabalhada à maneira tradicional. Desta forma, num primeiro momento, opta-se por acentuar, nesses livros, as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotar, para Geometria, a mesma simbologia usada para os conjuntos em geral, e por trabalhá-la segundo uma abordagem intuitiva. Esta abordagem se concretiza, nos livros didáticos, pela utilização de teoremas como postulados, mediante os quais pode-se resolver alguns problemas. Não existe, agora, uma preocupação em construir uma sistematização a partir das noções primitivas e empiricamente elaboradas (PAVANELLO,1989, p.163).

Almeida (2015) reitera as afirmativas da autora citada, e tece considerações em relação às consequências das ideias implementadas pelo movimento da matemática moderna para o ensino da Geometria no Brasil. A autora argumenta que no momento em que o ensino de matemática se fundamentou no estudo das estruturas algébricas e na teoria dos conjuntos, a abordagem euclidiana clássica até então utilizada no ensino de Geometria passou a enfatizar, a noção de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjunto de pontos do plano, adotando-se para sua representação a linguagem da teoria dos conjuntos.

Outro fato destacado pela autora é que a aproximação da matemática escolar com a matemática da academia, priorizando o ensino das estruturas e o uso da linguagem dos conjuntos como elemento de unificação, sem levar em consideração que tanto alunos como professores não estavam preparados para apropriarem-se dos conhecimentos matemáticos da

forma como estavam sendo propostos, tendo em vista que a maneira como os professores foram formados, pouco contribuía para atender as exigências impostas para o ensino da matemática, porém foram obrigados a ensinar matemática nesses moldes.

Ainda, se tratando da influência do Movimento da Matemática Moderna para o ensino da matemática, Lorenzato (1995) faz algumas ponderações acerca dos impactos deste, dando ênfase ao ensino da Geometria e salienta que,

O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, com demonstrações, e nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje. (LORENZATO, 1995, p.4).

Assim como o autor citado, Nacarato e Passos (2003, 2014), ressaltam que muitas pesquisas, realizadas nas últimas décadas, têm enfatizado o esvaziamento do ensino da Geometria decorrente do Movimento da Matemática Moderna e que após a reforma modernista, a Geometria passou a desempenhar uma função subsidiária na construção de conceitos e na visualização de propriedades aritméticas e algébricas.

Pavanello (1989) aponta a implementação da Lei de Diretrizes e Bases 5692/71, como outro fator que contribuiu para o abandono do conteúdo da Geometria nas escolas brasileiras, quando está permitindo que cada professor adote seu próprio programa de acordo com as necessidades da clientela.

Segundo a autora, a maioria dos alunos do EF deixam, assim, de aprender Geometria, pois em geral, os professores dos anos iniciais do EF limitam-se a trabalhar somente a aritmética e as noções básicas de conjunto. Como consequência, o estudo de Geometria, quando acontece, passa a ser feito apenas no Ensino Médio (Cf. PAVANELLO, 1989).

Almeida (2015, p.26), em conformidade com as reflexões de Pavanello (1989), afirma que:

O ensino de Geometria foi na prática perdendo espaço no currículo implementado pelos professores e muitos alunos atravessaram o ensino de matemática na escola básica tendo como únicos contatos com a Geometria elementar, o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de medidas de áreas e de volumes. Assim, a redução do papel da Geometria no ensino de Matemática, no Brasil, ocorreu particularmente ao longo dos anos 1970 e 1980.

A referida autora aponta que mesmo com o fim do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, o impacto no ensino da Geometria se faz presente nos dias atuais, pois muitos educadores brasileiros foram formados nessa época.

Lorenzato (1995) manifesta-se em relação à formação inadequada dos professores para o ensino da Geometria, afirmando que muitos professores não detêm os conhecimentos

geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. Esse fato é referendado em uma de suas pesquisas, destacada a seguir,

A pesquisa "Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores" (Lorenzato, 1993) realizada com 255 professores de 1ª a 4ª séries com cerca de 10 anos de experiência de magistério: submetidos a 8 – questões (propostas por alunos) referentes à Geometria plana euclidiana (conceitos de ângulo, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume), foram obtidas 2040 respostas erradas, isto é, o máximo possível de erros. E mais: somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos alunos. Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (LORENZATO, 1995, p.3).

Almeida (2015) afirma que a preocupação com o descaso em relação ao conteúdo fez surgir algumas ideias e experiências bem-sucedidas, tanto no Brasil, quanto em outros países, posturas que vêm sendo apontados como possíveis caminhos para que o ensino da Geometria volte a ocupar seu lugar nas escolas.

Sendo assim, entendemos ser pertinente refletirmos, a partir desse contexto, acerca das alternativas apresentadas como estratégias propícias para organização do ensino da Geometria desde a educação infantil.

Algumas alternativas propostas para o ensino da Geometria em meio ao Movimento da Matemática Moderna

Almeida (2015) afirma que não podemos precisar quando o Movimento da Matemática Moderna chegou ao fim, porém é possível dizer que a partir de meados da década de setenta as críticas ao movimento se intensificaram, sinalizando caminhos e conteúdos diferentes para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), dos Estados Unidos, apresentou várias recomendações para o ensino de Matemática no documento *Agenda para Ação 2*. Nele, a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos de 1980. Também a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática. Nesse documento, consta ainda que as recomendações referidas acima influenciaram nas reformas que ocorreram em todo o mundo, as propostas elaboradas no período de 1980 a 1995, em diferentes países, apresentou pontos de convergência, como o direcionamento do EF para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores; importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu

conhecimento; ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas e importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no EF (BRASIL, 1998, p.20).

Diante desse fato houve um repensar acerca realidade do ensino da matemática a nível internacional e nacional. No Brasil diversos pesquisadores, entre eles, D'Ambrósio (2016), LORENZATO (1995, 2010), FREITAS (2005), GONÇALVES (2000), FERREIRA (1991), FIORENTINI (2005), dedicaram-se a pesquisas voltadas ao ensino da matemática nos moldes de uma práxis educativa libertadora, nos termos de (FREIRE, 1987, p.69), onde os homens *sintam sujeitos de seu pensar, discutindo o seu pensar, sua própria visão de mundo, manifestada implícita ou explicitamente, nas suas sugestões e nas de seus companheiros.*

A Geometria, ramo da matemática apontada em pesquisas na área da Educação Matemática, como sendo necessário o retorno do seu ensino nas escolas, em especial nas escolas públicas, compreendidas como escolas do povo, uma vez que a tradicional dualidade do ensino brasileiro até que poderia, em termos do ensino de matemática, ser colocado como *a escola onde se ensina Geometria (escola para a elite) e escola onde não se ensina Geometria (escola para o povo)* (PAVANELLO, 1989, p.166).

Nacarato e Passos (2003) apontam que a recuperação do ensino da Geometria passou a ser ao final de 1970, preocupação dos educadores matemáticos, bem como se torna tema de significativo número de pesquisas produzidas no Brasil, na década de 1980, porém salientam que a problemática em torno do ensino da Geometria tem uma amplitude a nível nacional e internacional, e que essa foi discutida na conferência intitulada, *Perspectivas para o Ensino da Geometria no Século XXI*, realizada na Catânia (Sicília, Itália), em outubro de 1995, promovida pela *The International Commission on Mathematics Instruction*, onde foram apresentados objetivos para o ensino da Geometria nos diferentes níveis escolares, de acordo com os diferentes ambientes, tradições culturais e levantadas questões como: *Por que é aconselhável e/ou necessário ensinar Geometria? O quê e como ensinar Geometria? O que é pensamento geométrico? Como ele se desenvolve? Como avaliar conhecimentos geométricos?*

As referidas autoras argumentam ainda, que diante das discussões e recomendações feitas na conferência, se faz necessário ampla divulgação, para que, tanto professores quanto órgãos institucionais, verifiquem a viabilidade e aplicação das propostas levantadas para o desenvolvimento do ensino da Geometria nos sistemas de ensino. Nessa perspectiva, expõem de forma resumida as principais recomendações formuladas na Conferência, as quais apresentamos no quadro (1) abaixo:

Quadro 1

1. O currículo de Matemática do ensino primário (atual ensino fundamental) deve incluir geometria bi e tridimensional para que os alunos sejam capazes de descrever, desenhar e classificar figuras; de investigar e predizer o resultado, de combinar, subdividir e transformar figuras; de desenvolver a percepção espacial; de relacionar ideias geométricas com ideias numéricas e de medição; de reconhecer e apreciar a geometria dentro do seu mundo.
2. Deve-se evitar substituir o programa de geometria pelos tópicos sobre medidas.
3. Merecem menos atenção atividades centradas na memorização de vocabulário, fatos e relações.
4. Nos seis primeiros anos de escolaridade o programa deve ser essencialmente centrado em atividades e não em teoria sobre tópicos geométricos.
5. Os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano letivo e não somente em um determinado período de tempo no ano.
6. São recomendáveis atividades que façam conexões com áreas afins como Artes, Geografia e Física.
7. Havendo condições e se os professores estiverem preparados, devem ser organizadas atividades com tópicos não convencionais e que fogem da tradição euclidiana, tais como: topologias e gráficos; geometria não- euclidiana; teoria de nós, etc.
8. O currículo de geometria, principalmente a partir da 7ª série, deve ter fortes conexões com aplicações e situações reais.
9. Rudimentos de geometria analítica podem ser antecipadas sem ênfase demasiada na notação.
10. É possível uma abordagem de natureza histórica epistemológica, de que a geometria é rica de em significados.
11. Instituições como universidades e secretarias de educação devem organizar programas para capacitação dos professores para o ensino da geometria.
12. A geometria deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que se vive, por ser o campo mais intuitivo e concreto da matemática e o mais ligado à realidade.
13. As novas tecnologias têm afetado profundamente nossa sociedade. Atividades tradicionais, como o desenho técnico feito à mão, tornaram-se obsoletas. Novas profissões estão surgindo. É fato que os indivíduos deste final de século, todos, necessitam de uma Educação Visual. A geometria tem como cumprir este papel.

Fonte: Nacarato e Passos (2003, p. 28-30).

É possível percebermos que algumas das recomendações citadas acima, estão contempladas em alguns documentos oficiais do Brasil que deliberam as diretrizes para o ensino da matemática, e, por conseguinte o conteúdo geometria. Nos PCN (Brasil, 1997), é abordado que o ensino da geometria é um campo fértil para se trabalhar situações-problema, sendo um tema com o qual os alunos demonstram interesse natural, e que o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças, identificar regularidades e vice-versa. É recomendado ainda, que o trabalho com a Geometria seja realizado a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, já que dessa forma pode possibilitar a conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997, p.39).

Também da necessidade de um trabalho voltado ao pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularíssimo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas; estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações e, ainda, resolver situações problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. (BRASIL, 1998).

Em relação a formação do pensamento geométrico, Passos e Nacarato (2014), salientam que existem várias teorias para conceituar a formação deste, ressaltam ainda que as habilidades de percepção espacial estão na base da construção desse pensamento. As referidas autoras trazem para discussões análises realizadas por Delgrande (1994), acerca de um conjunto de cinco habilidades de percepção descrito por Frostig e Horne (1964) e aponta também mais duas aptidões examinadas por Hoffer (1977). Estas habilidades estão discriminadas da seguinte maneira:

- Coordenação visual motor; habilidade de coordenar a visão com o movimento do corpo, percebendo objetos exteriores e suas relações.
- Percepção de figuras em campo; ato visual de identificar uma figura específica (o foco) num quadro (campo), isto é ato de distinguir a frente do fundo.
- Constância de percepção ou constância da forma e tamanho; habilidade de reconhecer que um objeto tem propriedades invariáveis, como tamanho e forma,

apesar das várias impressões que pode causar conforme o ponto do qual é observado. Essa habilidade depende em parte da aprendizagem e de experiências que são possibilitadas por atividades de natureza geométrica.

- A Percepção da posição no espaço; habilidade que permite ao sujeito determinar a relação de um objeto com outro e com relação a si próprio (observador). Essa habilidade lida com a discriminação de rotações, reflexões e translações de figuras.
- A percepção de relações espaciais; habilidade que o sujeito tem de ver dois ou mais objetos em relação a si próprio ou relação um a o outro. Essa habilidade permite observar congruências, relação entre duas figuras.
- A discriminação visual; habilidade de distinguir semelhanças e diferenças entre objetos independentemente da posição. Fazendo comparações visuais e verbais entre as coisas que vêem.
- Memória visual; habilidade de lembrar precisamente de objetos que não estão mais a vista, relacionando suas características com as de outros objetos presentes ou ausentes, lançando mão das abstrações e do pensamento simbólico.

Diante do exposto Passos e Nacarato (2014), salientam a relevância do desenvolvimento de habilidade de percepção espacial para a construção do pensamento geométrica e enfatizam a necessidade de considerarmos outros aspectos, como a do próprio conceito geométrico. As referidas autoras buscam fundamentos em Fischbein (1993), para explicitar que objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes, uma conceitual e outra figural. Segundo as autoras a natureza conceitual expressa propriedades que caracteriza classes de objetos através da linguagem escrita ou falada. A natureza figural corresponde a imagem mental que associamos ao conceito e que na Geometria tem a característica de poder ser manipulada através de movimentos como translação, rotação e outros, mantendo invariantes certas relações.

Ainda dialogando com Fischbein (1993), Passos e Nacarato (2014), afirmam que a caracterização de um conceito se configura na expressão de uma ideia, na representação geral, ideal de uma classe de objetos, baseados em seus traços comuns. Já a imagem mental é uma representação sensorial de um objeto ou fenômeno. As referidas autoras entendem a visualização como a habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto, ou seja, para essas autoras o significado atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis.

Passos e Nacarato (2014, p.6), apontam diferentes tipos de visualização que os estudantes necessitam não só no contexto da matemática, mas em outros contextos, e os descrevem como sendo: *capacidade de criar, manipular e ler imagens mentais; visualizar informação espacial e quantitativa e interpretar visualmente informação que lhe seja apresentada; rever e analisar situações anteriores com objetos manipuláveis.*

Diante do exposto tornasse evidente a importância da formação do pensamento geométrico nos alunos, para o desenvolvimento do raciocínio matemático geométrico, tendo em vista que este possibilita a compreensão em relação aos entes geométricos abstratos (conceitos) e suas representações para o concreto (sensoriais) (NACARATO e PASSOS, 2003)

Nessa perspectiva, são apresentadas orientações didáticas nos PCN, que trazem contributos no sentido de promover reflexões a respeito de como ensinar Geometria promovendo o desenvolvimento do pensamento geométrico. Algumas dessas orientações estão evidenciadas no excerto a seguir:

Com relação às formas, experiências mostram que as crianças discriminam algumas formas geométricas bem mais cedo do que as reproduzem. O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas. O aluno deve ser incentivado, por exemplo, a identificar posições relativas dos objetos, a reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço (de diferentes pontos de vista) e descrevê-los. Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, etc. Dessa exploração resultará o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.) e a identificação de suas propriedades. Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. (BRASIL, 1997, p. 82).

Mediante as propostas elencadas tanto na conferência *Perspectivas para o Ensino da Geometria no Século XXI*, quanto nos PCN é possível percebermos singularidades no que se refere ao entendimento de que os conceitos geométricos devam ser ensinados desde os anos iniciais do EF. Também a necessidade da utilização de metodologias que viabilizem o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos desse nível de escolaridade e a formação adequada dos professores para o ensino da Geometria. Porém, entendemos que, apesar das propostas citadas já estarem presentes nos documentos oficiais do Brasil, a tempo

considerável, estas têm sido apresentadas ainda de forma esporádica em algumas escolas, seja em função da formação do professor, seja em função as práticas desenvolvidas pelas escolas (NACARATO e PASSOS, 2014).

Diante do exposto, apresentamos a seguir o resultado de um estudo realizado com o intuito de encontrar pesquisas que tratam da temática referente ao ensino da Geometria, porém tomaremos como foco o ensino da Geometria para os anos iniciais e as que utilizaram práticas investigativas para ensinar Geometria.

Um panorama das dissertações de mestrados profissionais que abordam a temática do ensino da Geometria nos anos iniciais

A pesquisa foi realizada no portal da Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) e foram selecionados 27 (vinte e sete) programas de mestrado profissional. No entanto, só tivemos acesso às dissertações de 15 (quinze) programas, uma vez que alguns não disponibilizaram seus trabalhos e em outros a oferta de mestrado ainda é recente, assim, não há dissertações defendidas no período escolhido para a seleção dos trabalhos, que foi entre os anos de 2010 a 2016. Ao realizarmos o mapeamento encontramos 64 (sessenta e quatro) dissertações defendidas que versam sobre o ensino da Geometria, destas 02(duas) tem como área de interesse a Geometria nos anos iniciais, que apresentamos uma síntese dos estudos. Ressaltamos que ao buscarmos pesquisas que tratassem de práticas investigativas, não encontramos nenhum trabalho.

A pesquisa realizada por Caetano (2015) aborda a temática Geometria, tomando como foco a Geometria nos anos iniciais, apontando considerações sobre o seu ensino no município de Caravelas numa perspectiva histórica entre o período de 1970-1990. O autor formula o problema de pesquisa nos seguintes termos: *Quais os indícios históricos que elucidam a ausência ou quase ausência do ensino de Geometria nos anos iniciais do espaço geográfico relativo ao Município de Caravelas, BA?*

Do questionamento inicial o referido autor levanta outras questões por considerar serem pertinentes para o desenrolar da pesquisa e os apresenta da seguinte forma: *Que depoimentos os professores desse segmento de ensino deste município nos trazem referentes a pouca ou nenhuma consideração de temas geométricos no rol das atividades matemáticas presentes em sua prática? Que proposta de trabalho pode ser inserida nesse contexto, no sentido de*

minimizar questões pertinentes à prática pedagógica desses professores dos anos iniciais nos dias atuais com relação à Geometria?

Os dados coletados para responder as questões de pesquisa foram os documentos escolares, orientações curriculares, livros didáticos, depoimentos, observações e conversas informais geradas em encontros com professores que atuam nos anos iniciais. Os participantes da pesquisa são professores lotados em três escolas públicas da rede municipal do EF, localizada na sede da cidade de Caravelas, na Bahia. As escolas selecionadas são denominadas da seguinte maneira: Escola Municipal Isabel Costa, Escola Municipal Claudionora Nobre de Melo e Escola Municipal Almir Santana Soares. As características das escolas são apresentadas pelo autor, segundo informações disponibilizadas pela Secretaria de Educação do Município de Caravelas: Escola Municipal Isabel Costa, com 235 (duzentos, trinta e cinco) alunos matriculados, sendo 223 (duzentos, vinte e três) nos anos iniciais e 12 (doze) na educação de jovens e adultos (EJA); Escola Municipal Claudionora Nobre de Melo, com 580 (quinhentos e oitenta) alunos matriculados, sendo 79 (setenta e nove) nos anos iniciais, 399 (trezentos, trinta e nove) nos EF e 102 (cento e dois) na EJA; Escola Municipal Almir Santana Soares, com 258 (duzentos, cinquenta e oito) alunos matriculados, sendo 34 (trinta e quatro) na educação infantil e 224 (duzentos, vinte e quatro) nos anos iniciais do EF.

Para a fundamentação teórica metodológica da pesquisa, Caetano (2015), recorre a estudos voltados à história cultural, à história das disciplinas escolares e de manuais escolares, alinhando as investigações em três vertentes: Educação Matemática, História da educação e História das disciplinas escolares. Numa visão mais ampla, traz um estado da arte de tese e dissertações com trabalhos que versam sobre a ausência ou quase ausência da Geometria nas aulas de matemática. O referido autor utiliza ainda como instrumentos de coleta de dados, diários de classe, planos de curso do ensino primário e da escola normal existente neste município, relativos ao período de 1970 a 1990.

Ainda em relação aos aportes teóricos metodológicos para fundamentar a educação matemática o autor busca as contribuições dos autores Prost (2008) e Valente (2007), por considerarem a possibilidade de construção de respostas mais didaticamente aceitáveis e epistemologicamente precisas a certas inquietações, ou seja, a busca por uma metodologia a ser compartilhada em relação aos estudos históricos sobre educação matemática. No que tange a história das disciplinas escolares, o autor assume os estudos de Chervel (1990), Julia (2001) e Viñao (2008), por acreditar que as teorias desses autores, retratam características culturais que se operam e se constroem no âmbito escolar a cada período da história. Para a questão histórico

cultural, fundamenta-se nos trabalhos de Bloch (2002), Chartier (1990 e 2007) e Certeau (1982), pela relevância de suas contribuições no que tange a esse campo destaca também Choppin (2000 e 2004), por evidenciar a utilização de manuais pedagógicos em pesquisas de natureza histórica. Contribui ainda nesse estudo Valente (2007, 2008a, b; 2013a, b), cuja argumentação desenvolvida ressalta a importância da dimensão histórica, alinhada as investigações desse gênero no âmbito da educação matemática à história e à história da educação. (CAETANO, 2015).

Ao analisar os dados coletados, Caetano (2015) percebeu a tendência da omissão do conteúdo de Geometria na realidade educacional do município de Caravelas. Essa realidade foi revelada nos diários de classe do antigo primeiro grau dos anos 1970 e 1980, encontrados nos arquivos escolares do Colégio Polivalente de Caravelas. O referido autor aponta que na década de 1970, nenhum registro de Geometria foi efetuado no diário de classe da sétima série do primeiro grau (equivalente, atualmente, ao oitavo ano do EF) e que na década de 1980 as evidências em relação à ausência do ensino de Geometria nas aulas de matemática continuavam como mostram os conteúdos lecionados e registrados em um diário de classe da sexta série do primeiro grau desse período. Afirma ainda que nesses documentos analisados, consta o predomínio da álgebra e da aritmética e nada consta de Geometria.

O autor aponta outros fatores que comprovam a ausência da Geometria no município de Caravelas, um deles é apresentado a partir dos relatos dos professores quando estes revelam que durante o antigo primeiro grau, mais precisamente nos anos finais, os tópicos de Geometria não eram abordados, sendo apresentados no final do livro didático. E isso reflete consideravelmente no pouco ou nenhum destaque atribuído ao seu ensino na prática pedagógica recente. Outro fator seria a formação inadequada dos professores para desenvolver práticas que envolvam o desenvolvimento do ensino da Geometria e, em especial, nos anos iniciais. Esse fato foi amplamente discutido nas dissertações analisadas, os estudos apontam que a influência do Movimento da Matemática Moderna e a implantação da Lei 5692/71, colaboraram significativamente para o abandono dos temas geométricos nas aulas de matemática.

Diante dos resultados obtidos, na pesquisa Caetano (2015), aponta algumas sugestões para promover o desenvolvimento do ensino da Geometria no município de Caravelas, já que este construiu a pesquisa vinculada a um Mestrado Profissional, onde a apresentação de uma proposta de intervenção pedagógica é um dos pré-requisitos para a conclusão do mesmo. Além disso, o desejo do pesquisador em colaborar no desenvolvimento da educação do município de Caravelas. E por isso, o autor elaborou como proposta de trabalho a formação de um grupo de

estudo na tentativa de minimizar os efeitos negativos da omissão ou quase omissão geométrica nos anos iniciais. Nesse sentido, exploro as oficinas, com a intenção de tentar incluir e/ou ampliar as atividades de cunho geométrico no rol das atividades matemáticas, bem como, reconhecer a importância e o papel decisivo da Geometria na construção do conhecimento lógico-matemático do aluno. Sendo assim, tornasse relevante seguindo esse propósito um efeito duplamente centrado na reflexão-ação (CAETANO, 2015).

O referido autor encerra suas considerações, argumentando que a proposta da formação de um grupo para estudos acerca do ensino da Geometria, foi aceita pelos professores participantes da pesquisa e que isso pode possibilitar melhorias na prática docente envolvendo o conteúdo de Geometria.

O estudo de Radaelli (2010) traz como temática, a investigação e a ação docente no ensino de Geometria em anos iniciais do EF. Sendo o objetivo central do trabalho investigar processos de evolução conceitual por crianças de anos iniciais de EF, com enfoque na Geometria e seus conceitos. A questão levantada na pesquisa é apresentada da seguinte maneira: *Como alunos da quarta série (atual quinto ano) do Ensino Fundamental evidenciam evolução conceitual e capacidade de estabelecer relações com outras áreas e contextos do conhecimento, a partir de intervenções pedagógicas, voltadas à aprendizagem da Geometria?*

A autora assume a pesquisa qualitativa, numa análise descritiva interpretativa das situações de ensino, à luz de referenciais teóricos, valorizando o contexto no qual os sujeitos estão imersos. Entre os referenciais adotados para fundamentar a escolha da pesquisa qualitativa foi em André (1997), o qual assume que por meio da pesquisa qualitativa é possível apontar como se estrutura o processo de produção do conhecimento em sala de aula e a interrelação entre as dimensões cultural institucional e instrucional da prática pedagógica. Em relação aos procedimentos técnicos, optou pela pesquisa intervenção na modalidade das pesquisas participativas, tendo em vista que sua pesquisa visa investigar a vida de coletividades na sua diversidade qualitativa. Nesse sentido, busca a contribuição dos autores Rodrigues e Souza (1987), que tratam da pesquisa intervenção da seguinte maneira:

Na pesquisa /intervenção, a relação pesquisador/objeto pesquisado é dinâmica e determinará os próprios caminhos da pesquisa, sendo uma produção do grupo envolvido. Pesquisa é, assim, ação, construção, transformação coletiva, análise das forças sócio históricas e políticas que atuam nas situações e das próprias implicações, inclusive dos referenciais de análise. É um modo de intervenção na medida em que recorte o cotidiano em suas tarefas, em sua funcionalidade, em sua pragmática-vaiáveis imprescindíveis à manutenção do campo de trabalho que configura como eficiente e produtivo no paradigma do mundo moderno. (p. 97).

A coleta dos dados da pesquisa se deu através de diário de trabalho da pesquisadora, no qual foram registradas as propostas de ensino, as representações dos alunos, os materiais produzidos e os elementos que emergiram durante o desenvolvimento da proposta de intervenção. A intervenção foi efetivada na Escola Municipal de EF Mundo Encantado, com a turma da quarta série (atual quinto ano), composta por 14 (quatorze alunos), sendo 07(sete) meninas e 7 (sete) meninos. A prática realizada na intervenção teve início com a contação de uma história, *E um rinoceronte dobrado*, de autoria Hermes Bernardi Júnior 2008. A autora diz que o referido livro explora a imaginação da criança usando a poesia e, ao mesmo tempo, dedica-se ao desenvolvimento das noções de espaço. A escolha do livro é justificada pela autora, ao afirmar que este foi utilizado em um projeto na escola em 2009, tendo como objetivo a criação e o desenvolvimento de ações para promover a interação na comunidade escolar como um todo, a partir disso construir atividades que conduzissem a comunidade escolar a direcionar o olhar para a escola, com o intuito de que está passasse a refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem das crianças desse espaço escolar.

Com relação ao referencial teórico para fundamentar a pesquisa a autora buscou as contribuições dos autores Eves (2002) e Lyudmil (2007) para tratarem da Geometria no processo de evolução histórica do homem. Também utilizou os PCNs, que versam sobre os pressupostos legais do ensino da Geometria, ainda em se tratando desse assunto ancorou nas ideias dos autores, como Fonseca (2002), Abrantes (1999), Smole (2000), Fainguelernt (1999), Vygotsky (2001), Silva (2007). Sobre o ensino da Geometria no EF, recorre aos escritos dos autores, como Ferreira (2001), Lorenzato (1995), Pavanello (1989). A autora traz ainda para discussão a temática relacionada aos processos de evolução de conceito e de relações no ensino da Geometria, para tanto encontra apoio nas obras dos autores como Moreira (1999), Moreira (1999), Piaget (2004), Wasdsworth,1995, Tafner (2009), Vergnaud, (1990) e Oliveira (1992).

Após a efetivação das análises dos dados coletados no desenvolvimento da pesquisa a autora argumenta que, como professora pesquisadora, percebe o trabalho realizado como a consolidação de uma reflexão de uma ação compartilhada e como uma proposta que deve ser aperfeiçoada e temporalmente contextualizada pelo coletivo da Escola Municipal de EF Mundo Encantado e por todos aqueles que acreditam que o ensino produza transformações. A autora afirma ainda que o Ensino de Geometria deve ser um objeto de estudo a ser trabalhado na escola de forma contextualizada pelo seu grupo de professores, pois desta forma poderão ser complementadas concepções e identidades emergentes, que podem ser referências consideradas

nos processos de formação docente, tanto no que se refere à atualização dos conhecimentos de diferentes tipos de conteúdo como aos aspectos metodológicos a eles ligados.

Ao analisarmos os trabalhos de Caetano (2015) e de Radaelli (2010), percebemos que esses convergem para a mesma problemática no que tange ao ensino da Geometria e sua ausência ou quase ausência nos anos iniciais do EF das escolas brasileiras, em especial nas escolas públicas, bem como a necessidade de formação continuada dos professores que atuam nesse nível de ensino, para que esse ensino passe a fazer parte de suas práticas docentes de maneira que possibilite um ensino de qualidade e uma aprendizagem significativa² desse conteúdo .

Diante de tais considerações, e levando em consideração a necessidade de os professores desenvolverem práticas inovadoras para a efetivação do ensino da geometria, no capítulo seguinte propomos sugestões de tarefas para o ensino da geometria para serem desenvolvidas por meio de práticas investigativas, direcionadas a professores da educação básica que atuam no quinto do ano do Ensino Fundamental.

²Adotamos o termo “aprendizagem significativa” tomando como base a ideia de Ponte et al (1998), em que, nas práticas investigativas está ocorre não somente no plano dos conceitos e das técnicas, mas no desenvolvimento das capacidades, dos valores e das atitudes oriundas dos contextos discutidos em sala de aula.

CAPÍTULO IV

TAREFAS INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE GEOMETRIA

Neste capítulo apresentamos sugestões de tarefas com atividades a serem desenvolvidas com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, por meio de práticas investigativas. Ressaltamos que as tarefas apresentadas a título de proposta para auxiliar na organização didática do professor são de natureza aberta, pois não se tratam de exercício e problemas e sim compostas por atividades norteadoras que podem possibilitar os alunos a exploração e a investigação de conhecimentos matemáticos, em outras palavras, *atividades que permitam aos alunos manipular, observar, comparar, descobrir, construir, (...) ensaiar, errar, recomeçar, corrigir* (Cf. PONTE, 2005, p.17).

Outro fator relevante, ao considerarmos a natureza das tarefas, são as diretrizes proposta por Nacarato e Passos (2003, p.31), quando afirmam que *o ensino da geometria para este nível de ensino deve se dar inicialmente, através da experiência intensiva com objetos físicos e da observação dos elementos presentes no cotidiano do aluno.*

Nesses termos, iniciaremos com as tarefas apresentadas para o primeiro movimento de formação e intervenção em sala de aula desenvolvidas em nossa pesquisa de mestrado profissional, que teve como principal participante um professor que ensina matemática a alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. As tarefas 1 e 2, foram baseadas em: (i) Garnica e Salandin (2014), 1ª atividade da **tarafa 1**; (ii) Construções baseadas em brincadeiras de infância da pesquisadora, 2ª atividade da tarefa **1** e 1ª atividade da tarefa **2**; (iii) Nacarato e Passos (2003), 3ª atividade da **tarafa 2**; (iv) Nascimento et al (2014), 4ª e 5ª atividades da **tarafa 2**; (v) Itacarambi e Berton (2008), 2ª atividade da tarefa 2.

Na sequência apresentamos a **tarafa 3** construída no segundo momento de formação com o professor participante da nossa pesquisa, porém não desenvolvida em sala de aula, os motivos para tal fato estão explicitados em nossa dissertação de mestrado no capítulo metodológico. As atividades da tarefa 3, apresentadas para o segundo movimento de formação foram baseadas em: (i) Ledur et al (2008), 1ª atividade; (ii) Itacarambi e Berton (2008) 2ª atividade; (iii) Nunes (2011), 3ª atividade; (iv) Pirola (2014), 4ª atividade.

TAREFAS INVESTIGATIVAS

ATIVIDADE 1 DA PRIMEIRA TAREFA: MEU LUGAR, ONDE MORO, ONDE ESTUDO.

Objetivo: Identificar conceitos de lateralidade (direita e esquerda).

Materiais utilizados na primeira atividade: Papel madeira, papel A4 colorido, cartolina, lápis, borracha e lápis de cor.

Descrição/Dinâmica da primeira atividade: O professor deverá formar grupos com os alunos, tomando como critério aqueles que pertencem a mesma localidade ou morem mais próximos. Na sequência fazer questionamentos em relação a localidade em que moram, em seguida, solicitar que façam um desenho com o roteiro do trajeto da sua casa para a escola. Os alunos deverão apresentar os desenhos para a turma explicando o roteiro.

ATIVIDADE 2 DA PRIMEIRA TAREFA: BRINCADEIRA (PROCURANDO O BALÃO).

Objetivo: Introduzir conceitos de lateralidade e posição.

Materiais utilizados na segunda atividade: Balões de látex, pedaços de tecidos.

Descrição/dinâmica da segunda atividade: O professor deverá solicitar aos alunos que formem três grupos ou mais grupos dependendo do número de alunos da turma. Cada grupo escolhe um aluno que terá os olhos vendados, este tentará encontrar o balão posicionado em um lugar estratégico determinado pelo professor. Cabe a uma parte dos componentes de cada grupo dar comandos para que o colega chegue até o balão, utilizando as referências da lateralidade e posicionamento (esquerda, direita, giro, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto) e aos demais componentes fazer anotações dos comandos. Nesta atividade, a mudança de posição é determinada pelo professor que utiliza o próprio corpo como ponto de referência. Um aluno de cada grupo irá cronometrar o tempo. O grupo que conseguir encontrar o balão em menos tempo será o vencedor.

ORIENTAÇÕES COMPLEMENTARES PARA O PROFESSOR:

Na primeira atividade da **tarefa 1**- o professor deve observar cada grupo no momento da realização dos desenhos dos roteiros das suas casas até a escola, para esclarecer dúvidas que surgirem durante o desenvolvimento da atividade. Ao final da atividade, no momento da

apresentação dos trabalhos, caso os alunos não apresentem nos roteiros desenhados indicativos dos lados direito ou esquerdo, o professor deve fazer questionamentos em relação aos lados, como por exemplo: Ao sair de suas casas de que lado vocês viram para chegar até escola? A casa de vocês é de que lado da estrada quando vocês vêm para a escola? A partir das respostas dos alunos, o professor pode tomar como ponto de referência a própria sala de aula e questionar sobre quais lados os colegas mais próximos estão localizados, ou seja, quais estão sentados à direita e a esquerda? Outros questionamentos podem ser feitos dependendo das respostas manifestadas pelos alunos.

Na segunda atividade da **tarefa 1**- após a brincadeira o professor deve convidar os alunos para apresentarem os registros feitos em relação ao tempo gasto de cada grupo para encontrar o balão, e indicarem o grupo vencedor. Na sequência deve questionar sobre porque o grupo conseguiu vencer a brincadeira. O que levou o grupo a encontrar o balão mais rápido? Essa pergunta pode levar os alunos a refletirem acerca dos comandos que deveriam ser seguidos (esquerda, direita, giro, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto) e a partir de então o professor pode explorar mais a questão da lateralidade e posição, fazendo outros questionamentos de acordo o contexto em que os alunos estejam inseridos.

ATIVIDADE 1 DA SEGUNDA TAREFA: BRINCANDO COM AS FORMAS GEOMÉTRICAS.

Objetivo: Identificar as diferenças e semelhanças das formas geométricas dos objetos que rolam dos que não rolam.

Materiais utilizados na primeira atividade: Objetos de madeira em formato de poliedros e corpos redondos.

Descrição/ dinâmica da primeira atividade: Nesta atividade, o professor irá propor um jogo, no qual os alunos devem escolher um objeto que represente um sólido geométrico para atingir o alvo (garrafas recicladas), que será posicionado a uma distância de 3(três) metros. O professor estabelece o critério, onde o objeto escolhido para acertar o alvo deve deslizar pela superfície plana. A turma será dividida em dois grupos, ou mais grupos dependendo do número de alunos, a cada grupo será distribuído uma caixa que conterà diversos objetos que representam os sólidos geométricos, os grupos irão indicar três jogadores, os quais selecionarão os objetos que entenderem ser mais adequados para o jogo. O grupo vencedor será aquele que derrubar mais garrafas. Cada grupo indicará um componente para anotar a escolha dos objetos escolhidos pelo seu grupo e os resultados obtidos a cada jogada.

ATIVIDADE 2 DA SEGUNDA TAREFA:

Objetivo: Classificar as formas sólidas geométricas em poliedros ou corpos redondos.

Materiais utilizados na segunda atividade: Para esta atividade, os alunos deverão trazer de casa objetos que representem formas de sólidos geométricos.

Descrição/dinâmica da segunda atividade: A turma deve ser dividida em grupo de três a quatro alunos. O professor pedirá aos alunos que observem as formas dos objetos, manuseiem e separem em caixas diferentes os objetos que rolam dos que não rolam. Na sequência, o professor apresenta, por meio de um cartaz, figuras que representam sólidos geométricos classificados como poliedros e corpos redondos, solicitando que os alunos visualizem, manipulem e tente relacionar os objetos separados com os apresentados, identificando quais representam poliedros e corpos redondos. As observações dos grupos serão registradas, pelos alunos, em papel A4 fornecido pelo professor ou no caderno dos alunos.

ATIVIDADE 3 DA SEGUNDA TAREFA: CONSTRUINDO FORMAS GEOMÉTRICAS.

Objetivo: Construir formas geométricas e identificar os elementos que as compõem: (arestas, vértices e faces).

Materiais utilizados: Canudinhos, massa de modelar, papel seda, papel crepom, revistas ou jornais, cola, tesoura e régua, objetos de madeira que representam forma geométricas (poliedros).

Descrição/dinâmica da terceira atividade: Os alunos deverão observar os desenhos das representações geométricas expostas em cartazes, os objetos de madeira e construir as formas geométricas.

ATIVIDADE 4 DA SEGUNDA TAREFA: PLANIFICANDO FORMAS GEOMÉTRICAS

Objetivo: Diferenciar as formas geométricas bidimensionais das tridimensionais em relação as suas dimensões.

Materiais utilizados: Os alunos deverão trazer de casa objetos que representem formas geométricas.

Descrição/dinâmica da quarta atividade: O professor deverá solicitar que os alunos planifiquem as superfícies geométricos e os contornem em uma folha de papel A4.

ATIVIDADE 5 DA SEGUNDA TAREFA: AULA PASSEIO.

Objetivos da atividade: Identificar as representações de formas geométricas presentes na natureza e observar objetos sobre diferentes pontos de vista.

Materiais utilizados: Folhas de papel A4, lápis de cor.

Discrição/dinâmica da quinta atividade: A aula será desenvolvida fora do ambiente escolar, em local previamente escolhido pelo professor, cuja a paisagem natural seja propícia ao desenvolvimento da pesquisa por parte dos alunos. As investigações dos alunos deverão ser registradas e apresentadas em sala de aula.

ORIENTAÇÕES COMPLEMENTARES PARA O PROFESSOR

Em todas as atividades da **tarefa 2**, o professor deve acompanhar os trabalhos dos grupos durante o desenvolvimento das atividades.

Na primeira atividade **da tarefa 2-** após o termino do jogo o professor deve solicitar aos alunos que apresentem os registros com o número de acertos de cada grupo, a cada jogada e em seguida pode utilizar a lousa para junto com os alunos efetuarem os cálculos e definir o grupo vencedor. Após identificar o grupo vencedor, deve fazer questionamentos aos alunos sobre o que fez o grupo obter a vitória. A partir desse questionamento é possível fomentar a discussão sobre as escolhas feitas em relação aos objetos que rolam dos que aqueles que não rolam, quais desses poderiam ser escolhidos para efetuar melhor as jogadas e quais as características que diferenciam esses objetos.

Na segunda atividade **da tarefa 2-** o professor deve solicitar aos alunos que além de manusearem o material manipulativo e observarem os objetos descritos nos cartazes, tentem desenhá-los apresentando os desenhos com os nomes de cada objeto. Em seguida pode pedir que apontem diferenças entre os objetos e identifiquem quais são denominados de corpos redondos, e poliedros. O professor deve dar tempo aos alunos para que discutam acerca das suas conjecturas, para posteriormente valida-las ou não.

Na terceira atividade **da tarefa 2-** O professor deve disponibilizar o material e deixar os alunos a vontade para escolherem a forma que acharem mais adequada para efetivarem as construções, tendo o cuidado de observar os trabalhos sendo realizados para retirar dúvidas quando solicitado pelos alunos. Após a realização das construções o professor deve solicitar

aos alunos que apresentem os objetos construídos e identifiquem os elementos que os compõem: (vértices, arestas e faces).

Na quarta atividade **da tarefa 2** - O professor deve solicitar que os alunos observem os objetos que representam os poliedros e identifiquem suas dimensões: (comprimento, largura e altura), em seguida ao planificarem e contornarem os objetos farão novamente a identificação das dimensões. Em seguida o professor deve pedir aos alunos que comparem as dimensões identificadas e falem se os objetos representados no formato original têm o mesmo número de dimensões quando planificados. O professor deve questionar também como são denominados os objetos geométricos que possuem três dimensões e os que possuem duas dimensões.

Na quinta atividade **da tarefa 2** – Nesta atividade o professor deve disponibilizar um tempo maior para os alunos explorarem o ambiente natural, para que possam comparar e ou relacionar a formas presentes na natureza com aquelas formas que visualizaram, manusearam, desenharam e construíram nas atividades anteriores. Para o trabalho com os diferentes pontos de vistas, o professor deve sugerir que escolham um objeto geométrico presente nesse contexto e o desenhem sobre diferentes pontos de vistas: (vista lateral, vista frontal, vista superior). Ao finalizar as observações e os desenhos o professor deve pedir aos alunos que apresentem seus trabalhos.

ATIVIDADE 1 DA TERCEIRA TAREFA: VISUALIZANDO ÂNGULOS

Objetivo: Reconhecer ângulos

Materiais utilizados: Para essa atividade podem ser utilizados diversos tipos de papéis (sulfite, madeira, chamex, jornal, revistas, etc), tampas de embalagens em formato circular, além de tesoura, transferidor e lápis.

Descrição/dinâmica da primeira atividade: A atividade será realizada em grupos ou individual. Os alunos devem recortar o papel em forma de círculo e em seguida fazer dobraduras seguindo a sequência: ao meio, três quartos e quatro partes.

ATIVIDADE 2 DA TAREFA (3): DESENHANDO QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS

Objetivos: Reconhecer os triângulos quanto ao número de lados e ângulos e as diferenças entre os quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes e perpendiculares).

Materiais utilizados: papel, régua e fichas com as propriedades dos quadriláteros e dos triângulos.

Discrição/dinâmica da segunda atividade: A atividade pode ser desenvolvida em grupo. O professor deve entregar as fichas aos alunos e solicitar que desenhem as figuras a partir das propriedades discriminadas nas fichas.

TERCEIRA ATIVIDADE DA TAREFA (3): CALCULANDO ÁREA E PERÍMETRO DE FORMAS GEOMÉTRICAS.

Objetivo: Calcular área e perímetro de figuras planas.

Materiais utilizados: Papel quadriculado, lápis, cartolina, pincel, lápis de cor, régua, cordão e papel A4.

Discrição/dinâmica da terceira atividade: O professor deve solicitar aos alunos que construam cubinhos de tamanhos iguais, façam o desenho das figuras planas e em preencham o desenho. Com o cordão contornem as figuras e em seguida meçam seu comprimento.

QUARTA ATIVIDADE DA TAREFA (3): CONSTRUINDO MAQUETE.

Objetivos: Construir maquete da escola utilizando objetos que representam formas geométricas.

Materiais utilizados: Para a construção da maquete podem ser utilizados embalagens de diversas formas geométricas; papel cartão; cartolina; isopor, tesoura, cola, lápis, régua.

Discrição/dinâmica: O professor deve solicitar aos alunos que observem a escola e as formas geométricas que estão presentes na construção desta, em seguida solicita que construam a maquete.

ORIENTAÇÕES COMPLEMENTARES PARA O PROFESSOR

Assim, como nas atividades das tarefas anteriores, na **tarefa 3**, o professor deve estar atento ao desenvolvimento dos trabalhos realizados em cada atividade.

Na atividade 1 da **tarefa 3** - Nesta atividade o professor deve orientar os alunos que utilizem as tampas das embalagens em formato circular e as contornem com os papeis e em seguida as recortem. Após essa construção o professor deve dialogar com os alunos acerca do formato circular, fazendo relação a uma volta completa, pode também fazer a comparação com o formato do relógio, chamando atenção dos alunos para o movimento do ponteiro grande do relógio que ao girar faz uma volta completa em uma hora. Na sequência, pode pedir aos alunos que dobrem a figura construída no papel ao meio para identificarem que corresponde a meia volta e que ao dobrarem novamente ao meio terão como resultado um quarto de volta. Após os

alunos efetivarem as dobraduras e observarem suas representações, o professor pode introduzir a noção de ângulo fazendo referência a giro e tomar como unidade de medida o ângulo de um quarto de giro que será denominado de ângulo reto que equivale a 90° . A partir desse momento o professor pode pedir aos alunos que de posse do valor do grau equivalente a um quarto de volta, encontrem o valor em graus da volta completa e da meia volta. Ainda nesta atividade o professor pode apresentar aos alunos o instrumento utilizado para medir ângulos, ou seja, o transferidor.

Na segunda atividade da **tarefa 3** – Nesta atividade o professor deve observar se os alunos já conhecem as posições de lados (paralelismo, perpendicularismo, congruência), e ângulos. Em relação aos triângulos é necessário que o aluno já compreenda congruência de lados e reconheça ângulos retos. Caso os alunos ainda não tenham esses conhecimentos prévios necessários para a compreensão das figuras planas quadriláteros e triângulos, o professor antes de iniciar a atividade deve abordar esses conhecimentos, para prosseguir com a atividade proposta. Após esse momento, deve entregar as fichas que contém as propriedades para os alunos formarem as figuras que serão estudadas na aula. Para exemplificar apresentamos a seguir o modelo de fichas como sugestão ao professor:

Fichas para a construção dos Quadriláteros:

Figura de quatro lados de modo que tenha lados opostos paralelos e não tenha ângulos.	Figura de quatro lados de modo que tenha lados opostos paralelos e tenha todos ângulos retos.
Figura de quatro lados de modo que tenha lados opostos paralelos e congruentes e não tenha ângulos retos.	Figura de quatro lados, com um par de lados paralelos e dois ângulos retos.
Figura de quatro lados, com um só par de lados paralelos e nenhum ângulo reto.	Figura de quatro lados, com um só par de lados paralelos e dois ângulos congruentes
Figura de quatro lados de modo que tenha lados opostos paralelos e dois a dois perpendiculares	Figura de quatro lados, com um só par de lados paralelos, nenhum ângulo reto e dois lados congruentes.

Fichas para a construção dos Triângulos:

Figura de três lados congruentes.	Figura de três lados, dois lados congruentes e um ângulo reto.
-----------------------------------	--

Figura de três lados, com um ângulo reto.	Figura de três lados, com dois lados congruentes.
Figura de três lados, todos não congruentes e com ângulos menores que o ângulo reto.	Figura de três lados, com um ângulo maior que o ângulo reto.

Dando sequência no desenvolvimento da atividade, ao término dos desenhos feitos pelos alunos, o professor pode apresentar cartazes denominando os quadriláteros e os triângulos com suas respectivas propriedades, para que os alunos possam visualizar e tentem relacionar com os desenhos construídos. Os alunos devem apresentar seus desenhos, indicando os nomes das figuras e suas propriedades.

Na terceira atividade da **tarefa 3** – para medir a área sugerimos a princípio a construção de pequenos cubos com a mesma medida, para servirem de unidade de medida para o preenchimento das figuras planas desenhadas no papel quadriculado ou cartolina, após o preenchimento os alunos devem fazer a contagem do número de cubinhos utilizados para chegarem ao resultado final. Com essa atividade o aluno pode desenvolver o processo de medição como comparação, para em seguida fazer estimativas de medidas e utiliza-las para resolver problemas que emergirem no cotidiano. O professor pode sugerir a utilização do espaço da própria sala de aula para que a alunos façam o mesmo cálculo utilizando os ladrilhos da sala de aula como unidade de medida, fazendo uma analogia ao cálculo que fizeram anteriormente com os cubinhos. Esta atividade pode ser utilizada também para o cálculo de perímetro, desde que o professor consiga introduzir a noção de perímetro como uma medida do contorno de uma figura plana, que no caso da atividade desenvolvida é dada pela quantidade de cubinhos do contorno da figura desenhada pelos alunos. Nesse caso ao contornarem a figura desenhada os alunos devem medir e contar o número de cubinhos utilizados para chegarem ao resultado do perímetro da figura. No final da atividade o professor pode fazer questionamentos aos alunos com o intuito de ampliar as discussões acerca do conteúdo abordado e fazer perguntas como por exemplo em que situações/ problemas é possível calcular área e perímetro?

Na quarta atividade da **tarefa 3**- o professor deve orientar os alunos que ao observarem a escola, estejam atentos para formas geométricas presentes na construção, e que no momento de construir a maquete devem levar em consideração as propriedades de cada figura geométrica, bem como para as medidas utilizadas para a construção das formas geométricas que iram compor a maquete. Ao término da construção, os alunos devem apresentar os trabalhos identificando quais foram as formas geométricas utilizadas para a efetivação da construção.

Para finalizar, ressaltamos ser essencial para o desenvolvimento de todas as atividades propostas, que o professor implemente ações no sentido de criar de um ambiente de aprendizagem onde os alunos possam participar de suas aprendizagens de forma ativa, interagindo com os colegas e com o professor, tendo a possibilidade de discutirem e fazerem questionamentos acerca dos conteúdos abordados em sala de aula, a procura de dar significados aos conceitos geométricos estudados. Nesse sentido, convém que o professor utilize a estratégia de investigação para que os alunos ao se depararem com uma situação problema apresentada por meio de tarefas em sala de aula possam fazer conjecturas, testar, provar, e validar as soluções encontradas para a solução dos problemas propostos e dessa forma possam ser protagonistas na busca da construção de conhecimentos geométricos.

Mediante o exposto, no capítulo a seguir apresentamos nossas considerações finais acerca do E-book apresentado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos perceber nas reflexões expostas neste *E-book*, a necessidade de buscarmos alternativas para a efetivação do ensino da geometria desde a educação infantil, tendo em vista a importância dos conhecimentos geométricos para vida dos alunos, no sentido de possibilitar compreensões acerca do espaço em que estão inseridos e dos objetos presente no seu cotidiano.

Outro aspecto abordado que consideramos relevante a ser considerado diz respeito a atuação do professor para o ensino de geometria, pois ao buscarmos nos pressupostos teóricos utilizados para a fundamentação dessa obra, encontramos argumentos que apontam formação inadequada dos professores para o ensino da geometria, bem como para a necessidade de formação inicial e continuada, com as quais os professores possam ter acesso a metodologias para efetivarem práticas que favoreçam o ensino/aprendizagem dos conteúdos geométricos com significados para os alunos, em suas vivências diárias.

Nesta perspectiva entendemos que a estratégia proposta neste *E-book* para o ensino da geometria com a utilização de tarefas a serem implementadas por meio de práticas investigativas, abordando conteúdos geométricos do bloco espaço e forma para o quinto ano do Ensino Fundamental, pode possibilitar aos alunos compreensão dos conteúdos geométricos abordados, pois as práticas investigativas estimulam o envolvimento dos alunos na participação das suas aprendizagens.

No desenvolvimento das tarefas propostas, os alunos têm autonomia e participação ativa durante todo o processo de efetivação das atividades, sendo possível manifestarem potencial criativo e crítico diante de situações desafiadoras. As atitudes dos alunos são reveladas quando estes diante dos desafios propostos conseguem argumentar na busca da solução, conjecturando, testando, provando, validando e avaliando as soluções encontradas.

Cabe salientarmos para a relevância da prática do professor durante o desenvolvimento das tarefas para que os alunos consigam ter êxito, pois o professor é o articulador de todo processo devendo planejar as aulas para a investigação matemática que se inicia com a criação do ambiente de aprendizagem adequado onde todos os alunos participem, acompanhar o desenvolvimento dos trabalhos e avaliar.

Diante desse contexto, somos sabedores que a utilização das práticas investigativas se configura como um desafio a mais para os professores, que entendemos ser possível enfrentá-los. Apresentamos essa proposta não como uma fórmula pronta e acabada para os professores, mas como mais uma possibilidade para o Ensino de Geometria.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Talita Carvalho Silva de. *A base de Conhecimento para o ensino de sólido Arquimedianos*. Tese de doutorado em educação matemática. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2015.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática)*. Brasília: A Secretaria, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática)*. Brasília: A Secretaria, 1998.

BRASIL, *PRÓ-LETRAMENTO: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos /Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática*. – ed. rev. E ampl. Incluindo SAEB/Prova Brasil matriz de referência / Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, Brasil. 2008. 308p.

CAETANO, Marcos Antônio. *A Geometria nos anos iniciais: considerações sobre o seu ensino no município de caravelas numa perspectiva histórica, 1970-1990*. 2015. 113 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2015.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação para uma sociedade em transição*. 3 ed. São Paulo: Ed. Livraria da física, 2016.

FERREIRA, Eduardo Sebastiane. *Por uma teoria de Etnomatemática*, Bolema, v. 6, n. 7, p.30-35, 1991.

FIORENTINI, Dario. *A formação matemática e didático- pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática*. Revista de Educação PUC, Campinas, n18, p. 107 – 115 junhos de 2005.

FIORENTINI, Dario, LORENZATO, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. - Campinas, SP: Autores Associados, 2006.- (Coleção formação de professores).

FIORENTINI, D. *Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Costa Rica, v. 7, n. 10, p. 63-7, 2012. Disponível em: <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/10560/9997>. Acesso em: 08 de outubro nov. 2016.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e terra 17ª edição, 1987.

FREITAS, Maria Tereza Menezes, et al. *Desafio de ser professor de matemática hoje no Brasil*. In: FIORENTINI, Dario e NACARATO, Adair Mendes (Orgs). *Cultura, formação e*

desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora, Campinas, 2005.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SALANDIM, Maria Ednéia Martins. *Cartografias.* In: Pacto Nacional pela alfabetização na idade certa: Geometria. Caderno 05, Brasília 2014.

GONÇALVES, Tadeu Oliver. *Formação e desenvolvimento Profissional de professores: o caso dos professores da matemática da UFPA.* 2000. 206 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Campinas, Campinas, 2000.

ITACARAMBI, Ruth Ribas; BERTON, Ivani da Cunha. *Geometria, brincadeiras jogos: 1º ciclo do ensino fundamental.* Editora livraria da física, 2008. São Paulo.

LEDUR, Berenice Schwan. Espaço e Forma. In: BRASIL, Pró-letramento: *Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos /Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática.* -ed. rev. E ampl. Incluindo SAEB/Prova Brasil matriz de referência / Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, Brasil. 2008. 308p.

LORENZATO, S. (1995). *Por que não ensinar Geometria?* Educação Matemática em Revista, vol. 4. São Paulo: SBEM, pp. 3- 13.

LORENZATO, S. *Para aprender matemática.* 3 ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores).

LORENZATO, S. *Como aprendemos e ensinamos Geometria.* In: LORENZATO, S. (Org) *Aprender e ensinar Geometria.* Campinas, SP: Mercado de letras, 2015.

NUNES, Viana Messildo José. *A prática da argumentação como método de ensino: o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.* Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

NASCIMENTO, Andréia da Silva Brito et. al. *A geometria e o ciclo de alfabetização.* In: Pacto Nacional pela alfabetização na idade certa: Geometria. Caderno 05, Brasília 2014.

NACARATO, Adair Mendes. *Educação Continuada sob a perspectiva da pesquisa ação: Currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando Geometria.* Tese de Doutorado. Campinas Universidade Estadual de Campinas. 2000.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lucia Brancaglion. *A Geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e de formação de professores.* São Carlos: EdUFSCar, 2003. 151p.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela Paiva. *A formação do professor que ensina matemática: perspectiva e pesquisas.* – Belo Horizonte: Autêntica, 2006

NACARATO, Adair Mendes; GRANDO, Regina Célia; THIAGO, Augusto Eloy. *Processos Formativos: Compartilhando aprendizagens em Geometria com diferentes mídias*. In: FIORENTINI, Dario; GRANDO, Regina Célia; MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra (orgs): *Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática*. Campinas, SP: Mercado de letras, 2009.

PAVANELLO, Regina Maria. *O abandono do ensino da Geometria: Uma visão histórica*. Dissertação. Campinas, Universidade Estadual de Campinas. 1989.

PASSOS, Cármen Lucia Brancaglioni; NACARATO, Adair Mendes. *O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: Um olhar a partir da província Brasil*. 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2016>. Acesso em 08/08/2016.

PIROLA, Nelson Antonio. *Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas*. 2000. 218 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas Faculdade de educação.

PIROLA, Nelson Antonio. *Práticas de ensino de Geometria: algumas experiências com o desenvolvimento da movimentação e localização de pessoas/objetos no mundo físico*. In: *Geometria no ciclo de alfabetização. Programa salto para o futuro, Ano XXIV- Boletim 7 – setembro de 2014*. Disponível em:

<[Http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publications Series/16530307_14_Geometrianociclodealfabetizacao.pdf](http://cdnbi.tvescola.org.br/resources/VMSResources/contents/document/publications/Series/16530307_14_Geometrianociclodealfabetizacao.pdf)>

PONTE, João Pedro; OLIVEIRA, Hélia; BRUNHEIRA, Lina; VARANDAS, José Manuel; FERREIRA, Catarina. *O trabalho em numa aula de investigação matemática. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. 1998*. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3042>> Acesso em 12/12/2015

PONTE, João Pedro. *Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. 2003. Disponível em: <<https://core.ac.uk/download/pdf/12423915.pdf?repositoryId=489>>. Acesso em 02/2015

PONTE, João Pedro. *Gestão curricular em Matemática*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. 2005. Disponível em: <p3m.ie.ul.pt/files/files/download/fileid/120> Acesso em 02/2015.

PONTE, João Pedro; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações Matemáticas na sala de aula*. Autentica Editora, Belo Horizonte, 2015.

PONTE, João da Pedro. *Formação do professor de matemática: perspectivas atuais*. In: PONTE, João Pedro (org). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. 1º edição 2014. Disponível em: <<https://rosaurasoligo.files.wordpress.com/2014/12/prc3a1ticas-profissionais-dos-professores-de-matemc3a1tica-joc3a3o-pedro-da-ponte-org.pdf>>. Acesso em 10/03/2016

RADAELLI, Rosibel Kunz. *A investigação e a ação docente no ensino de Geometria em anos iniciais do ensino fundamental*. 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado profissional) – Centro Universitário Univates. Lageado 2010.

SEGURADO, Irene; PONTE, João Pedro. *Concepções sobre a matemática e trabalho investigativo*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. 1998. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3040/1/98-Segurado-Ponte%20\(Quadrante\)](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3040/1/98-Segurado-Ponte%20(Quadrante))>. Acesso em 02/2015.

VALENTE, Wagner Rodrigues; SILVA, Maria Célia Leme. *Primórdios do ensino de geometria nos anos iniciais*. In: SILVA, Maria Célia Leme; VALENTE, Wagner Rodrigues (orgs). *A geometria nos primeiros anos escolares: História e Perspectivas atuais*. Campinas, SP: Papyrus, 2014.