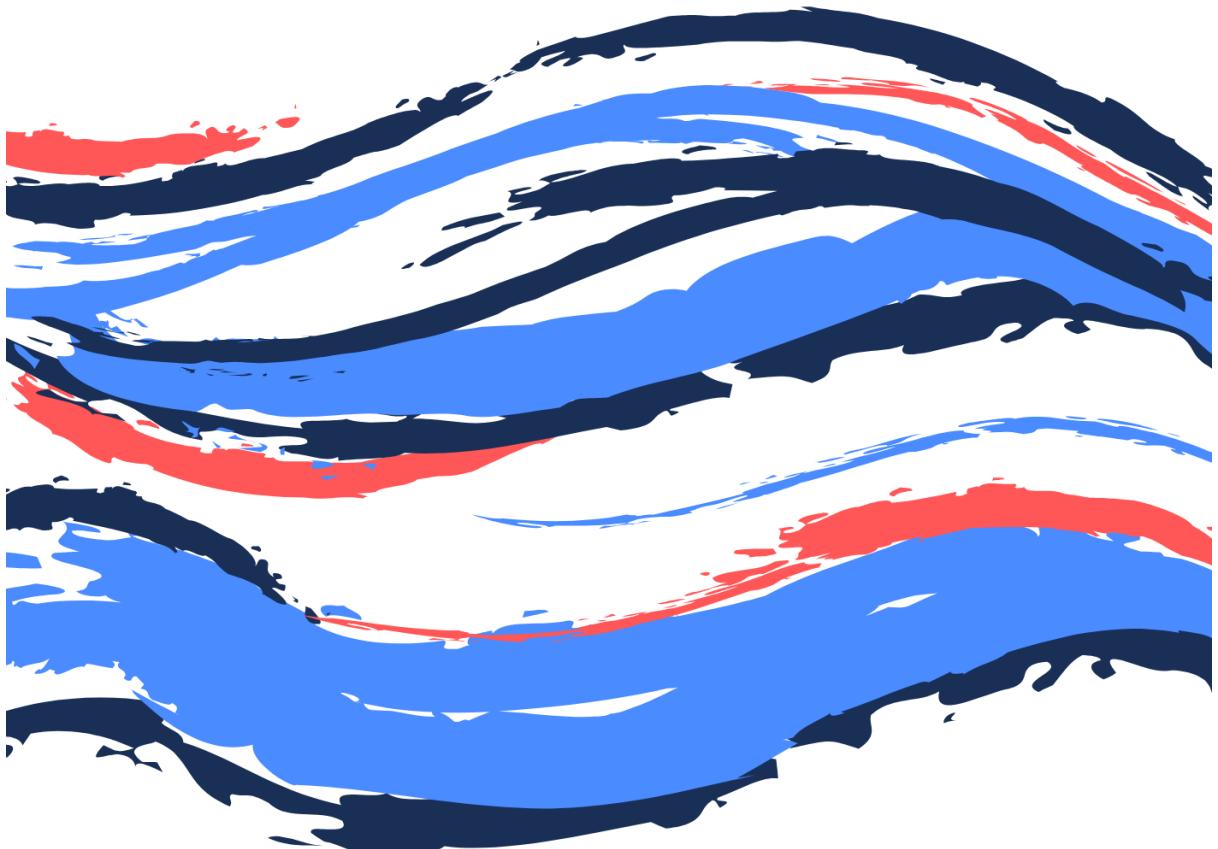


INSIGHT!, EXPERIÊNCIA  
E MEDIAÇÃO NA AULA  
DE MATEMÁTICA:  
NARRATIVAS SOBRE A  
PRÓPRIA PRÁTICA



SÉRGIO MURYLLO FERREIRA



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA  
MESTRADO - PPGEED**

**CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO**



**SERGIO MURYLLO FERREIRA**

***INSIGHT!, EXPERIÊNCIA E MEDIAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA:  
NARRATIVAS SOBRE A PRÓPRIA PRÁTICA***

**GOIÂNIA  
2020**



SERGIO MURYLLO FERREIRA

**INSIGHT!, EXPERIÊNCIA E MEDIAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA:  
NARRATIVAS SOBRE A PRÓPRIA PRÁTICA**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica como requisito para obtenção para o título de Mestre(a) em Ensino na Educação Básica

Área de Concentração: Ensino na Educação Básica

Linha de Pesquisa: Práticas escolares e aplicação do conhecimento

Orientador (a): Dr. Marcos Antônio Gonçalves Júnior

GOIÂNIA  
2020

## **REGISTRO(S) DO PRODUTO EDUCACIONAL**

Produto Educacional Registrado na Plataforma EduCAPES, sob o título **XXX**, com acesso disponível no link:

<http://XXXXXX>

Outras formas de Registro (informar o tipo de registro, número e forma de acesso, como no exemplo do EduCAPES).

INSIGHT!, EXPERIÊNCIA  
E MEDIAÇÃO NA AULA  
DE MATEMÁTICA:  
NARRATIVAS SOBRE A  
PRÓPRIA PRÁTICA



SÉRGIO MURYLLO FERREIRA

Dedico esse trabalho à minha mãe,

**Profa. Eurípedes Alves Ferreira,**

*Acreditou que eu pudesse seguir seus passos*

*E me tornar um professor.*

*Mãe,*

*Fiz da sua prática*

*Um referencial para mim.*

## Sumário

|  |    |
|--|----|
| APRESENTAÇÃO.....  | 9  |
| 1. A PESQUISA: TODA A TRAMA EM POUCAS LINHAS .....                                 | 10 |
| 2. ANTES DE COMEÇAR (mas eu já comecei) .....                                      | 12 |
| 3. ALEIA, CAMINHO DE DESAFIOS.....   | 13 |
| 4. O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA.....  | 16 |
| 5. UM PROFESSOR PESQUISADOR .....  | 19 |
| 6. PENSAMENTO MATEMÁTICO: IDEIAS QUE VOAM .....                                    | 20 |
| 7. HERÓIS OU MOCINHOS DE COWBOY, QUEM LEVARÁ AS FLORES DE MAIO AZUIS DESTA AULA?23 | 23 |
| 8. CONSTRUINDO PÓDIOS.....   | 28 |
| 9. OCASO .....   | 35 |
| 10. REFERÊNCIAS.....   | 37 |

## APRESENTAÇÃO

**Prezado(a) Leitor(a),**

Este Produto Educacional é parte integrante da Dissertação de Mestrado intitulada Cenários para Investigação Matemática: Uma Proposta Didática para Trabalhar Sequências Numéricas nas Séries Finais do Ensino Fundamental. Ele foi desenvolvido para partilhar a experiência que tive como professor-pesquisador de sua própria prática.

Nas páginas a seguir, vou te apresentar um breve relato de como se deu a pesquisa e, seguido a isso, passarei a narrar momentos que antecederam meu ingresso no Mestrado Profissional em Ensino na Educação Básica, do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do Centro de Estudos e Pesquisa Aplicada à Educação da Universidade Federal de Goiás. Como fio condutor da investigação empenhada, outras narrativas são apresentadas contemplando aulas conduzidas em ambientes de investigação colaborativa que aconteceram em uma escola particular de Goiânia-GO.

Ao narrar, espero fazer da leitura deste texto, um momento de reflexão e diálogo com aquelas pessoas interessadas na possibilidade de se fazer uma Educação Matemática que proporcione descobertas (insights), experiências e construções significativas aos sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem.

Ademais, espero partilhar de uma movimentação pedagógica, desdobramento dessa investigação, a minha mudança pedagógica. A parceria estabelecida com meu orientador – o professor Marquinhos do CEPAE/UFG – as leituras que fiz, a reposta dos meus alunos e como tudo isso me foi tão significativo... Eu me permiti transformar pela pesquisa.

Ah... Tem mais uma coisa. Quero convidá-lo(a) à leitura da dissertação. Lá, as discussões e os saberes estão mais bem explicados e com maior aprofundamento teórico o que faz desse produto um complemento daquela.

Bom, tenho tantas coisas para contar... Como dizia o Paulo Leminski, “*Eu não sou o silêncio que quer dizer palavras [...] sou um rio de palavras*”<sup>1</sup>. Que tal banhar-se nessas águas?

---

<sup>1</sup> In: LEMINSKI, Paulo. **Toda Poesia**. São Paulo: Companhia das Letras, 2013. Eu tenho a 27ª reimpressão, de 2019 e nela, o poema citado está na p. 39.

## 1. A PESQUISA: TODA A TRAMA EM POCAS LINHAS

Bom, é interessante que você conheça a investigação que conduzi. Mas para que a nossa *prosa* não se alongue tanto, vou te apresentar apenas um *trailer* dela.

Eu sou um professor de Matemática que leciona desde 1992. Em minha prática, me percebi um professor tradicional, aquele conduz a aula padrão, ir ao quadro, apresentar os conteúdos, mostrar alguns exemplos, solicitar a realização de tarefas... Muitas tarefas, pois Matemática se aprende fazendo exercícios (D'AMBRÓSIO, 1989, p.16). Em dado momento, não percebi muito sentido naquilo que fazia, até porque passei a ver que meus alunos não estavam motivados a aprender a Matemática que eu apresentava.

Instigado pelos meus alunos e por um anseio pessoal, procurei a ressignificação da minha prática docente. Em 2017, ingressei no Programa de Mestrado Profissional do CEPAE/UFG na intenção de encontrar na atividade investigativa elementos que me permitissem novas possibilidades e aprendizados.

A pergunta motivadora da pesquisa é “**Como pode se dar a ação mediadora de um professor de Matemática ao convidar seus alunos a se inserirem em cenários para investigação de situações envolvendo Sequências Numéricas?**”. Então, vamos dialogar a partir da pergunta.

Para alguém que ansiava uma mudança na prática docente, a primeira ruptura se deu na forma de conceber a dinâmica do processo ensino-aprendizagem. Encontrei nos escritos de Ole Skovsmose uma boa sugestão para romper com o ensino pautado *no paradigma do exercício* e deslocar minha prática para a investigação colaborativa, que se organiza em ambientes de aprendizagem. Os livros do Ole que eu li, você encontrará na bibliografia, mas me permita dois parágrafos de explicações...

O Ole chama de paradigma do exercício aquela aula tradicional padrão, *ir ao quadro, apresentar os conteúdos, mostrar alguns exemplos, solicitar a realização de tarefas...* (SKOVSMOSE, 2000, p. 15-16). Nesse formato de aulas, a maior parte do tempo está dedicada às exposições teóricas do professor e à resolução de tarefas, por parte dos alunos. Como modo de contrapor-se a esse formato, Ole sugere uma abordagem baseada na aprendizagem colaborativa em sala de aula, construída dentro de cenários para investigação matemática. Nesse formato de aula, um problema desafia os alunos a construírem uma matemática que os leve à solução do problema.

Os ambientes para investigação podem se dar em seis contextos diferentes que se distinguem pela aproximação do problema desafiador com a realidade. Assim, enquanto

algumas atividades se desenvolvem em ambientes cujo foco é a *matemática pura*, outras se dão em contextos de semirrealidade e outras trabalham com problema e dados reais (SKOVSMOSE, 2000, p. 23).

Nesse novo formato de aulas, o docente apresenta uma postura diferente já que não lhe cabe mais o papel de resolvedor de exercícios. Ele se torna um colaborador no processo ensino-aprendizagem, que constrói junto com seu aluno, um aporte matemático seguro para que o problema seja solucionado. No lugar das *respostas*, o professor leva *perguntas* para a sala de aula, de modo a dar voz aos alunos. Em sala de aula, mediar é uma ação esperada.

Essa Matemática que surge das falas e das escritas dos alunos é rica em conjecturas que foram testadas pelos grupos e validadas em suas construções. É uma Matemática impregnada de humanidade, de sentidos e significados próprios daqueles sujeitos. Ela exala a cultura e a vivência daquela comunidade escolar, exalta o esforço coletivo para resolver um problema.

Foi isso que fiz na pesquisa. Estudei sobre os cenários para investigação (SKOVSMOSE 2000; ALRØ & SKOVSMOSE, 2010) e o processo de mediação (VIGOSTSKI, 2009) para compreender como se daria esse movimento em sala de aula. Discuti com o Marquinhos a proposta de algumas atividades e levei-as para a sala de aula de 7º ano de uma escola particular. Registrei os áudios dos diálogos que tive com os alunos, registrei algumas atitudes e recolhi alguns relatórios de aulas feitos pelos alunos. O assunto? Sequências Numéricas. Os alunos foram desafiados a construírem significados para alguns padrões matemáticos que lhes apresentei.

Com esses elementos, construí narrativas que apresentam nossa vivência, nossas descobertas e como o brilho nos olhos – nos meus olhos e olhos dos meus alunos – foi resgatado. Esse modo de conceber a pesquisa científica é chamado de pesquisa qualitativa, uma vez que não está focada em apresentar resultados, mas em significar o processo.

Bom, penso que é isso... Um trailer, pedaços da trama maior. Podemos conversar outras coisas nas narrativas. *Você está perguntando por que escolhi narrar?* Porque eu cresci ouvindo histórias. Foi assim que meus avós e meus pais me ensinaram muitas coisas. Eu estou condenado a narrar...

## 2. ANTES DE COMEÇAR (mas eu já comecei)

Ernesto Sábato foi um físico argentino que viveu no século XX. Nascido em 1911, completou seu doutoramento em Física em 1938 quando recebeu uma bolsa de estudos do Laboratório Curie, em Paris, para desenvolver pesquisas na área de Física das Radiações atômicas. Em 1943, Sábato teve uma crise existencial que o fez abandonar a ciência para se dedicar às artes plásticas e à literatura. Quando a Argentina iniciou seu processo de reabertura política, em 1983, com o presidente Raul Alfonsín, Sábato presidiu a comissão responsável por investigar crimes cometidos durante o governo militar.

O primeiro contato que tive com a obra literária de Sábato foi em 2012, com o livro “*O túnel*”. Depois, li sua história de vida intitulada “*Antes do fim*”, na qual ele enfatiza a necessidade de lermos aquilo que nos apaixona já que isso nos ajudará a suportar a existência. E você deve estar aí pensando: e o que isso tem de importante para a as narrativas? Na verdade, ler parte da obra de Ernesto Sábato significou muito para mim. Alegrou-me ver alguém com uma mente tão acostumada ao pensamento físico-matemático, preenchido de simbolismos e regras, conseguir escrever literatura capaz de emocionar.

A composição dos textos de campo apresenta, em primeiro plano, paisagens da rotina escolar. Apresenta pessoas interagindo em um contexto social, mobilizando saberes, reunindo ideias. Não se trata de um romance sobre o conhecimento, mas de uma narrativa da relação entre pesquisador e participante, histórias sobre vidas educacionais (CLANDININ E CONNELLY, 2015, p. 136, p.32). Pessoas que se colocam na condição de passividade e se permitem aprender pela experiência, compondo tramas de mudanças, de significados, registros de suas construções, das contingências impostas pela realidade, dos desafios e das incertezas. Pessoas que se transformam pelo aprendizado.

Com seu “*Antes do fim*”, publicado em 1998, Sábato quis deixar registrados episódios de sua passagem por este mundo antes de sua morte (que aconteceu em 2011). Ao narrar sua história, partilhar fatos, emoções, frustrações, acertos e tropeços, Sábato partilha sua experiência, seus aprendizados com uma nova geração.

O título deste tópico constitui-se uma “certidão de nascimento” de um escritor que espera narrar aquilo que de mais significativo acontece quando a porta de uma sala de aula é fechada e uma aula de matemática se inicia. *Antes de começar*, representa uma mudança, um deslocamento de um *eu-empírico* (ou seria um *eu-lírico*?), que até então estava acostumado a escrever apenas enunciados de questões de prova, para transformar-se em um outro que

partilha experiências e saberes. Um escritor de narrativas que aprende *na* e se deixa conhecer *pela* sua prática. Alguém que consegue se emocionar com as construções de seus alunos.

É melhor que eu comece logo, tem muita gente querendo falar aqui, querido(a) leitor(a). *Estou condenado a narrar...* Sim, sei que já disse isso, mas olhe ali. Está vendo? Ainda não? Chegue um pouco mais perto. Aproxime-se, leitor(a) e veja, lá estão os ipês. E como estão floridos.

### 3. ALEIA, CAMINHO DE DESAFIOS

Estacionei o carro em uma rua próxima e caminhava em direção à escola. Para ser honesto, há pouco já havia passado pela rua, dirigindo o carro. Não parei, pois queria pensar melhor. No caminho, eu considerava muitas possibilidades. Mente agitada... Deixar uma escola na qual havia dedicado oito anos de docência. O que eu procurava ali, afinal?

Meus passos aceleraram para atravessar uma rua movimentada do Setor Marista, como sempre, fora da faixa de pedestres. Coloquei os pés sobre a calçada sem que eu fosse importunado pela buzina de um motorista irritado com minha insubordinação às regras de convivência no trânsito. Foi quando levantei os olhos para uma vista bem curta. O olhar devia alcançar uns 50 metros, talvez. Desde a calçada da escola, avistei os quatro ipês. Descansei meus olhos, contei-os, cores diferentes. O calor seco do setembro goiano reserva essas surpresas.

Poucos passos e eu estava na entrada administrativa da escola. Identifiquei-me e logo fui conduzido à sala da diretora pedagógica. Entrei um pouco assustado. Estendi olhar e mão para as quatro pessoas que me aguardavam para a entrevista, diretora pedagógica, representante da mantenedora, coordenador pedagógico dos anos finais Ensino Fundamental e coordenador da área de Matemática.

Não gosto das entrevistas de emprego. Respondemos aquilo que os entrevistadores querem ouvir mesmo sabendo que algumas coisas são difíceis de cumprir com a rotina corrida de professores que precisam trabalhar dois ou três turnos a fim de comportar um salário que nos garanta um mínimo de dignidade. *“Enviar provas, lançar notas, preencher diários... Consegue entregar tudo no prazo? Tem bom relacionamento com os alunos? Domínio de*

*sala? Domínio de conteúdo?" Sim, Sim, Sim, Sim!* Sim após sim vamos ganhando a atenção do entrevistador e vendendo nossas escolhas.

Mas essa entrevista era diferente, afinal eu estava empregado. Os pensamentos da caminhada até a escola ricocheteavam em minha mente a cada sorriso dos entrevistadores. *O que eu procurava ali, afinal?* Eu queria trabalhar naquela escola. Na verdade, essa entrevista foi diferente porque após aquelas conversas informais do tipo “*Calor, né?*”, a diretora pedagógica me questionou “*Nós gostaríamos de ter você aqui no próximo ano, mas o que você espera de nós?*” Não tenho lembrança de qualquer entrevistador me ter feito uma pergunta assim antes. Fui rápido ao responder “*Eu quero crescer profissionalmente; quero que escola me apresente novos desafios*”. Estava orgulhoso da minha resposta quando a representante da mantenedora me interpelou sorrindo “*Então, está tudo certo. Nós somos uma escola que estuda muito, que investe na formação dos seus professores e temos muitos desafios para enfrentar*”.

É interessante como Vigotski explica o fluxo do pensamento para a palavra. É como se toda a atividade cognitiva se materializasse naquele som que ecoa, aquilo que nós, carinhosamente, chamamos de voz (VIGOTSKI, 2009, p. 409). Hoje, relembrando essa entrevista de emprego, fico aqui pensando em como as palavras têm o poder de nos influenciar, a ponto de nos constituir, nos mudar (BONDIA LARROSA, 2002, p21). Fizeram-me uma pergunta. Dei-lhes uma resposta. Enunciei meu pensamento, dei sentido a algo que até então eu não havia considerado em minha consciência, uma inquietação com minha prática.

A conversa toda foi bem agradável e durou pouco mais de 40 minutos, tendo terminado com um convite para que eu participasse da mostra cultural. Naquele evento, os projetos que a comunidade escolar desenvolveu em 2014 seriam apresentados. Compareci. Visitei diversas estações conversei com alunos, perguntei, aprendi, diverti, me apaixonei. Na saída, percebi que os ipês começavam a renovar suas folhagens tendo abandonado suas florações.

É estranho como professores se apaixonam tão facilmente por seus alunos. Mesmo naquelas turmas que buscamos inspiração com aqueles três suspiros angustiados dados ainda na porta da sala. Talvez seja essa a explicação para os governos nos pagarem menos do que merecemos. Eles sabem que entraremos em sala com profissionalismo e paixão, ainda que cansados de anos de luta por melhores condições. Quer saber se isso é uma conjectura? Não, só um devaneio.

Em janeiro de 2015, observei novamente os ipês, agora imponentes, já com suas copas em plenitude, mas sem a exuberância das flores. Não se importaram com minha presença ali. Antes, balançavam suas folhas ao sabor do vento como quem conversando, exibe suas folhas em tom de verde claro, novinhas. Ali iniciei minha atuação profissional nessa escola participando da semana pedagógica.

Naqueles dias, foram divulgados alguns resultados dos processos seletivos para ingresso nos programas de mestrado. Duas colegas, professoras de Língua Portuguesa, foram aprovadas no Programa de mestrado do Centro de Estudos e Pesquisas Aplicadas à Educação da Universidade Federal de Goiás. Um colega, que pela convivência e lealdade tempos depois vim a ter como um amigo, professor de Filosofia, também foi aprovado na mesma instituição, mas em outro Programa de mestrado, na Faculdade de Educação. Eu também partilhei de uma vitória, fui selecionado para o programa de mestrado Profissional em Matemática, também na “Federal”, modo carinhoso que alguns de nós, goianos, chamamos a instituição.

Essa é realmente uma escola que estudava muito. O ano letivo iniciou e os alunos trouxeram vida ao prédio. Eu era o novato da vez e o primeiro mês de aulas foi o suficiente para conflitar o pensamento com o da nova casa. Se Aristóteles nos definiu como *viventes com a palavra*, ele tinha razão em dizê-lo. É que nossos enunciados nos definem, nos transformam e nos (re)constroem. Devaneio? Não, dessa vez, conjectura. Explico.

É que Vigotski ensina que além do fluxo do pensamento para a palavra há outro, da palavra para o pensamento (VIGOTSKI, 2009, p. 412). É como se ao enunciar, tornamo-nos tão responsáveis pelo que dizemos, que mudamos nossa maneira de pensar e, consequentemente, agir. Bom, penso que isso é verdade se houver honestidade naquilo que se pronuncia. E eu havia sido honesto em responder que queria o desafio e os ipês estavam lá para testemunhar meu enunciado na entrevista de emprego.

Os desafios chegaram...

Incrível como as palavras têm o poder de definir a realidade. Senti que meu modo de conduzir as aulas e gestar o conhecimento em sala não estavam agradando, primeiro aos meus alunos, depois a mim. Três meses de trabalho e pensei em encerrar o ciclo que acabara de começar. Ah, é melhor ser mais preciso... Considerei a possibilidade de pedir demissão, e foi o que fiz.

Contudo, o vaivém do pensamento para a palavra e da palavra para o pensamento guarda seus milagres. Uma boa conversa com a diretora pedagógica da escola e o fluxo de pensamento se reorganizou. Eu permaneci.

Aquela via que me conduziu até a escola, caminho, caminhada, ipês como testemunhas... Aleia de desafios! *O que eu procurava ali, afinal?*

#### 4. O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA

*“Só mesmo um velho  
para descobrir,  
detrás de uma pedra,  
toda a primavera.”*

*Paulo Leminski*

Meu primeiro contato com a obra de Pablo Neruda foi a leitura de sua autobiografia *Confesso que vivi*<sup>2</sup>. Leitura agradável na qual admirei o político, poeta, jovem sonhador, fugitivo dos Andes, escritor, comunista. Só depois quis conhecer sua poesia. Algumas narrativas nessa biografia permanecem vivas em minha memória, como a resistência do povo Mapuche à colonização espanhola, o encontro com Jorge Amado, os operários retirando seus capacetes para ouvir uma poesia e a derrubada do governo de Salvador Allende.

Aprendi com Neruda a escrever ouvindo música clássica. Boa parte da dissertação de mestrado veio ao som da *Cello Suite nº 1 em Sol Maior*, de Bach. Esse produto educacional também. Sim, eu disse dissertação de mestrado e preciso esclarecer algo. Eu não consegui concluir o mestrado Profissional em Matemática. Celebrei cada uma das minhas provas com conceito “C” como se fossem um “A” e entendi que as discussões não eram significativas para mim. É que naquele momento, os desafios pessoais e profissionais me inquietavam mais que os primos de Mersenne. Conjectura? Não, devaneio, pois ainda não havia escolhido um lado, se iria ensinar Matemática aos alunos ou fazer Educação Matemática com eles. Em março de 2016 me desliguei do programa... Na verdade, fui desligado dele. *Venha até a sala dos professores, vamos prosear com um café.*

Vou confessar um segredo a você, leitor(a), 2015 foi um ano “*pedra no sapato*” para mim. A frustração por não conseguir terminar o mestrado em Matemática, o desafio de encontrar sentido profissional... Os ipês novamente floridos, um ano que vai se encerrando,

---

<sup>2</sup> NERUDA, Pablo. **Confesso que vivi:** memórias. 35<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2011.

mas e a *pedra no sapato*? Grande demais, me impedia de ver toda primavera. Não estou me referindo à primavera da exuberância dos ipês que era bem evidente, mas minha “*primavera árabe*” particular, o turbilhão de desafios e (re)significações que me inquietavam, minha prática docente. Precisei da ajuda dos colegas e família para superar conflitos. Pessoas dentro da escola acreditaram em mim, felizmente pude contar com eles, direção, coordenação, professores, bons conselhos.

Sentia-me velho. Não que pesasse a idade, mas a experiência. É bem curioso como nossos currículos diferenciam formação de experiência. Formado nisso, com especialização naquilo e pós graduação naquilo outro... Na outra página, trabalhei aqui, ali e acolá. É como se a prática docente não nos formasse, ou no sentido inverso, que os anos acadêmicos não nos fossem experiência.

Mas os ventos de 2016 trouxeram novas expectativas. Como os ciclos nos fazem bem. Recomeços. Padrões matemáticos guardados no tempo.

A obra de expansão da escola havia terminado. Durou todo ano de 2015. Auditório moderno e novas salas de aula, espaços de convivência e o laboratório de Matemática foi deslocado para outra sala. Ajudei a fazer a mudança. Quanta coisa interessante ajudei a transportar. A nova sala tinha uma janela de onde era possível avistar a “aleia de desafios”. Lá estavam os ipês, balançando suas folhas novas ao sabor do vento, rindo das árvores de folhas amareladas. Por um instante considerei a possibilidade de utilizar aquele espaço pedagógico nas minhas aulas, *o que eu procurava ali, afinal?*

Ah? Você quer saber Neruda? Por que citei Neruda? Para ser honesto, eu não queria falar sobre ouvir músicas enquanto se escreve, mas do texto que abre sua autobiografia. Chama-se “o bosque chileno”. Neruda levou-me a conhecer um bosque chileno em riqueza de detalhes. “Quem não conhece o bosque chileno não conhece este planeta.”, sentencia. Por um instante cheguei a considerar a possibilidade de te apresentar assim o laboratório de Matemática da escola. Mas após ler, por três vezes, “o bosque chileno” sinto-me incapaz de fazê-lo.

*Vamos subindo as escadas?*

É que saindo da sala dos professores, esses dois lances de escadas nos levarão ao laboratório de Matemática já todo organizado para o início de 2016. Olhando assim desde sua porta, ele parece uma sala de aula normal, exceto pela coluna que o engenheiro insistiu em deixar no meio da sala.

Cadeiras e mesas azuis enfileiradas, um quadro branco colocado na parede que ladeia a esquerda da porta, armários baixos nas paredes do fundo e lateral esquerda. Os armários

guardam caixas com materiais comuns como régua, esquadros, bolas de gude, varetas de plástico, varetas de madeira, bolas de isopor, papel sulfite, papeis coloridos, cartolinhas, alguns cubinhos coloridos de E.V.A. Observando melhor o quadro branco, logo se vê uma lousa digital de onde saem régua, esquadros e compassos virtuais.

As janelas localizadas nas paredes laterais do laboratório são altas. Ao lado do quadro branco, há uma única janela que permite ver a rua. Se você elevar o corpo verá os ipês, pela janela alta à esquerda. Não sei por que importo tanto com eles, afinal são apenas árvores como tantas outras.

Penso que se estivesse compondo um enredo para o cinema triunfalista, agora eu passaria a ver o laboratório com outros olhos, teria maior envolvimento, faria aulas diferentes, afinal de contas ajudei a transportá-lo. Toda essa dinâmica acenderia em mim uma chama de mudança que me consumiria o antigo professor para que surgisse uma nova prática pedagógica.

Sinto informar que nada disso aconteceu. Eu me senti velho, incapaz de utilizar aquele espaço.

Esse laboratório não me transformou em outra pessoa. Olhando daqui o vejo apenas como mais um espaço pedagógico, um espaço de novas possibilidades, assim como a sala de aula. O que eu percebi nele foi uma oportunidade de ter um espaço para trabalhos em grupos, onde os alunos pudessem conversar, trocar ideias, sem que isso denotasse indisciplina. As coisas começavam a mudar, mas eu ainda não havia me dado conta disso. Eu comecei a pensar em aulas diferentes, trabalhos em grupos, mesmo que isso não tivesse se concretizado em 2016.

A prática ansiava a mudança, movimento, deslocamentos.

Trabalho em grupos? Indisciplina? Em uma aula tradicional, o silêncio é necessário. Atenção total às explicações dadas desde o quadro. Qualquer barulho ou desatenção é indisciplina. O laboratório estava ali me convidando para uma aula falante, grupos de trabalho, mas o que eu faria lá? Os alunos formariam grupos para resolverem juntos listas de exercícios impressas?

Eu tinha muitas dúvidas. Principalmente, no que tange a validade das mudanças.

No início do inverno goiano, uma boa conversa com o amigo filósofo me abriu os olhos para a possibilidade de cursar uma disciplina no programa de mestrado do CEPAE, como aluno especial. Era mais um daqueles dias cinza, que nos levam a refletir sobre a vida.

No frio do cerrado goiano os ipês entrelaçavam suas folhas como quem, incomodado pela passagem do vento, busca no outro um pouquinho de energia. Leminsk, o profeta, se

contorceu no túmulo, uma vez mais sua poesia encontrou um velho professor que descobria sua primavera.

## 5. UM PROFESSOR PESQUISADOR

A experiência como aluno especial foi excepcional. Encontrei pessoas que falavam da possibilidade de se transformar pela pesquisa, de ter uma experiência matemática, construir significados em sala de aula, desenvolver atividades investigativas, ambiente de colaboração. Aqueles debates me motivaram, o brilho voltava ao olhar, aquele encantamento com a profissão. Passei a considerar fortemente a possibilidade de participar do processo seletivo para a 5ª turma (2017).

E foi o que fiz. Prova escrita, projeto de pesquisa elaborado, prova de capacidade de leitura em língua estrangeira, entrevista... Fui selecionado.

O que me fez desencadear toda essa gama de possibilidades? Não consigo precisar todos os elementos, mas tenho clareza que dois são implacáveis, a experiência e o conteúdo das discussões.

Separei aquele tempo para estudar. Minhas tardes estavam reservadas para cursar as disciplinas do programa de mestrado. Leituras, resumos, seminários, tempo para estudo, tempos de reflexão sobre o que se faz, tempo para olhar para dentro de si e dar sentido ao mundo e a realidade (VEIGA NETO, 2002, p.32), tempo para se colocar na condição de alguém que se permite transformar pela experiência, por aquilo que me toca (BONDIA LAROSA 2002). Leituras e conversas com o orientador me levaram a vislumbrar um caminho de possibilidades dentro dos desafios.

E o conteúdo das discussões? A escola, e o processo de ensinar e aprender na escola. Desde a graduação em Física, poucas vezes me vi tão envolvido com o estudar. Aulas, leituras, pouco a pouco novos conhecimentos vieram modificar minhas concepções acerca do ensino-aprendizagem da Matemática na escola de Ensino Fundamental. Passei a considerar o fazer Educação Matemática.

A vivência na investigação científica foi para mim como uma abertura à possibilidade de mudança da minha prática. Transformei-me pela pesquisa em um professor-pesquisador, algo novo na minha carreira profissional.

Os ventos de 2017 balançaram as folhas dos ipês, trocaram suas folhas e eu nem os vi. Estava ocupado demais com minhas transformações.

## 6. PENSAMENTO MATEMÁTICO: IDEIAS QUE VOAM

Quando apresentei o projeto de pesquisa à banca de seleção do mestrado, tinha a intenção de desenvolver um trabalho alinhado aos rumos metodológicos da Pesquisa-Ação. A ideia de agir sobre a realidade e refletir sobre minha atuação docente motivava essa condução. Naquela tarde, um integrante da banca questionou-me a possibilidade de mudar a condução metodológica. “*Claro que sim*”, respondi meio sem saber aonde isso me levaria.

Após a aprovação no processo seletivo, por indicação do orientador comecei a ter contato com os autores que fundamentavam as chamadas “aulas investigativas”. Percebi que aquele “*Claro que sim*” significaria confiar em quem conhece os caminhos investigativos e isso me levaria a um desenho metodológico diferente. Certo dia meu orientador disse que estava se aproximando o momento de realizar a coleta de dados no campo de pesquisa. Ele completou dizendo “*você precisará apresentar aos alunos um problema a ser investigado.*” Em um primeiro momento, a ideia de apresentar um problema não me pareceu difícil... Isso porque eu não havia compreendido bem a ideia.

Minha ideia original pareceu bastante simples. Uma aula investigativa para apresentar o que é uma sequência numérica, outra para apresentar uma progressão aritmética, e uma terceira para a progressão geométrica. Organizei os dois primeiros roteiros de aula investigativa e apresentei ao orientador. Queria contemplar os cenários de investigação 1 e 2 propostos pelo Ole Skovsmose. Como os dois cenários privilegiam construções feitas na *Matemática para a Matemática*, pareceu conveniente uma aproximação com as atividades comuns de sala de aula, especialmente no cenário 1, onde o paradigma do exercício se mantém evidente.

O primeiro roteiro iniciava apresentando aos alunos a ideia de sequência numérica e o segundo colocava os alunos na condição de construtores de podiums olímpicos. Confesso que estava bastante ansioso, especialmente com a atividade dos podiums olímpicos. Com aquela atividade eu queria empolgar os alunos, motivá-los a participar das outras atividades, pois

sabia que se as aulas diferentes não os impressionassem, demandaria muita energia reconquistá-los.

Levei os dois roteiros para a discussão com o orientador e o diálogo que mantivemos foi um convite à reflexão sobre a visão que tinha dos meus alunos e sobre o que vem a ser uma aula investigativa. Eu precisava experimentar novos olhares, novas perspectivas, meu campo de visão precisava mudar.

Como eu estava muito acostumado a escrever enunciados de provas, onde a falta de informações implicaria no cancelamento da questão, preenchi o roteiro com explicações e exemplos. Lembro-me de quando o orientador disse “*Sergio, você duvida da capacidade dos seus alunos? Os roteiros têm informações demais. Lance a ideia e deixe que os alunos encontrem os caminhos, eles conseguem aprender*”.

Voltei meus olhos para o primeiro roteiro de atividades. A Figura 1 mostra uma parte das informações presentes no primeiro roteiro de atividades. Percebi que as orientações constantes no roteiro além de limitarem a capacidade criativa dos meus alunos, impunha-lhes regras. Não estou argumentando sobre regras de padrões matemáticos, eram as minhas regras. A apresentação de exemplos no corpo do roteiro – algo que até então soavam como um recurso didático – revelou-se um duvidar da capacidade de entendimento dos alunos.

Figura 1 - - Parte do primeiro roteiro elaborado

Para que tudo dê certo, você precisa pensar nestes detalhes da sua sequência:

- i. escolher um número inicial;
- ii. escolher qual operação matemática fará primeiro;
- iii. decidir qual número usará com a operação escolhida em ii.;
- iv. escolher sobre sua próxima operação matemática;
- v. decidir qual número usará com a operação escolhida em iv.

Por exemplo:

Eu pensei em começar pelo número 15, multiplicar por 2 e somar 3. Dessa forma, minha sequência ficará assim:

12, 27, 57, 117, 237, 477...

Veja:

Escolhido o primeiro termo: 12  
Formar o segundo termo:  $(12 \cdot 2) + 3 = 24 + 3 = 27$   
Formar o terceiro termo:  $(27 \cdot 2) + 3 = 54 + 3 = 57$   
Formar o quarto termo:  $(57 \cdot 2) + 3 = 114 + 3 = 117$   
Formar o quinto termo:  $(117 \cdot 2) + 3 = 234 + 3 = 237$   
Formar o sexto termo:  $(237 \cdot 2) + 3 = 474 + 3 = 477$

Comecei a entender os caminhos investigativos e em como eu poderia organizar um cenário de investigação. Um problema bem formulado precisa causar no resolvestor a necessidade de transpor um obstáculo preenchendo lacunas deixadas propositadamente no

enunciado. É como se precisássemos montar um quebra-cabeças e estivesse faltando algo como uma peça ou mesmo a imagem final a ser obtida.

Se o modo de transpor o obstáculo já estiver descrito no enunciado, então já fizemos parte do trabalho para o aluno. Muitas “peças” são postas sobre a mesa, tema da aula, orientações iniciais, um filme, um texto, uma imagem, um desafio... cabe aos alunos juntar todas essas “peças” em um contexto mais amplo, o dos significados. Identificar o que se tem, ter em mente onde quer chegar, discutir com seus pares, testar, experimentar, compreender o problema, mobilizar recursos, partilhar os avanços, reconhecer os avanços do outro, partilhar os avanços.

Certamente as primeiras atividades precisavam ser refeitas, e não só elas, algumas das minhas concepções também.

Comecei a pensar mais adiante... E as próximas atividades? Os cenários 2 e 3 caminham para elementos da semirrealidade? Comecei a pensar nos padrões matemáticos, onde encontrá-los? Como escrever as próximas atividades investigativas? E o formato das aulas? E minha postura na gestão do conhecimento em sala?

Padrões matemáticos, padrões matemáticos... Guardadas as proporções matemáticas e pessoais, por diversas vezes me senti angustiado, como o John Nash representado do filme “Uma mente brilhante” a buscar por padrões em pombos que se movem e decifrá-los em mensagens de jornais e revistas – ainda que o jornal insistisse em afirmar que fosse apenas um gráfico mostrando a evolução dos pontos marcados pelo Vila Nova na Série B do Campeonato Brasileiro de Futebol.

Certa manhã, antes das 7h, me deslocava de carro para o trabalho quando precisei parar por força de um semáforo vermelho. Como os prédios mais próximos estavam bastante afastados, a avenida em que estava tinha um amplo campo de visão. Percebi que aves migratórias passavam em bandos cortando o céu de Goiânia. Um por um, os bandos desenhavam um “V” no céu da cidade... três aves aqui, cinco naquele bando ali, sete naquele outro. Insight! O tema da próxima aula investigativa será “por que as aves migratórias voam em V”?

Como eu tinha em mente apresentar os conteúdos de juros compostos para a turma de 7ºano na forma de progressão geométrica, faltava-me um último tema. Semelhantemente às aves migratórias, o “tema” entrou voando em minha sala. Durante uma aula de resolução de exercícios (você achava que eu era imune ao *paradigma do exercício*?) fui interpelado por uma solicitação incomum “*Professor, tem uma abelha aqui. Ela entrou pela janela e eu estou com medo*”. Insight! “*Professor, me ajuda!*” Outside! Primeiro, resolvi o problema da abelha

aterrorizante. Depois, terminei o dia a pensar na segunda atividade. Eu lembrava de um exercício sobre como as abelhas seguiam padrões geométricos de construção de favos.

Não sei qual estranho isso pode transparecer, mas o pensamento matemático tem asas. E voa!

## 7. HERÓIS OU MOCINHOS DE COWBOY, QUEM LEVARÁ AS FLORES DE MAIO AZUIS DESTA AULA?<sup>3</sup>

Esta seria uma aula diferente. É assim que os alunos nomeiam as aulas que acontecem no laboratório de Matemática da escola. Eles gostam das aulas no laboratório e eu não consigo precisar os motivos. Posso conjecturar a possibilidade de se sentarem próximos de seus pares em grupos de estudos, a mudança de ambiente, a oportunidade de manipular materiais concretos dentre outras. O certo é que eles gostam das aulas no laboratório.

Naquele dia eu estava bastante ansioso, pois seria meu primeiro trabalho de coleta de dados da pesquisa de campo. O laboratório, assim como a sala de aula era um ambiente natural para mim. Eu tinha segurança da minha condição de professor, mas incertezas quanto à de pesquisador. Além disso, esta aula seria minha oportunidade de atrair os alunos para a realização da pesquisa.

No laboratório, informei aos pupilos a dinâmica daquela aula. Usei material impresso<sup>4</sup> para informar a atividade do dia. No dia anterior havia feito as cópias que o orçamento apertado não permitiu que ficassem coloridas. A atividade dessa primeira aula era bem simples e envolvia apenas a compreensão de que uma sequência numérica precisava seguir um padrão ou lei de formação. Os grupos iriam criar suas sequências numéricas, expô-las aos colegas para que eles tentassem decifrar o código escondido que dava origem aos números.

Formar grupos, ler o roteiro, realizar a atividade proposta, preparar-se, ir ao quadro, desafiar seus colegas a descobrirem o próximo número da sua sequência numérica e tentar descobrir o próximo número da sequência numérica do colega. Lembrei-me de fazer para aquela aula, o convite que o Ole Skovsmose sugere e os alunos o aceitaram.

Eu havia limitado em 20 minutos o tempo para que os grupos estivessem com sua sequência de números organizada e não demorou muito para que as primeiras perguntas surgissem, todas direcionadas para a possibilidade de acerto e erro. Havíamos combinado que

---

<sup>3</sup> Aula narrada na dissertação.

<sup>4</sup> Você pode encontrar as atividades narradas na dissertação e no outro volume do produto educacional, “Sequência Numéricas, sugestões para professores do 7º ano do Ensino Fundamental”.

eu também participaria da atividade tentando descobrir o próximo termo das sequências que eles criasse, por isso evitava olhar de antemão as sequências dos alunos. Aninha me chamou até sua carteira e conversamos.

**Professor (P):** Fale.

**Aninha (A):** Tenta adivinhar!

**P:** *ãah?*

**A:** Tenta *adivinhaaaaar!!*

**P:** Eu posso tentar adivinhar junto com todo mundo?

**A:** Não... É porque eu não sei se vai dar certo.

**P:** Converse com sua duplinha. O que sua duplinha acha? Se *tá* certo ou não.

**A:** Então, professor, mas *tipooooo...*

**P:** Tipo?

**A:** Só fala se você sabeee.

**P:** Eu queria saber também, eu quero participar da tentativa.

**A:** Eu não quero ir ao quadro e errar.

**P:** Mas não tem certo e errado... A sequência não é sua?

**A:** É... mas aí, o povo vai falar, e vai que eu fiz a conta errada?

**P:** Ninguém vai falar não, pode ficar tranquila.

As coisas estavam caminhando bem, eu tinha o controle da aula e toda situação estava bem equilibrada. Isso até esse primeiro diálogo, pois senti um certo desconforto ao ser abordado. Eu tive vontade de responder, de sentenciar, falar o que eu estava acostumado a dizer durante as aulas, “*Está certo!*”, “*Está errado!*”, “*Corrija essa parte aqui!*” e isso poderia ter colocado tudo a perder. As correções são necessárias, contudo, eu queria *estabelecer contato* com meus alunos, ouvi-los em suas angústias diante do desafio, dar a eles a confiança de que suas opiniões matemáticas seriam ouvidas e consideradas, criando assim, um clima cooperativo para a investigação (ALRØ & SKOVSMOSE, 2010, p.106).

Estabelecer esse primeiro diálogo foi algo muito significativo para mim na dinâmica da aula, já que representava avanços no contato inicial. Sugeri à dupla que testassem sua conjectura sem impor meu conhecimento. Contudo, eu deveria ter prestado mais atenção no que Aninha estava tentando me dizer. Sua apreensão se justificava diante da possibilidade de se expor diante do grupo e ela queria que eu respaldasse seu pensamento.

É bem provável que já havia discutido a sequência numérica com sua dupla de trabalho, mas a opinião da colega não deu a ela a segurança que o momento requeria. Ela precisava da minha certificação e não era pelo medo de se expor diante dos colegas, mas porque havia um jogo em disputa.

Jogo? Não o percebi nas entrelinhas daquilo que Aninha expunha. Mas ela deixou pistas, “*Só fala se você sabeee*”. Ora, como não percebi? Para Aminha, se nem o professor sabe, tampouco seus colegas saberão e certamente aquela seria a sequência numérica vencedora. Vencedora? Jogo? Jogo com Sequências Numéricas? Naquele momento não me atentei para a tal atmosférica e movimentei-me em direção a outra dupla que havia solicitado minha presença.

Abordei Nina. A instabilidade do primeiro diálogo parecia estar quase superada e eu já considerava ter o controle da minha postura naquela aula.

**Professor (P):** Oi!

**Nina (N):** A gente queria saber se isso aqui é uma sequência, ou não? [ela aponta o dedo para uma folha e questiona], por exemplo, a gente pensou assim, zero mais um dá um...

O uso do futuro do pretérito é sugestivo de alguém que irá romper uma regra. “*A gente queria saber...*” Por que não quer? Queria? É típico de alguém que vai lançar sua rede e ver se seu interlocutor cairá como peixinho. Interrompi a fala de Nina porque ela também queria uma certificação e isso rompia nosso combinado inicial e ela já estava me mostrando sua sequência numérica e a lei de formação.

**P:** Ah não! Não me conta não. Eu quero tentar adivinhar também.

**N:** ah, *tá!*

**P:** Pode ser?

**N:** Pode.

**P:** Porque se você me contar aí eu vou... [dessa vez ela me interrompeu, pois entendeu minha intenção de adivinhar juntamente com os demais],

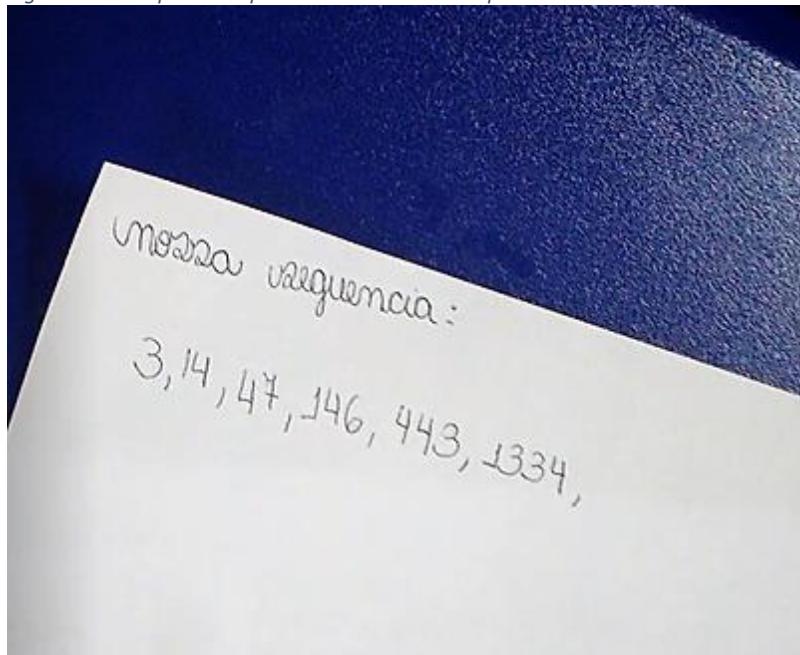
**N:** Aí você já vai saber, não vai ter graça...[risos]. *Tá* bom, professor!

Fotografei algumas sequências que eles escreveram como a que está mostrada na figura 2. Espero que ela te incomode, leitor(a). Eu tenho diversas fotografias e escolhi uma

onde falta acento na palavra. Corrigir ou não corrigir? Corrigir, é claro! Em que momento? Optei por não o fazer durante essa aula.

Continuei buscando novos contatos com outros grupos. Movimentando pela sala, detinha-me diante de uma dupla, dialogava. Sentia que a instabilidade causada pelo diálogo inicial já estava superada.

Figura 2 - Exemplo de sequência numérica criada pelos alunos



Fotografias em formato digital. Acervo do autor, 2018

Vinha observando um dos grupos, pois eles haviam escrito muitas sequências. Enquanto eu questionava se eles já haviam escolhido a que iriam apresentar ao grupo, fui interpelado por Dedé, um dos integrantes do grupo. Com a folha em suas mãos, foi assertivo em seu questionamento "*O meu tem sentido?*".

Para mim, seria muito mais fácil responder "*Sim, tem sentido!*". E foi o que eu fiz. É que a pergunta de Dedé me causou instabilidade ainda maior, pois, implicitamente, ele reclamava uma validação para a qual eu não estava acostumado. Como assim? *Dar sentido ao que você está fazendo?* Entendo que me faltou habilidade na condução do diálogo até chegar ao ponto de buscarmos um sentido para o que ele havia escrito. De igual modo, entendo que Dedé conseguiu captar a essência do que a atividade propunha, construir uma Matemática que tivesse sentido.

Os vinte minutos combinados se transformaram em meia hora. A aula estava bastante movimentada. Os alunos conversavam em seus grupos e estavam motivados construindo suas sequências. Percebi que havia passado em todos os grupos

Convidei um dos grupos para ir ao quadro, uma dupla. Começaram a escrever sua sequência no quadro:

$$3, 9, 30, 93, 282, 849, 2550$$

Enquanto um dos alunos escrevia no quadro, eu acompanhava recitando os números. Aproveitei para fotografar alguns grupos (Figura 3). Questionei se alguém sabia a lei de formação. Luquinha foi certeiro: “*começa com três e nove, daí, multiplica três vezes nove e soma 3, dá trinta. Três vezes trinta 90 e soma 3*”. Os aplausos irromperam as falas e tomaram todos de surpresa. Senti que aquilo estava fazendo algum sentido para eles. Questionei se a sequência possuía reticências ao final. Um dos alunos que estava à frente disse que não. Interpelei-os novamente com “Então a sequência acaba ali?” Ele foi ao final da sequência e colocou as reticências. “Ela continua, professor”

Figura 3 - Dois momentos das apresentações dos grupos



Composição de fotografias em formato digital. Acervo do autor, 2018

Convidei outro grupo. Um a um seguiam apresentando suas sequências. Números grandes, números pequenos, sequências com padrão alfabético (alternando um número começado por “d” e outro por “q”), números quadrados. Descobrimos algumas. Aplausos! Outras, o grupo nos revelava. Comemoravam! Só então me foi revelado que havia uma competição entre os grupos. Como que heróis e mocinhos de cowboy disputando um prêmio, gladiadores empunhando suas reluzentes sequências numéricas. Num primeiro momento, fiquei sem reação... E o ambiente de cooperação? E a investigação? Pensei que havia perdido o controle da situação.

A música anunciava o final da aula. Peço ao grupo que guarde a folha impressa, pois será utilizada na próxima aula. Os alunos se empolgam ao saber que voltarão ao laboratório de Matemática na próxima aula. Percebo pelo tom de voz das últimas gravações que estou cansado. Os alunos saem em direção à sua sala de aula. Estão vibrantes!

## 8. CONSTRUINDO PÓDIOS<sup>5</sup>

Achei o máximo quando entrei em sala de aula e os alunos vibraram! Enfim, os recebi da mesma forma que nos despedimos na última aula. *Nós vamos para o laboratório, professor?* Enquanto caminhava em direção à frente da sala, ouvi essa pergunta diversas vezes. Diante da resposta afirmativa, alvoroço! Organizaram rapidamente o material: caderno, estojo e a folha impressa. Ainda não sei o motivador de tanta alegria. Se as aulas acontecessem ali mesmo, naquele espaço de sala de aula, a mesma dinâmica, também estariam vibrantes?

A caminhada da sala de aula do 7º ano até o laboratório de Matemática é de poucos passos, pois os ambientes estão no mesmo andar da escola. Percebi que certo aprendizado já acontecera. Os alunos se organizaram em duplas, trios e iniciaram a leitura da folha impressa com a segunda atividade investigativa.

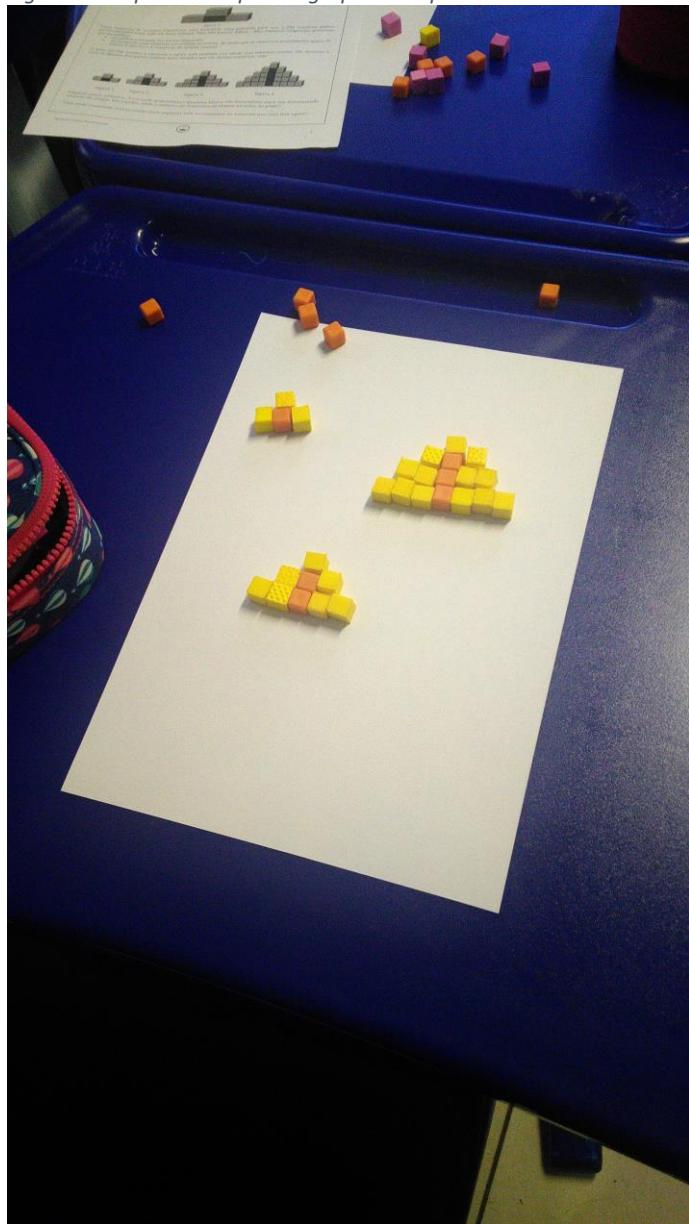
Enquanto dialogavam distribui sobre suas mesas alguns cubinhos de cores diferentes, feitos de E.V.A. Os cubinhos dividiram com o texto a atenção de alguns alunos. Outros mostraram-se indiferentes. *Para que servem esses quadradinhos, professor?* Continue lendo – respondi – logo saberá para que servem os cubinhos.

---

<sup>5</sup> Aula narrada na dissertação

Para mim, a atividade era simples e configuraria perceber a formação da sequência de números quadrados perfeitos. Vi que os alunos começaram a montar seus pódios e elaborar suas conjecturas. Passei a caminhar pelo laboratório observando suas atitudes e construções. Aproximei de um dos grupos e fui convidado para prosear. De início, Luquinha veio apresentar suas conjecturas. Ele apontava para as representações dos pódios (Figura 4) que seu grupo vinha construindo.

Figura 4 - Sequência de pódios grupo do Luquinha



Fotografias em formato digital. Acervo do autor, 2018

**Luquinha (L):** Eu acho que é assim, ó. Porque eu estava olhando aqui, ó. Tem um deste lado e um deste lado. Dois, dois... Três, três e um. Porque todos os lados são iguais. Só tem um lado maior que é o de primeiro lugar. O resto cada um de um lado é igual.

**L:** Tem a ver, professor?

**Professor (P)** [voltando sua atenção para o grupo]: Tem a ver. Posso fazer uma outra pergunta?

**Grupo:** Pode!

**P:** Quantos “escuros” tem aqui?

Os “escuros” eram os bloquinhos que indicavam o valor posicional do número na sequência numérica. Veja na figura 4, que Luquinha e seu grupo reconheceram alguma relevância nas cores dos bloquinhos, tanto que a contemplaram na construção de seus pódios, com blocos amarelos e alaranjados. Contudo, sua atenção estava presa à distribuição simétrica dos blocos “amarelos” em relação aos blocos alaranjados. Eu precisava ajudá-los a fazer a relação entre um valor posicional (bloquinho alaranjado) e a cardinalidade da imagem (todos os bloquinhos juntos). Continuamos a dialogar.

**P:** Quantos “escuros” tem aqui? Apontei para a folha impressa.

**L:** Aqui?

**Dedé (D):** 4

**Professor:** Que figura é essa?

**Grupo:** 4.

**P:** Quantos “escuros” tem aqui?

**D:** 2 e a figura é 2.

**P:** Então eu vi que você pôs um “escuro” aqui...

**L** [interrompendo o professor]: Porque nessa só tem um.

Ele percebeu a relação e deixei-o continuar a conversa com seus pares.

A aula estava fluindo. A fase das montagens dos pódios havia passado (Figura 5) e os grupos estavam determinados em descobrir o “segredo” dos números emanados de suas figuras. Estavam explorando os números. Eis que uma palavra se tornou um obstáculo. A atividade pedia uma *generalização*, algo que os alunos não sabiam o que era, mas se interessaram em saber o que significava. Começaram a pedir explicações e a prosa se organizava em torno do que a palavra *generalização* representava na atividade.

Eu não queria apresentar uma definição para generalização. Se fosse essa a intenção, já a teria escrito no quadro ou colocado na própria folha impressa. De algum modo precisávamos construir um significado para essa palavra de forma a dar um fechamento para a atividade.

Figura 5 - Grupos montando seus pódios



Composição de fotografias em formato digital. Acervo do autor, 2018

Detive-me em um dos grupos e iniciei um diálogo sobre o que elas (era um grupo só com garotas) haviam entendido sobre os pódios. Elas estavam descrevendo suas observações acerca da quantidade de cubinhos que precisavam para formar um novo pódio.

Questionei sobre o cubinho diferente que elas observavam na folha impressa, o mais “escuro”. Como eles não haviam percebido o cubinho mais escuro? Como não haviam relacionado sua existência ao número da figura? Travei novo diálogo.

**Professor (P):** E esses bloquinhos escuros? Será por que eu os coloquei aqui?

**Nina: (N):** É a estrutura.

**P:** E o que ele tem a ver com o número da figura?

**N:** É porque sempre aumenta mais um aqui.

**P:** E esse que você está apontando a mão aí, tem quantos escuros?

**N:** Quatro.

**P:** E qual o número da figura?

**N:** Quatro!

**Gigi (G):** Quatro!

**P:** Então, quantos escuros têm na figura 5?

**G:** Cinco!

**P:** Compreenderam qual é a lógica?

**N:** aham!

**P:** Agora, eu quero saber o seguinte. Lembram que vocês foram ao quadro e escreveram uma sequência e todo mundo teve que adivinhar.

**G:** Ah, tá! Tem que fazer a sequência dela.

**P:** Isso. Eu estou te propondo uma sequência e queria que você adivinhasse qual é a minha sequência.

**G:** A figura 5 tem 5 escuros.

**N:** Sempre vai aumentando um escurinho.

**P:** E o que é generalizar? É escrever com um x o que está acontecendo aí.

**G:** [pondendo a pensar alto para o grupo]: Aqui ... xis mais um é igual a quatro.

Aquela conversa principiou a construção do conceito de generalização. Ao dialogar, iniciamos uma luta particular em busca do significado da palavra *generalização*. Avançamos e direção ao controle de seu significado. Um “*xis mais quatro*” significa que algumas estacas foram fincadas naquele solo, delimitando uma posição de controle e comando (BONDIA LARROSA, 2002, p.21).

Encontrei outra *cereja do bolo* no diálogo seguinte.

**Professor (P):** O que é que vocês já descobriram aí?

**Tonin (T):** É o seguinte: aqui tem quatro certo?

**P:** Certo.

**T:** Quando passa para esse, aumenta cinco, porque este aqui tem nove.

[O diálogo é interrompido por um aluno de outro grupo, mas o Professor logo volta sua atenção para Tonin]

**T:** Cada aumento vai aumentar dois números.

**P:** Olha, que massa!

**T:** É isso.

**P:** Você sabe me falar então quantos vão ter na figura cinco?

**Guto (G):** Vai ter vinte e seis.

**P:** Por quê?

**T:** Não vai ter vinte e seis porque a figura quatro tem vinte e cinco.

**G:** Ah não...

**T:** Vai aumentar onze, então vai ficar [breve pausa] trinta e seis.

**P:** Por que vai aumentar onze?

**T:** Por causa que vai aumentar de dois em dois.

**P:** Ficou massa hein, gostei. Me diz uma coisa... escolha qualquer um aí.

**G:** Figura três.

**P:** Quantos “escuros” têm na figura três?

**Grupo:** três.

**P:** Será que isso tem alguma coisa a ver?

**G:** Tem [uma pequena pausa] porque tem quatro miniaturas aí.

**P:** Hum gostei.

**T:** Ahhh...Agora entendi!

**P:** Posso te perguntar quantos escurinhos tem a figura dez?

**G:** dez.

**T:** dez?

**P:** Ótimo, ponham essas ideias no papel aí

**T:** Mas e as perguntas?

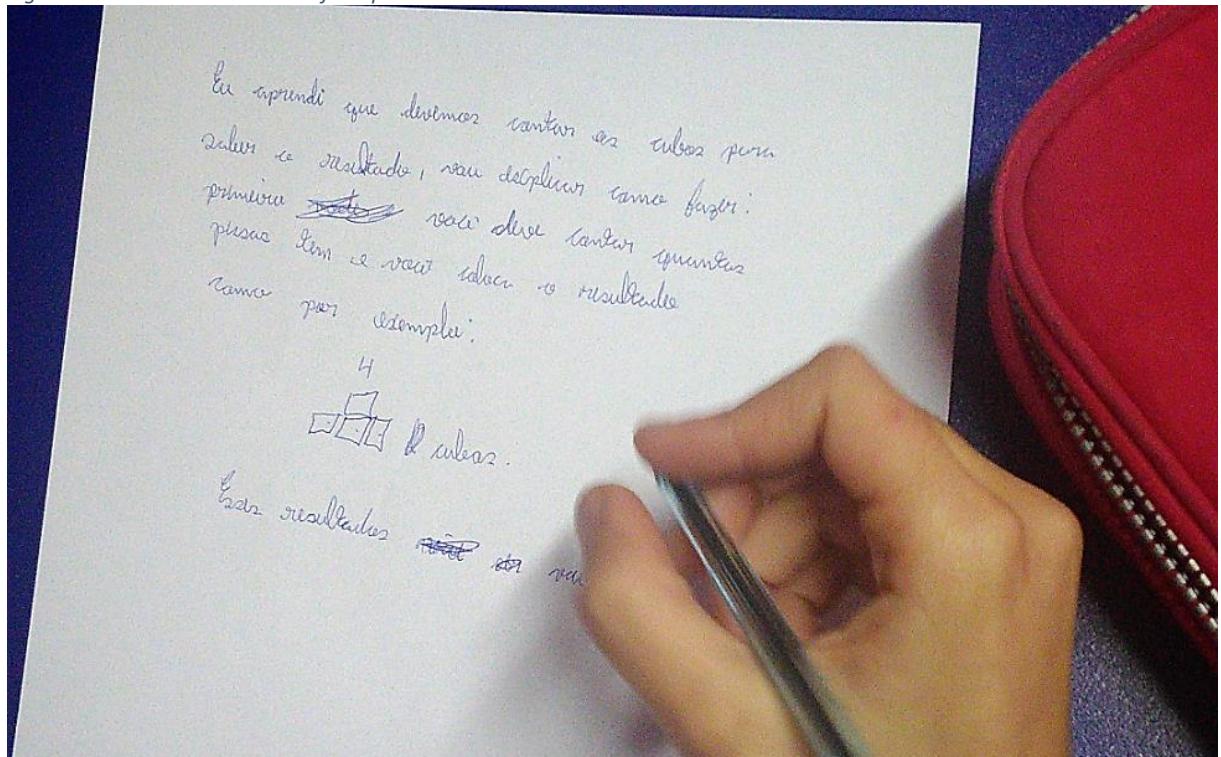
**P:** Então, ponham as ideias no papel e respondam as perguntas!

Eu realmente queria que você ouvisse esse diálogo. Não conseguirei uma transcrição que retrate a realidade a contento. A fala de Tonin “*Agora entendi!*” é carregada de uma entonação de entusiasmo, típica daquele gozo da descoberta. É como se por um instante toda a intenção e busca estivesse completada ali, desnuda aos olhos de seu observador. Nesse instante de êxito, Tonin denotava grande contentamento com sua construção, era a sua Matemática que brotava das ideias, sua experiência, as distorções são reduzidas e os significados construídos (BONDIA LARROSA, 2002, VEIGA NETO, 2007).

As ideias foram parar no papel (Figura 6), como eu havia pedido e esse *sapato velho* se permitiu dormir no primeiro lugar no pódio de suas realizações. Em qualquer dos pódios, 4,

9, 16, 25 ...  $(n+1)^2$ , eu era mais forte e veloz que qualquer mocinho de cowboy. Aquela aula me trouxe de volta o brilho do olhar dos alunos. O curitibano Paulo Leminski sabia bem o que eu estava sentindo... “*Só mesmo um velho para descobrir, detrás de uma pedra, toda a primavera*”<sup>6</sup>.

Figura 6 - Relato escrito da aula feito por um dos estudantes



Fotografia em formato digital. Acervo do autor, 2018

<sup>6</sup> In: Leminski, P. **Toda Poesia**. São Paulo: Companhia das Letras, 2013. O poema citado está na página 16. Paulo Leminski morreu jovem, em 1989, aos 45 anos. Esse poema faz parte de suas primeiras obras, escritas antes dos seus 30 anos. Como pode um *jovem* se referir com tamanha propriedade sobre um *velho*? Não sou crítico literário e tenho limitada capacidade de analisar poemas, mas me deixei passar pela experiência do que Leminski escreveu sobre ser velho. Eu encontrei primaveras nessas aulas.

## 9. OCASO

Gosto da narrativa do Evangelho feita por São João. Agradam-me a poética marcante da sua forma de enunciar, os detalhes que ele deixa escondidos nas entrelinhas do seu discurso e um olhar atento de quem se coloca em cena disposto a partilhar da experiência. A maneira como ele termina sua narrativa é bela: “*Ainda há muitas outras coisas que Jesus fez. Se todas elas fossem escritas, uma por uma, acho que nem no mundo inteiro caberiam os livros que seriam escritos*” (BÍBLIA, Jo. 21,25). São João deixa claro que tinha muitas histórias para contar, mas precisou fazer algumas escolhas.

Assim como São João, tenho tantas transcrições de aulas que deixei de citar, tantas memórias e aprendizados de sucessos e insucessos que não vieram a ser escritos... Acredito que seja impossível narrar tudo o que vivi nos caminhos da pesquisa, nas aulas no CEPAE/UFG, nos diálogos com meus colegas da 5<sup>a</sup> turma do PPGEEB, nos conselhos e orientações do Marquinhos, na partilha de saberes com meus alunos do 7º ano (2018)... Estou muito feliz que tudo isso tenha me acontecido.

Eu não podia deixar de narrar tudo isso... Mas tive que fazer escolhas.

Precisei escolher um título para essa prosa final. Contudo, não queria que ele apresentasse um fim em si mesmo. *Ocaso*, me pareceu bem adequado, dá ideia de movimento cíclico, o fim e o início se encontrando, renovando-se mutuamente. Essa me pareceu uma ideia bem presente nas narrativas.

Ao investigar minha própria prática, procurei compreender melhor minhas atitudes em sala de aula, algo que me levou a considerar a possibilidade de mudá-la. A Educação Matemática Crítica apresentou-me a ideia de fazer da sala de aula um espaço democrático de discussão e construção do conhecimento matemático. Dei voz aos meus alunos, permiti-lhes o compartilhar de suas construções matemáticas, observei crescimento.

Percebi, também, o quanto os cenários para investigação permitem vivências interessantes. Por vezes ficava me perguntando como trabalhar atitudes, valores, procedimentos nas aulas de Matemática. Em um ambiente de investigação colaborativa, esses valores estão muito presentes, sem deixar de lado a apreensão do domínio dos conceitos matemáticos.

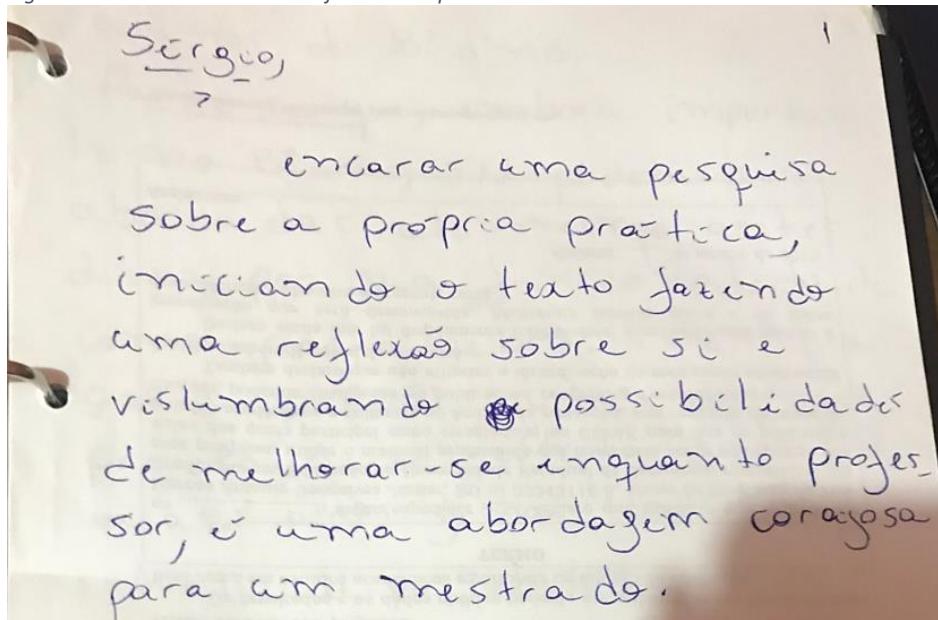
Foi nesse ambiente de investigação, terreno fértil de ideias, que contemplei um caminho de possibilidades que me levaram às experiências significativas. Não se trata apenas de uma mudança impulsionada por um elemento externo, mas de uma punção interna, mediata, um desejo pessoal de construir novos significados para minha prática, de contribuir

para a melhoria da nossa condição humana – ainda que essa contribuição se limite ao microcosmo social da sala de aula – e fazer da Escola um lugar de alegria, em particular, da alegria pelas descobertas matemáticas.

Não posso deixar de enunciar que, ao ser mediado pelo professor, o conhecimento matemático ganha seus contornos humanizadores. Os diálogos construídos, as palavras e sua capacidade de organizar pensamento e toda carga axiológica das palavras pronunciadas contribuem para que a interação mediador e mediato seja prática fundamental para uma educação humanizadora.

A narrativa clássica termina com a apresentação de uma moral. Eu espero que toda a trama, leitor(a), tenha possibilitado a percepção do elo investigação, experiência e movimento. Por isso, preciso retornar ao início... Quando eu ainda era aluno especial do PPGEEB, apresentei o projeto dessa pesquisa como parte da avaliação da disciplina que cursava. Tenho guardadas folhas com comentários dos professores que avaliaram o projeto de pesquisa. Em uma delas, veio um alerta acerca dos possíveis desdobramentos do que eu intentava fazer (figura 7).

Figura 7 - Comentários sobre Projeto de Pesquisa



Coragem não me faltou, nem mesmo a vontade, mas o tempo acelerou seu fluir limitando meu fruir. Esse é um dos entraves que a modernidade insiste em nos impor, fazer das nossas experiências algo cada vez mais raro. Investigar sem deixar as atividades profissionais não foi uma tarefa fácil, mas afastar-me delas significaria separação entre o objeto de pesquisa (eu) e o pesquisador (eu, também).

Após narrar todas essas histórias, deixei meu testemunho das coisas vividas. Eu não deixei de ministrar aulas tradicionais, as escolas em que trabalho ainda precisam delas, eu preciso delas, os alunos também precisam. Contudo, tenho planejado e executado “aulas diferentes” (Lembra? É assim que os alunos as chamam...) em escolas reconhecidamente tradicionais e tenho recebido apoio dos donos de escolas, coordenadores e integrantes dos grupos gestores para que elas aconteçam. Como isso é possível? Eles perceberam a mudança em mim.

É isso, querido(a) leitor(a), eu disse esse *sapato velho* ainda serviria para aquecer o frio dos pés. Nessa última narrativa, eu concluo o produto educacional, mas a investigação que iniciei, não termina aqui, pois transcende o conteúdo dessas páginas e o período do mestrado. Eu sou a teoria viva que caminha entre as carteiras das salas de aula de Educação Matemática.

*Há, porém, tantas outras coisas que o professor Sergio fez, viveu e experienciou enquanto andou pelos caminhos da pesquisa acadêmica que, se escritas, os livros não caberiam no mundo, nem nas nuvens de armazenamentos virtuais. Contudo, as que compõem esse trabalho, foram escritas para que seus colegas, professores de Matemática, entrevejam as possibilidades de mudanças que a atividade investigativa pode causar em suas práticas.*

## 10. REFERÊNCIAS

ALRØ, H & SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 2<sup>a</sup> ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

BÍBLIA. Português. **Bíblia Sagrada**: Nova Tradução na Linguagem de Hoje (NTLH). Barueri/SP: Sociedade Bíblica do Brasil, 2000.

BONDÍA LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista brasileira de educação**, n. 19, 2002.

BORRALHO, A., CABRITA, I., PALHARES, P. e VALE, I. (2007). **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra**. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), Números e Álgebra (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE.

BURTON, L. Research mathematicians as learners — and what mathematics education can learn from them. **British Educational Research Journal**, 27(5), 589-599, 2001.

CANDIDO, Antonio et al. **A personagem de ficção**. 13<sup>a</sup> ed. São Paulo: Perspectiva, 2014.

CLANDININ, D. Jean; CONNELLY, F. Michael. **Pesquisa narrativa: experiência e história em pesquisa qualitativa**. Tradução: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEI/UFU. Uberlândia: EDUFU, 2011. 250 p.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje. **Temas e Debates. SBEM. Ano II N**, v. 2, p. 15-19, 1989.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. 4<sup>a</sup> ed. São Paulo, Ática, 1998.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Ruben. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

DE ASSUNÇÃO FREITAS, Maria Teresa. **Vygotsky e Bakhtin: psicologia e educação: um intertexto**. Ática, 2002.

DE AZEVEDO, Adriana Maria Tenuta. **Estrutura narrativa e espaços mentais**. Faculdade de Letras da UFMG, 2006.

DEVLIN, K. **Matemática: a ciência dos padrões**. Porto: Porto Editora, 2002.

FIORENTINI, Dario; MARIA ÂNGELA MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, [S.l.], v. 4, n. 1, p. 78-91, out. 2016. ISSN 1982-6248.

Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384>. Acesso em: 05 mar. 2019.

LAVE, Jean. Teaching, as learning, in practice. **Mind, culture, and activity**, v. 3, n. 3, p. 149-164, 1996.

LIMA, Maria Emilia Caixeta de Castro; GERALDI, Corinta Maria Grisolia; GERALDI, João Wanderley. O trabalho com narrativas na investigação em educação. **Educação em Revista, Belo Horizonte**, v. 31, n. 1, p. 17-44, 2015.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, p. 1-3, 1997.

\_\_\_\_\_. **How to solve it: A new aspect of mathematical method**. Princeton University Press, 1973.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

\_\_\_\_\_. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007.

\_\_\_\_\_. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus Editora, 2008.

SMOLKA, Ana Luiza B. Construção de conhecimento e produção de sentido: significação e processos dialogicos. **Temas psicol.**, Ribeirão Preto , v. 1, n. 1, p. 7-15, abr. 1993.

Disponível em <[http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-389X1993000100003&lng=pt&nrm=iso](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-389X1993000100003&lng=pt&nrm=iso)>. acessos em 27 abril 2019.

VEIGA-NETO, Alfredo. Olhares. **Caminhos investigativos: novos olhares na pesquisa em educação**. Rio de Janeiro: Lamparina editora, p. 23-38, 2007.

VIGOTSKI, L.S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.