

Universidade do Estado do Pará
Pró-Reitoria de Pesquisa de Pós-Graduação
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



Sandro Benício Goulart Castro

O ensino de divisibilidade de números naturais por atividades

Belém
2019

Sandro Benício Goulart Castro

O ensino de divisibilidade de números naturais por atividades

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Prof^a. Dra. Ana Kelly Martins da Silva.

Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Belém/PA

2019

Sandro Benício Goulart Castro

O ensino de divisibilidade de números naturais por atividades

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Fundamental.

Orientadora: Prof^a. Dra. Ana Kelly Martins da Silva.
Coorientador: Prof. Dr. Pedro Franco de Sá.

Data de aprovação:

Banca examinadora

_____-Orientadora

Prof. Dra. Ana Kely Martins da Silva

Doutora em Educação- Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro- PUC-RJ
Universidade do Estado do Pará

_____- Membro interno

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá

Doutor em Educação- Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Universidade do Estado do Pará

_____- Membro externo

Prof. Dr. Antônio José Lopes

Doutor em Didática da Matemática- Universidade Cruzeiro do Sul- UNICSUL- Brasil

AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao criador de todas as coisas! Que nos dotou de inteligência e capacidade. Obrigado, meu Deus!

A meus familiares, em especial aos meus queridos pais, Benedito Castro e Benedita Castro, que desde sempre me apoiaram e incentivaram em todos os segmentos da minha vida.

A minha filha, Débora Cardoso Castro, pelo apoio e compreensão devido minhas ausências.

À querida Denise Cardoso, pelo apoio incondicional, paciência e dedicação que colaboraram e muito na organização deste texto.

A minha orientadora, Professora Ana Kelly, por suas orientações pacientes e gentis.

Ao meu coorientador, professor Pedro Franco de Sá, suas orientações foram de suma importância para a elaboração das atividades e construção do texto. Um amigo fantástico, ser humano ímpar, profissional completamente apaixonado pelo que faz e que acredita piamente na educação como processo de libertação social.

Aos meus queridos alunos que, apesar de todas as dificuldades de locomoção e alimentação, participaram do experimento com prazer e dedicação.

A Universidade do Estado do Pará, que mais uma vez me abriu às portas, disponibilizando desta feita uma vaga no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, pela recepção carinhosa e familiar e pela qualidade do programa.

Aos membros da banca examinadora, professores Pedro Franco de Sá e Antonio José Lopes, pelas considerações e sugestões feitas no texto de Qualificação que contribuíram de forma significativa para a continuidade da pesquisa e aperfeiçoamento do texto final.

A todos os professores do programa que, com seus conhecimentos, contribuíram para a boa formação do curso.

A funcionária Glads Serra do PPGE e ao professor Ducival Carvalho Pereira que contribuíram de maneira solícita nas questões administrativas do curso.

Aos nobres amigos da Turma 2017, pelo corporativismo e momentos inesquecíveis de descontração e alegria.

RESUMO

CASTRO, Sandro Benício Goulart. **O Ensino de Divisibilidade de Números naturais por Atividades**. 2019. 350f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

Esta dissertação aborda o ensino de divisibilidade de números naturais por atividades, posto que se constitui em uma temática atual em nível curricular. O problema de pesquisa que investiga foi que efeitos, a aplicação de uma sequência didática, diferente da tradicional, para o ensino de divisibilidade de números naturais em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São João de Pirabas provoca sobre a atuação em aulas de Matemática e no desempenho na resolução de questões sobre divisibilidade de números naturais? E teve como objetivo geral avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de divisibilidade de números naturais por meio de atividades sobre os aspectos conceituais, propriedades e desempenho na resolução de questões referentes ao assunto. Em termos metodológicos, a pesquisa realizada ocorreu via experimentação em uma escola pública do município citado, com 13 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, onde adotou-se como metodologia a Engenharia Didática. A análise dos resultados se deu através da verificação do registro das observações e conclusões dos discentes nas atividades, confrontação das análises a priori e a posteriori, além da análise do desempenho na resolução de questões. Entre os principais resultados obtidos estão: bom comportamento dos estudantes, no que diz respeito as observações e conclusões que apresentaram para cada atividade, onde mostrarem-se capazes de resolver questões relativas ao assunto. A conclusão foi que a sequência didática utilizada com os estudantes impactou positivamente na aprendizagem dos mesmos, o que mostra que pode ser adotada pelos professores, no processo de ensino.

Palavras-chave: Engenharia Didática. Ensino de Matemática. Ensino de divisibilidade. Ensino por atividade.

ABSTRACT

CASTRO, Sandro Benicio Goulart. **The Teaching of Divisibility of Natural Numbers by Activities**. 2019. 349f. Dissertation (Masters in Mathematics Teaching) - University of the State of Pará, Belém, 2019.

This work presents the results of a research that had as objective to evaluate the effects of a sequence for the teaching of divisibility of natural numbers through activities on the conceptual aspects, properties and performance in the resolution of questions related to the theme. The experimentation took place in a municipal public school in São João de Pirabas / PA with 13 students from the 6th year of elementary school, where didactic engineering was adopted as methodology. The analysis of the results was verified through the verification of the students' observations and conclusions in the activities, confrontation of the a priori and a posteriori Analyzes, as well as the analysis of the performance in the resolution of questions. The results showed a good behavior of the students regarding the observations and conclusions that presented for each activity, where they were able to solve questions related to the subject, leading us to conclude that the experiment had a positive effect, and that this fact is mainly due to the methodology used.

Keywords: didactic engineering. Mathematics Teaching. Teaching of divisibility. Teaching by activity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - As faces do osso de Issango	36
Figura 2 - Tábua babilônica com elementos matemáticos (Plimpton 322)	37
Figura 3 - Representação dos divisores do número 12	69
Figura 4 - Representação dos divisores do número 9	69
Figura 5 - Representação dos divisores de 2, de 6, de 7 e de 8	70
Figura 6 - Peças numeradas de 2 a 9	71
Figura 7 - Cartelas com multiplicações do 2 a 9	72
Figura 8 - Decomposição do número 27	72
Figura 9 - Decomposição do número 54 em fatores primos	73
Figura 10 - MDC entre os números 20 e 15	73
Figura 11 - Resultado do MMC entre 20 e 15	74
Figura 12 - Números representados por símbolos	76
Figura 13 - Jogo da divisibilidade	78
Figura 14 - Lista de exercícios 1	80
Figura 15 - Lista de exercícios 2	80
Figura 16 - Lista de exercícios 3	81
Figura 17 - Alfred apresenta Eratóstenes	82
Figura 18 - Crivo adaptado para objeto	83
Figura 19 - Pergunta final	83
Figura 20 - Tela inicial do jogo de divisibilidade	85
Figura 21 - Tela em que aparecem as questões do jogo divisibilidade	85
Figura 22 - Tela do jogo G Compris – Múltiplos	86
Figura 23 - Cestaria indígena 1	92
Figura 24 - Cestaria indígena 2	92
Figura 25 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 1	174
Figura 26 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 2	175
Figura 27 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 3	175
Figura 28 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 4	176
Figura 29 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 5	176

Figura 30 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 6	177
Figura 31 - Quadro preenchido da atividade 1 pelo grupo 7	177
Figura 32 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 1	180
Figura 33 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 1	180
Figura 34 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 2	180
Figura 35 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 2	181
Figura 36 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 3	181
Figura 37 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 3	181
Figura 38 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 4	182
Figura 39 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 4	182
Figura 40 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 5	182
Figura 41 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 5	183
Figura 42 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 6	183
Figura 43 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 6	183
Figura 44 - Quadro preenchido da atividade 2 pelo grupo 7	184
Figura 45 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 7	184
Figura 46 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 1	188
Figura 47 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 2	188
Figura 48 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 3	189
Figura 49 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 4	189
Figura 50 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 5	190
Figura 51 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 6	190
Figura 52 - Quadro preenchido da atividade 3 pelo grupo 7	191
Figura 53 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 1	193
Figura 54 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 2	193
Figura 55 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 3	194

Figura 56 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 4	194
Figura 57 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 5	195
Figura 58 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 6	195
Figura 59 - Quadro preenchido da atividade 4 pelo grupo 7	196
Figura 60 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 1	198
Figura 61 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 1	198
Figura 62 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 2	198
Figura 63 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 2	199
Figura 64 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 3	199
Figura 65 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 3	199
Figura 66 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 4	199
Figura 67 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 4	200
Figura 68 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 5	200
Figura 69 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 5	200
Figura 70 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 6	201
Figura 71 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 6	201
Figura 72 - Quadro preenchido da atividade 5 pelo grupo 7	201
Figura 73 - Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 7	202
Figura 74 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 1	205
Figura 75 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 1	205
Figura 76 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 2	205
Figura 77 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 2	206
Figura 78 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 3	206
Figura 79 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 3	206
Figura 80 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 4	207
Figura 81 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 4	207
Figura 82 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 5	207

Figura 83 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 5	208
Figura 84 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 6	208
Figura 85 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 6	208
Figura 86 - Quadro preenchido da atividade 6 pelo grupo 7	208
Figura 87 - Conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 7	209
Figura 88 - Quadro preenchido da atividade 7 pelo grupo 1	212
Figura 89 - Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 1	212
Figura 90 - Quadro preenchido da atividade 7 pelo grupo 2	213
Figura 91 - Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 2	213
Figura 92 - Quadro preenchido da atividade 7 pelo grupo 3	213
Figura 93 - Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 3	214
Figura 94 - Quadro preenchido da atividade 7 pelo grupo 4	214
Figura 95 - Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 4	214
Figura 96 - Quadro preenchido da atividade 7 pelo grupo 5	215
Figura 97 - Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 5	215
Figura 98 - Quadro preenchido da atividade 7 pelo grupo 6	215
Figura 99 - Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 6	216
Figura 100 - Quadro preenchido da atividade 8 pelo grupo 1	219
Figura 101 - Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 1	219
Figura 102 - Quadro preenchido da atividade 8 pelo grupo 2	219
Figura 103 - Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 2	220
Figura 104 - Quadro preenchido da atividade 8 pelo grupo 3	220
Figura 105 - Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 3	220
Figura 106 - Quadro preenchido da atividade 8 pelo grupo 4	221
Figura 107 - Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 4	221
Figura 108 - Quadro preenchido da atividade 8 pelo grupo 5	221

Figura 109 - Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 5	222
Figura 110 - Quadro preenchido da atividade 8 pelo grupo 6	222
Figura 111 - Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 6	222
Figura 112 - Quadro preenchido da atividade 9 pelo grupo 2	226
Figura 113 - Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 2	226
Figura 114 - Quadro preenchido da atividade 9 pelo grupo 3	226
Figura 115 - Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 3	227
Figura 116 - Quadro preenchido da atividade 9 pelo grupo 4	227
Figura 117 - Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 4	227
Figura 118 - Quadro preenchido da atividade 9 pelo grupo 5	228
Figura 119 - Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 5	228
Figura 120 - Quadro preenchido da atividade 9 pelo grupo 6	228
Figura 121 - Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 6	229
Figura 122 - Quadro preenchido da atividade 9 pelo grupo 7	229
Figura 123 - Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 2	232
Figura 124 - Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 2	232
Figura 125 - Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 3	232
Figura 126 - Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 3	233
Figura 127 - Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 4	233
Figura 128 - Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 4	233
Figura 129 - Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 5	233
Figura 130 - Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 5	234
Figura 131 - Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 6	234
Figura 132 - Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 6	234

Figura 133 - Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 7	234
Figura 134 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 1	237
Figura 135 - Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 1	237
Figura 136 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 2	238
Figura 137 - Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 2	238
Figura 138 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 3	238
Figura 139 - Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 3	239
Figura 140 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 04	239
Figura 141 - Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 4	239
Figura 142 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 5	240
Figura 143 - Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 5	240
Figura 144 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 6	240
Figura 145 - Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 6	241
Figura 146 - Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 7	241
Figura 147 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 1	244
Figura 148 - Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 1	245
Figura 149 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 2	245
Figura 150 - Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 2	245
Figura 151 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 3	246
Figura 152 - Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 3	246
Figura 153 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 4	246
Figura 154 - Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 4	247
Figura 155 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 5	247
Figura 156 - Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 5	247

Figura 157 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 6	248
Figura 158 - Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 6	248
Figura 159 - Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 7	248
Figura 160 - Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 1	252
Figura 161 - Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 1	252
Figura 162 - Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 2	253
Figura 163 - Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 2	253
Figura 164 - Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 3	253
Figura 165 - Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 3	254
Figura 166 - Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 4	254
Figura 167 - Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 4	254
Figura 168 - Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 5	255
Figura 169 - Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 5	255
Figura 170 - Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 6	255
Figura 171 - Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 6	256
Figura 172 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 1	259
Figura 173 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 2	259
Figura 174 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 3	260
Figura 175 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 4	260
Figura 176 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 5	260
Figura 177 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 6	261
Figura 178 - Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 7	261
Figura 179 - Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 1	263
Figura 180 - Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 2	263

Figura 181 - Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 3	264
Figura 182 - Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 4	264
Figura 183 - Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 5	264
Figura 184 - Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 6	265
Figura 185 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 1	267
Figura 186 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 2	267
Figura 187 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 3	268
Figura 188 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 4	268
Figura 189 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 5	269
Figura 190 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 6	269
Figura 191 - Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 7	270
Figura 192 - Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 1	272
Figura 193 - Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 2	272
Figura 194 - Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 3	273
Figura 195 - Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 4	273
Figura 196 - Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 5	274
Figura 197 - Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 6	274
Figura 198 - Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 1	276
Figura 199 - Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 1	276
Figura 200 - Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 2	277
Figura 201 - Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 2	277
Figura 202 - Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 3	277
Figura 203 - Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 3	278
Figura 204 - Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 4	278

Figura 205 - Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 4	278
Figura 206 - Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 5	278
Figura 207 - Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 5	279
Figura 208 - Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 6	279
Figura 209 - Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 6	279
Figura 210 - Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 1	282
Figura 211 - Conclusão da atividade 19 apresentada pelo grupo 1	283
Figura 212 - Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 2	283
Figura 213 - Conclusão da atividade 19 apresentada pelo grupo 2	284
Figura 214 - Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 3	284
Figura 215 - Conclusão da atividade 19 apresentada pelo grupo 3	285
Figura 216 - Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 1	287
Figura 217 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 1	287
Figura 218 - Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 2	287
Figura 219 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 2	288
Figura 220 - Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 3	288
Figura 221 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 3	288
Figura 222 - Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 4	289
Figura 223 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 4	289
Figura 224 - Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 5	289
Figura 225 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 5	290
Figura 226 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 6	290
Figura 227 - Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 6	290

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Você gosta de Matemática?	96
Gráfico 2 - Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?	97
Gráfico 3 - Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu professor de Matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?	98
Gráfico 4 - Como você se sente quando está diante de uma avaliação em Matemática?	99
Gráfico 5 - Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos em sala de aula com o dia a dia?	100
Gráfico 6 - Quando você estudou o ensino de divisibilidade de números naturais na maioria das aulas?	101
Gráfico 7 - Faixa etária dos estudantes consultados	154
Gráfico 8 - Estudantes por gênero	155
Gráfico 9 - Responsável masculino	156
Gráfico 10 - Responsável feminino	157
Gráfico 11 - Escolaridade dos responsáveis	158
Gráfico 12 - Seu responsável trabalha?	159
Gráfico 13 - Você trabalha para ajudar a família?	159
Gráfico 14 - Você gosta de Matemática?	160
Gráfico 15 - Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	161
Gráfico 16 - Você está de dependência em Matemática?	162
Gráfico 17 - Você consegue entender as explicações do professor de Matemática?	163
Gráfico 18 - Você estuda Matemática fora da escola?	164
Gráfico 19 - As aulas de Matemática despertam sua atenção?	165

Gráfico 20 - Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com o seu dia a dia?	166
Gráfico 21 - Como o seu professor trabalha os conteúdos matemáticos?	167
Gráfico 22 - O que o(a) professor (a) usa para fixar o conteúdo de Matemática?	168
Gráfico 23 - Qual método avaliativo o(a) professor(a) utiliza?	169
Gráfico 24 - Como você se sente diante de uma avaliação em Matemática?	170
Gráfico 25 - Como você avalia a explicação de seu professor de Matemática?	170
Gráfico 26 - Você já estudou divisibilidade de números naturais?	171
Gráfico 27- Tempo máximo utilizado pelos grupos no preenchimento das atividades	293
Gráfico 28 - Análise percentual das observações das atividades	295
Gráfico 29 - Análise percentual das conclusões das atividades de redescoberta	296
Gráfico 30 - Análise percentual do desempenho dos estudantes em relação às questões propostas	315

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Prova Brasil e SISPAE	34
Quadro 2 - Contribuições para a teoria dos números	39
Quadro 3 - Outras contribuições	42
Quadro 4 – Opiniões sobre o 1 (primo ou não primo)	43
Quadro 5 – Polinômios que geram primos	52
Quadro 6 - Nota obtida por cada estudante	75
Quadro 7- Análise dos resultados	87
Quadro 8 - Síntese dos trabalhos revisados	93
Quadro 9 - Respostas sobre as aulas de divisibilidade com números naturais	102
Quadro 10 – Percentual de acertos das questões do teste envolvendo divisibilidade de números naturais	103
Quadro 11 - Cronograma da experimentação	152
Quadro 12 - Faixa etária dos Estudantes consultados	154
Quadro 13 - Estudantes por gênero	155
Quadro 14 - Responsável masculino	156
Quadro 15 - Responsável feminino	157
Quadro 16 - Escolaridade dos responsáveis	158
Quadro 17 - Seu responsável trabalha?	159
Quadro 18 - Você trabalha para ajudar a família?	159
Quadro 19 - Você gosta de Matemática?	160
Quadro 20 - Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?	161
Quadro 21- Você está de dependência em Matemática?	161

Quadro 22 - Você consegue entender as explicações do professor de Matemática?	162
Quadro 23 - Você estuda Matemática fora da escola?	163
Quadro 24 - As aulas de Matemática despertam sua atenção?	164
Quadro 25 - Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados na sala de aula com o seu dia a dia?	165
Quadro 26 - Como seu professor trabalha os conteúdos matemáticos?	166
Quadro 27 - O que o professor (a) usa para aprofundar o conteúdo de Matemática?	167
Quadro 28 - Qual método avaliativo o professor utiliza?	168
Quadro 29 - Como você se sente diante de uma avaliação em Matemática?	169
Quadro 30 - Como você avalia a explicação do seu professor de Matemática?	170
Quadro 31- Você já estudou divisibilidade de números naturais?	171
Quadro 32 - Desempenho no teste proposto	172
Quadro 33 – Transcrição e classificação das observações da atividade 1	178
Quadro 34 – Percentual de classificação das observações da atividade 1	179
Quadro 35 – Transcrição e classificação das observações da atividade 2	184
Quadro 36 – Percentual de classificação das observações da atividade 2	185
Quadro 37 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 2	186
Quadro 38 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 2	187
Quadro 39 – Transcrição e classificação das observações da atividade 3	191
Quadro 40 – Percentual de classificação das observações da atividade 3	192
Quadro 41 – Transcrição e classificação das observações da atividade 4	196
Quadro 42 – Percentual de classificação das observações da atividade 4	197

Quadro 43 – Transcrição e classificação das observações da atividade 5	202
Quadro 44 – Percentual de classificação das observações da atividade 5	203
Quadro 45 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 5	203
Quadro 46 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 5	204
Quadro 47- Transcrição e classificação das observações da atividade 6	209
Quadro 48 – Percentual de classificação das observações da atividade 6	210
Quadro 49 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 6	210
Quadro 50 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 6	211
Quadro 51- Transcrição e classificação das observações da atividade 7	216
Quadro 52 – Percentual de classificação das observações da atividade 7	217
Quadro 53 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 7	217
Quadro 54 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 7	218
Quadro 55- Transcrição e classificação das observações da atividade 8	223
Quadro 56 – Percentual de classificação das observações da atividade 8	223
Quadro 57 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 8	224
Quadro 58 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 8	224
Quadro 59- Transcrição e classificação das observações da atividade 9	229
Quadro 60 – Percentual de classificação das observações da atividade 9	230
Quadro 61 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 9	231
Quadro 62 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 9	231
Quadro 63- Transcrição e classificação das observações da atividade 10	235
Quadro 64 – Percentual de classificação das observações da atividade 10	235
Quadro 65 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 10	236
Quadro 66 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 10	236

Quadro 67- Transcrição e classificação das observações da atividade 11	241
Quadro 68 – Percentual de classificação das observações da atividade 11	242
Quadro 69 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 11	243
Quadro 70 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 11	243
Quadro 71- Transcrição e classificação das observações da atividade 12	249
Quadro 72 – Percentual de classificação das observações da atividade 12	250
Quadro 73 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 12	250
Quadro 74 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 12	251
Quadro 75- Transcrição e classificação das observações da atividade 13	256
Quadro 76 – Percentual de classificação das observações da atividade 13	257
Quadro 77 –Transcrição e classificação das conclusões da atividade 13	257
Quadro 78 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 13	258
Quadro 79- Transcrição e classificação das observações da atividade 14	262
Quadro 80 – Percentual de classificação das observações da atividade 14	262
Quadro 81- Transcrição e classificação das observações da atividade 15	265
Quadro 82 – Percentual de classificação das observações da atividade 15	266
Quadro 83- Transcrição e classificação das observações da atividade 16	270
Quadro 84 – Percentual de classificação das observações da atividade 16	271
Quadro 85- Transcrição e classificação das observações da atividade 17	275
Quadro 86 – Percentual de classificação das observações da atividade 17	275
Quadro 87- Transcrição e classificação das observações da atividade 18	280
Quadro 88 – Percentual de classificação das observações da atividade 18	280
Quadro 89 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 18	281
Quadro 90 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 18	281

Quadro 91- Transcrição e classificação das observações da atividade 19	285
Quadro 92 – Percentual de classificação das observações da atividade 19	286
Quadro 93- Transcrição e classificação das observações da atividade 20	291
Quadro 94 – Percentual de classificação das observações da atividade 20	291
Quadro 95 – Transcrição e classificação das conclusões da atividade 20	292
Quadro 96 – Percentual de classificação das conclusões da atividade 20	293
Quadro 97 - Análise <i>a priori</i> x análise <i>a posteriori</i>	297
Quadro 98 - Desempenho dos grupos nas questões propostas 1	308
Quadro 99 - Desempenho dos grupos nas questões propostas 2	310
Quadro 100 - Desempenho dos grupos nas questões propostas 3	311
Quadro 101 - Desempenho dos grupos nas questões propostas 4	312
Quadro 102 - Desempenho dos grupos nas questões propostas 5	313
Quadro 103 - Desempenho dos grupos nas questões propostas 6	314

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	26
2 ENGENHARIA DIDÁTICA	29
3 ANÁLISES PRÉVIAS	32
3.1 ASPECTOS CURRICULARES DE DIVISIBILIDADE DE NÚMEROS NATURAIS.....	32
3.2 ASPECTOS HISTÓRICOS DE DIVISIBILIDADE	35
3.3 ASPECTOS MATEMÁTICOS.....	45
3.3.1 Divisibilidade	45
3.3.2 Números primos.....	48
3.3.3 Teorema Fundamental da Aritmética	50
3.3.5 Critérios de Divisibilidade	53
3.3.6 Máximo divisor comum (mdc).....	57
3.3.7 Algoritmo de Euclides.....	58
3.3.8 Mínimo múltiplo comum (mmc)	60
3.3.9 Interpretação geométrica do MDC e MMC	62
3.4 REVISÃO DE ESTUDOS	64
3.4.1 Estudos experimentais	65
3.4.2 Estudos diagnósticos	89
3.4.3 Estudos teóricos.....	90
3.4.4 Estudos propositivos	91
3.4.5 Resultados e análises dos trabalhos	93
3.5 CONSULTA A EGRESSOS	95
3.5.1 PERFIL DOS DISCENTES.....	96
4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI	105
4.1 ENSINO DE MATEMÁTICA	105
4.2 ATIVIDADES PARA O ENSINO DE DIVISIBILIDADE COM NÚMEROS NATURAIS.....	108
4.2.1. Atividade 1	109
4.2.2. Atividade 2	111
4.2.3. Atividade 3	113
4.2.4. Atividade 4	115
4.2.5. Atividade 5	117

4.2.6. Atividade 6	119
4.2.7. Atividade 7	121
4.2.8. Atividade 8	123
4.2.9. Atividade 9	125
4.2.10. Atividade 10	127
4.2.11. Atividade 11	129
4.2.12. Atividade 12	131
4.2.13. Atividade 13	133
4.2.14. Atividade 14	135
4.2.16. Atividade 16	139
4.2.17. Atividade 17	142
4.2.18. Atividade 18	145
4.2.19. Atividade 19	147
4.2.20. Atividade 20	149
5. EXPERIMENTAÇÃO	151
5.1 PRIMEIRO ENCONTRO	153
5.1.1 Perfil dos estudantes	153
5.1.2. Resultado do teste proposto	172
5.2 SEGUNDO ENCONTRO	173
5.3 TERCEIRO ENCONTRO	187
5.4 QUARTO ENCONTRO	197
5.5 QUINTO ENCONTRO	211
5.6 SEXTO ENCONTRO	225
5.7 SÉTIMO ENCONTRO	244
5.8 OITAVO ENCONTRO	259
5.9 NONO ENCONTRO	266
5.10 DÉCIMO ENCONTRO	271
5.11 DÉCIMO PRIMEIRO ENCONTRO	276
5.12 DÉCIMO SEGUNDO ENCONTRO	282
6. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO	295
6.1. ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES FEITAS PELOS ESTUDANTES	295
6.2. ANÁLISE DAS CONCLUSÕES FEITAS PELOS ALUNOS	296
6.3 CONFRONTO ENTRE AS ANÁLISES A <i>PRIORI</i> E A <i>POSTERIORI</i> DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.	297

6.4 ANÁLISE DAS QUESTÕES PROPOSTAS.....	308
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	316
REFERÊNCIAS	319
APÊNDICES	325
ANEXOS.....	332

1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino- aprendizagem de Matemática tem sido muito discutido ao longo do tempo, bem como as habilidades e competências que são consideradas essenciais para que o indivíduo tenha uma formação capaz de lhe dar autonomia nas tomadas de decisão, não somente no âmbito escolar, mas também como cidadão. Esta dissertação surge na perspectiva de investigação de compreender como vem sendo trabalhado o ensino de divisibilidade nas escolas, e se isso tem sido feito de maneira que venha a facilitar sua compreensão, bem como da necessidade de buscar novas abordagens no ensino desse tema, que possam não substituir o método tradicional¹, mas agregar a ele novos elementos que possibilitem aos estudantes, um processo de construção do conhecimento matemático, baseado naquilo que os mesmos têm, e que a partir daí venham a explorar novos conhecimentos de forma mais significativa.

Enquanto estudante, lembro-me perfeitamente que ao estudar o assunto de divisibilidade de números naturais, o mesmo era repassado através da apresentação dos conceitos de múltiplos e divisores, onde logo em seguida o professor resolvia vários exemplos, momento em que a turma fixava atenção, para que acontecesse a assimilação, e, por fim, vinha a bateria de exercícios, o que não me dava muita clareza a respeito do assunto.

Na rede pública de ensino, como professor efetivo, direcionamos nossos trabalhos para turmas do Ensino Fundamental maior, em especial para turmas do sexto ano. Durante essa vivência, que dura mais de uma década, uma de nossas angústias se dá pelo fato de perceber com facilidade que os estudantes têm pouco conhecimento sobre a estrutura dos números, ou seja, quando questionados sobre quais são os divisores de um determinado número, dão respostas incompletas como por exemplo: são aqueles menores que o número.

Na escola em que trabalho, são muitos os discentes que terminam o Ensino Fundamental sem saber diferenciar múltiplos de divisores de um número, fazendo muitas das vezes a inversão, no caso o que seria múltiplo veem como divisor e vice-versa, o que no nosso ponto de vista, pode justifica resultados não muito favoráveis em provas de larga escala como Prova Brasil, onde nos descritores do Tema III:

¹ Que segundo Lóbão (2013, p.83) é pautado na transmissão da matéria aos alunos, seguida de exemplos e exercícios repetitivos e memorização de fórmulas e definições.

números e operações, no D23- Identificar frações equivalentes, faz-se necessário o uso de múltiplos de um número natural, e no D25- Efetuar cálculos que envolvam operações com frações, especificamente na soma ou subtração, onde se faz necessário o cálculo do mínimo múltiplo comum entre os denominadores. No que diz respeito ao SISPAE (Sistema paraense de Avaliação educacional), também podemos encontrar na Matriz MPA 18 as mesmas operações com frações. E o que mais gera inquietação é o fato de que temos plena consciência das dificuldades que apresentamos em passar a eles tais conteúdos, que geralmente são pautados em métodos tradicionais.

Daí então nossa pesquisa ter como foco principal, o ensino de divisibilidade de números naturais. A relevância que nos impulsiona para realizarmos este trabalho, é o anseio em buscar metodologias alternativas para o ensino de tal conteúdo, que venham contemplar, de maneira mais clara, seus conceitos e propriedades, e que priorize o aluno como próprio construtor desses conhecimentos. De acordo com Sá (2009, p.10):

[...] Metodologias de ensino baseadas no construtivismo, em contraste ao ensino tradicional, não pressupõe que a aprendizagem ocorre através de uma transferência de conhecimento, mas através de um processo de construção do conhecimento pelo próprio aprendiz.

Com o ingresso no mestrado profissional em Matemática, na Universidade do estado do Pará (UEPA), no ano 2017, passamos a buscar novas Teorias/Leituras que viessem a amenizar a problemática do ensino não solucionada pelo método tradicional. Tivemos oportunidade de conhecer novas abordagens de ensino, dentre elas o ensino por atividades, que nos chamou bastante atenção.

Diante do exposto nossa questão de pesquisa é a seguinte: que efeitos, a aplicação de uma sequência didática, diferente da tradicional, para o ensino de divisibilidade de números naturais em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São João de Pirabas provoca sobre a atuação em aulas de Matemática e no desempenho na resolução de questões sobre divisibilidade de números naturais?

Perante esta questão de pesquisa, temos como objetivo geral: avaliar os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional no que diz respeito à forma de se apresentar os conceitos e propriedades para o ensino de divisibilidade de números naturais por meio de atividades, e como objetivos específicos: 1) Verificar a atuação

de estudantes de uma turma de 6º ano de uma escola pública do município de São João de Pirabas nas aulas de Matemática sobre os aspectos conceituais e propriedades de divisibilidade de números naturais, durante a aplicação dessa sequência; 2) constatar os efeitos do desenvolvimento dessa sequência didática, sobre o desempenho de estudantes de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de São João de Pirabas na resolução de questões sobre divisibilidade de números naturais; 3) Apresentar um produto didático que venha a colaborar com o ensino de divisibilidade com números naturais.

Metodologicamente, com vistas a alcançarmos tais objetivos, optamos pela Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, onde nos preocuparemos em dar um tratamento mais detalhado a respeito na próxima seção deste texto. De acordo com Artigue (1996 *apud* SANTOS, 2017, p.20), a Engenharia Didática, vista como método de pesquisa, fica caracterizada antes de mais nada como um processo baseado em ações didáticas na sala de aula, que será desenvolvido através de observações e análises de sequências de ensino. Segundo a mesma autora, as fases ou etapas metodológicas da Engenharia Didática se resumem em quatro, onde temos: as análises prévias, as concepções e análises *a priori*, a experimentação e a análise *a posteriori* e validação.

A partir dessa metodologia, verificaremos se a sequência didática proposta, que é o nosso experimento, propiciará aos alunos uma participação mais efetiva no que diz respeito ao conteúdo de divisibilidade, e se por esse fato os discentes se sentiram mais autônomos no processo de construção dos conceitos e redescobertas relativos a temática em questão.

Portanto esta dissertação ficará estruturada da seguinte forma: seção I- Introdução; Seção II- Engenharia Didática; Seção III- Análises prévias, Seção IV- Concepção e análise *a priori* ; Seção V- Experimentação, que consiste na aplicação da sequência didática e na produção de informações, e como serão produzidas; Seção VI- Análise *a posteriori* e validação que consiste nas análises feitas pós experimento; Seção VII- Considerações finais. A seguir, falaremos sobre a Engenharia Didática.

2 ENGENHARIA DIDÁTICA

Nesta seção faremos abordagens sobre a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa tais como: suas características, origem, etapas e contribuições para o processo de ensino e aprendizagem, segundo alguns autores.

A Engenharia Didática, que segundo Artigue (1996, p.196, apud LOPES, PALMA e SÁ, 2018, p.163)

[...] como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais nada por um esquema experimental baseado em “ realizações didáticas” na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino.

No âmbito educacional, em especial no ensino da Matemática, é necessária uma metodologia de pesquisa que venha a atender as peculiaridades de um trabalho investigativo na área de ensino, bem como contemplar as especificidades da Matemática, o que nos parece ser a Engenharia Didática a metodologia mais adequada. Para Silva (2015, apud LOPES, PALMA e SÁ, 2018, p. 163), com a Engenharia Didática temos a possibilidade de articular o conhecimento didático e o conhecimento matemático, tornando assim a prática docente uma prática investigativa, que possa permitir que as experiências vividas no ambiente escolar possam ser utilizadas para o ensino da Matemática.

Em termos de surgimento, Pommer (2013), relata que a Engenharia Didática se originou no IREM (instituto de investigação do ensino de Matemática), na França ao final da década de 1960, tendo sido idealizada por Brousseau como suporte metodológico para as pesquisas em didática da Matemática, e desenvolvida amplamente em Artigue (1996), sendo posteriormente difundida em nível mundial.

De acordo com Artigue (1996 apud POMMER, 2013, p.22), a Engenharia Didática, como metodologia, compreende quatro etapas: análises prévias; concepção e análise *a priori*; experimentação e análise *a posteriori* e validação. A seguir, detalharemos cada uma dessas etapas.

A etapa das análises prévias, segundo (SÁ; ALVES, 2011, p.198) “ é o momento da investigação em que o pesquisador busca referencial teórico que dará suporte para a elaboração da sequência didática a ser aplicada”. Conforme Artigue (1996 apud SANTOS, 2017, p. 21), essa etapa compreende uma reflexão geral acerca do conteúdo trabalhado, dos efeitos do ensino habitual, das

concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que surgirão ante a realização do processo didático e dos objetivos da investigação.

A segunda etapa, concepção e análise *a priori*, consiste na previsão de fatores que supostamente possam vir a interferir ao longo do processo de aplicação do experimento.

Para Sá e Alves (2011, p.150), essa etapa da pesquisa objetiva a elaboração de uma sequência didática para o conteúdo a ser trabalhado e fazer um levantamento das hipóteses em cima dos resultados obtidos nas análises prévias.

A construção da sequência didática tem como objetivo a produção e a seleção de todo material que será necessário ao desenvolvimento da sequência de atividades propostas para o trabalho pedagógico a ser realizado. A sequência didática não precisa ser limitada por uma tendência didática vigente ou preferência do investigador. No caso específico da Educação Matemática, uma sequência didática pode ser baseada somente numa das tendências da mesma ou na conjunção de várias tendências (SÁ; ALVES, 2011, p. 151).

A terceira etapa, experimentação, é o momento da pesquisa em que ocorre a aplicação da experiência didática, ou seja, o emprego de uma sequência de ensino.

Este momento da pesquisa tem com *lôcus* a sala de aula e se inicia quando a primeira atividade é desenvolvida. Cada encontro ocorrido na sala de aula é denominado de “sessão”, mesmo que seja uma atividade diagnóstica e termina quando o pesquisador realiza a última atividade com a turma. Nesta fase, o pesquisador ou a equipe de pesquisa deve desenvolver as atividades planejadas e, ao mesmo tempo, realizar o maior número de registros possíveis em quantidade e diversidade. Essa característica da Experimentação faz com que haja dificuldade ou até mesmo inviabilidade do pesquisador exercer ao mesmo tempo os papéis de docente e observador da experimentação (SÁ; ALVES, 2011, p. 156-157).

A quarta etapa, análise *a posteriori*, tem como suporte os dados que foram obtidos após a experimentação e as observações feitas a respeito do desempenho dos alunos.

Essa etapa, também conhecida como validação, de acordo com Artigue (1996 apud SANTOS, 2017, p. 22), fundamenta-se no conjunto de dados recolhidos após experimentação, tais como: observações nas sessões de ensino, e também as produções dos alunos em relação às atividades executadas em sala de aula, bem como fora dela.

A etapa da Análise *a posteriori* e Validação é o momento em que os resultados/informações produzidos no relatório da Experimentação serão confrontados com o previsto e descritos na etapa da Análise *a priori* com a intenção de obter argumentos que justifiquem e expliquem o desenvolvimento do experimento, e apontem uma posição favorável ou desfavorável ao ocorrido (SÁ; ALVES, 2011, p. 158).

A colaboração dessa metodologia na sala de aula, como instrumento metodológico, possibilita o aluno a enxergar significado em uma base teórica, fazendo assim a ponte entre a fundamentação conceitual e sua praticidade. De acordo com Pais (2002 apud POMMER, 2013, p. 26), a Engenharia Didática representa uma forma de compreensão entre teoria e prática, metodologia que possibilita conceber vínculo com a construção de conceitos matemáticos. A seguir apresentaremos os levantamentos feitos a respeito das análises prévias.

3 ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta seção, com o objetivo de mostrar as discussões e dificuldades, e de que forma tem se dado o processo de ensino- aprendizagem de divisibilidade com números naturais, apresentaremos aspectos curriculares do conteúdo, aspectos históricos e matemáticos do tema em questão, a opinião de alunos egressos acerca do ensino e aprendizagem desse assunto, bem como uma revisão de estudos sobre divisibilidade, a fim de percebermos como o tema vem sendo abordado nesses trabalhos.

3.1 ASPECTOS CURRICULARES DE DIVISIBILIDADE DE NÚMEROS NATURAIS

Em termos documentais a respeito de currículo escolar, temos hoje, no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN-1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 20 de dezembro de 2017, entre outros, tais como as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Onde neste texto daremos ênfase aos PCN e a BNCC, e de que forma tais documentos determinam a divisibilidade de números naturais como conteúdo a ser trabalhado, no processo de ensino.

No Brasil, os PCN (1998) são diretrizes elaboradas pelo governo federal com o objetivo principal de orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina. Abrangem tanto a rede pública, como a rede privada de ensino, conforme o nível de escolaridade dos estudantes. Sua meta é garantir aos educandos o direito de usufruir dos conhecimentos necessários para o exercício da cidadania. Embora não sejam obrigatórios, os PCN servem como norteadores para professores, coordenadores e diretores, que podem adaptá-los às peculiaridades locais (BRASIL, 1998).

De acordo com os PCN, um dos objetivos da Matemática é o de levar o estudante ao desenvolvimento do pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem os mesmos a construção e ampliação de novos significados para os números naturais, utilizando-os no

contexto social e analisando sobre sua construção histórica, além de usá-los na resolução de problemas e identificar suas representações (BRASIL, 1998).

Dentre os conceitos e procedimentos envolvendo divisibilidade de números naturais presentes nas orientações curriculares para o 3º ciclo do Ensino Fundamental, atuais 6º e 7º anos, contidos nos PCN estão:

Conceitos como os de “múltiplo” e “divisor” de um número natural ou conceito de “número primo” podem ser abordados neste ciclo como uma ampliação do campo multiplicativo, que já vinha sendo construído nos ciclos anteriores, e não como assunto novo, desvinculado dos demais. Além disso, é importante que tal trabalho não se resuma à apresentação de diferentes técnicas ou de dispositivos práticos que permitem ao aluno encontrar mecanicamente, o mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum sem compreender as situações-problema que esses conceitos permitem resolver (BRASIL, 1998, p. 66).

A carta constitucional, assim como a Lei de Diretrizes e Bases, orienta para a definição de uma Base Nacional Comum Curricular ao estabelecer, no artigo 210, que “serão fixados conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar e garantir formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (BRASIL, 1988). A BNCC, homologada em 20 de dezembro de 2017, é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagem essencial que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica. A BNCC contempla como objeto de conhecimento os múltiplos e divisores de um número natural, números primos e compostos. Esse documento objetiva que os alunos desenvolvam habilidades tais como: classificar números naturais em primos e compostos; estabelecer relações entre números expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000, além de resolver problemas que envolvam as ideias de múltiplo e divisor.

No que diz respeito a avaliação em larga escala, no Brasil existem as seguintes avaliações, nas quais o assunto de divisibilidade está presente de forma indireta, conforme indica o quadro a seguir:

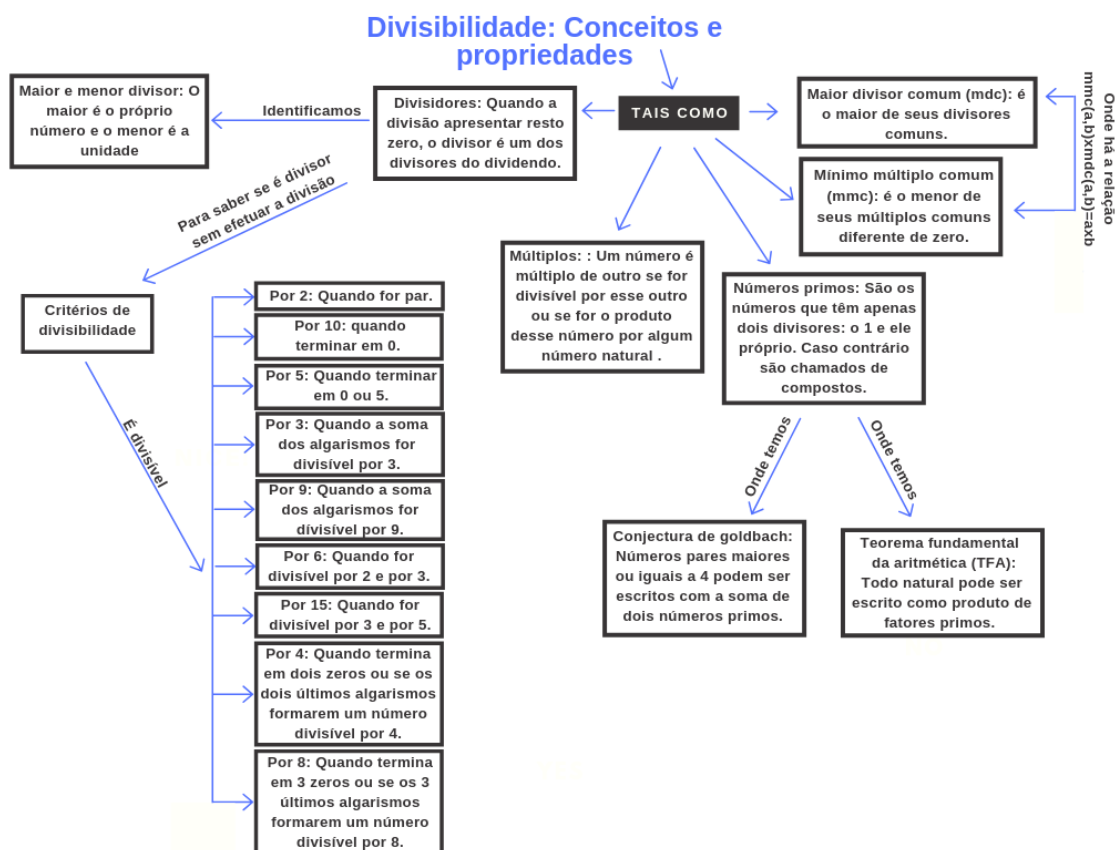
Quadro 1 - Prova Brasil e SISPAE

AVALIAÇÕES	DESCRIÇÃO DA AVALIAÇÃO	ÊNFASE AO ASSUNTO
PROVA BRASIL	Avaliação diagnóstica, de caráter nacional, aplicada em larga escala na quarta e oitava séries (quinto e nono ano do Ensino Fundamental), composta por questões de Língua Portuguesa, com foco em leitura, e Matemática, com foco em resolução de problemas. Além de um questionário socioeconômico.	A prova Brasil, quando trata das séries finais do Ensino Fundamental, enfatiza o uso de divisibilidade em outros conteúdos, como, por exemplo, no seu descritor 23 que cita: a identificação de frações equivalentes, podemos utilizar múltiplos de um número, e no descritor 25 que cita: efetuar cálculos que envolvam operações com frações, onde especificamente no caso de soma e subtração com denominadores diferentes, podemos trabalhar o cálculo do mínimo múltiplo comum entre eles.
SISPAE	O SISPAE é um processo avaliativo externo de larga escala, de caráter regional (Pará), referenciado por matriz específica, que investiga habilidades e competências para mobilizar conhecimentos adquiridos na escola e desenvolvidos pelos alunos durante sua trajetória escolar.	Da mesma forma, na matriz MPA 18 do SISPAE, que também trabalha as operações de números racionais

Fonte: Autoria própria (2018)

3.1.2- MAPA CONCEITUAL DE DIVISIBILIDADE

Com a intenção de apresentar mais claramente as ideias de divisibilidade de números naturais, mostraremos a seguir um mapa conceitual que, de acordo com Moreira (2006), de uma forma geral são diagramas que indicam relações hierárquicas entre conceitos. Para o mesmo autor, podem ser traçados para toda uma disciplina, bem como para um tópico específico.



3.2 ASPECTOS HISTÓRICOS DE DIVISIBILIDADE

De acordo com Mendes (2009 apud SALGADO, 2011, p. 30), os aspectos históricos que alardeiam os conteúdos matemáticos são de grande importância no ensino da Matemática, pelo fato de colaborar para que os estudantes possam perceber como se deu o processo evolutivo dos conceitos matemáticos, desde a antiguidade até os dias atuais. Para esse autor:

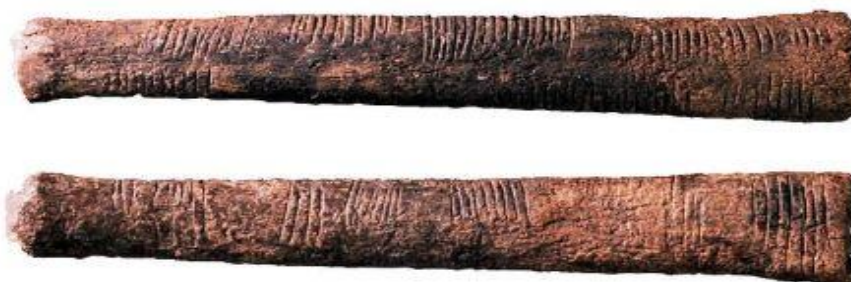
O professor deve explorar o processo histórico da construção dos tópicos a serem abordados em sala de aula para que o aluno compreenda o significado dessas ideias e sua importância para o desenvolvimento da Matemática em seu significado histórico e cultural. A partir daí sugere-se que o aluno verifique possíveis relações entre a história da Matemática e a cultura Matemática, pois tais aspectos ficam mais evidentes quando verificamos o desenvolvimento dessas noções, nos diversos contextos sociais, políticos e culturais. Além disso, essas relações implicam na ressignificação dessa história no contexto atual.

Segundo Gundlach (1992), a Matemática, desde os seus primórdios, entrelaça-se tão intimamente com a história da civilização, sendo mesmo uma das alavancas principais do progresso humano, que sua história é não só altamente motivadora em turmas de ensino como também muito rica em aspectos culturais.

Para Valdês (2006), o uso da história da Matemática deveria ser utilizado não somente como instrumento didático ou metodológico, mas, principalmente, pelo fato de que a história pode muito bem proporcionar uma visão verdadeiramente humana da Matemática, aproximando assim mais o estudante.

Em seu trabalho, Silva (2016), afirma que pensar em divisibilidade de números naturais é pensar de forma concomitante ao processo de contagem humana. A autora relata que um dos mais remotos registros históricos que se tem notícia sobre o processo de contagem é o osso de ISHANGO. Esse objeto arqueológico foi encontrado na região de Ishango, que se localiza na fronteira entre o Congo e Uganda. Relatos de Boyer (1974) revelam que suas marcas talvez sejam os primeiros registros de natureza numérica que datam de 20.000, e traz em suas faces, três conjuntos de ordem numérica um tanto quanto sofisticada.

Figura 1 - As faces do osso de Ishango



Fonte: Silva (2016)

Silva (2016), relata que em cada face foi determinado um conjunto numérico como 11, 13, 17 e 19, que constitui uma sequência de números primos, que nos dá uma abertura para reconhecer que mesmo nessa época, o povo antigo já fazia uso de um conhecimento gradual de divisibilidade de números naturais.

Segundo Silva (2016), embora não registrado, mas devido as divisões de colheita entre outras divisões de bens comerciais que faziam parte do meio econômico e financeiro dos babilônios, constata-se que os mesmos faziam operações de comparação entre divisores de dois ou mais números e, que desta forma já manipulavam, embora de maneira intuitiva, uma base conceitual do que hoje chamamos de máximo divisor comum de dois números ou grandezas.

Figura 2 - Tábua babilônica com elementos matemáticos (Plimpton 322)



Fonte: Silva (2016)

Conforme relatos de Eves (1997), os primeiros passos no sentido do desenvolvimento da teoria dos números, foram dados por Pitágoras e seus seguidores. Segundo Ore (1948), a numerologia estimulou as investigações e nos deixou como legado alguns dos problemas mais difíceis, onde podemos citar os números perfeitos, que são iguais a soma de suas partes alíquotas (divisores). O autor menciona também que a descoberta de um par de números amigáveis, atribuída a Pitágoras, que simbolizavam a amizade, como por exemplo 220 e 284, onde um é igual a soma das partes do outro, não seria possível sem um estudo íntimo das propriedades de divisibilidade de números que usamos hoje.

No campo da teoria dos números, um elemento era cercado de grandes mistérios e misticismo entre os números inteiros positivos, que eram os chamados números primos. Esses números, bem como suas propriedades e relações sempre foi um grande desafio que habitava a mente dos matemáticos desde os povos antigos. Segundo Padilha (2013 apud RIBEIRO e SANTOS, 2016, p.3), os gregos já sabiam diferenciar números primos de números compostos.

Os números primos e suas propriedades foram estudados exaustivamente pelos matemáticos da antiga Grécia, que dividiam os números em primeiros ou indecomponíveis e secundários ou compostos. Os compostos são secundários, pois são formados a partir dos primeiros. Os romanos traduziram a palavra grega para primeiro, que em latim é *primus*. Os estudos destes elementos são realizados desde, aproximadamente 500 a.c. Os pitagóricos (500-300 a.c.) interessavam-se em compreender a razão de ser dos números inteiros, procurando explicar através deles a essência de todas as coisas.

Os números primos entre os pitagóricos eram chamados de lineares por serem usualmente representados por pontos em uma única dimensão. Os neopitagóricos, às vezes, excluía o dois da lista de primos dizendo que um e dois não são números verdadeiros, mas geradores de números ímpares e pares (BOYER 1974 apud RIBEIRO e SANTOS 2016, p.4).

De acordo com as pesquisas de Valentim (2017), Euclides de Alexandria nasceu no século III a.c e começou seus estudos em Atenas. Por volta de 300 a.c, em Alexandria, um tratado se tornaria um dos marcos mais importantes da Matemática, os elementos de Euclides, trabalho composto de 13 livros que chegaram até nós através de sucessivas edições.

Eves (1997) relata que os elementos de Euclides não trabalham apenas geometria, mas que contêm bastante teoria dos números e álgebra elementar, e que a obra dedica os livros VII, VIII e IX à teoria dos números. O livro contém 102 proposições, o VII livro começa com o processo que atualmente conhecemos como o algoritmo de Euclides, usado para determinar o máximo divisor comum de dois ou mais números inteiros e também para verificar se dois inteiros são primos entre si.

De acordo com Eves (1997), na proposição 20 do IX do livro, Euclides demonstra que os números primos são infinitos. O fato é que após Euclides surgiram outros matemáticos com trabalhos importantes dentro da teoria dos

números, dentre eles Eves (1997), cita Eratóstenes, que se tornou célebre em aritmética ao criar um dispositivo conhecido como crivo, usado para se acharem todos os números primos menores que um número N dado. Hoje esse processo, conhecido como crivo de Eratóstenes, é usado com muita eficácia nas aulas de divisibilidade de números naturais, e encontrado praticamente em todos os livros didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Além dos personagens citados anteriormente, podemos mencionar outros nomes que contribuíram bastante no campo da teoria dos números, principalmente no que diz respeito aos números primos, como mostrado no quadro a seguir:

Quadro 2: Contribuições para à teoria dos números

(Continua)

PERSONAGEM	CONTRIBUIÇÕES
PIERRE DE FERMAT  Nascimento: 1601 Morte: 1665 Nacionalidade:  <u>Francês</u>	• Conjecturou que números do tipo $F_n = 2^{2^n} + 1$ são todos primos. • Pequeno teorema de Fermat, que utiliza números primos e congruências: se p é um número primo e se a é um número natural, então $a^p \equiv a \pmod{p}$. • Último teorema de Fermat, que é uma generalização do teorema de Pitágoras, $x^n + y^n = z^n$, com x, y, z e n inteiros positivos e $n \geq 3$.

(Continua)

MARIN MERSENNE

Nascimento: 1588

Morte: 1648

Nacionalidade:  Francês

Encontrou uma forma mais eficaz de escrever o número de Fermat, no caso $M_p = 2^p - 1$, conhecido como número de Mersenne.

LEONHARD EULER

Nascimento: 1707

Morte: 1783

Nacionalidade:  Suíço

- Apresentou explicações para muitos dos padrões de Fermat e Mersenne.
- Demonstrou a proposição de Fermat: um número primo da forma $4n+1$ só pode ser expresso como a soma de dois quadrados perfeitos de forma única, e a forma $4n-1$ não pode ser decomposta de nenhuma forma como soma de quadrados perfeitos.
- Pioneiro no estudo das séries e produtos infinitos.

(Conclusão)

CARL FRIEDRICH GAUSS

Nascimento: 1777

Morte: 1855

Nacionalidade:  Alemão

- Criação da função $\pi(x)$ que contava os primos de 1 a n .
- Descobriu a lei da reciprocidade quadrática que estabelece que se p e q são dois primos maior que dois distintos, então: $\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} = (-1)^{(p-1) \cdot (q-1)/4}$.
- Primeira demonstração do Teorema Fundamental da Aritmética.

JOHANN PETER GUSTAV LEJEUNE DIRICHLET

Nascimento: 1805

Morte: 1859

Nacionalidade:  Alemão

- Provou que existem infinitos números primos em qualquer progressão da forma $a+nq$ com a e q primos entre si.
- Descobriu séries absolutamente convergentes.

A teoria dos números é um campo rico em conjecturas. A palavra conjectura refere-se a uma ideia, fórmula ou frase, a qual não foi provado ser verdadeira, e baseia-se em suposições ou ideias com fundamentos não verificados. Dentre as conjecturas, talvez a mais famosa seja a de Christian Goldbach.

Goldbach foi um matemático que nasceu em 18 de março de 1690 na cidade de Königsberg, Brandemburgo- Prússia, situada ao norte da Alemanha. Goldbach conheceu muitos matemáticos famosos, dentre eles Euler. Relatos de Boyer (1974) mostram que em 1742 Goldbach numa carta a Euler, conjectura que todo número par maior ou igual a quatro podia ser escrito como a soma de dois números primos, um dos mais célebres problemas ainda não resolvidos até hoje em teoria dos números. Além da célebre conjectura de Goldbach, existem outras não menos relevantes, dentre as quais podemos verificar no quadro a seguir.

Quadro 3: Outras contribuições

Conjecturas	Enunciado
Conjectura de Collatz ou problema de Ulam	A partir de qualquer inteiro n, dividindo-o por 2 se for par ou multiplicando por 3 e adicionando 1 se for ímpar, e fazendo assim sucessivamente, chegaremos sempre ao número 1.
Conjectura dos primos gêmeos (dois primos cuja diferença é 2)	Há um número infinito de números primos gêmeos.
Conjectura dos números perfeitos (número cuja soma dos seus divisores positivos com exceção dele mesmo dá ele próprio).	Há uma infinidade de números perfeitos.
Problema de Catalan	Os números 8 e 9 são as únicas duas potências consecutivas.
Conjectura de Legendre	Há sempre um primo entre os números n^2 e $(n+1)^2$, onde n é qualquer inteiro positivo.

Fonte: Ribeiro e Santos (2016)

3.2.1 PRIMALIDADE DO 1

Agora veremos que o número 1, considerado um número não primo nos dias de hoje, dividiu opiniões ao longo dos anos. O quadro a seguir, que foi adaptado do trabalho de Caldwell et al (2012), mostra pontos de vista de alguns nomes importantes que lidaram diretamente com a questão do menor número primo.

Quadro 4- opiniões sobre o 1 (primo ou não primo)

(Continua)

PRIMALIDADE	NÃO PRIMALIDADE
Speusippus (350) - Considerava 1 como o primeiro primo.	Aristóteles (350) - Não considerava o 1 nem como número.
C.Goldbach (1742) -Em sua carta a Euler usa 1 como primo em somas como: $4 = 1+1+2$.	P.A Cataldi (1603) - Em seu tratado lista primos abaixo de 750 que vão de 2 a 741.
G.S. Krüger (1746) - Em sua lista de primos começa com 1 e termina com 100999	F.V. Schooten (1657) - Cria uma tabela de primos abaixo de 10000, que começa com 2.
A. Felkel (1776) - Em sua tabela lista primos que vão de 2 a 20353.	S. Morland (1673) - Define primo como sendo aquele número que é medido, em partes iguais, apenas por 1.
E. Waring (1782) - Afirma que todo número par é a soma de dois primos. Ou seja $2=1+1$, considerando assim 1 como primo.	E. Stone (1726) - Afirma que números primos são feitos por adição de unidades. Logo $1 \neq 1+1$.
F. Mínsinger (1832) - Em seu livro escolar lista os 169 primos abaixo de 1000. Começando por 1 até 997.	L.Euler (1770) - Não considera a unidade como fator, e define números primos como aqueles que não são representados por fatores.

(Conclusão)

E. Hinkley (1853) - Em seu livro dedicado aos números primos, considera 1,2,3 como primos iniciais.	C.F. Gauss (1801) - Prova a unicidade do teorema fundamental da aritmética. Ou seja, por exemplo $6=3 \times 2$ e não $6=3 \times 2 \times 1$.
A. Comte (1854) - Considera o 7 como o quinto primo, e o 13 como o sétimo.	F. Lieber (1840) - Define primos como aqueles que podem não ser divididos em qualquer número de partes iguais, menos pela unicidade que são compostos.
E. Brooks (1873) - Define primos como aqueles números que não podem ser produzidos pela multiplicação de dois ou mais números, cada um dos quais é maior que uma unidade.	J.P. Gram (1893) - Reporta $\pi(100000)=9592$, o que vale se 1 não for considerado primo.
J. Glaisher (1876) - Lista primos que começa em 1 até 30.341.	P. Bachmann (1894) - Considera a infinidade dos primos e os lista : 2,3,5,.....,p,.....
M.Kraitchik (1942) - Afirma existirem 26 números primos entre 0 e 100, e 21 entre 100 e 200, ou seja na sua primeira afirmação considera 1 como primo.	G.H. Hardy (1938) - Em seu texto começa a provar a infinidade de primos por: “considerando 2,3,5,.....pn”.
A.H. Beiler (1964) -Escreveu sobre os primos onipresentes: dos humildes2, o único primo regular é 1, o menor dos primos estranhos, eles se levantam em uma sucessão interminável distante e irrefrangível.	J. Shallit (1975) - Considera a fatoração primária do 1 como vazia.

Fonte: Caldwell et al (2012)

A busca de informações históricas a respeito de divisibilidade numérica desde os povos mais antigos se faz necessária no sentido de entendermos como se deu o processo evolutivo dos números até os dias atuais, e como as pessoas trabalhavam, mesmo que de forma involuntária os conceitos de divisibilidade. O

tratamento que foi dado ao assunto dentro da teoria dos números ao longo do tempo, nos leva a perceber a importância do tema dentro da grade curricular contemporânea. A seguir falaremos sobre os aspectos matemáticos do tema em questão.

3.3 ASPECTOS MATEMÁTICOS

Nesta subseção abordaremos sobre o conteúdo de divisibilidade de números naturais, começando com sua definição, teorema e proposições acompanhados de suas respectivas demonstrações e exemplificações. Também abordaremos temas importantes como: números primos; teorema fundamental da aritmética; função geradora dos números primos; critérios de divisibilidade; máximo divisor comum; algoritmo de Euclides; mínimo múltiplo comum e a interpretação geométrica do máximo divisor comum e do mínimo múltiplo comum.

3.3.1 Divisibilidade

A divisão exata entre números inteiros é aquela que apresenta resto zero, como por exemplo: $6 \div 2$ e $8 \div 4$, então podemos associar essas divisões a uma relação do tipo $y = a \cdot x$ (função linear), onde y seria o dividendo, o x o divisor (diferente de zero) e o a o quociente. Consideremos os exemplos a seguir:

- a) $Y = 2x$, onde teremos os múltiplos de 2 ao atribuirmos a x um número natural não nulo.
- b) $Y = 3x$, onde teremos os múltiplos de 3 ao atribuirmos a x os valores naturais não nulos.

A divisibilidade de números naturais também pode estar associada a noção de medir de Euclides, onde o conceito de “divide” e “múltiplo” passam a ser o conceito de “mede” e “medido”. Como por exemplo: dado um segmento com 10 unidades, 2 mede 10, pois você pode enfileirar 5 segmentos de 2 unidades de forma a obter o 10.

As definições, proposições e teoremas a seguir foram adaptadas do trabalho de Lacerda (2013).

Definição

Sejam x e y dois números naturais com y diferente de zero, então y será divisor de x se a divisão de x por y apresentar resto zero.

Em outras palavras y será divisor de x , se x puder ser escrito como a multiplicação de y por um t natural qualquer.

O que em símbolos equivale a se x e y são dois números naturais com y diferente de zero y será divisor de x se existir t tal que $x = y \cdot t$, sendo t um natural.

Exemplos:

- a) O número 5 é divisor de 20, pois $20 = 5 \cdot 4$
- b) O número 4 não é divisor de 30, pois $30 = 7 \cdot 4 + 2$
- c) O número 6 é divisor de 42, pois $42 = 7 \cdot 6$
- d) O número 7 não é divisor de 40, pois $40 = 7 \cdot 5 + 5$

Teorema 1

Para quaisquer x e y pertencente aos naturais, com y sendo um natural maior que zero, existe um único par de naturais q e r tais que $x = y \cdot q + r$, onde r seja maior ou igual a zero e menor que y ($0 \leq r < y$). Esse teorema possui duas partes: existência e a unicidade.

1ª) Prova da Existência

Seja y um número natural não nulo. Se x é um natural, então x é múltiplo de y ou está compreendido entre dois múltiplos consecutivos de y , isto é, $y \cdot q \leq x < y \cdot (q+1)$. Se $y \cdot q \leq x$, então $x = y \cdot q + r$, onde r é um número natural. Se $x < y \cdot (q+1)$, temos que $y \cdot q + r < y \cdot q + y$ e daí $r < y$, logo, podemos afirmar que $x = y \cdot q + r$, com $0 \leq r < y$. onde q , é o quociente e r é o resto.

2ª) Prova da Unicidade

Suponhamos que na divisão de x por y obtemos dois restos distintos e dois quocientes distintos, então temos

$$X = y \cdot q_1 + r_1, \text{ com } 0 \leq r_1 < y \text{ e}$$

$x = y \cdot q_2 + r_2$, com $0 \leq r_2 < y$ então $y \cdot q_1 + r_1 = y \cdot q_2 + r_2$, daí temos $yq_1 - yq_2 = r_2 - r_1$, colocando y em evidência temos que $y \cdot (q_1 - q_2) = r_2 - r_1$, então y é divisor de $r_2 - r_1$, então $r_2 - r_1 = 0$, então $r_2 = r_1$, e $q_2 = q_1$.

A seguir, apresentaremos algumas proposições relativas ao conceito de divisibilidade de números naturais.

Proposição 1: O Número 1 é divisor de todo natural

Demonstração:

Seja x um número natural. Como 1 é o elemento neutro da multiplicação então podemos afirmar que $x = 1 \cdot x$. Logo todo número natural pode ser escrito como um produto onde um dos fatores é 1. Portanto, pela definição de divisor temos que o número 1 divide qualquer número natural.

Proposição 2:

Todo número natural diferente de zero é divisor de si mesmo.

Demonstração:

Seja x um número natural, então x pode ser escrito como $x = x \cdot 1$, portanto x divide a si mesmo.

Este resultado é importante devido ser por meio dele que se pode justificar o procedimento da simplificação de fração e simplificação de frações algébricas.

Proposição 3:

Todo número natural diferente de zero divide zero.

Demonstração:

Seja x um número natural diferente de zero, é fato que podemos escrevê-lo como $0 \cdot x = 0$, portanto x divide zero.

Proposição 4:

Sejam x, y, z números naturais diferentes de zero, se x divide y e y divide z então x divide z .

Demonstração:

Sejam x, y, z números naturais diferentes de zero tais que x divide y e y divide z .

Como x divide y então $y = x \cdot t$, onde t é número natural e se y divide z então $z = y \cdot w$, onde w é um número natural. Substituindo o y na segunda igualdade temos $z = x \cdot t \cdot w = x \cdot (t \cdot w)$, portanto x divide z .

Proposição 5:

Sejam x e y dois naturais maiores que zero. Se x divide y e y divide x , então x é igual a y .

Demonstração:

Se x divide y então $y = x \cdot t$, onde t é natural. Se y divide x então $x = y \cdot z$, onde z é natural. Substituindo y na segunda igualdade temos $x = x \cdot t \cdot z$, logo $t \cdot z = 1$, o que implica em $t = 1$ ou $z = 1$, portanto $x = y$.

Proposição 6:

Sejam x e y dois naturais não nulos, se x divide y então x é menor ou igual a y .

Demonstração:

Se x divide y , então existe um t natural tal que $y = x \cdot t$. Logo x é menor ou igual a y , pois como x é maior que zero e t é maior que zero, tem-se x menor ou igual a $x \cdot t = y$.

Proposição 7:

Sejam x , y e z três naturais. Se x divide y e x divide z então x divide a soma de y por z .

Demonstração:

Se x divide y então existe um t natural tal que $y = x \cdot t$, e se x divide z então existe um s natural tal que $z = x \cdot s$. Somando as duas igualdades teremos $y + z = x \cdot t + x \cdot s$, colocando x em evidência teremos $y + z = x \cdot (t + s)$, portanto x divide $y + z$.

Este resultado é fundamental para a demonstração dos resultados que são chamados de critérios de divisibilidade, que apresentaremos adiante.

Exemplo:

Sejam $a=3$, $b=6$ e $c=9$, podemos observar que 3 divide 6 e divide 9, e que divide também 15, que é a soma de 6+9.

3.3.2 Números primos

Os números primos são números naturais que possuem certa relevância dentro da teoria dos números por possuírem características próprias fundamentais no cálculo numérico. Em Alencar Filho (1981), encontramos sua definição que está exposta da seguinte maneira:

Definição:

Dizemos que um número natural x maior que 1, é um número primo se, e somente se, 1 e x (ele próprio) são seus únicos divisores. Um número natural maior que 1 que não é primo, é chamado de composto.

Exemplos:

2, 3, 5 e 7 são números primos pois apresentam apenas dois divisores positivos, no caso a unidade e eles próprios. Já os números naturais 4, 6, 8 e 10 são números compostos, pois além de apresentarem a unidade e eles próprios como divisores positivos, apresentam outros números.

Agora veremos alguns teoremas importantes dentro de números primos.

Teorema 1:

Todo número natural composto possui um divisor primo.

Demonstração:

Seja x um natural composto.

Considerando o conjunto A de todos os divisores de x , exceto ele próprio e a unidade. Pelo “princípio da boa ordenação” existe o elemento mínimo y de A , que vamos mostrar que é primo.

Supondo que y seja composto, então admitiria pelo menos um divisor z tal que $1 < z < y$ e então z divide y e y divide x , o que implica que z divide x , isto é, y não seria o elemento mínimo de A . Logo y é primo.

Teorema 2:

O conjunto formado pelos números primos é infinito.

Demonstração:

Seja x um número primo qualquer e P o produto de todos os números primos de 2 até p , tal como $P = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot p$. Somando 1 até p teremos o número $p+1$, que poderá ou não ser primo. Se $p+1$ for primo, o princípio está demonstrado. Se $p+1$ não for primo, terá um divisor primo maior que p , pois os números primos de 2 até p , sendo divisores de P , não poderiam dividir $P+1$, pois P e $P+1$ são primos entre si.

3.3.3 Teorema Fundamental da Aritmética

Todo número natural maior que 1 ou é primo, ou pode ser escrito de forma única, a menos da ordem dos fatores, como o produto de números primos.

Demonstração:

Seja x um número natural. Se x não é um número primo, terá um divisor primo p_1 , ou seja, $x = x_1 \cdot p_1$. Se x_1 não for primo, então $x_1 = x_2 \cdot p_2$, com p_2 maior ou igual a p_1 , pois p_1 também é divisor de x e p_1 era o seu menor divisor. Seguindo este raciocínio, obtemos os números $x_3, x_4, \dots, x_n$ em ordem decrescente, onde x_n é primo e $p_3, p_4, \dots, p_n$ primos em ordem crescente, sendo o maior $p_n = x_n$. Desta forma teremos $x = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot \dots \cdot p_n$ como decomposição única.

Exemplo:

Decompondo em fatores primos o número 120, obtemos

$$120 = 2 \cdot 60 = 2 \cdot 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Um processo prático utilizado para decompor um número em fatores é dividir o número pela sequência dos primos 2, 3, 5, 7 ...

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

3.3.4 Função que gera todos os números primos

Embora muitos profissionais da Matemática afirmem não existir uma fórmula que venha a gerar todos os números primos, encontramos no trabalho de Moura (2016) uma função que aponta justamente o contrário, conforme podemos verificar na proposição a seguir.

Proposição: Sejam x e y números naturais com $y \neq 0$ e $a = x(y+1) - (y-1)!$, então a função $f(x,y) = \frac{y-1}{2} [|a^2 - 1| - (a^2 - 1)] + 2$ gera todos os números primos e somente estes. A demonstração dessa proposição foi extraída do trabalho do mesmo autor, como veremos agora.

Demonstração: Inicialmente notemos que o valor de a admite valores inteiros já que x e y são naturais, logo a^2 é positivo. Deste modo teremos duas condições:

$$1^a) a^2 \geq 1$$

$$2^a) a^2 = 0$$

1^a) se $a^2 \geq 1$ temos que $a^2 - 1 \geq 0$ e então $|a^2 - 1| = a^2 - 1$. Logo para este caso teremos $f(x, y) = 2$ que é um número primo.

$$2^a) \text{ se } a^2 = 0 \text{ teremos } f(x,y) = \frac{y-1}{2} [|a^2 - 1| - (-1)] + 2 \text{ onde } f(x,y) = y+1.$$

O interessante é que se $a^2 = 0$ então $x(y+1) - (y-1)! = 0$ e ainda que $x(y+1) = (y-1)!$ o que nos dá $y+1 \mid (y-1)!$ ou ainda, se chamarmos $y = p-1$ temos exatamente o teorema de Wilson $p \mid (p-1)!$. Logo $y+1$ é um número primo. Desta forma concluímos que para qualquer valor natural de x e y a função $f(x, y)$ sempre será um número primo.

Sabendo que para $a=0$ $f(x,y)$ é primo tomemos $x(y+1) - (y-1)! = 0$ de modo a encontrar x em função de y . Logo teremos $x = \frac{(y-1)!}{y+1}$ e chamando $y = p-1$ temos

$$x = \frac{(p-1)!}{p} \text{ o que nos dá } f\left(\frac{(p-1)!}{p}, p-1\right). \text{ Como pelo teorema de Wilson}$$

$$x = \frac{(p-1)!}{p} \text{ é natural e } y = p-1 \text{ também, então } f(x,y) \text{ fornece todos os números}$$

primos. A seguir, mostraremos um quadro de polinômios que geram primos e suas respectivas referências.

Quadro 5- Polinômios que geram primos

Polinômios	Primos de 0 a n	Primos distintos	Referências
$\frac{1}{4}(n^5 - 133n^4 + 6729n^3 - 158379n^2 + 1720294n - 6823316)$	56	57	Dress e Landreau (2002), Gupta (2006)
$\frac{1}{36}(n^6 - 126n^5 + 6217n^4 - 153066n^3 + 1987786n^2 - 13055316n + 34747236)$	54	55	Wroblewski e Meyrignac (2006)
$n^4 - 97n^3 + 3294n^2 - 45458n + 213589$	49	49	Beylevelde (2006)
$n^5 - 99n^4 + 3588n^3 - 56822n^2 + 348272n - 286397$	46	46	Wroblewski e Meyrignac (2006)
$-66n^3 + 3845n^2 - 60897n + 251831$	45	46	Kazmenko e Trofimov (2006)
$36n^2 - 810n + 2753$	44	45	Fung e Ruby
$3n^3 - 183n^2 + 3318n - 18757$	46	43	S.M.Ruiz (2005)
$47n^2 - 1701n + 10181$	42	43	Fung e Ruby
$103n^2 - 4707n + 50383$	42	43	Speiser (2005)
$n^2 - n + 41$	40	40	Euler
$42n^3 + 270n^2 - 26436n + 250703$	39	40	Wroblewski e Meyrignac
$43n^2 - 537n + 2971$	34	35	J. Brox (2006)
$8n^2 - 488n + 7243$	61	31	F. Gobbo (2005)
$6n^2 - 342n + 4903$	57	29	J. Brox (2006)
$2n^2 + 29$	28	29	Legendre (1798)
$7n^2 - 371n + 4871$	23	24	F. Gobbo (2005)
$n^4 + 29n^2 + 101$	19	20	E.Peeg Jr. (2005)
$3n^2 + 39n + 37$	17	18	A.Bruno (2009)
$n^2 + n + 17$	15	16	Legendre
$4n^2 + 4n + 59$	13	14	Honaker

Fonte: Moura (2018)

3.3.5 Critérios de divisibilidade

Para sabermos se um número é divisível por outro, basta efetuar a divisão. Porém existem formas de perceber isso sem precisar efetuar tal operação, essas formas são chamadas de critérios de divisibilidade. Para Grassi Filho (2015), essas regras são mecanismos que permitem reconhecer se um número natural dado é ou não divisível por outro.

Para demonstrarmos esses critérios, nos aportaremos na proposição 7 da subseção 3.2.1. As demonstrações foram adaptadas de Domingues Neto (2016).

3.3.5.1 Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por dois se, e somente se, terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Demonstração:

Seja N um número natural que pode ser escrito na base dez da seguinte forma $N = a_n \cdot 10^n + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, onde cada a_i é um algarismo entre zero e nove. Colocando o 10 em evidência temos a expressão $N = 10 (a_n \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10 + a_1) + a_0$. Se chamarmos a expressão contida no parêntese de q , sendo q um número natural, podemos escrever $N = 10q + a_0$. Como 10 é divisível por 2, de acordo com a proposição inicial a_0 também será. Portanto a_0 só poderá ser 0, 2, 4, 6 ou 8.

3.3.5.2 Divisibilidade por 3

Um número natural N é divisível por três se, e somente se, a soma dos seus algarismos for divisível por três.

Para demonstrarmos este critério, precisaremos primeiramente provar o seguinte lema.

Lema:

Para todo número natural N maior ou igual a 1 ($N \geq 1$), 10^n é da forma $3q + 1$ com q sendo um número natural.

Demonstração:

Usaremos indução para provar o lema. Se $n=1$ temos $10 = 3 \cdot 3 + 1$. Supondo que vale para $n = k$ maior que 1 ($k > 1$). Agora, mostraremos que vale para $n = k+1$. Então, temos que $10^{k+1} = 10^k \cdot 10 = (3q+1) \cdot 10 = 30q + 10 = 30q + 9 + 1$, colocando 3 em evidência teremos $3 \cdot (10q+3) + 1$. Substituindo o parêntese por um m natural teremos então $3 \cdot m + 1$.

Agora, partiremos para a demonstração do referido critério.

Demonstração:

Escrevendo um número natural N na base dez temos que $N = a_n \cdot 10^n + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, usando o lema podemos reescrever N da seguinte forma: $N = a_n \cdot (3q_n + 1) + \dots + a_2 \cdot (3q_2 + 1) + a_1 \cdot (3q_1 + 1) + a_0$. Fazendo a distribuição multiplicativa teremos a expressão $N = a_n \cdot 3q_n + a_n + \dots + a_2 \cdot 3q_2 + a_2 + a_1 \cdot 3q_1 + a_1 + a_0$. Organizando temos $N = a_n \cdot 3q_n + \dots + a_2 \cdot 3q_2 + a_1 \cdot 3q_1 + a_n + a_2 + a_1 + a_0$. Colocando o 3 em evidência teremos $N = 3 \cdot (a_n \cdot q_n + \dots + a_2 \cdot q_2 + a_1 \cdot q_1) + (a_n + a_2 + a_1 + a_0)$. Chamando os parênteses de x e y respectivamente temos a expressão $N = 3x + y$ e como 3 é divisível por 3, então N é divisível por y que é a soma dos algarismos de N .

3.3.5.3 Divisibilidade por 4

Um número natural N , com mais de dois algarismos, é divisível por quatro se, e somente, o número formado por seus dois últimos algarismos for divisível por quatro.

Demonstração:

Se N é um número natural que pode ser escrito na forma $N = a_n \cdot 10^n + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$. Colocando 10^2 em evidência temos $N = 10^2 \cdot (a_n \cdot 10^{n-2} + \dots + a_2) + a_1 \cdot 10 + a_0$. Chamando o parêntese de um k natural temos $N = 100k + (a_1 \cdot 10 + a_0)$. Assim como 100 é divisível por quatro, então N será divisível pelo número formado por seus dois últimos algarismos.

3.3.5.4 Divisibilidade por 5

Um número natural N é divisível por cinco se, e somente se, terminar em zero ou cinco.

Demonstração:

Seja N um número natural que pode ser escrito na base dez. Então $N = a_n \cdot 10^n + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$. Colocando 10 em evidência temos $N = 10 \cdot (a_n \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10 + a_1) + a_0$. Chamando o parêntese de um k natural temos, $N = 10 \cdot k + a_0$. Como 10 é divisível por cinco, então N será divisível por cinco se a_0 que é seu último algarismo terminar em zero ou cinco.

3.3.5.5 Divisibilidade por 6

Um número natural N é divisível por seis se, e somente se, N for divisível, simultaneamente, por dois e por três.

Na demonstração desse critério, não utilizaremos o natural N na base dez.

Demonstração:

Supondo que N seja divisível por 6. Então, existe um número natural t de modo que $N = 6 \cdot t$. Daí podemos observar duas situações:

1ª) $N = 6 \cdot t = 2 \cdot (3 \cdot t)$. Fazendo $x = 3 \cdot t$, então $N = 2 \cdot x$, com x sendo um número natural. Logo N é divisível por dois.

2ª) $N = 6 \cdot t = 3 \cdot (2 \cdot t)$. Fazendo $y = 2 \cdot t$, então $N = 3 \cdot y$, com y sendo um número natural. Logo N é divisível por três.

Portanto se N é divisível por seis, então N será divisível por dois e por três simultaneamente.

3.3.5.6 Divisibilidade por 7

Um número natural é divisível por 7, se o quádruplo do seu algarismo da unidade somado com o número formado pelos outros algarismos for divisível por 7.

Demonstração:

Supondo um número $a_n.a_{n-1}...a_2.a_1.a_0$ que seja divisível por 7, isto é $a_n.a_{n-1}...a_2.a_1.a_0=7q$ com q sendo um número natural. Escrevendo este número em potência de 10, temos $10^n a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + ... + 10^2 a_2 + 10 a_1 + a_0 = 7q$, então $10^n a_n + 10^{n-1} a_{n-1} + ... + 10^2 a_2 + 10 a_1 + 50 a_0 = 7q + 49 a_0$, colocando 10 em evidência temos $10 (10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + ... + 10 a_2 + a_1 + 5 a_0) = 7(q + 7 a_0)$. Sabemos que $10^{n-1} a_n + 10^{n-2} a_{n-1} + ... + 10 a_2 + a_1 + 5 a_0 = a_n.a_{n-1}...a_3 a_2 a_1 + 5 a_0$. Como 7 não divide 10, então 7 divide $a_n.a_{n-1}...a_3 a_2 a_1 + 5 a_0$.

3.3.5.7 Divisibilidade por 8

Um número natural com mais de três algarismos, é divisível por oito se, e somente se, o número formado por seus três últimos algarismos for divisível por oito.

Demonstração:

Seja N um número natural que pode ser escrito na base dez da forma $N = a_n \cdot 10^n + ... + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$. Colocando 10^3 em evidência, podemos reescrever N como $N = 10^3 \cdot (a_n \cdot 10^{n-3} + ... + a_3) + (a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0)$.

Substituindo o primeiro parêntese por um k natural temos $N = 1000 \cdot k + (a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0)$, como 1000 é divisível por oito, então N será divisível por oito quando $a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ que forma seus três últimos algarismos for divisível por oito.

3.3.5.8 Divisibilidade por 9

Um número natural é divisível por nove se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por nove. A demonstração é análoga ao critério de divisibilidade por três, onde usaremos o Lema $10^n = 9q + 1$

Demonstração:

Escrevendo um número natural N na base dez teremos $N = a_n \cdot 10^n + ... + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, usando o lema podemos reescrever N da seguinte forma $N = a_n \cdot (9q_n + 1) + ... + a_2 \cdot (9q_2 + 1) + a_1 \cdot (9q_1 + 1) + a_0$. Fazendo a distribuição multiplicativa em cada parêntese, temos $N = a_n \cdot 9q_n + a_n + ... + a_2 \cdot 9q_2 + a_2 + a_1 \cdot 9q_1 + a_1 + a_0$. Agrupando agora os termos que tem q ficamos com $N = a_n \cdot 9q_n + ... + a_2 \cdot 9q_2 + a_1 \cdot 9q_1 + a_n + a_2 + a_1 + a_0$. Colocando o

nove em evidência vem que $N = 9 \cdot (a_n \cdot q^n + \dots + a_2 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^1) + (a_n + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$. Chamando os parênteses de x e y respectivamente temos a expressão $N = 9x + y$. Como 9 é divisível por 9x, portanto N será divisível por nove se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por nove.

3.3.5.9 Divisibilidade por 10

Um número natural é divisível por dez se, e somente se, terminar em zero.

Demonstração:

Sendo N um número da forma $N = a_n \cdot 10^n + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$. Colocando dez em evidência temos $N = 10 \cdot (a_n \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10 + a_1) + a_0$. Se chamarmos o parêntese de x temos $N = 10 \cdot x + a_0$. Como 10 é divisível por 10x, portanto N será divisível por 10 se, e somente se, terminar em zero. A seguir abordaremos o tema máximo divisor comum.

3.3.6 Máximo divisor comum (MDC)

Hefez (2005, p.53-54), define máximo divisor comum de dois números naturais da seguinte forma:

Dados dois números naturais x e y , não simultaneamente nulos, diremos que o número natural z , diferente de zero é um divisor comum de x e y se z divide x ($z \mid x$) e z divide y ($z \mid y$).

Exemplo:

1, 2, 3 e 6 são divisores comuns de 12 e 18.

Agora o autor diz que para z ser o máximo divisor comum, tem que atender as seguintes condições:

- i) z é um divisor comum de x e de y .
- ii) z é divisível por todo divisor comum de x e y .

A condição ii) acima pode ser reescrita como segue:

Se w é um divisor comum de x e y , então w divide z ($w \mid z$). Portanto, se z é o máximo divisor comum (MDC) de x e y , e w é um divisor comum desses números, então w é menor ou igual a z ($w \leq z$). Isto prova que o máximo divisor comum de dois números é efetivamente o maior dentre todos os divisores

comuns desses números. No caso particular de z_1 e z_2 serem dois MDC de um mesmo par de naturais, então z_1 é menor ou igual a z_2 ($z_1 \leq z_2$) e z_2 é menor ou igual a z_1 ($z_2 \leq z_1$), onde conclui-se que $z_1 = z_2$. Portanto, o MDC de dois números naturais quando existe é único.

3.3.7 Algoritmo de Euclides

Este algoritmo é muito usado na determinação do máximo divisor comum de dois ou mais números inteiros, devido sua praticidade. Em Alencar Filho (1981, p. 100), encontramos o seguinte lema e sua demonstração:

Dados x, y, p, q , números inteiros, com y não nulo, temos que se $x = p \cdot y + q$, então o $\text{MDC}(x, y) = \text{MDC}(y, q)$.

Demonstração:

Se $\text{MDC}(x, y) = z$, com z diferente de zero, então z divide x ($z \mid x$) e z divide y ($z \mid y$), o que implica que z divide $(x - p \cdot y)$ ou z divide q , isto é, z é um divisor comum de y e q . ($z \mid y$ e $z \mid q$). De outra forma se w é um divisor qualquer de y e q , então w divide $(p \cdot y + q)$ ou w divide x , isto é, w é um divisor comum de x e y , o que significa que w é menor ou igual a z , portanto o $\text{MDC}(y, q) = z$.

O algoritmo de Euclides nada mais é que a aplicação reiterada do lema acima demonstrado. Hefez (2005, p.56 e 57), organiza o algoritmo através de um diagrama como segue:

Organizando a divisão $x = p_1 \cdot y + q_1$, no diagrama abaixo, tem-se:

	P1	
X	Y	
q1		

Dando sequência efetuando a divisão $x = p_2 \cdot y + q_2$ e calculando os números envolvidos no diagrama.

	P1	p2	
x	Y	q1	

q1	q2		
----	----	--	--

Prosseguindo, enquanto for possível, tem-se:

	P1	p2	p3	...	pn-1	Pn	pn+1
X	Y	q1	q2	...	qn-2	qn-1	qn=(x,y)
q1	q2	q3	q4	...	Qn		

Exemplo: MDC (372 e 162)

Se escrevermos 372 e 162 em função de 12 teremos:

$162 = 13 \times 12 = 6$ e $372 = 31 \times 12 + 0$ então o MDC (372 e 162) = 6

Pelo processo prático temos:

	2	3	2	1	2
372	162	48	18	12	6
48	18	12	6	0	

Assim o MDC (372, 162) = 6

Em relação ao máximo divisor comum de dois números naturais, podemos destacar algumas proposições importantes que facilitam sua determinação tais como:

Proposição 1:

Se um natural primo x não divide um natural y , então x e y são primos entre si. Antes de demonstrarmos essa proposição, vale enfatizar que dois números naturais são primos entre si, quando o maior divisor comum entre eles é a unidade.

Demonstração:

Seja t o maior divisor comum dos naturais x e y , então t divide x e y . Se t divide x então $t=1$ ou $t=x$, pelo fato de x ser primo. E como $t=x$ é impossível pelo

fato de x não dividir y , então $t=1$, ou seja, o máximo divisor comum de x e y é 1, portanto x e y são primos entre si.

Exemplos: a) $m d c (3,8) = 1$ b) $m d c (5,9) = 1$

Proposição 2:

O MDC de dois números naturais, onde o menor seja divisor do maior, é o menor.

Demonstração:

Sejam x e y dois números naturais com x maior que y , e y divisor de x . Pelo fato de y ser divisor de x e também divisor de si mesmo, então y será o maior divisor comum.

Exemplo:

$m d c (4,8)=4$

Proposição 3:

Multiplicando-se ou dividindo-se dois números inteiros positivos por um outro inteiro positivo qualquer (diferente de zero), o MDC deles ficará multiplicado ou dividido por esse número.

Demonstração:

Supondo que z seja o $m d c$ de dois números inteiros positivos x e y . Sabemos que ao multiplicarmos x e y por um número inteiro positivo k , sendo k diferente de zero, o resto de $x \cdot k$ por $y \cdot k$ será $q_1 \cdot k$, da mesma forma que o resto de $y \cdot k$ por $q_1 \cdot k$ é $q_2 \cdot k$, e finalmente, o resto de $q_1 \cdot k$ por $q_2 \cdot k$ será igual a $z \cdot k$,

Exemplo:

$MDC (2,3) = 1$, se multiplicarmos os números por 10 teremos $MDC (20,30) = 10$.

3.3.8 Mínimo múltiplo comum (MMC)

Em Hefez (2005), a definição de mínimo múltiplo comum de dois números naturais é apresentada da seguinte forma:

Sejam x e y dois números naturais, diremos que um número w é um mínimo múltiplo comum de x e y se possuir as seguintes propriedades:

i- w é um múltiplo comum de x e y .

ii- Se z é um múltiplo comum de x e y , então w divide z .

Demonstração:

Se z é um múltiplo comum de x e y , temos que w divide z e, portanto, w é menor ou igual a z , o que nos sugere que se o mínimo múltiplo comum existir, ele é único e o menor dos múltiplos de x e y .

Exemplo: 12 é múltiplo comum de 2 e 3, porém não é um mínimo múltiplo comum deles, já o número 6 é um MMC deles.

Lacerda (2013) apresenta algumas propriedades importantes de mínimo múltiplo comum, que facilitam bastante o seu cálculo. Como podemos ver abaixo:

1- Qualquer múltiplo do MMC de dois números inteiros positivos, também será múltiplo desses números.

Demonstração: Sejam x e y dois números naturais diferentes de zero e se z for o MMC deles, então $z = x \cdot p$ e $z = y \cdot q$ sendo p e q inteiros positivos. Multiplicando os dois membros das igualdades por k inteiro positivo, temos: $z \cdot k = x \cdot p \cdot k$ e $z \cdot k = y \cdot q \cdot k$. Podemos observar que $z \cdot k$ é múltiplo de x e de y , e que qualquer múltiplo de z contém como divisores os números x e y .

Exemplo:

MMC (3,4)=12, e qualquer múltiplo de 12, ou seja 12,24,36,....., também é múltiplo de 3 e 4.

2) O produto de dois números naturais x e y com y diferente de zero, é igual ao produto do MDC pelo MMC deles.

Demonstração:

Se temos x, y , podemos dividir esse produto por MDC (x, y) tendo

$$\frac{x \cdot y}{\text{mdc}(x, y)} = \frac{x}{\text{mdc}(x, y)} \cdot y = x \cdot \frac{y}{\text{mdc}(x, y)}$$

O quociente gerado por $\frac{x \cdot y}{\text{mdc}(x, y)}$, é múltiplo de x e de y , consequentemente, será múltiplo do MMC, ou seja: $\frac{x \cdot y}{\text{mdc}(x, y)} = \text{MMC}(x, y) \cdot K$ (I) dividindo-se, separadamente, os dois membros da igualdade anterior por y e por x , teremos:

$$1) \frac{x}{\text{mdc}(x,y)} = \frac{\text{mdc}(x,y)}{y} \cdot K$$

$$2) \frac{y}{\text{mdc}(x,y)} = \frac{\text{mdc}(x,y)}{x} \cdot K$$

Como os quocientes gerados por $\frac{x}{\text{mdc}(x,y)}$ e $\frac{y}{\text{mdc}(x,y)}$ são primos entre si, conclui-se que $k = 1$.

Substituindo $K = 1$ na primeira equação, temos: $\frac{x \cdot y}{\text{mdc}(x,y)} = \text{MMC}(x,y)$, ou ainda $x \cdot y = \text{MDC}(x,y) \cdot \text{MMC}(x,y)$

Exemplo:

Podemos verificar os valores $x=60$ e $y=36$ na igualdade.

- 3) O mínimo múltiplo comum de dois números naturais, onde o maior é múltiplo do menor, é o maior.

Demonstração:

Sejam x e y dois números naturais com x maior que y , se x é múltiplo de y , então x é divisível por y , logo o $\text{MDC}(x,y)=y$ (I).

Sabemos que $x \cdot y = \text{MDC}(x,y) \cdot \text{MMC}(x,y)$ (II). Substituindo (I) em (II) teremos $x \cdot y = y \cdot \text{MMC}(x,y)$, portanto $x = \text{MMC}(x,y)$.

Exemplo:

$\text{MMC}(3,6) = 6$, pois 6 é múltiplo de 3.

- 4) O mínimo múltiplo comum de dois números primos entre si é igual ao produto deles.

Demonstração:

Se dois números x e y são primos entre si, então o MDC entre eles é 1. Como a igualdade $x \cdot y = \text{MDC}(x,y) \cdot \text{MMC}(x,y)$ é verdadeira, então $x \cdot y = \text{MMC}(x,y)$.

Exemplo: $\text{MMC}(3,5) = 3 \cdot 5 = 15$

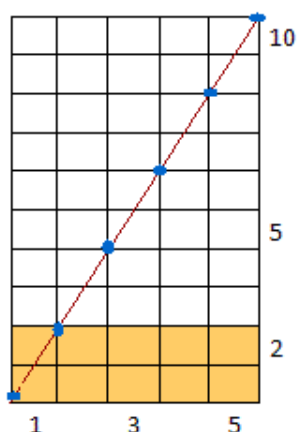
3.3.9 Interpretação geométrica do MDC e MMC

O método criado pelo professor Marcelo Polezzi consiste em construir um retângulo de lados a e b , sendo a e b números naturais não nulos, e depois dividir esse retângulo em quadradinhos unitários. Em seguida, traça-se uma das

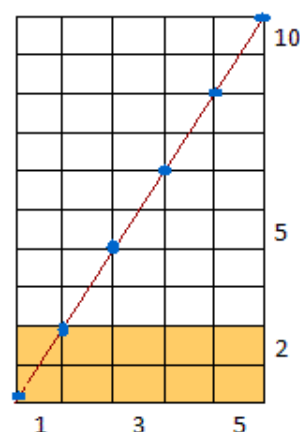
diagonais do retângulo e marcam-se os pontos que passam pelo vértice de algum quadradinho unitário. Assim, faz-se a contagem de quantas partes esses pontos dividem a diagonal, o número obtido é o MDC de a e b . A mesma diagonal divide o retângulo maior em retângulos menores, e o número de quadradinhos de um desses retângulos menores será o MMC de a e b .

Exemplo:

Determine geometricamente o máximo divisor comum –MDC- e o mínimo múltiplo comum – MMC- de 5 e 10.



De acordo com o enunciado, no desenho 1 podemos observar que a diagonal fica dividida em 5 partes iguais, logo o MDC entre cinco e dez será 5.



De acordo com o enunciado, no desenho 2 podemos observar que a diagonal divide o retângulo maior em retângulos menores, e cada triângulo menor possui 10 quadradinhos unitários, logo o MMC entre 5 e 10 será 10.

O método é justificado por Pollezi (2004) da seguinte forma: tomando que $d = \text{MDC}(a, b)$, existem naturais u e v tais que $a = du$ e $b = dv$, com u e v primos entre si.

Considerando um sistema de eixos ortogonais com a origem num dos vértices do retângulo, a equação da reta que contém a diagonal considerada é

$y = \frac{b}{a} \cdot x$. Logo pertencem à diagonal os pontos $(0,0)$; (u,v) ; $(2u,2v)$;.....; (du,dv) , pois $\frac{b}{a} = \frac{v}{u} = \frac{2v}{2u} = \dots\dots\dots = \frac{dv}{du}$, ou seja, são $d+1$ pontos de coordenadas inteiros, igualmente espaçados.

Para verificar que são apenas esses os pontos da diagonal com coordenadas inteiras, suponha que (p,q) pertença à diagonal e tenha coordenadas inteiras. Então, $q = \frac{b}{a} \cdot p = \frac{v}{u} \cdot p$, o que implica $qu = vp$ e, sendo $\text{MDC}(u,v)=1$, vem que $q = rv$ e $p = ru$, com $0 \leq r \leq d$.

Logo a diagonal fica dividida em d pedaços iguais. Como os $d+1$ pontos são igualmente espaçados, os d retângulos obtidos no último item do procedimento têm a mesma área m , assim $md = ab$, o que mostra que $m = \text{MDC}(a,b)$, e m é também o número de quadradinhos contidos nos retângulos.

3.4 REVISÃO DE ESTUDOS

Nesta subseção apresentaremos uma revisão de estudos sobre o ensino de divisibilidade de números naturais, dos últimos sete anos. Este trabalho então, objetiva analisar pesquisas relacionadas com a temática, no sentido de percebermos como o tema vem sendo tratado e quais as metodologias estão sendo utilizadas para que o ensino de divisibilidade se torne mais interessante e atrativo. De acordo com Vosgerau e Romanowski (2014, p. 167).

Os estudos de revisão consistem em organizar, esclarecer e resumir as principais obras existentes, bem como fornecem citações completas abrangendo o espectro de literatura relevante em uma área. As revisões de literatura podem apresentar uma revisão para fornecer um panorama histórico sobre um tema ou assunto considerando as publicações em campo. Muitas vezes uma análise ou assunto das publicações pode contribuir na reformulação histórica do diálogo acadêmico por apresentar uma nova direção, configuração e encaminhamento.

Nesse sentido, tivemos a necessidade de buscar outros trabalhos que possam vir a somar ou até mesmo complementar com o que foi feito a respeito do ensino de divisibilidade de números naturais nos últimos anos, bem como identificar lacunas em trabalhos atuais que possam ser “preenchidas” por trabalhos futuros.

Ao analisarmos os trabalhos que foram categorizados em: experimentais, diagnósticos, teóricos e propositivos, notamos que, de forma geral, a motivação dos autores é direcionada para busca de novas metodologias de ensino diferentes do método habitual, que geralmente ocorre através de aulas expositivas, e que conforme cita Libâneo (2013, p.83), é pautada na transmissão da matéria aos alunos, seguida de exemplos e exercícios repetitivos e memorização de fórmulas e definições.

Na intenção de buscar subsídios para o desenvolvimento de nosso trabalho, realizamos a revisão de alguns estudos desenvolvidos nos últimos sete anos referentes ao ensino de múltiplos e divisores dos números naturais. Foram analisados 20 (vinte) trabalhos entre artigos, trabalhos de conclusão de curso (TCC), monografia de especialização e dissertações de mestrado, dentre os quais foram selecionados 15 através de critérios como: palavras-chave de resumos, metodologia de pesquisa utilizada pelo autor e as principais conclusões de cada um.

Esses trabalhos foram encontrados através de pesquisas realizadas via Google acadêmico, em anais do encontro nacional de Educação Matemática (ENEM), periódicos da comissão de aperfeiçoamento de pessoal do nível superior (CAPES) e em alguns sites de universidades Brasileiras, colocando como palavras-chave “ensino de múltiplos e divisores” e “divisibilidade”. Os trabalhos foram organizados nas seguintes categorias: 1 experimental; 2 diagnóstica; 3 teóricas e 4 propositivas.

Os estudos experimentais são aqueles que propuseram e realizaram atividades de ensino em sala de aula, voltadas à divisibilidade de números naturais. Os estudos diagnósticos são aqueles que analisaram e identificaram as dificuldades dos alunos na aprendizagem e/ ou dos professores. Os estudos teóricos são aqueles que propuseram conceitos e/ ou ideias sobre divisibilidade de números naturais e os estudos propositivos são aqueles que apresentaram propostas de ensino sobre divisibilidade, sem, no entanto, aplicá-las.

3.4.1 Estudos experimentais

Nessa categoria de estudos, apresentamos trabalhos que propõem e realizam atividades referentes ao ensino de múltiplos e divisores.

Barbosa (2016) objetivou no seu trabalho discutir o processo de aprendizagem do teorema fundamental da aritmética (TFA) e dos principais conceitos associados a ele por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, mais especificamente a autora procurou responder às seguintes questões: de que argumentos os alunos se valem para lidar com situações-problemas que envolvem os conceitos de números primos e decomposição em fatores primos? Que procedimentos adotam? Quais os erros mais cometidos?

O método usado pela autora consistiu numa pesquisa qualitativa em educação com características de um estudo de caso que buscou suporte na teoria dos campos conceituais desenvolvida pelo francês Gerard Vergnaud. Para isso fez a aplicação de um teste diagnóstico contendo 9 (nove) questões que abordavam os conceitos relacionados ao TFA numa turma de 6º ano constituída por 27 alunos de uma escola particular do Rio de Janeiro, e que teve a duração de 100 minutos e o acompanhamento da própria autora.

Os resultados pós-teste mostraram que a média de acertos da turma no teste foi de 35%, o que sugere segundo a autora um aprofundamento de reflexões junto aos alunos para que avancem em seus processos de significação em relação aos conceitos que alardeiam o Teorema Fundamental da Aritmética.

Em relação aos procedimentos adotados pelos alunos, nas situações em que foram levados a contar elementos de um conjunto, as estratégias mais usadas pelos mesmos foram contar um a um, contar dois a dois, agrupar os elementos a serem contados e somar grupo a grupo, o número de elementos por grupo. Ora escreviam os cálculos no papel, ora os realizavam mentalmente. Na contagem, algumas vezes, usavam os dedos. Com eles, apontavam os elementos do conjunto ou indicavam as quantidades envolvidas na ação.

A autora pode constatar que na maioria das vezes os alunos cometiam erros quando tentavam entender o domínio de validade de certas propriedades dos números naturais ou fazer generalizações. Onde foram observados equívocos tais como: os múltiplos e fatores de um número são aqueles que constam nas tabuadas de 1 a 10; todo número que tem na ordem das unidades os algarismos 0,3,6,9, é divisível por 3; não é possível decompor em mais de dois fatores; não é possível repetir fatores na decomposição; todo número ímpar é primo; e o conjunto dos múltiplos de um número é finito.

A autora concluiu que embora os resultados tenham sido baseados em uma amostra pequena (27 alunos), eles apontam pistas sobre a participação dos alunos nos processos de construção dos conceitos enfocados, e sugere que se faz necessária a realização de trabalhos mais minuciosos que visem não só o Teorema Fundamental da Aritmética, mas a outros conceitos e propriedades associados a ele.

A pesquisa de Silva Neto e Almeida (2013) mostrou o resultado de um estudo sobre situações didáticas e construção do aprendizado de Matemática, que teve como objetivo investigar as contribuições de uma situação didática para o ensino de MDC e MMC numa turma de 6º ano do Ensino Fundamental, bem como proporcionar reflexões sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

O caminho metodológico utilizado pelos autores consistiu numa situação didática aplicada numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental, da rede estadual de Pernambuco, município de pesqueira. Inicialmente foi trabalhado algumas atividades relacionadas, aos conceitos de MDC (máximo divisor comum) e MMC (mínimo divisor comum) com o intuito de fazer com que os alunos elaborassem tentativas e suposições de forma que não obedecesse a sequência determinada pelo professor.

Num segundo momento aplicou-se o experimento com os alunos divididos em grupos que manipulariam objetos. O material utilizado foi: 12 garrafas de pet de 2 litros cada; 8 funis plásticos; 4 copos graduados; 2 baldes de 10 litros cada; 2 estopas para limpeza. Cada grupo manipulou 3 garrafas, 2 funis e 1 copo graduado, utilizando-os de acordo com o problema proposto.

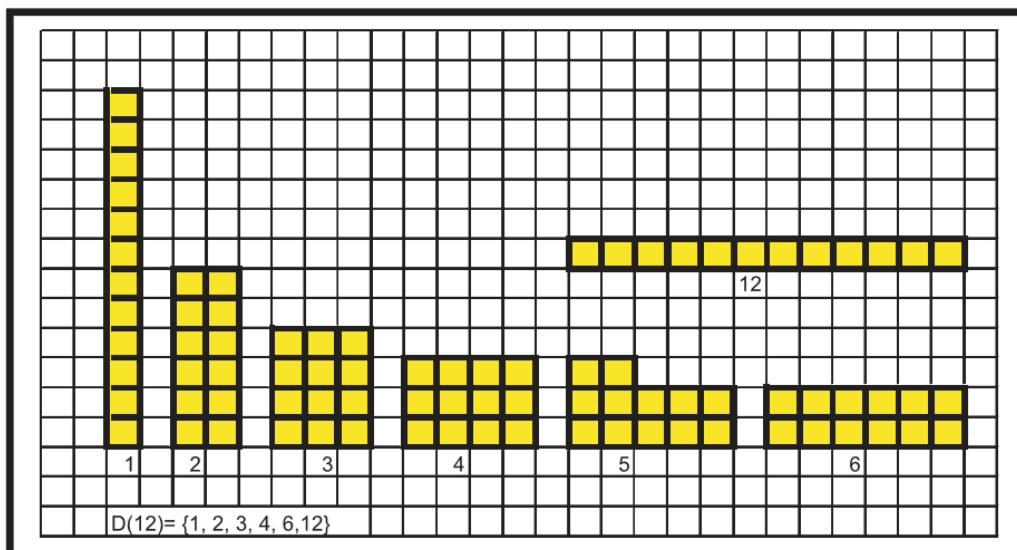
O objetivo era que os alunos no final da situação relacionassem a atividade aos conceitos de MMC e MDC. Como consequência direta da adaptação dessa prática para o trabalho com MMC e MDC, algumas condições foram estabelecidas: a manipulação da água de uma garrafa para outra só poderá ser feita apenas um recipiente que neste caso será o copo graduado, que terá que ser preenchido com a quantidade máxima possível de água e ser utilizado o mínimo de vezes possível. A dinâmica da prática culminou com os conceitos de MMC e MDC se relacionando à medida que se manipulava a água nas garrafas. Na sequência, foram utilizados alguns recursos tecnológicos como data shows, notebooks e softwares para a formalização do conteúdo.

Os resultados mostraram que no início da intervenção foram encontradas algumas dificuldades por parte dos alunos por estarem acostumados com o modelo tradicional de ensino. Por outro lado, após os experimentos terem sido aplicados, observou-se uma capacidade maior nos discentes de relacionar de forma mais clara os saberes matemáticos que estavam trabalhando, e um maior envolvimento com as atividades.

Os autores concluíram que os experimentos que foram aplicados proporcionaram aos alunos outro tipo de expectativa, de interação, possibilitando sentido nas situações de ensino que envolva os discentes deixando-os próximos aos saberes, e que favoreça de forma positiva a aprendizagem escolar.

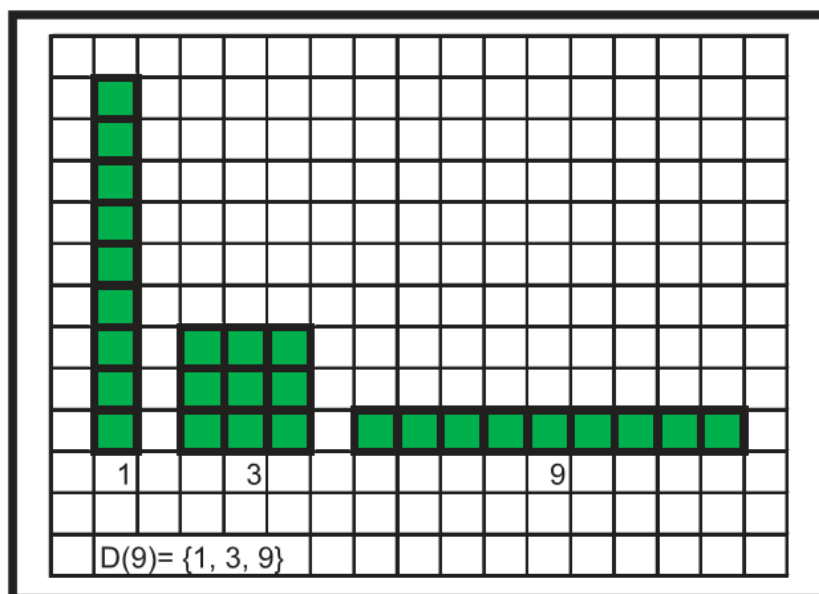
Em Jardim e Portanova (2012) encontramos resultados de um trabalho realizado com material concreto feito de pedacinhos de madeira quadrados e de mesmo tamanho que objetivava buscar alternativas para introduzir, a partir desse material e de um trabalho participativo, o estudo dos conceitos de divisores, número primos e compostos, maior divisor comum, múltiplos e menor múltiplo comum de números naturais.

A metodologia utilizada teve uma abordagem qualitativa, a qual foi trabalhada mediante o uso do material concreto e construções na malha quadriculada. As atividades foram realizadas numa do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular do município de Guaíba/RS. Os alunos foram organizados em grupos de 4 ou 5 e num primeiro momento receberam pecinhas para fazerem construções aleatórias, se familiarizarem e brincarem com o material usando assim a parte lúdica. Num segundo momento foi lançado o primeiro desafio: construir com 12 pecinhas de madeira, todos os retângulos possíveis, com a intenção de trabalhar os divisores de 12. O mesmo sendo feito com 9 pecinhas, conforme as figuras abaixo:

Figura 3 - Representação dos divisores do número 12

Fonte: Jardim e Portanova (2012, p. 97).

Dessa forma, os alunos perceberam que ao montarem retângulos com 12 quadradinhos, os lados desses retângulos representavam os divisores de 12. O que não ocorria em outros casos, como no desenho de base 5, que não formava o retângulo.

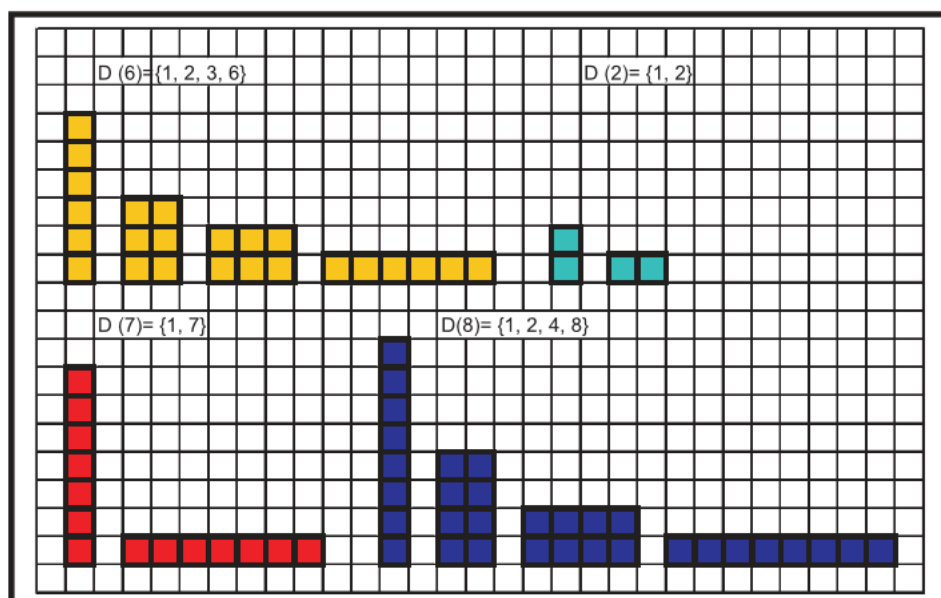
Figura 4 - Representação dos divisores do número 9

Fonte: Jardim e Portanova (2012, p. 98).

As observações feitas pelos alunos, de acordo com os autores, quando nos estudos dos divisores de 12, ocorreram com os divisores de 9.

Dando continuidade às atividades anteriores, os autores solicitaram que os alunos retomassem as construções e as representações na malha quadriculada dos divisores de um número natural. No quadro 3, foram apresentados exemplos de números primos e compostos construídos com esse material.

Figura 5 - Representação dos divisores de 2, de 6, de 7 e de 8



Fonte: Jardim e Portanova (2012, p. 100).

Após essas construções, os autores lançaram a seguinte pergunta:

- *Quais os números naturais que têm somente dois divisores?*

De acordo com os autores não foi difícil a resposta, pois eles conseguiram perfeitamente visualizar a situação proposta, já que haviam trabalhado anteriormente com vários divisores de um número natural.

A próxima pergunta foi:

- *Quais os números naturais dessa construção que têm mais de dois divisores?*

Responderam 6 e 8.

Logo em seguida, os autores pediram aos alunos que pesquisassem algumas classificações que pudessem diferenciar essas nomeações. Iniciou-se

um debate em sala de aula e, rapidamente descobriram que os números que tinham apenas dois divisores diferentes chamavam-se números primos e os demais, números compostos.

Os resultados mostraram que os alunos ao trabalharem em grupos, sentiram-se mais abertos para receber as informações, criticar e opinar da mesma forma, o material concreto, nas atividades propostas, facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. Os autores concluíram que o material concreto facilita a compreensão de conceitos matemáticos, uma vez que eles conseguem, com mais facilidade, fazer relações entre conhecimentos prévios e adquiridos, exercendo assim um papel significativo na aprendizagem.

Sant'ana, Sousa e Marinho (2016) realizaram um trabalho sobre a construção de conhecimentos matemáticos através da utilização de peças de lego e que teve como objetivo traçar reflexões acerca de decomposição numérica, mínimo múltiplo comum (MMC) e máximo divisor comum (MDC), através de uma forma lúdica usando peças de lego. A metodologia consiste na utilização de peças de lego do mesmo tamanho e de 8 peças diferentes, enumeradas de 2 a 9, o método foi utilizado em um aluno do 5º ano do Ensino Fundamental do colégio Martins no Rio de Janeiro. Conforme podemos analisar na imagem abaixo.

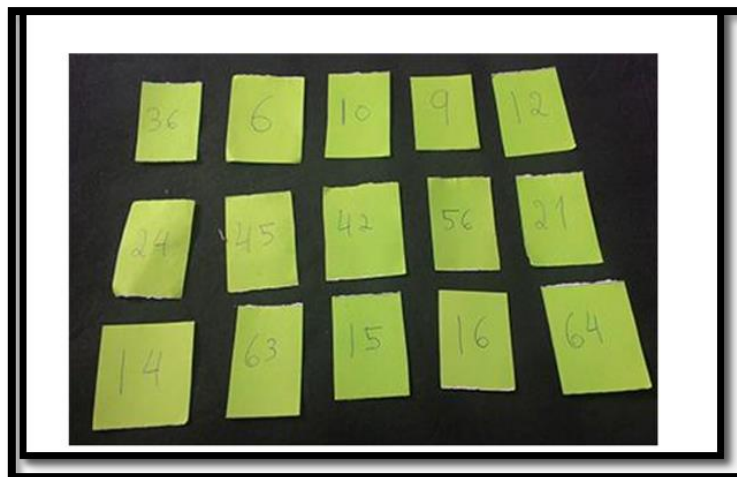
Figura 6 - Peças numeradas de 2 a 9



Fonte: Sant'ana, Souza e Marinho (2016, p. 2).

Foram feitos cartões de papel, com os números na tabela de multiplicação do 2º ao 9º. Conforme a figura:

Figura 7 - Cartelas com multiplicações do 2 a 9



Fonte: Sant'ana, Souza e Marinho (2016, p. 3).

Ao unir uma peça do lego com outra, realizava-se a multiplicação com os números indicados nos mesmos. Exemplo: ao juntar a pedra de número 2 com a pedra de número 3, obtinha-se a pedra de número 6 (2×3), deste modo ao retirar os cartões de forma aleatória, o número que aparecesse na cartela o aluno deveria associar a 2 peças, fazendo com que as multiplicações dos números contidos nas peças resultassem ao número do cartão.

Figura 8 - Decomposição do número 27

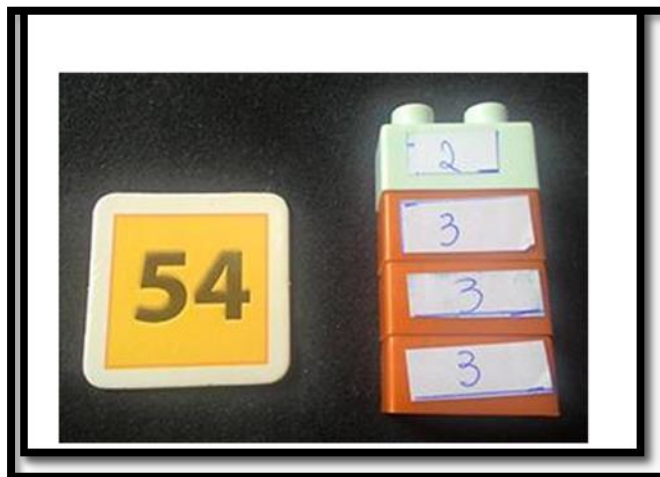


Fonte: Sant'ana, Souza e Marinho (2016, p. 3).

Dentre as peças que vai do 2 ao 9, os números 2,3,5 e 7 são os números primos, ou seja, aqueles que só possuem como divisor o número 1 e o próprio

número, todo e qualquer número natural composto pode ser decomposto em fatores primos. Como exemplifica a figura abaixo:

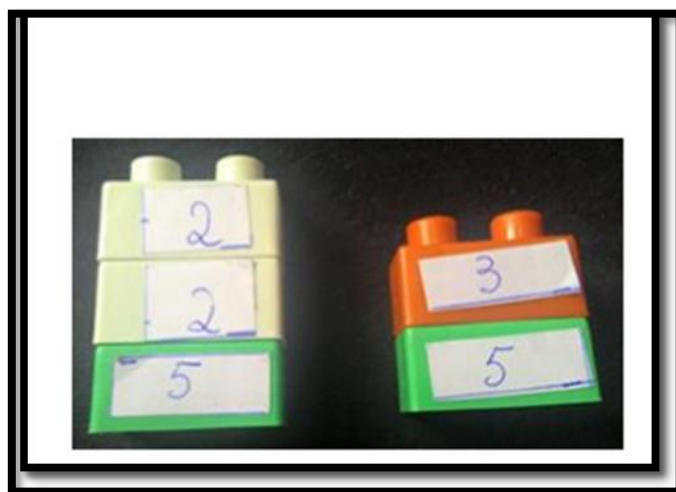
Figura 9 - Decomposição do número 54 em fatores primos



Fonte: Sant'ana, Souza e Marinho (2016, p. 4).

Como dito anteriormente, ao se juntar duas ou mais peças de lego é feita a multiplicação entre os números que cada peça representa. Para realizar o MDC, utiliza-se apenas as peças com os números 2,3,5 e 7 que são primos.

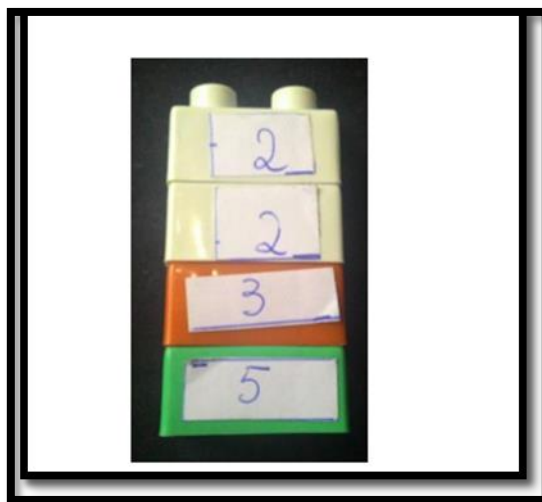
Figura 10 - MDC entre os números 20 e 15



Fonte: Sant'ana, Souza e Marinho (2016, p. 5).

De modo semelhante, e utilizando os mesmos números da figura anterior, pode-se determinar o MMC, retirando as peças que constituem o MDC e unindo as peças restantes do lego.

Figura 11 - Resultado do MMC entre 20 e 15



Fonte: Sant'ana, Souza e Marinho (2016, p. 6).

Os resultados mostraram um maior interesse por parte do aluno, despertado até mesmo pela combinação de cores das peças. Os autores concluíram que com o lego, o ensino da Matemática tornou-se uma atividade criativa e extremamente visual, permitindo que o aluno assimilasse melhor o conteúdo.

Valentim (2017) apresentou um estudo sobre múltiplos e divisores, incluindo mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum que objetivava um entendimento acerca do conteúdo e uma melhoria no que diz respeito a aprendizagem dos educandos.

A metodologia adotada pelo autor foi de abordar as definições de múltiplos e divisores, números primos, mínimo múltiplo comum e máximo múltiplo comum em uma turma de 8º ano na Escola Técnica Agrícola Joaquim Limeira de Queiroz, na cidade de Ruxinanã – PB, no mês de março de 2017. Onde na ocasião foram aplicadas atividades tais como: bingos dos divisores, a soma do quadrado mágico e a construção do crivo de Eratóstenes. Onde logo em seguida, realizou-se um exercício avaliativo com o objetivo de analisar se os resultados a respeito dos conteúdos foram satisfatórios.

Os resultados obtidos mostraram que as atividades aplicadas na turma de 8º ano foram válidas, pois de 17 de 24 alunos obtiveram nota maior que 6 na avaliação feita após as atividades realizadas conforme quadro a seguir:

Quadro 6 - Nota obtida por cada estudante

ALUNO	NOTA	ALUNO	NOTA	ALUNO	NOTA
A1	4,5	A9	9,0	A17	8,5
A2	5,5	A10	6,5	A18	5,5
A3	4,0	A11	4,5	A19	7,5
A4	6,5	A12	7,5	A20	8,0
A5	5,5	A13	4,5	A21	8,0
A6	8,0	A14	9,0	A22	8,5
A7	7,5	A15	10,0	A23	7,5
A8	6,5	A16	10,0	A24	6,5

Fonte: Valentim (2017, p.58)

O autor concluiu que as realizações das atividades foram válidas pois segundo relato dos discentes que afirmam ter gostado do conteúdo e da forma como foi tratado e que a atividades lúdicas chamaram mais a sua atenção, tendo em vista que a assimilação do conteúdo se tornou mais simples devido a essas atividades.

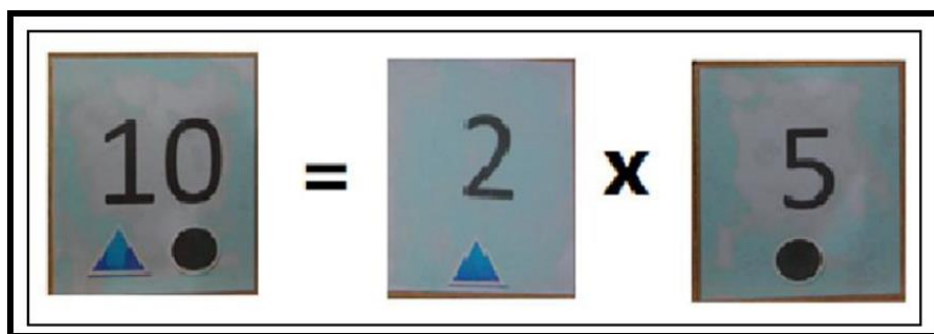
Fernandes (2016) realizou um trabalho sobre ensino e aprendizagem de divisibilidade através da resolução de problemas cujo objetivo foi de selecionar e aplicar atividades didáticas sobre divisibilidade usando como metodologia de ensino a resolução de problemas e analisar o processo de aprendizagem na perspectiva da participação do aluno na construção do seu conhecimento.

A metodologia consistiu numa abordagem qualitativa, na forma de estudo de caso do tipo etnográfico, organizado segundo o modelo de ROMBERG-ONUCHIC esse modelo foi constituído por onze atividades que foram distribuídos em três blocos: o primeiro tratou da identificação do problema; o segundo apresentou uma proposta de resolução desse problema; o último tratou da análise das informações.

O autor constatou resultados positivos no decorrer das atividades. Concluiu que houve melhoras consideráveis dos alunos em aspectos como: comportamento, organização, participação individual e trabalho colaborativo, além do aprendizado de diversos conceitos e técnicas relacionados à divisibilidade.

Brehm (2015) realizou um trabalho que teve por objetivo abordar o estudo de múltiplos e divisores com o auxílio do material didático “Segredos dos números” que foi um material criado pela professora Grossi (1986), constituído por cartas nas quais os fatores primos dos números naturais são representados por símbolos. Conforme a figura abaixo:

Figura 12 - Números representados por símbolos



Fonte: Brehm (2015, p. 30).

A metodologia utilizada foi de uma sequência didática que foi aplicada numa escola de Ensino Fundamental no município de Itatí no Rio Grande do Sul, para uma turma do 5º ano de apenas seis alunos, desenvolvida através da exploração do material didático “Segredos dos números” via realização de atividades que viessem a auxiliar os alunos na construção dos conceitos de múltiplos e divisores de um número natural. Os dados da pesquisa foram coletados através de filmagem total dos encontros que ocorreram no intervalo entre 19 de agosto e 12 de setembro de 2013.

Na análise dos dados foi utilizada a teoria dos campos conceituais de Gerard Vergnaud, com ênfase no campo conceitual multiplicativo. Constatou-se que os alunos evoluíram do ponto de vista da aprendizagem nos conceitos relativos a múltiplos e divisores, desde o reconhecimento de um número primo

até as construções das maquetes de um número, que passa pela identificação de todos os divisores desse número.

Pelas análises e estudos feitos com esses alunos, o autor concluiu que o “Segredo dos números” contribuiu no desenvolvimento dos conceitos sobre números primos, principalmente no reconhecimento dos números através de seus símbolos.

Silva (2013) realizou um trabalho que apresentou experiências na sala de aula, aplicadas na turma do 6º ano do Ensino Fundamental, da rede municipal de Ipojuca – PE. Com o objetivo de observar como os alunos se desempenham na abordagem de jogos perante o conteúdo de divisibilidade com números naturais.

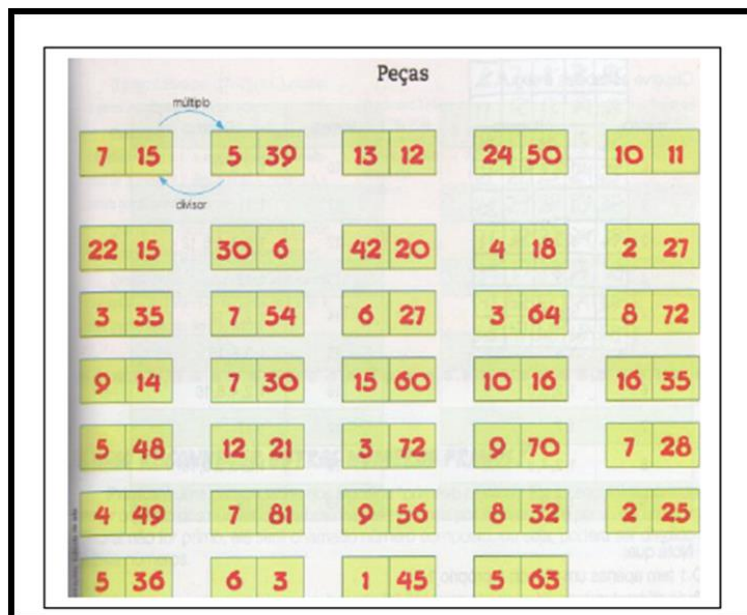
A metodologia consistiu num trabalho desenvolvido na sala de aula com 35 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, na escola pública municipal Santo Cristo de Ipojuca, Pernambuco – Brasil. Onde foram realizadas algumas etapas prévias, distintas em dois momentos, antes da utilização do jogo da divisibilidade. O primeiro momento apresentou dois passos:

1º passo → realização de uma sondagem para verificar o nível de dificuldade dos alunos em relação as operações de divisão de multiplicação.

2º passo → apresentação do conteúdo de divisibilidade, apoiado no livro didático.

O segundo momento constitui na abordagem do jogo em sala de aula, que também apresentou dois passos:

1º passo → A confecção do jogo pelos alunos. Conforme a figura abaixo.

Figura 13 - Jogo da divisibilidade

Fonte: Silva (2013, p. 4).

2º passo → Leitura das regras e início do jogo.

O autor entendeu que o jogo permitiu uma aproximação e interação dos alunos com o conteúdo trabalhado, onde mostraram atenção e habilidades maiores com os cálculos mentais e a escrita das suas ideias de resolução. Desta forma, foi possível constatar que os alunos haviam compreendido que o jogo estava proporcionando uma melhor compreensão do conteúdo abordado. Verificado mediante as suas conclusões nas respostas expostas a cada jogada, que os alunos se sentiam estimulados a jogar e a competir entre eles, com o intuito de alcançarem um objetivo final do jogo, de chegar ao menor número possível de peças na mão.

Desta forma, mostrando um entrosamento com o que estava sendo aprendido e o que ainda precisava aprimorar, nos cálculos com agilidade com a divisão, dos critérios da divisibilidade, que tanto sentiam dificuldades. Proporcionando ao aluno também a possibilidade de interação em grupo, havendo uma melhora na socialização entre eles. A atividade mostrou uma oportunidade de testar o conhecimento do aluno e o quanto e o quanto percebeu no desempenho nas resoluções a cada passo no jogo desenvolvido.

O autor pode observar que quando se articula um trabalho pedagógico comprometido com o aprender do aluno, propicia-se aprendizagens e vivências de experiências significativas, valorizando a participação do aluno como sujeito da construção do seu próprio conhecimento. De acordo com Brito (2001) apud Silva (2013), o conhecimento escolar construído pelo sujeito usa formas significativas próprias a partir do estabelecimento de elos significativos entre o novo material e os elementos já presentes na estrutura cognitiva.

Silva (2014) realizou uma pesquisa que objetivou investigar um tema relevante para o estudo da Matemática: múltiplos, divisores, mínimo múltiplo comum (MMC) e máximo divisor comum (MDC), a partir da teoria das frações motivada pela enorme deficiência percebida nos alunos do Ensino Médio.

A metodologia usada pelo autor consiste num primeiro momento com uma proposta de abordar os conceitos de MMC e MDC e suas propriedades além de frações heterogêneas de forma tradicional, e logo em seguida com a resolução de problemas, com os alunos da turma 2009 do CIEP 257, em Rio das Ostras.

Num segundo momento foram propostas aos alunos outras atividades que tinham um caráter lúdico, tais como:

- 1) Determinar usando equações algébricas (e por sua vez as ferramentas MMC e MDC) a idade que tinha Diofanto no momento de sua morte. Sabendo que nasceu em 22 de setembro de 250 a.C. e morreu 84 anos depois.
- 2) Medir a quadra de esportes do colégio com a finalidade de colocar o maior número possível de alunos espalhados em cima da linha (limite) da quadra, de tal forma que a distância entre dois alunos em todo o perímetro, seja o maior possível.
- 3) Medir as dimensões da trave (baliza) da quadra de futsal. Com o objetivo de colocar a maior quantidade possível de grampos (para prender a rede), de forma que tenha a maior distância possível entre dois grampos, em todas as dimensões.

Após as atividades foi proposta uma lista de exercícios de vestibulares e outros concursos, tratando dos assuntos abordados ao longo do trabalho, a fim de verificar o desempenho dos alunos, e o nível de assimilação dos mesmos depois de terem realizado as atividades práticas. As figuras abaixo mostram o desempenho de um grupo de alunos:

Figura 14 - Lista de exercícios

Assunto: Aplicação dos conceitos de MMC e MDC.
 Turma: 2009 do Ciep 257
 Data da Aplicação: 27-09-2013
 Professor Bruno França

1. Um professor leciona no 1º colegial A com 40 alunos e no 1º B, com 36 alunos. Em cada sala, ele formou grupos com mesmo número de alunos. Qual é o maior número de alunos que cada grupo pode ter?
Cada grupo pode ter no máximo 4 alunos

2. Em uma estação os trens partem na direção Leste de 30 em 30 minutos e, na direção Sul de 40 em 40 minutos. Em um instante, os trens partem juntos da mesma estação. Quanto tempo depois isso acontecerá novamente, considerando mantida a regularidade?
Os trens partem juntos novamente daqui a 120 minutos

3. Num painel de propaganda, três luminosos se acendem em intervalos regulares: o primeiro a cada 12 segundos, o segundo a cada 18 segundos e o terceiro a cada 30 segundos. Se, em dado instante, os três se acenderem ao mesmo tempo, os luminosos voltarão a se acender, simultaneamente, depois de:
 a) 2 minutos e 30 segundos
 b) 3 minutos
 c) 2 minutos
 d) 1 minuto e 30 segundos
 e) 35 segundos

4. Dois depósitos, tem respectivamente, 1350 e 4350 litros de capacidade. Para encher cada um desses depósitos usou-se uma mesma vasilha, um número exato de vezes. Qual a maior capacidade que pode ter a vasilha?
A maior capacidade que pode ter a vasilha é de 15 litros

Fonte: Silva (2014, p. 49).

Figura 15 - Lista de exercícios

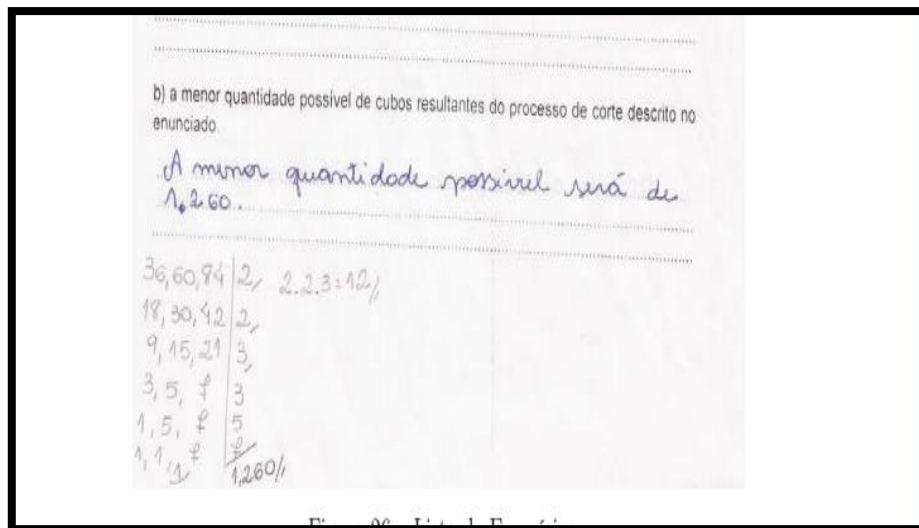
5. (UFSC) Um país lançou em 02/05/2000 os satélites artificiais A, B e C com as tarefas de fiscalizar o desmatamento em áreas de preservação, as nascentes dos rios e a pesca predatória no Oceano Atlântico. No dia 03/05/2000 podia-se observá-los alinhados, cada um em uma órbita circular diferente, tendo a Terra como centro. Se os satélites A, B e C levam, respectivamente, 9, 10 e 15 dias para darem uma volta completa em torno da Terra, então o número de dias para o próximo alinhamento é:
Para o próximo alinhamento será de 90 dias

6. (UNIFACS - 1997) O número de alunos de uma sala de aula é menor que 50. Formando-se equipes de 7 alunos, sobram 6. Formando-se equipes de 9 alunos, sobram 6. Formando-se equipes de 9 alunos, sobram 5. Nessas condições, se forem formadas equipes de 8 alunos, o número de alunos que sobram é:
 a) 1
 b) 2
 c) 3
 d) 4
 e) 5

7. Calcular o valor de $n + p$ para as condições dadas:
 a) $A = 2n \times 33 \times 132$, $B = 24 \times 3p \times 11 \times 13$ para M.D.C. ($A \text{ e } B$) = $23 \times 32 \times 13$
 b) $A = 2n \times 32 \times 11$, $B = 24 \times 3p \times 7 \times 112$ para M.M.C. ($A \text{ e } B$) = $25 \times 33 \times 7 \times 112$

8. (UFF 2002) Um bloco de madeira, na forma de um paralelepípedo retângulo, tem as seguintes dimensões: 36 cm, 48 cm e 64 cm. Sabendo que esse bloco deve ser cortado em cubos idênticos, sem que haja sobra de material, determine:
 a) a medida da aresta dos maiores cubos que se podem obter.
A medida será de 12 cm

Fonte: Silva (2014, p. 50).

Figura 16 - Lista de exercícios

Fonte: Silva (2014, p. 50).

Os resultados dessas tarefas segundo o autor evidenciaram que, para boa parte dos estudantes, ficou clara a ideia da existência de critérios para a divisibilidade e das propriedades de MMC e MDC, usando especialmente a decomposição em fatores primos. Portanto, quando solicitados a apresentar uma justificativa para o fato de um determinado número ser divisível ou não por outro, após algumas conjecturas, chegavam a um resultado de alguma forma satisfatório.

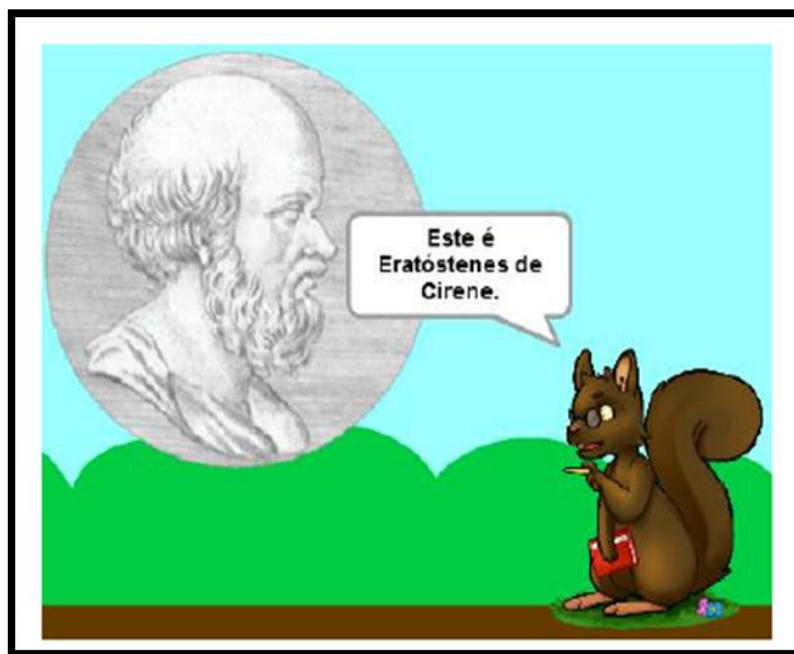
Silva (2014), concluiu que devemos mostrar aos nossos alunos que estes assuntos são muito importantes na hora do vestibular, dos concursos públicos e até mesmo nos cursos universitários, dependendo da carreira escolhida.

Rodrigues, Araman e Reis (2017), realizaram um estudo envolvendo o uso de tecnologias na Educação Matemática, bem como a história da Matemática. O objetivo dos autores foi o de apresentar o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem que usa o algoritmo elaborado por Eratóstenes, conhecido como Crivo de Eratóstenes, a fim de introduzir ou fixar o conceito de números primos de forma lúdica e interativa.

A metodologia desenvolvida nesse trabalho consistiu no desenvolvimento por parte dos autores de um objeto educacional que englobou duas das tendências na área de Educação Matemática: as tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) e a história da Matemática. A construção do

objeto se deu com o auxílio do software SCRATCH, e depois de desenvolvido foi aplicado em lousa digital interativa (LDI) e também em computadores. O objeto apresentava uma narrativa histórica cuja personagem é um esquilo denominado Alfred, que interage com os alunos, inicialmente apresentando a história de Eratóstenes e de seu Crivo.

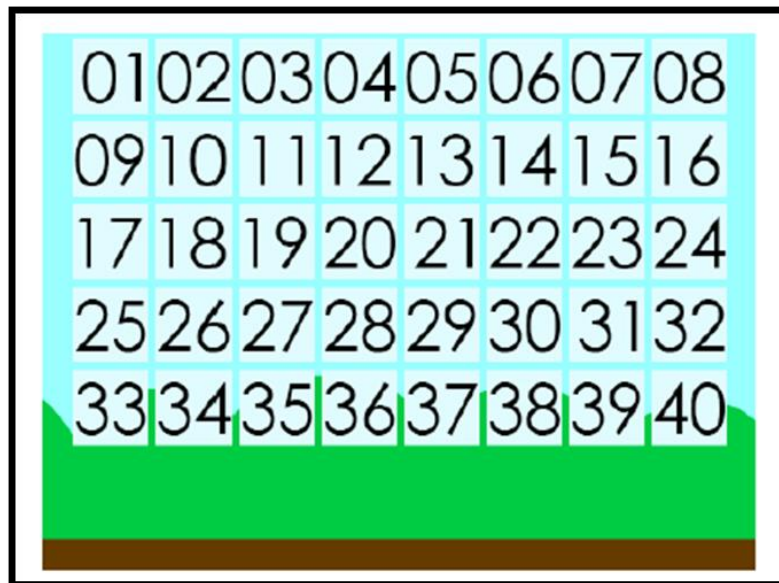
Figura 17 - Alfred apresenta Eratóstenes



Fonte: Rodrigues, Araman e Reis (2017, p. 7).

Na sequência, Alfred ensinava os alunos como funcionava o algoritmo do crivo e apresentava na tela uma tabela numerada de 1 a 40, uma adaptação do crivo original. O aluno, por sua vez, é convidado a interagir com o OA, selecionando o número. Caso o aluno selecione o número correto, esse número é retirado da tabela.

Figura 18 - Crivo adaptado para objeto



01	02	03	04	05	06	07	08
09	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40

Fonte: Rodrigues, Araman e Reis (2017, p. 7).

Com isso, por meio dos conceitos de múltiplos e divisores, os alunos excluem todos os números compostos da tabela, restando apenas os números primos, seguindo o mesmo raciocínio de Eratóstenes.

Figura 19 - Pergunta final



Fonte: Rodrigues, Araman e Reis (2017, p. 8).

Os resultados da experiência mostraram que os objetos de aprendizagem, especificamente, permitiram uma participação maior do aluno no próprio processo de aprendizagem partindo da interação dos mesmos com o objeto.

Os autores concluíram que o uso planejado das ferramentas desenvolvidas com o amparo das TDIC para serem utilizadas nas aulas de Matemática, possibilita o professor uma abordagem mais lúdica e interativa do conteúdo a ser estudado, além disso, desenvolver um objeto de aprendizagem aliado a história da Matemática pode suscitar questões relevantes que podem ser aproveitadas pelos docentes.

Mueller (2013) apresentou um trabalho sobre recursos computacionais nas aulas de Matemática que teve como objetivo investigar em quais aspectos esses recursos podem auxiliar o trabalho pedagógico em sala de aula. A intervenção pedagógica ocorreu em uma turma do 6º ano em uma escola da rede pública estadual do município de Venâncio Aires, RS, durante as aulas de Matemática

A proposta metodológica foi desenvolvida durante 42 horas/aulas no laboratório de informática e uso de data show, apresentando atividades como: o jogo envolvendo divisibilidade, chamado “disco voador”, com situações problemas, exigindo assim as regras de divisibilidade para desenvolver maior agilidade e rapidez que o jogo oferecia. Nesta atividade, o objetivo era propiciar o momento agradável e divertido de retomada do conteúdo referente a divisibilidade, com enfoque principal de possibilitar ao aluno o desenvolvimento de divisibilidade, reconhecimento de números primos e posteriormente a utilização da fatoração como instrumento para o cálculo do mínimo múltiplo comum (MMC), e máximo divisor comum (MDC).

No jogo o aluno encontrava as questões para resolver e deveria tomar cuidado para não errar, pois para cada questão errada perderia pontos. Não houve tempo estipulado no jogo para resolver cada questão, sendo que o importante era acertá-la, para isso o aluno dispunha de um rascunho para fazer os cálculos e dar a resposta no jogo, verificando em seguida se acertou ou errou, clicando em ok e seguindo para a próxima questão. O aluno não conseguiria ir para a próxima questão sem resolver a anterior. O “disco voador” andava com

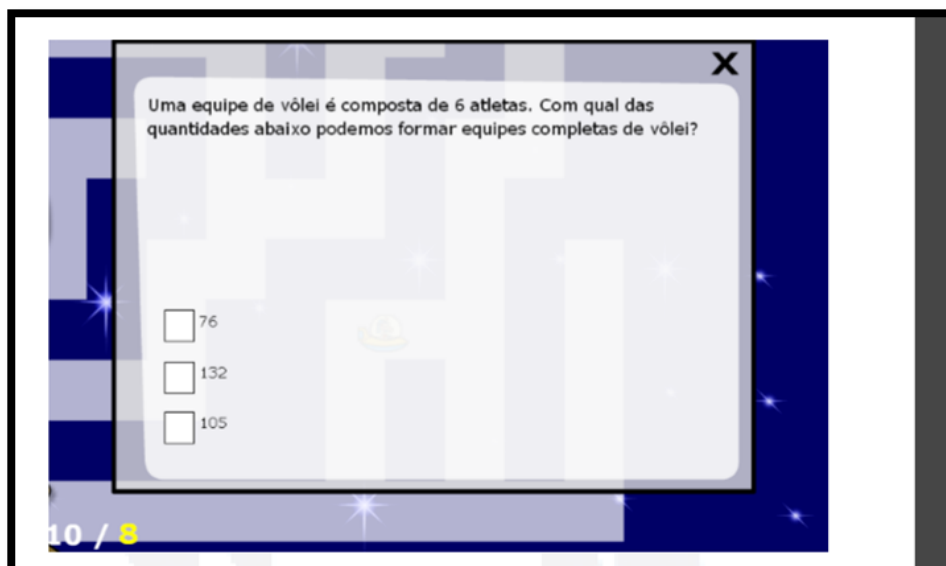
as setas por um labirinto, no momento que encontrava um “ponto azul”, teria a questão para resolver como podemos observar nas figuras 20 e 21 abaixo.

Figura 20 - Tela inicial do jogo de divisibilidade



Fonte: Mueller (2013, p. 45).

Figura 21 - Tela em que aparecem as questões do jogo divisibilidade

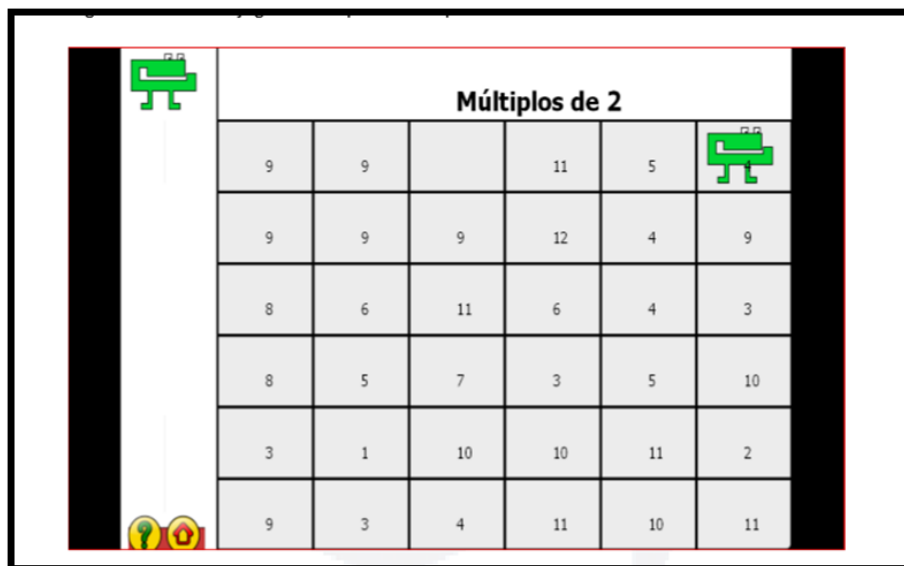


Fonte: Mueller (2013, p. 46).

No trabalho de Mueller (2013) também encontramos um software chamado G compris que é um programa livre. Neste aplicativo constavam vários jogos, um deles é o mastigador de múltiplos. O jogador precisava levar o mastigador, utilizando as setas do teclado até os múltiplos do número que

aparecem no alto da tela. Ao encontrar o múltiplo deveria pressionar a tecla que representa espaço no teclado.

Figura 22 - Tela do jogo G Compris – Múltiplos



Fonte: Mueller (2013, p. 53).

Ao término da proposta trabalhada foi entregue aos alunos um questionário com perguntas relacionadas à intervenção pedagógica desenvolvida. O objetivo principal era descobrir se através das atividades exploradas houve maior interesse pela disciplina, prazer em aprender e benefícios que os recursos computacionais trouxeram a esses alunos. Foi realizada uma coleta de dados por meio de um questionário que foi constituído por oito perguntas que foram respondidas por escrito.

Na continuidade a autora apresentou os resultados através da transcrição de algumas respostas dos alunos, a fim de exemplificar alguns aspectos considerados relevantes a esse estudo. Participaram do questionário todos os alunos de uma turma do 6º ano (num total de 22). Optou-se por nomear os alunos participantes do questionário em A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, conforme mostra o quadro abaixo.

Quadro 7 - Análise de resultados

(Continua)

QUESTIONÁRIO	
PERGUNTAS	RESPOSTAS DOS DISCENTES
I- Você gostou das aulas de Matemática no laboratório de informática? Por que?	A1- Sim, porque aprendemos brincando. Porque tudo que trabalhamos na sala de aula, continuamos no laboratório. A2- Sim, porque aprendemos brincando, era bem divertido, a gente descobriu várias coisas novas.
II- Você tentou realizar todas as atividades propostas?	Todos responderam que sim.
III- Você contribuiu no trabalho em grupo no laboratório de informática? Por que?	A1- Sim, porque um ajudava o outro. A7- Sim, porque era mais divertido realizar em grupo.
IV- Houve relação e compreensão dos conteúdos trabalhados em sala de aula, através das atividades desenvolvidas?	A1- Sim, aprendi muito, foi muito divertido aprender Matemática de uma maneira diferente. A2- Os conteúdos que trabalhamos em sala de aula apareciam nos jogos, era muito legal. A4- Sim, a professora sempre oferecia uma atividade nova e eu fiz todas e aprendi muito. A3- Sim, aprendi de uma maneira mais fácil, gostei mais da Matemática.
V- A participação da professora durante as atividades contribuiu para sua aprendizagem?	A6- Sim, porque às vezes tinha uma conta de Matemática que eu não sabia e ela me ajudou. A7- Sim, ela ajudava quando a gente precisava tirar dúvidas. A8- Sim, quando eu tinha dúvidas. A9- Sim, quando a gente chamava ela ajudava.

(Conclusão)

QUESTIONÁRIO	
PERGUNTAS	RESPOSTAS DOS DISCENTES
VI - As atividades foram importantes para você? Por que?	A1- Sim, porque é o que acontece no dia-a-dia. A2- Sim, porque minhas notas melhoraram. A3- Sim, porque no nosso dia-a-dia isto acontece assim, saberemos o que fazer.
VII - Você gostaria que essa proposta de trabalho continuasse durante as aulas de Matemática e em outras disciplinas? Por que?	A20- Sim, gostaria que em todas as disciplinas tivessem atividades no laboratório, pois assim aprendemos brincando. A18- Sim, todos os professores poderiam também, trazer coisas novas, pois assim aprendemos muito e melhor.
VIII - Comente sobre aspectos positivos e negativos das aulas no laboratório de informática.	A3- Pontos positivos: melhoramos na conversa e parceria entre colegas, etc. Pontos negativos. Não tinha computadores para todos. A4- Pontos positivos: Nós aprendemos muitas coisas legais e algumas coisas que não aprendemos na sala de aula, aprendemos no laboratório de informática. Pontos negativos: é que não tinha um computador para cada aluno

Fonte: Mueller (2013, p. 91).

Segundo a autora todos esses resultados nos levam a perceber que a intervenção teve boa aceitação por parte dos alunos, pois demonstraram em suas respostas.

Ao concluir o trabalho a autora entendeu que a utilização de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática como uma estratégia de ensino constitui uma grande possibilidade de buscas de melhores maneiras de se trabalhar os

conteúdos matemáticos, além disso, Mueller (2013) oportunizou a reflexão sobre a nossa prática educativa como docente.

3.4.2 Estudos diagnósticos

Nesta categoria de estudos analisamos trabalhos que buscaram identificar dificuldades de discentes e docentes em relação a aprendizagem e ensino de múltiplos e divisores de números naturais.

Fiorelli (2017) realizou um estudo sobre máximo divisor comum (MDC) e mínimo múltiplo comum (MMC) que teve como objetivo utilizar-se da estrutura curricular da disciplina de Matemática do estado de São Paulo, e dos conceitos de MDC e MMC, a fim de expor o déficit no ensino de tais conceitos. A metodologia da autora se deu através da execução de um projeto intitulado: “MMC e MDC: gostosura ou tortura”, que foi desenvolvido no primeiro semestre de 2015, na escola estadual Professora Maria Neiva Abdelmasshi Justo, localizada no município de Valinhos no estado de São Paulo. Foram selecionadas 5 turmas, 3 das quais eram do Ensino Fundamental, especificamente turmas do 8º ano e duas do Ensino Médio, exclusivamente turma do 3º ano.

No primeiro momento foi, sem nenhuma explicação do conteúdo, aplicado uma avaliação diagnóstica com questões de MMC e MDC de números naturais retirados de livros didáticos de Matemática do 6º ano e também de provas externas como a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas).

Logo após a análise dos resultados da avaliação diagnóstica, foi revisado muito rapidamente os conceitos de MMC e MDC de números naturais pois os alunos, em sua maioria não conseguiram ter êxito na avaliação.

A autora propôs, então, aos alunos que trouxessem nos próximos encontros materiais, como: palitos de fósforo para os discentes trabalharem a construção de triângulos; livros de história da Matemática relacionados a Pitágoras; problemas contextualizados envolvendo MMC e MDC entre outros recursos.

Finalizando o projeto, a pesquisadora aplicou uma segunda avaliação, que teve o intuito de verificar a eficácia do projeto, onde pode perceber que não houve melhoras significativas na maioria dos casos e que os alunos ainda não compreendiam os conceitos de múltiplos e divisores e não haviam ainda internalizado o algoritmo da divisão.

Fiorelli (2017) concluiu que os questionamentos são importantes de serem feitos, tais como: será que o projeto está muito além da capacidade intelectual dos alunos?; os alunos possuíam os pré-requisitos necessários para a verdadeira compreensão desses conceitos? Por fim a autora vê seu trabalho como um grande desafio e incentivo aos colegas de trabalho.

3.4.3 Estudos teóricos

São estudos que propõem alguns conceitos e ideias novas sobre múltiplos e divisores.

Na dissertação de Dias (2013), da Universidade Estadual Paulista, intitulada: “Números primos e divisibilidade: estudo de propriedades” encontramos um trabalho que teve como objetivo apresentar os fundamentos da divisibilidade, estudar as propriedades dos números primos, sua associação com fatoriais e com progressões aritméticas, além de apresentar alguns resultados equivalentes a conjectura de Goldbach que acreditava que todo número par maior ou igual que 4 pode ser escrito com a soma de dois primos.

O trabalho de Dias (2013), além de fazer abordagens a aspectos conceituais a respeito de números primos e divisibilidade enfatizando sobre todas suas propriedades, também elucida a conjectura de Goldbach e suas proposições. Preocupa-se também com a aplicação do tema em sala de aula, mostrando as relações de divisibilidade e números primos com outros assuntos como fatoriais e progressões com o intuito de facilitar o entendimento de tais conceitos.

No trabalho de Ribeiro e Santos (2016), da Universidade do Estado do Pará, intitulado “ Conjecturas sobre números primos” encontramos um texto que objetivou apresentar um breve resumo dos números primos e algumas

conjecturas e teorias pouco vistas relacionadas ao tema, além de abordar a célebre conjectura de Goldbach.

Os autores usaram como metodologia de pesquisa a busca de uma abordagem histórica sobre alguns personagens importantes que estiveram relacionados diretamente aos números primos, além de analisar a forma como alguns números primos particulares são tratados, dando ênfase também as conjecturas que envolvem o assunto, em especial a de Goldbach.

Ribeiro e Santos (2016), acreditam que com o seu trabalho, conseguiram colaborar no sentido de tornar mais divulgado um tema pouco explorado, mas muito questionado no meio matemático, e concluíram que ainda existem muitos fatos obscuros que precisam ser elucidados por trabalhos futuros acerca dos números primos.

3.4.4 Estudos propositivos

São estudos que apresentam propostas sem aplicá-las.

Na dissertação de Maurício (2014), da Universidade Federal do Espírito Santo, cujo tema é “Uma proposta de sequência didática para o ensino de MMC e MDC na Educação Básica”. Encontramos um trabalho que teve por objetivo propor uma sequência didática voltada aos professores da educação básica, principalmente, da rede pública estadual.

Essa sequência tratava em especial do cálculo do MDC por meio da divisão euclidiana, discorrendo um pouco sobre divisibilidade, MMC e números primos. A proposta em questão foi formada por 4 capítulos e em cada um deles havia uma lista de exercícios e ao final do último capítulo uma sequência de exercícios complementares.

Pollig (2014) realizou um estudo sobre etnoMatemática que teve por objetivo apresentar uma sugestão de aplicação da mesma em sala de aula, especificamente no ensino de múltiplos e divisores em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, fazendo uso dos trabalhos de cestaria indígena.

A metodologia usada se daria através de mini oficinas que seriam auxiliadas pelos docentes, onde os alunos teriam a oportunidade de reproduzir cestarias indígenas com material de EVA e canudos bem como aprender mais

sobre etnoMatemática. Os conceitos de múltiplos e divisores poderiam ser encontrados, por exemplo, na quantidade de canudos que poderiam ou não confeccionar um cesto, além de trabalhar outros conceitos como geometria e simetria. Segue abaixo algumas figuras de cestaria indígena.

Figura 23 - Cestaria indígena 1



Fonte: Pollig (2014, p. 47).

Figura 24 - cestaria indígena 2



Fonte: Pollig (2014, p. 50).

Observando estes cestos, percebe-se que a decoração realizada nas paredes depende do comprimento da diagonal do fundo quadrado e do número de tiras paralelas que formam esse fundo que deve ser múltiplo do período do

motivo decorativo da parede. No cesto o fundo tem centro rotacional de ordem 4, cada quadrante tem a estrutura $4+4+4+4=16$, 16 é múltiplo de 4, o que faz com que o período da parede cilíndrica também seja múltiplo de 4.

As análises desses cestos, a oficina e o trabalho de reflexão e questionamentos podem ser desenvolvidas antes da sistematização do conceito de múltiplos e divisores, pois os alunos já teriam construído esses cestos, o que faria com que a apresentação do conceito teórico se tornasse mais agradável. A outra conclui que a etnoMatemática assim como a história da Matemática, não pode ser esquecida e nem encarada como uma ciência inovadora que só deve ser explorada por pesquisadores, e sim como uma ferramenta que auxiliará o trabalho em sala de aula.

Os trabalhos revisados contribuíram com a pesquisa no sentido de revelar a necessidade de estratégias didáticas e metodologias para o ensino de divisibilidade de números naturais.

3.4.5 Resultados e análises dos trabalhos

3.4.5.1. Por categoria

O quadro a seguir apresenta uma síntese dos trabalhos revisados por categoria.

Quadro 8 - síntese dos trabalhos revisados

(Continua)

ESTUDOS EXPERIMENTAIS	RESULTADOS
Silva Neto e Almeida(2013); Jardim e Portanova(2012); Sant'ana, Souza e Marinho(2016); Valentim(2017);Fernandes(2016); Brehm(2015); Silva(2013); Silva(2014);Rodrigues, Aramam e Reis(2017);Mueller(2013); Barbosa(2016).	Os Trabalhos apontaram novas abordagens quanto ao uso de recursos didáticos e metodologias de ensino no processo de ensino e aprendizagem de divisibilidade de números naturais como: jogos educativos, tecnologias de informação e materiais manipulativos.

(Continua)

ESTUDOS DIAGNÓSTICOS	RESULTADOS
Fiorelli(2017)	Os resultados desse estudo mostraram um déficit no ensino de divisibilidade que aponta a influência do ensino tradicional, além de outros fatores.
ESTUDOS TEÓRICOS	RESULTADOS
Dias (2013); Ribeiro e Santos (2016)	Nesses estudos foram propostos conceito e/ou ideias sobre divisibilidade de números naturais. De acordo com esses estudos os fundamentos de divisibilidade estão associados com fatoriais e progressões aritméticas, bem como as abordagens históricas relacionadas a números primos e conjecturas.
ESTUDOS PROPOSITIVOS	RESULTADOS
Maurício (2014); Pollig (2014)	Esses estudos propuseram sugestões de metodologias diferenciadas da habitual para o ensino de divisibilidade de números naturais, fazendo uso de sequência didática e etnoMatemática.

Fonte: revisão de estudos (2018).

3.5.5.2. Global

A revisão de estudos foi de suma importância para se ter uma base na construção de uma sequência didática, uma vez que foram identificadas algumas dificuldades dos alunos na aprendizagem de divisibilidade de números naturais, bem como de professores ao ministrar tal conteúdo. Além disso, os estudos revisados mostraram algumas metodologias que apresentaram resultados positivos que servirão de referência na elaboração de uma sequência didática.

Os resultados desta pesquisa foram satisfatórios para que pudéssemos perceber as várias maneiras que o ensino de múltiplos e divisores de números

naturais vem sendo abordado e quais as principais dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudarem tal assunto. O trabalho foi elaborado segundo o pressuposto de que a Matemática em geral é trabalhada de forma expositiva e tradicional.

Deste modo, o levantamento bibliográfico se fez necessário para sabermos como o ensino de Matemática, especificamente de múltiplos e divisores vem sendo tratado e quais lacunas precisam ser preenchidas por futuros trabalhos que possam vir a propor novas metodologias. De modo geral encontramos trabalhos que mostraram proposições reais em buscar saídas para melhores aulas, e que mostraram métodos de ensino capazes de despertar um interesse maior por parte dos alunos, de forma que eles puderam interagir mais na construção de seu próprio conhecimento. A seguir, com a intenção de verificar como o tema foi trabalhado, mostraremos o resultado de uma consulta a discentes que já estudaram divisibilidade de números naturais.

3.5 CONSULTA A EGRESSOS

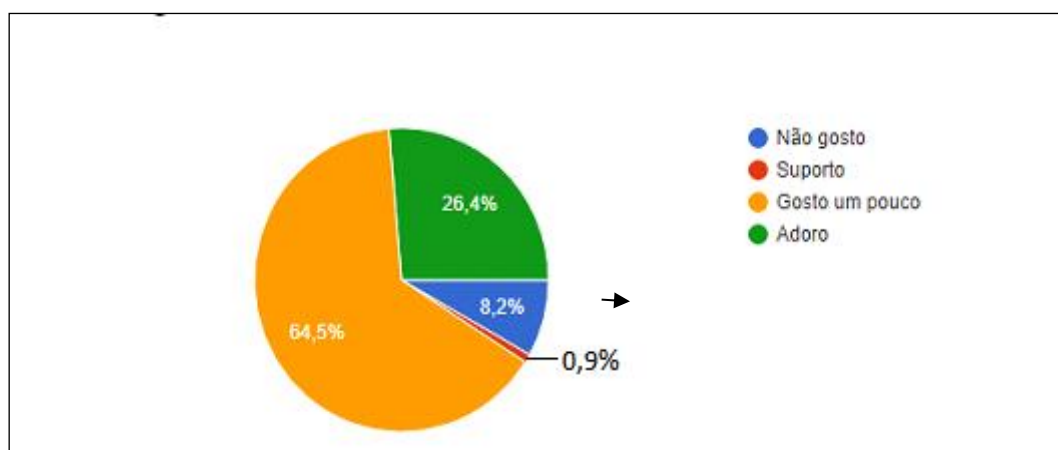
Nesta subseção apresentamos os resultados de uma consulta realizada com 111 estudantes do 7º ano de uma escola pública municipal de São João de Pirabas/PA, durante o mês de junho de 2017. As informações foram produzidas por intermédio de um questionário sócio- econômico composto por perguntas fechadas e abertas e um teste de sondagem. O referido instrumento de pesquisa continha questões referentes ao perfil dos estudantes tais como: idade, sexo, escolaridade dos pais, hábitos de estudos e afinidade com a disciplina Matemática, além da prática pedagógica, utilizada pelos professores, no ensino de divisibilidade de números naturais, percebida pelos discentes, e também o grau de dificuldades que os mesmos apresentavam para aprender tal conteúdo. O teste era composto por dez questões que versavam sobre divisibilidade de números naturais.

3.5.1 Perfil dos Discentes

No que diz respeito à análise dos dados obtidos na pesquisa que contou com a participação efetiva de 111 alunos como já foi citado, é importante ressaltar que desse total, 57,7% eram do sexo masculino e que 42,3% eram do sexo feminino, enfatizando assim uma certa predominância de discentes do sexo masculino.

Ao analisarmos as respostas obtidas na questão 06 do questionário evidenciada abaixo no gráfico 01, que trata sobre a afinidade que os alunos têm com a Matemática, tivemos a intenção de verificar o ponto de vista de um modo geral que os discentes têm em relação a disciplina. Os dados revelaram que 64,5% ou seja a maioria gostava apenas um pouco de Matemática, 8,2% não gostava. 26,4% disseram adorar e que apenas 0,8% disseram suportar a referida disciplina. Como podemos observar no gráfico 01 abaixo:

Gráfico 1 - Você gosta de Matemática?



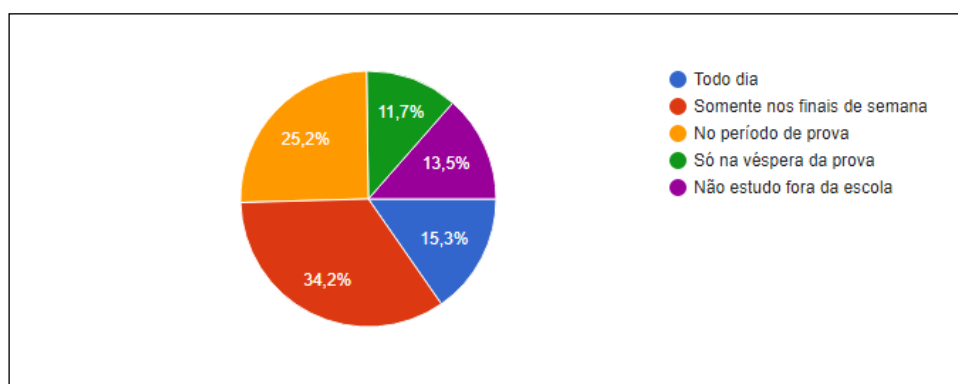
Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

Os dados revelam no gráfico 01, que um número significativo de alunos não gostava de estudar matemática, e que a maior parte afirmava gostar apenas um pouco da disciplina. Dentro dessa realidade, acreditamos que esses discentes de uma forma geral, precisem de metodologias e abordagens educacionais que possam além de motivá-los, façam com que os mesmos sejam mais ativos no processo de construção do conhecimento.

Lira (2017), afirma que cada vez mais torna-se necessária a inovação e o desenvolvimento de conteúdos matemáticos de forma diferenciada para que os discentes tenham a possibilidade de visualizar uma possível utilização do assunto trabalhado em sala de aula na realidade a qual estão inseridos, e também para o seu futuro.

Os resultados obtidos quando questionados a respeito de estudarem fora da escola, com finalidade de saber com que frequência os alunos estudavam Matemática fora do ambiente escolar, foram que 15,3% estudam todo dia, 34,2% somente nos fins de semana, 25,2% no período de prova, 11,7% só na véspera de prova e 13,3% responderam que não estudam fora do recinto escolar, informações que podemos visualizar no gráfico 02 abaixo:

Gráfico 2 - Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?



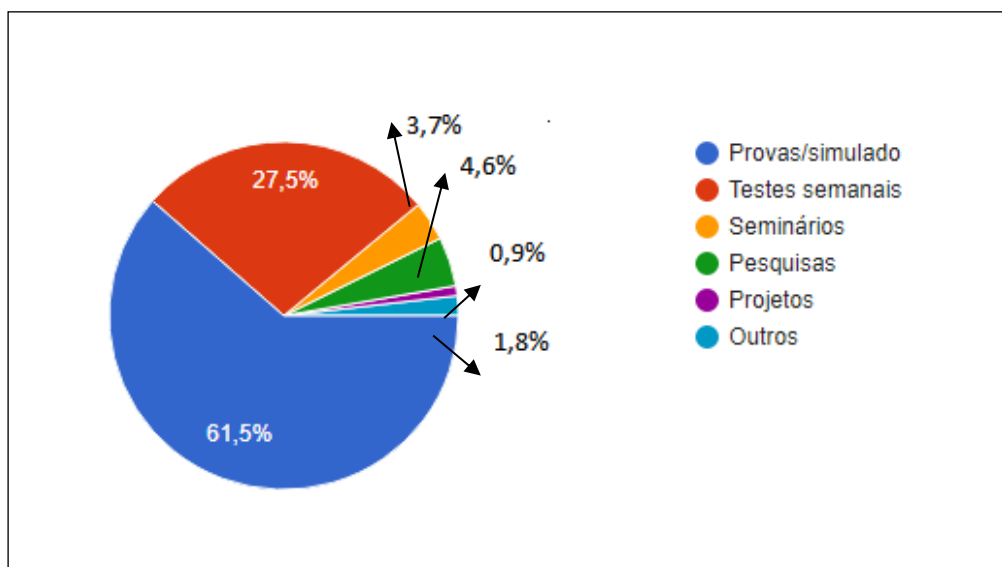
Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

Analisando o gráfico 02, notamos que mais da metade não estudava Matemática com regularidade, dado preocupante que pode está ligado diretamente ao método avaliativo tradicional a que são submetidos . De acordo com Duarte(2015), a avaliação da aprendizagem escolar obedece a um modelo de sociedade autoritária e burguesa, e é utilizada de forma equivocada como um instrumento disciplinar e classificatório, fazendo da aprovação ou reprovação um fato rotineiro escolar que se encerra por si só, não tendo outro objetivo.

Ainda tratando de avaliação, de acordo com as respostas obtidas quando questionados a respeito da forma como são avaliados, obtemos resultados que mostraram que 61,5% dos discentes diziam ser avaliados através de provas e simulados, 27,5% testes semanais, 3,7% seminários, 4,6% faziam pesquisas,

0,9% realizavam projetos e 1,8% eram submetidos a outras formas de avaliação. A partir desses dados foi construído o gráfico 03 abaixo:

Gráfico 3 - Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu professor(a) de Matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem

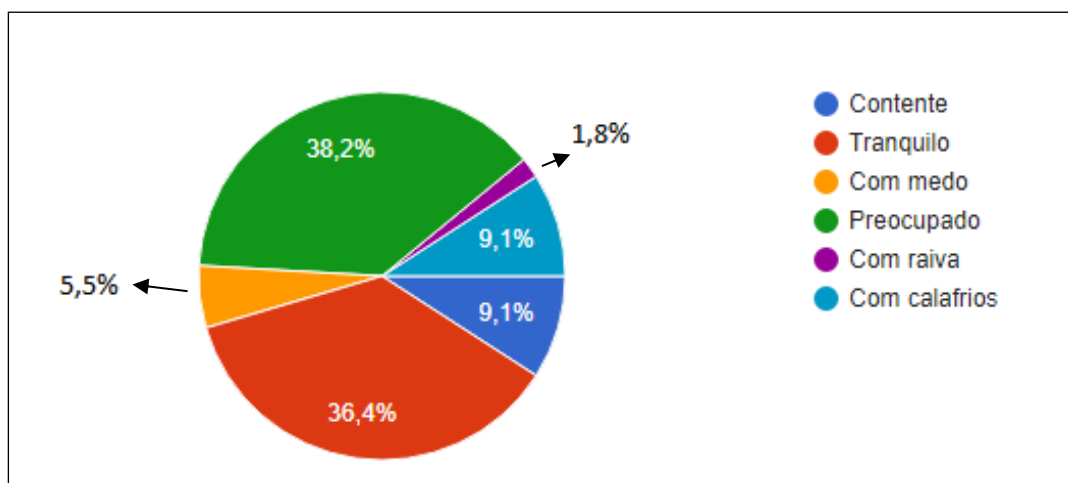


Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

Com a análise do gráfico 03, podemos perceber que o método tradicional de avaliação impera em nossas escolas em detrimento de outros métodos avaliativos de caráter mais contínuo. Segundo Camargo (2011), as avaliações que ocorrem nas escolas públicas, quase sempre estão ocorrendo de maneira tradicional, ou seja, com notas ou conceitos obtidos através de testes, provas ou simulados, contrariando assim as legislações vigentes que sugerem um processo contínuo.

As respostas obtidas no que diz respeito as sensações dos alunos quando estão diante de uma avaliação de Matemática, mostraram que apenas 9,1% ficavam contentes durante a prova, 36,4% ficavam tranquilos, 5,5% ficavam com medo, 38,2% ficavam preocupados, 1,8% ficavam com raiva e 9,1% diziam sentir calafrios diante de uma prova de Matemática, essas informações nos permitiu elaborar o gráfico 04 abaixo:

Gráfico 4 - Como você se sente quando está diante de uma avaliação em Matemática?



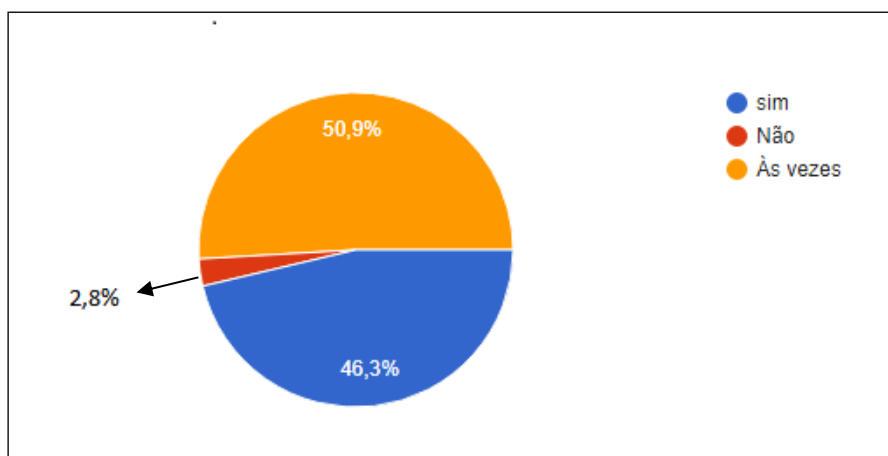
Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

O gráfico 04 apresenta os sentimentos que os discentes demonstram ao serem submetidos a uma avaliação de Matemática, os dados apontam um número de 54,6% que não se sentem a vontade diante de um processo avaliativo da disciplina em questão. Esse resultado talvez possa ser atribuído ao fato de que os alunos são submetidos a um exame no qual suas capacidades são mensuradas através de notas ou conceitos, já que o processo avaliativo se dá na maioria das vezes através de provas ou simulados.

A visão de Ferraz e Macedo (2003) em relação a avaliação escolar é que a mesma faz emissão de conceitos e / ou notas, fator responsável por uma imagem difusa da escola como da “prova” que “aprova ou reprova”, que hierarquiza, classifica, seleciona, separa e divide os sujeitos, estigmatizando-os em sujeitos “fortes” os que tiveram bom desempenho, e “fracos” os que não tiveram sucesso na prova.

Os discentes também foram questionados se conseguiam relacionar os conteúdos matemáticos de divisibilidade de números naturais ministrados em sala de aula com o seu dia-a-dia, onde obtivemos que 46,3% conseguiam relacionar, 50,9% só conseguiam às vezes e 2,8% não conseguiam fazer nenhuma associação, mostrando que mais da metade dos discentes tinham dificuldades de fazer a relação do conteúdo visto na escola com o seu cotidiano. Os resultados são evidenciados no gráfico 05 abaixo:

Gráfico 5 - Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos em sala de aula com o dia a dia?



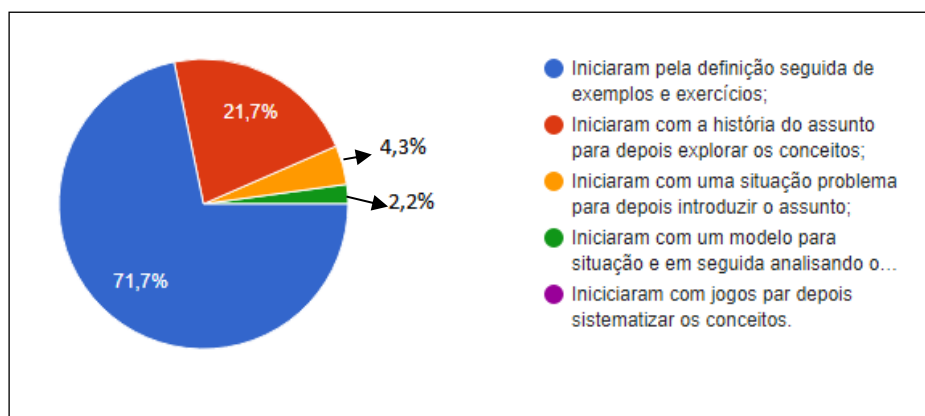
Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

De acordo com o gráfico 05, podemos perceber que a maioria não conseguia fazer associação dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia de maneira plena. Esse fato pode estar relacionado com a predominância das metodologias tradicionais que não estão em sintonia com as implicações dos PCN, que aponta o currículo como elemento formador de cidadãos críticos e cientes de sua realidade.

Segundo Pollig (2014), mesmo com novas metodologias e abordagens educacionais, muitos alunos mostram desinteresse e desmotivação ao aprender novos conteúdos matemáticos. Esse desinteresse e desmotivação ora são por não visualizarem suas aplicações na prática diária, ora pela abstração do conteúdo transmitido, ora por falta de habilidade do docente em adequar a linguagem para a faixa etária e vivências dos discentes.

Por fim, analisamos as respostas dos alunos quando questionados a respeito de como as aulas de múltiplos e divisores de números naturais eram conduzidas pelos professores ao longo de seus estudos, os resultados obtidos foram que 71,7% das aulas iniciavam-se pela definição seguida de exemplos e exercícios, 21,7% iniciavam-se com a história do assunto para depois explorar os conceitos, 4,3% iniciavam-se com uma situação problema para depois introduzir o assunto, 2,2% iniciavam-se com um modelo e em seguida analisando o modelo e 0,1% iniciavam-se com jogos para depois sistematizar os conceitos. A partir dessas informações construímos o gráfico 06, mostrado a seguir:

Gráfico 6 - Quando você estudou o ensino de divisibilidade de números naturais a maioria das aulas:



Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

A partir da análise do gráfico 06, podemos constatar que a grande maioria das aulas de múltiplos e divisores de números naturais iniciavam-se pela definição seguida de exemplos e exercícios, ou seja, de maneira bem tradicional, sem seguir as referências indicadas pelos PCN. Um percentual muito baixo de alunos diziam ter presenciado aulas com uso de tendências como a de resolução de problemas, história da Matemática, modelagem Matemática e jogos matemáticos.

De acordo com Montenegro et al (2016), a resolução de problemas facilita a visualização de conceitos matemáticos como o de múltiplos e divisores de números naturais, por ser uma capacidade Matemática fundamental e uma base importante para a aprendizagem de conceitos, procedimentos e representações Matemáticas .

A SEF (Secretaria de Educação Fundamental, Brasil,1988), destaca também outros caminhos para se trabalhar a Matemática escolar, dentre eles: a história da Matemática, a modelagem Matemática, as tecnologias da informação e comunicação (TIC's) e os jogos matemáticos como recursos que podem oferecer novas estratégias de aprendizagem.

Ao continuarmos as análises dos dados obtidos na pesquisa, apresentaremos a seguir o quadro 09, que se refere ao grau de dificuldades de acordo com relatos dos estudantes quando estudaram múltiplos e divisores de números naturais, onde "MF" significa muito fácil, "F" significa fácil, "R" significa regular, "D" significa difícil e "MD" significa muito difícil.

Quadro 9 - Respostas sobre as aulas de divisibilidade de números naturais

CONTEÚDO	VOCÊ LEMBRA DE TER ESTUDADO?		QUAL GRAU DE DIFICULDADE VOCÊ TEVE PARA APRENDER?				
	SIM	NÃO	MF	F	R	D	MD
CONCEITO DE DIVISIBILIDADE	23%	77%	4%	5%	13%	10%	0%
CONCEITO DE NÚMERO PRIMO	74%	26%	13%	29%	25%	6%	1%
DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS	46%	54%	2%	15%	14%	11%	4%
CONCEITO DE MÚLTIPLO	55%	45%	5%	18%	19%	11%	2%
DETERMINAÇÃO DE MÚLTIPLOS	31%	69%	4%	6%	7%	11%	3%
PROPRIEDADE DE MÚLTIPLOS	36%	64%	7%	4%	8%	6%	1%
MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)	49%	51%	11%	15%	14%	5%	4%
CÁLCULO MENTAL DO MMC	39%	61%	7%	6%	12%	11%	3%
PROBLEMAS ENVOLVENDO MMC	37%	63%	9%	10%	14%	3%	1%
CONCEITO DE DIVISOR	59%	41%	7%	12%	16%	18%	6%
DETERMINAÇÃO DOS DIVISORES	52%	48%	3%	7%	25%	11%	6%
PROPRIEDADE DOS DIVISORES	36%	64%	3%	6%	14%	8%	5%
MÁXIMO DIVISOR COMUM	35%	65%	7%	15%	7%	5%	1%
CÁLCULO MENTAL DO MDC	28%	72%	5%	7%	7%	7%	2%
PROBLEMAS ENVOLVENDO MDC	31%	69%	6%	2%	16%	5%	2%

Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

Ao analisarmos o quadro 09, onde as respostas dos estudantes são dados percentuais, podemos chegar a conclusões de que os tópicos de múltiplos e divisores de números naturais mais lembrados pelos discentes são o conceito de números primos (74%) e o conceito de divisor (59%). Em contrapartida tópicos como conceito de divisibilidade (77%), determinação dos múltiplos (69%), propriedade dos múltiplos (64%), problemas envolvendo MMC (63%), propriedade dos divisores (64%), máximo divisor comum (65%), cálculo mental do MDC (72%) e problemas envolvendo MDC (69%) apresentam uma taxa de não lembrança significativa, o que nos leva a inferir que esses tópicos ou não foram vistos pelos docentes ou vistos de maneira não significativa para os estudantes. Ainda analisando o quadro 09, podemos observar também que uma parte considerável dos alunos disseram não lembrar de decomposição em

fatores primos (54%), mínimo múltiplo comum (51%), conceito de divisor (41%) e determinação dos divisores (48%).

No que diz respeito aos graus de dificuldades dos tópicos de múltiplos e divisores, analisando as respostas dos discentes, podemos perceber que dentre outros, os tópicos considerados mais difíceis com maiores percentuais no quesito como o conceito de múltiplo (11%), cálculo mental do MMC (11%), determinação dos divisores (11%), determinação dos múltiplos (11%) e conceito de divisor (18%) tiveram também um percentual alto de não lembrança, o que nos leva a afirmar que quanto mais os discentes achavam o assunto difícil, menos a informação fica guardada na lembrança, cabendo ao docente então buscar estratégias mais atraentes de ensino, para para que o caminho não seja tão dificultoso e o aluno possa guardar as informações de forma mais significativa.

De acordo com os PCN, é interessante que o professor possa conceber e por em prática situações e procedimentos que venham motivar e engajar os estudantes no processo de ensino e aprendizagem, a fim de que os mesmos possam ver significado naquilo que estão estudando, tornando dessa forma a interação muito mais prazerosa .

A seguir mostraremos no quadro 10, o resultado do teste aplicado aos estudantes envolvendo divisibilidade de números naturais, teste esse que continha 10(dez) questões de múltipla escolha com quatro alternativas cada questão, as quais estão separadas por grau de dificuldade fácil, médio e difícil, obedecendo um processo gradativo de dificuldade.

Quadro 10- Percentual de acertos das questões do teste

(Continua)

ACERTOS POR QUESTÃO		
QUESTÕES	PERCENTUAL	GRAU DE DIFICULDADE
1 ^a	86,9%	Fácil
2 ^a	39,6%	Fácil
3 ^a	Anulada	Fácil

(Conclusão)

ACERTOS POR QUESTÃO		
QUESTÕES		
4 ^a	6,6%	Médio
5 ^a	38%	Médio
6 ^a	35,2%	Médio
7 ^a	82,9%	Fácil
8 ^a	43,5%	Difícil
9 ^a	26,9%	Difícil
10 ^a	41,5%	Difícil

Fonte: Dados da pesquisa de campo 2017.

De acordo com o quadro 10, podemos observar que os estudantes conseguiram um percentual alto de acertos nas questões consideradas fáceis, haja visto que, com exceção da segunda questão que foi anulada por não apresentar a alternativa correta, eles tiveram uma taxa de acertos acima de 80%, porém esse percentual cai nas questões consideradas médias, como por exemplo a sexta questão onde a taxa ficou em 35,2% de acertos. Nas questões consideradas difíceis a taxa não superou os 50% de acertos.

O aproveitamento desse teste corrobora para comprovar os déficits apresentados pelos demais dados da pesquisa apresentada, uma vez que mostram a necessidade de mudança, não só por parte de discentes e família, que precisa estar mais envolvida no processo educacional, como por parte de professores que, em sua maioria, ainda usam metodologias consideradas tradicionais, divergindo das sugeridas pelos PCN, bem como por parte do poder público que deixa a desejar em oferecer melhores condições de trabalho não só para os professores como também para os educandos.

A seguir apresentaremos a concepção e análise a priori de nosso trabalho.

4 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI*

Nesta seção apresentamos os resultados da segunda etapa da pesquisa, dando ênfase a forma como tem sido visto o ensino de Matemática por parte de alguns autores; algumas tendências metodológicas para o ensino da referida disciplina, destacando o ensino por atividades; e, o material elaborado para a experimentação: a sequência didática com as análises prévias de cada atividade.

4.1 ENSINO DE MATEMÁTICA

No Ensino Fundamental é muito comum os discentes apresentarem muitas dificuldades ante aos conceitos matemáticos, contribuindo para que a disciplina seja apontada como um dos fatores que levam ao fracasso escolar, o que é um motivo de grande preocupação, haja visto que a Matemática faz parte do cotidiano de todos nós, e ter habilidades com ela se faz necessário para que se tenha autonomia e independência social.

No entanto, o que encontramos hoje nas escolas brasileiras é uma geral preocupação, por parte de docentes, com que tipo de Matemática ensinar e como ensinar. Para Berti (2005), a história do ensino dessa ciência nos conta que essa preocupação já existia entre os que a trabalhavam com ela entre os séculos VI e IV ac

Segundo a revista, “Isto É”, de 06/11/17, o horror à Matemática é um traço cultural significativo no Brasil. Não por acaso, temos um dos piores desempenhos na disciplina no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). O fato curioso é que este mesmo país abrigue o instituto de Matemática pura e aplicada (IMPA), centro de excelência no ensino da matéria, vindo até a ser comparado com instituições de renome internacional como: Stanford, MIT e Harvard.

Em pesquisa realizada no mês de junho de 2017, numa escola de Ensino Fundamental do município de São João de Pirabas, nordeste paraense, questionamos 111 alunos a respeito de como se dá o processo de ensino em

Matemática. A análise dos resultados mostrou que 72% da amostra dizem ter aulas de Matemática pelo método tradicional.

Para Miguel (2005), uma análise atenta do fazer pedagógico cotidiano revelará que as crianças que chegam à escola normalmente gostam de Matemática. Entretanto, não será difícil constatar também que esse gosto pela Matemática decresce proporcionalmente ao avanço dos alunos pelos diversos ciclos do sistema de ensino, processo que culmina com o desenvolvimento de um sentimento de aversão, apatia e incapacidade diante da Matemática.

Segundo o mesmo autor, o desinteresse e o baixo rendimento dos alunos em Matemática, historicamente decorrente da forma tradicional de veiculação do conhecimento matemático, contrastam com o conteúdo lúdico e a beleza formal da disciplina, e que a preocupação com operações rotineiras e memorização mecânica dos conceitos matemáticos, prejudica o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Muito se tem discutido sobre o lugar e o significado das competências e habilidades que são exigidas dos indivíduos na sociedade atual. No caso do ensino da Matemática, essa preocupação resulta de uma forte pressão sobre a escola, para que a formação dos alunos priorize pelo desenvolvimento de habilidades que vão muito além dos conhecimentos específicos e dos procedimentos matemáticos.

Atualmente em nossas escolas, o predomínio da reprodução de conhecimentos é evidente, aprendemos da mesma forma que nossos pais aprenderam e, ensinamos do mesmo jeito que aprendemos. Para Piaget apud Sá (2019), o principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram.

De acordo com Alves (1994, p.21) apud Sá (2019), a escola faz um treinamento brutal, com o propósito de preparar um grande número de jovens, para se tornarem usáveis e abusáveis pelo governo, a serviço da economia. Ou seja, pessoas sem nenhuma autonomia ou poder de decisão junto a sociedade.

Talvez a mais importante provocação teórico-metodológica de uma proposta de formação de conceitos matemáticos seja:

A compreensão do educador como mediador do processo de construção do conhecimento, criando situações pedagógicas para que o aluno exercite a capacidade de pensar e buscar soluções para os problemas apresentados. Através de ações sobre os objetos, inventando e descobrindo relações, estruturando o seu pensamento lógico- matemático [...] (MIGUEL, 2005, p.379).

De acordo com Sá (2019), o ensino de Matemática que predomina hoje é feito por meio da seguinte sequência: apresentação de conceitos ou definições, seguidas de exemplos e contra- exemplos, teoremas e propriedades e concluído com a proposta de questões a serem resolvidas. O mesmo autor enfatiza que essa forma de ensinar Matemática tira, para a maioria das pessoas, a oportunidade de perceber o lado humano da construção do conhecimento matemático.

Com o intuito de buscar melhores resultados no ensino da Matemática, utilizam-se tendências tais como: resolução de problemas, modelagem Matemática, etnoMatemática, jogos, história da Matemática, novas tecnologias, investigação Matemática e o ensino de Matemática por atividades, que daremos ênfase, pelo fato de pretendermos utilizar neste trabalho.

Segundo Sá (2019), o ensino por atividades é a tendência que se baseia no princípio de que a ação precede os conceitos. Para o mesmo autor, esta tendência apresenta vantagens tais como;

- Melhora da autoestima do estudante.
- As regras são o final do processo.
- A interação entre os estudantes é maior.

A divisão didática do ensino por atividades, segundo Sá (2019), fica da seguinte maneira:

Organização: Em equipes de no máximo 4 e no mínimo 2 alunos.

Apresentação: Momento em que o professor faz a distribuição do material para os estudantes.

Execução: Momento em que os estudantes desenvolverão as atividades, ou seja, o experimento propriamente dito.

Registro: Momento em que cada equipe faz as anotações das informações (um membro de cada equipe deve socializar no quadro branco).

Análise: Momento em que cada equipe analisa as informações registradas e descobre uma relação válida.

Institucionalização: Momento em que será produzida a conclusão oficial a partir das conclusões das equipes.

Sá (2009), afirma que o ensino da Matemática por atividades tem como principal característica a interação do estudante com o professor e do estudante com os demais colegas de classe durante o processo de construção do conhecimento acerca do objeto estudado. Vale ressaltar alguns elementos importantes na fase de elaboração das atividades, conforme Sá (2009, p. 18):

As atividades devem apresentar-se de maneira auto orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem

Toda atividade deve procurar conduzir o aluno à construção das noções Matemáticas através de três fases: experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica das noções construídas.

As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os discentes, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles;

As atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias Matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele.

Nesse sentido, tomando como base as análises feitas, elaboramos uma sequência didática constituída por 20 atividades que visam trabalhar os conceitos e propriedades de divisibilidade com números naturais, onde após os grupos de atividades propomos para os estudantes a resolução de algumas questões.

4.2 ATIVIDADES PARA O ENSINO DE DIVISIBILIDADE COM NÚMEROS NATURAIS

Nesta subseção apresentamos atividades relacionadas ao ensino de divisibilidade de números naturais, que buscam abordar temas como: O conceito de divisor e de múltiplo, menor e maior divisor de um número natural, números primos e compostos, critérios de divisibilidade, fatoração numérica, teorema fundamental da aritmética, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, propriedade que envolve o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum,

conjectura de Goldbach e uma relação entre a soma de dois números naturais, além de questões propostas sobre os referidos temas.

4.2.1. Atividade 1

Atividade 01

Título: Divisores de um número natural

Objetivo: Conceituar divisores de um número natural.

Material: Roteiro da atividade, papel, lápis/caneta e calculadora.

Procedimento: Determine o quociente e o resto de cada divisão.

- a) $12 \div 3$ b) $12 \div 5$ c) $12 \div 6$ d) $18 \div 6$ e) $18 \div 7$ f) $18 \div 9$
 g) $20 \div 6$ h) $20 \div 5$ i) $20 \div 10$ j) $15 \div 5$ k) $15 \div 3$ l) $15 \div 6$
 m) $16 \div 4$ n) $16 \div 8$ o) $16 \div 9$ p) $30 \div 6$ q) $30 \div 15$ r) $30 \div 7$

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)				
b)				
c)				
d)				
e)				
f)				
g)				
h)				
i)				
j)				
k)				
l)				
m)				
n)				
o)				
p)				
q)				
r)				

Observação:

Análise a priori: Nesta atividade, acreditamos que os estudantes apresentem dificuldades, pelo fato de ser para eles a primeira experiência relacionada com ensino por atividades. Ainda assim esperamos que os discentes, após a determinação dos quocientes e restos de cada divisão e o

preenchimento do quadro, observem que há dois tipos de divisão: as que têm resto zero (o divisor cabe um número inteiro de vezes no dividendo), e as que não têm resto zero, a fim de que possamos institucionalizar o conceito de divisor de um número natural. Após o momento do registro objetivamos ter o seguinte preenchimento:

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	5	2	2
c)	12	6	2	0
d)	18	6	3	0
e)	18	7	2	4
f)	18	9	2	0
g)	20	6	3	2
h)	20	5	4	0
i)	20	10	2	0
j)	15	5	3	0
k)	15	3	5	0
l)	15	6	2	3
m)	16	4	4	0
n)	16	8	2	0
o)	16	9	1	7
p)	30	6	5	0
q)	30	15	2	0
r)	30	7	4	2

4.2.2. Atividade 2

Atividade 02

Título: Menor e maior divisor de um número natural

Objetivo: Descobrir uma relação entre o menor e o maior divisor de um número natural.

Material: Roteiro, caneta ou lápis.

Procedimento: Determine os divisores dos seguintes números:

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

a) 3	c) 8	e) 11	g) 14	i) 16
b) 6	d) 10	f) 12	h) 15	j) 25

Ordem	Número	Menor divisor do número	Maior divisor do número
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			
f)			
g)			
h)			
i)			
j)			

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Nesta atividade, acreditamos que os alunos já não tenham tantas dificuldades, pois a experiência com a atividade anterior deu aos mesmos uma certa segurança para a realização desta. No momento do registro esperamos que os estudantes, após a determinação dos divisores dos números propostos e preenchimento do quadro, observem que na coluna **menor divisor**

do número sempre dá 1, e na coluna **maior divisor do número** sempre dá o próprio número, e que desta forma possam concluir que o menor divisor de um número natural é sempre 1, e o maior divisor sempre é ele mesmo. Após o momento do registro, esperamos que o preenchimento fique preenchido da seguinte forma:

Número	Divisores do número	Menor divisor do número	Maior divisor do número
3	1,3	1	3
6	1,2,3,6	1	6
8	1,2,4,8	1	8
10	1,2,5,10	1	10
11	1,11	1	11
12	1,2,3,4,6,12	1	12
14	1,2,7,14	1	14
15	1,3,5,15	1	15
16	1,2,4,8,16	1	16
25	1,5,25	1	25

4.2.3. Atividade 3

Atividade 03**Título:** Múltiplos de um número natural**Objetivo:** Conceituar múltiplos de um número natural.**Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta e máquina de calcular.**Procedimento:** Preencha o quadro respondendo às perguntas com um x.

1º Número	2º Número	O 1º número é divisível pelo 2º número?		O 1º número pode ser escrito como a multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7				
22	3				
19	5				
16	4				
24	4				
26	6				
30	5				
40	8				
60	9				
70	7				

Observação:

Análise a priori: Diante desta atividade, acreditamos que os alunos tenham dificuldades para responder a segunda pergunta do quadro, nesse momento estimularemos os participantes a pensarem na tabuada de multiplicação de cada segundo número. Após isso, esperamos que os estudantes, ao responderem o quadro, observem que a primeira resposta converge com a segunda, possibilitando-nos a institucionalizar o conceito de múltiplos de um número natural. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

1º Número	2º Número	O 1º número é divisível pelo 2º número?		O 1º número pode ser escrito como a multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	X		X	
22	3		X		X
19	5		X		X
16	4	X		X	
24	4	X		X	
26	6		X		X
30	5	X		X	
40	8	X		X	
60	9		X		X
70	7	X			X

4.2.4. Atividade 4

Atividade 04**Título:** Números primos e compostos**Objetivo:** Conceituar números primos e compostos.**Material:** Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.**Procedimento:** Preencha a tabela com os divisores dos números.

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2		18	
4		19	
11		30	
20		67	
25		60	
13		68	
16		70	
17		101	

Observação:

Análise a priori: Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após o preenchimento do quadro, consigam observar que há números com apenas dois divisores (a unidade e o próprio número), e que há números com mais divisores além da unidade e dele próprio, a fim de que possamos institucionalizar os conceitos de números primos e compostos. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Número	Divisores do número	Número	Divisores do número
2	1,2	18	1,2,3,6,9,18
4	1,2,4	19	1,19
11	1,11	30	1,2,3,5,6,10,15,30
20	1,2,4,5,10,20	67	1,67
25	1,5,25	60	1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60
13	1,13	68	1,2,
16	1,2,4,8,16	70	1,2,5,7,10,35,70
17	1,17	101	1,101

QUESTÕES PROPOSTAS 1

QUESTÃO 01: Responda:

- a) 3 é divisor de 15? Por quê?
- b) 15 é divisível por 3? Por quê?
- c) 6 é divisor de 20? Por quê?
- d) 18 é divisível por 4? Por quê?

QUESTÃO 02: Determine todos os divisores de:

- a) 3
- b) 4
- c) 9
- d) 20
- e) 36
- f) 50

QUESTÃO 03: Determine os cinco primeiros múltiplos de:

- a) 3
- b) 6
- c) 12
- d) 20

QUESTÃO 04: A professora Mara pediu a um aluno que dissesse o menor múltiplo de 4 e que cada aluno seguinte dissesse um múltiplo de 4 em ordem crescente. Assim, sem pular nenhum, cada um teve sua vez de falar. Qual foi a resposta do décimo aluno?

4.2.5. Atividade 5

Atividade 05

Esta atividade é uma adaptação de atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p.45)

Título: Divisibilidade por dois

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por dois.

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha o quadro

Números	O número é par?		O número é divisível por 2?	
	Sim	Não	Sim	Não
72				
83				
96				
114				
125				
230				
425				
508				
5579				
1274				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após responderem o quadro, possam observar a equivalência nas respostas e que assim concluam que quando o número for par será divisível por dois ou vice-versa. Após o momento do registro esperamos ter o seguinte quadro:

Números	O número é par?		O número é divisível por 2?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X			
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

4.2.6. Atividade 6

Atividade 06

Esta atividade é uma adaptação de atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p. 50)

Título: Divisibilidade por dez

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por dez.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha o quadro abaixo:

Número	É divisível por 10?		O número termina em 0?	
	Sim	Não	Sim	Não
20				
26				
40				
100				
325				
13140				
20425				
32420				
40628				
45680				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Diante desta atividade, esperamos que os alunos, ao preencherem o quadro com as respostas, possam perceber a regularidade de que todos os números do quadro que são divisíveis por dez, também terminam em zero, e que possam concluir sem dificuldades que para um número natural

ser divisível por dez, ele tem que terminar em zero ou vice-versa. Após o momento do registro objetivamos ter o seguinte quadro:

Número	É divisível por 10?		O número termina em 0?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

4.2.7. Atividade 7

Atividade 07

Esta atividade é uma adaptação de atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p. 47 e 48)

Título: Divisibilidade por cinco

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por 5.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha o quadro abaixo:

Número	É divisível por 5?		Termina em 0?		Termina em 5?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165						
380						
563						
246						
420						
647						
1231						
5108						
10715						
9880						

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Assim como nas atividades anteriores de divisibilidade, esperamos que os alunos, usando o recurso da calculadora, não tenham nenhuma dificuldade em responder a primeira pergunta do quadro. Já na segunda pergunta, acreditamos que eles tenham certa dificuldade em observar a regularidade do número terminar em zero ou cinco, pelo fato serem duas terminações a serem observadas. Nesse momento do registro, estimularemos os participantes a focarem atenção em cada uma delas, para que assim possam concluir que um número natural é divisível por cinco quando terminar em zero ou

em cinco, ou vice-versa. Após o momento do registro objetivamos ter o quadro preenchido da seguinte forma:

Número	É divisível por 5?		Termina em 0?		Termina em 5?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	X		X		X	
380	X		X			X
563		X		X		X
246		X		X		X
420	X		X			X
647		X		X		X
1231		X		X		X
5108		X		X		X
10715	X		X		X	
9880	X		X			X

QUESTÕES PROPOSTAS 2

- Dentre os números **60, 531, 125, 120, 36,13,545,28**, quais são divisíveis por:
 - Por 2
 - Por 5
 - Por 10
- Quais destas afirmações são verdadeiras?
 - Todo número par é divisível por 10.
 - Todo número divisível por 10 é par.
 - Todo número divisível por 10 também é divisível por 5.
 - Todo número divisível por 5 também é divisível por 10
- Minha idade é um número natural entre 30 e 45, que é divisível por 2, 5 e 10. Quantos anos eu tenho?

4.2.8. Atividade 8

Atividade 08

Esta atividade é uma adaptação de atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p.45 e 46).

Título: Divisibilidade por Três

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por Três.

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha a tabela.

Números	É divisível por 3?		A soma de seus algarismos é divisível por 3?	
	Sim	Não	Sim	Não
145				
237				
384				
503				
684				
691				
972				
1920				
1257				
5618				
9814				
8814				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Com esta atividade, esperamos que os alunos não tenham dificuldades em responder a primeira pergunta do quadro, já que eles disponibilizarão do recurso didático da calculadora. Em contrapartida, acreditamos que eles encontrem alguma dificuldade para responderem a segunda pergunta, pelo fato de terem que fazer a soma dos algarismos e verificar se a mesma é divisível por três. Nesse momento do registro, pretendemos apresentar alguns números, que não estejam no quadro, e exemplificar a soma de seus algarismos, para que assim possam concluir que um número natural é divisível por três quando a soma de seus algarismos também seja um número divisível por três ou vice-versa. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Números	É divisível por 3?		A soma de seus algarismos é divisível por 3?	
	Sim	Não	Sim	Não
145		x		x
237	x		X	
384	x		X	
503		x		x
684	x		X	
691		x		x
972	x		X	
1920	x		X	
1257	x		X	
5618		x		x
9814		x		x
8814	x		X	

4.2.9. Atividade 9

Atividade 09

Esta atividade é uma adaptação de atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p. 49 e 50).

Título: Divisibilidade por Nove

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por nove.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha o quadro abaixo:

Número	É divisível por 9?		A soma de seus algarismos é divisível por 9?	
	Sim	Não	Sim	Não
185				
309				
428				
1080				
1210				
1125				
4716				
6735				
9990				
44658				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Nesta atividade, esperamos que os alunos não encontrem dificuldades, até mesmo por ser tratar de uma atividade bem semelhante à anterior, e que, após responderem o quadro, observem a concordância entre as respostas e possam assim concluir que um número é divisível por nove, quando a soma de seus algarismos também for divisível por

nove ou vice-versa. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Número	É divisível por 9?		A soma de seus algarismos é divisível por 9?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X		X
309		X		X
428		X		X
1080	X		X	
1210		X		X
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X		X
9990	X			X
44658	X			X

4.2.10. Atividade 10

Atividade 10

Esta atividade é uma adaptação de atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p.48 e 49)

Título: Divisibilidade por seis

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por 6.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha o quadro abaixo:

Número	O número é divisível por 6?		O número é divisível por 2?		O número é divisível por 3?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18						
36						
48						
312						
524						
540						
681						
912						
4312						
6321						

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Diante desta atividade, esperamos que os estudantes apresentem dificuldades em observar a regularidade. No momento do registro, estimularemos os discentes a focarem na segunda e terceira pergunta, para que possam perceber que os números divisíveis por 2 e por 3 ao mesmo tempo, também são por 6 e consigam concluir que um número é divisível por 6, quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo. Após o momento do registro, teremos o seguinte quadro

Número	O número é divisível por 6?		O número é divisível por 2?		O número é divisível por 3?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524		X	X			X
540	X		X		X	
681		X		X	X	
912	X		X		X	
4312		X	X			X
6321		X		X	X	

4.2.11. Atividade 11

Atividade 11**Título:** Divisibilidade por 15**Objetivo:** Descobrir um critério de divisibilidade por 15.**Material:** Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.**Procedimento:** Preencha o quadro abaixo:

Número	O número é divisível por 15?		O número é divisível por 3?		O número é divisível por 5?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105						
270						
326						
345						
324						
855						
960						
780						
530						
425						

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Diante desta atividade, esperamos que os estudantes após responderem as perguntas do quadro, não tenham dificuldades em observar a regularidade entre as três respostas, até mesmo por se assemelhar com a atividade anterior, e que venham a concluir que um número natural é

divisível por 15 (quinze) quando ele for divisível por 3 e também por 5 e vice-versa. Após o momento do registro, esperamos que a atividade fique preenchida da seguinte maneira:

Número	O número é divisível por 15?		O número é divisível por 3?		O número é divisível por 5?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324		X	X			X
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X	X	
425		X		X	X	

QUESTÕES PROPOSTAS 3

1ª- Dentre os números: **60, 531, 123, 120, 36, 13, 540, 27 e 150**. Quais são divisíveis por:

- a) por 3
- b) por 6
- c) por 9
- d) por 15

2ª- Em um show de prêmios foi apresentado a um dos candidatos o seguinte desafio:

“Descubra o maior número de três algarismos divisível por 3 que pode ser formado com os algarismos 2, 3, 6 ou 7, sem repetir nenhum deles”

Que resposta dá o prêmio ao candidato?

3ª- Observe o número $5x01$. Qual o menor número natural que se pode colocar no lugar do x para que o número seja divisível por 9?

4ª- Considere o número $325x$. Qual o menor valor que se pode atribuir à x para que o número seja divisível por 6?

4.2.12. Atividade 12

Atividade 12

Esta atividade é uma adaptação da atividade proposta por Mendes e Sá (2006, p.46 e 47)

Título: Divisibilidade por Quatro

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por Quatro.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Preencha o quadro abaixo:

Número	O número é divisível por 4?		O número termina em 00?		Os dois últimos algarismos formam um número divisível por 4?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300						
932						
1000						
1300						
4158						
7813						
8991						
9998						
19990						
23456						

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Diante desta atividade esperamos que os estudantes apresentem alguma dificuldade para responderem principalmente a terceira pergunta do quadro. Neste momento do registro, estimularemos os participantes a focarem nos dois últimos algarismos de cada número, para que possam perceber o que desejamos e que, após responderem as perguntas do quadro, consigam observar que quando a resposta for sim na primeira pergunta, será sim na segunda ou terceira pergunta, concluindo assim que um número é divisível por quatro quando terminar em dois zeros ou quando seus dois últimos algarismos formarem um número divisível por quatro. Após o momento do registro, esperamos que a ficha fique preenchida da seguinte forma:

Número	O número é divisível por 4?		O número termina em 00?		Os dois últimos algarismos formam um número divisível por 4?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X		X	
932	X			X	X	
1000	X		X		X	
1300	X		X		X	
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991		X		X		X
9998		X		X		X
19990		X		X		X
23456	X			X	X	

4.2.13. Atividade 13

Atividade 13**Título:** Divisibilidade por Oito**Objetivo:** Descobrir um critério de divisibilidade por Oito.**Material:** Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.**Procedimento:** Preencha o quadro abaixo:

Número	O número é divisível por 8?		Termina em 000?		O número formado por seus três últimos algarismos é divisível por 8?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000						
3120						
5410						
2000						
4775						
10000						
1688						
10240						
6308						
9814						

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Diante desta atividade esperamos que os estudantes, após responderem as perguntas do quadro, possam perceber sem dificuldades, haja vista que esta atividade se assemelha à anterior, que quando a resposta for sim na primeira pergunta, também será sim na segunda ou terceira perguntas, concluindo desta forma que um número será divisível por oito quando terminar em três zeros, ou quando os três últimos algarismos do número, formem um número um número divisível por oito. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Número	O número é divisível por 8?		Termina em 000?		O número formado por seus três últimos algarismos é divisível por 8?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X		X	
3120	X		X		X	
5410		X		X		X
2000	X		X		X	
4775		X		X		X
10000	X		X		X	
1688	X		X		X	
10240	X		X		X	
6308		X		X		X
9814		X		X		X

4.2.14. Atividade 14

Atividade 14**Título:** Fatoração numérica**Objetivo:** Conceituar fatoração numérica.**Material:** Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.**Procedimento:** Escreva cada número natural dado como multiplicação de outros números naturais.

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	
10	
15	
20	
25	
30	
40	
50	
60	
84	

Observação:

Análise a priori: Com esta atividade, acreditamos que os alunos encontrem dificuldades em escrever os números do quadro como a multiplicação de outros números, no momento do registro estimularemos os participantes a pensarem em alguns divisores de cada número proposto, a fim de que consigam escrevê-los como desejamos, e assim possamos institucionalizar que escrevendo um número na forma de multiplicação de outros números, estamos

escrevendo-os na forma fatorada. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Número	Número na forma de multiplicação
6	$2 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
15	$3 \cdot 5$
20	$2 \cdot 10$
25	$5 \cdot 5$
30	$6 \cdot 5$ ou $3 \cdot 10$
40	$4 \cdot 10$ ou $8 \cdot 5$
50	$5 \cdot 10$ ou $2 \cdot 25$
60	$6 \cdot 10$ ou $2 \cdot 30$ ou $12 \cdot 5$
84	$2 \cdot 42$ ou $21 \cdot 4$

4.2.15. Atividade 15

Atividade 15

Título: Teorema Fundamental da Aritmética

Objetivo: Apresentar o teorema como um produto de números primos.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: Escreva cada número dado: 6, 8, 12, 16, 20, 25, 30, 45, 50, 60 como uma multiplicação de números primos. Com os resultados obtidos preencha o quadro

Número	Forma fatorada

Observação:

Análise a priori: Nesta atividade, acreditamos que boa parte dos alunos cometam o erro de escrever os números na forma fatorada com fatores que não sejam primos, tipo 2×4 no caso do número oito, tomando até como base a atividade anterior. Neste momento, enfatizaremos que os fatores primos podem se repetir, como por exemplo: $2 \times 2 \times 2$. Assim esperamos que eles possam observar que todo número composto pode ser escrito como um produto de fatores primos, a fim de que possamos enunciar o teorema fundamental da aritmética. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Número	Forma fatorada
6	$2 \cdot 3$
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$
12	$2 \cdot 2 \cdot 3$
16	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
20	$2 \cdot 2 \cdot 5$
25	$5 \cdot 5$
30	$2 \cdot 3 \cdot 5$
45	$3 \cdot 3 \cdot 5$
50	$2 \cdot 5 \cdot 5$
60	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

QUESTÕES PROPOSTAS 4

1ª- Decomponha em fatores primos os seguintes números:

- a) 36
- b) 40
- c) 48
- d) 80
- e) 125
- f) 154

2ª) Qual é o número cuja fatoração dá $2 \cdot 3^2 \cdot 11$?

3ª) Decompondo 340 em fatores primos temos $2^x \cdot 5 \cdot 17$, quanto vale x?

4ª) A fatoração completa de 600 é $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, qual o valor de a+b+c?

4.2.16. Atividade 16

Atividade 16**Título:** Máximo divisor comum**Objetivo:** Definir máximo divisor comum entre dois números naturais.**Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta, calculadora.

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5 ;b=15	de a=		
	de b=		
a=8;b=12	de a=		
	de b=		
a=9;b=15	de a=		
	de b=		
a=7;b=14	de a=		
	de b=		
a= 7; b= 15	de a=		
	de b=		
a= 8; b=25	de a=		
	de b=		
a=6; b=8	de a:		
	de b:		
a=6; b=15	de a:		
	de b:		
a=40;b= 50	de a:		
	de b:		
a=9; b=12	de a:		
	de b:		

Observação:

Análise a priori: Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após preencherem o quadro, observem o maior divisor comum dentre os divisores comuns dos pares de números propostos, a fim de que possamos definir máximo divisor comum entre dois números naturais. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte maneira:

Números	Escreva os Divisores	Divisores Comuns	Maior Divisor Comum
a= 5;b=15	de a = 1, 5	1, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8;b= 12	de a = 1, 2, 4, 8	1, 2, 4	4
	de b = 1, 2, 3, 4, 6, 12		
a= 9;b= 15	de a = 1, 3, 9	1, 3	3
	de b = 1, 3, 5, 15		
a= 7; b= 14	de a = 1, 7	1, 7	7
	de b = 1, 2, 7, 14		
a= 7; b= 15	de a = 1, 7	1	1
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8; b= 25	de a = 1, 2, 4, 8	1	1
	de b = 1, 5, 25		
a=6; b=8	de a:1,2,3,6	1,2	2
	de b:1,2,4,8		
a=6; b=15	de a:1,2,3,6	1,3	3
	de b: 1,3,5,15		
a=40;b= 50	de a: 1,2,4,5,8,10,20,40	1,2,5,10.	10
	de b: 1,2,5,10, 25,50		
a=9; b=12	de a: 1,3,9	1,3	3
	de b: 1,2,3,4.6.12		

QUESTÕES PROPOSTAS 5

1ª- Determine o MDC dos números abaixo.

a) MDC (35,10)

c) MDC (12, 16 e 28)

b) MDC (30,18)

d) MDC (15, 40)

2ª- Uma loja tem 10 (dez) metros de fita amarela e 15 (quinze) metros de fita azul para dividir em pedaços. Todos os pedaços devem ser iguais e do maior tamanho possível. Quantos metros deverá medir cada pedaço?

3ª- O senhor Vicente tem uma banca de frutas na feira. Nela há uma penca com 18 (dezoito) bananas e outra com 24 (vinte e quatro) bananas. Ele quer dividir as duas em montes iguais. Qual o maior número possível de bananas em cada monte?

4.2.17. Atividade 17

Atividade 17**Título:** Mínimo Múltiplo Comum**Objetivo:** Definir o mínimo múltiplo comum entre dois números naturais.**Material:** Roteiro da atividade.**Procedimento:** Preencha o quadro.

Números	Os cinco primeiros múltiplos	Múltiplos comuns	Menor múltiplo comum não nulo
a=2 b=3	de a:		
	de b:		
a=4 b=6	de a:		
	de b:		
a=5 b=15	de a:		
	de b:		
a=6 b=12	de a:		
	de b:		
a=8 b= 12	de a:		
	de b:		
a= 4 b= 12	de a:		
	de b:		
a=4 b=3	de a:		
	de b:		
a=7 b=21	de a:		
	de b:		
a=8 b=16	de a:		
	de b:		
a= 6 b=8	de a:		
	de b:		

Observação:

Análise a priori: Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após preencherem o quadro, observem o menor múltiplo comum diferente de zero dentre os múltiplos comuns dos pares de números propostos, a fim de que possamos definir o mínimo múltiplo comum entre dois números naturais. Após o

momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Números	Os cinco primeiros múltiplos	Múltiplos comuns	Menor múltiplo comum não nulo
a=2 b=3	de a: 0,2,4,6,8	0,6	6
	de b: 0,3,6,9,12		
a=4 b=6	de a: 0,4,8,12,16	0,12	12
	de b: 0,6,12,18,24		
a=5 b=15	de a: 0,5,10,15,20	0,15	15
	de b: 0,15,30,45,60		
a=6 b=12	de a: 0,6,12,18,24	0,12,24	24
	de b: 0,12,24,36,48		
a=8 b= 12	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a= 4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0,12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a= 4 b= 3	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0,3,6,9, 12		
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28	0, 21	21
	de b: 0, 21, 42, 63, 84		
a= 8 b= 16	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 16,32	32
	de b: 0, 16, 32, 48,64		
a= 6 b= 8	de a: 0, 6, 12, 18,24	0, 24	24
	de b: 0, 8, 16, 24, 32		

QUESTÕES PROPOSTAS 6

1ª- Determine:

a) MMC (50,75)

c) MMC (21, 30)

b) MMC (60, 24)

d) MMC (10, 12 e 45)

2ª) Carolina dá uma volta na pista em 4 minutos e Juliana em 3 minutos. As duas partiram juntas. Quanto tempo levará para que esteja novamente lado a lado?

3ª) Três viajantes de firma sairão a serviço no mesmo dia. Sabe-se que:

- O primeiro faz viagens de 12 em 12 dias.
- O segundo faz viagens de 20 em 20 dias.
- O terceiro de 25 em 25 dias.

Depois de quantos dias saíram juntos novamente?

4.2.18. Atividade 18

Atividade 18**Título:** O produto do MDC e MMC**Objetivo:** Descobrir uma relação entre o MDC e MMC de dois números.**Material:** Papel, lápis ou caneta.**Procedimento:** Preencha o quadro.

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x,y)	MMC (x,y) . MDC (x,y)
X	Y				
2	4				
3	6				
2	8				
5	15				
6	30				
4	15				
24	36				
21	30				
30	75				
18	60				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Nesta atividade, acreditamos que os estudantes não tenham dificuldades em perceber a regularidade que há entre a terceira e última colunas do quadro, onde no momento do registro pediremos que foquem e percebam assim que os valores serão iguais, e que deste modo possam concluir esta importante propriedade que diz que o produto do MMC pelo MDC de dois números é igual ao produto desses números. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte forma:

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x,y)	MMC (x,y) . MDC (x,y)
X	Y				
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	60	1	60
24	36	824	72	12	824
21	30	630	210	3	630
30	75	2250	150	15	2250
18	60	1080	180	6	1080

4.2.19. Atividade 19

Atividade 19**Título:** A Conjectura de Goldbach**Objetivo:** Apresentar a Conjectura de Goldbach.**Material:** Lápis ou caneta e roteiro da atividade.**Procedimento:** Responda com x as perguntas do quadro.

Número	O número é par maior ou igual a quatro?		É possível escrever o número como a soma de dois primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5				
7				
9				
11				
13				
4				
6				
8				
10				
12				
14				
16				

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Nesta atividade, esperamos que os estudantes sintam alguma estranheza na sequência de números ímpares, pelo fato de não conseguirem escrever alguns como a soma de dois números primos. Neste momento daremos incentivo no sentido de testar os números pares. Com o suposto sucesso, esperamos que os discentes percebam que todo número natural par que seja maior ou igual a quatro, pode ser escrito como a soma de dois números primos, chegando assim à conjectura de Goldbach. Após o registro, esperamos que o quadro seja preenchido:

Número	O número é par maior ou igual a 4?		É possível escrever o número como a soma de dois primos?	
	Sim	Não		
			Sim	Não
5		X	X	
7		X	X	
9		X	X	
11		X		X
13		X	X	
4	X		X	
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

4.2.20. Atividade 20

Atividade 20**Título:** Soma de dois números naturais**Objetivo:** Descobrir uma relação entre a soma de dois números naturais.**Material:** Roteiro da atividade, lápis ou caneta, calculadora (opcional).**Procedimento:** Preencher o quadro abaixo.

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4						
x=6; y=18						
X=8; y=10						
x=20; y=42						
x=14; y=13						
x=7; y=12						
x=10; y=5						
x=9; y=8						
x=11; y=5						
x=7; y=3						
x=21; y=13						
x=23; y=31						

Observação:

Conclusão:

Análise a priori: Ante esta atividade, esperamos que os estudantes, ao responderem as perguntas do quadro, possam perceber pela regularidade que a soma de dois números pares, bem como a soma de dois números ímpares

será um número par, porém quando notarem a alternância de um ser par e o outro ímpar e vice-versa, possam concluir que a soma será um número ímpar. Após o momento do registro, esperamos que o quadro fique preenchido da seguinte maneira:

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
x=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X		X
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X		X	X	
x=7; y=3		X		X	X	
x=21; y=13		X		X	X	
x=23; y=31		X		X	X	

5. EXPERIMENTAÇÃO

Nesta seção apresentamos os resultados da experimentação que consistiu na aplicação de uma sequência didática composta por 20 atividades, bem como observações a respeito do desempenho dos discentes ante cada sessão aplicada, sendo importante enfatizar que esses alunos foram devidamente informados sobre como seria o desenvolvimento e a participação de cada um em relação à cada atividade proposta durante o experimento.

O trabalho teve início no dia 12/09/18 e término no dia 14/11/18, contando com a participação efetiva de 13 (treze) alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de São João de Pirabas, localizada no nordeste paraense, que conta com um contingente de 286 alunos, sendo 147 do fundamental maior e 139 do fundamental menor.

A escolha pela referida escola se deu pelo fato de ser nosso ambiente de trabalho, sem falar que a turma é de nossa responsabilidade, o que facilitou bastante a viabilização de nosso projeto e a aceitação por parte dos gestores, que de forma imediata mostraram-se simpáticos e dispostos a apoiar a pesquisa em questão.

Durante a aplicação do experimento encontramos diversos problemas, dentre eles o deslocamento de nossos alunos, que por se tratar de uma escola que fica localizada na zona rural, dependem diretamente do transporte escolar, serviço esse que mostrou-se falho, por razões que a gente desconhece, além da questão da merenda escolar, que muitas das vezes não havia, inviabilizando assim a permanência dos discentes no ambiente escolar, fatos esses que prejudicaram em parte o andamento de nossa pesquisa.

O recurso utilizado para registros da experimentação foi um caderno de anotações, onde procuramos registrar todas as observações possíveis do comportamento dos estudantes em cada atividade aplicada, além do início e término de cada atividade, e também a utilização do questionário sócio econômico que nos trouxe informações importantes que vão desde a idade dos discentes até a avaliação que fazem a respeito da explicação do professor.

Pelo fato da escola também apresentar problemas com a ausência de professores, seus corredores ficavam repletos de alunos ociosos de outras

turmas, o que acabava gerando certa inquietação e agitação em parte dos participantes. Apesar disso, consideramos que a maioria dos discentes se envolveu e mostrou entusiasmo em participar do projeto. O quadro a seguir mostra os dias e horários em que as atividades foram aplicadas.

Quadro 11- Cronograma da experimentação

(Continua)

Data	Encontro	Atividades	Horário
12/09/2018	1º	Questionário e teste	07:30 às 09:00
18/09/2018	2º	Atividade 1 Atividade 2	07:30 às 08:30 08:45 às 09:15
19/09/2018	3º	Atividade 3 Atividade 4	09:30 às 10:05 10:20 às 10:45
10/10/2018	4º	Atividade 5 Atividade 6	07:30 às 07:45 07:50 às 08:10
23/10/2018	5º	Atividade 7 Questões propostas 1 Atividade 8	07:30 às 07:55 08:15 às 08:35 08:40 às 09:00
24/10/2018	6º	Atividade 9 Atividade 10 Atividade 11	07:30 às 07:50 08:00 às 08:20 08:30 às 08:43
30/10/2018	7º	Questões propostas 2 Atividade 12 Atividade 13	07:20 às 08:10 08:16 às 08:36 08:50 às 09:00
31/10/2018	8º	Questões propostas 3 Atividade 14 Atividade 15	07:30 às 08:00 08:05 às 08:15 08:40 às 09:00
06/11/2018	9º	Questões propostas 4 Atividade 16	07:20 às 08:12 08:17 às 08:50

(Conclusão)

07/11/2018	10º	Questões propostas 5 Atividade 17	10:00 às 10:43 10:50 às 11:15
13/11/2018	11º	Questões propostas 6 Atividade 18	07:21 às 08:10 08:15 às 08:40
14/11/2018	12º	Atividade 19 Atividade 20	09:45 às 10:05 10:15 às 10:35

Fonte: Pesquisa de campo (Setembro, outubro , Novembro e Dezembro de 2018)

5.1 PRIMEIRO ENCONTRO

No dia 12 de setembro de 2018, às 7h30min, aconteceu o nosso primeiro encontro com a turma que era composta por 13 estudantes. Nessa oportunidade, explicamos aos discentes que faríamos uma pesquisa de campo, em nível de mestrado, envolvendo o assunto de divisibilidade de números naturais, conteúdo que fazia parte da estrutura curricular da série que estavam cursando. Após esse momento, mencionamos que as atividades que aplicaríamos seriam desenvolvidas em equipes e que a participação de cada um durante o processo seria usada como critério avaliativo que agregaria a avaliação bimestral a qual seriam submetidos. Em seguida, apresentamos a eles um questionário sócio econômico, onde três alunos preferiram não responder, e um teste com 17 questões que serviria para fazer uma análise prévia do conhecimento que tinham sobre divisibilidade de números naturais. Ainda nesse momento, solicitei que ficassem bem à vontade para resolver as questões do teste e garanti que as respostas do questionário ficariam no sigilo. A seguir, mostraremos os resultados do questionário sócio econômico e do teste proposto.

5.1.1 Perfil dos estudantes

Com a intenção de identificarmos o perfil socioeconômico dos estudantes da classe em que aconteceu a experimentação e a relação deste com a disciplina de Matemática e o assunto que abordamos, aplicamos aos 13 alunos da turma em questão (3 optaram por não responder) um questionário composto por 23

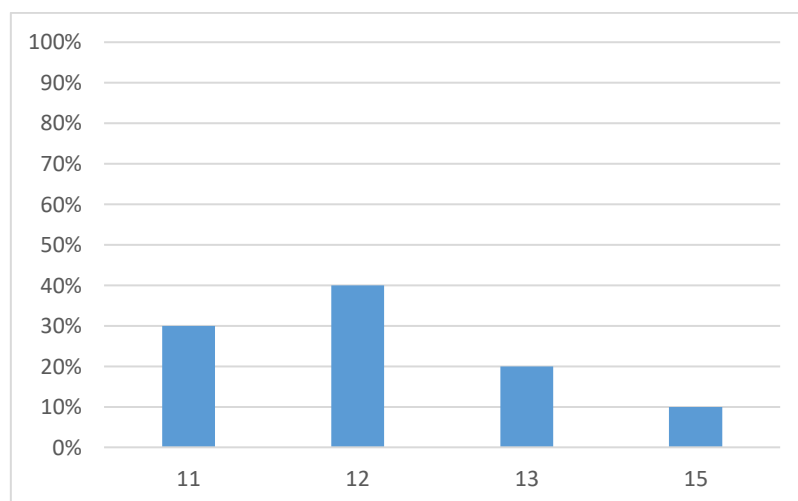
perguntas. Os resultados sistematizados proporcionaram o seguinte perfil dos estudantes: Dentre os 10 alunos consultados, 30% tem 11 anos, 40% tem 12 anos, 20% tem 13 anos e 10% 15 anos.

Quadro 12- Faixa etária dos estudantes consultados

Idade	Frequência	Percentual
11	3	30%
12	4	40%
13	2	20%
15	1	10%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 7- Faixa etária dos estudantes consultados



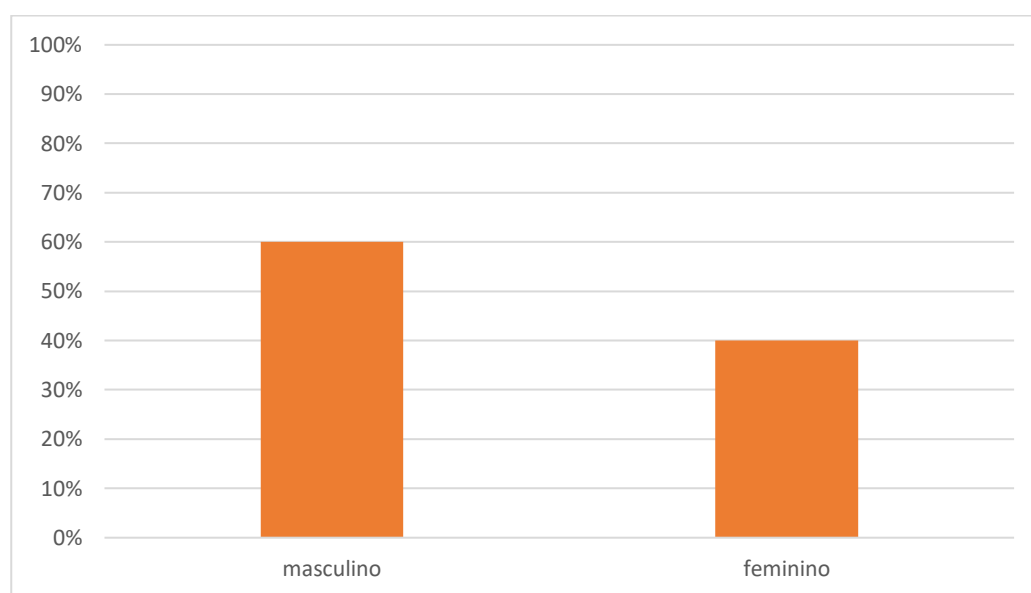
Fonte: Experimentação (2018)

Os dados obtidos mostram que apenas 30% dos estudantes apresentam consonância de idade-série que, segundo o MEC, é de 11 anos. O que não se aproxima com os da pesquisa de Santos (2017), onde 77,1% dos discentes tem idade de 11 anos e não apresentam distorção idade-série. A seguir apresentaremos os gêneros dos estudantes.

Quadro 13- Estudantes por gênero

Sexo	Frequência	Frequência
Masculino	6	60%
Feminino	4	40%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 8- Estudantes por gênero

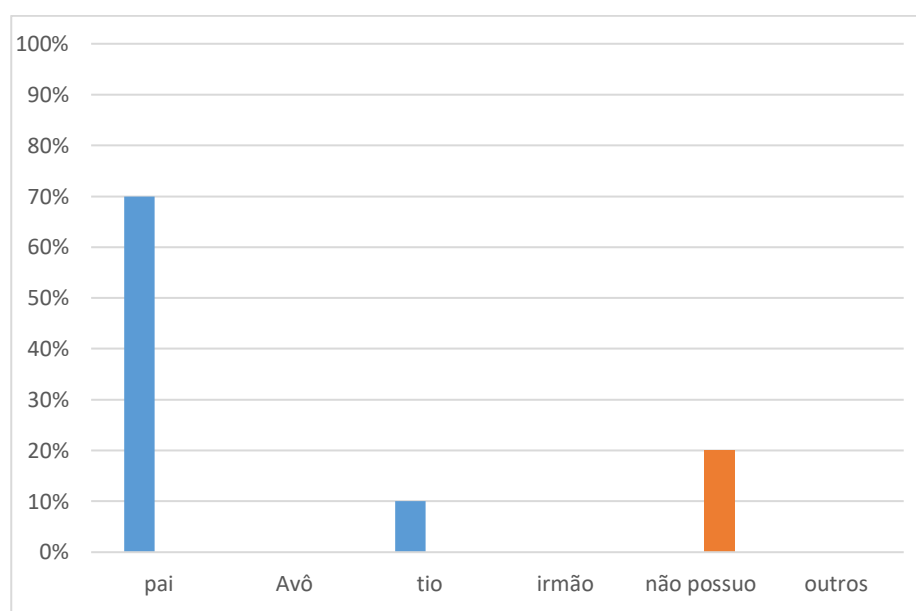
Fonte: Experimentação (2018)

Diante dos dados, verificamos a predominância do sexo masculino. Na pesquisa de Santos (2017), essa diferença não é tão predominante, haja vista que 54,3% dos consultados são do sexo masculino. A seguir mostraremos os dados referentes ao responsável masculino.

Quadro 14- Responsável masculino

RESPONSÁVEL MASCULINO	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Pai	7	70%
Avô	0	0%
Tio	1	10%
Irmão	0	0%
Não possuo	2	20%
Outros	0	0%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 9- Responsável masculino

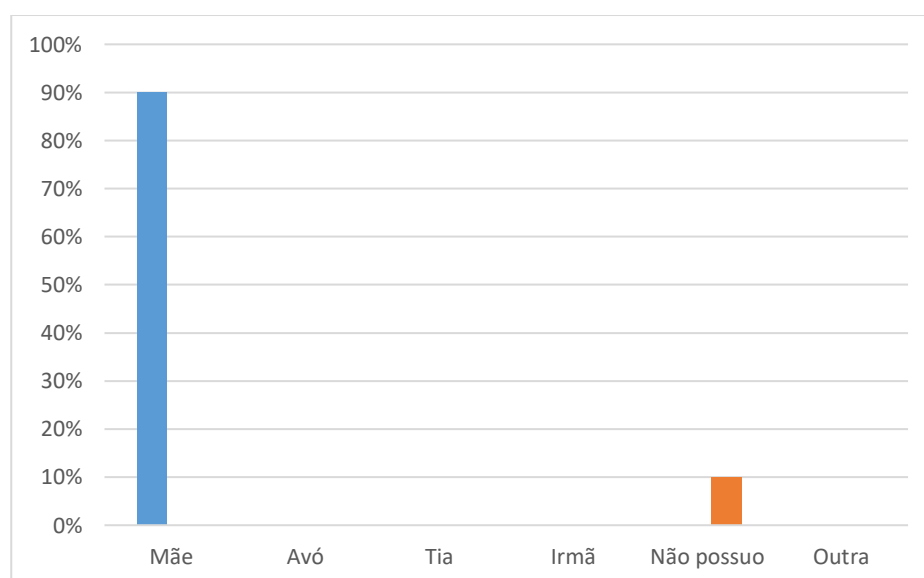
Fonte: Experimentação (2018)

A respeito do responsável masculino, constatamos que a maioria (70%) tem na figura do pai seu responsável, enquanto que um número significativo diz não ter responsável masculino (20%), e outros responsáveis totalizam 10%

Quadro 15- Responsável feminino

RESPONSÁVEL FEMININO	FREQÜÊNCIA	PERCENTUAL
Mãe	9	90%
Avó	0	0%
Tia	0	0%
Irmã	0	0%
Não possuo	1	10%
Outros	0	0%
Total	10	100%

Fonte: Pesquisa de campo (2018)

Gráfico 10- Responsável feminino

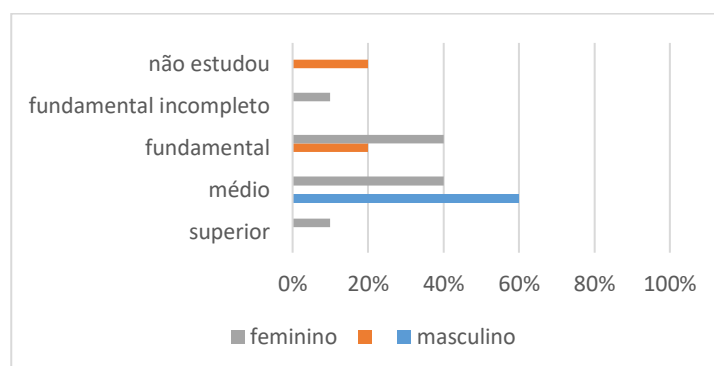
Fonte: Experimentação (2018)

A respeito do responsável feminino, notamos que a maioria (90%) tem na figura da mãe sua principal responsável, enquanto que 10% diz não ter responsável feminino. De modo geral, verificamos que a maioria dos alunos estão sob a responsabilidade dos próprios pais.

Quadro 16- Escolaridade dos responsáveis.

NÍVEL	MASCULINO	PERCENTUAL	FEMININO	PERCENTUAL
Superior	0	0%	1	10%
Médio	6	60%	4	40%
Fundamental	2	20%	4	40%
Fundamental incompleto	0	0%	1	10%
Não estudou	2	20%	0	0%
Total	10	100%	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 11- Escolaridade dos responsáveis.

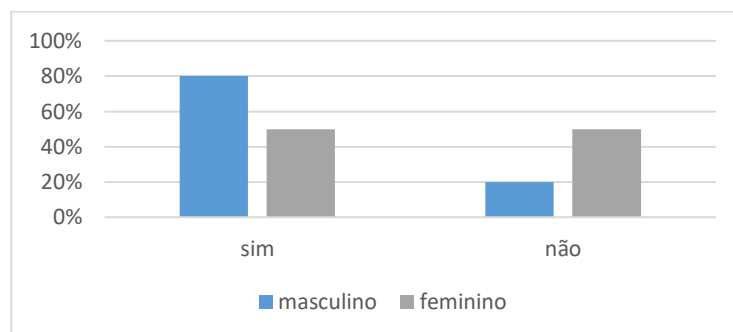
Fonte: Experimentação (2018)

Os dados revelam que a maioria dos responsáveis masculinos possuem o Ensino Médio, embora nenhum possua nível superior, e que a maioria dos responsáveis femininos possuem o nível fundamental ou médio, além de apresentar uma pessoa com nível superior. Nos dados de Santos (2017) a maioria dos responsáveis masculinos, 54,3%, não concluiu o Ensino Fundamental e a maioria dos responsáveis femininos, 54,2%, também não concluiu esse nível de escolaridade. Os próximos dados referem-se à ocupação dos responsáveis.

Quadro 17- Seu responsável trabalha?

RESP.	MASCULINO	PERCENTUAL	FEMININO	PERCENTUAL
Sim	8	80%	5	50%
Não	2	20%	5	50%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 12- Seu responsável trabalha?

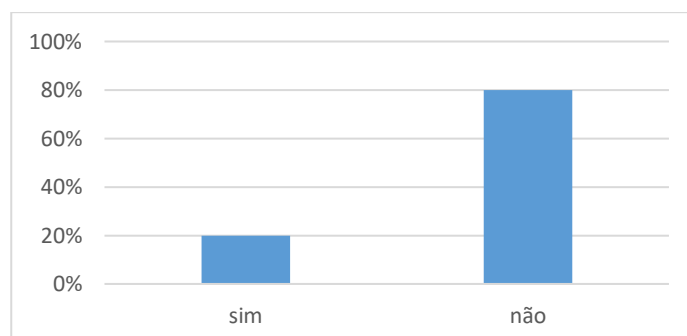
Fonte: Experimentação (2018)

Sobre a ocupação dos responsáveis dos alunos, podemos observar que há a predominância da ausência masculina em casa, já que 80% dos responsáveis masculinos trabalham, e um dado que chama a atenção é o fato de 50% dos responsáveis femininos estarem desempregados. A tabela abaixo mostra os dados referentes ao trabalho remunerado.

Quadro 18- Você trabalha para ajudar a família?

SIM	PERCENTUAL	NÃO	PERCENTUAL
2	20%	8	80%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 13- Você trabalha para ajudar a família?

Fonte: Experimentação (2018)

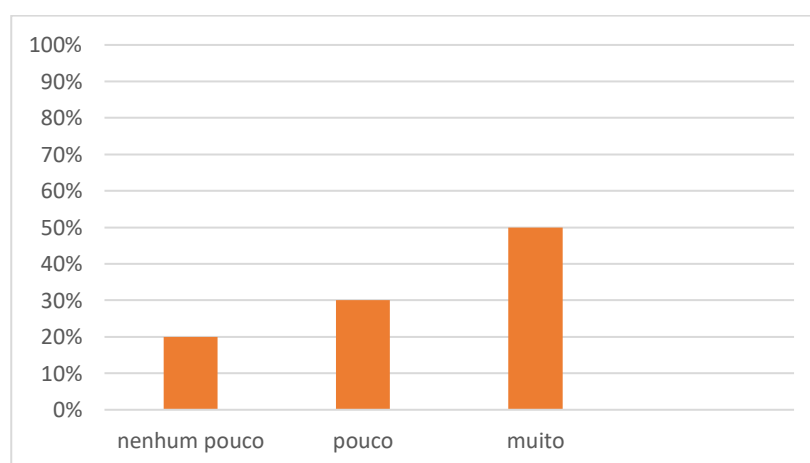
Sobre a possibilidade de os alunos trabalharem para ajudar no orçamento familiar, constatamos nos dados anteriores que a maioria (80%), não exerce nenhuma atividade relacionada a trabalho, dados que se aproximam aos da pesquisa de Santos (2017) e de Salgado (2011), que apontam índices de 71,87% e 68% respectivamente. A tabela a seguir mostra os dados referentes ao gosto do estudante pela Matemática.

Quadro 19- Você gosta de Matemática?

VOCÊ GOSTA DE MATEMÁTICA?	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Nenhum pouco	2	20%
Pouco	3	30%
Muito	5	50%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 14- Você gosta de Matemática?



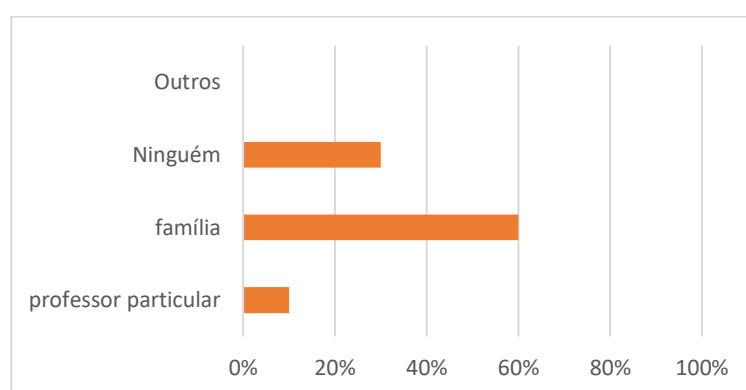
Fonte: Experimentação (2018)

Diante dos dados, podemos verificar que a maioria, 50%, diz gostar muito da disciplina, porém um número significativo, 20%, afirma não gostar nenhum pouco de Matemática. Nas pesquisas de Salgado (2011) e Santos (2017), os números são mais reduzidos e se equivalem quando o assunto é gostar muito de Matemática, 25% e 25,7% respectivamente. Os dados a seguir apontam para que tipo de ajuda os estudantes recebem nas tarefas de Matemática.

Quadro 20- Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?

TIPO DE AJUDA	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Professor particular	1	10%
Família	6	60%
Ninguém	3	30%
Outros	0	0%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 15- Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?

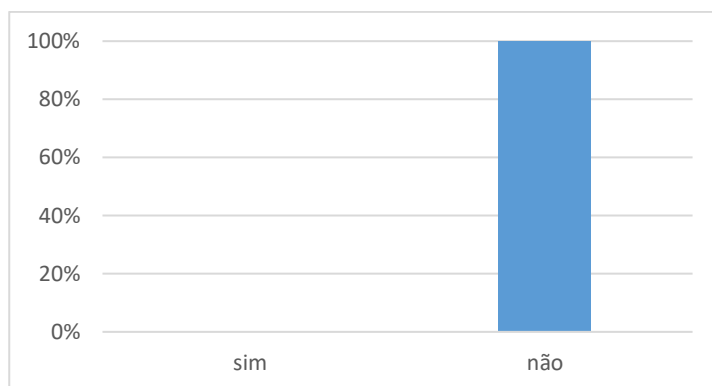
Fonte: Experimentação (2018)

A respeito de ajuda nas tarefas de Matemática, verificamos que a maioria dos alunos (60%) recebe ajuda da família, e um número preocupante, 30%, diz não receber ajuda de ninguém nas tarefas escolares. No trabalho de Santos (2017), os dados se igualam a respeito da ajuda familiar, 60%, enquanto que apenas 2,9% afirma não ter ajuda de ninguém nas tarefas. A tabela a seguir mostra os dados referentes ao fato dos alunos estarem ou não em dependência em Matemática.

Quadro 21- Você está em dependência em Matemática?

DEPENDÊNCIA?	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sim	0	0%
Não	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 16- Você está de dependência em Matemática?

Fonte: Experimentação (2018)

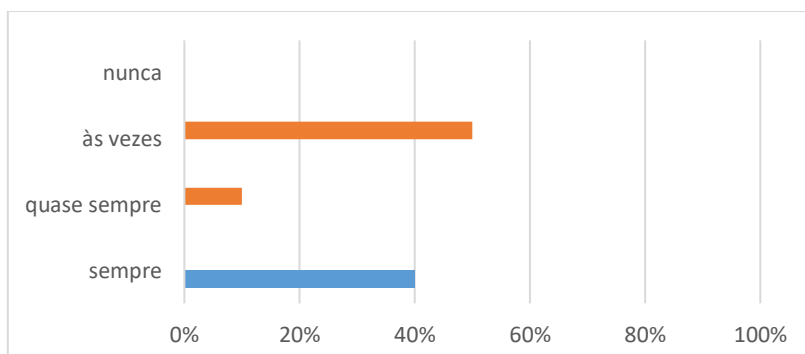
Nesse caso, a totalidade dos alunos de nossa amostra, não está em dependência em Matemática, ou seja, estão cursando pela primeira vez o sexto ano, dados que corroboram com o de Santos (2017), onde nenhum estudante cursou dependência na ocasião. A tabela a seguir mostra os dados referentes ao fato do aluno conseguir entender as explicações do professor de Matemática.

Quadro 22- Você consegue entender as explicações do professor de Matemática?

RESPOSTA	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sempre	4	40%
Quase sempre	1	10%
Às vezes	5	50%
Nunca	0	0%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 17- Você consegue entender as explicações do professor de Matemática?



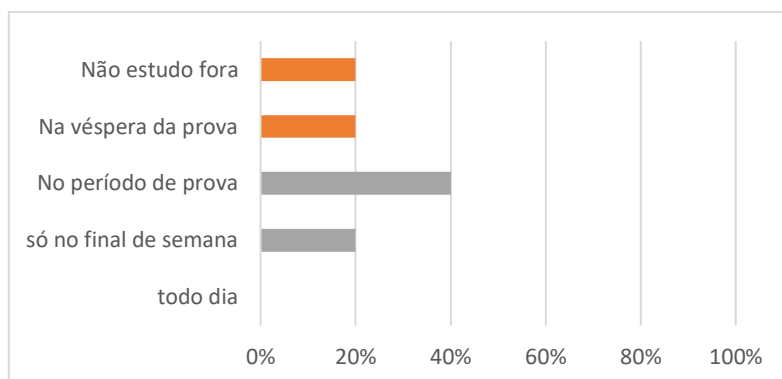
Fonte: Experimentação (2018)

Quanto à compreensão da explicação do professor de Matemática, verificamos que a maioria (50%) diz entender apenas às vezes as explicações, 40% da amostra diz entender sempre, além de 10% que afirmam entender quase sempre, nenhum estudante afirmou nunca entender as explicações do docente. O quadro a seguir mostra os dados referentes ao hábito de estudar fora da escola.

Quadro 23- Você estuda Matemática fora da escola?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Todo dia	0	0%
Só no fim de semana	2	20%
No período de prova	4	40%
Na véspera da prova	2	20%
Não estudo fora	2	20%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 18- Você estuda Matemática fora da escola?


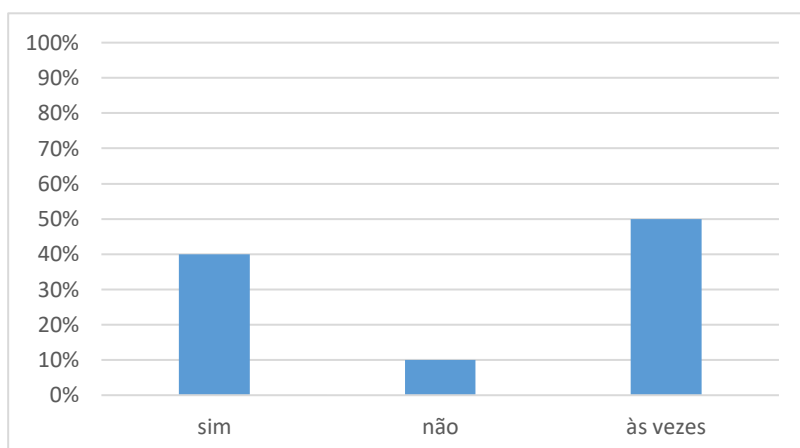
Fonte: Experimentação (2018)

Os dados apontam que a maioria de nossos alunos, 40%, só estudam Matemática no período de provas, 20% não estudam fora da escola, outros 20% afirmam estudar só na véspera da prova, 20% só no fim de semana, e o que mais preocupa é que nenhum aluno disse estudar todos os dias a disciplina. Os dados diferem dos da pesquisa de Santos (2017) onde a maioria, 34,3% usa alguns dias da semana para estudar Matemática, 22,9% estuda todos os dias e apenas 5,7% estuda no período das provas. O quadro a seguir mostra os dados referentes à atenção dos estudantes nas aulas de Matemática.

Quadro 24- As aulas de Matemática despertam sua atenção?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sim	4	40%
Não	1	10%
Às vezes	5	50%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 19- As aulas de Matemática despertam sua atenção?

Fonte: Experimentação (2018)

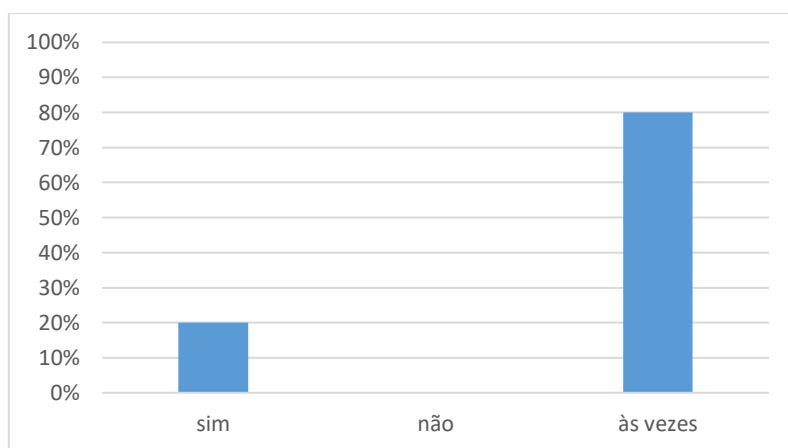
Os dados nos mostram que a maioria, 50%, só tem sua atenção despertada pela aula às vezes, fato esse que pode estar relacionado à metodologia utilizada pelo professor. O quadro a seguir mostra os dados referentes ao fato dos estudantes conseguirem ou não relacionar os conteúdos matemáticos com o seu dia-a-dia.

Quadro 25- Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados na sala de aula com o seu dia a dia?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sim	2	20%
Não	0	0%
Às vezes	8	80%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 20- Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com o seu dia a dia?



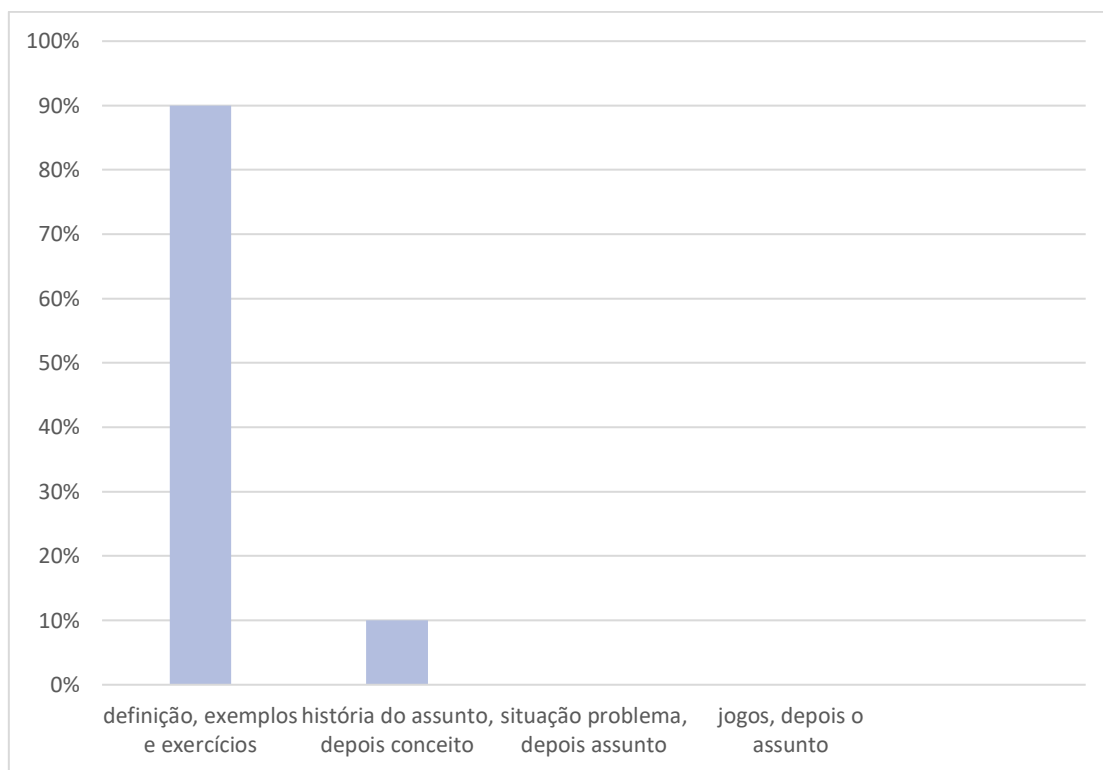
Fonte: Experimentação (2018)

Os dados nos mostram que 80% dos discentes dizem conseguir relacionar às vezes os conteúdos ministrados em sala de aula com seu dia a dia, e 20% afirma conseguir associar, o que pode estar relacionado ao fato do professor fazer pouca relação dos conteúdos com o cotidiano dos estudantes. O quadro a seguir mostra os dados relacionados à maneira como o professor trabalha os conteúdos matemáticos.

Quadro 26- Como seu professor trabalha os conteúdos matemáticos?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Definição, exemplos e exercícios.	9	90%
História do assunto, depois conceito.	1	10%
Situação problema, depois o assunto.	0	0%
Jogos, depois o conceito.	0	0%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 21- Como seu professor trabalha os conteúdos matemáticos?

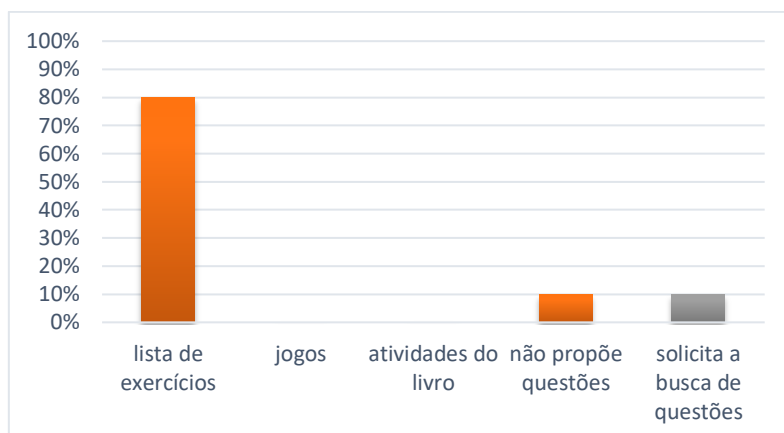
Fonte: Experimentação (2018)

Os dados nos revelam que a maioria dos alunos (90%) afirma que suas aulas de Matemática começam com a definição do assunto, seguida de exemplos e exercícios, e apenas 10% diz ter a história da Matemática como ferramenta de introdução dos tópicos matemáticos. O quadro a seguir nos mostra dados referentes a que o professor utiliza para fixar os conteúdos.

Quadro 27- O que o professor (a) usa para aprofundar o conteúdo de Matemática?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Lista de exercícios	8	80%
Jogos	0	0%
Atividades do livro	0	0%
Não propõe questões	1	10%
Solicita a busca de questões	1	10%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 22- O que o professor (a) usa para fixar o conteúdo de Matemática?

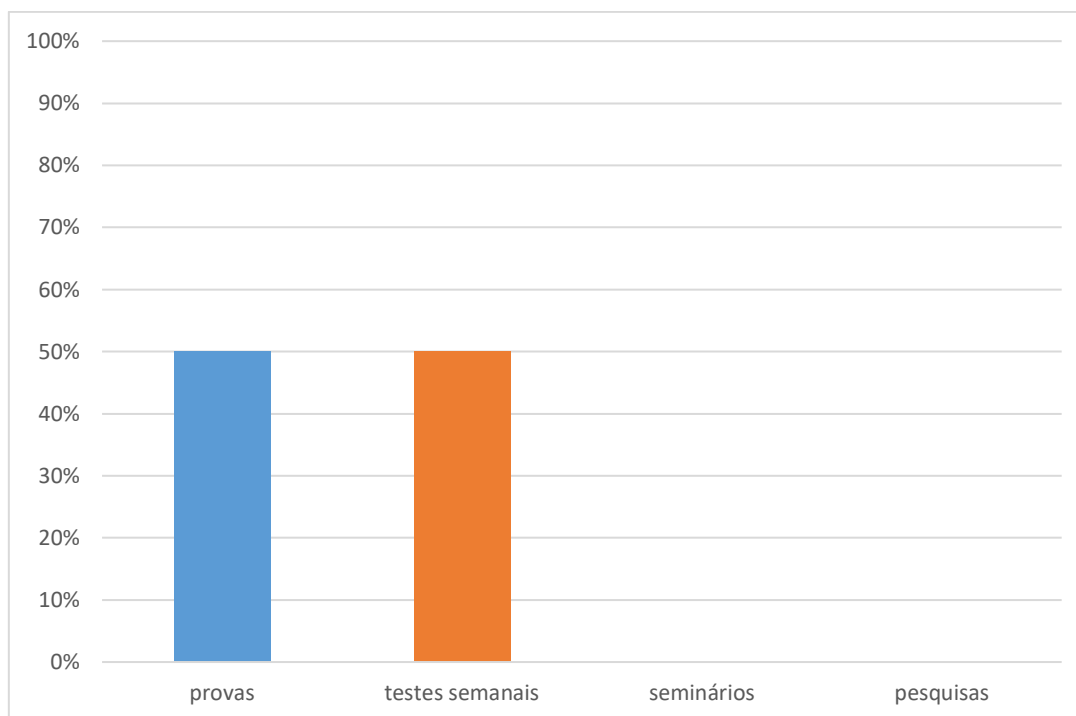
Fonte: Experimentação (2018)

Em consonância com a pergunta anterior, os dados nos mostram que o principal método de fixação do conteúdo utilizado pelo professor da turma é a lista de exercícios (80%), enquanto que o restante da amostra (20%) afirma que o docente não propõe questões ou pede que os alunos busquem questões para sobre o assunto para resolver. O quadro a seguir mostra os dados referentes ao método avaliativo utilizado pelo professor.

Quadro 28- Qual método avaliativo o professor utiliza?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Provas	5	50%
Testes semanais	5	50%
Seminários	0	0%
Pesquisas	0	0%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 23- Qual método avaliativo o professor utiliza?

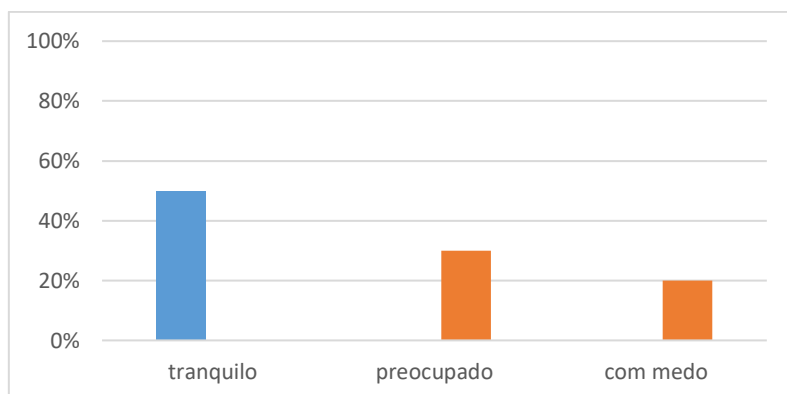
Fonte: Experimentação (2018)

Quanto ao método avaliativo utilizado pelo professor, verificamos que há predominância de métodos tradicionais como provas e testes semanais, e que outras metodologias como seminários ou pesquisas não são utilizados pelo docente em nenhum momento. O quadro a seguir mostra os dados referentes ao sentimento do estudante diante de uma avaliação em Matemática.

Quadro 29- Como você se sente diante de uma avaliação em Matemática?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Tranquilo	5	50%
Preocupado	3	30%
Com medo	2	20%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 24- Como você se sente diante de uma avaliação em Matemática?

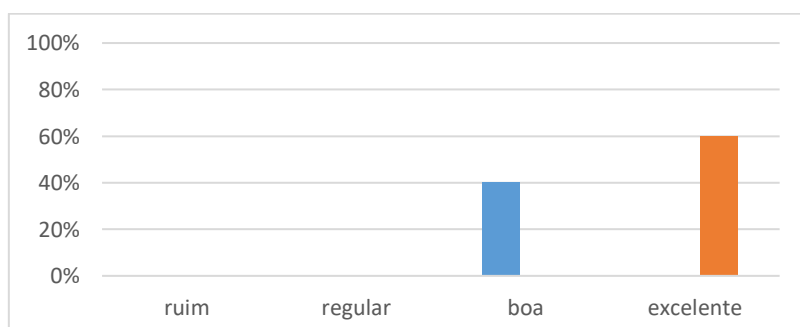
Fonte: Experimentação (2018)

A respeito do que os alunos sentem quando são submetidos a uma avaliação em Matemática, a maioria dos pesquisados disse se manter tranquilo, enquanto que 30% sentem-se preocupados e 20% tem a sensação de medo na hora da avaliação. O quadro a seguir mostra os dados referentes a como o estudante avalia a explicação do seu professor de Matemática.

Quadro 30- Como você avalia a explicação de seu professor de Matemática?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Ruim	0	0%
Regular	0	0%
Boa	4	40%
Excelente	6	60%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 25- Como você avalia a explicação de seu professor de Matemática?

Fonte: Experimentação (2018)

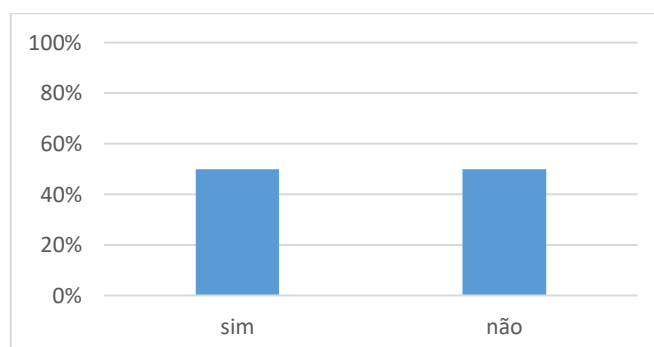
Diante dos dados, observamos que a maioria dos estudantes (60%) acham a explicação do professor excelente, e outros 40% julgam a explicação do docente como boa, não havendo quem achasse a explicação regular ou ruim. O quadro a seguir mostra dados referentes ao fato de terem estudado ou não divisibilidade de números naturais.

Quadro 31- Você já estudou divisibilidade de números naturais?

RESPOSTAS	FREQUÊNCIA	PERCENTUAL
Sim	5	50%
Não	5	50%
Total	10	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 26- Você já estudou divisibilidade de números naturais?



Fonte: Experimentação (2018)

Os dados apontam um empate técnico, onde 50% diz já ter estudado divisibilidade de números naturais e outros 50% dizem não ter estudado.

Esse questionário, de forma geral, nos mostrou que a maioria dos alunos do 6º ano que foram consultados gosta de Matemática, embora tenham informado que só entendem as explicações e sentem-se interessados pelas aulas às vezes; só estudam no período de avaliações, mesmo não trabalhando para ajudar em casa; recebem a ajuda familiar nas tarefas de Matemática; só conseguem relacionar às vezes os conteúdos matemáticos com o cotidiano; dizem que as aulas de Matemática desenvolvem-se através de definição de conceitos, exemplos e exercícios; que o professor os avalia através de provas e testes semanais; gostam da explicação do professor e se sentem tranquilos diante de uma avaliação em Matemática. Essas informações são muito

importantes na hora da aplicação do experimento, pois podem influenciar de alguma forma no desempenho dos discentes ao longo das atividades que compõem a sequência didática. A seguir mostramos o resultado do teste de averiguação que propomos aos estudantes.

5.1.2. Resultado do teste proposto

O quadro a seguir mostra o desempenho dos estudantes no teste aplicado com o objetivo de verificar o nível de conhecimento dos mesmos em relação à divisibilidade de números naturais.

Quadro 32- Desempenho no teste proposto

Alunos	Notas de 0 (zero) a 10 (dez)
A1	0
A2	0
A3	0
A4	2
A5	2,5
A6	1
A7	2
A8	2
A9	3
A10	2,5
A11	0
A12	0
A13	0

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos observar que o desempenho dos estudantes, no teste de sondagem que propusemos, foi bastante insatisfatório, mostrando assim que os mesmos possuem muito pouco

conhecimento e habilidades para resolverem questões relativas à divisibilidade de números naturais.

5.2 SEGUNDO ENCONTRO

O segundo encontro aconteceu no dia 18 de setembro de 2018 (quarta-feira), tendo início às 07h30min e término às 09h15min. Neste momento, propusemos que a turma fosse organizada em equipes, onde deixamos os estudantes bem à vontade para escolherem seus parceiros, ficando então a turma, que era composta por 13 estudantes, organizada em 6 equipes de dois alunos cada, e uma equipe com apenas um aluno por escolha própria, quando então nomeamos de G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7 cada grupo e A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12 e A13 cada aluno participante. A partir daí, entregamos uma cópia da primeira atividade para cada integrante das equipes, juntamente com uma máquina de calcular para facilitar o procedimento.

Logo em seguida, enfatizamos sobre a importância de se levar a sério aquele momento, solicitando a eles que fizessem uma leitura cautelosa do material que tinham em mãos e nos respondessem se tinham noção de como executar tal atividade. Como era de se esperar, os estudantes ficaram agitados e disseram não ter ideia de como começar a tarefa, pois nunca tinham visto algo parecido. Foi então que resolvemos intervir no sentido de tranquilizá-los, dizendo que isso era normal por se tratar de algo novo para eles, e que faríamos juntos a primeira linha do quadro.

A partir daí, deixamos as equipes à vontade, porém sempre supervisionando as ações dos grupos, tirando dúvidas quando surgiam e procurando manter um ambiente de ordem e tranquilidade. Na primeira atividade, nosso objetivo era fazer com que os alunos preenchessem o quadro, e nele percebessem que havia dois tipos de divisão: a que apresentaria resto zero, e a que apresentaria resto diferente de zero, para logo em seguida formalizarmos que nas divisões de resto zero o divisor é um dos divisores do dividendo.

Na segunda atividade, nossa intenção era que com o preenchimento do quadro, os alunos percebessem que o menor divisor de um número é sempre 1,

e que o maior é ele próprio. O momento foi envolvido por bastante expectativa e ansiedade, não só por parte dos alunos como nossa também, até por se tratar de algo novo para ambas as partes. Agora, mostraremos o preenchimento das fichas com suas respectivas observações e conclusões feitas pelos grupos envolvidos, bem como quadros com as transcrições das mesmas, as quais classificamos em: válidas, previstas e desejadas; válidas, não previstas e não desejadas; válidas, previstas e não desejada; não válida, prevista e não desejada; não válida, não prevista e não desejada e não formulada, além de quadros com o percentual de classificação das observações e conclusões.

Figura 25 - Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 01

Com as informações: obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	-0-
b)	12	3	4	-2-
c)	12	6	2	-0-
d)	18	6	3	-0-
e)	18	7	2	-4-
f)	18	9	2	-0-
g)	20	5	4	-0-
h)	20	5	4	-0-
i)	20	5	4	-0-
j)	15	5	3	-0-
k)	15	3	5	-0-
l)	15	4	3	-3-
m)	16	4	4	-0-
n)	16	8	2	-0-
o)	16	9	1	-7-
p)	30	6	5	-0-
q)	30	15	2	-0-
r)	30	7	4	-2-

Observação: Se apareceu resto com números naturais e outros apareceram zeros e outros não.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 26 - Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 02

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	5	2	2
c)	12	6	2	0
d)	18	6	3	0
e)	18	7	2	4
f)	18	9	2	0
g)	20	6	3	2
h)	20	5	4	0
i)	20	10	2	0
j)	15	5	3	0
k)	15	3	5	0
l)	15	6	2	3
m)	16	4	4	0
n)	16	8	2	0
o)	16	9	1	7
p)	30	6	5	0
q)	30	15	2	0
r)	30	7	4	2

Observação: *Nossa observação alguns da com o resto zero e outros não*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 27– Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 03

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	5	2	2
c)	12	6	2	0
d)	18	6	3	0
e)	18	7	2	4
f)	18	9	2	0
g)	20	6	3	2
h)	20	5	4	0
i)	20	10	2	0
j)	15	5	3	0
k)	15	3	5	0
l)	15	6	2	3
m)	16	4	4	0
n)	16	8	2	0
o)	16	9	1	7
p)	30	6	5	0
q)	30	15	2	0
r)	30	7	4	2

Observação: *A PA recebeu mais 2 zero do que resto*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 28 – Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 04

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	5	2	2
c)	12	6	2	0
d)	18	6	3	0
e)	18	7	2	4
f)	18	9	2	0
g)	20	5	4	0
h)	20	10	2	0
i)	20	5	4	0
j)	15	5	3	0
k)	15	6	2	3
l)	15	4	3	3
m)	16	4	4	0
n)	16	8	2	0
o)	16	2	8	0
p)	30	6	5	0
q)	30	15	2	0
r)	30	7	4	2

Observação:

*teve divisão que teve outros números
No resto mas a maioria tinha zero*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 29 – Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 05

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	5	2	2
c)	12	6	2	0
d)	18	6	3	0
e)	18	7	2	4
f)	18	9	2	0
g)	20	6	3	2
h)	20	5	4	0
i)	20	10	2	0
j)	15	5	3	0
k)	15	5	3	0
l)	15	6	2	3
m)	16	4	4	0
n)	16	8	2	0
o)	30	6	5	0
p)	30	6	5	0
q)	30	15	2	0
r)	30	7	4	2

Observação:

*os divisores que o resto tem mas zero do que números
diferentes*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 30 – Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 06

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	3	4	0
c)	12	3	4	0
d)	18	6	3	0
e)	18	6	3	0
f)	18	7	2	4
g)	18	9	2	0
h)	20	5	4	0
i)	20	5	4	0
j)	20	10	2	0
k)	10	5	2	0
l)	15	3	5	0
m)	15	6	2	3
n)	18	4	4	0
o)	16	8	2	0
p)	16	9	1	7
q)	30	6	5	0
r)	30	15	2	0
s)	30	7	4	2

Observação: Observamos que tem muitos restos com o número (0) e poucos com outros números, uns com o número (2) e outros com (3) com (7) e (4) também!

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 31 – Quadro preenchido da atividade 01 pelo grupo 07

Com as informações obtidas preencha o quadro abaixo

Ordem	Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
a)	12	3	4	0
b)	12	3	4	0
c)	12	3	4	0
d)	18	6	3	0
e)	18	6	3	0
f)	18	7	2	4
g)	18	9	2	0
h)	20	5	4	0
i)	20	5	4	0
j)	20	10	2	0
k)	15	3	5	0
l)	15	6	2	3
m)	15	4	3	3
n)	16	8	2	0
o)	16	9	1	7
p)	30	6	5	0
q)	30	15	2	0
r)	30	7	4	2

Observação:

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 1: Quando a divisão entre dois números naturais apresentar resto zero, o divisor é um dos divisores do dividendo.

Quadro 33-Transcrição e classificação das Observações da atividade 1

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Só apareceu restos com números naturais e outros apareceram zeros e outros não.	Válida, prevista e desejada.
G2	Nossa observação alguns davam o resto zero e outros não.	Válida, prevista e desejada.
G3	Apareceu mais zero do que resto.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Teve divisão que teve outros números no resto, mas a maioria tinha zero.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

G5	Nós observamos que o resto tem mais zero do que números diferentes.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Observamos que tem muito resto com o número (0) e poucos com outros números, uns com o número (2) e outros com (3), com (7) e (4) também!	Válida, não prevista e não desejada.
G7	-----	Não formulou

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 34- Percentual de classificação das observações da atividade 1

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	3	42,86%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	3	42,86%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	1	14,28%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Como podemos verificar no quadro anterior, 42,86% dos grupos participantes apresentaram observações que consideramos válidas, dentro do que prevíamos e desejávamos para institucionalizar o conceito de divisores de números naturais. Outros 42,86% apresentaram observações válidas, porém fora do que prevíamos e desejávamos, e apenas um grupo não formulou a

observação. Portanto, inferimos que a atividade apresentou um efeito positivo, no sentido de colaborar com a formalização do conceito de divisores de números naturais. A seguir mostraremos os resultados da atividade dois de nosso experimento, que buscou identificar o menor e maior divisor de um número natural.

Figura 32 – Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 01

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

Ordem	Número	Menor divisor do número	Maior divisor do número
a)	3	1	3
b)	6	1	6
c)	8	1	8
d)	10	1	10
e)	11	1	11
f)	12	1	12
g)	14	1	14
h)	15	1	15
i)	16	1	16
j)	25	1	25

Observação: observei que o menor divisor dos números era sempre 1 e o maior era ele mesmo

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 33 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 1

G1 - EU CONCLUI QUE O MENOR DIVISOR DOS NÚMEROS ERA SEMPRE 1 E O MAIOR ERA ELE MESMO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 34 – Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 02

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

Ordem	Número	Menor divisor do número	Maior divisor do número
a)	3	1	3
b)	6	1	6
c)	8	1	8
d)	10	1	10
e)	11	1	11
f)	12	1	12
g)	14	1	14
h)	15	1	15
i)	16	1	16
j)	25	1	25

Observação: eu observei que o menor divisor dos números era sempre 1 mas era ele mesmo.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 35 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 2

G2 - EU CONCLUI QUE O MESMO
DIVISOR DOIS NÚMEROS ERA
SEMPRE ELE MESMO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 36 - Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 03

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

Ordem	Número	Menor divisor do. número	Maior divisor do número
a)	3	1	3
b)	6	1	6
c)	8	1	8
d)	10	1	10
e)	11	1	11
f)	12	1	12
g)	14	1	14
h)	15	1	15
i)	16	1	16
j)	25	1	25

Observação:
nós observamos que o menor divisor é (1) e o maior
divisor é ele mesmo.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 37 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 3

G3 - nós concluímos que a
menor divisor é (1) e a
maior divisor é ele mesmo

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 38 - Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 04

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

Ordem	Número	Menor divisor do. número	Maior divisor do número
a)	3	1	3
b)	6	1	6
c)	8	1	8
d)	10	1	10
e)	11	1	11
f)	12	1	12
g)	14	1	14
h)	15	1	15
i)	16	1	16
j)	25	1	25

Observação: O 1 é o menor divisor de todos os números e o maior divisor é o próprio número.
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 39 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 4

Gr4 - O 1 É O MENOR DIVISOR DE
TODOS OS NÚMEROS E O MAIOR DIVISOR
É O PRÓPRIO NÚMERO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 40 - Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 05

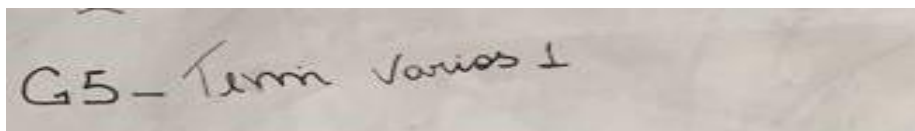
Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir.

Ordem	Número	Menor divisor do. número	Maior divisor do número
a)	3	1	3
b)	6	1	6
c)	8	1	8
d)	10	1	10
e)	11	1	11
f)	12	1	12
g)	14	1	14
h)	15	1	15
i)	16	1	16
j)	25	1	25

Observação: tem zeros 1
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 41 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 5



Fonte: Experimentação (2018)

Figura 42 - Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 06

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

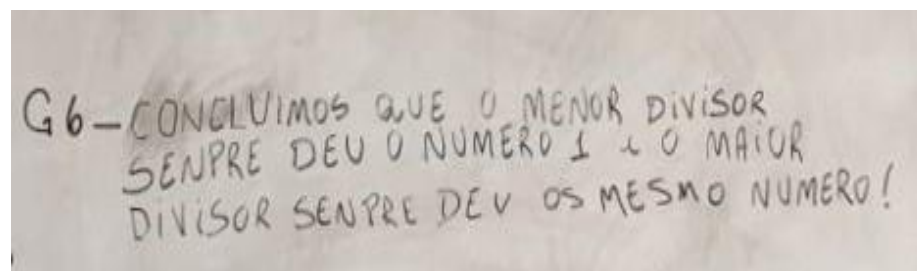
Ordem	Número	Menor divisor do. número	Maior divisor do número
a)	3	1	6
b)	6	1	6
c)	8	1	24
d)	10	1	10
e)	11	1	12
f)	12	1	12
g)	14	1	14
h)	15	1	15
i)	16	1	16
j)	25	1	25

Observação: observamos que o menor divisor sempre deu o número 1 e o maior divisor sempre deu os mesmo numeros!

Conclusão: que o maior divisor sempre deu o próprio numero.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 43 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 6



Fonte: Experimentação (2018)

Figura 44 – Quadro preenchido da atividade 02 pelo grupo 07

Com os resultados obtidos preencha o quadro a seguir:

Ordem	Número	Menor divisor do número	Maior divisor do número
a)	3	1	4
b)	6	3	6
c)	8	2	8
d)	10	4	10
e)	11	4	11
f)	12	4	12
g)	14	2	14
h)	15	5	15
i)	16	7	16
j)	25	5	25

Observação: **OS MAIORES DIVISORES SÃO ELES MESMOS.**

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 45 - Conclusão da atividade 2 apresentada pelo grupo 7

G7 - OS MAIORES DIVISORES SÃO ELES MESMOS.

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 2: O menor divisor de um número natural é a unidade, e o maior divisor é ele próprio.

Quadro 35- Transcrição e classificação das observações da atividade 2

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Observei que o menor divisor dos números era sempre 1 e o maior era ele mesmo.	Válida, prevista e desejada.
G2	Eu observei que o menor divisor dos números era sempre 1 mais era ele mesmo.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

G3	Nós observamos que o menor divisor é (1) e o maior divisor é ele mesmo.	Válida, prevista e desejada.
G4	O 1 é o menor divisor de todos os números e o maior divisor é o próprio número.	Válida, prevista e desejada.
G5	Tem vários 1.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Observamos que o menor divisor sempre deu o número 1 e o maior divisor sempre deu os mesmos números.	Válida, prevista e não desejada.
G7	Os maiores divisores são eles mesmos.	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 36- Percentual de classificação das observações da atividade 2

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	4	57,14%
Válida, prevista e não desejada	1	14,28%
Válida, não prevista e não desejada	2	28,58%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos verificar que a maioria dos grupos participantes, 57,14%, apresentou observações válidas e dentro do que prevíamos e desejávamos para o objetivo da atividade. Outros 28,58% apresentou observações válidas, porém fora do que prevíamos e desejávamos, e 14,28% observou de forma válida, prevista, porém não desejada e nem um grupo deixou de formular uma observação.

Quadro 37- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 2

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu concluí que o menor divisor dos números era sempre 1, e o maior era ele mesmo.	Válida, prevista e desejada.
G2	Eu concluí que o mesmo divisor dos números era sempre ele mesmo.	Válida, não prevista e não desejada.
G3	Nós concluímos que o menor divisor é (1) e o maior divisor é ele mesmo.	Válida, prevista e desejada.
G4	O 1 é o menor divisor de todos os números e o maior divisor é o próprio número.	Válida, prevista e desejada.
G5	Tem vários 1.	Válida, prevista e não desejada.
G6	Concluímos que o menor divisor sempre deu o número 1 e o maior divisor sempre deu o mesmo número.	Válida, prevista e desejada.
G7	Os maiores divisores são eles mesmos	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 38- Percentual de classificação das conclusões da atividade 2

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	4	57,14%
Válida, prevista e não desejada	1	14,28%
Válida, não prevista e não desejada	2	28,58%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme o quadro anterior, podemos verificar que a maioria dos grupos, 57,14% apresentou conclusões válidas, dentro do que prevíamos e desejávamos para atingir o objetivo da atividade, 28,58% formulou conclusões que, embora tenhamos considerado como válida, não estavam dentro do previsto e do que esperávamos e 14,28% dos grupos mostrou uma conclusão válida, prevista, mas não desejada, enfatizando que nenhum grupo deixou de formular uma conclusão. Portanto, acreditamos que a atividade surtiu um efeito positivo, no sentido de institucionalizarmos o menor e o maior divisor de um número natural.

5.3 TERCEIRO ENCONTRO

O terceiro encontro aconteceu no dia 19 de setembro, tendo início às 09h30min e término às 10h45min. Nessa ocasião, aplicamos a terceira e a quarta atividades. Uma relacionada ao conceito de múltiplos de um número natural e a outra sobre o conceito de números primos e compostos. Nesse momento, pedimos que os alunos se organizassem e mantivessem a mesma formação de grupo das atividades iniciais.

Na terceira atividade nosso objetivo foi que, com o preenchimento do quadro, os alunos observassem que quando um número é divisível por outro, isso implica que esse número pode ser escrito como a multiplicação do outro por um terceiro número qualquer, e na quarta atividade, que eles percebessem que há números que possuem apenas dois divisores (1 e ele próprio), no caso os primos, e que há números com mais de dois divisores, no caso os compostos.

Agora mostraremos o preenchimento dos quadros com suas respectivas observações feitas pelos sete grupos nas atividades 3 e 4.

Figura 46 – Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 01

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	X		X	
22	3		X		X
19	5		X		X
16	4	X		X	
24	4	X		X	
26	6		X		X
30	5	X		X	
40	8	X		X	
60	9		X		X
70	7	X		X	

Observação: *Toda vez que um número é divisível por outro pode ser multiplicado*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 47 – Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 02

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	X			X
22	3		X	X	
19	5		X		X
16	4	X			X
24	4	X		X	
26	6		X	X	
30	5	X		X	
40	8	X		X	
60	9		X		X
70	7	X		X	

Observação: *Eu observei eu fiz o conta na calculadora o bar e m qual a primeira com a segunda*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 48 – Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 03

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	☒	☒	☒	☒
22	3	☒	☒	☒	☒
19	5	☒	☒	☒	☒
16	4	☒	☒	☒	☒
24	4	☒	☒	☒	☒
26	6	☒	☒	☒	☒
30	5	☒	☒	☒	☒
40	8	☒	☒	☒	☒
60	9	☒	☒	☒	☒
70	7	☒	☒	☒	☒
Observação: <i>observa que nos perguntamos o 1º número é sempre divisível pelo 2º número.</i>					

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 49– Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 04

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	☒	☐	☒	☐
22	3	☐	☒	☐	☒
19	5	☐	☒	☐	☒
16	4	☒	☐	☒	☐
24	4	☒	☐	☒	☐
26	6	☐	☒	☐	☒
30	5	☒	☐	☒	☐
40	8	☒	☐	☒	☐
60	9	☐	☒	☐	☒
70	7	☒	☐	☒	☐
Observação: <i>Todo número que é divisível é multiplicado e todo número que não é divisível não é multiplicado</i>					

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 50 – Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 05

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	X	X	X	
22	3		X		X
19	5		X		X
16	4	X		X	
24	4	X		X	
26	6		X		X
30	5	X		X	
40	8	X		X	
60	9		X		X
70	7	X		X	

Observação: Eu observei que a segunda pergunta deu igual a primeira.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 51– Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 06

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	X		X	X
22	3		X	X	
19	5		X	X	X
16	4	X			X
24	4	X		X	X
26	6		X	X	
30	5	X		X	
40	8	X			X
60	9		X		X
70	7	X			X

Observação: Observamos que sim do primeiro número e divisível pelo segundo, mas nem todos.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 52– Quadro preenchido da atividade 03 pelo grupo 07

1º Número	2º Número	O 1º Número é divisível pelo 2º Número?		O 1º Número pode ser escrito como a Multiplicação do 2º número por um outro número natural?	
		Sim	Não	Sim	Não
21	7	X			X
22	3		X	X	
19	5		X	X	
16	4	X			X
24	4	X		X	X
26	13		X	X	
30	5	X			X
40	8	X			X
60	9	X			X
70	7	X			X

Observação: ~~as~~ PERGUNTAS DERAM ENTRE 3,8 E 7.33333333, E AS OUTRAS DERAM SUPER CERTAS

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 3: Um número natural será múltiplo de outro se for divisível por esse outro, ou se for o resultado da multiplicação desse número por algum número natural.

Quadro 39- Transcrição e classificação das observações da atividade 3

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Toda vez que um número é divisível por outro, pode ser multiplicado.	Válida, prevista e desejada.
G2	Eu observei, eu fiz a conta na calculadora e parece igual a primeira com a segunda.	Válida, prevista e desejada.
G3	Eu observei que nas perguntas do 1º número é sempre divisível pelo 2º número.	Não válida, não prevista e não desejada.

(Conclusão)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G4	todo número que é divisível é multiplicado, e todo número que não é divisível não é multiplicado..	Válida, prevista e desejada.
G5	Eu observei que a segunda pergunta deu igual a primeira.	Válida, prevista e desejada.
G6	Nós observamos que os primeiros números eram divisíveis pelo segundo, mas nem todos.	Válida, prevista e não desejada.
G7	Perguntas davam entre 3,8 e 7,33333..., e outras davam super certas.	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 40- Percentual de classificação das observações da atividade 3

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	4	57,13%
Válida, prevista e não desejada	1	14,29%
Válida, não prevista e não desejada	1	14,29%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	14,29%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Como podemos verificar no quadro anterior, a maioria dos grupos, 57,13%, apresentou observações que consideramos válidas, e que estavam

dentro do que prevíamos e desejávamos para o nosso objetivo. Outros 14,29% observou de forma válida, prevista, porém não desejada e o mesmo percentual mostrou observações não condizentes com o que esperávamos. Assim concluímos que a atividade surtiu um efeito positivo para a institucionalização de múltiplos de números naturais. A seguir, mostraremos os resultados da atividade referente a números primos.

Figura 53 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 01

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1, 2	18	1, 3, 9, 18
4	1, 2, 4	19	1, 19
11	1, 11	30	1, 2, 3, 5, 10, 15, 30
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	67	1, 67
25	1, 5, 25	60	1, 2, 3, 5, 10, 15, 30, 60
13	1, 13	68	1, 2, 68
16	1, 4, 8, 16	70	1, 2, 3, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196, 203, 210, 217, 224, 231, 238, 245, 252, 259, 266, 273, 280, 287, 294, 301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350, 357, 364, 371, 378, 385, 392, 399, 406, 413, 420, 427, 434, 441, 448, 455, 462, 469, 476, 483, 490, 497, 504, 511, 518, 525, 532, 539, 546, 553, 560, 567, 574, 581, 588, 595, 602, 609, 616, 623, 630, 637, 644, 651, 658, 665, 672, 679, 686, 693, 700, 707, 714, 721, 728, 735, 742, 749, 756, 763, 770, 777, 784, 791, 798, 805, 812, 819, 826, 833, 840, 847, 854, 861, 868, 875, 882, 889, 896, 903, 910, 917, 924, 931, 938, 945, 952, 959, 966, 973, 980, 987, 994, 1001
17	1, 17	101	1, 101

Observação: eu descobri que ~~o~~ algum número
dava mais divisores que outros

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 54 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 02

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1, 2	18	6
4	1, 2, 4	19	1, 19
11	1, 11	30	1, 10, 20, 30
20	1, 10	67	1, 67
25	1, 5, 10, 25	60	1, 30, 60
13	1, 13	68	1, 68
16	1, 16	70	1, 70
17	1, 17	101	1, 101

Observação: eu descobri que ~~o~~ algum número
dava mais divisores que outros 1, 2, 5, 4 etc..

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 55 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 03

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1, 2	18	1, 9, 18
4	1, 2, 4	19	1, 9, 19
11	1, 11	30	1, 5, 15, 30
20	1, 2, 4, 5, 10	67	1, 5, 9, 67
25	1, 5, 25	60	1, 5, 8, 10, 15, 30, 60
13	1, 13	68	1, 3, 5, 8, 9, 68
16	1, 8, 16	70	1, 5, 10, 70
17	1, 17	101	1, 20, 30, 50, 101

Observação: Nós observamos que números que têm mais divisores e começa com o número (1)

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 56 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 04

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1 e 2	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
4	1, 2 e 4	19	1 e 19
11	1 e 11	30	1, 2, 5, 6, 10, 15, 30
20	1, 2, 4, 10, 20	67	1 e 67
25	1, 5, 25	60	1, 2, 5, 6, 10, 15, 30, 60
13	1 e 13	68	1, 2, 4, 68
16	1, 2, 4, 8, 16	70	1, 2, 5, 7, 10, 14, 15, 70
17	1 e 17	101	1 e 101

Observação: Tem números que tem poucos divisores e outros tem muitos

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 57 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 05

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1, 2	18	9, 3, 18
4	1, 2, 4	19	19, 1
11	11, 1	30	15, 1, 30
20	10, 20, 1	67	67, 1
25	25, 1, 13	60	60, 1
13	13, 1	68	68, 1
16	16, 1	70	70, 1
17	17, 1	101	101, 1

Observação:
Eu observei que sempre começa com (1), termina com ele mesmo

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 58 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 06

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1, 2	18	1, 3, 18
4	2, 4	19	1, 19
11	1, 11	30	1, 5, 10, 15, 30
20	1, 5, 10, 20	67	1, 67
25	1, 5, 25	60	1, 5, 10, 60
13	1, 13	68	1, 68
16	1, 16	70	1, 5, 10, 70
17	1, 17	101	1, 101

Observação: NÓS OBSERVAMOS QUE SEMPRE OS DIVISORES COMEÇA COM O NÚMERO 1 E TERMINA COM ELE MESMO!

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 59 – Quadro preenchido da atividade 04 pelo grupo 07

Número	Divisores do Número	Número	Divisores do número
2	1 E 2	18	1, 2, 3, 6, 9 E 18
4	1, 2 E 4	19	1 E 19
11	1, E 11	30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 E 30
20	1, 2, 4, 5, 10 E 20	67	1
25	1, 5 E 25	68	1
13	1 E 13	70	1
16	1, 2, 4, 8 E 16	101	1
17	1 E 17		

Observação: VÁRIAS DIVISÕES DERAM MAIS DE 2 DIVISORES, E 5 (CINCO) DERAM 2 (DOIS).

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 4: Os números naturais que têm apenas dois divisores: o 1 e o próprio número, são chamados de números primos e os números que têm mais de dois divisores são chamados de números compostos.

Quadro 41- Transcrição e classificação das observações da atividade 4

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu observei que alguns números davam mais divisores que outros.	Válida, prevista e não desejada.
G2	Eu observei que tem número que a resposta dava 1,2 outros 1,2,5,4 etc...	Válida, não prevista e não desejada.
G3	Nós observamos tem números que tinha mais divisores e começa com o número (1).	Válida, prevista e não desejada.
G4	Tem números que têm pouco divisores e outros têm muitos .	Válida, prevista e não desejada.
G5	Eu observei que sempre começa com (1) e termina com ele mesmo.	Válida, prevista e não desejada.
G6	Nós observamos que sempre os divisores começam com 1, e terminam com ele mesmo.	Válida, prevista e não desejada.
G7	Várias divisões deram mais de 2 divisores, e 5(cinco) deram 2 (dois).	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 42- Percentual de classificação das observações da atividade 4

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	1	14,23%
Válida, prevista e não desejada	5	71,54%
Válida, não prevista e não desejada	1	14,23%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme o quadro anterior, podemos observar que a maioria, 71,54%, apresentou observações que, embora tenhamos considerado válidas e previstas, não eram as que desejávamos para o nosso objetivo, valendo ressaltar que nenhum grupo deixou de formular sua observação. Portanto, concluímos que a atividade não apresentou um efeito positivo para a institucionalização, pois fizemos muitas intervenções junto aos estudantes.

5.4 QUARTO ENCONTRO

O quarto encontro aconteceu no dia 10 de outubro de 2018, tendo início às 07h30min e término às 08h10min. Nessa ocasião aplicamos a quinta e sexta atividades, uma relacionada ao critério de divisibilidade por dois, onde nosso objetivo era que os alunos descobrissem que um número é divisível por dois quando for par, e a outra relacionada ao critério de divisibilidade por dez, onde almejávamos que os discentes percebessem que um número é divisível por dez quando terminar em zero. Agora mostraremos o preenchimento dessas atividades por parte dos sete grupos, e por se tratar de atividades de

redescoberta pedimos que um integrante de cada grupo socializasse sua conclusão no quadro branco.

Figura 60 – Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 01

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

Observação: *Nos observamos que Todo numero que Par e Par era sempre divisível por dois*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 61- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 1

G1. NOS CONCLUIMOS QUE TODO NUMERO QUE DAVA PAR ERA SEMPRE DIVISIVEL POR DOIS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 62 – Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 02

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

Observação: *a minha observação foi que o primeiro do numero foi igual a segunda*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 63- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 2

G2. A MINHA CONCLUSÃO FOI QUE O MESMO DA PRIMEIRA FOI IGUAL A SEGUNDA 😊

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 64 – Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 03

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

Observação: nós descobrimos que deu mais por do que não descobrimos que o número é divisível através do ímpar ou par.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 65- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 3

G3. NÓS CONCLUIMOS QUE DEU MAIS ÍMPAR DO QUE PAR. PODEMOS DESCOBRIR QUE O NÚMERO É DIVISÍVEL ATRÁVES DO ÍMPAR OU PAR.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 66- Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 04

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

Observação: Todo número que é Par é divisível por dois.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 67- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 4

G4. TODO NÚMERO QUE É PAR
É DIVISIVEL POR DOIS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 68 – Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 05

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

Observação: nos observamos que os resultados sempre
divisível por par de dois. É o mesmo da pergunta
primeira é igual a segunda.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 69- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 5

G5. nós concluímos que os resultados
sempre divisível por Par de dois. É o mesmo
da pergunta primeira é igual a segunda.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 70 – Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 06

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125	X			
230	X		X	
425	X	X		X
508		X		X
5579		X		X
1274	X			

Observação: nós observamos que todos os números par são divisíveis.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 71- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 6

6=6. NÓS CONCLUIMOS QUE
 TODOS OS NÚMEROS PAR
 SÃO DIVISÍVEIS

Fonte: Experimentação (2018)

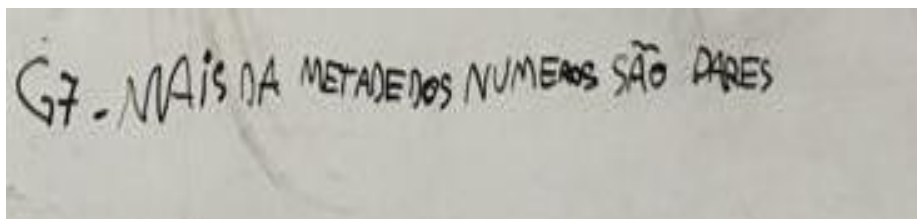
Figura 72 – Quadro preenchido da atividade 05 pelo grupo 07

Números	O Número é par?		O Número é divisível por dois?	
	Sim	Não	Sim	Não
72	X		X	
83		X		X
96	X		X	
114	X		X	
125		X		X
230	X		X	
425		X		X
508	X		X	
5579		X		X
1274	X		X	

Observação: MAIS DA METADE, OS NÚMEROS SÃO PARES.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 73- Conclusão da atividade 5 apresentada pelo grupo 7

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 5: Um número natural será divisível por dois quando o algarismo das unidades for 0, 2, 4, 6 ou 8, ou seja, quando o número for par.

Quadro 43- Transcrição e classificação das observações da atividade 5

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós observamos que todo número que dava par era sempre divisível por dois.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que o mesmo do primeiro foi igual a segunda.	Válida, prevista e desejada,
G3	Nós observamos que deu mais par do que ímpar. Podemos descobrir que o número é divisível através do ímpar ou par.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Todo número que é par é divisível por dois.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que os resultados sempre divisível por par dá dois e o mesmo da pergunta primeira é igual a segunda.	Válida, prevista e desejada.
G6	Nós observamos que todos os números pares são divisíveis.	Válida, prevista e desejada.
G7	Mais da metade, os números são pares.	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 44- Percentual de classificação das observações da atividade 5

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	5	71,43%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	2	28,57%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme podemos verificar no quadro anterior, a maioria dos grupos, 71,43%, apresentou observações válidas e dentro do que prevíamos e desejávamos para o objetivo da atividade. 28,57% dos grupos apresentou observações válidas, porém fora do previsto e desejado e nenhum grupo deixou de escrever a observação.

Quadro 45- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 5

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós concluímos que todo número que dava par, era sempre divisível por dois.	Válida, prevista e desejada
G2	A minha conclusão foi que o mesmo da primeira foi igual a segunda.	Não válida, não prevista e não desejada.
G3	Nós concluímos que deu mais ímpar do que par, podemos descobrir que o número é divisível através do ímpar ou par.	Não válida, não prevista e não desejada.
G4	Todo número que é par, é divisível por dois.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

G5	Nós concluímos que os resultados sempre divisível por par dá dois, e o mesmo da primeira é igual a segunda.	Válida, prevista e desejada.
G6	Nós concluímos que todos os números pares são divisíveis.	Válida, prevista e desejada.
G7	Mais da metade dos números são pares.	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 46- Percentual de classificação das conclusões da atividade 5

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	4	57,14%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	3	42,86%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme o quadro anterior, a maioria, 57,14%, dos grupos apresentou conclusões válidas e dentro do que prevíamos e esperávamos para institucionalizar o critério de divisibilidade por 2. Portanto, acreditamos que a atividade surtiu efeito positivo, facilitando assim a formalização do referido critério. Agora mostraremos os resultados da atividade 6.

Figura 74 – Quadro preenchido da atividade 06 pelo grupo 01

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

Observação: Nas observações que terminam que terminam em zero era divisível por dez

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 75- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 1

G1. NOS CONCLUIMOS QUE TODO NÚMERO QUE TERMINAVA EM ZERO ERA DIVISÍVEL POR DEZ

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 76 – Quadro preenchido da atividade 06 pelo grupo 02

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

Observação: O minha observação foi que os resultados de primeira linha os mais os resultados da segunda

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 77- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 2

G2A MINHA CONCLUSÃO FOI QUE
O Δ PRIMEIRO TINHA OS MESMOS
RESULTADO CURTI TA.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 78 – Quadro preenchido da atividade 06 pelo grupo 03

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	X
20425		X		X
32420	X		X	X
40628	X			X
45680	X		X	

Observação: Nós observamos que o divisível e por dez e a maioria é Não

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 79- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 3

G3. NÓS CONCLUIMOS QUE O
DIVISÍVEL POR DOIS E A
MAIORIA É SIM.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 80 – Quadro preenchido da atividade 06 pelo grupo 04

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

Observação. Quando um número que termina em zero é divisível por dez.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 81- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 4

G4. TODO NÚMERO QUE TERMINA EM ZERO É DIVISÍVEL POR DEZ

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 82 – Ficha preenchida da atividade 06 pelo grupo 05

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

Observação: nós observamos que uns números terminam com zero e outros que não terminam.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 83- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 5

G5. nós concluímos que uns números termina com zero
e outros que não termina.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 84 – Quadro preenchido da atividade 06 pelo grupo 06

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

Observação: Observamos que a maioria é divisível por dez e a maioria não.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 85- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 6

6=6 Concluímos que a maioria é divisível de 10 e a maioria não.

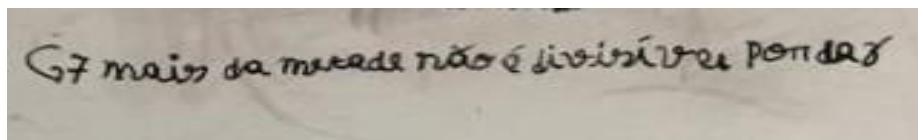
Fonte: Experimentação (2018)

Figura 86 – Quadro preenchido da atividade 06 pelo grupo 07

Número	É divisível por dez?		O Número termina em zero?	
	Sim	Não	Sim	Não
20	X		X	
26		X		X
40	X		X	
100	X		X	
325		X		X
13140	X		X	
20425		X		X
32420	X		X	
40628		X		X
45680	X		X	

Observação: MAIS DA METADE NÃO É DIVISÍVEL POR DEZ!

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 87- conclusão da atividade 6 apresentada pelo grupo 7

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 6: Um número natural é divisível por 10 quando termina em 0.

Quadro 47- Transcrição e classificação das observações da atividade 6

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós observamos que terminava em zero era divisível por dez.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que os resultados da primeira linha, os mesmos resultados da segunda.	Válida, prevista e desejada.
G3	Nós observamos que o divisível é por dez é a maioria, e não.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Quando um número que termina em zero é divisível por dez.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que uns números terminam com zero e outros que não terminam.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Observamos que a maioria é divisível por dez e a minoria não.	Válida, não prevista e não desejada.
G7	Mais da metade não é divisível por dez.	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 48- Percentual de classificação das observações da atividade 6

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	3	42,86%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	3	42,86%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	14,28%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme podemos observar no quadro anterior, 42,86% dos grupos observou de forma que consideramos válida e dentro do que prevíamos e desejávamos, outros 42,86% embora tenham feito observações válidas, não estavam coerentes com o que esperávamos e desejávamos para o nosso objetivo, além de 14,28% que não observou de forma válida.

Quadro 49- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 6

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós concluímos que todo número que terminava em zero era divisível por dez.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha conclusão foi que os primeiros tinham os mesmos resultados que o outro.	Não válida, não prevista e não desejada.
G 3	Nós concluímos que o divisor é por dois e a maioria é sim.	Não válida, não prevista e não desejada.
G 4	Todo número que termina em zero é divisível por dez	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluímos que uns números terminavam com zero e outros não terminavam.	Não válida, não prevista e não desejada.

(Conclusão)

G6	Concluimos que a maioria é divisor de dez e a minoria não.	Não válida, não prevista e não desejada.
G7	Mais da metade não é divisível por dez.	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 50- Percentual de classificação das conclusões da atividade 6

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	28,57%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	5	71,43%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, a maioria, 71,43%, dos grupos não conseguiu concluir de maneira satisfatória o que observaram, ficando assim bem distante do que pretendíamos institucionalizar. Portanto, inferimos que a atividade não surtiu o efeito que desejávamos, precisando assim de algumas intervenções antes da formalização do critério de divisibilidade por 10.

5.5 QUINTO ENCONTRO

O quinto encontro aconteceu no dia 23 de outubro de 2018, tendo início às 07h30min e término às 09h. Nessa ocasião, aplicamos a atividade 7 que era relacionada a divisibilidade por cinco, cujo objetivo era que o aluno observasse

que um número é divisível por cinco quando termina em zero ou cinco. Logo após essa atividade, propusemos algumas questões de aprofundamento e, por fim, aplicamos a atividade oito, relacionada à divisibilidade por três, cujo objetivo era que os discentes observassem que um número é divisível por três quando a soma de seus algarismos também for um número divisível por três. Nesse dia, o grupo 7 não se fez presente por questões de saúde.

Após a entrega das fichas, notamos os grupos mais familiarizados com as atividades, e mais confiantes para resolvê-las. A seguir mostraremos os quadros preenchidos por cada grupo participante, assim como suas observações e conclusões.

Figura 88– Quadro preenchido da atividade 07 pelo grupo 01

Número	É divisível por cinco?		Termina em zero?		Termina em cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	☒	☐	☐	☒	☒	☐
380	☒	☐	☒	☐	☐	☒
563	☐	☒	☐	☒	☐	☒
246	☐	☒	☐	☒	☐	☒
420	☒	☐	☒	☐	☐	☒
647	☐	☒	☐	☒	☐	☒
1231	☐	☒	☐	☒	☐	☒
5108	☐	☒	☐	☒	☐	☒
10715	☒	☐	☐	☒	☒	☐
9880	☒	☐	☒	☐	☒	☒

Observação: *Eu observei que sempre quando um número era divisível por cinco dava cinco ou zero*

Conclusão: *Dois cinco ou zero*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 89- Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 1

Gl. NÓS CONCLUIMOS QUE QUANDO UM NÚMERO ERA DIVISÍVEL POR CINCO SEMPRE DAVA CINCO OU ZERO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 90 – Quadro preenchido da atividade 07 pelo grupo 02

Número	É divisível por cinco?		Termina em zero?		Termina em cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	X			X	X	
380	X		X			X
563		X		X		X
246		X		X		X
420	X		X			X
647		X		X		X
1231		X		X		X
5108	X			X		X
10715	X			X	X	
9880	X		X			X

Observação: a minha observação foi que os divisíveis tinham muito mais quando tem três números 165, 380 etc.

Conclusão: três números 165, 380 etc.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 91- Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 2

G2 - A MINHA CONCLUSÃO FOI QUE OS DIVISÍVEIS TINHAM MUITO MAIS QUANDO TEM TRÊS NÚMEROS COMO 165, 380. ETC....

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 92 – Quadro preenchido da atividade 07 pelo grupo 03

Número	É divisível por cinco?		Termina em zero?		Termina em cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	X			X	X	
380	X		X			X
563		X		X		X
246		X		X		X
420	X		X			X
647		X		X		X
1231		X		X		X
5108	X			X		X
10715	X			X	X	
9880	X		X			X

Observação: observamos que termina mais em zero do que em cinco.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 93- Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 3

G3. CONCLUIMOS QUE TERMINA
MAIS EM ZERO DO QUE
CINCO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 94 – Quadro preenchido da atividade 07 pelo grupo 04

Número	É divisível por cinco?		Termina em zero?		Termina em cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	X			X	X	
380	X		X			X
563		X		X		X
246		X		X		X
420	X		X			X
647		X		X		X
1231		X		X		X
5108		X		X		X
10715	X			X	X	
9880	X		X			X

Observação: Nós observamos que todo número que termina em cinco e zero é divisível por cinco.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 95- Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 4

G4. NÓS CONCLUIMOS QUE TODO
NÚMERO QUE TERMINA EM CINCO E ZERO
É DIVISÍVEL POR CINCO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 96 – Quadro preenchido da atividade 07 pelo grupo 05

Número	É divisível por cinco?		Termina em zero?		Termina em cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	X			X	X	
380	X		X		X	
563		X		X		X
246		X		X		X
420	X		X		X	
647		X		X		X
1231		X		X		X
5108		X		X		X
10715		X		X	X	X
9880	X		X			X

Observação: *nos observamos que maioria não é divisível por cinco.*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 97- Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 5

G5 - Nós concluímos que maioria não é divisível por 5.

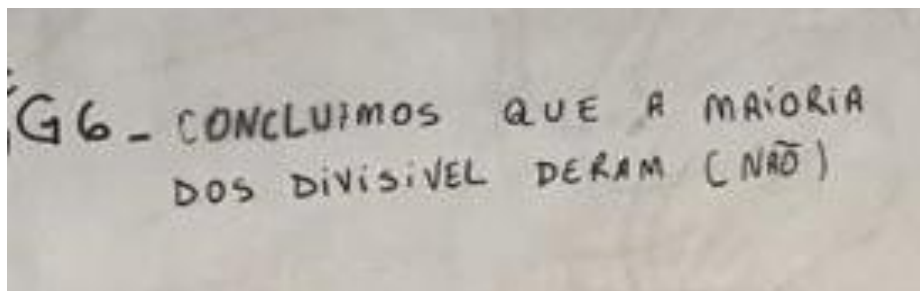
Fonte: Experimentação (2018)

Figura 98 – Quadro preenchido da atividade 07 pelo grupo 06

Número	É divisível por cinco?		Termina em zero?		Termina em cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
165	X			X	X	
380	X		X			X
563		X		X		X
246	X			X		X
420		X	X			X
647	X			X		X
1231	X			X		X
5108		X		X		X
10715	X			X	X	
9880		X		X		X

Observação: *Observamos que a maioria dos divisíveis deu não.*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 99- Conclusão da atividade 7 apresentada pelo grupo 6

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 7: Um número natural é divisível por 5 quando o algarismo das unidades for 0 ou 5.

Quadro 51- Transcrição e classificação das observações da atividade 7

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu observei que sempre quando um número era divisível por cinco, sempre dava cinco ou zero.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que os divisíveis tinha muito mais quando tem três números 165, 380 etc...	Válida, não prevista e não desejada.
G3	Observamos que termina mais em zero do que em cinco.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Nós observamos que todo número que terminava em cinco e zero é divisível por cinco.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que a maioria não é divisível por cinco.	Não válida, não prevista e não desejada.
G6	Observamos que a maioria dos divisíveis deram (não).	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 52- Percentual de classificação das observações da atividade 7

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	33,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	3	50%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	16,67%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, verificamos que apenas 33,33% dos grupos apresentou observações que consideramos válidas e dentro do que prevíamos e desejávamos para o objetivo da atividade. Outros 50% observou de maneira válida, porém fora do previsto e esperado, além de 16,67% que não formulou observações satisfatórias.

Quadro 53- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 7

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós concluímos que quando um número era divisível por cinco, sempre dava (terminava) cinco ou zero.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha conclusão foi que os divisíveis tinham muito mais quando têm três números como 165, 380 etc....	Não válida, não prevista e não desejada.
G3	Concluímos que termina mais em zero do que cinco.	Não válida, não prevista e não desejada.
G4	Nós concluímos que todo número que termina em cinco e zero, é divisível por cinco.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

G5	Nós concluímos que a maioria não era divisível por cinco.	Não válida, não prevista e não desejada.
G6	Concluímos que a maioria dos divisíveis deram não.	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 54- Percentual de classificação das conclusões da atividade 7

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	33,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	4	66,67%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos perceber que apenas 33,33% dos grupos concluíram de maneira satisfatória a atividade, até pelo fato de a maioria não ter conseguido observar suas regularidades. Por esse fato, acreditamos que a atividade não surtiu o efeito que gostaríamos para logo em seguida fazermos a institucionalização desse critério, sendo assim necessário fazermos algumas intervenções antes de formalizarmos. A seguir, mostraremos os resultados da atividade 8 que trabalha o critério de divisibilidade por 3.

Figura 100 – Quadro preenchido da atividade 08 pelo grupo 01

Números	É divisível por Três?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não
145		X		X
237	X		X	
384	X		X	
503		X		X
684	X		X	
691		X		X
972	X		X	
1920	X		X	
1257	X		X	
5618		X		X
9814		X		X
8814	X		X	

Observação: Nas observações quando o número era divisível por três, quando a soma de seus algarismos dava um número divisível por três

Conclusão: Divisível por três

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 101- Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 1

G1. NOS CONCLUIMOS QUE O NÚMERO SERÁ DIVISÍVEL POR TRÊS QUANDO A SOMA DE SEUS ALGARISMOS DAVA UM NÚMERO DIVISÍVEL POR TRÊS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 102 – Quadro preenchido da atividade 08 pelo grupo 02

Números	É divisível por Três?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não
145		X		X
237	X		X	
384	X		X	
503		X		X
684	X		X	
691		X		X
972	X		X	
1920	X		X	
1257	X		X	
5618		X		X
9814		X		X
8814	X		X	

Observação: a minha observação foi que quando é a divisão por número baixo ou por número maior do que

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 103- Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 2

G2 - A MINHA CONCLUSÃO FOI QUE QUANDO EU DIVIDIR POR UM NÚMERO BAIXO OU POR UM NÚMERO MENOR, DA CERTO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 104 – Quadro preenchido da atividade 08 pelo grupo 03

Números	É divisível por Três?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não
145		☒		☒
237	☒		☒	
384	☒		☒	
503		☒		☒
684		☒	☒	
691		☒		☒
972	☒		☒	
1920		☒	☒	
1257	☒		☒	
5618		☒		☒
9814		☒		☒
8814	☒		☒	

Observação: observamos que o mesmo número dá a soma do mesmo algarismo porque é divisível por três.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 105- Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 3

G3. Concluímos que o mesmo número dá soma do mesmo algarismo porque é divisível por três.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura106 – Quadro preenchido da atividade 08 pelo grupo 04

Números	É divisível por Três?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não
145		X		X
237	X		X	
384	X		X	
503		X		X
684	X		X	
691		X		X
972	X		X	
1920	X		X	
1257	X		X	
5618		X		X
9814		X		X
8814	X		X	

Observação: Toda vez que o número for divisível por três a soma de seus algarismos também será divisível por três.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 107- Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 4

G4. TODA VEZ QUE O NÚMERO FOR DIVISÍVEL POR TRÊS A SOMA DE SEUS ALGARISMOS TAMBÉM SERÁ DIVISÍVEL POR TRÊS.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 108 – Quadro preenchido da atividade 08 pelo grupo 05

Números	É divisível por Três?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não
145		X		X
237	X		X	
384	X		X	
503		X		X
684	X		X	
691		X		X
972	X		X	
1920	X		X	
1257		X		X
5618		X		X
9814		X		X
8814	X		X	

Observação: Nós observamos que todo o número divisível por três deu igual a segunda pergunta.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 109- Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 5

G5- Nós concluímos que todo o número divisível por três deu igual. A segunda da segunda.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 110 – Quadro preenchido da atividade 08 pelo grupo 06

Números	É divisível por Três?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não
145	X	X	X	X
237	X	X	X	X
384	X	X	X	X
503	X	X	X	X
684	X	X	X	X
691	X	X	X	X
972	X	X	X	X
1920	X	X	X	X
1257	X	X	X	X
5618	X	X	X	X
9814	X	X	X	X
8814	X	X	X	X

Observação: Observamos que a maioria dos números divisíveis de 3 sempre dão a mesma resposta dos somas dos algarismos.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 111- Conclusão da atividade 8 apresentada pelo grupo 6

G6- concluímos que a maioria dos números divisíveis de 3 sempre dão a mesma resposta dos somas dos algarismos.

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 8: Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos algarismos que o compõem é um número divisível por 3.

Quadro 55- Transcrição e classificação das observações da atividade 8

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós observamos quando o número era divisível por três quando a soma de seus algarismos dava um número divisível por três.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que quando eu dividia por número baixo ou por número menor dá certo.	Não válida, não prevista e não desejada.
G3	Observamos que o mesmo número dá a soma do mesmo algarismo porque é divisível por três.	Válida, prevista e desejada.
G4	Toda vez que o número for divisível por três a soma de seus algarismos também será divisível por três.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nossa observação que todo número divisível por três deu igual a segunda parte.	Válida, prevista e desejada.
G6	Observamos que a maioria dos números divisores de 3 sempre dão a mesma resposta das somas dos algarismos.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 56- Percentual de classificação das observações da atividade 8

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	16,67%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme o quadro anterior, verificamos que a maioria, 83,33%, dos grupos conseguiu observar de maneira que consideramos válida e dentro do que prevíamos e desejávamos para a conclusão, e apenas 16,67% observou de forma não satisfatória, cabendo ressaltar que nenhum grupo deixou de formular uma observação.

Quadro 57- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 8

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós concluímos que o número só era divisível por três quando a soma de seus algarismos dava um número era divisível por três.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha conclusão foi que quando eu dividia por um número baixo ou por um número menor dava certo.	Não válida, não prevista e não desejada.
G3	Concluimos que o mesmo número da soma do mesmo algarismo porque é divisível por três.	Válida, prevista e desejada.
G4	Toda vez que um número é divisível por três, a soma de seus algarismos também será divisível por três.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluímos que todo o número divisível por três deu igual a segunda pergunta.	Válida, prevista e desejada.
G6	Concluimos que a maioria dos números divisores (divisíveis) sempre dão a mesma resposta das somas dos algarismos.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 58- Percentual de classificação das conclusões da atividade 8

(Continua)

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%

(Conclusão)

Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	16,67%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme o quadro anterior, podemos verificar que a maioria dos grupos participantes (83,33%), concluiu de maneira válida, prevista e desejada sobre o critério de divisibilidade por 5, e apenas o grupo 2 não fez o registro de forma válida, cabendo ressaltar que nenhum grupo deixou de formular conclusões. Portanto inferimos que a atividade surtiu um efeito bem positivo, colaborando de forma significativa para a institucionalização do critério e para a aprendizagem dos estudantes envolvidos.

5.6 SEXTO ENCONTRO

No dia 24 de outubro de 2018, aconteceu o nosso sexto encontro que teve início às 07h30min e término às 08h43min. Nessa oportunidade, propusemos aos alunos as atividades nove, dez e onze de nossa sequência didática, que tinham por objetivo descobrir critérios de divisibilidade por nove, por seis e por quinze respectivamente. Nesse dia, os integrantes do grupo 1 chegaram atrasados na escola, pelo fato do transporte escolar não ter ido até a comunidade em que moram, participando apenas da atividade 11. Agora, mostraremos os resultados através das figuras, além das observações e conclusões apresentadas por cada grupo participante.

Figura 112 – Quadro preenchido da atividade 09 pelo grupo 02

Número	É divisível por Nove?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Nove?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X		X
309		X		X
428		X		X
1080	X		X	
1210		X		X
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X		X
9990	X		X	
44658	X		X	

Observação: *amimho descobri que na primeira soma a soma que do 1a*
 Conclusão: *a mesma de se quinda*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 113- Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 2

G2 - AMINHA CONCLUSÃO FOI QUE NA PRIMEIRO DA D
 SOMA QUE DAVA A MESMA DA SEGUNDA

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 114 – Quadro preenchido da atividade 09 pelo grupo 03

Número	É divisível por Nove?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Nove?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X		X
309		X		X
428		X		X
1080	X		X	
1210		X		X
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X		X
9990	X		X	
44658	X		X	

Observação: *descobrimos que é divisível por nove pela soma dos algarismos*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 115- Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 3

G3- Concluimos que é divisível
Por Nove Pelos seu algariz-
mos 😊

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 116 – Quadro preenchido da atividade 09 pelo grupo 04

Número	É divisível por Nove?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Nove?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X		X
309		X		X
428		X		X
1080	X		X	
1210		X		X
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X		X
9990	X		X	
44658	X		X	

Observação: Toda vez que o número for divisível
Por nove a soma de seus algarismos tam-
bem será divisível por nove.
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 117- Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 4

G4- TODA VEZ QUE O NÚMERO
FOR DIVISIVEL POR NOVE A SOMA
DE SEUS ALGARISMOS TAMBÉM SERA
DIVISIVEL POR NOVE

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 118 – Quadro preenchido da atividade 09 pelo grupo 05

Número	É divisível por Nove?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Nove?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X		X
309		X		X
428		X		X
1080	X		X	
1210		X		X
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X		X
9990	X		X	
44658	X		X	

Observação: nós observamos que quando o número for divisível por nove o algarismo também será divisível por nove.
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 119- Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 5

G5 - Nós concluímos que quando o número for divisível por nove o algarismo também será divisível por nove.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 120 – Quadro preenchido da atividade 09 pelo grupo 06

Número	É divisível por Nove?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Nove?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X	X	X
309		X	X	X
428	X		X	
1080	X	X	X	
1210		X		X
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X		X
9990		X	X	
44658		X		X

Observação: observamos que quase todos os algarismos não dão mesma resposta da soma dos algarismos!
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 121- Conclusão da atividade 9 apresentada pelo grupo 6

G6 - CONCLUIMOS QUE QUASE TODAS AS ALTERNATIVAS VÃO DÁ A MESMA RESPOSTA DA SOMA DOS ALGARISMOS!

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 122 – Quadro preenchido da atividade 09 pelo grupo 07

Número	É divisível por Nove?		A Soma de seus Algarismos é divisível por Nove?	
	Sim	Não	Sim	Não
185		X		X
309		X	X	
428		X		X
1080	X		X	
1210		X	X	
1125	X		X	
4716	X		X	
6735		X	X	
9990	X		X	
44658	X		X	X

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 9: Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos algarismos que o compõem é um número divisível por 9.

Quadro 59- Transcrição e classificação das observações da atividade 9

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G2	A minha observação foi que na primeira dá a soma que dava na segunda.	Válida, prevista e desejada.
G3	Observamos que é divisível por nove pelos seus algarismos.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

G4	Toda vez que o número for divisível por nove a soma de seus algarismos também será divisível por nove.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que quando o número for divisível por nove o algarismo também será divisível por nove.	Válida, prevista e desejada.
G6	Observamos que quase todas as alternativas não dá a mesma resposta da soma dos algarismos.	Não válida, não prevista e não desejada.
G7	----- ----- --	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 60- Percentual de classificação das observações da atividade 9

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	4	66,66%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	16,67%
Não formulou	1	16,67%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos notar que a maioria dos grupos (66,66%) conseguiu observar de maneira, que achamos válida e dentro do que prevíamos e esperávamos sobre o que objetivávamos para a atividade. Apenas um grupo não observou de maneira válida e outro não formulou observação.

Quadro 61- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 9

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G 2	A minha conclusão foi que na primeira dá a soma que dava a mesma da segunda.	Não válida, prevista e não desejada.
G3	Concluimos que é divisível por nove pelos seus algarismos.	Válida, prevista e não desejada.
G4	Toda vez que o número for divisível por nove a soma dos algarismos também será divisível por nove.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluimos que quando o número for divisível por nove o algarismo também será divisível por nove.	Válida, prevista e desejada.
G6	Concluimos que quase todas as alternativas vão dá a mesma resposta da soma dos algarismos.	Não válida, prevista e não desejada.
G7	-----	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 62- Percentual de classificação das conclusões da atividade 9

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	33,33%
Válida, prevista e não desejada	1	16,67%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	2	33,33%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	1	16,67%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Embora a maioria dos grupos (66,66%) tenha conseguido fazer observações consideradas válidas e desejadas para o objetivo da atividade, o mesmo não se repetiu na hora de formular as conclusões, onde apenas 33,33%

dos grupos concluiu de forma válida e desejada a respeito do critério de divisibilidade por nove, onde tivemos que enfatizar o que eles haviam observado. Ainda assim, apesar das dificuldades que encontraram na fase de conclusão, acreditamos que a atividade apresentou um efeito positivo para o que queríamos institucionalizar.

Figura 123 – Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 02

Número	O Número é divisível por Seis?		O Número é divisível por Dois?		O Número é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524	X	X	X		X	X
540	X		X		X	
681	X	X	X	X	X	
912	X		X		X	
4312	X	X	X		X	X
6321	X	X	X		X	

Observação: *minha observação é que quando dividido por seis dá igual a dois e três*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 124- Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 2

G2. A MINHA CONCLUSÃO É QUE QUANDO DIVIDIDO POR SEIS DÁ IGUAL A DOIS E TRÊS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 125 – Ficha preenchida da atividade 10 pelo grupo 03

Número	O Número é divisível por Seis?		O Número é divisível por Dois?		O Número é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524	X	X	X		X	X
540	X		X		X	
681	X	X	X	X	X	
912	X		X		X	
4312	X	X	X		X	X
6321	X		X		X	

Observação: *observamos que os números é divisível igual seis é divisível igual a dois e três*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 126- Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 3

G3- Concluímos que os números é divisível igual seis e divisível igual a dois e três.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 127 – Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 04

Número	O Número é divisível por Seis?		O Número é divisível por Dois?		O Número é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524		X	X			X
540	X		X		X	
681		X		X	X	
912	X		X		X	
4312		X	X			X
6321		X		X	X	

Observação: Quando o número for divisível por seis ele também será divisível por dois e por três.
Conclusão

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 128- Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 4

G4- QUANDO O NÚMERO FOR DIVISIVEL POR SEIS ELE TAMBÉM SERA DIVISIVEL POR DOIS E POR TRÊS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 129 – Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 05

Número	O Número é divisível por Seis?		O Número é divisível por Dois?		O Número é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524		X	X			X
540	X		X		X	
681	X		X		X	
912	X		X		X	
4312		X	X			X
6321	X			X	X	

Observação: Nós observamos que o seis é por dois e por três

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 130- Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 5

G5 - Nós concluímos que o seis é por dois e por três

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 131 – Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 06

Número	O Número é divisível por Seis?		O Número é divisível por Dois?		O Número é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524	X		X			X
540	X		X		X	
681		X	X		X	
912		X		X	X	
4312		X		X		X
6321		X		X	X	

Observação: Observamos que a divisão de 6, 2 e 3 deram praticamente os mesmos resultados e iguais

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 132- Conclusão da atividade 10 apresentada pelo grupo 6

G6 - Concluímos que a divisão de 6, 2 e 3 deram praticamente os mesmos resultados.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 133 – Quadro preenchido da atividade 10 pelo grupo 07

Número	O Número é divisível por Seis?		O Número é divisível por Dois?		O Número é divisível por Três?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
18	X		X		X	
36	X		X		X	
48	X		X		X	
312	X		X		X	
524		X				X
540	X		X		X	
681		X	X	X	X	
912	X		X		X	
4312		X	X			X
6321		X		X	X	

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 10: Um número natural é divisível por 6 quando for divisível por dois e por três ao mesmo tempo.

Quadro 63- Transcrição e classificação das observações da atividade 10

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G2	A minha observação é que quando divido por seis dá igual a dois e três.	Válida, prevista e desejada.
G3	Observamos que os números é divisível igual seis é divisível igual a dois e três.	Válida, prevista e desejada.
G4	Quando o número for divisível por seis ele também será divisível por dois e por três.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que o seis é por dois e por três.	Válida, prevista e desejada.
G6	Observamos que a divisão de 6, 2 e 3 deram praticamente os resultados iguais.	Válida, prevista e desejada.
G7	----- ----- -----	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 64- Percentual de classificação das observações da atividade 10

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	1	16.67%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme podemos verificar no quadro anterior, a maioria dos grupos (83,33%) conseguiu fazer observações que consideramos válidas e dentro do que prevíamos e desejávamos para alcançar o objetivo da atividade, e apenas um grupo (G7) não conseguiu fazer observações durante a atividade.

Quadro 65- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 10

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G 2	A minha conclusão é que quando divido por seis dá igual a dois e três.	Válida, prevista e desejada.
G3	Concluimos que os números é divisível igual seis é divisível igual a dois e três.	Válida, prevista e desejada.
G4	Quando o número for divisível por seis ele também será divisível por dois e por três.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluimos que o seis é por dois e por três.	Válida, prevista e não desejada.
G6	Concluimos que a divisão de 6, 2 e 3 deram praticamente os mesmos resultados.	Válida, prevista e não desejada.
G7	-----	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 66- Percentual de classificação das conclusões da atividade 10

CONCLUSÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	3	50%
Válida, prevista e não desejada	2	33,33%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	1	16,67%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Em relação às observações, notamos no quadro anterior que houve uma queda no que diz respeito as conclusões, pois dois grupos (G5 e G6) não conseguiram concluir conforme desejávamos. Ainda assim, 50% dos grupos apresentaram conclusões satisfatórias para o critério de divisibilidade por seis. Portanto, acreditamos que a atividade surtiu efeitos positivos para a aprendizagem do referido critério. Agora, mostraremos os resultados da atividade 11 que trata do critério de divisibilidade por quinze.

Figura 134 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 01

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324		X		X		X
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X		X
425		X		X		X

Observação: Nos observamos que o número 15 pode ser divisível por três e por cinco

Conclusão: ~~cinco~~

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 135- Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 1

G1 - NOS CONCLUIMOS QUE O NÚMERO 15 PODE SER DIVISÍVEL POR TRÊS E POR CINCO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 136 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 02

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324		X		X		X
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X		X
425		X		X		X

Observação: *minha observação foi que todo o número dividido por 15 era o mesmo de 3 e 5.*
 Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 137- Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 2

G2: MINHA CONCLUSÃO FOI QUE TODO O NÚMERO DIVIDIDO POR 15 ERA O MESMO DE 3 E 5

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 138 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 03

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324	X		X		X	
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X		X
425		X		X		X

Observação: *O número 15 é divisível igualmente por três e cinco.*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 139- Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 3

G3 - O número 15 é divisível igualmente por três e cinco.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 140 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 04

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324		X	X			X
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X	X	
425		X		X	X	

Observação: Um número será divisível por 15 quando for divisível por três e por cinco ao mesmo tempo.
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 141- Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 4

G4 - Um número será divisível por 15 quando for divisível por três e por cinco ao mesmo tempo

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 142 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 05

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324	X		X			X
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X	X	
425		X		X		X

Observação: nós observamos que três e cinco são divisíveis por 15.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 143- Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 5

G5 - Nós concluímos que 3 e 5 são divisíveis por 15

Fonte: Experimentação (2018)

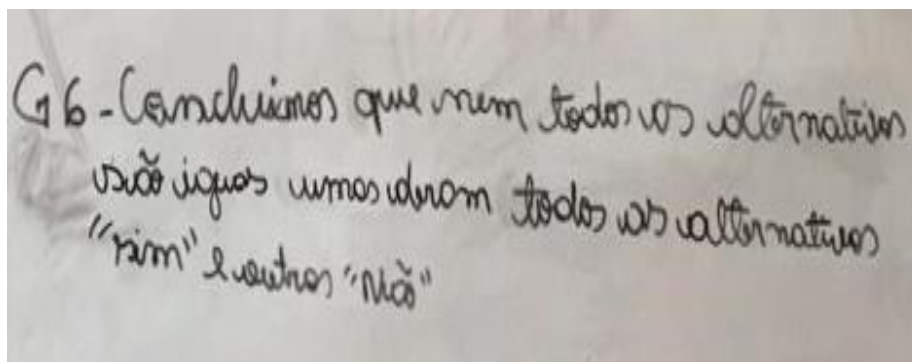
Figura 144 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 06

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X			X
270	X		X		X	
326		X		X	X	
345	X		X		X	
324	X		X		X	
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X		X	X	
425		X		X	X	

Observação: Observamos que nem todos os alternativos são iguais, alguns dizem todos os alternativos (sim e outros dizem não)

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 145- Conclusão da atividade 11 apresentada pelo grupo 6

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 146 – Quadro preenchido da atividade 11 pelo grupo 07

Número	O Número é divisível por 15?		O Número é divisível por Três?		O Número é divisível por Cinco?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
105	X		X		X	
270	X		X		X	
326		X		X		X
345	X		X		X	
324	X		X		X	
855	X		X		X	
960	X		X		X	
780	X		X		X	
530		X	X	X	X	
425		X		X	X	

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 11: Um número natural é divisível por 15, quando for divisível por 3 e por 5 ao mesmo tempo.

Quadro 67- Transcrição e classificação das observações da atividade 11

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós observamos que o número 15 pode ser divisível por três e por cinco.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que todo o número dividido por 15 era o mesmo de 3 e 5.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

G3	O número 15 é divisível igualmente por três e cinco.	Válida, prevista e desejada.
G4	Um número será divisível por 15 quando for divisível por três e por cinco ao mesmo tempo.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que três e cinco são divisíveis por 15.	Não válida, não prevista e não desejada.
G6	Observamos que nem todas as alternativas são iguais. Umas deram todas as alternativas sim e outras deram não.	Válida, não prevista e não desejada.
G7	-----	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 68- Percentual de classificação das observações da atividade 11

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	4	57,16%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	1	14,28%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	14,28%
Não formulou	1	14,28%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos verificar que a maioria dos grupos (57,16%) apresentou observações que consideramos como válidas, previstas e desejadas para o objetivo da atividade. 14,28% dos grupos, embora tenham observado algo pertinente, essa observação não estava dentro do que esperávamos e outros 14,28% não apresentou observações válidas, além de um grupo (G7) não ter formulado nenhuma observação.

Quadro 69- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 11

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Nós concluímos que o número 15 pode ser divisível por três e por cinco..	Válida, prevista e desejada.
G2	Minha conclusão foi que todo número dividido por 15 era o mesmo de 3 e 5.	Válida, prevista e desejada.
G3	O número 15 é divisível igualmente por três e cinco.	Válida, prevista e desejada.
G4	Um número será divisível por 15, quando for divisível por três e por cinco ao mesmo tempo.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluímos que três e cinco são divisíveis por 15.	Não válida, não prevista e não desejada.
G6	Concluímos que nem todas as alternativas são iguais, umas deram "sim" e outras "não".	Não válida, não prevista e não desejada.
G7	-----	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 70- Percentual de classificação das conclusões da atividade 11

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	4	57,14%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	2	28,57%
Não formulou	1	14,29%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Nesta atividade a maioria dos grupos (57,14%) apresentou conclusões que consideramos válidas e dentro do que prevíamos e esperávamos para

alcançar nosso objetivo. Portanto, acreditamos que esta atividade tenha tido um efeito positivo, ajudando assim na institucionalização do critério trabalhado e por conseguinte na aprendizagem dos estudantes.

5.7 SÉTIMO ENCONTRO

O sétimo encontro aconteceu no dia 30 de outubro de 2018, tendo início às 07h30min e término às 09h. Nessa ocasião, iniciamos nossa manhã com a proposta de alguns exercícios para turma, onde logo após demos início a nossa 12ª atividade, referente ao critério de divisibilidade por quatro, que tinha por objetivo fazer os grupos perceberem que um número é divisível por quatro quando termina em dois zeros ou os dois últimos algarismos do número, formam um número divisível por quatro.

Em seguida, aplicamos a 13ª atividade, relacionada ao critério de divisibilidade por oito, que objetivava fazer com que os grupos observassem que um número é divisível por oito quando termina em três zeros, ou o número formado por seus três últimos algarismos for divisível por oito, onde não contamos com a participação do grupo 7. Agora, mostraremos os quadros preenchidos pelos grupos, com suas respectivas observações e conclusões.

Figura 147 – Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 01

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X		X	
932	X			X	X	
1000	X		X		X	
1300	X		X		X	
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991	X	X		X		X
9998		X		X		X
19990		X		X		X
23456	X			X	X	

Observação: O quatro só pode ser divisível quando o número termina em dois zeros ou quando os dois últimos algarismos do número formam um número divisível por quatro.

Conclusão:

Figura 148- Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 1

G1. O QUATRO SÓ PODE SER DIVISÍVEL QUANDO
O NÚMERO EN DOS ZEROS OU QUADO A SOMA
DE SEUS ÚLTIMOS ALGARISMOS DA UM NÚMERO
DIVISÍVEL POR QUATRO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 149 – Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 02

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X		X	
932	X			X	X	
1000	X		X		X	
1300	X		X		X	
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991	X		X		X	
9998		X		X		X
19990		X		X		X
23456		X		X	X	

Observação: a minha observação foi que quando o número é divisível quando o número termina em quatro um zero

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 150- Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 2

G2 A MINHA CONCLUSÃO FOI QUE QUANDO O NÚMERO
É DIVIDIDO QUANDO O NÚMERO TERMINA EM QUATRO UM
ZERO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 151 – Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 03

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X		X	
932	X		X		X	
1000	X		X		X	
1300	X		X		X	
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991		X		X		X
9998		X		X		X
19990		X	X	X		X
23456		X		X		X

Observação: A minha observação que por divisível quando termina em quatro ou em zero

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 152- Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 3

G3. A minha conclusão que divisível quando termina em quatro ou dois zero

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 153 – Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 04

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X		X	
932	X			X	X	
1000	X		X		X	
1300	X		X		X	
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991		X		X		X
9998		X		X		X
19990		X		X		X
23456	X			X	X	

Observação: Quando os dois últimos algarismos forem divisível por 4

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 154- Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 4

GL. QUANDO OS DOIS ÚLTIMOS ALGARISMOS FOREM DIVISÍVEL POR 4

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 155 – Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 05

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X			X
932	X			X	X	
1000	X		X			X
1300	X		X			X
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991		X		X		X
9998		X		X		X
19990		X	X			X
23456	X			X	X	

Observação: nós observamos que o número dividido por quatro quando o número termina em zero.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 156- Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 5

G5. nós concluímos que o número dividido por quatro quando o número termina em zero.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 157– Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 06

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X	X		X
932	X			X	X	
1000	X		X	X		X
1300	X		X	X		X
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991		X		X		X
9998		X		X		X
19990		X		X		X
23456	X			X	X	

Observação: nós descobrimos quando um número é divisível por quatro quando o número termina em 0.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 158- Conclusão da atividade 12 apresentada pelo grupo 6

G6 - Nós concluímos quando um número é divisível por quatro quando o número termina em zero.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 159 – Quadro preenchido da atividade 12 pelo grupo 07

Número	O Número é divisível por Quatro?		O Número termina em dois Zeros?		Os dois últimos Algarismos formam um Número divisível por Quatro?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
300	X		X		X	
932	X			X	X	
1000	X			X	X	
1300	X		X		X	
4158		X		X		X
7813		X		X		X
8991		X		X		X
9998		X		X		X
19990		X		X		X
23456	X			X	X	

Observação: EU OBSERVEI QUE DEU MAIS NÃO DO QUE SIM!

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 12: Um número natural é divisível por 4 se terminar em 00 ou se os dois últimos algarismos da direita, juntos, formarem um número divisível por 4.

Quadro 71- Transcrição e classificação das observações da atividade 12

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	O quatro só pode ser divisível quando o número termina em dois zeros ou quando a soma de seus algarismos dá um número divisível por quatro.	Válida, não prevista e não desejada.
G2	A minha observação foi que quando o número é divisível quando o número termina em quatro um zero.	Não válida, não prevista e não desejada.
G3	A minha observação que for divisível quando termina em quatro ou em zero.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Quando os dois últimos algarismos forem divisível por quatro.	Válida, prevista e não desejada..
G5	Nós observamos que o número é dividido por quatro quando o número termina em zero.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Nós observamos quando um número é divisível por quatro quando o número termina em zero.	Válida, não prevista e não desejada.
G7	Eu observei que deu mais não do que sim.	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 72- Percentual de classificação das observações da atividade 12

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	0	0%
Válida, prevista e não desejada	1	14,29%
Válida, não prevista e não desejada	5	71,42%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	14,29%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme podemos verificar no quadro anterior, a maioria dos grupos, (71,42%), embora tenha feito observações válidas, as mesmas não estavam dentro do previsto e desejado para atingir o objetivo da atividade, apenas um grupo elaborou uma observação satisfatória e outro mostrou uma observação que não desejávamos.

Quadro 73- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 12

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	O quatro só pode ser divisível quando o número tem dois zeros ou quando a soma de seus últimos algarismos dá um número divisível por 4.	Válida, não prevista e não desejada.
G2	A minha conclusão foi que quando o número é dividido quando o número termina em quatro em zero.	Válida, não prevista e não desejada.

(Conclusão)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G3	A minha conclusão que divisível quando termina em quatro ou dois zeros.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Quando os dois últimos algarismos forem divisível por 4.	Válida, não prevista e não desejada.
G5	Nós concluímos que o número dividido por quatro quando o número termina em zero.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Nós concluímos quando um número é divisível por quatro quando o número termina em zero.	Válida, não prevista e não desejada.
G7	Eu observei que deu mais não do que sim.	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 74- Percentual de classificação das conclusões da atividade 12

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	0	0%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	6	85,71%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	14,29%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos perceber que a atividade não teve o objetivo alcançado, pois a maioria (85,71%), embora tenha feito conclusões que consideramos válidas na atividade, as mesmas estavam aquém do previsto e desejado. Portanto, inferimos que a atividade não surtiu um efeito positivo, no sentido de colaborar com nossa institucionalização e com a aprendizagem dos estudantes do referido critério.

Figura 160 – Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 01

Número	O Número é divisível por Oito?		Termina em Três Zeros?		O Número formado por seus Três últimos Algarismos é divisível por Oito?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X		X	
3120	X			X	X	
5410		X		X		X
2000	X		X		X	
4775		X		X		X
10000	X		X		X	
1688	X			X	X	
10240	X			X	.	X.
6308		X		X		X
9814		X		X		X

Observação: O oito só pode ser divisível quando
 termina em três zeros

Conclusão: O quociente dos três últimos algarismos
 dá um número divisível por oito

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 161- Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 1

GL- NÚMERO É DIVISÍVEL POR OITO QUANDO TERMINA
 EM 000, OU QUANDO OS TRÊS ÚLTIMOS NÚMEROS
 FORMA UM NÚMERO DIVISÍVEL POR OITO

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 162 – Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 02

Número	O Número é divisível por Oito?		Termina em Três Zeros?		O Número formado por seus Três últimos Algarismos é divisível por Oito?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X		X	
3120	X			X	X	X
5410		X		X		X
2000	X		X		X	
4775		X		X		X
10000	X		X		X	
1688	X			X	X	X
10240	X			X	X	X
6308	X			X	X	
9814	X			X	X	

Observação: O número observado foi que quando o número de 3 dígitos termina em 000 ou quando os 3 algarismos formam o número divisível por 8.

Conclusão: Portanto o número é divisível por 8.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 163- Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 2

G 2- Um número é divisível por oito quando termina em 3 zeros ou quando os 3 algarismos formam o número divisível por 8.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 164 – Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 03

Número	O Número é divisível por Oito?		Termina em Três Zeros?		O Número formado por seus Três últimos Algarismos é divisível por Oito?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X		X	
3120	X		X		X	
5410		X		X		X
2000	X		X		X	
4775		X		X		X
10000	X		X		X	
1688	X		X		X	
10240	X		X		X	
6308		X		X		X
9814		X		X		X

Observação: Divisibilidade de oito com número por divisível por oito quando termina em três zeros ou quando os 3 algarismos formam o número divisível por oito.

Conclusão: Um número é divisível por oito.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 165- Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 3

G3- Divisibilidade de oito um número
 por divisível Por oito quando termina
 a em três zeros ou quando um
 número forma número divisível
 Por oito.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 166 – Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 04

Número	O Número é divisível por Oito?		Termina em Três Zeros?		O Número formado por seus Três últimos Algarismos é divisível por Oito?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X		X	
3120	X			X	X	
5410		X		X		X
2000	X		X		X	
4775		X		X		X
10000	X		X		X	
1688	X			X	X	
10240	X			X	X	
6308		X		X		X
9814		X		X		X

Observação: Um número é divisível 8 quando termina em 3 zeros ou quando os 3 últimos algarismos formar um número divisível por 8

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 167- Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 4

G4. UM NÚMERO É DIVISÍVEL POR 8.
 QUANDO TERMINA EM 3 ZEROS OU QUANDO
 OS 3 ÚLTIMOS ALGARISMOS FORMAR UM NÚ-
 MERO DIVISÍVEL POR 8

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 168 – Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 05

Número	O Número é divisível por Oito?		Termina em Três Zeros?		O Número formado por seus Três últimos Algarismos é divisível por Oito?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X			X
3120		X		X	X	
5410		X		X		X
2000	X		X			X
4775		X		X		X
10000	X		X			X
1688	X			X		
10240	X			X		
6308		X		X		X
9814		X		X		X

Observação: Nós observamos que quando o número for divisível por oito quando terminar em 3 zeros ou quando o número for formado por oito.

Conclusão: por oito

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 169- Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 5

G5 - Nós concluímos que quando o número for divisível por oito quando terminar em 3 zeros ou quando o número for formado por oito.

Fonte: Experimentação (2018)

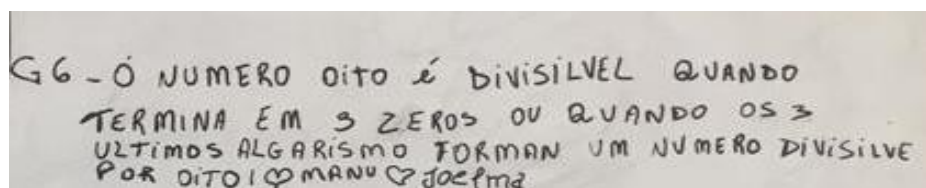
Figura 170 – Quadro preenchido da atividade 13 pelo grupo 06

Número	O Número é divisível por Oito?		Termina em Três Zeros?		O Número formado por seus Três últimos Algarismos é divisível por Oito?	
	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
1000	X		X			X
3120	X			X	X	
5410		X		X		X
2000	X		X			X
4775		X		X		X
10000		X		X		X
1688	X			X	X	
10240		X		X	X	
6308		X		X		X
9814	X			X		X

Observação: O número oito é divisível quando termina em três zeros ou quando os 3 últimos algarismos formam um número divisível por 8.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 171- Conclusão da atividade 13 apresentada pelo grupo 6

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 13: Um número natural é divisível por 8 se terminar em 000 ou se os três últimos algarismos da direita, juntos, formarem um número divisível por 8.

Quadro 75- Transcrição e classificação das observações da atividade 13

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	O oito só pode ser divisível quando termina em três zeros ou quando os três últimos algarismos dão um número divisível por oito.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que quando o número divide por 8, quando termina em zero ou quando os três algarismos formam o número divisível por 8.	Válida, prevista e não desejada.
G3	Divisibilidade de oito. Um número for divisível por oito quando termina em três zeros ou quando um número forma um número divisível por oito.	Válida, prevista e não desejada.
G4	Um número é divisível por 8 quando termina em 3 zeros ou quando os 3 últimos algarismos formar um número divisível por 8.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que quando o número for divisível por oito, quando terminar em 3 zeros ou quando o número for formado por oito.	Válida, prevista e não desejada.
G6	O número é divisível quando termina em três zeros ou quando os 3 últimos algarismos formar um número um número divisível por 8.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 76- Percentual de classificação das observações da atividade 13

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	3	50%
Válida, prevista e não desejada	3	50%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos verificar que a metade dos grupos participantes conseguiu fazer observações válidas, previstas e desejadas para o objetivo da atividade, a outra metade observou de maneira que consideramos válida e prevista, porém não desejada para o propósito do que pretendíamos institucionalizar.

Quadro 77- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 13

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Número é divisível por oito quando termina em 000 ou quando os três últimos números forma um número divisível por oito.	Válida, prevista e desejada.
G2	Um número é dividido por oito quando termina em 3 zero ou quando os 3 algarismos forme o número dividido por 8.	Válida, prevista e desejada.
G3	Divisibilidade de oito um número for divisível por oito quando termina em três zero ou quando um número forma número divisível por oito.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CONCLUSÃO
G4	Um número é divisível por 8 quando termina em 3 zeros, ou quando os 3 últimos algarismos formar um número divisível por 8.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluímos que quando o número for divisível por oito, quando termina em 3 zeros ou quando o número for formado por oito.	Válida, prevista e não desejada.
G6	O número oito é divisível quando termina em três zeros, ou quando os 3 últimos algarismos formar um número divisível por 8.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 78- Percentual de classificação das conclusões da atividade 13

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	1	16,67%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Como podemos verificar no quadro anterior, a maioria dos grupos (83,33%) apresentou conclusões satisfatórias, que colaboraram bastante para nossa institucionalização. Por esse fato, acreditamos que a atividade surtiu um efeito positivo para a aprendizagem dos estudantes no critério de divisibilidade por oito.

5.8 OITAVO ENCONTRO

O oitavo encontro aconteceu no dia 31 de outubro de 2018, tendo início às 07h30 min e término às 09h. Na ocasião, começamos com a resolução de algumas questões, para logo em seguida aplicarmos a nossa 14ª atividade, que era relacionada a fatoração numérica, onde nosso objetivo era que os grupos escrevessem os números propostos como multiplicação de outros números, para depois formalizarmos o conceito de fatoração.

Após este momento, aplicamos a atividade 15, que era relacionada também a fatoração numérica, mas desta feita com fatores primos, onde nossa intenção era que os grupos percebessem que os números compostos podem ser escritos como multiplicação de números primos. A seguir, mostraremos as atividades feitas, e suas respectivas observações por parte dos grupos participantes, valendo ressaltar que o grupo 7 não participou da atividade 15, pelo fato de seu único integrante ter passado mal.

Figura 172 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 01

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
15	$3 \cdot 5$
20	$2 \cdot 10$
25	$5 \cdot 5$
30	$6 \cdot 5$
40	$2 \cdot 20$
50	$2 \cdot 25$
60	$2 \cdot 30$
84	$2 \cdot 42$

Observação: *Todo número pode ser escrito como multiplicação*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 173 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 02

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3 = 6$
10	$2 \cdot 5 = 10$
15	$3 \cdot 5 = 15$
20	$4 \cdot 5 = 20$
25	$5 \cdot 5 = 25$
30	$3 \cdot 10 = 30$
40	$4 \cdot 10 = 40$
50	$5 \cdot 10 = 50$
60	$2 \cdot 30 = 60$
84	$2 \cdot 42 = 84$

Observação: *Quanto mais observamos, mais vemos que também outros tipos também de multiplicação*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 174 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 03

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3 = 6$
10	$2 \cdot 5 = 10$
15	$3 \cdot 5 = 15$
20	$2 \cdot 10 = 20$
25	$5 \cdot 5 = 25$
30	$3 \cdot 10 = 30$
40	$4 \cdot 10 = 40$
50	$5 \cdot 10 = 50$
60	$2 \cdot 30 = 60$
84	$2 \cdot 42 = 84$

Observação: A minha observação de o número
dos multiplicado. Por número que
Possa resolver.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 175 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 04

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
15	$3 \cdot 5$
20	$2 \cdot 10$
25	$5 \cdot 5$
30	$2 \cdot 15$
40	$2 \cdot 20$
50	$2 \cdot 25$
60	$2 \cdot 30$
84	$2 \cdot 42$

Observação: TODO NÚMERO PODE COMO SER EXPRESO
em forma de multiplicação.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 176 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 05

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
15	$3 \cdot 5$
20	$2 \cdot 10$
25	$3 \cdot 10$
30	$3 \cdot 10$
40	$4 \cdot 10$
50	$5 \cdot 10$
60	$6 \cdot 10$
84	$2 \cdot 42$

Observação: Nós observamos que aparece mais 10
na forma de multiplicação

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 177 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 06

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3 = 6$
10	$2 \cdot 5 = 10$
15	$3 \cdot 5 = 15$
20	$2 \cdot 10 = 20$
25	$5 \cdot 5 = 25$
30	$2 \cdot 15 = 30$
40	$2 \cdot 20 = 40$
50	$2 \cdot 25 = 50$
60	$2 \cdot 30 = 60$
84	$2 \cdot 42 = 84$

Observação: nós observamos que apareceu mais 5 na forma de multiplicação

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 178 – Quadro preenchido da atividade 14 pelo grupo 07

Número	Número na Forma de Multiplicação
6	$2 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
15	$3 \cdot 5$
20	2×10
25	5×5
30	3×10
40	4×10
50	5×10
60	6×10
84	2×42

Observação: NÓS OBSERVAMOS QUE DEU MAIS MULTIPLICAÇÃO DE 2x

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Formalização da atividade 14: Fatorar um número natural significa escrever esse número na forma de multiplicação.

Quadro 79- Transcrição e classificação das observações da atividade 14

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Todo número pode ser escrito como multiplicação.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que tinha outros tipos também de multiplicação.	Válida, não prevista e não desejada.
G3	A minha observação de o número dois multiplicado por número que possa resolver.	Não válida, não prevista e não desejada.
G4	Todo número tem como ser escrito em forma de multiplicação.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que apareceu mais 10 na forma de multiplicação.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Nós observamos que apareceu mais 5 na forma de multiplicação.	Válida, não prevista e não desejada.
G7	Nós observamos que deu mais multiplicação de 2x	Válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 80- Percentual de classificação das observações da atividade 14

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	2	28,57%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	4	57,14%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	14,29%
Não formulou	0	0%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos verificar que os grupos não foram tão bem nas observações, onde apenas 28,57% apresentou observações

satisfatórias e condizentes com o que gostaríamos que observassem. A seguir, mostraremos o desempenho dos grupos na atividade 15 que tratava do Teorema Fundamental da Aritmética.

Figura 179 – Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 01

Número	Forma fatorada
6	2.3
8	2.2.2
12	2.3.2.3
16	2.2.2.2
20	2.5.2
25	5.5
30	3.5.3
45	3.5.3.2
50	11.2
60	12.2

Observação: TODO O NUMERO PODE SE FATORADO MULTIPLICADO POR NUMEROS PRIMOS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 180 – Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 02

Número	Forma fatorada
6	2.3
8	2.2.2.3
12	2.3.2.3
16	2.2.2.2
20	2.5.3
25	5.5
30	3.5.2
45	3.5.3.2
50	11.2
60	12.2

Observação: eu observei que todo pode ser fatorado por os numeros primos

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 181 – Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 03

Número	Forma fatorada
6	$2 \cdot 3$
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$
12	$2 \cdot 3 \cdot 2$
16	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
20	$2 \cdot 5 \cdot 2$
25	$5 \cdot 5$
30	$5 \cdot 5 \cdot 2$
45	$3 \cdot 5 \cdot 3$
50	$11 \cdot 2$
60	$12 \cdot 2$

Observação: Minha observação é que os números primos pode ser multiplicado por qualquer um número.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 182– Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 04

Número	Forma fatorada
6	$2 \cdot 3$
8	$2 \times 2 \times 2$
12	$2 \times 2 \times 3$
16	$2 \times 2 \times 2 \times 2$
20	$2 \times 2 \times 5$
25	$5 \cdot 5$
30	$2 \times 3 \times 5$
45	$3 \times 3 \times 2 \times 3$
50	$5 \times 5 \times 2$
60	$2 \times 3 \times 5 \times 2$

Observação: Todo número pode ser fatorado em multiplicação de números primos.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 183 – Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 05

Número	Forma fatorada
6	$2 \cdot 3$
8	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
12	$2 \cdot 6$
16	$2 \cdot 8$
20	$2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$
25	$5 \cdot 5$
30	$15 \cdot 2$
45	$15 \cdot 3$
50	$2 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 2$
60	$12 \cdot 5$

Observação: nós observamos que todo número primo pode ser multiplicado.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 184 – Quadro preenchido da atividade 15 pelo grupo 06

Número	Forma fatorada
6	2.3
8	2.2.2.2
12	2.6
16	2.8
20	2.5.2.5
25	5.5
30	3.5.3.5
45	15.3
50	2.15.2.20
60	2.15.2.15

Observação: Todo número pode ser fatorado em multiplicação por números primos.

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 15: Todo número natural composto pode ser escrito como a multiplicação de fatores primos.

Quadro 81- Transcrição e classificação das observações da atividade 15

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Todo número pode ser fatorado, multiplicado por números primos.	Válida, prevista e desejada.
G2	Eu observei que todo pode ser fatorado por os números primos.	Válida, prevista e desejada.
G3	A minha observação é que os números primos podem ser multiplicados por qualquer um número.	Válida, não prevista e não desejada.
G4	Todo número pode ser fatorado em multiplicação de números primos.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que todo número primo pode ser multiplicado.	Válida, não prevista e não desejada.
G6	Todo número pode ser fatorado em multiplicação por números primos.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 82- Percentual de classificação das observações da atividade 15

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL
Válida, prevista e desejada	4	66,67%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	2	33,33%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, podemos verificar que a maioria dos estudantes conseguiu fazer observações condizentes com o que esperávamos, facilitando assim o processo de institucionalização do Teorema Fundamental da Aritmética.

5.9 NONO ENCONTRO

No dia 06 de novembro de 2018 aconteceu o nosso nono encontro, que teve início às 07h20min e término às 08h50min. Na ocasião, propusemos questões para serem resolvidas e, logo após a resolução, aplicamos a 16ª atividade, relacionada ao máximo divisor comum de dois números, cujo objetivo era que nossos alunos percebessem que o maior divisor comum entre dois números é o maior divisor entre os divisores comuns desses números. A seguir, mostraremos o desempenho dos grupos em relação a esta atividade.

Figura 185 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 01

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5, b=15	de a= 1, 5 de b= 1, 3, 5, 15	1, 5	5
a=8, b=12	de a= 1, 2, 4, 8 de b= 1, 2, 4, 12	1, 2, 4	4
a=9, b=15	de a= 1, 3, 9 de b= 1, 3, 5, 15	1, 3	3
a=7, b=14	de a= 1, 7 de b= 1, 2, 7, 14	1, 7	7
a=7, b=15	de a= 1, 7 de b= 1, 3, 5, 15	1	1
a=8, b=25	de a= 1, 2, 4, 8 de b= 1, 5, 25	1	1
a=6, b=8	de a= 1, 2, 3, 6 de b= 1, 2, 4, 8	1, 2	2
a=6, b=15	de a= 1, 2, 3, 6 de b= 1, 3, 5, 15	1, 3	3
a=40, b=50	de a= 1, 2, 4, 5, 10, 20, 40 de b= 1, 2, 5, 10, 25, 50	1, 5, 10	10
a=9, b=12	de a= 1, 3, 9 de b= 1, 2, 3, 6, 12	1, 3	3

Observação: eu observei que sempre o maior divisor comum era o maior divisor entre os números iguais

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 186 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 02

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5, b=15	de a= 1, 5 de b= 1, 3, 5, 15	1, 5	5
a=8, b=12	de a= 1, 2, 4, 8 de b= 1, 2, 4, 6, 12	1, 2, 4	4
a=9, b=15	de a= 1, 3, 9 de b= 1, 3, 5, 15	1, 3	3
a=7, b=14	de a= 1, 7 de b= 1, 2, 7, 14	1	1
a=7, b=15	de a= 1, 7 de b= 1, 3, 5, 15	1	1
a=8, b=25	de a= 1, 2, 4, 8 de b= 1, 5, 25	1, 2	2
a=6, b=8	de a= 1, 2, 3, 6 de b= 1, 2, 4, 8	1, 2	2
a=6, b=15	de a= 1, 2, 3, 6 de b= 1, 3, 5, 15	1, 3	3
a=40, b=50	de a= 1, 2, 4, 5, 10, 20 de b= 1, 2, 5, 10, 25	1, 2, 5, 10	10
a=9, b=12	de a= 1, 3, 9 de b= 1, 2, 3, 6, 12	1, 3	3

Observação: eu observei que todo o maior divisor é entre eles mesmos.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 187 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 03

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5 ; b=15	de a= 1, 5	1, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=8; b=12	de a= 1, 2, 4, 8	1, 4	4
	de b= 1, 2, 3, 4, 12		
a=9; b=15	de a= 1, 3, 9	1, 3	3
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=7; b=14	de a= 1, 7	1, 7	7
	de b= 1, 2, 7, 14		
a= 7, b= 15	de a= 1, 7	1, 7	7
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8; b=25	de a= 1, 2, 4, 8	1, 5	5
	de b= 1, 5, 25		
a=6; b=8	de a= 1, 2, 3, 6	1, 2	2
	de b= 1, 2, 4, 8		
a=6; b=15	de a= 1, 2, 3, 6	1, 3	3
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=40; b= 50	de a= 1, 2, 4, 5, 10, 40	1, 2, 5, 10	10
	de b= 1, 2, 5, 10, 25, 50		
a=9; b=12	de a= 1, 3, 9	1, 3	3
	de b= 1, 2, 3, 4, 12		

Observação: O maior divisor comum é o maior entre todos.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 188 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 04

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5 ; b=15	de a= 1, 5	1, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=8; b=12	de a= 1, 2, 4, 8	1, 2, 4	4
	de b= 1, 2, 3, 4, 6, 12		
a=9; b=15	de a= 1, 3, 9	1, 3	3
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=7; b=14	de a= 1, 7	1, 7	7
	de b= 1, 2, 7, 14		
a= 7, b= 15	de a= 1, 7	1	1
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8; b=25	de a= 1, 2, 4, 8	1	1
	de b= 1, 5, 25		
a=6; b=8	de a= 1, 2, 3, 6	1, 2	2
	de b= 1, 2, 4, 8		
a=6; b=15	de a= 1, 2, 3, 6	1, 3	3
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=40; b= 50	de a= 1, 2, 5, 10, 20, 40	1, 2, 5, 10	10
	de b= 1, 2, 5, 10, 25, 50		
a=9; b=12	de a= 1, 3, 9	1, 3	3
	de b= 1, 2, 3, 4, 6, 12		

Observação: O maior divisor comum é o maior entre eles.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 189 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 05

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5 ; b=15	de a= 1, 5	1, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=8; b=12	de a= 1, 2, 4, 8	1, 2, 4	4
	de b= 1, 2, 3, 4, 6, 12		
a=9; b=15	de a= 1, 2, 3, 4, 9	1, 3	3
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=7; b=14	de a= 1, 7	1, 7	7
	de b= 1, 2, 7, 14		
a= 7; b= 15	de a= 1, 7	1, 1	1
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8; b=25	de a= 1, 2, 4, 8	1, 1	1
	de b= 1, 5		
a=6; b=8	de a= 1, 2, 3, 6	1, 2	2
	de b= 1, 2, 4, 8		
a=6; b=15	de a= 1, 2, 3, 6	1, 3	3
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=40; b= 50	de a= 1, 2, 4, 8, 10, 20, 40	1, 2, 5, 10	10
	de b= 1, 2, 5, 10, 25, 50		
a=9; b=12	de a= 1, 3, 9	1, 3	3
	de b= 1, 2, 3, 4, 6, 12		

Observação: nós observamos que o maior divisor comum é o maior entre todos eles.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 190 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 06

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5 ; b=15	de a= 1, 5	1, 3, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=8; b=12	de a= 1, 4, 8	1, 4	4
	de b= 1, 2, 3, 4, 6, 12		
a=9; b=15	de a= 1, 3, 9	1, 3, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=7; b=14	de a= 1, 7	1, 7	7
	de b= 1, 2, 7, 14		
a= 7; b= 15	de a= 1, 7	1, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8; b=25	de a= 1, 4, 8	1, 2	2
	de b= 1, 25		
a=6; b=8	de a= 1, 3, 6	1, 4	4
	de b= 1, 2, 4, 8		
a=6; b=15	de a= 1, 3, 6	1, 5	5
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=40; b= 50	de a= 1	1, 25	25
	de b= 1, 25, 50		
a=9; b=12	de a= 1, 9	1, 12	12
	de b= 1, 6, 12		

Observação: nós observamos que o maior divisor é o maior entre os comuns

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 191 – Quadro preenchido da atividade 16 pelo grupo 07

Números	Escreva os Divisores	Divisores comuns	Maior Divisor comum
a=5 ; b=15	de a= 1, 5 de b= 1, 3, 5, 15 de a=		
a=8; b=12	de b=		
a=9; b=15	de a=		
	de b= 1, 3, 5, 15		
a=7; b=14	de a=		
	de b=		
a= 7; b= 15	de a=		
	de b= 1, 3, 5, 15		
a= 8; b=25	de a=		
	De b=		
a=6; b=8	de a:		
	de b:		
a=6; b=15	de b: 1, 3, 5, 15 de a:		
a=40; b= 50	de b:		
	de a:		
a=9; b=12	de b:		

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 16: Denomina-se máximo divisor comum de dois números naturais, não simultaneamente nulos, o maior de seus divisores comuns.

Quadro 83- Transcrição e classificação das observações da atividade 16

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu observei que sempre o maior divisor comum era o maior divisor entre os números iguais.	Válida, prevista e desejada.
G2	Eu observei que todo o maior divisor é entre eles mesmos.	Válida, prevista e não desejada.
G3	O maior divisor comum é o maior entre todos.	Válida, prevista e desejada.
G4	O maior divisor comum é o maior entre eles.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que o maior divisor comum é o maior entre todos eles.	Válida, prevista e desejada.
G6	Nós observamos que o maior divisor é o maior entre os comuns.	Válida, prevista e desejada.
G7	-----	Não formulou.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 84- Percentual de classificação das observações da atividade 16

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	71,44%
Válida, prevista e não desejada	1	14,28%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	1	14,28%
Total	7	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu fazer observações satisfatórias, facilitando assim o processo de institucionalização do maior divisor comum entre dois números naturais.

5.10 DÉCIMO ENCONTRO

Nosso décimo encontro aconteceu no dia 07 de novembro de 2018, tendo início às 10h e término às 11h15min. Nessa ocasião, propusemos algumas questões para serem resolvidas e logo após aplicamos a nossa 17ª atividade, que era referente a mínimo múltiplo comum, cujo objetivo era que os alunos, ao preencherem o quadro, observassem que o mínimo múltiplo comum entre dois números era o menor múltiplo comum não nulo entre os múltiplos comuns. A seguir, mostraremos as atividades e as observações de cada grupo participante, ressaltando que o grupo 7, a partir dessa atividade, deixou de existir, agregando-se ao grupo 1, a pedido do seu único integrante. A seguir, mostraremos o desempenho dos grupos em relação a esta atividade.

Figura 192 – Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 01

Números	Os Cinco primeiros Múltiplos	Múltiplos comuns	Menor Múltiplo comum não Nulo
a=2 b=3	de a: 0, 2, 4, 6, 8	0, 6	6
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=4 b=6	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 6, 12, 18, 24		
a=5 b=15	de a: 0, 5, 10, 15, 20	0, 15	15
	de b: 0, 15, 30, 45, 60		
a=6 b=12	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 12, 24	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=8 b=12	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=3	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28	0, 21	21
	de b: 0, 21, 42, 63, 84		
a=8 b=16	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 16	16
	de b: 0, 16, 32, 48, 64		
a=6 b=8	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 24	24
	de b: 0, 8, 16, 24, 32		

Observação: MENOR MÚLTIPLO COMUM É SEMPRE O MENOR ENTRE OS MÚLTIPLOS

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 193 – Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 02

Números	Os Cinco primeiros Múltiplos	Múltiplos comuns	Menor Múltiplo comum não Nulo
a=2 b=3	de a: 0, 2, 4, 6, 8 de b: 0, 3, 6, 9, 12	0, 6	6
a=4 b=6	de a: 0, 4, 8, 12, 16 de b: 0, 6, 12, 18, 24	0, 12	12
a=5 b=15	de a: 0, 5, 10, 15, 20 de b: 0, 15, 30, 45, 60	0, 15	15
a=6 b=12	de a: 0, 6, 12, 18, 24 de b: 0, 12, 24, 36, 48	0, 12, 24	12
a=8 b=12	de a: 0, 8, 16, 24, 32 de b: 0, 12, 24, 36, 48	0, 24	24
a=4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16 de b: 0, 12, 24, 36, 48	0, 12	12
a=4 b=3	de a: 0, 4, 8, 12, 16 de b: 0, 3, 6, 9, 12	0, 12	12
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28 de b: 0, 21, 42, 63, 84	0, 17	17
a=8 b=16	de a: 0, 8, 16, 24, 32 de b: 0, 16, 32, 48, 64	0, 16	16
a=6 b=8	de a: 0, 6, 12, 18, 24 de b: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24

Observação: minha observação foi que o menor múltiplo comum é entre os múltiplos comuns

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 194 – Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 03

Números	Os Cinco primeiros Múltiplos	Múltiplos comuns	Menor Múltiplo comum não Nulo
a=2 b=3	de a: 0, 2, 4, 6, 8	0, 6	6
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=4 b=6	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 6, 12, 18, 24		
a=5 b=15	de a: 0, 5, 10, 15, 20	0, 15	15
	de b: 0, 15, 30, 45, 60		
a=6 b=12	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 12, 24	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=8 b=12	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=3	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28	0, 21	21
	de b: 0, 21, 42, 63, 84		
a=8 b=16	de a: ?		
	de b: ?		
a=6 b=8	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 24	24
	de b: 0, 8, 16, 24, 32		

Observação: O menor múltiplo comum é menor entre os múltiplos comuns.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 195 – Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 04

Números	Os Cinco primeiros Múltiplos	Múltiplos comuns	Menor Múltiplo comum não Nulo
a=2 b=3	de a: 0, 2, 4, 6, 8	0, 6	6
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=4 b=6	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 6, 12, 18, 24		
a=5 b=15	de a: 0, 5, 10, 15, 20	0, 15	15
	de b: 0, 15, 30, 45, 60		
a=6 b=12	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 12, 24	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=8 b=12	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=3	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28	0, 21	21
	de b: 0, 21, 42, 63, 84		
a=8 b=16	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 16, 32	16
	de b: 0, 16, 32, 48, 64		
a=6 b=8	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 24	24
	de b: 0, 8, 16, 24, 32		

Observação: O menor múltiplo comum entre os múltiplos comuns de dois ou mais números.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 196 – Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 05

Números	Os Cinco primeiros Múltiplos	Múltiplos comuns	Menor Múltiplo comum não Nulo
a=2 b=3	de a: 0, 2, 4, 6, 8	0, 6	6
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=4 b=6	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 6, 12, 18, 24		
a=5 b=15	de a: 0, 5, 10, 15, 20	0, 15	15
	de b: 0, 15, 30, 45, 60		
a=6 b=12	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=8 b=12	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=3	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28	0, 21	21
	de b: 0, 21, 42, 63, 84		
a=8 b=16	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 16	16
	de b: 0, 16, 32, 48, 64		
a=6 b=8	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 24	24
	de b: 0, 8, 16, 24, 32		

Observação: nós observamos que o menor múltiplo comum é o menor múltiplo.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 197 – Quadro preenchido da atividade 17 pelo grupo 06

Números	Os Cinco primeiros Múltiplos	Múltiplos comuns	Menor Múltiplo comum não Nulo
a=2 b=3	de a: 0, 2, 4, 6, 8	0, 6	6
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=4 b=6	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 6, 12, 18, 24		
a=5 b=15	de a: 0, 5, 10, 15, 20	0, 15	15
	de b: 0, 15, 30, 45, 60		
a=6 b=12	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=8 b=12	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 24	24
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=12	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 12, 24, 36, 48		
a=4 b=3	de a: 0, 4, 8, 12, 16	0, 12	12
	de b: 0, 3, 6, 9, 12		
a=7 b=21	de a: 0, 7, 14, 21, 28	0, 21	21
	de b: 0, 21, 42, 63, 84		
a=8 b=16	de a: 0, 8, 16, 24, 32	0, 16	16
	de b: 0, 16, 32, 48, 64		
a=6 b=8	de a: 0, 6, 12, 18, 24	0, 24	24
	de b: 0, 8, 16, 24, 32		

Observação: Nós observamos que o menor múltiplo comum entre os múltiplos comuns de dois ou mais números é o menor múltiplo.

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 17: Denomina-se mínimo múltiplo comum de dois números naturais não-nulos o menor de seus múltiplos comuns diferente de zero.

Quadro 85- Transcrição e classificação das observações da atividade 17

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	O menor múltiplo comum sempre é o menor entre os múltiplos.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação foi que o menor múltiplo comum é entre os múltiplos comuns.	Válida, prevista e desejada.
G3	O menor múltiplo comum é o menor entre os múltiplos comuns.	Válida, prevista e desejada.
G4	O menor múltiplo comum está entre os múltiplos comuns de dois ou mais números.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que o menor múltiplo comum é o menor múltiplo.	Válida, prevista e não desejada.
G6	Nós observamos que o menor múltiplo comum está entre os múltiplos comuns de dois ou mais números.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 86- Percentual de classificação das observações da atividade 17

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	1	16,67%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o quadro anterior, verificamos que os estudantes conseguiram observar de forma satisfatória o que desejávamos, facilitando assim o processo de institucionalização de mínimo múltiplo comum de dois números naturais.

5.11 DÉCIMO PRIMEIRO ENCONTRO

O décimo primeiro encontro aconteceu no dia 13 de novembro de 2018, tendo início às 07h21min e término às 08h40min. Nessa oportunidade, iniciamos os trabalhos propondo à turma algumas questões, para logo após iniciarmos nossa 18ª atividade, que se referia ao produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum, cujo objetivo era que os grupos percebessem que o produto de dois números é igual ao produto do MDC pelo MMC desses números. A seguir, mostraremos o desempenho dos grupos em relação a esta atividade.

Figura 198 – Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 01

Números		$x \cdot y$	MMC (x, y)	MDC (x, y)	MMC (x, y) MDC (x, y)
X	Y				
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	15	4	60
24	36	864	36	24	864
21	30	630	30	21	630
30	75	2.250	75	30	2.250
18	60	1.080	60	18	1.080

Observação: Eu observei uma relação entre o MDC e MMC

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 199- Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 1

G1 - EU CONCLUI QUE A UMA RELAÇÃO ENTRE
O MDC E MMC

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 200– Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 02

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x,y)	MMC (x,y)
X	Y				MDC (x,y)
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	15	4	60
24	36	864	36	24	864
21	30	630	30	21	630
30	75	2250	75	30	2250
18	60	1080	60	18	1080

Observação:

Conclusão: amendo observei que todo a multiplicação é igual mmc e mdc

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 201- Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 2

G2. A MINHA CONCLUSÃO É QUE TEN UMA IGUALDADE DO MMC E MDC.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 202 – Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 03

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x,y)	MMC (x,y)
X	Y				MDC (x,y)
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	15	4	60
24	36	864	36	24	864
21	30	630	30	21	630
30	75	2.250	75	30	2.250
18	60	1.080	60	18	1.080

Observação: Eu observei que RELACIONAMENTO
Como mmc e mdc

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 203- Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 3

G3 - eu conclui que Relação Tem
Como mmc e mdc

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 204 – Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 04

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x,y)	MMC (x,y)
X	Y				MDC (x,y)
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	15	4	60
24	36	864	36	24	864
21	30	630	30	21	630
30	75	2.250	75	30	2.250
18	60	1.080	60	18	1.080

Observação: Toda resultado da multiplicação entre x e y será o resultado da multiplicação de MMC e MDC.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 205- Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 4

G4 - TODO RESULTADO DA MULTIPLICAÇÃO
ENTRE X E Y SERÁ O RESULTADO DA MULTIPLI-
CAÇÃO DO MMC E MDC

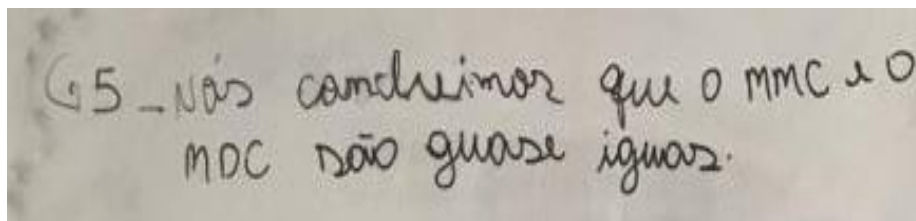
Fonte: Experimentação (2018)

Figura 206 – Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 05

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x,y)	MMC (x,y)
X	Y				MDC (x,y)
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	15	4	60
24	36	864	36	24	864
21	30	630	30	21	630
30	75	2.250	75	30	2.250
18	60	1.080	60	18	1.080

Observação: Nós observamos que o mmc e o mdc são iguais.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 207- Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 5


G5 - nós concluímos que o MMC e o MDC não quase iguais.

Fonte: Experimentação (2018)

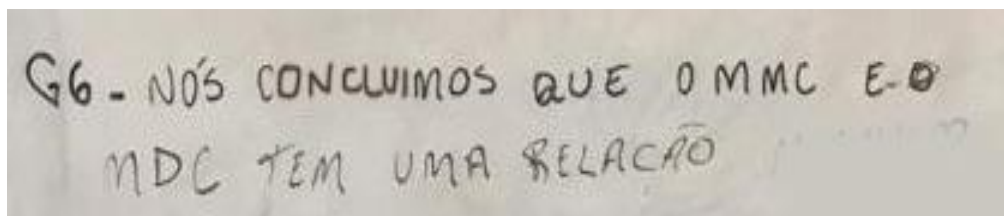
Figura 208 – Quadro preenchido da atividade 18 pelo grupo 06

Números		x . y	MMC (x, y)	MDC (x, y)	MMC (x, y)
X	Y				MDC (x, y)
2	4	8	4	2	8
3	6	18	6	3	18
2	8	16	8	2	16
5	15	75	15	5	75
6	30	180	30	6	180
4	15	60	15	4	60
24	36	864	36	24	864
21	30	630	30	21	630
30	75	2250	75	30	2250
18	60	1080	60	18	1.080

Observação:

Conclusão: nós observamos que o MMC e o MDC tem uma relação

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 209- Conclusão da atividade 18 apresentada pelo grupo 6


G6 - NÓS CONCLUÍMOS QUE O MMC E O MDC TEM UMA RELAÇÃO

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 18: O produto entre dois números naturais é igual ao produto do MMC pelo MDC entre eles.

Quadro 87- Transcrição e classificação das observações da atividade 18

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu observei uma relação entre o MDC e o MMC.	Válida, prevista e desejada.
G2	A minha observação é que toda a multiplicação é igual ao MMC e MDC.	Válida, prevista e desejada.
G3	Eu observei que tem relação com o MMC e o MDC.	Válida, prevista e desejada.
G4	Todo resultado da multiplicação entre x e y será o resultado da multiplicação do MMC e MDC.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que o MMC e o MDC são quase iguais.	Não válida, não prevista e não desejada.
G6	Nós observamos que o MMC e o MDC tem uma relação.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 88- Percentual de classificação das observações da atividade 18

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	1	16,67%
Não formulou	0	0
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Como podemos verificar no quadro anterior, os estudantes conseguiram de forma satisfatória fazer observações condizentes com o que esperávamos.

Quadro 89- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 18

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu concluí que há uma relação entre o MDC e MMC.	Não válida, não prevista e não desejada.
G2	A minha conclusão é que tem uma igualdade do MMC e MDC.	Não válida, não prevista e não desejada.
G3	Eu concluí que relação tem com o MMC e o MDC.	Não válida, não prevista e não desejada.
G4	Todo resultado da multiplicação entre x e y, será o resultado da multiplicação entre o MMC e o MDC.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluímos que o MMC e o MDC são quase iguais.	Não válida, não prevista e não desejada.
G6	Nós concluímos que o MMC e o MDC têm uma relação.	Não válida, não prevista e não desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 90- Percentual de classificação das conclusões da atividade 18

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	1	16,67%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	5	83,33%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme indica o quadro anterior, embora os estudantes tenham observado com facilidade o que gostaríamos, apresentaram dificuldades em formular conclusões a respeito da propriedade entre MMC e MDC.

5.12 DÉCIMO SEGUNDO ENCONTRO

No dia 14 de novembro de 2018, aconteceu o nosso décimo segundo encontro. Nessa oportunidade aplicamos as nossas duas últimas atividades, a 19ª, que era relacionada a conjectura de Goldbach, onde o objetivo era que os alunos percebessem que os números pares maiores ou iguais a quatro podiam ser escritos como a soma de dois números primos.

A outra, a 20ª, que era relacionada a soma de números naturais, tinha por objetivo fazer os alunos notarem que a soma de dois números pares ou dois ímpares dava um número par como soma, e que a soma de um número par com um número ímpar, daria um número ímpar. A seguir mostraremos o desempenho dos grupos em relação a estas atividades.

Figura 210 – Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 01

Número	O Número é par maior ou igual a Quatro?		É possível escrever o Número como a Soma de dois Primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5		X	X	
7		X		X
9		X		X
11		X		X
13		X		X
4	X		X	
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

Observação: *TODA VEZ QUE O NÚMERO É PAR MAIOR OU IGUAL A QUATRO*

Conclusão: *É POSSÍVEL ESCREVER O NÚMERO COMO A SOMA DE DOIS PRIMOS*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 211 – Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 02

Número	O Número é par maior ou igual a Quatro?		É possível escrever o Número como a Soma de dois Primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5	X	X		X
7		X		X
9		X		X
11		X		X
13		X		X
4	X		X	X
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

Observação: Qualquer que o número é Par e maior que quatro do de se escrever como os números e Primos

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 212 – Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 03

Número	O Número é par maior ou igual a Quatro?		É possível escrever o Número como a Soma de dois Primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5		X		X
7		X		X
9		X		X
11		X		X
13		X		X
4	X		X	
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

Observação: Nós observamos que as somas de números Primos são iguais aos números pares que quatro

Conclusão: iguais

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 213 – Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 04

Número	O Número é par maior ou igual a Quatro?		É possível escrever o Número como a Soma de dois Primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5		X	X	
7		X		X
9		X		X
11		X		X
13		X		X
4	X		X	
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

Observação: Quando o número for par e maior de quatro ou igual será possível escrever como soma de dois números Primos.
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 214 – Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 05

Número	O Número é par maior ou igual a Quatro?		É possível escrever o Número como a Soma de dois Primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5		X		X
7		X		X
9		X		X
11		X		X
13		X		X
4	X		X	
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

Observação: nós observamos que o número é par maior igual a quatro e a seguinte é possível escrever como a soma dos dois números Primos.
Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 215 – Quadro preenchido da atividade 19 pelo grupo 06

Número	O Número é par maior ou igual a Quatro?		É possível escrever o Número como a Soma de dois Primos?	
	Sim	Não	Sim	Não
5		X		X
7		X		X
9		X		X
11		X		X
13		X		X
4	X		X	
6	X		X	
8	X		X	
10	X		X	
12	X		X	
14	X		X	
16	X		X	

Observação: quando o número for par ou ímpar que quatro é possível escrever com a soma de dois primos.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 19: É possível escrever os números naturais pares maiores ou iguais a 4, como a soma de dois números primos.

Quadro 91- Transcrição e classificação das observações da atividade 19

(Continua)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Toda vez que o número é par maior ou igual a quatro, é possível escrever o número como a soma de dois primos.	Válida, prevista e desejada.
G2	Quando o número é par e maior que quatro, dá de escrever como os números primos.	Válida, prevista e desejada.
G3	Nós observamos que as somas de números primos são iguais aos números maiores que quatro iguais.	Válida, prevista e desejada.

(Conclusão)

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G4	Quando o número for par e maior que quatro ou igual, será possível escrever como a soma de dois números primos.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que o número é par maior ou igual a quatro, a segunda (pergunta) é possível escrever como a soma dos algarismos primos.	Válida, prevista e desejada.
G6	Quando o número for par ou maior que quatro, é possível escrever como a soma de dois primos.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 92- Percentual de classificação das observações da atividade 19

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	6	100%
Válida, prevista e não desejada	0	0%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Como mostra o quadro anterior, os estudantes apresentaram nesta atividade observações condizentes com o que gostaríamos, facilitando bastante na hora de fazermos a institucionalização da conjectura de Goldbach.

Figura 216 – Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 01

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
X=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X	X	
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X		X		X
x=7; y=3		X		X	X	X
x=21; y=13		X		X	X	
x=23; y=31		X		X	X	

Observação: *eu observei que toda vez que dois números par ou ímpar somam somente um número par e quando do um par e um ímpar, da somente ímpar*

Conclusão: *um ímpar, da somente ímpar*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 217- Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 1

G1- eu conclui que toda vez que dois números par ou ímpar da um número par e quando da um número par e um ímpar da um número ímpar

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 218 – Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 02

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
X=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X	X	
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X		X		X
x=7; y=3		X		X	X	X
x=21; y=13		X		X	X	
x=23; y=31		X		X	X	

Observação: *quando da dois par o resultado é par*

Conclusão: *quando da par e ímpar o resultado é par*

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 219- Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 2

G2 QUANDO DA DOIS PAR O RESULTADO É SEMPRE PAR
QUANDO DA DOIS IMPAR O RESULTADO É SEMPRE PAR
QUANDO DA IMPAR PAR DA IMPAR. NIKE

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 220 – Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 03

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
x=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X		X
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X		X	X	
x=7; y=3		X		X	X	
x=21; y=13		X		X		X
x=23; y=31		X		X	X	

Observação: *dermos quando eles são*
Par e Par o resultado da Par
e quando da Par e Impar o resultado
vai ser ímpar

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 221- Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 3

G3 NÓS CONCLUIMOS QUANDO
ELES SÃO PAR E PAR O RESULTADO
DO PAR E QUANDO DA PAR IMPAR
O RESULTADO VAI SER IMPAR

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 222 – Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 04

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
x=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X		X
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X		X	X	
x=7; y=3		X		X	X	
x=21; y=13		X		X	X	
x=23; y=31		X		X	X	

Observação: Quando o valor de x e de y forem Par ou ímpar o resultado da soma será Par e quando um número for Par e o outro for ímpar o resultado será ímpar.

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 223- Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 4

G4 - Quando o valor de x e de y forem Par ou ímpar o resultado da soma de Par ou ímpar e quando um número for Par e o outro ímpar o resultado será ímpar

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 224 – Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 05

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
x=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X		X
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X	X	X	X	
x=7; y=3		X		X	X	
x=21; y=13		X		X	X	
x=23; y=31		X		X	X	

Observação: nós observamos que quando os dois números forem par vai dar sempre par e quando for ímpar também pode ser par e quando for par e ímpar o resultado vai dar ímpar

Conclusão:

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 225- Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 5

G5- Nós concluímos que quando os dois números forem par vai dar sempre par e quando os dois números forem ímpar e par o resultado vai dar ímpar.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 226– Quadro preenchido da atividade 20 pelo grupo 06

Números	X é par ou ímpar?		Y é par ou ímpar?		A soma de X e Y é par ou ímpar??	
	Par	Ímpar	Par	Ímpar	Par	Ímpar
x=2; y=4	X		X		X	
x=6; y=18	X		X		X	
x=8; y=10	X		X		X	
x=20; y=42	X		X		X	
x=14; y=13	X			X		X
x=7; y=12		X	X			X
x=10; y=5	X			X		X
x=9; y=8		X	X			X
x=11; y=5		X		X	X	
x=7; y=3		X		X	X	
x=21; y=13		X		X	X	
x=23; y=31		X		X	X	

Observação: nós observamos que quando dois números for par dá par e quando o número for ímpar e ímpar dá par quando for ímpar e par dá ímpar.

Conclusão: Par e par dá par.

Fonte: Experimentação (2018)

Figura 227- Conclusão da atividade 20 apresentada pelo grupo 6

G6- NÓS CONCLUÍMOS QUE QUANDO DOIS NÚMEROS FOR PAR DÁ PAR E QUANDO OS NÚMEROS FOR ÍMPAR E ÍMPAR DÁ PAR QUANDO FOR ÍMPAR E PAR DÁ ÍMPAR.

Fonte: Experimentação (2018)

Resultado institucionalizado no final da atividade 20: A soma de dois números pares ou ímpares dá par, a soma de um número par com um ímpar dá um número ímpar.

Quadro 93- Transcrição e classificação das observações da atividade 20

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu observei que toda vez que dois números par ou ímpar dá somente um número par, e quando dá um par e um ímpar dá somente ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G2	Quando dá dois pares o resultado é par, quando dá dois ímpares o resultado é par, quando dá par e ímpar dá ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G3	Observamos quando eles são par e par o resultado dá par, e quando dá par e ímpar o resultado vai ser ímpar.	Válida, prevista e não desejada.
G4	Quando o valor de x e y forem par ou ímpar o resultado da soma será par e quando um número for par e o outro for ímpar o resultado será ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós observamos que quando os dois números forem par vai dá sempre par, e quando for ímpar também será par. E quando for par e ímpar o resultado vai dá ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G6	Nós observamos que quando dois números forem par dá par, e quando o número for ímpar e ímpar dá par, quando for ímpar e par dá ímpar.	Válida, prevista e desejada.

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 94- Percentual de classificação das observações da atividade 20

CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	5	83,33%
Válida, prevista e não desejada	1	16,67%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme aponta o quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu observar de maneira satisfatória o que gostaríamos que observassem, colaborando assim para suas próprias conclusões.

Quadro 95- Transcrição e classificação das conclusões da atividade 20

GRUPOS	TRANSCRIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
G1	Eu concluí que toda vez que dois números pares ou ímpares dá um número par, e quando dá um número par e um ímpar dá um número ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G2	Quando dá dois pares o resultado é sempre par, quando dá dois ímpares o resultado é sempre par e quando dá par e ímpar dá ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G3	Nós concluiu quando eles são par e par o resultado dá par, e quando dá par e ímpar o resultado vai ser ímpar.	Válida, prevista e não desejada.
G4	Quando o valor de x e y forem par ou ímpar o resultado da soma será par, e quando um número for par e o outro for ímpar, o resultado será ímpar.	Válida, prevista e desejada.
G5	Nós concluimos que quando os dois números forem par vai dá sempre par e quando os dois números forem ímpar e par o resultado vai dá ímpar.	Válida, prevista e não desejada.
G6	Nós concluimos que quando dois números forem par dá par, e quando o número for ímpar e ímpar dá par, quando for ímpar e par dá ímpar.	Válida, prevista e desejada.

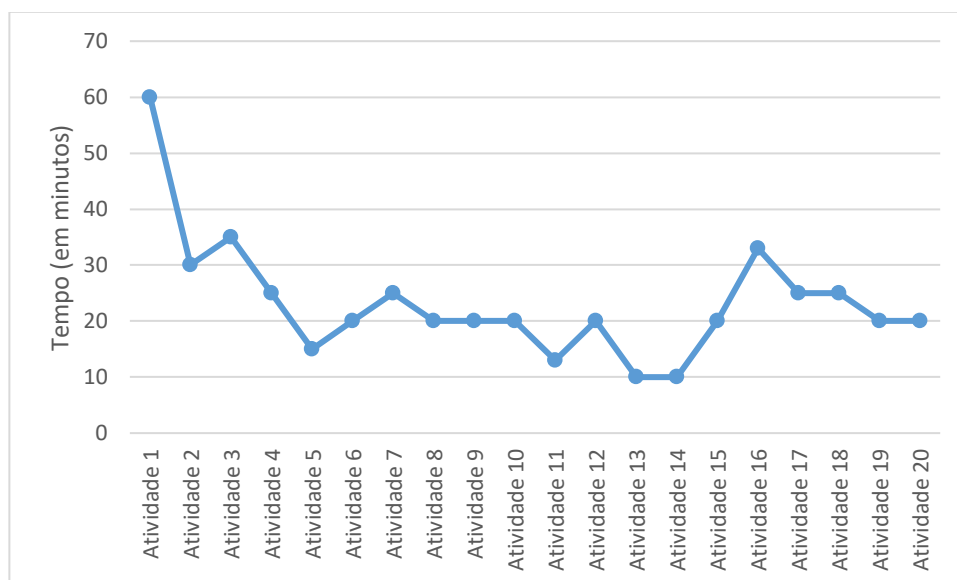
Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 96- Percentual de classificação das conclusões da atividade 20

CLASSIFICAÇÃO DAS CONCLUSÕES	VALOR ABSOLUTO POR GRUPO	PERCENTUAL (aproximado)
Válida, prevista e desejada	4	66,67%
Válida, prevista e não desejada	2	33,33%
Válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não válida, prevista e não desejada	0	0%
Não válida, não prevista e não desejada	0	0%
Não formulou	0	0%
Total	6	100%

Fonte: Experimentação (2018)

Conforme mostra o quadro anterior, a maioria dos estudantes conseguiu apresentar conclusões válidas, facilitando assim o processo de institucionalização da soma de dois números naturais. A seguir, mostraremos o tempo máximo (em minutos) utilizado pelos grupos participantes, no preenchimento de cada atividade proposta.

Gráfico 27- Tempo máximo utilizado pelos grupos no preenchimento das atividades.

Fonte: Experimentação (2018)

O gráfico apresenta o tempo máximo que tivemos que aguardar, até que o último grupo terminasse o preenchimento da atividade e, a partir daí, iniciarmos as discussões a respeito de tal preenchimento, bem como sobre as observações ou conclusões elaboradas por eles. Na primeira atividade, foi gasto um tempo relativamente alto (60 minutos), fato esperado haja visto que os estudantes nunca tiveram contato com esse tipo de experimento.

A partir da segunda atividade, tivemos uma queda significativa no tempo utilizado, onde atribuímos isso ao fato dos discentes terem compreendido o processo logo na primeira aplicação, por consequência tivemos uma oscilação de tempo entre 10 e 35 minutos. De acordo com Sá (2009), a experiência vem mostrando que o estudante fica mais ágil à medida que vai desenvolvendo as atividades e, desta maneira, o tempo tende a diminuir. A seguir, mostraremos a análise *a posteriori* e validação do experimento.

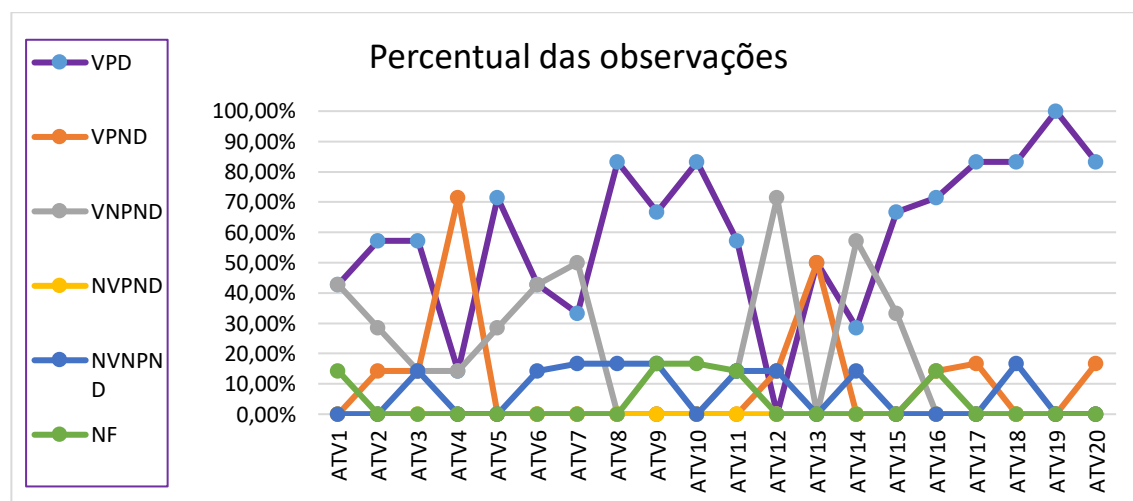
6. ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO

Nesta seção, nosso objetivo é apresentar os resultados da análise *a posteriori* do experimento, com a intenção de validá-lo. Neste sentido, as informações produzidas na experimentação, através de nossos registros e das anotações dos estudantes serão utilizadas como referência de análise, com a intenção de chegarmos a conclusões a respeito do nosso objetivo que era avaliar os efeitos de uma sequência didática para o ensino de divisibilidade de números naturais por meio de atividades. Para isso, analisamos as observações e conclusões de cada atividade proposta, confrontamos as análises *a priori* e *a posteriori* das mesmas, além de verificarmos o desempenho dos estudantes na resolução de questões que foram propostas ao longo das atividades.

6.1. ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES FEITAS PELOS ESTUDANTES

Nossa análise começa pelo desempenho dos alunos em observarem as regularidades pertinentes às atividades propostas, onde classificamos em válidas, previstas e desejadas (VPD); válidas, previstas e não desejada (VPND); válidas, não prevista e não desejada (VNPND); não válida, prevista e não desejada (NVPND); não válida, não prevista e não desejada (NVNPND) e não formulada (NF), conforme mostra o gráfico a seguir.

Gráfico 28- Análise percentual das observações das atividades



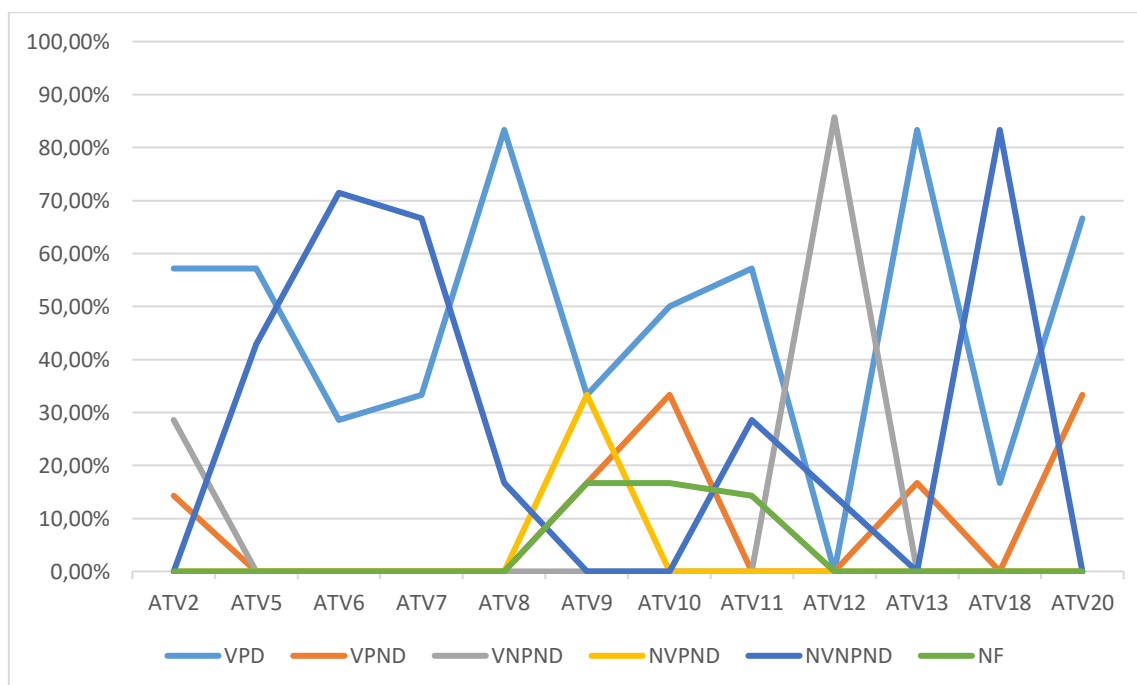
Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o gráfico anterior, podemos verificar que, de maneira geral, há a predominância de observações que consideramos como válidas, previstas e desejadas dentre as atividades propostas. O que nos leva a inferir o efeito positivo de nossa sequência didática, validando assim o experimento. A seguir mostraremos as análises das conclusões das atividades de redescoberta.

6.2. ANÁLISE DAS CONCLUSÕES FEITAS PELOS ALUNOS

Nesse momento analisaremos o desempenho dos estudantes a respeito das conclusões que apresentaram nas atividades de redescoberta, conforme o gráfico a seguir.

Gráfico 29- Análise percentual das conclusões das atividades de redescoberta



Fonte: Experimentação (2018)

De acordo com o gráfico anterior, podemos verificar que, na maioria das atividades, prevalece as conclusões que consideramos como válidas, previstas e desejadas para o momento de institucionalização. O que nos leva a inferir que o experimento apresentou um efeito positivo no ensino de divisibilidade de números naturais. A seguir mostramos as análises feitas a respeito do confronto entre as análises a priori e a posteriori das atividades da sequência didática.

6.3 CONFRONTO ENTRE AS ANÁLISES A PRIORI E A POSTERIORI DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.

A seguir apresentamos um quadro que mostra o confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori* das atividades, com o intuito de validar nosso experimento.

Quadro 97- Análise *a priori* x Análise *a posteriori*

(Continua)

ATIVIDADES	ANÁLISE À PRIORI	ANÁLISE A POSTERIORI	VALIDAÇÃO
1	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após a determinação dos quocientes e restos de cada divisão e preenchimento do quadro, observem que há dois tipos de divisão: as que têm resto zero e as que não têm resto zero, a fim de institucionalizarmos o conceito de divisor de um número natural.	Com exceção do grupo 7 (A13), que não formulou observação, os alunos conseguiram perceber, sem dificuldades, que haviam dois tipos de divisões: com resto zero e diferente de zero.	Positiva

(Continua)

2 →	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após a determinação dos divisores dos números propostos e preenchimento do quadro, observem que na coluna menor divisor do número sempre dá 1, e na coluna maior divisor do número sempre dá o próprio número, e que assim possam concluir que o menor divisor de um número natural é sempre 1, e o maior divisor sempre é ele mesmo.	Os alunos determinaram os divisores dos números propostos e após preencherem o quadro, não tiveram muita dificuldades em observar e concluir que o menor divisor de um número é sempre 1, e o maior é ele próprio.	Positiva
3 →	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, ao responderem o quadro, observem que a primeira resposta converge com a segunda, possibilitando-nos a institucionalizar o conceito de múltiplos de um número natural.	Com exceção do grupo 3 (A5,A6), os alunos, após responderem o quadro, e com algumas intervenções de nossa parte, conseguiram observar que a primeira resposta estava em consonância com a segunda, o que facilitou nossa institucionalização de múltiplos de um número natural.	Positiva
4 →	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após o preenchimento do quadro, consigam observar que há números com apenas dois divisores (a unidade e o próprio número), e que há números com mais divisores além da unidade e dele próprio, a fim de que possamos institucionalizar os conceitos de números primos e compostos.	Nesta atividade, todos os alunos, após o preenchimento do quadro, observaram que haviam números com dois divisores e outros com mais de dois divisores, facilitando assim a institucionalização da definição de números primos e compostos.	Positiva

(Continua)

5	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após responderem o quadro, possam observar à equivalência nas respostas e que assim concluam que quando o número for par será divisível por dois ou vice-versa.	Nesta atividade, a maioria dos estudantes, após responderem às perguntas do quadro, observaram com facilidade a equivalência entre as respostas, e concluíram que todo número par é divisível por dois.	Positiva
6	Diante desta atividade, esperamos que os alunos, ao preencherem o quadro com as respostas, possam perceber a regularidade de que todos os números do quadro que são divisíveis por dez, também terminam em zero, e que possam concluir sem dificuldades que para um número natural ser divisível por dez, ele tem que terminar em zero ou vice-versa.	Nesta atividade, a maioria dos estudantes não conseguiu apresentar observações como desejávamos, conseqüentemente não formularam conclusões satisfatórias.	Negativa

(Continua)

	Assim como nas atividades anteriores de divisibilidade, esperamos que os alunos, usando o recurso da calculadora, não tenham nenhuma dificuldade em responder a primeira pergunta do quadro. Já na segunda pergunta, acreditamos que eles tenham certa dificuldade em observar a regularidade do número terminar em zero ou cinco, pelo fato serem duas terminações a serem observadas. Nesse momento do registro, estimularemos os participantes a focarem atenção em cada uma delas, para que assim possam concluir que um número natural é divisível por cinco quando terminar em zero ou em cinco.	Nesta atividade, a maioria dos alunos não conseguiu observar o que gostaríamos, e por conseguinte não apresentou conclusões satisfatórias.	Negativa
---	---	---	------------------------

(Continua)

8 →	Com esta atividade, esperamos que os alunos não tenham dificuldades em responder a primeira pergunta do quadro, já que eles disponibilizarão do recurso didático da calculadora. Em contrapartida, acreditamos que eles encontrem alguma dificuldade para responderem a segunda pergunta, pelo fato de terem que fazer a soma dos algarismos e verificar se a mesma é divisível por três. Nesse momento do registro, pretendemos apresentar alguns números, que não estejam no quadro, e exemplificar a soma de seus algarismos, para que assim possam concluir que um número natural é divisível por três quando a soma de seus algarismos também seja um número divisível por três ou vice-versa.	Nesta atividade, a maioria dos alunos, após responderem as perguntas do quadro, não tiveram dificuldades em observar a equivalência que havia entre as respostas, apresentando assim conclusões satisfatórias a respeito do critério de divisibilidade por três.	Positiva
------------	--	---	------------------------

(Continua)

9	Nesta atividade, esperamos que os alunos não encontrem dificuldades, até mesmo por ser tratar de uma atividade bem semelhante à anterior, e que, após responderem o quadro, observem a concordância entre as respostas e possam assim concluir que um número é divisível por nove, quando a soma de seus algarismos também for divisível por nove ou vice-versa.	Nesta atividade, a maioria dos alunos, embora tenha tido dificuldades em formular as conclusões, apresentou observações condizentes com o que desejávamos, o que facilitou a institucionalização do critério de divisibilidade por nove.	Positiva
10	Diante desta atividade, esperamos que os alunos apresentem dificuldades em observar a regularidade. No momento do registro, estimularemos os discentes a focarem na segunda e terceira pergunta, para que possam perceber que os números divisíveis por 2 e por 3 ao mesmo tempo, também são por 6 e consigam concluir que um número é divisível por 6, quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.	Nesta atividade, a maioria dos alunos, embora não tenha ido tão bem na formulação das conclusões, observou de forma satisfatória o que desejávamos, facilitando assim a institucionalização do critério de divisibilidade por seis.	Positiva

11	Diante desta atividade, esperamos que os alunos após responderem as perguntas do quadro, não tenham dificuldades em observar a regularidade entre as três respostas, até mesmo por se assemelhar com a atividade anterior, e que venham a concluir que um número natural é divisível por 15 (quinze) quando ele for divisível por 3 e também por 5 e vice-versa.	Embora o grupo 7 (A13) não tenha apresentado observações nem tão pouco conclusão, a maioria dos estudantes, após algumas intervenções, conseguiu observar e concluir de forma satisfatória, facilitando assim a institucionalização do critério de divisibilidade por quinze.	Positiva
12	Diante desta atividade, esperamos que os alunos apresentem alguma dificuldade para responderem principalmente a terceira pergunta do quadro. Neste momento do registro, estimularemos os participantes a focarem nos dois últimos algarismos de cada número, para que possam perceber o que desejamos e que, após responderem as perguntas do quadro, consigam observar que quando a resposta for sim na primeira pergunta, será sim na segunda ou terceira pergunta, concluindo assim que um número é divisível por quatro quando terminar em dois zeros ou quando seus dois últimos algarismos formarem um número divisível por quatro.	Nesta atividade, embora tenhamos feito intervenções, os estudantes apresentaram dificuldades em observarem o que gostaríamos e por consequência concluírem de forma satisfatória, não havendo então contribuição para a institucionalização do critério de divisibilidade por quatro.	Negativa

13	Diante desta atividade, esperamos que os alunos, após responderem as perguntas do quadro, possam perceber sem dificuldades, haja vista que esta atividade se assemelha à anterior, que quando a resposta for sim na primeira pergunta, também será sim na segunda ou terceira perguntas, concluindo desta forma que um número será divisível por oito quando terminar em três zeros, ou quando os três últimos algarismos do número, formem um número um número divisível por oito.	Nesta atividade, todos os estudantes apresentaram que consideramos válidas, e por consequência disso, a maioria concluiu de maneira satisfatória, colaborando assim para o momento da institucionalização do critério de divisibilidade por oito.	Positiva
14	Com esta atividade, acreditamos que os alunos encontrem dificuldades em escrever os números do quadro como a multiplicação de outros números, no momento do registro estimularemos os participantes a pensarem em alguns divisores de cada número proposto, a fim de que consigam escrevê-los como desejamos, e assim possamos institucionalizar que escrevendo um número na forma de multiplicação de outros números, estamos escrevendo-os na forma fatorada.	Embora a maioria dos estudantes não tenha formulado as observações como gostaríamos, todos os envolvidos na atividade, como podemos verificar nas fichas, escreveram os números propostos como multiplicação de outros números. O que facilitou no momento da institucionalização da definição de fatoração numérica.	Positiva

15	Nesta atividade, acreditamos que boa parte dos alunos cometam o erro de escrever os números na forma fatorada com fatores que não sejam primos, tipo 2×4 no caso do número oito, tomando até como base a atividade anterior. Neste momento, enfatizaremos que os fatores primos podem se repetir, como por exemplo: $2 \times 2 \times 2$. Assim esperamos que eles possam observar que todo número composto pode ser escrito como um produto de fatores primos, a fim de que possamos enunciar o teorema fundamental da aritmética.	Nesta atividade, os estudantes envolvidos conseguiram observar de maneira satisfatória o que desejávamos, o que facilitou no momento da institucionalização do teorema fundamental da aritmética.	Positiva
16	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após preencherem o quadro, observem o maior divisor comum dentre os divisores comuns dos pares de números propostos, a fim de que possamos definir máximo divisor comum entre dois números naturais.	Nesta atividade, a maioria dos estudantes, com exceção do A3 que não fez nenhuma observação, conseguiu fazer observações que consideramos válidas, e que colaboraram bastante no momento de institucionalizarmos a definição de maior divisor comum entre dois números naturais.	Positiva

 17	Nesta atividade, esperamos que os estudantes, após preencherem o quadro, observem o menor múltiplo comum diferente de zero dentre os múltiplos comuns dos pares de números propostos, a fim de que possamos definir o mínimo múltiplo comum entre dois números naturais.	Nesta atividade, após o preenchimento do quadro, os estudantes não tiveram dificuldades em determinar os múltiplos comuns dos pares de números propostos e em observar o menor múltiplo comum, facilitando assim o processo de institucionalização de mínimo múltiplo comum entre dois números naturais.	Positiva
 18	Nesta atividade, acreditamos que os alunos não tenham dificuldades em perceber a regularidade que há entre a terceira e última colunas do quadro, onde no momento do registro pediremos que foquem e percebam assim que os valores serão iguais, e que deste modo possam concluir esta importante propriedade que diz que o produto do MMC pelo MDC de dois números é igual ao produto desses números.	Nesta atividade, embora os estudantes tenham apresentado dificuldades na formulação das conclusões, conseguiram observar a equivalência que havia entre as respostas da terceira e última colunas, facilitando assim a institucionalização da propriedade entre o MMC e o MDC de dois números naturais.	Positiva

19	Nesta atividade, esperamos que os alunos sintam alguma estranheza na sequência de números ímpares, pelo fato de não conseguirem escrevê-los como a soma de dois números primos ímpares. Neste momento, daremos incentivo no sentido de testar os números pares, onde logo de início sentirão a mesma dificuldade com o número quatro, quando estimularemos a tentar os outros valores pares. Com o suposto sucesso, esperamos que os discentes percebam que todo número natural par que seja maior que quatro, pode ser escrito como a soma de dois números primos ímpares, chegando assim à conjectura de Goldbach.	Nesta atividade, os estudantes, após responderem as perguntas do quadro, não tiveram dificuldades em observar que os números pares maiores ou iguais a quatro, poderiam ser escritos como a soma de dois números primos, viabilizando assim o enunciado da conjectura de Goldbach.	Positiva
20	Ante esta atividade, esperamos que os alunos, ao responderem as perguntas do quadro, possam perceber pela regularidade que a soma de dois números pares, bem como a soma de dois números ímpares será um número par, porém quando notarem a alternância de um ser par e o outro ímpar e vice-versa, possam concluir que a soma será um número ímpar.	Nesta atividade, após responderem as perguntas do quadro, a maioria dos estudantes conseguiu observar e concluir que a soma de dois números pares ou ímpares resulta em um número par, e na alternância resulta em um número ímpar.	Positiva

Fonte: Experimentação (2018)

Como podemos verificar, através do confronto das análises *a priori* e *a posteriori* apresentado no quadro anterior, a maioria das atividades (85%) apresentou validações positivas, ou seja, dentro do que prevíamos e desejávamos para as observações e conclusões, o que nos faz inferir que o experimento à luz do ensino por atividades surtiu efeito favorável à aprendizagem de divisibilidade de números naturais.

6.4 ANÁLISE DAS QUESTÕES PROPOSTAS

Com a finalidade de validar nossa experimentação, apresentamos a seguir quadros que mostram a análise do desempenho dos estudantes em relação a questões que foram propostas ao longo das atividades. Vale ressaltar que as resoluções foram classificadas em: certas, parcialmente certas, erradas e em branco e que as mesmas se encontram no anexo I deste texto.

Quadro 98- Desempenho dos grupos nas questões propostas 1

(Continua)

DESEMPENHO DOS GRUPOS					
1a – 3 é divisor de 15? Por quê?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Certo	Certo	Parcialmente Certa	Certa	Certa	Parcialmente certa
1b- 15 é divisível por 3? Por quê?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Certo	Certo	Parcialmente certa	Certa	Parcialmente certa	Certa
1c- 6 é divisor de 20? Por quê?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certo	certa	certa	certa	certa
1d- 18 é divisível por 4? Por quê?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certo	certa	certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa
2a- divisores de 3?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certo	certa	certa	Parcialmente certa	certa

(Conclusão)

2b- divisores de 4?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certo	certa	certa	Parcialmente certa	certa
2c- divisores de 9?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certo	certa	certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa
2d- divisores de 20?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	Parcialmente certa	certa	certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa
2e- divisores de 36?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Parcialmente certa	errada	Parcialmente certa	certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa
2f- divisores de 50?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	Parcialmente certa	certa	certa	Parcialmente certa	certa
3a- cinco primeiros múltiplos de 3?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certa	certa	certa	Parcialmente certa	errada
3b- cinco primeiros múltiplos de 6?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	Parcialmente certa	Parcialmente certa	certa	Parcialmente certa	errada
3c- cinco primeiros múltiplos de 12?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	errada	certa	certa	Parcialmente certa	errada

(Conclusão)

3d- cinco primeiros múltiplos de 20?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certo	certa	certa	certa	Parcialmente certa	Errada
4ª A professora Mara pediu a um aluno que dissesse o menor múltiplo de 4 e que cada aluno seguinte dissesse um múltiplo de 4 em ordem crescente. Assim, sem pular nenhum, cada um teve a sua vez de falar. Qual foi a resposta do décimo aluno?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	certa

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 99- Desempenho dos grupos nas questões propostas 2

(Continua)

DESEMPENHO DOS GRUPOS					
1a - Dentre os números 60, 531, 125, 120, 36, 13, 545 e 28, quais são divisíveis por 2?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	Parcialmente certa	certa
1b- Dentre os números 60, 531, 125, 120, 36, 13, 545 e 28, quais são divisíveis por 5?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	errada	Parcialmente certa
1c- Dentre os números 60, 531, 125, 120, 36, 13, 545 e 28, quais são divisíveis por 10?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	Parcialmente certa	certa

(Conclusão)

2ª – Quais destas afirmações são verdadeiras?					
a- Todo número par é divisível por 10. b- Todo número divisível por 10 é par. c- Todo número divisível por 10 também é divisível por 5. d- Todo número divisível por 5 também é divisível por 10.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	certa
3ª- Minha idade é um número natural entre 30 e 40, que é divisível por 2,5 e 10. Quantos anos eu tenho?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	certa

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 100- Desempenho dos grupos nas questões propostas 3

(Continua)

DESEMPENHO DOS GRUPOS					
1ª a- Dentre os números 60,531,123,120,36,13,540,27 e 150. Quais são divisíveis por 3?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Parcialmente certa	Parcialmente certa	errada	certa	errada	Parcialmente certa
1b-- Dentre os números 60,531,123,120,36,13,540,27 e 150. Quais são divisíveis por 6?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Parcialmente certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa	certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa
1c-Dentre os números 60,531,123,120,36,13,540,27 e 150. Quais são divisíveis por 9?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Parcialmente certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa	certa	errada	Parcialmente certa
1d-Dentre os números 60,531,123,120,36,13,540,27 e 150. Quais são divisíveis por 15?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	errada	Parcialmente certa	certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa

(Conclusão)

2ª- Em um show de prêmios foi apresentado a um dos candidatos o seguinte desafio: Descubra o maior número de três algarismos divisível por 3 que pode ser formado com os algarismos 2, 3, 6 e 7, sem repetir nenhum deles. Que resposta dá o prêmio ao candidato?

G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	errada	Parcialmente certa	errada	errada

3ª- Observe o número $5x01$. Qual o menor número natural que se pode colocar no lugar do x para que o número seja divisível por 9?

G1	G2	G3	G4	G5	G6
errada	certa	errada	certa	errada	errada

4ª- Considere o número $325x$. Qual o menor número natural que se pode atribuir a x para que o número seja divisível por 6?

G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	errada	certa	certa	errada	errada

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 101- Desempenho dos grupos nas questões propostas 4

(Continua)

DESEMPENHO DOS GRUPOS					
1ªa-Decomponha em fatores primos o número 36.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Parcialmente certa	certa	certa	Parcialmente certa	certa	errada
1ª b-Decomponha em fatores primos o número 40.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	errada	certa	certa	errada	errada
1ªc-Decomponha em fatores primos o número 48.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	errada	errada
1ªd-Decomponha em fatores primos o número 80.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	errada	certa	errada	errada

(Conclusão)

1 ^a e-Decomponha em fatores primos o número 125.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	Errada	errada
1 ^a f-Decomponha em fatores primos o número 154.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Parcialmente certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa	Parcialmente certa	errada	errada
2 ^a -Qual é o número cuja fatoração dá $2 \cdot 3^2 \cdot 11$?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	errada	errada
3 ^a -Decompondo 340 em fatores primos temos $2^x \cdot 5 \cdot 17$, quanto vale x?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	errada
4 ^a - A fatoração completa de 600 é $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, qual o valor de a+b+c?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Em branco	errada	errada	errada	Em branco	errada

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 102- Desempenho dos grupos nas questões propostas 5

(Continua)

DESEMPENHO DOS GRUPOS					
1 ^a a- Determine o MMC entre 50 e 75.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	Parcialmente certa	faltou
1 ^a b- Determine o MMC entre 60 e 24.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	faltou
1 ^a c-Determine o MMC entre 21 e 30					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	faltou

(Conclusão)

1ªd- Determine o MMC entre 10, 12 e 45.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	errada	faltou
2ª- Carolina dá uma volta na pista em 4 minutos e Juliana em 3 minutos. As duas partiram juntas. Quanto tempo levará para que estejam novamente lado a lado?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	faltou
3ª-Três viajantes de firma sairão a serviço no mesmo dia. Sabe-se que; o primeiro faz viagens de 12 em 12 dias. O segundo faz viagens de 20 em 20 dias. O terceiro de 25 em 25 dias. Depois de quantos dias sairão juntos novamente?					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	errada	faltou

Fonte: Experimentação (2018)

Quadro 103- Desempenho dos grupos nas questões propostas 6

(Continua)

DESEMPENHO DOS GRUPOS					
1ªa- Determine o MDC entre 35 e 10.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
Certa	Certa	Certa	Certa	Certa	Certa
1ªb- Determine o MDC entre 30 e 18.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
errada	errada	certa	certa	certa	certa
1ªc- Determine o MDC entre 12,16 e 28.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	errada	certa	certa	certa	certa
1ªd- Determine o MDC entre 15 e 40.					
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	certa

(Conclusão)

2ª-Uma loja tem 10 metros de fita amarela e 15 metros de fita azul para dividir em pedaços. Todos os pedaços devem ser iguais e do maior tamanho possível. Quantos metros deverá medir cada pedaço?

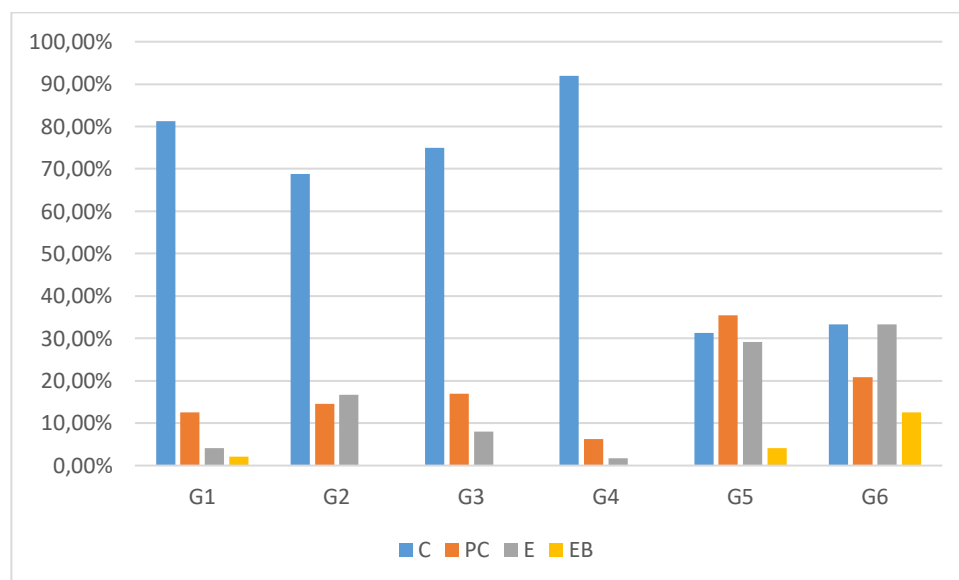
G1	G2	G3	G4	G5	G6
certa	certa	certa	certa	certa	Certa

3ª-O senhor Vicente tem uma banca de frutas na feira. Nela há uma penca com 18 bananas e outra com 24 bananas. Ele quer dividir as duas pencas em montes iguais. Qual o maior número possível de bananas em cada monte?

G1	G2	G3	G4	G5	G6
Certa	Certa	Certa	Certa	Certa	Certa

Fonte: Experimentação (2018)

Gráfico 30- Análise percentual do desempenho dos grupos em relação às questões propostas.



Fonte: Experimentação (2018)

Como podemos verificar no gráfico anterior, a maioria dos estudantes apresentou resoluções consideradas corretas, com exceção do grupo 5 que deixou de participar de um bloco de questões propostas e o grupo 6 que apresentou um equilíbrio entre certas e erradas. O que nos faz inferir que a experimentação à luz do ensino por atividades proporcionou aos estudantes um desempenho satisfatório na resolução de questões referentes ao tema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação teve por objetivo avaliar os efeitos de uma sequência didática, diferente da tradicional, direcionada para o ensino de divisibilidade de números naturais, na perspectiva do ensino por atividades. E para atingirmos tal objetivo fizemos uso da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa. Para tal foram realizadas as análises prévias, onde apresentamos os aspectos curriculares, aspectos matemáticos, aspectos históricos, uma consulta a egressos sobre o processo de ensino- aprendizagem e uma revisão de estudos sobre divisibilidade de números naturais.

Os aspectos curriculares nos mostraram como o tema deve ser abordado, além de enfatizar as habilidades e competências que nossos alunos devem apresentar em relação ao conteúdo, e também como ele é avaliado através de provas de larga escala como a prova Brasil e Sispae.

Os aspectos matemáticos mostraram como a divisibilidade de números naturais e inteiros é trabalhada nas escolas e universidades e também em livros didáticos. O resgate de aspectos históricos de divisibilidade de números naturais nos fez constatar que o tema faz parte do nosso cotidiano desde a antiguidade, com os homens primitivos que sentiam a necessidade de contar e distribuir quantidades.

A consulta a egressos nos indicou que a maioria dos professores iniciam as aulas de divisibilidade de números naturais pela definição seguida de exemplos e exercícios e que, para a fixação do conteúdo, usam como método a lista de exercícios, o que nos dá indícios de que ainda predomina o ensino tradicional. A maioria dos discentes informou ainda apresentar um grau de dificuldade elevado em alguns tópicos tais como: entender os conceitos de múltiplos e divisores de números naturais, o que nos motivou e também orientou na elaboração de uma sequência didática.

A revisão de estudos revelou uma preocupação, por parte dos autores, em buscar novos métodos, diferentes do tradicional, para o ensino de divisibilidade de números naturais como o uso de jogos, o uso de tecnologias, a etnoMatemática, a resolução de problemas, o uso de atividades entre outros, o que também nos deu suporte para elaboração de nossa sequência didática.

As informações captadas nas análises prévias foram relevantes para a elaboração das atividades que constituíram nossa sequência didática, pois nos pautamos nas dificuldades apresentadas, não somente por estudantes, mas também por professores ao longo de nossa pesquisa sobre o ensino de divisibilidade de números naturais. As referidas atividades priorizaram o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias tais como: classificar números naturais em primos ou compostos, estabelecer relações entre múltiplos e divisores, usar os critérios de divisibilidade além de resolver problemas, conforme os documentos requerem, para a identificação de conceitos e propriedades do referido tema, no sentido de proporcionar, aos discentes, condições para a resolução de questões referentes à divisibilidade de números naturais.

Durante a experimentação, identificamos nos estudantes erros básicos relacionados a diferenciação de múltiplos e divisores, bem como na determinação de divisores de determinados números, onde os discentes, muitas das vezes, deixavam de escrever certos divisores, deixando assim o conjunto escrito incompleto.

Em relação ao tempo utilizado nas atividades de nossa sequência didática, observamos que nas ações iniciais os estudantes utilizaram bastante tempo, até por se tratar de uma metodologia que ainda não haviam experimentado, porém, com o transcorrer da experimentação, os discentes foram se familiarizando com o método de ensino por atividades, levando assim bem menos tempo em relação as atividades iniciais.

De maneira geral, a sequência didática trabalhada apresentou resultados satisfatórios, pois os estudantes, em sua maioria, conseguiram observar e concluir de maneira válida o que prevíamos e desejávamos institucionalizar para os conceitos e propriedades de divisibilidade de números naturais, mostrando-se sujeitos protagonistas no processo de construção de tais conhecimentos, o que no ensino habitual eram formalizados sem a participação dos discentes, além de apresentarem um bom desempenho na resolução de questões referentes ao tema, que propomos ao longo do experimento.

Assim, concluímos que a sequência didática na perspectiva do ensino por atividades, que é um método que se baseia no princípio de que a ação dos

estudantes precede os conceitos, favorece aos mesmos uma melhor compreensão sobre divisibilidade com números naturais quando comparada ao método tradicional. Sugerimos o desenvolvimento de novas pesquisas que envolvam este tema e a elaboração de atividades específicas que levem os discentes a redescobrirem mais conjecturas pertinentes à teoria dos números.

Portanto, acreditamos que o experimento, por meio de alguns ajustes que se fazem necessários, possa vir a ser uma metodologia facilitadora para a aprendizagem dos discentes, tornando mais significativo e interessante o estudo de divisibilidade de números naturais, visto que os resultados dessa pesquisa se mostram positivos em relação ao desempenho dos estudantes, no que diz respeito ao desenvolvimento das atividades aplicadas e as questões que foram resolvidas, revelando ser ainda uma alternativa ao processo de ensino.

REFERÊNCIAS

ALENCAR FILHO, Edgard de, 1913- **Teoria elementar dos números**/ Edgard de Alencar Filho. São Paulo: Nobel, 1981.

ALVES, Rubem. **A Alegria de ensinar**. 3ed. São Paulo: ARS poética Editora, 1994.

ARTIGUE, Michelle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean (Org). **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4, p.193-217.

BARBOSA, Gabriela dos Santos. **Números primos e decomposição em fatores primos**: Um diagnóstico com alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. EMR (Educação Matemática em revista) – RS – Ano 17 – 2016 – número 17 – v3 –pp.34 a 47.

BERTI, Nívia M. O ensino de Matemática no Brasil: Aspectos para uma compreensão histórica. In: **VI Jornada Nacional do HISTEDBR, 2005, Ponta Grossa-PR**. Reconstrução Histórica das instituições escolares no Brasil. Ponta Grossa- PR: UEPG, 2005.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**: tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

BORBA, Marcelo Carvalho e PENTEADO, Miriam Godoy – **Informática e Educação Matemática** – Coleção Tendências em Educação Matemática – Autêntica, Belo Horizonte – 1999/2001.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf acessado em 07/07/2017.

BRASIL. **Constituição da república federativa do Brasil** (1988). Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. 148p. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BREHM, Junior dos Santos. **Múltiplos e divisores de números naturais, um estudo no quinto ano do Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

CALDWEL, C. et al. The history of the primality of one _ a selection of Sources. **Journal of integer Sequences**, v. 15, n.2, p.3, 2012.

CAMARGO, Aline C. V. **Avaliação**: concepções e reflexão. Revista eletrônica Saberes da Educação- Volume 2- nº 1- 2011.

DA SILVA, Paulo Marcos Ribeiro. O recurso de jogos como uma ferramenta significativa na aprendizagem do ensino da Matemática. **Actas del VII CIBEM**, v. 2301, n. 0797, p. 7850.

DA SILVA NETO, João Vieira; ALMEIDA, Fernando Emílio Leite de. As situações didáticas e a construção do aprendizado de Matemática no Ensino Fundamental. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, **Anais....** CD, São José do Rio preto- SP, 2013.

DIAS, Cristina Helena Bovo Batista. **Números primos e divisibilidade**: estudo de propriedades. Dissertação (Mestrado) – Universidade estadual paulista, Rio claro/SP, 2013.

DOMINGUES NETO, Huilton José. **Critérios de divisibilidade**. Trabalho de conclusão de curso. (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de grandes dourados, MS, 2016.

DUARTE, CEL. Avaliação da aprendizagem escolar: como os professores estão praticando a avaliação na escola. **HOLOS**, v. 8, 2015.

EVES, Howard; DOMINGUES, Hygino (tradução). **Introdução à história da Matemática**. 2ª ed. Campinas/SP: Editora Unicamp, 1997.

FERNANDES, José Aparecido da Silva. **Ensino e Aprendizagem de Divisibilidade através da Resolução de Problemas**: Experiência com uma turma do 6ºano do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação básica) - Universidade federal do Espírito santo, Centro universitário norte do Espírito santo, 2016.

FERRAZ, Maria Cláudia Reis; MACEDO, Stella Maris Moura de. **As afluências de um rio chamado avaliação escolar**. ESTEBAN, Maria Teresa. Escola currículo e avaliação. São Paulo: Cortez, p. 137-152, 2003.

FIORELLI, Juliana de Oliveira. **Máximo Divisor comum e Mínimo Múltiplo comum generalizados aplicados no Ensino básico**. Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade estadual de Campinas, Campinas- SP, 2017.

Governo do estado do Pará. Secretaria de Educação. Sistema Paraense de Avaliação Educacional. Disponível em: www.seduc.pa.gov.br/site/sispae/modal?ptg=6254 acessado em 24/11/2017.

GRASSI FILHO, Alfio. **Critérios de divisibilidade e aplicação em sala de aula**. Dissertação (mestrado profissional em Matemática) - Universidade estadual paulista, São José do Rio preto, 2015.

GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais**. Trad. HYGINO H. Domingues. – São Paulo: Atual, 1992. - (Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula; v. 1).

HEFEZ, A. **Elementos de Aritmética**. Coleção Textos universitários. RJ: SBM, 2005.

JARDIM, Rosane Lopes; PORTANOVA, Ruth. **Aprendendo geometricamente: divisores, números primos e compostos, maior divisor comum, múltiplos e menor múltiplo comum de um número natural/Learning geometrically: Common divisors, prime and composite numbers, greatest common divisors, multiples and**. *Acta Scientiae*, v. 12, n. 1, p. 95-111, 2012.

LACERDA, José Carlos Admo. **Praticando a Aritmética**. Rio de Janeiro: José Carlos Admo Lacerda, 6ª edição, 2013.

LIBÂNEO, José Carlos. **DIDÁTICA**. 3 ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LIRA, Clarissa Gonçalves ET al. **Investigando múltiplos e divisores**. Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão, v. 8, n. 1, Uruguaiana-RS, 2017.

LOPES, Thiago Beirigo; PALMA, Rute Cristina Domingos da; SÁ, Pedro Franco de. Engenharia Didática como metodologia de pesquisa nos projetos publicados no EBRAPEM (2014-2016) Didactic engineering as a research methodology in projects published in EBRAPEM (2014-2016). **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [S.l.], v. 20, n. 1, maio 2018. ISSN 1983-3156. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/34925>>. Acesso em: 25 maio 2018. doi:<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i1p159-181>.

MAURICIO, Eufélix Monteiro. **Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino de MDC e MMC na Educação Básica**. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Universidade federal do Espírito santo, Vitória, 2014.

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. 1. Ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009. V. 01. 258p.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por Atividades: Sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do tempo, 2006.

MIGUEL, J. C.; O ensino de Matemática na perspectiva da formação de conceitos: implicações teórico-metodológicas. In: II Jornada do Núcleo de Ensino de Marília, 2003, Marília - SP. II Jornada do Núcleo de Ensino de Marília. Marília - SP: UNESP Marília Publicações, 2003. v. I. p. 26-26.

MONTENEGRO, Paula; COSTA, Cecília; LOPES, Bernardino. **Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número**. *Comunicações*, v. 24, n. 1, p. 55-68, Vila Real- Portugal, 2016.

MOREIRA, Marco A. Mapas conceituais e diagramas V. **Porto Alegre: Ed. do Autor**, 2006.

MOURA, Frederico Torres de. **Números primos: uma fórmula geradora.** Dissertação (Mestrado profissional) - Universidade federal do Tocantins- 2018.

MUELLER, Liliane Carine. **Uso de recursos computacionais nas aulas de Matemática.** Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Ciências exatas) – Centro universitário UNIVATES, Lajeado- RS, 2013

ORE, Oystein. **Number Theory end its history.**Originally published: Mcgrow-hill, 1948.

PADILHA, José Cleiton Rodrigues. **Números primos.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

PAIS, L.C. Introdução. In: Silvia D.A. (org.). **Educação Matemática:** Uma introdução. 2 ed. São Paulo: Educ, 2002. P. 9-12.

POLEZZI, Marcelo. **Como obter o MDC e o MMC sem fazer contas?** Explorando o Ensino da Matemática, SBM, Atividades Volume 2, Brasília, (2004), p. 172-185.

POLLIG, Karlla Inês Diniz Coutinho. **As aplicações da EtnoMatemática no ensino de múltiplos e divisores.** 12fls. Universidade federal fluminense. Artigo.2014.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula:** Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações diofantinas lineares. São Paulo: [s.n.], 2013.

RIBEIRO, Clayton W Fonseca; SANTOS, Rodrigo Cruz. **Conjecturas sobre Números Primos.** Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2016.

RODRIGUES, P.H; ARAMAN, E.M.O; REIS, T.H. **Um Convite aos Números primos:** O Crivo de Eratóstenes como Objeto de Aprendizagem. Encontro paranaense de Educação Matemática, Cascavel- PR, 2017.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental.** Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do ensino de Matemática por atividades.** Belém: EDUEPA,2019.

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Fábio José da Costa. **A Engenharia Didática:** Alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, Maria Inês; OLIVEIRA, Ivanilde A.; TEIXEIRA, Elizabeth (Org.). Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação. Belém: EDUEPA, 2011.

SALGADO, Rosangela Cruz da Silva. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos**. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

SANT'ANA, Vinícius Borovoy; SOUZA, Bruno Gonçalo Penedo; MARINHO, Bárbara de Medeiros. Construção de conhecimentos matemáticos através da utilização de peças LEGO. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 1, n. 2, 2016.

SANTOS, José Plínio de Oliveira. **Introdução à teoria dos números**/ José Plínio dos Santos. Rio de Janeiro: IMPA, 2005.

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 334f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de Problemas envolvendo as quatro operações por meio de Atividades**. 2015. 223f. Belém: Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2015.

SILVA, Bruno França Marques da. **Múltiplos e divisores**: importantes ferramentas no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade estadual do norte fluminense Darcy Ribeiro, Campo dos Goytacazes- RJ, 2014.

SILVA, Diego Cunha da. **O Ensino de Função Afim por Atividades**: experiência em uma escola pública do Estado do Pará. 2018, 212 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SILVA, Terezinha de Medeiros. Monografia (Especialização). **A criatividade no ensino do M.D.C.**: atividades práticas para a sala de aula / Terezinha de Medeiros Silva. - Caicó, RN, 2016. 47 f.: il.

VALDÊS, Juan Nápoles. **A história como elemento unificador na educação Matemática**. In: Mendes, et al. História como um agente de cognição na Educação Matemática. Porto alegre: Sulina, 2006.

VALENTE, José Armando. (Org), **O Computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas, UNICAMP, 1999.

VALENTIN, Erivan Sousa. **A divisibilidade no Ensino Fundamental** [manuscrito] / 2017. 62p.: il. Color. Dissertação (mestrado profissional em Matemática em rede nacional) – Universidade Estadual da Paraíba, pró-reitoria de pós-graduação e pesquisa, 2017.

VOSGERAU, Dilmieres.; ROMANOWSKI, Joana P. **Estudos de revisão**: implicações conceituais e metodologias. Ver. Diálogo educ., vol. 14, n.41; p. 165 – 189, jan/abr. Curitiba, 2014.

<http://istoe.com.br/os-desafios-da-Matemática-no-Brasil/> acessado em 18/04/18 às 08h.

APÊNDICES



APÊNDICE A: questionário para discente

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE
MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno(a),

Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito desse trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo às questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1- Idade: _____ 2- sexo _____ 3-Série _____

4- Quem é seu responsável masculino?

() pai () Avô () Tio () Irmão () não possui () outro.
Quem? _____

5- O seu responsável masculino trabalha?

() Não () Sim. Qual a profissão? _____

6- O seu responsável feminino trabalha?

() Não () Sim. Qual a profissão? _____

7- Você trabalha para ajudar a família?

() Não () Sim. O que faz? _____

8- Quem é seu responsável feminino?

() Mãe () Avó () Tia () Irmã () Não possuo () Outra.
Quem? _____

9- Qual a escolaridade do seu Responsável masculino?

() Superior () Médio () Fundamental () Fundamental incompleto
() Não estudou.

10- Qual a escolaridade do seu responsável feminino?

() Superior () Médio () Fundamental () Fundamental incompleto
() Não estudou.

11- Você gosta de Matemática?

() Nenhum pouco () Pouco () Muito

12- Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?

() Professor particular () Família () Ninguém () Outros.
Quem? _____

13- Você está em dependência em Matemática?

() Não () Sim

14- Você consegue entender as explicações do Professor de Matemática?

() Sempre () Quase sempre () Às vezes () Nunca

15- Com que frequência você estuda Matemática fora da escola?

() Todo dia () Só no fim de semana () No período de prova
() Na véspera da prova () Não estudo fora da Escola.

16- As aulas de Matemática despertam sua atenção?

() Sim () Não () Às vezes

17- Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados na sala de aula com o seu dia a dia?

☐ Sim ☐ Não ☐ Às vezes

18- Como seu Professor(a) trabalha os conteúdos matemáticos?

- ☐ Começa pela definição, depois passa exemplos e exercícios
- ☐ Inicia com a história do assunto e depois explora o conceito
- ☐ Inicia com uma situação problema para depois introduzir o assunto
- ☐ Inicia com jogos e depois explora o conceito

19- Para fixar o conteúdo de Matemática o seu Professor costuma:

- ☐ Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos
- ☐ Apresentar jogos envolvendo o assunto
- ☐ Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático
- ☐ Não propõe questões de fixação
- ☐ Solicitar que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver

20-Quais as formas de atividades e/ ou trabalho o seu Professor(a) mais utiliza para avaliação de aprendizagem?

☐ Provas ☐ Testes semanais ☐ Seminários ☐ Pesquisas

21- Como você se sente diante de uma avaliação em Matemática?

☐ Tranquilo ☐ Preocupado ☐ Com medo

22- Como você avalia a explicação de seu professor de Matemática?

☐ Ruim ☐ Regular ☐ Boa ☐ Excelente

23- Você já estudou divisibilidade de números naturais?

☐ Sim ☐ Não



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE
MATEMÁTICA

APÊNDICE B: questões do teste

ALUNO(A): _____ **Nº** _____

01- Dados os números 5 e 15. Assinale V ou F conforme a sentença seja verdadeira ou falsa.

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| a) 5 é múltiplo de 15 () | e) 15 é múltiplo de 5 () |
| b) 15 é divisor de 15 () | f) O número 1 é divisor de 15 () |
| c) 5 é divisor de 15 () | g) O Zero é múltiplo de 5 () |
| d) 5 é divisível por 15 () | h) 50 é múltiplo de 8 () |

02- Qual é o menor divisor de um número? Por quê?

03- Existe um número que seja divisor de todos os números? Por quê?

04- Existe um número que seja múltiplo de todos os números? Por quê?

05-Determine os divisores dos números abaixo e diga quais são primos e compostos?

a)12

b)13

c)14

d)15

06- Verifique, sem efetuar a divisão, se o número 28245 é divisível por 2. Justifique sua resposta.

07- Verifique, sem efetuar a divisão, se o número 21339 é divisível por 3. Justifique sua resposta.

08- Verifique, sem efetuar a divisão, se o número 2348 é divisível por 5. Justifique sua resposta.

09- Verifique, sem efetuar a divisão, se o número 2244 é divisível por 6. Justifique sua resposta.

10- Verifique, sem efetuar a divisão, se o número 3450 é divisível por 10. Justifique sua resposta.

11- Qual o número cuja fatoração completa é $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$?

12- Decomponha o número 30 em fatores primos.

13- Qual número devemos substituir no lugar de n para que $2^3 \cdot 4^n$ seja igual a 128?

14- Qual o maior número que divide ao mesmo tempo os números 8 e 12?

15- O professor de Matemática precisa dividir uma turma de alunos em grupos, de modo que cada grupo tenha a mesma quantidade de alunos e o maior número possível. Nessa turma tem 24 alunas e 16 alunos. Quantos componentes terá cada grupo?

16- Qual o menor múltiplo entre os números 4 e 5?

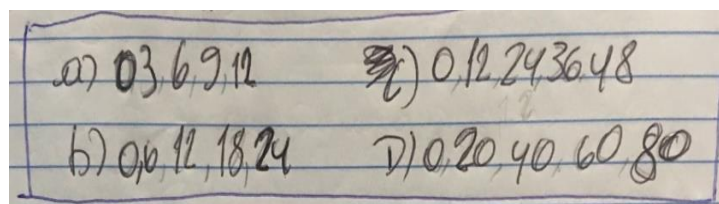
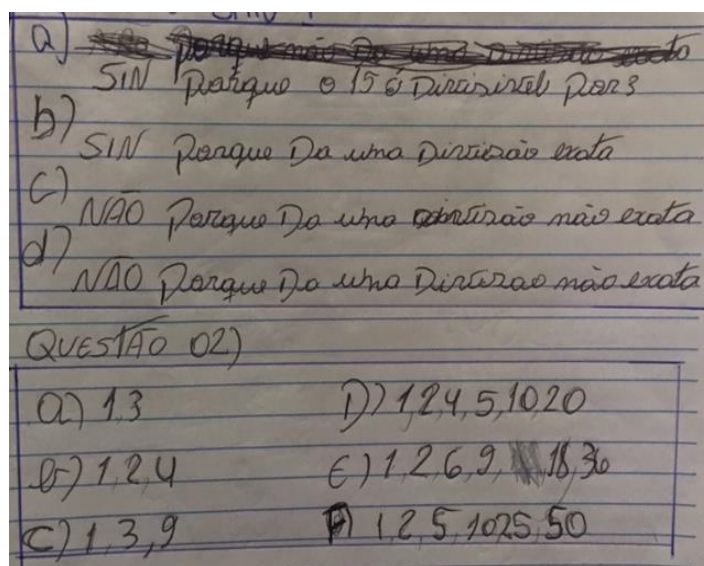
17- Seu João toma um remédio A de 3 em 3 horas. E um remédio B de 5 em 5 horas. Se a última vez que tomou os remédios juntos foram às 6 horas. Em que hora tomará os remédios juntos novamente?

ANEXOS

RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES PROPOSTAS

BLOCO DE QUESTÕES 1

GRUPO 1



$$R = 36$$

GRUPO 2

a) P= Sim, porque uma divisão exata
 B) Sim, Porque uma divisão exata
 c) não, Porque não é uma divisão exata
 d) não, Porque não é uma divisão exata

a) 3-1,3 c) 9-1,3,9 E) 36-1,2,3,6,12,36
 B) 4-1,2,4 d) 20-1,2,5,10,20 F) 50-1,2,5,50

a) 3=0,3,6,9,12,15 c) 12=0,12,24,36,48,60,72
 B) 6=0,6,12,18,24,30,36,42,48,54,60,66,72,78,84,90,96,102,108,114,120
 d) 20=0,20,40,60,80

foi 36

GRUPO 3

(a) Sim, por que é um número inteiro
 (b) Sim, por que é um número inteiro
 (c) não, Por que não dá uma divisão exata
 (d) não, por que não dá uma divisão exata

(a) 3-1,3 (d) 20-1,2,4,5,10,20
 (b) 4-1,2,4 (e) 36-1,2,3,4,6,36
 (c) 9-1,3,9 (f) 50-1,2,5,10,25,50

(a) 3-0,3,6,9,12 (c) 12-0,12,24,36,48
 (b) 6-0,6,12,18,24 (d) 20-0,20,40,60,80

0,4,8,12,16,20,24,28,32,36
 R=36!

GRUPO 4

a) R= Sim, Por que dá uma divisão exata
 b) R= Sim, por que 3 é divisor de 15.
 c) R= Não, por que não dá uma divisão exata
 d) R= Não, Por que 4 não é divisor de 18.

2)
 a) R= 1, 3 d) R= 1, 2, 4, 5, 10, 20
 b) R= 1, 2, 4 e) R= 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
 c) R= 1, 3, 9 f) R= 1, 2, 5, 10, 25, 50

a) R= 0, 3, 6, 9, 12 d) R= 0, 12, 24, 36, 48
 b) R= 0, 6, 12, 18, 24 e) R= 0, 20, 40, 60, 80

: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36
 R= 36

GRUPO 5

a) Sim, por que ele divide o 15.
 b) Sim, por que ele divide o 3.
 c) Não por que ele não divide o 20.
 d) Não por que ele divide o 4.

a) 3(3, 11) d) 20(4, 2, 4, 8, 10, 20)
 b) 4(1, 2, 4) e) 36(1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 36)
 c) 9(1, 3, 9) f) 50(1, 2, 5, 10, 25, 50)

a) 3(6, 9, 12, 15, 18) c) 12(12, 24, 36, 48, 60)
 b) 6(12, 18, 24, 30, 36) d) 20(40, 60, 80, 100)

36

GRUPO 6

a)
R= Sim, porque o trez é divisível do quinze
b)
R= Sim, porque dá uma divisão exata
c)
R= não, porque não dá uma divisão exata
d)
R= Sim, porque o quatro é divisível do dezito

02-

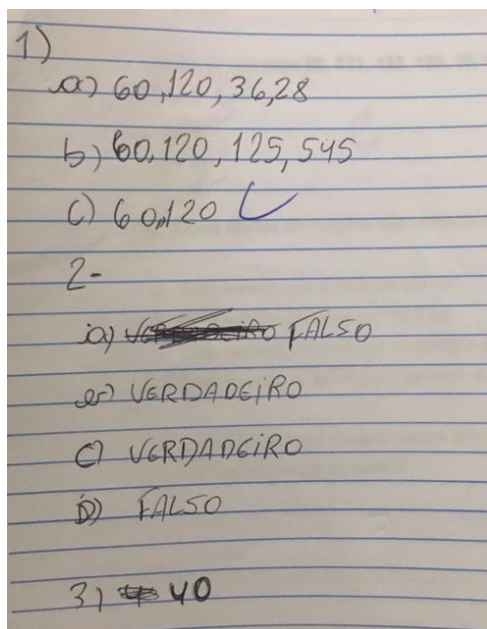
a) $\rightarrow 1, 3$	d) $\rightarrow 1, 2, 3, 4, 10, 20$
b) $\rightarrow 1, 2, 4$	e) $\rightarrow 1, 2, 3, 4, 36$
c) $\rightarrow 1, 3, 6, 9$	f) $\rightarrow 1, 2, 5, 30, 25, 50$

a) $\rightarrow 1, 36$	b) $\rightarrow 1, 2, 4, 6$
c) $\rightarrow 1, 2, 3$	d) $\rightarrow 1, 2, 30$

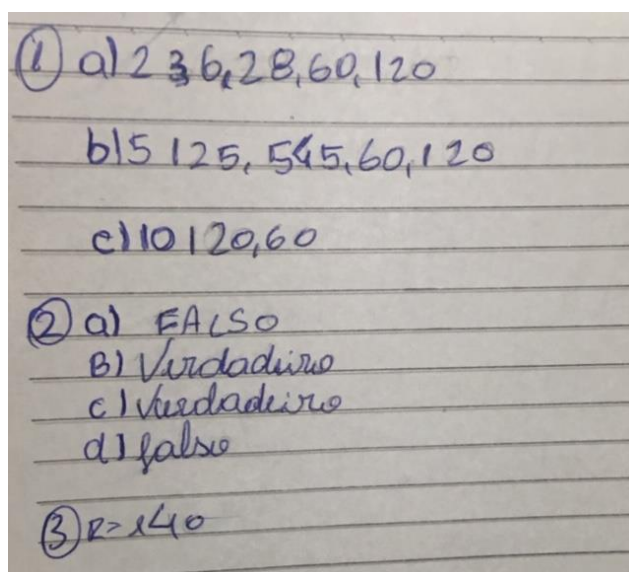
0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36
R= 36

BLOCO DE QUESTÕES 2

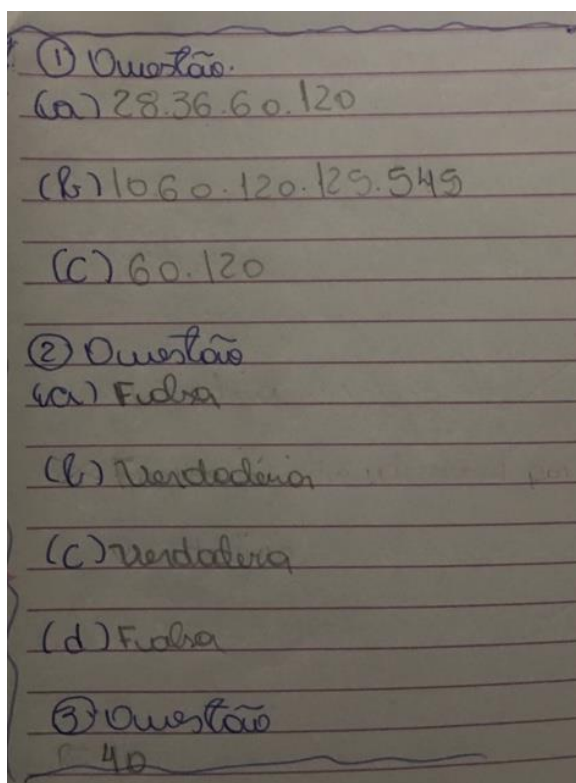
GRUPO 1



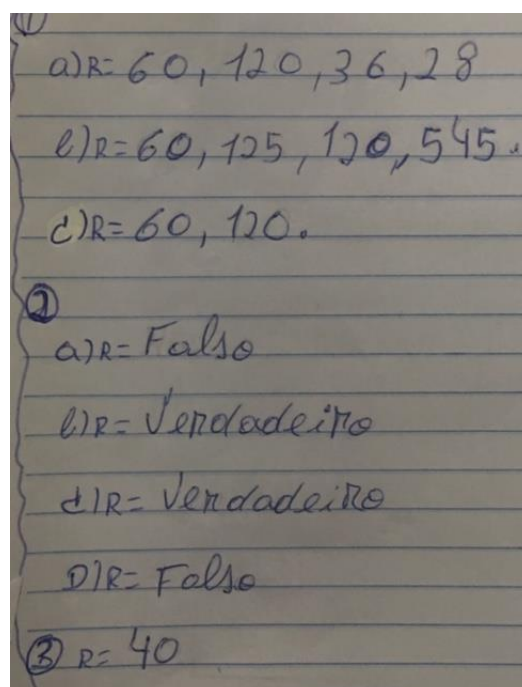
GRUPO 2



GRUPO 3



GRUPO 4



GRUPO 5

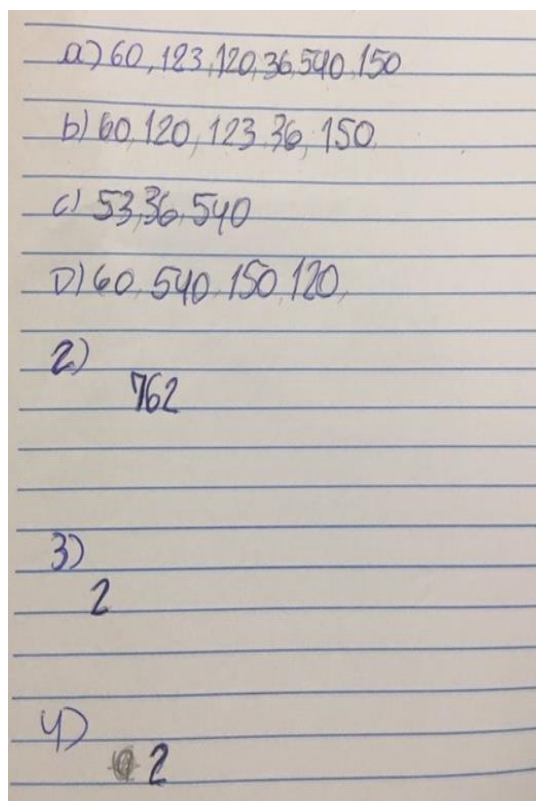
1) a) 36, 545, 28
 (b) 13, 531, 120
 (c) 60, 125,
 2) (a) (F)
 (b) (V)
 (c) (V)
 (d) (F)
 3) 40

GRUPO 6

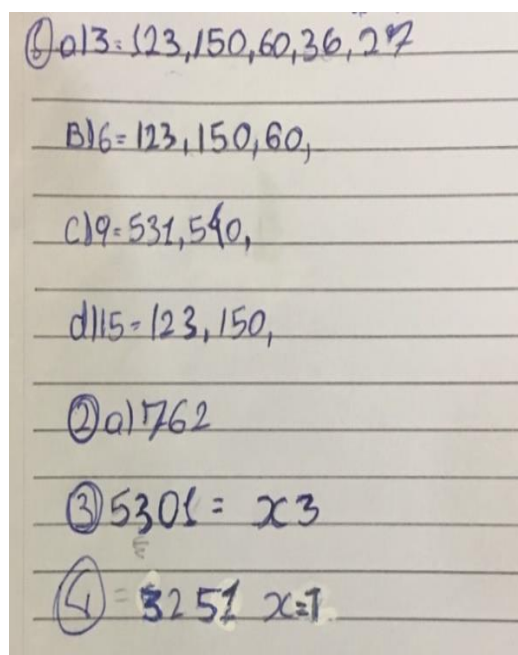
01-
 a) (2) A = 60, 120, 36, 28
 b) (5) A = 125, 60, 545
 c) (10) A = 60, 120, 36, 28
 02-
 a, falsa
 b, verdadeira
 c, verdadeira
 d, falsa
 03- A = (40)

BLOCO DE QUESTÕES 3

GRUPO 1



GRUPO 2



GRUPO 3

① Questão
(a) 336, 73, 27

★ (b) $6 \cdot 36 - 60 \cdot 120$

(c) $9 \cdot 36 - 123 - 27 - 150$

(d) $1560 - 150 - 531$

② Questão
 $R = 7 + 3 + 2 = 12$ e divisível por 3

★ ③ Questão
★ $R = 5401 = 9$

★ ④ Questão
★ $R = 3252 = 6$

GRUPO 4

①

a) $R = 60, 531, 123, 120, 36, 540, 27, 150.$

b) $R = 60, 120, 36, 540, 150.$

c) $R = 531, 36, 540, 27.$

d) $R = 60, 120, 540, 150.$

② $R = 7632$

③ $R = X = 3$

④ $R = X = 2$

GRUPO 5

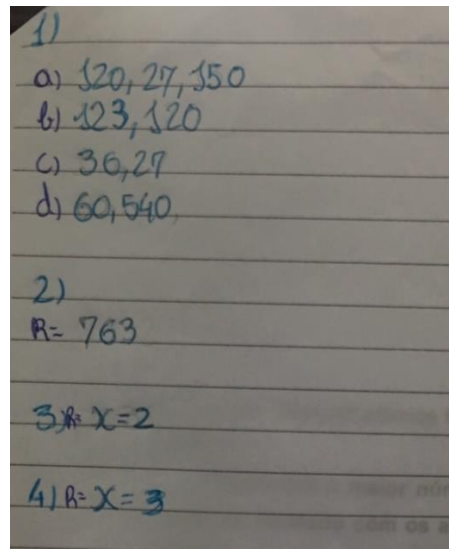
1) a) 160, 13
b) 36, 120
c) 27, 123
d) 150, 531, 540

2) 763

3) $X = 2$

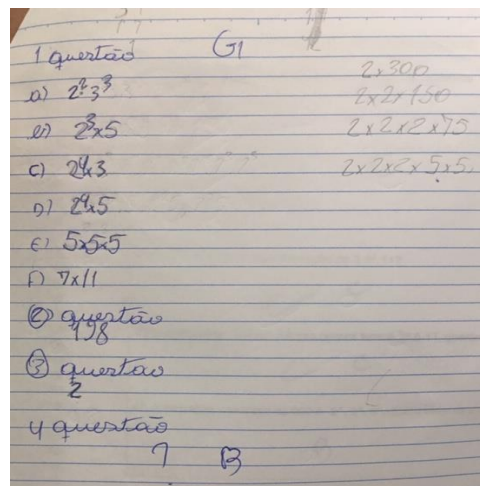
4) $X = 3$

GRUPO 6

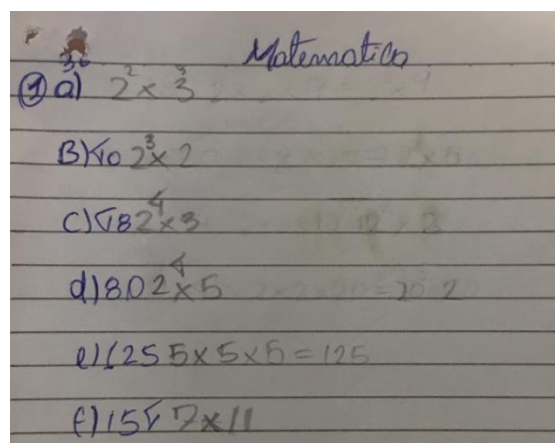


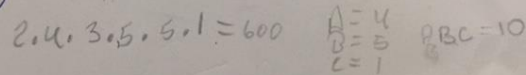
BLOCO DE QUESTÕES 4

GRUPO 1

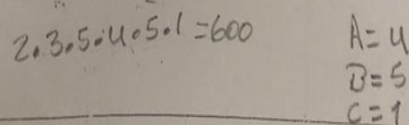


GRUPO 2





(F) 154 $7 \times 11 = 154$



①

$$a) R = 2^2 \times 3^3$$

$$b) R = 2^3 \times 5$$

$$c) R = 2^4 \times 3$$

$$d) R = 2^4 \times 5$$

$$e) R = 5 \times 5 \times 5$$

$$f) R = 7 \times 11$$

2ª) Qual é o número cuja fatoração dá $2 \cdot 3^2 \cdot 11$?

$$2 \times 3^2 \cdot 11 = 2 \times 3 \times 3 \times 11 = 198$$

3ª) Decompondo 340 em fatores primos temos $2^x \cdot 5 \cdot 17$, quanto vale x ?

$$2^3 \cdot 5 \cdot 17 = 2 \times 2 \times 5 \times 17 = 340$$

$$x = 2$$

4ª) A fatoração completa de 600 é $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, qual o valor de $a+b+c$?

$$2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 = 600$$

$$\begin{matrix} A = 4 \\ B = 5 \\ C = 1 \end{matrix} \quad A+B+C = 10$$

GRUPO 5

1) a) $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

b) $10 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

c) $10 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

d) $10 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

e) $10 \times 10 \times 3 \times 5$

f) $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 13$

2) 29

3) $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 340$

GRUPO 6

1ª questão

a) $3 \times 12 = 3 \times 4 \times 3 \times 4 = 2 \times 6$

b) $2 \times 20 = 2 \times 10 \times 10 \times 2 = 2 \times 20$

c) $2 \times 24 = 2 \times 5 \times 2 \times 3 = 2 \times 24$

d) $2 \times 40 = 2 \times 10 \times 10 = 2 \times 40$

e) $3 \times 40 \times 10 = 3 \times 32$

f) $2 \times 37 \times 12 = 3 \times 27$

2ª questão

$n = 29$

3ª questão

$n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7 = 340$

4ª questão

$2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^5$

BLOCO DE QUESTÕES 5

GRUPO 1

Matemática

①

① MMC(50, 75) = 150
 $M(50) = \{0, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350\}$
 $M(75) = \{0, 75, 150, 225, 300\}$

② MMC(60, 72) = 120
 $M(60) = \{0, 60, 120, 180, 240, 300\}$
 $M(72) = \{0, 72, 144, 216, 288, 360\}$

③ MMC(75, 30) = 150
 $M(75) = \{0, 75, 150, 225, 300, 375, 450, 525, 600, 675, 750, 825, 900, 975, 1050, 1125, 1200, 1275, 1350, 1425, 1500\}$
 $M(30) = \{0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 450, 480, 510, 540, 570, 600, 630, 660, 690, 720, 750, 780, 810, 840, 870, 900, 930, 960, 990, 1020, 1050, 1080, 1110, 1140, 1170, 1200, 1230, 1260, 1290, 1320, 1350, 1380, 1410, 1440, 1470, 1500\}$

④ MMC(10, 12, 15) = 180
 $M(10) = \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, 210, 220, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300, 310, 320, 330, 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400, 410, 420, 430, 440, 450, 460, 470, 480, 490, 500, 510, 520, 530, 540, 550, 560, 570, 580, 590, 600, 610, 620, 630, 640, 650, 660, 670, 680, 690, 700, 710, 720, 730, 740, 750, 760, 770, 780, 790, 800, 810, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 880, 890, 900, 910, 920, 930, 940, 950, 960, 970, 980, 990, 1000, 1010, 1020, 1030, 1040, 1050, 1060, 1070, 1080, 1090, 1100, 1110, 1120, 1130, 1140, 1150, 1160, 1170, 1180, 1190, 1200, 1210, 1220, 1230, 1240, 1250, 1260, 1270, 1280, 1290, 1300, 1310, 1320, 1330, 1340, 1350, 1360, 1370, 1380, 1390, 1400, 1410, 1420, 1430, 1440, 1450, 1460, 1470, 1480, 1490, 1500\}$
 $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204, 216, 228, 240, 252, 264, 276, 288, 300, 312, 324, 336, 348, 360, 372, 384, 396, 408, 420, 432, 444, 456, 468, 480, 492, 504, 516, 528, 540, 552, 564, 576, 588, 600, 612, 624, 636, 648, 660, 672, 684, 696, 708, 720, 732, 744, 756, 768, 780, 792, 804, 816, 828, 840, 852, 864, 876, 888, 900, 912, 924, 936, 948, 960, 972, 984, 996, 1000\}$
 $M(15) = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195, 210, 225, 240, 255, 270, 285, 300, 315, 330, 345, 360, 375, 390, 405, 420, 435, 450, 465, 480, 495, 510, 525, 540, 555, 570, 585, 600, 615, 630, 645, 660, 675, 690, 705, 720, 735, 750, 765, 780, 795, 810, 825, 840, 855, 870, 885, 900, 915, 930, 945, 960, 975, 990, 1000\}$

⑤ MMC(3, 4, 6, 9, 12, 15, 18)
 $MMC(3, 4, 6, 9, 12, 15, 18) = 180$
 $MMC(3, 4, 6, 9, 12, 15, 18) = 180$
 $MMC(3, 4, 6, 9, 12, 15, 18) = 180$

⑥

12	25	2
6	10	25
3	5	25
1	5	25
1	1	5
1	1	1

$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

Matemática G1

1)

a) 150 c) 210

b) 120 d) 180

2) 12 minutos

3) depois de 300 dias

GRUPO 2

Matemáticas

①

Ⓐ $M.M.C(50, 75) = 150$
 $M(50) = \{0, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350\}$
 $M(75) = \{0, 75, 150, 225, 300\}$

Ⓑ $M.M.C(60, 24) = 120$
 $M(60) = \{0, 60, 120, 180, 240, 300\}$
 $M(24) = \{0, 24, 48, 72, 96, 120\}$

Ⓒ $M.M.C(25, 30) = 150$
 $M(25) = \{0, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300\}$
 $M(30) = \{0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300\}$

Ⓓ $M.M.C(10, 12, 15) = 180$
 $M(10) = \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200\}$
 $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204\}$
 $M(15) = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195, 210\}$

② $M.M.C(3, 4, 6, 9, 12, 15, 18)$
 $M.M.C(4, 6, 9, 12)$
 $M.M.C(3, 9) = 9$

③

10	25	2
5	5	3
5	5	5
1	1	5
1	1	300

$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

GRUPO 3

① Ⓐ

$M(50) = \{0, 50, 100, 150, 200\}$
 $M(75) = \{0, 75, 150, 225\}$
 $M.M.C(50, 75) = 150$

Ⓑ $M(60) = \{0, 60, 120\}$
 $M(24) = \{0, 24, 48, 72, 96, 120\}$
 $M.M.C(60, 24) = 120$

Ⓒ $M(25) = \{0, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250\}$
 $M(30) = \{0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300\}$
 $M.M.C(25, 30) = 150$

Ⓓ $M(10) = \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200\}$
 $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204\}$
 $M(15) = \{0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195, 210\}$
 $M.M.C(10, 12, 15) = 180$

②

Ⓐ $M(4) = \{0, 4, 8, 12\}$
 $M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12\}$
 $M.M.C(4, 3) = 12$

③ $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204\}$
 $M(20) = \{0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200\}$
 $M(25) = \{0, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250\}$
 $M.M.C(12, 20, 25) = 300$

GRUPO 4

1) $M(50) = 0, 50, 75, 100, 125, 150, \dots$
 $a) R = 150$ $M(75) = 0, 75, 150, \dots$

2) $R = 240$ $M(60) = 0, 60, 120, 180, 240, \dots$
 $M(24) = 0, 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, 240, \dots$

3) $R = 210$ $M(21) = 0, 21, 42, 63, 84, \dots, 210, \dots$
 $M(30) = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, \dots$

Dr = 180

10	12	45	2
5	6	45	2
5	3	45	3
5	1	15	3
5	1	5	5
1	1	1	$2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

2) R = llevar 12 minutos
 $M(4) = 0, 4, 8, 12, \dots$
 $M(3) = 0, 3, 6, 9, 12, \dots$

3) R = Saciam juntos nuevamente después de 300 años

12	20	25	2
6	10	25	2
3	5	25	3
1	5	25	5
1	1	5	5
1	1	1	$2^3 + 3 \times 5^2 = 300$

GRUPO 5

a) $M(50) = 0, 50, 100, 150, 200, 250, 300$
 $M(75) = 0, 75, 150, 225, 300$
 $MMC(50, 75) = 300$

b) $M(60) = 0, 60, 120, 180, 240, 300$
 $M(24) = 0, 24, 48, 72, 96, 120$
 $MMC(60, 24) = 120$

c) $M(21) = 0, 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189, 210$
 $M(30) = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210$
 $MMC(21, 30) = 210$

d) $M(10) = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140$
 $M(12) = 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144$
 $M(45) = 0, 45, 90, 135, 180$
 $MMC(10, 12, 45) = 180$

e) $M(4) = 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24$
 $M(3) = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21$
 $MMC(4, 3) = 12$
 Después de 12 minutos.

3) $M(12) = 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204$
 $M(20) = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200$
 $M(25) = 0, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200$
 $MMC(12, 20, 25) = 200$
 Después de 200 días los saciam juntos nuevamente?

BLOCO DE QUESTÕES 6

GRUPO 1

1)

a)

$$D(35) = 1, 5, 7, 35$$

$$D(10) = 1, 2, 5, 10$$

$$DC = 1, 5$$

$$mDC = 5$$

b)

$$D(30) = 1, 2, 3, 5, 10, 15, 30$$

$$D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$$

$$DC = 1, 2, 3$$

$$mDC = 3$$

c)

$$D(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$D(6) = 1, 2, 3, 6$$

$$D(28) = 1, 2, 4, 7, 14, 28$$

$$DC = 1, 2, 4$$

$$mDC = 4$$

d)

$$D(15) = 1, 3, 5, 15$$

$$D(40) = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$$

$$DC = 1, 5$$

$$mDC = 5$$

2ª 5 metros

$$D(10) = 1, 2, 5, 10$$

$$D(15) = 1, 3, 5, 15$$

$$DC = 1, 5$$

$$mDC = 5$$

3) 6 Bananas em caso muito quente

$$D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$$

$$D(24) = 1, 2, 4, 6, 12, 24$$

$$DC = 1, 2, 6$$

$$mDC = 6$$

GRUPO 2

62 MATEMÁTICA

a) $mDC(35, 10)$

$$D(35) = 1, 5, 7, 35$$

$$D(10) = 1, 2, 5, 10$$

$$MDC = 5$$

b) $mDC(30, 18)$

$$D(30) = 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 30$$

$$D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$$

$$MDC = 9$$

c) $mDC(12, 16, 20)$

$$D(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$D(16) = 1, 2, 4, 8, 16$$

$$D(20) = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

$$MDC = 4$$

d) $mDC(15, 10)$

$$D(15) = 1, 3, 5, 15$$

$$D(10) = 1, 2, 5, 10$$

$$MDC = 5$$

e) $mDC(12, 16, 20)$

$$D(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$D(16) = 1, 2, 4, 8, 16$$

$$D(20) = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

$$MDC = 4$$

GRUPO 3

①

A11

$D(35) = 1, 5, 7, 35$
 $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$

b) MDC (30, 18)

$D(30) = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$
 $D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$
 $DC = 1, 2, 3, 6$
 $MDC = 6$

c) $D(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$
 $D(16) = 1, 2, 4, 8, 16$
 $D(28) = 1, 2, 4, 7, 14, 28$
 $DC = 1, 2, 4$
 $MDC = 4$

d) $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $D(40) = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$

② $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $DC = 1, 5$ 5 metres
 $MDC = 5$

③ $D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$
 $D(24) = 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24$
 $DC = 1, 2, 3, 6$ 6 metres
 $MDC = 6$

GRUPO 4

a) $R = 5$ $D(35) = 1, 5, 7, 35$
 $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $DC = 1, 5$

c) $R = 6$ $D(30) = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$
 $D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$
 $DC = 1, 2, 3, 6$

d) $R = 4$ $D(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$
 $D(16) = 1, 2, 4, 8, 16$
 $DC = 1, 2, 4$ $D(28) = 1, 2, 4, 7, 14, 28$

$R = 5$ $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $D(40) = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$
 $DC = 1, 5$

2) R = cada pedalo medirá 5 metros
 $D(10) = 1, 2, 5, 10.$
 $D(15) = 1, 3, 5, 15.$
 $DC = 1, 5$

3) R = E de 6 bananas em cada monte.
 $D(18) = 1, 2, 3, 6, 9, 18$
 $D(24) = 1, 2, 3, 4, 6, 12, 24.$
 $DC = 1, 2, 3, 6.$

GRUPO 5

a) $D(35) = 1, 5, 7, 35$
 $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $DC = 1, 2, 5$
 $MDC = 5$

b) $D(30) = 1, 2, 5, 6, 10, 15, 30$
 $D(18) = 1, 2, 6, 9, 18$
 $DC = 1, 2, 6$
 $MDC = 6$

c) $D(32) = 1, 2, 3, 4, 6, 16$
 $D(16) = 1, 2, 4, 8, 16$
 $D(20) = 1, 2, 4, 5, 10, 20$
 $DC = 1, 4$
 $MDC = 4$

d) $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $D(40) = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$

2) $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$
 $R = 5$ metros de cada.

3) $D(18) = 1, 2, 6, 9, 18$
 $D(24) = 1, 2, 4, 6, 12, 24$
 $DC = 1, 2, 6$
 $MDC = 6$
 $R = 6$ Bananas em cada monte

GRUPO 6

Matemática

1ª)

a) $MDC(35, 10)$
 $D(35) = 1, 5, 7, 35$
 $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$

b) $MDC(30, 18)$
 $D(30) = 1, 2, 5, 6, 10, 15, 30$
 $D(18) = 1, 2, 6, 9, 18$
 $DC = 1, 2, 6$
 $MDC = 6$

c) $MDC(32, 16 \times 28)$
 $D(32) = 1, 2, 3, 4, 6, 16$
 $D(16) = 1, 2, 4, 8, 16$
 $D(28) = 1, 2, 4, 7, 14, 28$
 $DC = 1, 4$
 $MDC = 4$

d) $MDC(15, 40)$
 $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $D(40) = 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$

2ª)

$MDC(10, 15)$
 $D(10) = 1, 2, 5, 10$
 $D(15) = 1, 3, 5, 15$
 $DC = 1, 5$
 $MDC = 5$
 $R = 5$ metros

3ª)

$MDC(18, 24)$
 $D(18) = 1, 2, 6, 9, 18$
 $D(24) = 1, 2, 4, 6, 12, 24$
 $DC = 1, 2, 6$
 $MDC = 6$
 6 montes de bananas