

Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Departamento de Matemática, Estatística e Informática  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



DANIEL DE DEUS NEGRÃO MAUÉS

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA  
PARA O ENSINO DO CILINDRO  
CIRCULAR RETO**

Belém - PA  
2019

**Daniel de Deus Negrão Maués**

**Uma sequência didática para o ensino  
do cilindro circular reto**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará, na Linha de Pesquisa Metodologia para Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam.

Belém - PA  
2019

**Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)**

**Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA**

---

Maués, Daniel de Deus Negrão

Uma sequência didática para o ensino do cilindro circular reto /Daniel de Deus Negrão; orientador Miguel Chaquiam, 2020

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática)  
Universidade do Estado do Pará, 2020

1. Geometria espacial-Estudo e ensino 2. Cilindro. 3. Sequência didática. I. Chaquiam, Miguel (orient.) II. Título.

CDD. 23º ed.516.23

---


**DANIEL DE DEUS NEGRÃO MAUÉS**

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO  
DO CILINDRO CIRCULAR RETO**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.  
Orientador: Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Data de aprovação: 18/12/2019

Banca examinadora

  
\_\_\_\_\_. Orientador

**Prof. Dr. Miguel Chaquiam**

Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN–RN

Universidade do Estado do Pará

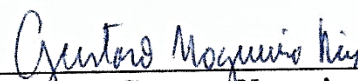
  
\_\_\_\_\_. Examinador Interno

**Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral**

Doutor em Ciências Humanas–Educação – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

– PUC–RJ

Universidade do Estado do Pará

  
\_\_\_\_\_. Examinador Externo

**Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias**

Doutor em Educação – Universidade Nacional de Rosário - Argentina

Escola Tenente Rêgo Barros – Comando da Aeronautica

Belém – PA

2019

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus acima de tudo do qual eu acredito que provém todo o conhecimento, e aonde sempre busquei forças para continuar.

A minha família, em particular aos meus pais, David Higinio Rodrigues Maués e Maria Dulce Negrão Maués por me darem apoio, e o por servirem de alicerces de compreensão e aconchego durante todas as fases da minha vida.

Ao Professor Dr. Miguel Chaquiam pelos ensinamentos e pela paciência durante todo o curso e orientações, por se mostrar sempre determinado a me ajudar a construir o conhecimento necessário na elaboração dessa dissertação e por ser além de um inestimável professor, um amigo.

Ao Professor Dr. Natanael Freitas Cabral e ao Professor Dr. Gustavo Nogueira Dias, por aceitarem participar da banca examinadora e contribuírem para a conclusão dessa dissertação.

Aos participantes do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia - (GHEMAZ), com os quais foi possível construir novos conhecimentos e visões de mundo, tanto no meio acadêmico quanto no meio social.

*Daniel de Deus Negrão Maués*

MAUÉS, Daniel de Deus Negrão. **Uma sequência didática para o ensino do cilindro circular reto**. 2019, 185 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

## RESUMO

Este trabalho visou pesquisar sobre o ensino do cilindro circular reto na educação básica e analisar a potencialidade da aplicação de uma Sequência Didática elaborada para ensinar esse conteúdo em uma segunda série do ensino médio de uma escola estadual do município de Abaetetuba, logo objetivou-se analisar as potencialidades da aplicação de uma Sequência Didática - (SD) envolvendo o ensino de cilindro circular reto para uma turma de 2º série do ensino médio. Para tanto os aportes teóricos usados na metodologia didática do experimento foram as Teorias das Situações Didáticas de Brousseau (1986), vinculada aos conceitos de Sequências Didáticas de Zabala (1998), e estruturas de UARC's de Cabral (2017), escolheu-se como instrumentos de apoio para a aplicação da SD, materiais manipuláveis concretos e folhas de atividades compondo 5 UARC's. Para sondar as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de cilindro, realizou-se, revisão de literatura sobre o ensino de geometria espacial, pesquisas em livros formais e didáticos sobre o conteúdo, pesquisas através de questionários envolvendo 100 alunos egressos ao conteúdo e 41 professores da educação básica. Após verificação das dificuldades e lacunas do conteúdo, elaboraram-se cinco atividades envolvendo cilindros que compuseram a SD visando minimizar tais dificuldades e lacunas. A análise dos dados foi realizada através da Análise do Discurso e Análise Microgenética, as quais validaram o experimento realizado, pois apontaram como resultado os indícios de aprendizagem presentes nas interações verbais entre alunos e professores participantes do experimento, além dos indícios de aprendizagem apontados, verificou-se em uma Intervenção Avaliativa Restrita - (IA<sub>r</sub>) que os alunos aprenderam significativamente o conteúdo, pois estes aprenderam a fórmula e conceitos através das pesquisas realizadas por eles mesmos com apoio do material manipulável concreto e folhas de atividades utilizados nas UARC's, mostrando assim que a sequência produzida foi profícua para o ensino de cilindro reto de base circular, concluindo que a metodologia aplicada no experimento é uma boa alternativa de ensinar cilindro circular reto.

**Palavras chaves:** Matemática, Ensino de Matemática, Geometria Espacial, Cilindro, Sequência Didática.

MAUÉS, Daniel de Deus Negrão. **A didactic sequence for the teaching of the circular cylinder straight.** 2019, 185 f. Dissertation (Professional Master in Mathematics Teaching) - Pará State University, Belém, 2019.

## ABSTRACT

This work aimed at researching the teaching of the straight circular cylinder in basic education and analyzing the potential of applying a Didactic Sequence designed to teach this content in a second grade of a high school in a state school in the municipality of Abaetetuba, soon it aimed to analyze the potential of applying a Didactic Sequence - (SD) involving the teaching of a straight circular cylinder for a 2nd grade class in high school. For that, the theoretical contributions used in the didactic methodology of the experiment were the Theories of Didactic Situations of Brousseau (1986), linked to the concepts of Didactic Sequences of Zabala (1998), and structures of UARC's of Cabral (2017), were chosen as instruments support for the application of SD, concrete manipulable materials and activity sheets composing 5 UARC's. To probe the difficulties encountered in teaching and learning about cylinder, a literature review on the teaching of spatial geometry was carried out, research on formal and didactic books on the content, research through questionnaires involving 100 students graduated from the content and 41 teachers from the basic education. After verifying the difficulties and gaps in the content, five activities were developed involving cylinders that composed the SD in order to minimize such difficulties and gaps. Data analysis was performed through Discourse Analysis and Microgenetic Analysis, which validated the experiment carried out, as they pointed out as a result the evidence of learning present in verbal interactions between students and teachers participating in the experiment, in addition to the evidence of learning pointed out, verified in a Restricted Evaluative Intervention - (IAr) that the students learned the content significantly, because they learned the formula and concepts through the researches made by themselves with the support of the concrete manipulable material and activity sheets used in the UARC's, thus showing that the sequence produced was useful for teaching straight cylinder with circular base, concluding that the methodology applied in the experiment is a good alternative to teach straight circular cylinder.

**Key words:** Mathematics, Teaching of Mathematics, Spatial Geometry, Cylinder, Didactic Sequence.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Estrutura da UARC .....	27
FIGURA 2: Noção intuitiva de geração de superfície cilíndrica .....	81
FIGURA 3: Superfície cilíndrica com geratriz definida pela curva $y=\ln(z)$ .....	82
FIGURA 4: Definição matemática de cilindro. ....	83
FIGURA 5: Cilindro e seus elementos principais.....	84
FIGURA 6: Cilindro, sólido de revolução. ....	84
FIGURA 7: Seção transversal de um cilindro .....	85
FIGURA 8: Planificação do cilindro .....	85
FIGURA 9: Polígono regular inscrito em uma circunferência .....	86
FIGURA 10: Planificação da superfície lateral do cilindro .....	88
FIGURA 11: Comparação das bases dos sólidos .....	89
FIGURA 12: Respostas do participante P1 a 5 intervenções da Atividade 1 .....	108
FIGURA 13: Respostas do participante P1 a 2 intervenções da Atividade 1 .....	109
FIGURA 14: Respostas do participante P2 as 5 intervenções da Atividade 1 .....	110
FIGURA 15: Respostas do participante P2 as 3 intervenções da Atividade 1 .....	110
FIGURA 16: Estruturas de revolução utilizadas na atividade 2 .....	111
FIGURA 17: Respostas do participante P2 a atividade 2.....	112
FIGURA 18: Respostas do participante P3 a atividade 2.....	114
FIGURA 19: Respostas finais do participante P3 a atividade 2.....	115
FIGURA 20: Material manipulável concreto usado na atividade 3 .....	116
FIGURA 21: Cinco primeiras intervenções da atividade 3 .....	117
FIGURA 22: Respostas finais dadas pelo participante P2 a atividade 3. ....	118
FIGURA 23: Estruturas e moldes usados na atividade 4. ....	120
FIGURA 24: Respostas dadas pelo participante P1 a atividade 4. ....	120
FIGURA 25: Estruturas usadas na atividade 5.....	121
FIGURA 26: Intervenções iniciais da atividade 5 .....	123
FIGURA 27: Quadro preenchido pelo participante P4, atividade 5 .....	123
FIGURA 28: Intervenções finais preenchidas pelo participante P4, atividade 5.....	124
FIGURA 29: Intervenções avaliativa restrita, participante P4, atividade 5. ....	124
FIGURA 30: Intervenção avaliativa restrita, participante P5, atividade 5 .....	125
FIGURA 31: Intervenções avaliativa restrita, participante P6, atividade 5 .....	126



## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1: Considerações gerais do conteúdo cilindro dos livros analisados .....	59
QUADRO 2: Percepção dos professores sobre o ensino de cilindros.....	63
QUADRO 3: Opinião dos professores colaboradores sobre cilindro .....	67
QUADRO 4: Percepção dos alunos sobre os conteúdos e grau de dificuldades .....	70
QUADRO 5: Tópicos mais difíceis, percepção dos alunos e professores .....	75
QUADRO 6: Tópicos selecionados para cada atividade e assuntos abordados. ....	95
QUADRO 7: Resumo das atividades da SD.....	96
QUADRO 8: Lista de exercícios para verificar conhecimentos anteriores .....	104
QUADRO 9: Cronograma geral do experimento .....	106
QUADRO 10: Sistematização dos recortes da sequência didática. ....	128

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS</b> .....	20
2.1. TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS .....	20
2.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	23
2.3. ESTRUTURAS DAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS .....	24
2.4. A ANÁLISE MICROGENÉTICA E ANÁLISE DO DISCURSO .....	27
<b>2.4.1. A Análise Microgenética</b> .....	27
<b>2.4.2. A Análise do Discurso</b> .....	28
2.5. DESCRIÇÃO DA PESQUISA .....	31
<b>3. ENSINO DE CILINDRO</b> .....	34
3.1. REVISÃO DA LITERATURA .....	35
<b>3.1.1. Categoria Experimental</b> .....	36
<b>3.1.2. Análise da Categoria Experimental</b> .....	45
<b>3.1.3. Categoria de Estudos Teóricos</b> .....	46
<b>3.1.4. Análise da Categoria Estudos Teóricos</b> .....	48
<b>3.1.5. Categoria Diagnóstica</b> .....	49
<b>3.1.6. Análise da Categoria Diagnóstica</b> .....	52
<b>3.1.7. Análise Global dos Resumos da Revisão de Literatura</b> .....	52
<b>3.1.8. Análise Geral de Todas as Categorias</b> .....	53
<b>3.1.9. Análise dos Livros Didáticos</b> .....	53
<b>3.1.10. Comparação dos Livros Didáticos Analisados</b> .....	57
3.2. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES COLABORADORES .....	60
<b>3.2.1. Pesquisa sobre os assuntos que compõe o conteúdo cilindro</b> .....	63
<b>3.2.2. Lista de Exercícios Classificações de Questões</b> .....	65
3.3. CONCEPÇÃO DOS ALUNOS .....	67
<b>3.3.1. Percepção dos alunos egressos sobre o ensino de cilindro</b> .....	68
<b>3.3.2. Percepção dos alunos sobre os conteúdos relacionados cilindro</b> .....	69
<b>3.3.3. Questões para verificação dos conhecimentos dos discentes</b> .....	71
<b>3.3.4. Análise das questões resolvidas pelos discentes</b> .....	75
<b>3.3.5. Verificação de conhecimentos anteriores e oficina (alunos atuais)</b> .....	80
<b>4. OBJETO MATEMÁTICO: CILINDRO</b> .....	81
4.1. DEFINIÇÕES DE CILINDRO .....	81
4.2. ÁREAS DAS SUPERFÍCIES DO CILINDRO .....	85
4.3. VOLUME DO CILINDRO .....	88
<b>5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	90
5.1. A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	90
5.2. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	96
<b>5.2.1. Atividade 1</b> .....	97
<b>5.2.2. Atividade 2</b> .....	98
<b>5.2.3. Atividade 3</b> .....	99

5.2.4. Atividade 4 .....	101
5.2.5. Atividade 5 .....	102
5.3. VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS E OFICINA .....	103
5.4. APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	105
5.4.1. UARC 1 .....	107
5.4.2. UARC 2 .....	111
5.4.3. UARC 3 .....	116
5.4.4. UARC 4 .....	119
5.4.5. UARC 5 .....	121
<b>6. RESULTADOS E ANÁLISES DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .</b>	<b>127</b>
6.1. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 1 .....	129
6.2. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 2 .....	138
6.3. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 3 .....	144
6.4. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 4 .....	151
6.5. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM – ATIVIDADE 5 .....	154
6.5.1. Intervenção avaliativa restrita da atividade 5 .....	157
<b>7. CONCLUSÃO .....</b>	<b>160</b>
<b>8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>168</b>
<b>APÊNDICE A – Teste de Verificação de conhecimentos anteriores. ....</b>	<b>172</b>
<b>APÊNDICE B – Questionário sobre dificuldades do ensino de cilindro .....</b>	<b>173</b>
<b>APÊNDICE C – Questionário direcionado a professores relacionado ao ensino do conteúdo cilindros.....</b>	<b>177</b>
<b>ANEXO A – Termos de esclarecimento e consentimento dados aos participantes da pesquisa.....</b>	<b>182</b>
<b>ANEXO B – Termos de esclarecimento e consentimento dados aos participantes da pesquisa.....</b>	<b>183</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Observou-se com o passar dos anos e através dos relatos de professores e estudantes de Matemática e grande parte da sociedade, sobre as dificuldades apresentadas em relação a essa disciplina, em particular, as lacunas que a maioria dos estudantes encontra em geometria espacial, como por exemplo: dificuldades em desenhar, imaginar sólidos, interpretar textos com conteúdo matemático, realizar cálculos algébricos vinculados à geometria, entre outras, que impedem o ensino e aprendizagem da geometria de forma plena.

Os profissionais atuantes do ensino de matemática podem ter a curiosidade de investigar e pesquisar sobre essas observações iniciais, fato que levou ao aprofundamento sobre o estudo referente ao ensino e aprendizagem de geometria, para tanto, necessitou-se a busca em documentos oficiais intencionando saber em que direções o ensino da geometria deve seguir. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), publicado em 1998, as metodologias de ensino da geometria devem ser contextualizadas de forma que o discente possa aprender a relacionar a geometria plana ou espacial com o mundo e que esse conhecimento matemático possa servir como base para outras ciências, à importância da geometria está intrinsecamente relacionada à visão de mundo que deve ser construída pelo discente de tal forma que este possa usá-la para resolver problemas matemáticos e que possa adequar seus conhecimentos geométricos a situações do cotidiano, após sair da educação básica.

O ensino de geometria apresenta falhas na educação básica e dar-se pouco destaque as questões que exigem pensamento geométrico, observe Binotti (2016, p. 22) “pois a ausência do ensino desta e a ênfase na álgebra limitava a formação dos alunos que não estavam desenvolvendo integralmente todos os processos do pensamento os quais seriam necessários para a resolução de problemas”, fatos que podem levar o estudante a um percurso do caminho geométrico em matemática utilizando-se dos seus conceitos mais simples dos objetos matemáticos, muitas vezes desvinculados de algum significado atrelado ao cotidiano, chegando ao fim da etapa do ensino básico (2ª e 3ª series do Ensino Médio) sem conseguir fazer a relação entre a geometria e o mundo que o cerca.

Quando o assunto abordado pertence à geometria espacial, na qual o estudante deve ter bases bem definidas da geometria plana para que ele possa se apropriar do conhecimento que deve ser construído nessa etapa do ensino, as dificuldades se mantêm, assim como Machado (2010, p.14 e 15) salienta que “Um aspecto que lhe chamava a atenção refere-se ao fato de vários alunos conseguirem terminar o ensino fundamental sem uma compreensão clara de cálculo de área ou ainda tendo dificuldades para resolver problemas do cotidiano...”. Nota-se que as dificuldades em geometria apresentadas pelos discentes do ensino médio tem relação direta com a ausência desse conteúdo no ensino fundamental, porém focou-se neste trabalho encontrar soluções para minimizar as dificuldades e lacunas de aprendizagem para alunos da 2ª série do Ensino Médio, para tanto investigou-se como ocorre atualmente a construção do conhecimento geométrico em ambiente escolar assim como as metodologias e tendências mais usadas.

Desta forma ao consultar bibliografias mais atuais, notou-se que o conteúdo aqui tratado é lecionado na maioria das vezes de forma mecânica, atrelado apenas a fórmulas, exercícios para aplicações das fórmulas, manipulações algébricas, aulas expositivas e provas, com pouca ou nenhuma contextualização e sem significado para o discente. Além disso, Bernardini (2014) ressalta que:

É comum o ensino de Geometria ficar para o final do ano letivo e faltar tempo para tratar do tema, ocasionando cortes de conteúdos importantes. A falta de tempo também faz o professor apresentar os conteúdos por meio do acúmulo de informação, memorização de fórmulas e realização de cálculos excessivos e sem sentido para os estudantes, abrindo mão da oportunidade de desenvolver o raciocínio dedutivo, a compreensão visual do espaço e de proporcionar um ensino significativo. (BERNARDINI, 2014, p. 28)

Assim é de consenso que as discussões a respeito do ensino e aprendizagem quando realizadas pelos profissionais da educação girarem em torno das dificuldades dos discentes, porém é preciso também refletir sobre as metodologias de ensino do docente, pois certamente as direções e orientações de ensino que estão atreladas as escolhas dos profissionais da educação implicam na aprendizagem, logo também se verifica que as escolhas metodológicas devem ser feitas em direção a diminuir as dificuldades apresentadas pelos discentes.

Neste sentido nota-se que o ensino da geometria é posto em segundo plano e outros assuntos são mais valorizados, segundo Schmitt (2017, p. 4) “Notamos que os

professores de matemática dão mais prioridades ao estudo da álgebra e aritmética e por último e se der tempo de ver no final do ano letivo a geometria”.

O trecho apresentado por Schmitt (2017) mostra uma tendência no ensino da Matemática acarretando na deficiência do ensino do conteúdo geométrico e conseqüentemente da aprendizagem, gerando um ciclo de desentendimento que trava todo o processo educacional, se o aluno não aprende determinado assunto base para outro posterior, não será possível a própria continuidade da evolução do conhecimento matemático para aquele indivíduo, neste sentido, é relevante saber quais são os conhecimentos anteriores dos discentes.

E ainda, se aos alunos não se possibilita o ensino através de metodologias eficientes este também não conseguirá prosseguir na evolução do conhecimento matemático. A preocupação com o ensino e aprendizagem gira em torno da escolha de novas metodologias diferenciadas das mais usadas atualmente, assim busca-se metodologias para o ensino de matemática que possam melhorar os índices de aprendizagem.

Referente ao ensino de cilindro em um nível nacional é perceptível sua importância no ensino médio da educação básica, pois este é citado e comentado nas habilidades presentes nos Parâmetros Nacionais Curriculares do Ensino Médio (PNC+), assim como as habilidades presentes Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que devem ser desenvolvidas pelos alunos durante esse grau de ensino, ainda vale citar que o assunto cilindro é exigido nos níveis de proficiência do Sistema Paraense de Avaliação Educacional (SisPAE) daí a importância do seu ensino de forma contextualizada, considerando esses documentos oficiais direcionados a educação verifica-se a relevância dada ao conteúdo cilindro e a escolha deste para esta dissertação.

Observando mais a fundo esses documentos verifica-se que em todos se comenta sobre o ensino mais contextualizado envolvendo o cotidiano do aluno e o mundo que o cerca, porém foram verificadas na revisão de literatura e pesquisa das concepções de alunos e professores que as metodologias utilizadas atualmente não condizem com as sugestões e exigências dos documentos oficiais já citados.

A partir dessas observações direcionaram-se pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de geometria espacial, limitando ao conteúdo cilindro, para tanto se elaborou um questionário para colher informações de acordo com a opinião e

conhecimentos de discentes do ensino médio da rede pública de ensino, fez-se um levantamento socioeconômico, em relação ao ensino de matemática e ao tema já citado, os estudantes participantes que responderam ao questionário foram os quais já haviam estudado o conteúdo cilindro e as perguntas foram direcionadas para levantar dados a respeito das possíveis dificuldades que esses participantes apresentaram nesse conteúdo.

Em posse dos questionários respondidos pelos alunos, também foram realizadas pesquisas direcionadas aos professores com relação às metodologias para o ensino de cilindro confrontando com as respostas dadas pelos discentes para corroborar ou refutar aspectos do ensino matemático que ocorrem atualmente em ambiente escolar. Além dos questionários (aplicados a professores e alunos) direcionados para a sondagem do ensino e aprendizagem, utilizou-se para corroborar hipóteses a pesquisa de trabalhos realizados sobre o assunto geometria espacial, em particular cilindro, com a intenção de saber quais as direções que foram investigadas até o momento, na revisão da literatura foram selecionados alguns artigos e dissertações dos quais os resumos inclusos nesse trabalho ajudaram a estabelecer objetivos e escolher a questão de pesquisa para contribuir com teorias novas ou reafirmar teorias anteriores, englobando estudos aos trabalhos científicos já realizados, ajudando assim na elaboração de conteúdos teóricos e experimentais que possam fomentar o ensino de cilindro, assim como diminuir as dificuldades e lacunas que tangem esse assunto de geometria espacial.

A partir dessa intenção buscou-se alternativas metodológicas dentro de estudos envolvendo a Educação Matemática tais que viessem a contribuir para a construção do conhecimento e melhorar a prática de ensino, diferenciando das metodologias já conhecidas como a tradicional<sup>1</sup>, assim escolheu-se a teoria das situações didáticas de Brousseau (1986) apresentada em D'Amore (2007) a qual deu frutos para estudos de outros pesquisadores como Michele Artigue, Bruno D'Amore e Antoni Zabala, estes últimos influenciaram gerações de estudiosos os quais vem produzindo materiais até os dias atuais, os quais comprovam através de experimentos que a Teoria das Situações Didáticas – (TSD) e as Sequências Didáticas – (SD) são

---

<sup>1</sup> Segundo Mizukami (1986, p. 4), a metodologia tradicional é “baseada na aula expositiva, com conteúdo pronto, aluno ouvinte passivo.”

instrumentos de ensino que podem ser usados como solução para diminuir as dificuldades do processo educacional.

Dentre os estudos atuais pode-se verificar em Santos (2012) que a Teoria das Situações Didáticas – (TSD) e a Sequência Didática – (SD) envolvem organização metodológica diferenciada das aplicadas ao ensino atualmente, observa-se facilmente as diferenças metodológicas entre o ensino tradicional, repasse de conhecimento ao aluno e as metodologias apoiadas na Teoria das Situações Didáticas, na última metodologia o comportamento e atuação do aluno mudam de acordo como descrito no relato dos estudos de Santos (2012, p. 216) “o trabalho do aluno deve se assemelhar a atividade científica com a formulação de hipóteses, testes e comprovação, construção de modelos e teorias” e o professor como intermediador desse processo deve direcionar o aluno à construção do saber.

Portando verificou-se na revisão de literatura, dissertações sobre geometria espacial (cilindro) e nos estudos pesquisados notou-se a utilização de tendências do ensino através de Sequência Didática a partir do experimento envolvendo áreas e volumes de cilindros e prismas, aplicado por Bernardini (2014) sendo que esse estudo defende a maior participação do aluno na busca de conhecimento, de acordo com a proposta de ensino de Bernardini (2014, p. 96). “Propomos uma sequência didática para o estudo autônomo de Geometria Métrica Espacial que proporcione aos estudantes a oportunidade de aplicar e dar significado aos seus conhecimentos” foi observado que há melhorias no processo de ensino quando este é atrelado a Sequência Didática.

Partindo dos estudos apresentados na revisão de literatura presente no capítulo 3, nota-se uma carência em aprofundar em um único trabalho, o conteúdo cilindro em todos os tópicos de assuntos que este pode ser dividido (definições, conceitos, interpretação de texto matemático, cálculo de áreas e de volumes), diante do exposto decidiu-se a escolha do tema cilindro por este apresentar dificuldades no ensino já diagnosticadas, tanto na revisão de literatura, quando nas análises de questionários aplicados a professores e estudantes. E considerando as pesquisas anteriores na área da educação matemática escolheu-se a Teoria das Situações Didáticas junto com as Sequências Didáticas - (SD) por estas teorias apresentarem resultados na direção de melhorar a prática de ensino matemático, em particular cilindro, como já foi mostrado nos estudos científicos apresentados anteriormente e para a elaboração das



SD escolheu-se a Unidade Articulado de Reconstrução Conceitual - (UARC) de Cabral (2017) por ser uma das obras mais atuais envolvendo Sequências Didáticas.

Após análise inicial do material identificado preliminarmente notou-se um aspecto interessante a ser explorado no âmbito do ensino, buscar alternativa que possa apresentar melhores resultados frente a metodologia de ensino mais utilizada, ou seja, a tradicional, com aulas expositivas e a ênfase na transmissão de conhecimento o que contraria as recomendações constantes dos PCN's (1998) e outros documentos oficiais como BNCC e SisPAE (2016), De acordo com a unidade temática de geometria da BNCC do segundo ano do ensino médio o ensino deve "reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico" (BNCC, p. 280). Neste sentido as SD apresentam-se como uma possibilidade metodológica no ensino de conteúdos matemáticos, fato que nos levou ao seguinte questionamento: **Como uma sequência didática criada especificamente para o ensino do cilindro pode contribuir, para diminuir as dificuldades de aprendizagem desse tema apontadas na revisão de literatura e manifestação de alunos e professores ao ser aplicada numa turma da 2ª série do ensino médio?**

Visando responder a esse questionamento e balizar os caminhos da pesquisa foi estabelecido como objetivo geral **analisar as potencialidades da aplicação de uma Sequência Didática - (SD) envolvendo o ensino de cilindro circular reto para uma turma de 2º série do ensino médio.**

Partindo dessa pergunta norteadora buscou-se cumprir uma série de passos que são os objetivos específicos, apresentados a seguir:

- Investigar o conteúdo matemático focando em cilindro que é ensinado para os discentes do ensino médio e apresentar esse conteúdo nos aspectos matemáticos desse trabalho.
- Levantar dados sobre o conhecimento de discentes egressos sobre o conteúdo cilindro, para encontrar as dificuldades e lacunas apresentadas pelos participantes da pesquisa.
- Levantar dados através de questionários para verificar as metodologias de ensino usadas pela maioria dos professores no ensino de cilindro.

- Fazer pesquisas na bibliografia com relação ao ensino de matemática, geometria espacial, enfatizando cilindro, em artigos e dissertações para sondar as direções e tendências do ensino e aprendizagem.
- Elaborar sequências didáticas baseadas nas estruturas de Cabral (2017), envolvendo a UARC, conhecimentos anteriores dos alunos e aprendizagem significativa.
- Realizar a aplicação de testes para verificar se os discentes participantes do experimento tinham conhecimentos anteriores suficientes para se dá início ao conteúdo cilindro.
- Aplicar oficinas para construir conhecimentos iniciais necessários aos participantes do experimento didático.
- Aplicar a sequência didática aos alunos atuais da segunda série do ensino médio e registrar o experimento em mídia audiovisual.
- Analisar os resultados buscando indícios de aprendizagem através de Análise do Discurso e Análise Microgenética e através dos dados obtidos validar a sequência didática.

Focando em responder ao questionamento e atingir os objetivos elencados, decidiu-se apoiar na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1986) apud D'Amore (2007), devido suas características metodológicas que direcionam o ensino para as sugestões de ensino pela construção de conhecimento, elegendo o aluno como personagem principal em busca do conhecimento que deve ser adquirido envolvendo seus saberes anteriores e seus conhecimentos cotidianos, assim como sugerem, a BNCC, o Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) e o SisPAE.

Logo, também, decidiu-se usar as Sequências Didáticas, de acordo com Zabala (1998), para contrapor o ensino dito tradicional, as atividades da SD foram organizadas segundo as Unidades Articuladas de Reconstruções Conceituais - (UARC's) apresentadas por Cabral (2017). Para validar a sequência didática elaborada os resultados foram analisados de acordo com as teorias da Microgenética de Goés (2000) e Análise do Discurso de Maingueneau (1997), com as quais é possível analisar nas falas dos discentes o ponto chave em que este mostra o indício de aprendizagem ou faz suas descobertas.

Na construção desse trabalho foram elaborados 8 capítulos, no capítulo 1 introduziu-se a estrutura, os objetivos específicos, o objetivo geral e a questão de pesquisa desse estudo.

Dando continuidade o capítulo 2 teve como função expor e justificar os aportes teóricos e metodológicos da pesquisa os quais serviram como embasamento para o ponto de partida da questão de pesquisa levantada.

Em sequência necessitou-se realizar no capítulo 3 uma explanação sobre o ensino do objeto matemático, os quais condizem a Geometria Espacial sobre o conteúdo cilindro, nesse capítulo foram apresentados alguns resumos selecionados sobre os Estudos Teóricos, Estudos Experimentais e Estudos Diagnósticos encontrados em artigos e dissertações envolvendo o conteúdo já citado com a intenção de levantar hipóteses sobre o ensino e verificar quais as vertentes mais atuais abordadas nas metodologias de ensino, na estrutura desse capítulo incluiu-se pesquisas em livros didáticos do ensino médio aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático - (PNLD) com a intenção de verificar como vem sendo apresentado o conteúdo cilindro nesses materiais didáticos de apoio.

Ainda no mesmo capítulo foram expostos os resultados de questionários aos professores de matemática e aos alunos egressos ao conteúdo em questão além de testes aplicados aos alunos atuais para verificar os conhecimentos básicos necessários antes da realização do experimento envolvendo a questão de pesquisa.

Visando à formação inicial e continuada de professores a respeito dos conteúdos relacionados a cilindro apresenta-se no capítulo 4 os fundamentos teóricos na perspectiva da ciência, observado seu rigor matemático, com algumas demonstrações de fórmulas utilizadas no ensino do objeto matemático e apresentação das definições e conceitos de cilindros e seus elementos.

A elaboração do capítulo 5 visou mostrar a composição das atividades baseadas na metodologia de ensino apoiadas nas Sequências Didáticas – (SD's) assim mostrou-se nesse capítulo a constituição, apresentação e a forma de aplicação da sequência didática estruturadas nas UARC's de Cabral (2017) utilizada no experimento.

No capítulo 6 descreveu-se como ocorreram as interpretações dos dados e identificação dos indícios de aprendizagem presentes na aplicação da Sequência Didática – (SD), nesse capítulo apontou-se para o método de análise utilizando a

Análise Microgenética de Goés (2000) encontrada em Tomio, Schroeder & Adriano (2017) e Análise do Discurso baseado nos estudos de Maingueneau (1997), essas formas de analisar os resultados são boas opções para a verificação de indícios de aprendizagem como já verificados em outros estudos utilizados nessa dissertação.

Finalmente foram apresentadas, no capítulo 7, as conclusões, os resultados e possíveis estudos posteriores utilizando a pesquisa realizada nessa dissertação, ainda neste capítulo foram destacadas as dificuldades ocorridas na elaboração da mesma, assim como se buscou responder a partir dos resultados do experimento a questão de pesquisa anteriormente levantada na introdução desse projeto.

Encerrando esta dissertação com o capítulo 8 onde são apresentadas as referências utilizadas para a elaboração deste estudo.

## 2. APORTES TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Neste capítulo foram apresentadas as teorias e metodologias que norteiam tanto à construção deste trabalho, assim como as escolhas das vertentes de ensino utilizadas para embasar o experimento realizado, a estrutura metodológica desse trabalho teve influências do *Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ)* vinculado a Universidade do Estado do Pará (UEPA), a teoria utilizada para elaboração do experimento foi a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) e as Sequências Didáticas na visão de Zabala (1998), cujas atividades foram estruturadas nos moldes da Unidade Articuladora de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2017) e, para sua validação, tomamos como apoio para análises dos resultados a Análise Microgenética de Goés (2000) e Análise do Discurso baseado nos estudos de Maingueneau (1997) e Scott & Mortimer (2002).

Ainda foram descritos nesse capítulo as metodologias utilizadas para a realização desta pesquisa, para tanto se apresentou as fases detalhadas de cada processo realizado na elaboração dessa dissertação, elencando os instrumentos e meios da pesquisa, os sujeitos investigados, o local, o passo a passo de cada processo e a forma de como analisar e interpretar os dados obtidos.

### 2.1. TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A metodologia para a construção deste projeto se baseou na pesquisa de estudos sobre a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, notou-se grandes variedades de artigos, dissertações, teses, entre outros estudos que se basearam na Teoria das Situações Didáticas – (TSD) como uma forma de investigar e contribuir para o ensino da matemática, ainda foi possível observar claramente nos PCN's de 1997 a preocupação com as estruturas metodológicas de ensino baseadas nos conhecimentos prévios dos alunos e sequências de atividades para a construção do conhecimento, quando se fala em avaliação das aprendizagens nota-se a importância dada aos aspectos que devem circundar o processo de ensino, observando os documentos oficiais e de acordo com os PCN's (1997, p. 52) a avaliação deve ocorrer

“analisando a adequação das situações didáticas propostas aos conhecimentos prévios dos alunos e aos desafios que estão em condições de enfrentar.”

Norteados por essa visão buscou-se teorias que viessem a colaborar com esse ideal de ensino, nessa direção encontrou-se a Teoria das Situações Didáticas – (TSD), criada por Brousseau em 1986 na França, mais precisamente nos Grupos dos Institutos para a Pesquisa em Educação Matemática (IREM), essa teoria surge no contexto mundial depois dos estudos elaborados por Piaget e Vygotsky, tais estudos sobre a construção do conhecimento cognitivo das crianças tem alguns pontos semelhantes com a Teoria Das Situações Didáticas – (TSD), porém não se pode afirmar que a TSD teve influências de Piaget e Vygotsky, mas é interessante notar o surgimento de dessas correntes de investigação do desenvolvimento dos pensamentos de crianças em um mesmo período histórico, importante para o avanço das metodologias de ensino atual.

A Teoria das Situações Didáticas mostrou a importância de tratar crianças como seres em formação e com capacidades diferenciadas a dos adultos, assim começou-se a olhar para o ensino de forma diferente de antes, onde o ensino era focado apenas no professor e repasse de conhecimento para o aluno, Brousseau elaborou a sua teoria na direção desses estudos se preocupando com a didática ocorrida em sala de aula e seus estudos sobre a TSD influenciou vários pesquisadores como, Michele Artigue, Bruno D’Amore e Antoni Zabala, dentre esses autores D’Amore (2007) apresentou uma definição da Teoria das Situações do próprio Brousseau (1986) a seguir que esclarece como se dá as situações didáticas para o aluno no meio escolar:

O aluno aprende adaptando-se a um ambiente que é fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como a sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do estudante, manifesta-se com as novas respostas que são a prova da aprendizagem (...). [O aluno sabe que] (...) o problema foi escolhido para que se adquira um novo conhecimento, mas deve saber também que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode construir sem apelar para razões didáticas. (BROUSSEAU, 1986 apud D’AMORE, 2007, p. 233)

As falas de Brousseau acima descrevem as situações em que o aluno se encontra em ambiente escolar, assim como a clareza do contrato didático que o aluno e professor estabelecem na construção do aprendizado, ainda percebe-se neste trecho que para Brousseau o aprendizado ocorre quando o aluno começa a se adaptar

a um ambiente, essa adaptação traz ao aluno novos desafios que quando superados mudam as estruturas cognitivas do aluno resultando no aprendizado.

Para a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) o referencial aqui usado foi D'Amore (2007), que define a TSD, ora com suas próprias falas, ora citando Brousseau. A TSD começou a ser desenvolvida por Guy Brousseau em 1986, na França e já serviu como base para inúmeros estudos a respeito das metodologias de ensino utilizadas em matemática, explorou-se dentro da TSD as situações didáticas e as situações a-didáticas, ambas necessárias para o desenvolvimento e aplicação das Sequências Didáticas.

Na situação a-didática o aluno age sem a intervenção do professor, este último não interfere nas respostas dadas pelo estudante sendo assim não há um controle de respostas a serem dadas. O professor pode introduzir um assunto ou elaborar um problema, porém o aluno interage com o ambiente e procura por si mesmo elaborar teorias que venham resolver esse determinado problema e as respostas dadas podem surgir sem vínculo ao conteúdo que o professor deseja de fato ensinar, pois este não tem controle sobre o processo.

Apresentada dessa forma a situação a-didática parece não servir aos objetivos de construção do conhecimento objetivado em ambiente escolar, mas deve-se considerar a intenção inicial do professor ao introduzir um problema ou uma questão a ser respondida, cabe ao professor, dentro da situação a-didática, apenas observar a interação inicial do aluno com as exigências do objeto de estudo e coletar as respostas dadas. Partindo assim para a situação didática, que condiz com o instante em que o professor intervém utilizando as respostas e descobertas dos alunos para direcioná-lo ao conteúdo a ser aprendido.

O modelo proposto por segundo definição de Brousseau encontrado em D'Amore (2007)

Fazer com que o aluno devolva uma situação a-didática que provoque nele a intenção mais independente e fecunda possível. Por isso comunica ou se abstém de comunicar, de acordo com o caso, informações, perguntas, métodos de aprendizagem, heurísticas etc. O professor se encontra, portanto, com os problemas que coloca, em um jogo com o sistema de interações do aluno. (BROUSSEAU apud D'AMORE, 2007, p. 234 e 235)

## 2.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As Situações Didáticas abrem espaço para metodologia de ensino envolvendo sequências didáticas, nessa direção verifica-se nas concepções de Antoni Zabala, a preocupação em elaborar um conteúdo que direcione e sirva de base para outro subsequente, ou seja, é importante dar sequência a alguns conteúdos necessários para a aprendizagem de outros mais avançados, de acordo com Zabala (1998)

Evidentemente, a exposição de um tema, a observação, o debate, as provas, os exercícios, as aplicações, etc., pode ter um caráter ou segundo o papel que se atribui, em cada caso, aos professores e alunos, à dinâmica grupal, aos materiais utilizados, etc. Mas o primeiro elemento que identifica um método é o tipo de ordem em que se propõem as atividades. Deste modo, pode se realizar uma primeira classificação entre métodos expositivos ou manipulativos, por recepção ou por descoberta, indutivos ou dedutivos, etc. A maneira de situar algumas atividades em relação às outras, e não apenas o tipo de tarefa, e um critério que permite realizar algumas identificações ou caracterizações preliminares da forma de ensinar. (ZABALA, 1998, p. 53)

A citação acima mostra com certo grau de clareza para os envolvidos no ensino que o conhecimento que se pretende construir junto ao aluno deve ser planejado a partir de atividades sequenciais, ou seja, de uma ordem e esta ordem de atividades será a forma como algum conteúdo é ensinado definido pela educação em geral como a metodologia. A composição de uma metodologia deve ser pensada em relação às quais atividades antecederão outras e para tanto se deve ter uma visão geral do processo educacional e objetivo bem claro do que os discentes devem obter de conhecimento ao final de cada conteúdo.

Diante do exposto é facilmente perceptível que atividades mais básicas devem ser ministradas anteriormente a atividades as quais necessitarão destas para seu entendimento, e realizando um processo de verificação dos conhecimentos dos discentes a respeito de algum conteúdo nota-se que o ponto de partida para a construção do conhecimento desejado é justamente os saberes básicos anteriores de cada aluno, assim como se pode notar em Zabala (1998):

A aprendizagem é uma construção pessoal que cada menino e cada menina realizam graças à ajuda que recebem de outras pessoas. Esta construção, através da qual podem atribuir significado a um determinado objeto de ensino, implica a contribuição por parte da



peessoa que aprende, de seu interesse e disponibilidade de seus conhecimentos prévios e de sua experiência. (ZABALA, 1998, p. 63)

Claramente percebe-se no trecho anterior a importância de um orientador no processo de aprendizagem do aluno, porém é necessário levar em consideração a relevância dos conhecimentos anteriores de cada discente.

Desta forma o ponto de partida sempre será uma situação a-didática, aquela que o professor não tem controle do que o discente vai reagir diante de um questionamento ou atividade, logo o trabalho árduo do professor é montar uma estrutura de atividades que levarão os estudantes do seu ponto mais básicos de conhecimento sobre determinado conteúdo a um patamar no qual este consiga compreender o conhecimento formal matemático já intencionado desde o início do processo de ensino, para tanto é necessário elaborar cuidadosamente todas as atividades de uma Sequência Didática – (SD) a ponto de conseguir mudar a situação a-didática do aluno para uma situação didática intencionalmente com o objetivo da aprendizagem, essa tarefa pode ser mais facilmente realizada seguindo um modelo já existente das estruturas e elaborações das SD's de Cabral (2017).

As estruturações de Sequências Didáticas de Cabral (2017) nos diversos conteúdos de Matemática estão sendo aplicadas e mostram sua eficácia na potencialidade do ensino da matemática, tais elaborações de Sequências Didáticas em UARC's e aplicações podem ser verificadas em seu livro, "**Sequências Didáticas: Estrutura e Elaboração**", com ano de publicação em 2017, referenciado nessa dissertação.

### 2.3. ESTRUTURAS DAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

Dentre as teorias se destacam a estrutura e elaboração de sequência didáticas proposta por Cabral (2017) envolvendo as UARC's, as SD's usadas neste trabalho são advindas dos princípios estudados por Vygotsky do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal - (ZDP) e da Teoria das Situações Didáticas - (TSD's) de Brousseau (1986), explorou-se dentro da TSD as situações didáticas e as situações a-didáticas, ambas necessárias para o desenvolvimento e aplicação das SD's e utilização das UARC's onde o professor a todo o momento usando-se de intervenções,

direciona o aluno à construção do conhecimento, as Sequência Didática – (SD) foram definidas por Cabral (2017):

Como sendo um conjunto articulado de dispositivos comunicacionais de natureza escrita ou oral que sistematiza as intervenções de ensino com a intencionalidade objetiva de estimular a aprendizagem de algum conteúdo disciplinar de Matemática a partir da percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas. (CABRAL, 2017, p. 12)

Uma UARC construída pelo autor acima citado é composta por intervenções que farão o aluno refletir, responder ou se aproximar das respostas para a construção de um determinado conhecimento, tais intervenções são dadas de forma escrita ou de forma oral.

O experimento didático para responder a questão de pesquisa eleita anteriormente foi aplicado seguindo as estruturas elaboradas por Cabral (2017), o experimento foi registrado em mídias, como, vídeo e som, analisou-se o material resultante de acordo com a Análise Microgenética e Análise do Discurso, essas duas formas de analisar o experimento permitiu obter informações em momentos exatos da aprendizagem dos discentes, pois ao escrever na íntegra e analisar a fala do discente, notou-se em sua fala os indícios de aprendizagem, ou seja, verificou-se a alteração das estruturas mentais cognitivas e observou-se a construção do conhecimento. De fato, é possível notar em Cabral (2017) esta preocupação:

O construto que proponho está certamente embebido das minhas escolhas teóricas dos pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural em Vygotsky, sobretudo, em seus desdobramentos com as contribuições da Análise Microgenética que nos permite penetrar, com certa nitidez, na identificação dos indícios de aprendizagem a partir das interações promovidas nas interações verbais. (CABRAL, 2017, p. 95 e 96).

Nota-se no trecho destacado acima que a teoria em destaque e a UARC como o construto do autor se baseia em parte nas teorias de Vygotsky, mais precisamente na Zona de Desenvolvimento Proximal – (ZDP) na perspectiva histórica social, onde o aluno aprende interagindo com outros alunos e com o professor gerando assim a construção do conhecimento para ele e a aprendizagem do conteúdo direcionado através das intervenções contidas nas atividades da SD.

As UARC's construídas por Cabral (2017) remete-se a organização das sequências didáticas e aplicação em sala de aula, a partir desse construto se possibilita observar os caminhos a serem percorridos através das intervenções do professor para que aja o aprendizado por parte do aluno, esse modelo foge dos princípios tradicionais de ensino baseado na transmissão de conhecimento por fazer com que o aluno seja pessoa crucial para a construção do seu conhecimento.

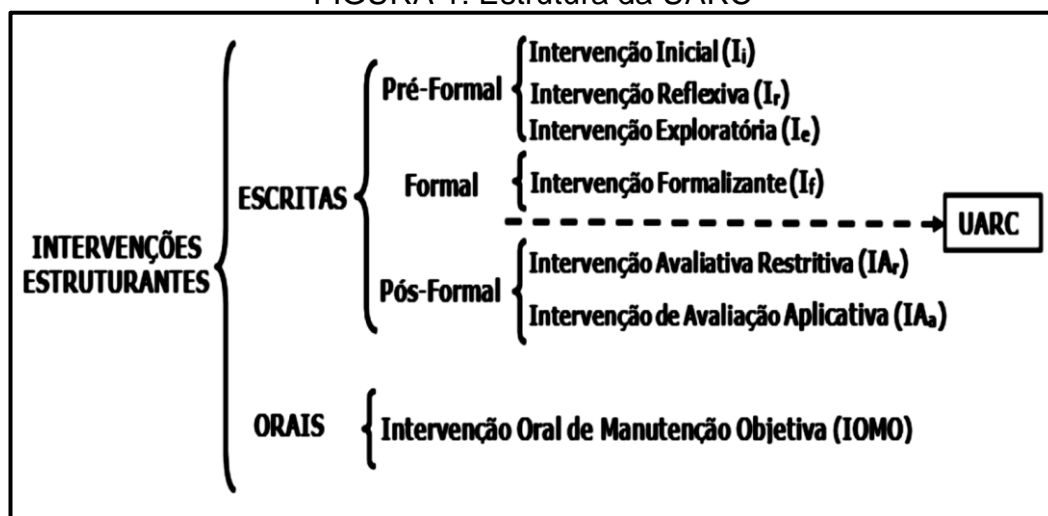
As Sequências Didáticas – (SD's) juntamente com as Intervenções Iniciais - [Ii], Intervenções Reflexivas [Ir], Intervenções Exploratórias - [Ie], Intervenções estruturantes pré-formais, Intervenções formalizantes - [If], Intervenções Avaliativas Restritas - [IAR], Intervenções Avaliativas Aplicativas - [IAa] entram em consonância com o diálogo que o professor orientador tem com o discente direcionando este último a um caminho de redescoberta do próprio conhecimento matemático.

O que ocorre em meio a essa construção do conhecimento é um verdadeiro vai e vem discursivo, onde o discente apresenta através de suas falas o que ainda não conseguiu aprender e o professor com as intervenções já citadas direciona o aluno ao encontro do conhecimento, uma das mais importantes intervenções definidas por Cabral (2017) são as Intervenções Oraís de Manutenção Objetiva (IOMO) que segundo Cabral (2017, p. 45) “são extremamente necessárias, pois ajudam o professor a modular as aproximações e distanciamentos dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem”.

A IOMO se diferencia das outras intervenções por ser a única intervenção oral enquanto as outras são de caráter escrito, por ser uma intervenção oral, a IOMO é usada como instrumento de interação entre professor aluno com o objetivo de aproximar o conhecimento pretendido a ser ensinado ao saber do discente, tal aproximação se divide em três zonas de tensão discursiva classificadas por Cabral (2017, p. 47) como Alfa, Beta e Gama, onde na zona de tensão discursiva Alfa, o conhecimento inicial do aluno ainda se distancia do conhecimento matemático intencionado, na zona de tensão Beta o aluno perceber mais claramente o conhecimento a ser conquistado e por último a zona de tensão discursiva gama a se apresenta como o local onde o aluno assume o conhecimento matemático pretendido, partindo assim para iniciar um novo ciclo de aprendizagem.

Logo a seguir pode ser visualizada a estrutura de uma UARC de acordo com Cabral (2017, p. 97).

FIGURA 1: Estrutura da UARC



Fonte: Cabral (2017, p. 97)

## 2.4. A ANÁLISE MICROGENÉTICA E ANÁLISE DO DISCURSO

Para coletar os dados do experimento foram usados os recursos de áudio e vídeo, gravando as ações e falas dos alunos e professores colaboradores da pesquisa em sala de aula, para a análise dos dados assim coletados, tomando como base outros estudos percebeu-se que se pode usar como opção as metodologias de Análise Microgenética e análise do discurso, pois através dessas metodologias é possível notar as relações contidas no triângulo dialético, professor, aluno e saber (conhecimento matemático), apontando assim os trechos relevantes do processo de ensino e o momento exato onde o aluno mostra adquirir o aprendizado, através dos pontos cruciais encontrados no seu discurso.

### 2.4.1. A Análise Microgenética

Considerando a Análise Microgenética, buscou-se a origem dessa teoria e para tanto se retornou aos estudos de Vygotsky nos processos psíquicos superiores de relações sociais divididos em três vertentes, filogênese, ontogênese, sociogênese. Derivados destes Werstch mostra uma quarta vertente “a microgênese, que consiste na análise e descobrimento de uma ação individual percebida no curto espaço de tempo, inserido em um determinado contexto social” Werstch (1998b apud Tomio, Schroeder & Adriano, 2017, p. 34).

Advindos da microgênese que surgem as definições do método aqui usado para analisar, porém para a análise microgenética ser aplicada a um conjunto de dados coletados, essa coleta deve ser realizada de tal forma a se conseguir destacar cada trecho, por menor ou insignificante que este possa parecer, pois esta análise está interessada nos detalhes de cada fala dos interlocutores investigados em algum experimento, assim se atrela essa teoria a coleta de dados feita através de vídeo e áudio, pois através desses recursos é possível parar, observar, voltar e adiantar, qualquer trecho de fala dos participantes do experimento, não deixando assim de perceber todas as minúcias do processo investigado.

Com a intenção de focar nos detalhes Goés (2000) apresentou como deve ser realizado o recorte das falas obtidas no processo de interação ao ponto de gerar fragmentos de tamanhos ideais para que se possa perceber indicativos de aprendizagem aplicando a Análise Microgenética, conceituada a seguir:

[...] uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (GOÉS, 2000, p. 09 apud TOMIO, SCHROEDER & ADRIANO, 2017, p. 38).

Após a coleta de dados através de recursos áudio visuais foram transcritas as falas dos professores e alunos, estas falas foram agrupadas em turnos, segmentos e episódios. Cada episódio foi formado por alguns segmentos; Cada segmento foi formado por partes menores chamadas turnos; E nos turnos foram onde se verificou as falas dos alunos e professores, os turnos são os discursos orais já transcritos e foram através desses discursos que se pôde perceber o momento exato em que um grupo de aluno apresentaram os indícios de aprendizagem, tal percepção por parte do professor foi realizada através da Análise do Discurso e Análise Microgenética.

#### **2.4.2. A Análise do Discurso**

Antes de definir ou explanar sobre a Análise do Discurso deve-se retornar a ciência que deu origem a esse método, para tanto se necessitou buscar significados para a filologia, um dos significados mais simples é que a filologia estuda a língua em

toda sua amplitude, a filologia busca analisar os significados que alguma linguagem representa de forma rigorosa, interpretar e traduzi-la para sua boa transmissão, a filologia geralmente é utilizada em textos antigos, porém esta pode também ser usada em textos mais contemporâneos sem perda das suas definições.

Para a filologia todos os aspectos textuais e características erros ou formas de escrever ou falar são necessárias serem analisadas e a partir dessas análises obter uma boa interpretação de acordo com Maingueneau (1997, p. 10) “Se a filologia se aplica problemas verdadeiramente linguísticos, como a fonética, a morfologia, a sintaxe ou a semântica, e apenas para assegurar uma interpretação exata”.

Partindo das definições dadas por Maingueneau (1997) nota-se que a análise do discurso desempenha um papel igual ao da filologia aplicada a textos antigos, porém a análise do discurso se ocupa em interpretar os sentidos ocultos que determinado texto escrito ou falado possa esconder, abordando essa visão pode-se supor que um texto analisado tenha vários significados ocultos e apesar das palavras representarem um sentido sintático em determinada fala estas também possuem um sentido semântico mais abrangente, logo o analista do discurso de acordo Maingueneau (1997, p. 10 e 11) deve “... trazer sua contribuição às hermenêuticas contemporâneas. Como todo hermeneuta, ele supõe que um sentido oculto deve ser captado, o qual, sem uma técnica apropriada, permanece inacessível”.

Ainda de outra forma, apesar de ter viés com a filologia, a análise do discurso possui certas variedades nos seus conceitos e a partir dessas características que se escolheu utilizá-la neste projeto, pois de acordo com Maingueneau (1997):

...a existência de uma multiplicidade de “análises do discurso”, compreender-se-á que uma delas mantém uma relação privilegiada com a história, os textos, os arquivos, as instituições restritivas, enquanto uma outra, diretamente relacionada à sociologia, recorre com maior frequência às pesquisas de campo e se interessa por enunciados cujas estruturas são reguladas com flexibilidade por fatores heterogêneos. (MAINGUENEAU, 1997, p. 15)

Partindo dessas definições apresentadas por Maingueneau (1997), fica nítida a escolha da direção de análise do discurso aqui utilizada, ou seja, aquela que tende para as pesquisas de campo e que pode ser utilizada em uma conversação entre professor e aluno, pois o discente quando está em processo de aprendizagem nem sempre usa os termos formais, descrevendo o que aprendeu com suas próprias palavras e cabe ao professor interpretar se as repostas dadas pelo discente possuem

um sentido oculto presente no discurso que lhe foi apresentado, analisando assim se o aprendizado realmente foi eficaz.

Portanto o professor por sua vez visando avaliar o aprendizado toma para si o papel de analista do discurso, mas não o analista que cumpre com o dever amplo de se preocupa com os textos históricos dos diferentes tipos de ciências e sim aquele que deve se preocupar no mínimo com as características e análises das variadas falas presentes nos discursos da sua profissão, para assim interpretar os textos dos discentes encontrando os significados escondidos da aprendizagem e a partir desse conhecimento melhorar a prática de ensino.

Dentre os estudos sobre a Análise do Discurso em sala de aula entre professor-aluno e aluno-aluno, destacaram-se para analisar o experimento aplicado nessa dissertação as abordagens comunicativas presentes nos estudos de Scott e Mortimer (2002, p. 287), que conceituaram a abordagem comunicativa como sendo a “central na estrutura analítica, fornecendo a perspectiva sobre *como* o professor trabalha as intenções e o conteúdo do ensino por meio das diferentes intervenções pedagógicas que resultam em diferentes padrões de interação”.

Tal abordagem foi dividida em quatro tipos de interações destacadas nos estudos de Scott e Mortimer (2002)

- a. Interativo/dialógico:** professor e estudantes exploram ideias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista.
- b. Não-interativo/dialógico:** professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças.
- c. Interativo/de autoridade:** professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico.
- d. Não-interativo/ de autoridade:** professor apresenta um ponto de vista específico. (SCOTT E MORTIMER, 2002, p. 288)

Diante dessas interações surgem padrões de sequências interativas entre professor e aluno onde o professor procurar direcionar o aluno ao conhecimento nestes padrões foram consideradas por Scott e Mortimer (2002) algumas abreviações para destacar as interações que ocorrem no discurso.

Nessas abreviações “I” significa a Iniciação do professor, onde o professor realiza uma fala como ponto de partida onde para o aluno interagir; o “R” significa Resposta do Aluno, tal resposta é dada a partir da Iniciação do Professor; o “A” por sua vez significa a avaliação do professor, terminando assim um diálogo entre

professor e aluno, porém em muitos casos há a necessidade de “P” que significa a Permissão do prosseguimento da falar do aluno, este pode ser o mesmo aluno que deu a resposta ou outro distinto também participante do diálogo e por fim a abreviação “F” que significa o Feedback que o professor realiza com relação a uma resposta incompleta que não satisfaça a pergunta dando a oportunidade para o aluno repensar e reelaborar a sua fala, resumidamente a seguir, tem-se:

- **I** – Iniciação do professor
- **R** – Resposta do aluno
- **A** – Avaliação do Professor
- **P** – Permitir o prosseguimento da fala do aluno
- **F** – *Feedback* para que o aluno elabore um pouco mais sua fala.

De acordo com Scott e Mortimer (2002, p. 288) os padrões mais comuns “são as tríades I-R-A (Iniciação do professor, Resposta do aluno, Avaliação do professor), mas outros padrões também podem ser observados”. Como, por exemplo, I-R-P-R-P... ou I-R-F-R-F...

Assim adotando como norte as abordagens comunicativas, interações e padrões interativos apresentados por Scott e Mortimer (2002) foram realizadas as análises dos discursos do experimento realizado nessa dissertação, que envolveu a Sequência Didática do conteúdo cilindro.

## 2.5. DESCRIÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa ocorreu em algumas fases, a primeira fase correspondeu a escolha do objeto matemático de estudos neste caso, o conteúdo cilindro, o interesse pessoal pela geometria e a importância apresentada nos documentos oficiais como BNCC, SisPAE, PCN e PCN+, serviu de motivação para a escolha do mesmo, também esse conteúdo foi eleito pelo fato de observar os problemas relacionados com o ensino e aprendizagem do mesmo e como pode-se interferir no processo de ensino com o intuito de melhorá-lo. Para tanto se procurou investigar trabalhos dentre artigos e dissertações que tratassem das mais variadas metodologias de ensino envolvendo geometria espacial, em particular, cilindro. A pesquisa ocorreu principalmente na



busca em mídias digitais, essa busca está melhor detalhada na revisão de literatura presente no capítulo 3 desse trabalho.

Dando seguimento à pesquisa visou-se buscar livros contendo o conteúdo matemático aqui apresentado, essa busca focou nos aspectos formais, definições e abordagens que o objeto matemático tem a oferecer, dentre os livros encontrados vale citar Souza (2010), Leithold (1994) e Dolce & Pompeo (2005, v.10).

Ainda em uma segunda fase da pesquisa houve a preocupação em encontrar uma metodologia dentro da educação matemática, os estudos e materiais de apoio assim como os artigos, dissertações, questionários aplicados, SisPAE, BNCC, PCN e PCN+, apontaram em direção à metodologias diferentes das geralmente aplicadas em sala de aula e abordando a construção do conhecimento pelo aluno utilizando do seu contexto para intervir com o experimento em sala de aula e para tanto escolheu-se a teoria que mais se aproxima considerando os padrões já citados e como opção verificou-se que as Teoria das Situações Didáticas – (TSD) de Brousseau (1986) apud D'Amore (2007) juntamente com as SD definidas por Zabala (1998) e UARC's desenvolvidas por Cabral (2017) foram os estudos norteadores usados como metodologias para aplicar o experimento envolvendo o ensino de cilindro reto de base circular.

A terceira fase buscou a verificação de como o ensino do conteúdo cilindro ocorre atualmente, sendo este o objeto de estudo dessa pesquisa, logo se necessitou investigar as percepções dos grupos que estão em contato direto com esse objeto, assim considerou-se as opiniões de professores de matemática e alunos egressos a esse assunto do ensino médio da educação básica, os questionários aplicados continham perguntas relacionadas as metodologias de ensino aplicadas pelos professores e notadas pelos alunos, além de questões as quais os professores pesquisados classificaram em níveis de dificuldades e os alunos as resolveram.

Além da pesquisa consultando professores e alunos houve a necessidade de pesquisar em livros didáticos a forma como o assunto vem sendo abordado, quais os tópicos mais utilizados e de que maneira essa ferramenta de apoio vem sendo construída, assim visando a evolução dessa ferramenta selecionou-se 4 livros contendo o objeto de estudo sendo o critério para a escolha desses livros foram, serem de anos de publicação diferentes, para notar uma possível mudança com o

passar do tempo e todos eles foram escolhidos por serem do PNLD, considerando que nossas pesquisas foram direcionadas para escolas públicas.

Na quarta fase de construção dessa pesquisa resolveu-se montar atividades de ensino abordando os tópicos mais trabalhados em sala de aula e para tanto se utilizou, do conhecimento formal do conteúdo, das opiniões de professores e alunos, para verificar as principais dificuldades no ensino, dos estudos de trabalhos na revisão de literatura e das estruturas metodológicas escolhidas para elaborar o experimento. Assim guiando-se pelas estruturas e formas de elaborar as Sequências Didáticas apresentadas por Cabral (2017), foi possível construir atividades para o ensino do conteúdo cilindro a serem aplicadas em sala de aula.

Na quinta fase investigou-se em uma turma do segundo ano do ensino médio as habilidades dos alunos que participaram da aplicação das atividades elaboradas, para analisar se estes tinham conhecimentos anteriores suficientes necessários para a introdução ao conteúdo cilindro, notou-se a necessidade de realizar uma oficina com a turma antes de iniciar o assunto cilindro. Após a aplicação da oficina constatou-se que os alunos possuíam saberes necessários à introdução do conteúdo em questão.

A sexta fase visou a aplicação das atividades, em forma de UARC, como metodologias de ensino para tanto se necessitou de professores colaboradores que ajudaram tanto nas aulas, quanto na gravação dos momentos em que foi possível observar os indícios de aprendizagem dos alunos.

A sétima fase consistiu em analisar através das técnicas de análise do discurso e Análise Microgenética quais as falas dos alunos mostram o momento exato em que eles conseguiram adquirir o conhecimento, as falas foram obtidas através de gravação de áudio e vídeo estas foram transcritas em episódios, segmentos e turnos, para melhor observação e validação do experimento aplicado, constatando os indícios de aprendizagem apresentados nas falas dos discentes.

A necessidade de compor esse estudo nas fases já apresentadas anteriormente é justificada pelo cronograma dos passos realizados na composição da pesquisa, que teve a intenção de levantar os dados necessários para a elaboração desse estudo.

### 3. ENSINO DE CILINDRO

Neste capítulo buscou-se evidenciar como ocorre o ensino da geometria espacial, especificamente conteúdo cilindro, para assim obter dados necessários levantando as principais dificuldades e propor soluções.

Considerando os estudos realizados em relação ao ensino de geometria especificamente de cilindro no ensino médio, visando às dificuldades no processo de ensino aprendizagem, os métodos de ensino, experiências e propostas de melhorias, foram selecionados alguns artigos e dissertações referentes a estes estudos em seguida foram realizados resumos acerca de cada trabalho analisado, os quais foram separados em três categorias: Experimental, Estudos Teóricos e Diagnóstica. Após os resumos e análises de cada trabalho, realizou-se uma análise global dos trabalhos visando destacar os seus resultados e possíveis aprimoramentos, em seguida foram apresentadas as considerações finais da revisão de literatura.

Ainda, após a revisão de literatura buscou-se analisar quatro livros didáticos (cilindro) para evidenciar como essas ferramentas de ensino foram elaboradas para apoiar o professor e aluno na construção de conhecimento matemático, os livros foram escolhidos aleatoriamente, considerando apenas o critério de serem livros didáticos do ensino médio de escolas públicas e de anos diferentes para realizar a comparação da evolução do conteúdo.

Além dos livros analisados buscou-se a opinião de professores que ministram o conteúdo norteador desse trabalho, para criar embasamentos de como ocorre o ensino do conteúdo cilindro, as metodologias utilizadas e quais as dificuldades apresentadas no ensino aprendizagem desse assunto. Buscando dessa forma na concepção dos professores quais os tópicos do conteúdo em questão são mais difíceis de ensinar, para tanto se elaborou um questionário com algumas perguntas sondando aspectos de ensino da matemática e de cilindro em geometria espacial.

Por outro lado, pesquisou-se através de questionários a opinião e o conhecimento sobre o conteúdo cilindro, consultando alunos egressos a esse assunto, as perguntas feitas aos alunos foram elaboradas de tal forma a encaixar com os questionamentos realizados aos professores, para a partir de uma comparação entre a maioria das respostas dadas tanto dos professores quanto dos discentes mapear o cenário de ensino e aprendizagem do objeto de estudo aqui tratado e assim poder

criar hipóteses relacionadas com a aproximação da realidade do que ocorre em sala de aula, diagnosticando mais veemente as dificuldades encontradas no processo para melhor elaborar uma possível solução que minimize tais dificuldades.

### 3.1. REVISÃO DA LITERATURA

Levando em consideração a geometria espacial em específico o conteúdo de cilindro e as dificuldades apontadas por diversos autores e profissionais da educação no ensino/aprendizagem desse conteúdo em sala de aula, buscou-se realizar este trabalho com relação à pesquisa do ensino de cilindro no meio científico, para tanto foram pesquisados dissertações e artigos nesta revisão de literatura, com o objetivo de analisar alguns trabalhos já realizados a respeito do ensino de cilindro.

A pesquisa do material analisado ocorreu através das seguintes etapas, busca e levantamento de material produzido com relação ao ensino de cilindro, seleção dos trabalhos de interesse desta dissertação, análise de cada trabalho, produção de resumos referentes ao material selecionado e categorização.

Os materiais foram encontrados por meio de buscas em sites oficiais com repositório de artigos e dissertações, os resultados foram filtrados usando-se as palavras-chaves “Cilindros”, “Ensino de Cilindros”, “Geometria Espacial”, nessas buscas foram encontrados dezenove trabalhos direcionados ao padrão desejado dos quais foram selecionados nove para compor essa revisão de estudos, o critério de inclusão tiveram como base selecionar trabalhos que abordaram, o ensino da geometria de forma contextualizada (contexto do cotidiano do aluno), o ensino com auxílio computacional (*softwares*) e aplicativos, com material concreto e jogos, além de trabalhos por ensino por atividade, em geral foram selecionados trabalhos que apresentaram metodologias distintas e/ou complementares das metodologias tradicionais de ensino as quais usam em sua maioria apenas quadro, livro didático, exercícios e provas.

Os trabalhos utilizados na revisão de estudos foram encontrados nos repositórios e sites da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), no site do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) em Dissertações do

PROFMAT, artigos do Encontro Nacional de Educação Matemática 2016 (ENEM), além de artigos dos anos, de 2015 a 2017, encontrados no site do Congresso Internacional de Ensino de Matemática (CIEM). Os trabalhos selecionados correspondem ao período do ano de 2012 a 2016 e foram separados nas seguintes categorias: Experimental, Estudos Teóricos e Diagnóstica.

Na categoria experimental estão os trabalhos que realizaram algum experimento didático em sala de aula ou ambiente escolar, apresentando conclusões, resultados ou produtos frutos desses experimentos.

A categoria diagnóstica é formada por trabalhos que o objetivo da pesquisa consistiu em levantar dados a respeito de como o ensino da geometria está ocorrendo, através de questionários, entrevistas, entre outros meios de pesquisa.

A categoria de estudos teóricos foi formada por trabalhos em que o autor apenas fez um levantamento teórico da literatura referente ao ensino, aprendizagem, metodologias, experimentos, sugestões de melhorias, entre outras vertentes com relação ao assunto de cilindro em geometria espacial.

### **3.1.1. Categoria Experimental**

Iniciou-se esta categoria com os estudos realizados por Santos (2012) que gerou a sua dissertação de mestrado, com o tema “O ensino de Volume de Sólidos por Atividade” no ano de 2012, teve como principal ferramenta o ensino por atividade baseado na metodologia da Engenharia Didática e Sequências Didáticas, usando tecnologias computacionais para potencializar o ensino de volumes de sólidos referentes ao conteúdo de geometria espacial. Nesse trabalho a autora fez o estudo de 16 obras as quais separou em categorias, a saber, Estudos Diagnósticos, Estudos de Revisão e Estudos Experimentais. A autora também realizou pesquisas de campo utilizando-se de questionários aplicados a alunos e professores, além de considerar as contribuições históricas e demonstrar o cálculo do volume de sólidos, esta fase do trabalho de Santos (2012) foi apontada como análises preliminares.

Após as análises preliminares a autora explica os conceitos de ensino por atividade, assim como deixa claro o uso da ferramenta computacional para o ensino de volumes de sólidos geométricos “Laboratório de Volume” Santos (2012), a fase da

pesquisa realizada foi a Análise a Priori, que faz parte da Engenharia Didática do trabalho, inicialmente a autora destacou o ensino por atividade focando na aprendizagem por descoberta ou redescoberta.

A sequência didática desenvolvida no trabalho foi atrelada ao uso do software desenvolvido por santos, porém antes de usar o programa em questão, foi aplicado um pré-teste para os alunos participantes e levantou-se dados pessoais e com relação a matemática através de um questionário respondido por cada aluno participante. Ainda se aplicou um questionário composto por 13 questões referentes ao assunto volume de sólidos geométricos para verificar os conhecimentos anteriores dos alunos em relação ao assunto. Após houve as atividades de experimentação e em seguida um pós-teste na sequência do trabalho ocorreu a análise geral do pré-teste e pós-teste, analisando os acertos e erros.

Em seguida a autora descreveu as sequências de atividades para que o aluno abstraísse intuitivamente através do software criado o volume do paralelepípedo, do cubo, do prisma, da pirâmide, do cilindro, do cone, da esfera (estes três últimos utilizando a constante  $\pi$ ), as atividades foram compostas de um roteiro com, título, objetivo, materiais e procedimentos do passo a passo do que os alunos deveriam realizar utilizando o software, ainda o roteiro foi composto de um quadro onde os alunos colocaram dados referente a cada sólido trabalhado, de um espaço para colocar a conclusão do aluno e finalmente um espaço para a fórmula. Após o experimento com o software se utilizou o uso de jogos (Dominó de Volume) para fixa as fórmulas de volumes.

O jogo consistiu de 49 peças de dominó feitas em EVA, onde a diferença do dominó tradicional consistiu nas construções das peças com figuras dos sólidos geométricos e fórmulas do volume desses sólidos com o objetivo de ligar cada fórmula do volume a figura do sólido correspondente, fixou-se assim as fórmulas dos sólidos.

A autora logo após descrever brevemente o processo de pré-teste, pós-teste, análises a priori e jogo de fixação, começa a descrever detalhadamente o processo do experimento a apresentação na escola em que a pesquisa foi aplicada e as dificuldades encontradas, a escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, escolhida está localizada no município de Belém – PA, as turmas de aplicação do experimento foram duas turmas do 3º ano do Ensino Médio e o experimento ocorreu efetivamente a partir de setembro de 2012, a escola foi propositalmente escolhida por

possuir um laboratório de informática facilitando a aplicação do experimento com a utilização do software elaborado “Software para ensino de volume”, houveram dificuldades em utilizar o laboratório de informática logo o experimento foi adaptado para sala de aula.

Após os processos descritos acima a autora destaca a sua análise a posteriori e validação, confirmando de acordo com a teoria de Brousseau que o experimento se deu através de uma sequência didática onde o aluno é o agente da descoberta para a validação a autora confrontou o pré-teste com o pós-teste mostrando através de gráficos e porcentagens que os alunos participantes da pesquisa tiveram um ganho de aprendizado com relação ao volume de sólidos geométricos, observe o trecho de Santos (2012, p. 229) “Assim, nosso objetivo de investigar a potencialidade do ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades, com tecnologias computacionais, foi confirmado pelo processo vivenciado durante todo o estudo.”

Os principais resultados ou produtos desse trabalho foram o software para calcular o volume dos sólidos geométricos trabalhados, o jogo dominó geométrico e a sequência didática gerada pelo processo de pesquisa e validação do método de ensino aplicado.

Também se analisou nessa revisão de literatura o trabalho desenvolvido por Bernardini (2014) o qual destacou a resolução de problemas, sendo utilizado como principal ponto de partida a verificação do silo de armazenamento de grãos que suporta maior volume, o trabalho realizado pelo autor gerou a sua dissertação de mestrado, defendida no ano de 2014, com o tema “Uma Atividade Didática Envolvendo Área e Volume do Cilindro e de Prismas” o trabalho foi fruto de pesquisas aplicadas em 3 turmas de segundo ano do ensino médio na cidade de Agudos São Paulo, a metodologia utilizada foi a Engenharia Didática baseada em uma sequência didática de ensino através de problemas e levou-se em consideração algumas sugestões dos PCN’s. No início do trabalho foram apresentadas as quatro fases da Engenharia Didática, Análise prévia, Concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula, Implementação da experiência, Análise a posteriori e validação da experiência.

O autor defende no capítulo 1 a importância do ensino da geometria para a matemática e usa como bases referenciais textos e ainda foram defendidos no trabalho o ensino da geometria de modo contextualizado através de didáticas que

relacionaram o ensino da geometria com o cotidiano do aluno, diferenciando assim do método tradicional de cálculos, memorização de fórmulas e formas.

Foram analisados três livros didáticos pelo autor referentes ao ensino de geometria, destacados por Bernardini (2014, p. 29) “Matemática contexto e aplicações” de Luiz Roberto Dante, “Matemática ciência e aplicações” de Gelson Iezzi e outros e “Matemática Paiva” de Manoel Paiva sobre como deve ser abordado o tema Geometria espacial no Ensino Médio”. Na análise desses três livros o autor mostrou que existe a defesa de que os problemas sejam contextualizados com o cotidiano do aluno e o ensino pode ser realizado com material concreto para depois abstração, ainda defende o uso da intuição como instrumento de ensino que venha a iniciar conceitos que são tradicionalmente definidos por fórmulas, demonstrações e formas.

No capítulo 2 o autor descreve brevemente a proposta didática que ocorreu utilizando a resolução e problemas matemáticos como ponto de partida para o ensino de matemática, na sequência o autor defende a utilização de problemas elaborados de acordo com o contexto local do aluno, e a solução deve ser construída com a mínima intervenção do professor de tal maneira que o aluno possa trabalhar a situação do problema concreto construindo significado na sua aprendizagem. O principal instrumento usado para a resolução de problemas foram as folhas de atividades, elaboradas com problemas os quais tiveram com objetivo gerar discussões em pequenos grupos e com a turma para contribuir com a solução dos mesmos pelos alunos contribuindo para sua autonomia.

O autor ainda destaca alguns preceitos importantes na elaboração das folhas de atividades, segundo Bernardini (2014):

- Familiarização dos estudantes com a linguagem específica necessária para o estudo do tema proposto;
- Utilização da metodologia de ensino através da resolução de problemas;
- Montagem de atividades com problemas e textos para que os estudantes, em grupo, busquem soluções com pouca interferência do professor;
- O problema proposto é significativo para o estudante? O estudante é motivado a buscar a resposta, ou seja, quer resolvê-lo?
- As atividades promovem a participação ativa dos estudantes no seu próprio processo de aprendizagem?
- As atividades promovem o aprendizado do conceito matemático do tema proposto? (BERNARDINI, 2014, p. 35 e 36).



Após a apresentação da folha de atividade no trabalho é detalhada a proposta didática, que consiste em uma sequência de folhas de atividades, a atividade 1 foi composta de problemas envolvendo áreas e volumes de prismas e silos de armazenamento, a atividade 2 apresentou problemas relacionados a áreas e volumes de silos de base quadrada e base circular.

Nas considerações finais um dos pontos destaques tratado nesse foram as modificações dos itens das folhas de atividades, essas modificações foram realizadas com o propósito de melhorar o produto final e conseqüentemente atingir o objetivo de melhorar o aprendizado dos alunos, as folhas de atividades, produto final, foram consideradas pelo autor como um material distinto do livro didático levando o aluno a construir seu próprio conhecimento e a consequência da pouca interferência do professor as folhas de atividades geram a autonomia dos alunos.

O terceiro trabalho analisado foi o estudo realizado Souza (2014) que gerou sua dissertação e teve como tema “Uma Proposta Para o Ensino da Geometria Espacial Usando o GeoGebra 3D”, a realização desse estudo contou com a aplicação de experimentos didáticos da escola de Ensino Médio Oliveira Lima em São José do Egito, Pernambuco, no segundo ano do ensino médio no ano de 2014, realizado em duas turmas, a proposta principal desse trabalho defendeu usar o software GeoGebra 3D como ferramenta complementar e facilitadora ao ensino de geometria espacial.

A autora fez, no segundo capítulo, uma abordagem histórica citando autores como Antoni Zabala que defende que a história é uma forma de compreender os fatos, a autora também defende a criação da matemática como forma da sociedade diminuir suas dificuldades levando em consideração o construto social histórico que ela se baseia na sociedade atual para defender o uso das tecnologias voltadas para o ensino da matemática a autora também faz referências a Base Curricular Comum de Pernambuco, onde o conteúdo de geometria tem destaque, pois é favorecido como ferramenta para entendimento das outras áreas da matemática como exemplo a álgebra, Souza ainda defende que o uso das tecnologias computacionais na geometria são ferramentas que servem para o aluno perceber aspectos considerados difíceis de verificar por meio de métodos tradicionais.

O relato histórico realizado cita que a matemática e o raciocínio vêm desde a época dos primeiros ancestrais do homem até os dias atuais, citou-se nesse relato o “Papiro de Rhind” de 1650 antes de Cristo e o “Papiro de Moscou”, de 1890 a. c.

E seguida a autora defende a importância do uso dos recursos computacionais para o ensino da geometria espacial se utilizando de um trecho de Brasil (2008), com sugestões dadas relatando que o impacto é motivado e positivo quando se introduz novas tecnologias para o ensino da matemática, ainda na defesa do uso computacional para o ensino a autora usa referências de Jacques Delors e Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura – (UNESCO).

Na sequência do trabalho a autora descreveu no capítulo 3 o começo do processo de aplicação do ensino de sólidos geométricos relatando que foi usado o processo de sondagem e levando em consideração o conhecimento prévio do aluno.

No capítulo 4 a autora faz uma breve explanação sobre o software GeoGebra 5.0 versão beta apresentando seu criador Markus Hohenwarter, destacando que o software funciona com programação Java, destacando que o programa é de acesso livre e fácil de ser obtido, além de descrever as vantagens do GeoGebra com vários recursos matemáticos e com grande interatividade tanto para o professor de matemática quanto para o aluno.

No capítulo 5 realizou-se a caracterização da escola campo do desenvolvimento do estudo, as informações relevantes a serem acrescentadas são que a escola possui laboratório de informática, sala para realização de experimentos químicos e biológicos, biblioteca e uma boa estrutura e quadro de funcionários.

O resultado desse trabalho está presente na criação de metodologia para o ensino de geometria utilizando de ferramentas computacionais como em destaque o GeoGebra 5.0 versão beta, uma nova metodologia apresentada que serve como recurso, no processo de ensino e aprendizagem.

Com relação as duas turmas de segundo ano participantes do experimento destaca-se que, em uma delas o conteúdo abordado ocorreu apenas através do uso de livro didático e construção dos sólidos em material concreto, na outra turma foram utilizados o livro didático e o programa GeoGebra 5.0 versão beta, a professora que acompanhou o experimento relatou que o interesse e o desempenho foram maiores na turma que utilizou-se o GeoGebra.

Na sequência foram analisados os resultados dos estudos realizado por Machado (2015) que gerou a dissertação da autora, com o tema “O Uso de Recursos Tecnológicos Como Auxiliares na Cognição Espacial”. Nesse estudo a autora defende o uso das tecnologias computacionais para o desenvolvimento da habilidade de

percepção dos alunos com relação a figuras planas e espaciais para dar fundamentação ao estudo a autora recorreu primeiramente aos PCN's de 1998, 1999 e 2000 mostrando a presença de sugestões do ensino da matemática usando tecnologias, além dos PCN's a autora recorre a Piaget e Inhelder para explicar sobre as percepções espaciais que o indivíduo tem em cada fase ou idade, a autora se apoiou também nos estudos de J. Del Grande para explicar as relações iniciais que a criança tem com o espaço e seu desenvolvimento através dos sentidos destacando nesse estudo que duas habilidades do desenvolvimento do ser humano são importantes para a matemática, coordenação visual motora e memória visual. A autora ainda se utiliza das ideias de Ana Kaleff para mostrar que as crianças desde pouca idade ao conviverem com os objetos geométricos presentes no seu dia a dia criam um conjunto de imagens mentais e que através dessa cognição a criança poderá futuramente desenhar ou representar de alguma forma aquele raciocínio.

A partir desses estudos a autora da pesquisa levanta alguns questionamentos norteadores de seu trabalho, observe Machado (2015):

Por que então os alunos no Ensino Fundamental e mesmo no Ensino Médio têm dificuldade em reconhecer e classificar formas geométricas?

A ementa da disciplina de Matemática permite que esses conteúdos sejam abordados em todos os anos escolares?

Quais os recursos didáticos utilizados nesse processo?

São usados Recursos Tecnológicos para abordar o estudo da Geometria no Ensino Básico?

De que maneira são usados? (MACHADO, 2015, p. 16)

Ao levantar as perguntas acima a autora faz uma pesquisa com relação a alguns teóricos o primeiro deles Howard Gardner que classifica sete tipos de inteligência, porém foi dada ênfase no trabalho a apenas duas a espacial e a lógico-matemática, ainda a autora usou o trabalho de Gutiérrez dado ênfase na visualização de figuras espaciais e a habilidade dos indivíduos em interpretar informações visuais e conseguir interpretar imagens mentais, no trabalho de Machado também foram destacados os estudiosos L. L. Thurstone nos estudos da capacidade espacial e Reuven Feuerstein com "experiência de aprendizagem mediada" que relaciona a percepção da criança com o mundo.

Após a apresentação dos teóricos acima foram destacados alguns softwares que auxiliam no ensino da geometria espacial assim como suas características,

imagens dos mesmos e formas de usar, são eles Desmos calculadora gráfica, GeoGebra 3D e o Geometria em seguida foi descrito no trabalho realizado a aplicação desses recursos tecnológicos para a introdução do assunto de geometria que ocorreu em uma turma do segundo ano do ensino médio na sala de aula usando os recursos de data show, quadro inteligente e laptop, a primeira atividade teve como objetivo a verificação da relação de Euler entre vértices, arestas e faces, o software utilizado foi o GeoGebra 3D, dando continuidade nas aplicações usou-se os softwares para auxiliar na resolução de problemas com sólidos geométricos.

A sequência didática apresentada no trabalho iniciou-se com a análise do problema 1, que apenas 20% dos alunos acertaram, assim foram propostas novas metodologias, construindo sequências didáticas usando o Excel, o GeoGebra 3D, GeoGebra 2D e Desmos. O problema 2 foi trabalhado em uma turma de terceiro ano do ensino médio do Colégio Mallet Soares no ano de 2015, o intuito foi o de retornar o conteúdo de geometria espacial, o problema apresentado teve como objeto de estudo o cubo parcialmente cheio de água e inclinado, primeiramente o problema 2 foi apresentado apenas com o enunciado, mas constatando as dificuldades dos alunos em imaginar a figura e desenhá-la apresentou-se logo após a imagem e assim os alunos puderam dar continuidade no raciocínio para resolver o problema, com algumas intervenções dos professores encontraram os resultados corretos, em seguida a abordagem de ensino ocorreu com a construção da figura no GeoGebra 3D, com a rotação da figura no GeoGebra 3D ficou mais fácil a percepção da figura e o reconhecimento dos sólidos envolvidos no problema facilitando a aplicação das fórmulas corretas.

Na sequência do trabalho Machado destaca o uso do celular para o ensino da matemática para apoiar sua hipótese do uso do celular como um instrumento tecnológico favorável para o ensino, a autora usa uma lista de 13 motivos destacados pela Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura – (UNESCO) e 10 recomendações observem em Machado (2015, p. 45) “Em 2013, a Organização publicou um guia com 10 recomendações para governos implantarem políticas públicas que utilizem celulares como recurso nas salas de aula.” Logo após a autora apresenta alguns aplicativos de celular que podem ser usados para o ensino de geometria em sala de aula, são eles, Geometria de Bolso AD 2.2.5, iCrosss Lite, GeoEspacial, SliceThemAll, Polyhedra e um jogo dinâmico o TETROCRATE 3D, logo

em seguida foram descritos no trabalho as experiências com celular em sala de aula, que consistiu em construir sólidos com isopor, cola palitos e outros materiais, tirar fotos desses sólidos e tentar reproduzi-los nos aplicativos dos celulares, para essa atividade relata, Machado (2015, p. 57) “Os resultados foram bem melhores dos que os obtidos trabalhando com os conceitos prontos do livro didático.”

Outro experimento realizado foi resolvendo o problema 2 já mencionado, porém dessa vez os alunos analisados foram do Segundo ano do ensino médio do Colégio Mallet Soares do ano de 2015, com o uso do aplicativo iCrosss Lite complementado com o GeoGebra 3D. Ainda na mesma turma aplicaram-se atividades utilizando o jogo, os alunos se sentiram entusiasmado e realizaram as atividades propostas, a autora destaca nos estudos de Vygotsky (1989 apud Machado 2015, p. 59), “os jogos propiciam o desenvolvimento da linguagem, do pensamento e da concentração.”

Os resultados desse trabalho são referentes principalmente a aplicação de sequências didáticas utilizando auxílio de programas, softwares e jogos matemáticos para o ensino de geometria espacial.

Como conclusão a autora destaca que as atividades realizadas com o auxílio de alguma ferramenta tecnológica tiveram um desenvolvimento e motivação maior do que os alunos comparados com outros métodos de ensino usando o livro didático.

Por fim, os estudos realizados por Tânia C. B. Cabral (2016), Luciano Andreatta Carvalho da Costa e Augusto Blauth com o tema “Aprendizagem em Geometria Espacial e em Geometria Analítica com o Uso de Sólidos Geométricos e Softwares Educativos: Contribuições da Teoria dos Grupos Operativos” realizado no ano de 2016, são apresentados resultados preliminares sobre o uso de recursos como o GeoGebra e material concreto na aprendizagem da Geometria Analítica e Euclidiana, a pesquisa ocorreu em duas turmas de terceiro ano do ensino médio técnico e a metodologia proposta foi o trabalho em grupo, onde utilizou-se a Teoria dos Grupos Operacionais, ainda se apresentou uma análise estatística dos resultados preliminares obtidos.

Como propostas realizadas nesse trabalho são defendidas o uso do material concreto e de softwares para o melhoramento da aprendizagem na área de geometria. Ainda relacionados com softwares e tecnologias são citadas como possibilidades realizar experimentos com GPS, o uso do geoplano, o uso do Geogebra para fazer análise, construções, entre outras possibilidades de utilização do software, tais

possibilidades de experimento partem do princípio que a utilização dos softwares em sala de aula motivam “o desenvolvimento do dito raciocínio geométrico” o que proporciona desempenhos satisfatórios dos alunos em provas.

Na metodologia de dinâmicas em grupo operativos foi consultado estudos atribuídas Pichon-Rivière, vale destacar o trecho a seguir de Cabral, Costa & Blauth (2016, p. 5) “De Pichon-Rivière apreendemos então que trabalhar com grupos operativos é uma técnica não-diretiva, que transforma uma situação de grupo em um campo de investigação ativa”.

Um dos principais resultados obtido nesse trabalho é referente à pesquisa ocorrida em relação a grupos operativos na metodologia de dinâmica de grupo.

A coleta de dados aconteceu através de seminários com as exposições de ideias dos alunos, trabalhos e provas, após a coleta de dados a exposição estatística ocorreu através de quadros, tabelas que mostraram as metodologias de ensino (ETV ou Grupo Operativos) em cada conteúdo e médias de notas das turmas referentes a cada conteúdo. Ainda referente aos dados e resultados estatísticos os autores apresentaram que o uso da metodologia de grupos operativos foi positivo, observe Cabral, Costa & Blauth (2016, p. 10) “Em momentos com o auxílio do software educacional GeoGebra em GA, a média das notas teve um aumento de 10,96% contra 6,53% sob a metodologia do ETV”. Ainda foi possível concluir através de dados estatísticos que a uniformidade dos da aprendizagem significativa aumentou na turma em que os conteúdos foram trabalhados com o GeoGebra e com a metodologia de Grupos Operativos.

### **3.1.2. Análise da Categoria Experimental**

Na categoria experimental foram selecionados trabalhos que abordaram experimentos levando em consideração as metodologias de ensino diferenciadas do modelo que usa apenas quadro, livros didáticos, exercícios e provas. Nas categorias de experimentos foram utilizadas em ambientes escolares metodologias didáticas envolvendo, jogos, materiais concretos, softwares, aplicativos, computadores tanto pelos professores como pelos alunos, celulares, grupos operativos, sequências didáticas e folhas de atividades, em todos os experimentos os resultados foram

considerados bons e as metodologias experimentadas em ambiente escolar foram os produtos finais em cada trabalho como consequência as abordagens metodológicas aplicadas foram consideradas pelos autores como uma nova forma de se ensinar geometria espacial ou em outro aspecto são metodologias que venham a complementar as já existentes mais utilizadas em sala de aula.

Todas as propostas metodológicas descritas acima foram experimentadas em ambiente escolar e foram validadas por cada pesquisador, essas propostas levam em consideração o contexto geral da geometria espacial abordando mais de um conteúdo específico em cada trabalho.

### **3.1.3. Categoria de Estudos Teóricos**

O estudo realizado por Schmitt (2017) fez levantamentos sobre as dificuldades do conteúdo de geometria, o adiamento do ensino da geometria, assim como o abandono dos professores por esse conteúdo que muitas vezes é deixado para ser ministrado ao final do ano letivo ou nem sequer é ministrado. Ainda a autora defende estratégias que possam melhorar o ensino aprendizagem da geometria.

A autora defende nesse trabalho o uso de softwares geométricos e ainda defende a utilização de material concreto para diferenciar o ensino da geometria da forma tradicional que ocorre geralmente por decorar fórmulas, também foram destacados nesse estudo os motivos que levam os professores de matemática serem omissos no ensino de geometria, um dos motivos apresentado no trabalho foi a falta de conhecimento do professor com relação aos conteúdos geométricos, outro norte adotado pela autora foi a contextualização do conteúdo matemático além de fazer críticas para que sejam revisadas e modificadas as metodologias usadas em sala de aula.

A autora revela nesse trabalho que os professores priorizam o ensino da álgebra e aritmética enquanto abandonam o ensino da geometria, mesmo essa sendo presente na grade curricular de conteúdos de matemática, a autora destaca que a falta do ensino desse conteúdo deixa lacunas prejudicando os estudantes em vestibulares e concursos aonde a geometria é bastante cobrada, a autora confirma ainda que ao analisar o livro didático os assuntos referentes a essa área da

matemática são deixados para o final do livro dificultando a possibilidade do conteúdo ser ministrado, logo o resultado desse trabalho consiste em criar material científico que sirva como embasamento para a defesa do ensino da geometria.

Nesse trabalho há a clara defesa do uso da geometria no ensino de matemática observe, Schmitt (2017, p. 6) “Podemos constatar que o estudo geométrico é importante para o conhecimento e em diversas áreas do saber. Precisamos mostrar aos educandos as diversas aplicações que ocorrem, como notar, como ver”. A autora sugere como estratégias para mudar ou até mesmo ressuscitar o ensino da geometria, as mudanças de estratégias para a formação de cursos para professores, a reestruturação dos currículos de matemática, além das mudanças de metodologias por parte dos professores.

Na sequência analisou-se o estudo realizado por Vassallo Neto (2016), gerou um artigo com o tema “Reflexões Sobre Aprendizagem Significativa em Geometria” esse artigo encontra-se nos anais do ENEM, tem como metodologia a pesquisa teórica de trabalhos envolvendo principalmente Aprendizagem Significativa, Modelo de Van de Hiele e Representação e Visualização em Geometria, além de consultar os PCN's e LDB (Lei de Diretrizes e Bases) que direcionam o ensino para o cotidiano do aluno, o autor defende a ideia de que o espaço onde o aluno vive é objeto para interpretações da geometria.

Ainda é analisado no artigo o ensino da geometria baseado em três enfoques, a saber, Teoria de Investigação de Ausubel, Informática Educativa e Modelo de van Hiele, onde se defende que a interação do aluno com a informática educativa torna a construção de conceitos abstratos da geometria quase que concretos, segundo o autor a pesquisa direcionada a estes três enfoques deve-se devido ao “Ensino de Geometria no curso de Pós Graduação *latu sensu* em Ensino de Ciências e Matemática do IFRJ, campus Volta Redonda.”

No artigo é destacada a importância da geometria como forma de interpretar o mundo em que o indivíduo vive, além de considerar os conhecimentos prévios do aluno e que o ensino deve ser direcionado de situações mais simples para mais complexa e uma forma de analisar a compreensão pode ser o modelo de van Hiele.

O autor defende que uma metodologia através da visualização de um objeto geométrico informatizado ajuda ao aluno transformar conceitos abstratos em imagens reais ou visíveis mentalmente, diferenciando da formalização, rigor e generalização



muitas vezes aplicados a geometria em sala de aula, assim os estudos do artigo direcionam para um ensino significativo baseado na visualização através da informática educativa contrapondo o ensino baseado em apenas fórmulas e repetições.

Como conclusão o autor defende que a utilização dos conhecimentos prévios, do contexto do aluno, da ferramenta computacional e das sugestões dos PCN's e da LDB como nortes para metodologias de ensino envolvendo onde estes são elementos os quais se unem assemelhando-se em certos pontos entre si, tornando a aprendizagem significativa, usando como ferramenta o auxílio da informática educacional para evoluir o pensamento do aluno nos níveis de van Hiele contextualizando o conhecimento através das visualizações de figuras geométricas computacionais dando sentido ao que o aluno aprende e constrói em forma de conhecimento.

#### **3.1.4. Análise da Categoria Estudos Teóricos**

A respeito desses dois trabalhos da categoria de estudos teóricos nota-se que a geometria deve ser mais bem vista no currículo e na sua própria arrumação tanto em livros didáticos como nas estratégias de ensino adotadas pelos professores, pois se sabe que o conhecimento geométrico ainda é bastante visado em teste e provas futuras na vida do discente.

Ainda é possível notar nos trabalhos analisados a defesa da utilização de meios tecnológicos para contribuir com o ensino de geometria, assim como realizar esse ensino contextualizado com a vida do aluno considerando os conhecimentos anteriores do mesmo, na perspectiva de Ausubel, correlacionando com as mesmas sugestões já apresentadas nos PCN's e LDB, assim como é defendido nesse trabalho a utilização do modelo de van Hiele comprovando a melhor construção do conhecimento geométrico quando usada a ferramenta tecnológica.

### 3.1.5. Categoria Diagnóstica

Inicialmente selecionou-se o estudo realizado por Silva & Braz (2017) gerou um artigo com o tema “Geometria Espacial no Ensino Médio: Investigação Sobre as Dificuldades no Ensino-Aprendizagem” o trabalho teve como metodologia a pesquisa de campo aplicada a duas turmas do segundo ano do ensino médio de na Escola Estadual Jalcira Santos Valadão localizada na cidade de Formigosa em Minas Gerais, o intuito do trabalho consistiu em investigar as dificuldades no ensino aprendizagem da Geometria Espacial além da pesquisa de campo foram realizadas entrevistas com os professores e alunos participantes da pesquisa, as dificuldades evidenciadas resultaram em deficiências, de conhecimento do conteúdo, de visualização, de compreensão de fórmulas e grandezas e de aplicações cotidianas.

O modo de comprovar as dificuldades no ensino de geometria espacial ocorreu através de levantamentos de dados obtidos através de aulas e aulas de reforço ministradas para as turmas já citadas, o artigo aqui analisado foi produto de relatos de experiência do estágio curricular supervisionado II realizado pela primeira autora no curso de licenciatura em matemática no IFPE no campus de Formigosa, as observações ocorridas no estágio mostraram que os alunos tinham dificuldade com a geometria plana e como consequência com a geometria espacial, no decorrer das aulas ministradas trabalhando os assuntos de sólidos como Prisma, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera, foi possível identificar as dificuldades referentes a cada sólido, um sólido que se pode destacar é o cilindro, onde a primeira autora antes de introduzir o assunto referente a esse sólido fez um breve retorno a assuntos prévios necessários para estudo desse sólido e para o cálculo da área lateral a autora usou cilindros de cartolina com a planificação dos mesmos e assim os alunos puderam descobrir a área lateral de cada cilindro e deduzir a fórmula.

Os alunos que participaram das aulas de reforço apresentaram melhorias no processo de resolução de questões mantendo apenas algumas dificuldades com problemas contextualizados envolvendo os sólidos já citados.

Na fase de entrevista os alunos foram submetidos a um questionário com nove questões que teve o intuito geral de levantar dados sobre o que foi ensinado a eles sobre geometria em anos anteriores, as partes que eles se lembravam e a opinião deles sobre a quantidade de conteúdos envolvendo geometria já ministrados. Além

de questionamentos sobre o que aprenderam durante a experiência e se conseguiam fazer relação dos conteúdos geométricos com o cotidiano.

No geral os alunos mais participativos das aulas de reforço relataram que o conteúdo de geometria é pouco visto, e eu eles conseguiram aprender sobre os elementos geométricos de cada sólido, porém com dificuldades nas fórmulas, e que eles não conseguem vincular o conteúdo de geometria com seu cotidiano, além de terem dificuldades com a interpretação dos enunciados.

Na entrevista com a professora foram respondidas duas perguntas, relacionadas às dificuldades de ensino-aprendizagem, a professora das turmas apontou que a falta de conhecimentos de geometria plana e dos conceitos de áreas e volumes, são entraves para o prosseguimento do processo de ensino da geometria espacial. A falta de recursos como data show e laboratório de informática foram outras dificuldades encontradas pela primeira autora do artigo aqui analisado, com a justificativa que esses recursos poderiam ser usados como aliados no ensino.

Os resultados desse trabalho foram os levantamentos de dificuldades no ensino aprendizagem dos conteúdos de geometria espacial apontado possíveis intervenções para a melhoria do ensino de geometria em estudos posteriores.

Algumas hipóteses foram levantadas para justificar as dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem da geometria espacial, uma delas foi a precariedade do ensino de geometria plana no ensino fundamental, outra hipótese que justifica as dificuldades de visualização é a falta de aulas de geometria e dos desenhos geométricos no ensino fundamental fazendo críticas que esse conteúdo passou quase que em totalidade para o ensino médio.

Ainda são debatidas as dificuldades que os alunos tem com as fórmulas baseadas na crítica da forma com que esses conteúdos são abordados em sala de aula, as justificativas levantadas para as dificuldades em relação a problemas contextualizados são apoiadas pelo PCN (1998) que critica a abordagens tradicionais do ensino da geometria, como considerações finais, o trabalho contribuiu para investigar e identificar as principais dificuldades no ensino-aprendizagem de geometria além de contribuir com sugestões ao melhoramento do ensino da mesma.

Em seguida realizou-se um resumo sobre a pesquisa realizada por Moreira (2016) gerou um artigo submetido ao Encontro Nacional de Educação Matemática – (ENEM) sob o tema “A Aprendizagem de Geometria Espacial, Cálculo de Volume

Segundo os Alunos do 2º ano do Ensino Médio”, a pesquisa teve caráter diagnóstico onde foram coletadas informações através de questionários contendo perguntas de cunho social e 10 questões para avaliar o nível dos alunos em relação a assunto volume aplicados a alunos do segundo ano do ensino médio em seis turmas de duas escolas do município de Belém - PA.

A análise feita dos questionários teve os seguintes tópicos, segundo o autor, “perfil do discente; gosto pela matemática; Ensino e avaliação; Grau de dificuldade dos alunos em geometria espacial abordando cálculo de volume; resultados dos testes específicos” (MOREIRA, 2016, p. 3). O autor apresenta após a análise que 52,3 dos alunos pesquisados tem idade de 18 anos não correspondendo com a idade correta para o 2º ano do Ensino Médio, outro aspecto constatado foi que “81,5% dos alunos afirmaram que os seus professores de matemática começam pela definição seguido de exercícios suas aulas e 87,7%, apresentam uma lista de exercícios para serem resolvidos para fixar os conteúdos ministrados. ” (MOREIRA, 2016, p. 3).

Referente à análise das questões, foi notado em geral que a base do assunto de sólidos: reconhecimento de sólidos e planificação são assuntos considerados de regular a muito fácil pelos alunos e os índices de acertos foi bom. Quando se tratou do cálculo de volumes dos sólidos os alunos não tiveram o mesmo êxito de acertos assim como consideraram o assunto de regular a muito difícil, em especial questões tratando de volume de cilindros foram consideradas difíceis ou muito difíceis por 59,38% dos alunos e ainda essas questões foram deixadas em branco, resolvidas erradas ou tiveram taxas de acerto menores que 10%.

Como considerações finais o autor relata que referente ao diagnóstico realizado focando nos alunos o desempenho não foi satisfatório e os alunos têm dificuldades com as fórmulas e com os cálculos referentes a volume de sólidos geométricos, ainda foi possível notar segundo o autor dificuldades em atrelar a geometria com a álgebra, assim como interpretar textos e traduzi-lo em linguagem matemática para a solução das questões propostas, o autor conseguiu cumprir com o objetivo do trabalho, levantar dados a respeito do ensino e aprendizagem de volumes de sólidos geométricos.

### **3.1.6. Análise da Categoria Diagnóstica**

Analisando os resultados dos trabalhos da categoria diagnóstica uma das hipóteses é a precariedade do ensino de geometria plana no ensino fundamental, outra hipótese que justifica as dificuldades de visualização é a falta de aulas de geometria e dos desenhos geométricos no ensino fundamental, sendo esses assuntos vistos apenas no Ensino Médio, ainda há críticas com relação ao modo com que as fórmulas desses conteúdos são abordadas em sala de aula, de maneira tradicional, se contrapondo as sugestões de contextualizações do conteúdo apoiadas pelo PCN (1997), ainda foi possível notar segundo os trabalhos dificuldades em atrelar a geometria com a álgebra, assim como interpretar textos e traduzi-lo em linguagem matemática para a solução das questões propostas.

### **3.1.7. Análise Global dos Resumos da Revisão de Literatura**

Ao analisar os trabalhos divididos nas três categorias, experimental, estudos teóricos e diagnósticos do ensino da geometria, enfatizando nesta dissertação os estudos e tópicos referentes ao ensino de cilindro, notou-se principalmente que a motivação dos autores foi direcionada às metodologias de ensino e aprendizagem diferentes do método usual de ensino que ocorre através de livros e aulas expositivas. Os trabalhos selecionados usaram metodologias para ensino de geometria (cilindro) baseadas no uso de softwares, materiais concretos, ensino através de problemas contextualizados, aplicativos de celular, folhas de atividades, jogos, entre outros os quais servem como aliados para a construção de conhecimento no ambiente escolar.

Os trabalhos usados nesta dissertação investigam a geometria espacial de forma mais abrangente, dessa forma conseguem produzir metodologias diagnoses e sugestões mais gerais, no entanto como sugestões de posteriores estudos e experimentos considera-se nessa dissertação metodologias aplicadas apenas ao conteúdo de cilindro, através do ensino por atividades envolvendo, forma, fórmulas, volumes, áreas e deduções de fórmulas por descoberta do aluno, usando materiais manipuláveis concretos e folhas de atividades usadas para compor uma sequência didática.

### **3.1.8. Análise Geral de Todas as Categorias**

Referente aos resumos, foram pesquisados e selecionados trabalhos em educação visando o ensino de cilindro em geometria espacial, em todas as categorias que foram separados os trabalhos nota-se a defesa de metodologias que venham complementar ou modificar as metodologias tradicionais (uso do quadro, aulas expositivas, livro didático, exercícios e provas), as metodologias defendidas pelos autores consistem em metodologias didáticas envolvendo, jogos, materiais concretos, softwares, aplicativos, o uso de computadores tanto pelos professores como pelos alunos, celulares, grupos operativos, sequências didáticas e folhas de atividades, na análise global dos conteúdos foram sintetizadas as conclusões e metodologias dos trabalhos analisados, buscou-se destacar os principais produtos de cada trabalho e sugeriu-se a partir desses resumos, realizar uma abordagem diferenciada do ensino tradicional, com o objetivo de destacar uma opção de metodologia para o processo de ensino e aprendizagem em geometria espacial com ênfase nos estudos de cilindro, usando materiais manipuláveis concretos e folhas de atividades, buscando obedecer uma sequência de atividades respeitando os conhecimentos anteriores dos alunos e baseando em um ensino significativo.

### **3.1.9. Análise dos Livros Didáticos**

Neste momento buscou-se verificar o ensino de cilindro a partir de uma das principais ferramentas disponíveis ao professor, para tanto se realizou uma análise e comparação entre quatro livros didáticos de matemática aleatórios com edições em anos sequenciais de 2005, 2010, 2013 e 2018, mostrando a abordagem do ensino desse conteúdo ao passar dos anos. Vale ressaltar que todos os livros aqui analisados foram aprovados pelo PNLD.

Analisou-se o primeiro livro “Matemática: ensino médio, volume único” de Youssef, Soares & Fernandez, ano 2005, e fez-se a seguinte descrição de como se abordou o conteúdo cilindro:

O assunto foi abordado primeiramente pela definição geral de cilindro, levando em consideração que sempre será tratado como definição inicial o conceito de cilindro

limitado de base circular, logo após fez-se uma breve explicação sobre a classificação usando imagens dos cilindros, em reto e oblíquo, destacando o conceito de sólido de rotação para o cilindro reto em seguida deu-se conceito de secção meridiana e conceito breve de cilindro equilátero, após a introdução desses tópicos foram apresentados ao estudante conceitos, fórmulas e cálculos de áreas e volume do cilindro reto com auxílio de planificação do sólido, citando brevemente o princípio de Cavalieri para calcular o volume de um cilindro reto.

Terminada a explanação inicial sobre o assunto cilindro, foram apresentados dois exercícios resolvidos, em seguida nove problemas que englobam as definições apresentadas anteriormente. Neste contexto, evidencia-se o problema P53 encontrado em Youssef, Soares e Fernandez (2005, p. 292), o qual apresenta a imagem de dois cilindros com raios e suas geratrizes, enunciado da seguinte forma “Encontre a relação entre os volumes destes dois cilindros:” os outros problemas não apresentam imagens de cilindros e apenas são enunciados.

No segundo livro analisado “Novo olhar matemática, v.3” de Souza, ano 2010, o conteúdo cilindro foi abordado conforme se descreve a seguir:

O assunto foi iniciado com exemplos de objetos do dia a dia em formas cilíndricas, logo em seguida foi realizada a definição específica de cilindro limitado por planos, círculos, segmentos de reta e pontos, depois foram destacados seus elementos básicos principais dando a definição dos mesmos, são esses: bases, geratrizes, eixo, altura e superfície lateral, sempre relacionando com a imagem do cilindro, ainda se diferencia cilindro reto de oblíquo, explicando que o cilindro reto pode ser obtido através de uma rotação de uma região retangular criando o cilindro de revolução e em seguida denominou-se a secção meridiana dos cilindros retos e oblíquos, conceituando cilindro equilátero pela secção meridiana quadrada.

Dando continuidade ao conteúdo se definiu a área de um cilindro reto através da planificação do mesmo e indicando seus elementos, em seguida foram apresentadas as fórmulas para o cálculo da área da base, área lateral e área total da superfície de um cilindro reto.

Na sequência do livro analisado foram propostas duas atividades resolvidas a primeira R1 mais contextualizada com a figura de uma lata cilíndrica e a segunda atividade R2 trabalhando com o conceito de sólido de rotação apresentou-se a imagem de um cilindro reto. Em seguida foram apresentadas dez questões, sendo

que seis das dez questões apresentaram a imagem do sólido estudado e em seis dessas questões o enunciado apresentou algum contexto ou relação com o mundo.

Após o assunto de áreas com suas respectivas atividades foi introduzido o assunto volume do cilindro contextualizando o conteúdo com reservatório de água em formato do sólido em questão, logo em seguida foram comparados prisma e cilindro, explicando e definindo o volume do cilindro pelo Princípio de Cavalieri e utilizando-se de imagens referente ao princípio se estabeleceu a fórmula para calcular o volume do cilindro, na sequência foram apresentadas duas atividades resolvidas, com imagens do sólido e com enunciados contextualizados. Para concluir o assunto volume são apresentadas doze questões, sendo dez questões contextualizadas envolvendo algum elemento do cotidiano e duas questões de resoluções diretas do volume do cilindro reto.

No terceiro livro analisado “Matemática: Contextos & Aplicações, v.2” de Dante, ano 2013, o conteúdo cilindro foi abordado segundo descrito a seguir:

O conteúdo cilindro foi introduzido a partir do conceito de corpos redondos, inicialmente foram destacados os três corpos redondos: Cilindro, cone e esfera, logo após foram expostas imagens de um globo, uma lata de refrigerante, uma taça, um rolo de papel higiênico, uma casquinha de sorvete e uma bola, pede-se para que o estudante junto com um colega avalie que tipos de corpos redondos cada imagem representa após essa breve introdução apresentou-se um copo com formato do tronco de um cone e pede-se para o estudante relacionar a um dos corpos redondos indicando a partir de qual corpo é obtido o novo sólido apresentado.

Na sequência introduziu-se o conceito matemático de cilindro. Planificou-se o cilindro reto e foram destacados os principais elementos de área do cilindro como as bases circulares e a superfície lateral em seguida foram apresentados cilindros reto e oblíquo juntamente com conceito de eixos e geratrizes relacionando esses elementos as imagens dos tipos de cilindro em questão, destacou-se também que o cilindro reto ou cilindro de revolução pode ser obtido através da rotação de um retângulo em torno de uma reta. Pediu-se que o estudante responda em Dante, (2013, p. 217) “Em que caso a altura e a geratriz do cilindro têm a mesma medida?” (intuindo ao aluno o conceito de cilindro reto).

Após a introdução de conceitos iniciais a respeito do sólido estudado foram definidas as secções, transversal e meridiana do cilindro, através de breves



explicações e figuras representativas, ainda se observou como pode ser caracterizado um cilindro equilátero identificando que sua secção meridiana tem forma quadrada.

O cálculo da área de um cilindro reto foi introduzido inicialmente através da imagem do cilindro planificado destacando os dois círculos e o retângulo formado pela planificação da área lateral especificando todos os elementos necessários ao cálculo da área lateral, total e das bases, em seguida foram apresentadas as fórmulas das respectivas áreas já citadas acompanhadas de exercícios.

O volume do cilindro foi introduzido usando o princípio de Cavalieri comparando o cilindro com um paralelepípedo retângulo, através de ilustração foi deduzida a fórmula para o cálculo do volume do cilindro, em seguida foram apresentados três exercícios resolvidos, o primeiro contextualizado envolvendo uma lata de molho de tomate que logo em seguida foi modelada para a figura cilíndrica matemática para então ser resolvido o exercício; O segundo exercício mais simples usa conceitos de cilindro inscrito em um cubo, observando que esse cilindro será equilátero; O terceiro exercício, uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM - MEC) e a resolução da mesma foi realizada passo a passo em sequência os passos são: 1. Lendo e compreendendo, 2. Planejando a Solução, 3. Executando o que foi planejado, 4. Emitindo a resposta, 5. Ampliando o problema. Logo em seguida são propostos nove exercícios onde sete deles são de questões contextualizadas sendo uma dessas questões do ENEM - MEC.

No quarto livro analisado, “#Contato Matemática”, ano 2016, de Souza e Garcia, verificou-se que o assunto de sólidos redondos foi inserido através de objetos do cotidiano, um cone de sorvete, uma lata de refrigerante, um frasco de perfume em forma esférica, uma caixa de cereal prismática e uma caixa de balas piramidal, logo em seguida foram apresentadas as imagens do cilindro, cone e esfera comparando-as com os objetos já conhecidos.

Após a breve introdução dos corpos redondos iniciou-se o assunto Cilindro, dando importância para os objetos do dia a dia, as imagens de lâmpada (cilíndrica), copo e extintor de incêndio foram destacados, em seguida definiu-se matematicamente o cilindro, usando-se planos, pontos, círculos e segmentos de retas. Ainda foram destacados e definidos os elementos do cilindro mostrado em uma figura: eixo, bases, geratriz, raios, centros e altura, logo após definiu-se cilindro oblíquo e reto.

Por fim nas definições, mostrou-se que um cilindro reto pode ser gerado através da rotação de um retângulo em torno de um eixo e que este sólido é chamado de cilindro de revolução. Ainda se definiu seção meridiana e mostrou-se através de figuras que a seção meridiana do cilindro oblíquo é um paralelogramo e a seção do cilindro reto é um retângulo, assim como se mostrou que se a seção meridiana de um cilindro é um quadrado então esse cilindro é equilátero.

Após todas as definições e conceitos apresentados iniciou-se o tópico referente a área da superfície de um cilindro reto, onde houve a panificação do cilindro e em seguida a definição das fórmulas das áreas das superfícies da base, lateral e total, em seguida foram apresentadas duas atividades resolvidas R11 e R12 as duas envolvendo as fórmulas apresentadas anteriormente, a atividade R11 mostrou a figura de uma lata de tinta e as figuras da atividade R12 usaram o conceito de cilindro de revolução, após foram propostas 9 atividades para que o discente pudesse resolver, dentre as nove atividades 6 apresentam figuras para apoio da resolução e 3 apenas foram enunciadas, dentre essas atividades 2 apenas foram colocadas de forma direta a usar as fórmulas enquanto, 7 estão de alguma forma contextualizadas com o cotidiano.

Dando continuidade ao cilindro foi introduzido o conceito de volume, novamente contextualizado com o cotidiano desta vez utilizando a imagem de um reservatório de água, em seguida apresentou-se o Princípio de Cavalieri e a fórmula do volume, seguidos de uma atividade resolvida R13, após foram propostas 11 atividades sendo que 5 tinham figuras de apoio e 6 foram apenas enunciadas, dentre as 11 atividades apenas 1 não apresentava nenhuma referência ao cotidiano, ainda vale ressaltar que duas dessas atividades eram questões de provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM - MEC). Após as 11 atividades ainda foram apresentados 2 desafios e um problema “Contexto” que trata de uma atividade bem elaborada envolvendo cilindro e manejo florestal.

### **3.1.10. Comparação dos Livros Didáticos Analisados**

Os livros analisados têm processos semelhantes de definir matematicamente o cilindro, mas, algumas diferenciações e aprofundamentos devem ser destacados, no primeiro livro com edição do ano de 2005 o conteúdo foi abordado de forma a

selecionar melhor a parte específica da matemática e suas definições assim como destacar a forma cilíndrica apenas matematicamente, o assunto foi abordado de forma coerente com as questões matemáticas a serem resolvidas, porém existe a falta de contextualização nas questões e na abordagem do conteúdo;

Já no segundo livro com edição do ano de 2010 o assunto também foi abordado através da definição matemática de cilindro, porém antes de introduzir a parte específica do conteúdo foram apresentados alguns objetos do cotidiano em forma cilíndrica, nesse segundo livro analisado também foi possível notar um grau maior de questões e abordagens contextualizadas, verifica-se que o autor teve a preocupação de mostrar onde o cilindro está presente no dia a dia;

Com relação ao terceiro livro com edição do ano de 2013 o assunto foi abordado inicialmente com as formas geométricas dos corpos redondos e logo em seguida foi proposto ao estudante a identificação das formas em objetos cotidianos, levando o estudante a intuitivamente fazer uma relação entre a matemática e o mundo que o cerca, após essa introdução inicial o conteúdo cilindro foi definido matematicamente, assim como ocorreu nos outros dois livros analisados, a definição matemática do cilindro com todos os elementos matemáticos necessários é importante, porém é relevante a contextualização do sólido com o cotidiano em que o estudante está inserido, no terceiro livro pode-se notar um maior aprofundamento matemático no assunto em si tanto nos elementos básicos do sólido em questão, quanto nas explicações e deduções das fórmulas do cálculo de áreas e volume, ainda destaca-se nesse livro os exercícios resolvidos nos quais uma das questões foi resolvida passo a passo desde a abordagem do problema até a obtenção da resposta, mostrando ao estudante um modelo de pensamento e uma sequência para a resolução de problemas envolvendo cilindros, em seguida as questões em sua maioria foram de problemas contextualizados e são utilizadas questões do ENEM - MEC para nos exercícios, fator importante para preparar o estudante para processos seletivos de entrada no nível superior.

No quarto livro de 2018 houve claramente um avanço considerando a contextualização do conteúdo que a todo o momento apresentou figuras e foi introduzido com objetos do cotidiano, assim como as questões. O conteúdo e rigor matemático foram apresentados de acordo com as necessidades para a compreensão do assunto cilindro pelos discentes, todos os elementos do cilindro reto foram bem

explanados e a contextualização constante com objetos do dia a dia foi um ponto notável no desenvolvimento do conteúdo, os exercícios foram bem elaborados dentre as atividades havia questões do ENEM - MEC, fato que colabora significativamente para os discentes que estão em fase de preparação para o ingresso no ensino superior, um destaque especial com relação aos outros livros este último e quarto livro apresenta uma atividade chamada contexto, onde nota-se realmente a preocupação de fazer o discente perceber a importância do conhecimento matemático no mundo que o cerca.

A intenção dessa análise não é estabelecer qual o melhor livro e sim verificar a evolução dos mesmos com a passar dos anos, o livro didático tem um papel importante como ferramenta para o ensino da geometria e do conteúdo cilindro, as diferentes abordagens encontradas nos livros didáticos devem seguir apenas um objetivo, levar o conhecimento ao estudante, atrelando-o com o mundo a sua volta relacionando-o com a matemática da forma mais clara e dinâmica, observe:

Compreender a Matemática como ciência autônoma, que investiga relações, formas e eventos e desenvolve maneiras próprias de descrever e interpretar o mundo. A forma lógica dedutiva que a Geometria utiliza para interpretar as formas geométricas e deduzir propriedades dessas formas é um exemplo de como a Matemática lê e interpreta o mundo à nossa volta. (PCN+, p. 114)

O livro didático deve ser a ferramenta de apoio em constante processo evolutivo com o objetivo de melhor construção do conhecimento para o estudante, assim construiu-se o quadro a seguir, mostrando alguns aspectos de cada livro analisado.

QUADRO 1: Considerações gerais do conteúdo cilindro dos livros analisados

Autor e Ano	Título do livro	Considerações
Youssef, Soares e Fernandez (2005)	<b>Matemática: ensino médio, volume único.</b>	Neste livro priorizaram-se os conceitos matemáticos, parte importante de qualquer assunto, porém o ensino apoiado em imagens do cilindro foi um pouco abandonado assim como a contextualização do conteúdo com o mundo.
Souza (2010)	<b>Novo olhar matemática, v.3.</b>	Neste livro abordou-se o conteúdo tanto relacionado com o mundo que cerca o aluno quanto em todos os aspectos matemáticos necessários para ensinar formalmente cilindro, percebeu-se a intenção do autor em atrelar o conteúdo ao cotidiano do aluno, além de trazer uma questão do ENEM – MEC.

Dante (2013)	<b>Matemática: Contextos &amp; Aplicações, v.2.</b>	Neste livro o autor obedeceu à explanação do conteúdo matemático formal, contextualizou as questões e o conteúdo, utilizou imagens para a melhor compreensão do aluno, apresentou questão do ENEM – MEC e um diferencial deste livro foi a resolução passo a passo dessa questão, mostrando ao discente pode abordar as resoluções de questões, desde o planejamento até o resultado.
Souza e Garcia (2016)	<b>“#Contato Matemática.</b>	Neste livro além dos autores priorizarem o conteúdo matemático formal e o ensino contextualizado o último problema proposto vem em forma de um contexto amplo que busca englobar o conteúdo cilindro esse é um diferencial entre os livros analisados.

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

A análise dos livros didáticos se fez necessária para se ter um norte de como esse conteúdo vem sendo trabalhado no decorrer dos anos, a escolha dos livros analisados obedeceram apenas dois critérios, serem livros sequencias de anos de publicação diferentes e todos eles serem livros aprovados pelo PNLD, nota-se uma evolução no direcionamento para o ensino contextualizado e significativo, pois com o passar dos anos o ensino do conteúdo cilindro apresentado nos livros tornou-se mais entrelaçado com os elementos do cotidiano do discente de tal forma que o aluno possa assimilar de forma significativa o conteúdo.

Nessa direção e a partir das investigações realizadas na revisão de literatura e análises dos livros didáticos, notou-se que a sequência de atividade elaborada, nessa dissertação para aplicar o experimento, deveria englobar tais preocupações com o ensino do cilindro, envolvendo uma abordagem mais contextualizada e aprendizagem que possa levar ao aluno algum significado.

### 3.2. CONCEPÇÃO DOS PROFESSORES COLABORADORES

O levantamento feito com 41 professores de matemática teve como objetivo mapear quais as metodologias mais utilizadas para o ensino de geometria, em particular, cilindro. Para tanto se buscou verificar os métodos de avaliação, de ensino do conteúdo e os principais tópicos do conteúdo cilindro destacados pelos professores para o ensino em sala de aula, além de verificar a opinião dos professores através de

dez questões relacionadas com o assunto cilindro o grau de dificuldade atribuído a cada tópico ou tipo de questão. As questões envolveram resoluções básicas de volume, áreas de superfícies de cilindros, manipulação algébrica e graus de contextualização.

A opinião e a sondagem dos professores de matemática em relação ao que é ensinado e suas escolhas metodológicas foi um importante variante para saber sobre o processo aplicado em sala de aula, pois a partir destes dados pode-se comparar a ótica do professor com a opinião dos alunos sobre conteúdo matemático ou sobre a forma de avaliar (questões) e a partir disto foi possível traçar os pontos que divergem e os pontos que convergem, focando em melhorias nas metodologias que minimize as dificuldades e lacunas do ensino para o aprendizado em si.

No questionário aplicado ao professor fez-se algumas perguntas sobre os métodos utilizados para ensinar geometria em particular cilindro, ao serem questionados sobre qual o método mais utilizado para ensinar geometria espacial, cerca de 49% dos participantes responderam que “apresentam os conceitos, os exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos do livro didático”, essa foi a alternativa com o percentual mais elevado, outros dois itens que tiveram percentuais consideráveis foram “proponho situações-problema do cotidiano” com cerca de 27%, e “utilizo material concreto” com 14,6% das respostas.

Notou-se que a maioria dos professores ainda usa o método de ensino através da explicação do conteúdo iniciando pelos conceitos, exemplos, exercícios resolvidos e exercícios do livro, essa metodologia se aproxima muito da “tradicional” que prioriza o repasse do conhecimento.

Outra pergunta feita aos professores que mostra a presença do método tradicional foi “quais atividades você mais utiliza para avaliar seus alunos?”. As respostas para essa pergunta teve maior percentual na marcação da alternativa “provas” com aproximadamente 44%, a porcentagem de participantes que marcaram a alternativa “trabalho em grupo ou individual” 19,5%, enquanto a alternativa “testes” teve 9,8% das escolhas dos participantes, vale destacar 24,4% dos participantes os quais responderam à alternativa “Avalia o Processo em Sala de aula” esse percentual aproximou-se de um quarto dos entrevistados, mostrando que a forma de avaliar através de testes e provas já não são tão utilizadas como antigamente no ensino de matemática, porém avaliação por provas tem percentual predominante.

Questionou-se aos professores “você costuma investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre conteúdos de geometria que serão ensinados?” as respostas dos professores foram 70,7 % disseram que sim, no início de aula através de diálogos com a turma 19,5 % disseram que sim através de um teste e 9,8 disseram que não costuma fazer esse tipo de investigação. Percebeu-se que a maioria dos professores apenas conversa com os alunos a respeito dos conteúdos que já foram ministrados, porém não fazem uma avaliação diagnóstica formal.

Outra verificação realizada no questionário aos professores foi “para a fixação dos conteúdos você geralmente costuma:” Para essa verificação o maior percentual de marcação foi “elaborar uma lista de exercícios ou apostila para serem resolvidos pelos alunos” com um percentual de 61%, e em segundo a opção marcada foi “propor que os alunos resolvam exercícios do livro didático” com o percentual de 34,1%, os outros percentuais são irrisórios comparados com estes dois, percebeu-se que geralmente os exercícios são elaborados pelos próprios professores ou por volta de um terço dos professores usam o livro didático para fixar o assunto.

Ao questionar os professores em relação ao conteúdo cilindro e a capacidade dos alunos assimilarem esse conteúdo, fez-se a seguinte pergunta “como você avalia o rendimento dos alunos em relação aos conceitos de cilindros?”. Como respostas, 48,8% dos professores responderam que avaliam os seus alunos com um rendimento bom, já 41,4% dos professores disseram que avaliam os seus alunos com rendimento regular e apenas 9,8% dos professores disseram que avaliam o rendimento sobre os conceitos de cilindros dos seus alunos como ruim, pode-se verificar que a maioria dos professores diz que seus alunos têm um bom rendimento sobre os conceitos de cilindros e o segundo lugar fica com o rendimento regular sobre os conhecimentos dos alunos em relação a cilindro, logo na opinião dos professores colaboradores mais de 90% do total de alunos conseguem assimilar em parte esse conteúdo. Considerando um desempenho regular como a compreensão de pelo menos 50% do conteúdo.

Quando questionados sobre as quantidades de aulas necessárias para ensinar o conteúdo cilindro os professores variaram suas respostas, assim decidiu-se calcular a média ponderada das respostas dadas e estabelecer uma aproximação, o resultado da média ponderada ficou em torno de 4,73 aulas, por conveniência, arredondou-se

para 5 aulas de 45 minutos a quantidade necessária para ensinar o conteúdo cilindro, na opinião dos professores.

De modo mais amplo notou-se que os professores colaboradores consultados na pesquisa tendem para um ensino vinculado principalmente ao método clássico de iniciar o assunto por meio dos conceitos, usa para fixar o assunto listas de exercícios elaboradas por eles próprios ou tiradas de livros e avaliar principalmente através de provas e testes, aprofundando melhor a análise das opiniões coletadas notou-se também a aprovação dessa metodologia usada, pois um percentual de 90% dos professores relatou que os alunos tem desempenho no mínimo regular com relação ao conteúdo cilindro.

### 3.2.1. Pesquisa sobre os assuntos que compõe o conteúdo cilindro

Após as perguntas para levantar dados iniciais sobre as metodologias mais utilizadas pelos professores, pediu-se para eles preencherem o quadro abaixo escolhendo apenas uma opção entre Sim ou Não para responder se ensinam o assunto dentro do conteúdo cilindro, e no quadro abaixo são apresentadas as percentagens das respostas para cada assunto.

Ainda se verificou o grau de dificuldade de aprendizagem pelos alunos segundo a opinião dos professores, classificou-se o grau de dificuldade em, MF (Muito Fácil), F (Fácil), R (Regular), D (Difícil) e MD (Muito Difícil), os percentuais das respostas dadas pelos professores estão apresentados a seguir.

QUADRO 2: Percepção dos professores sobre o ensino de cilindros

Conteúdo	Você ensina?		Qual grau de dificuldade de aprendizagem que você considera para cada tópico?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
O número PI ( $\pi$ )	97,56%	2,44%	14,63%	65,85%	14,63%	4,88%	0,00%
Noção básica de círculo	100,00%	0,00%	24,39%	68,29%	7,32%	0,00%	0,00%
Noção básica de circunferência	97,56%	2,44%	26,83%	53,66%	19,51%	0,00%	0,00%
Conceito de área	100,00%	0,00%	9,76%	53,66%	34,15%	2,44%	0,00%
Conceito de volume	95,12%	4,88%	9,76%	41,46%	39,02%	7,32%	2,44%
Comprimento da circunferência	97,56%	2,44%	17,07%	46,34%	29,27%	7,32%	0,00%
Forma do Cilindro	95,12%	4,88%	21,95%	56,10%	14,63%	7,32%	0,00%
Desenhar a imagem do Cilindro	90,24%	9,76%	17,07%	51,22%	19,51%	9,76%	2,44%



Diferenciar cilindros de outros sólidos	87,80%	12,20%	19,51%	60,98%	19,51%	0,00%	0,00%
Cilindro Reto	97,56%	2,44%	12,20%	51,22%	36,59%	0,00%	0,00%
Cilindro Oblíquo	68,29%	31,71%	12,20%	34,15%	39,02%	12,20%	2,44%
Geratriz de um cilindro	78,05%	21,95%	9,76%	29,27%	46,34%	14,63%	0,00%
Altura de um cilindro	100,00%	0,00%	12,20%	58,54%	24,39%	4,88%	0,00%
Raio da base de um cilindro	100,00%	0,00%	12,20%	56,10%	29,27%	2,44%	0,00%
Diâmetro da base de um cilindro	100,00%	0,00%	12,20%	56,10%	29,27%	2,44%	0,00%
Volume do cilindro	100,00%	0,00%	9,76%	41,46%	34,15%	14,63%	0,00%
Área da base do cilindro	100,00%	0,00%	9,76%	39,02%	41,46%	9,76%	0,00%
Área lateral do cilindro	100,00%	0,00%	7,32%	39,02%	34,15%	17,07%	2,44%
Área total do cilindro	100,00%	0,00%	9,76%	34,15%	39,02%	14,63%	2,44%
Cilindro Equilátero	75,61%	24,39%	7,32%	34,15%	43,90%	14,63%	0,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Analisando o quadro, mais precisamente as colunas do ensino de cada assunto dentro do conteúdo, verificou-se que alguns assuntos não tem um destaque na escolha pelos professores dentre eles tem-se com percentuais maiores de abandono no ensino, Cilindro Equilátero, Geratriz de um cilindro, Cilindro Oblíquo, Diferenciar cilindros de outros sólidos, Desenhar a imagem do Cilindro, os outros assuntos tiveram percentuais de 100% ou valores próximos de 100% de respostas afirmativas de assuntos que entram no conteúdo de cilindro, ainda vale considerar que nenhum dos assuntos teve um percentual de respostas afirmativas para seu ensino, menores que 68,29% (Cilindro Oblíquo), ou seja, todos os tópicos pesquisados entram no conteúdo programático de mais de dois terços dos professores consultados.

Analisando os assuntos que rodeiam o conteúdo e considerando os níveis de dificuldades estabelecidos para a aprendizagem de cada tópico, pode-se notar que na opinião dos professores o assunto com maior grau de dificuldades foi “Área lateral do cilindro” com aproximadamente 19,51% das marcações divididas em “Difícil” ou “Muito Difícil” de aprender, outros tópicos que tiveram percentuais consideráveis entre Difícil e Muito Difícil foram, Área total do cilindro, Cilindro Equilátero, Geratriz de um cilindro, Volume do cilindro, Cilindro Oblíquo, Área da base do cilindro, Desenhar a imagem do Cilindro e Conceito de volume, observe as porcentagens no quadro anterior, considerando esses assuntos destacados como os mais difíceis de aprender na opinião dos professores consultados, destacou-se estes para comparações e aprofundamentos posteriores.

### 3.2.2. Lista de Exercícios Classificações de Questões

O questionário direcionado aos professores também foi composto de uma lista final de 10 questões sobre cilindro, sendo que foi pedido aos professores que classificassem cada questão em um dos três níveis, fácil, médio ou difícil.

A maioria das questões era de múltipla escolha, e procurou-se variá-las para que se contemplasse todo o conteúdo. As questões foram escolhidas e elaboradas com intenção de reconhecer a opinião dos professores em relação ao nível de conhecimento dos seus discentes sobre cilindro, elas foram elaboradas tanto levando em consideração o rigor matemático, manuseio de fórmulas, reconhecimento de imagens geométricas, quanto no grau de contextualização do conteúdo com o cotidiano do aluno.

A primeira questão teve como enunciado “Marque abaixo o único sólido em forma de cilindro”, nesse item foram dispostas cinco respostas de múltipla escolha mostrando as imagens de sólidos variados, para esse item 97,2% dos professores classificaram como “fácil” e apenas 2,4% classificou como “médio”, logo se percebe que essa questão é considerada “fácil” para a maioria dos participantes da pesquisa.

A segunda questão com o enunciado “Qual o valor da área lateral de um cilindro de raio da base igual 5 m e altura 16 m?”, esse item foi de múltipla escolha e as classificações para essa pergunta obtiveram percentagens de 46,3% para “fácil” e 53,7% para “médio”, a maioria dos entrevistados consideram nível “médio”.

A terceira questão teve como enunciado “Qual o volume de um cilindro com altura 10 m e raio da base igual a 3 m?” a resolução desse exercício não considerava respostas de múltiplas escolhas, ou seja, se fosse pedido para resolver por um discente este deveria apresentar os resultados. A classificação pelos participantes mostrou um percentual de 56,1% considerando “fácil” e 39,1% considerando “médio”.

A quarta questão foi enunciada da seguinte forma “Qual o raio da base de um cilindro de volume  $54\pi \text{ cm}^3$ ?” essa pergunta de múltipla escolha teve como classificação pelos professores com percentual de 22% para “fácil”, 51,2% em “médio” e 26,8% como “difícil”.

Na quinta questão pedia-se “Determine o volume em  $\text{cm}^3$  de um cilindro inscrito em um cubo de lado 4 cm.” Esta também foi de múltipla escolha com cinco alternativas

e as classificações dos professores para os níveis de dificuldades foram distribuídas em 14,6% “fácil”, 46,3% “médio” e 39% “difícil”.

A sexta questão com o enunciado “Aproximadamente quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15m de profundidade?” Foi elaborada como questão de múltipla escolha e os professores consultados a classificaram nos percentuais de 12,2% “fácil”, 56,1% “médio” e 31,7% “difícil”.

Na sétima questão enunciou-se através da pergunta “Qual o valor aproximado da massa de mercúrio em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6 cm e altura 10 cm, se a densidade do mercúrio é 13 g/cm<sup>3</sup>?” Essa questão foi considerada dentre os níveis de dificuldades com um percentual de 12,2% “fácil”, 29,3% “médio” e 58,5% “difícil”.

Na oitava questão pediu-se “Calcule a área lateral de um cilindro equilátero sabendo que o raio da base mede 2 m.” As classificações dos níveis de dificuldades pelos professores ficaram com 22% “fácil”, 53,7% “médio” e 24,4% “difícil”.

A nona questão foi retirada do ENEM - MEC e apresentou o seguinte texto “Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:” Esse texto foi acompanhado de duas figuras dos cilindros citados, enquanto a classificação, 12,2% “fácil”, 41,5% “médio” e 46,3% “difícil”.

A décima questão foi retirada de Dolce & Pompeo (2005, v.10, p. 227) teve como enunciado “Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume é maior”. Essa questão não foi de múltipla escolha e a classificação segundo os professores ficaram, 14,6% “fácil”, 43,9% “médio” e 41,5% “difícil”.

Resumidamente as questões segundo a opinião dos professores investigados na pesquisa foram classificadas considerando as maiores porcentagens como mostra o quadro a seguir.

QUADRO 3: Opinião dos professores colaboradores sobre cilindro

<b>Questões</b>	<b>Classificação</b>	<b>Fácil (%)</b>	<b>Médio (%)</b>	<b>Difícil (%)</b>
Questão 1	Fácil	97,6	2,4	0,0
Questão 2	Médio	46,3	53,7	0,0
Questão 3	Fácil	56,1	43,9	0,0
Questão 4	Médio	22,0	51,2	26,8
Questão 5	Médio	14,6	46,3	39
Questão 6	Médio	12,2	56,1	31,7
Questão 7	Difícil	12,3	29,3	58,7
Questão 8	Médio	22,0	53,7	24,4
Questão 9	Difícil	12,2	41,5	46,3
Questão 10	Médio	14,6	43,9	41,5

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

No quadro acima de classificação de questões pelos professores não foram considerados os níveis de dificuldades adotando como critérios as habilidades necessárias para resolver cada questão, nesse caso se considerou apenas a opinião dos professores, através de suas experiências lecionando matemática.

### 3.3. CONCEPÇÃO DOS ALUNOS

A metodologia utilizada foi pesquisa de campo que ocorreu em uma escola estadual do município de Abaetetuba mais precisamente no cursinho preparativo para o vestibular, pois no período em que ocorreu a coleta de dados através de questionários a escola estava em culminância avaliativa e em processo de preparação para festas culturais referente ao mês de junho, deste modo a aplicação dos questionários não estava planejada no calendário letivo da escola.

O início da pesquisa ocorreu com a apresentação de ofício para o gestor da escola, pedindo permissão para aplicar os questionários referentes às dificuldades de aprendizagem de cilindro aos alunos de ensino médio, como já citado, não foi possível em um primeiro momento aplicar em turmas regulares do ensino médio e como alternativa usou-se o cursinho da escola com maioria dos alunos que estão concluindo e que já concluíram o ensino básico.

Os questionários que foram usados na pesquisa são constituídos em três partes, questionário sócio educativo, quadro de dificuldades de alguns assuntos estudados segundo a opinião do aluno, e dez questões divididas em níveis, fácil,

regular e difícil, em relação ao estudo de cilindro. O questionário foi aplicado em três momentos, duas vezes em turmas de cursinho da tarde e uma vez no cursinho na turma da manhã, totalizando 100 questionários preenchidos.

O questionário é composto de 22 questões relacionadas a informações sociais e de caráter pessoais (opinião de cada participante) com relação ao ensino da matemática em específico do cilindro, ainda faz parte desses questionários um quadro considerando 21 tópicos que compõem os conteúdos dos cilindros e duas perguntas norteadoras a primeira com relação se o aluno lembra ou não de ter estudado cada tópico com alternativas de resposta sim ou não, a segunda pergunta relacionada as dificuldades que o aluno teve em estudar cada tópico com alternativas, muito fácil, fácil, regular, difícil e muito difícil.

Após o questionário foram propostas dez questões para os alunos resolverem, as quais foram divididas em fácil, médio e difícil. O objetivo da aplicação dos questionários e das questões foi verificar algumas dificuldades que os alunos têm na aprendizagem de matemática e o perfil geral do aluno de escola pública e se possível correlacionar dados para levantar hipóteses com intuito de melhorar o ensino em matemática com relação ao assunto cilindro.

O processo descrito acima foi realizado com os alunos egressos a cilindro, porém o experimento (aplicação das sequencias didáticas) será realizado com outra turma, que passou por uma verificação de conhecimentos anteriores a partir dos resultados, (em construção aguardando a aplicação do questionário)

### **3.3.1. Percepção dos alunos egressos sobre o ensino de cilindro**

Com o objetivo de realizar o levantamento de dados referentes ao ensino de cilindro e das metodologias aplicadas pelo professor, optou-se por selecionar os percentuais das respostas dadas a algumas perguntas do questionário, como e descrito a seguir.

Para identificar quantitativamente os alunos que conseguem assimilar os conteúdos ministrados nas aulas de matemática questionou-se sobre a frequência que eles conseguem entender as explicações dadas nas aulas, 17% responderam que

sempre conseguem entender, 45% relataram que quase sempre conseguem entender e 31% relataram que às vezes conseguem entender as explicações dadas.

Se tratando de avaliação e metodologias usadas pelos professores de matemática uma amostra de 99 alunos constatou-se que 66,7% dos professores utilizam principalmente provas e simulados como forma de avaliação e 15,2% da amostra usam outros tipos de avaliação os quais se dividem em atividades 40%, exercícios 40% e trabalhos 20%. Quando questionados sobre o interesse pelas aulas de matemática 55% os participantes responderam que as aulas de matemática motivam a aprenderem os conteúdos ensinados, ao mesmo tempo 40% responderam que às vezes as aulas despertam sua atenção e 5% disseram não sentirem interesse nas aulas de matemática.

Com relação às metodologias usadas pelos professores para ensinar cilindro de uma amostra de 79 respostas 68,4% dos participantes responderam que os professores iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios, sendo que ao serem questionados como o professor praticava o conteúdo cilindro 68,4% disseram que os professores apresentam uma lista de exercício para serem resolvidos e 26,6% relatam que os professores usaram listas de exercícios do livro didático juntando esses dois percentuais nota-se que 95% dos professores que ensinaram cilindro para os alunos da pesquisa usam de exercícios próprios ou em menor escala de livros didáticos para praticar o assunto.

Foram perguntados aos alunos como eles avaliam seus professores de matemática e 95% do grupo pesquisado disse que seu professor tem domínio dos conteúdos ministrados e 89% avaliaram que as explicações dos seus professores são boas ou excelentes.

### **3.3.2. Percepção dos alunos sobre os conteúdos relacionados cilindro**

Após o levantamento social e de ensino aprendizagem com relação a matemática e ao ensino dos cilindros na visão do aluno foi proposto o preenchimento de um quadro com tópicos de conteúdos e grau de dificuldades referente ao assunto cilindro, vale ressaltar que na pesquisa foram analisados 100 questionários sendo que apenas 80 participantes relataram ter estudado cilindro apesar de serem alunos

concluintes ou que já concluíram o ensino básico e desses 80 alunos a maioria estudou o assunto cilindro na 3ª série do ensino médio regular. A classificação do quadro a seguir foi fácil (MF), fácil (F), regular (R), difícil (D) e muito difícil (MD).

Vale destacar que os níveis de classificação do tipo de questões não tiveram nenhum critério específico e apenas nesse levantamento consideraram apenas as opiniões gerais dadas pelos alunos de acordo com suas percepções do conteúdo matemático escolhido nessa pesquisa.

QUADRO 4: Percepção dos alunos sobre os conteúdos e grau de dificuldades

Conteúdo	Você lembra-se de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
O número PI	96,25%	3,75%	19%	37%	36%	5%	3%
Noção básica de círculo	77,22%	22,78%	6%	28%	50%	17%	0%
Noção básica de circunferência	81,01%	18,99%	7%	31%	43%	19%	0%
Conceito de área	84,81%	15,19%	12%	32%	38%	15%	3%
Conceito de volume	87,34%	12,66%	12%	36%	36%	12%	4%
Comprimento da circunferência	85,90%	14,10%	7%	25%	44%	23%	1%
Forma do Cilindro	83,54%	16,46%	17%	30%	34%	20%	0%
Desenhar a imagem do Cilindro	77,22%	22,78%	21%	35%	26%	16%	1%
Diferenciar cilindros de outros sólidos	<b>53,16%</b>	46,84%	13%	35%	22%	<b>24%</b>	<b>7%</b>
Cilindro Reto	<b>50,00%</b>	50,00%	7%	20%	36%	<b>29%</b>	<b>9%</b>
Cilindro Oblíquo	<b>41,77%</b>	58,23%	4%	15%	36%	<b>35%</b>	<b>11%</b>
Geratriz de um cilindro	<b>39,24%</b>	60,76%	2%	11%	40%	<b>38%</b>	<b>9%</b>
Altura de um cilindro	73,42%	26,58%	6%	26%	43%	18%	7%
Raio da base de um cilindro	<b>67,09%</b>	32,91%	11%	14%	41%	<b>30%</b>	<b>5%</b>
Diâmetro da base de um cilindro	<b>63,29%</b>	36,71%	8%	17%	42%	<b>20%</b>	<b>13%</b>
Volume do cilindro	71,79%	28,21%	3%	24%	44%	20%	9%
Área da base do cilindro	72,15%	27,85%	4%	33%	35%	19%	9%
Área lateral do cilindro	72,15%	27,85%	6%	29%	38%	20%	7%
Área total do cilindro	73,42%	26,58%	7%	28%	39%	20%	6%
Cilindro Equilátero	<b>44,30%</b>	55,70%	4%	13%	35%	<b>35%</b>	<b>15%</b>
Cilindro Inscrito em um Cubo	<b>31,65%</b>	68,35%	4%	15%	31%	<b>29%</b>	<b>21%</b>

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Analisando os tópicos que os participantes lembram-se de terem estudado no conteúdo e considerando suas respostas, observou-se no quesito aprofundamento do assunto e o uso de termos mais técnicos da matemática porcentagens maiores em comparação aos outros tópicos, dos participantes que não lembraram de terem estudado, Cilindro Reto; Cilindro Oblíquo; Geratriz de um cilindro; Cilindro Equilátero;

Cilindro Inscrito em um Cubo. Em relação aos níveis de dificuldades constata-se que em nenhum dos conteúdos a porcentagem relacionada a “Difícil” ou “Muito Difícil” foi maior que as porcentagens de nível “Regular” logo considerando a soma das porcentagens dos dois níveis mais altos de dificuldades e analisando apenas as somas cujos os valores ultrapassam 30% tem-se em negrito apresentado no quadro 4 acima as principais dificuldades de conteúdo encontradas pelos alunos da pesquisa sobre ensino de cilindro.

Observando mais a fundo os tópicos destacados das principais dificuldades nos conteúdos de cilindro nota-se em uma análise superficial que as maiores dificuldades dos alunos são relacionadas a assuntos mais aprofundados de cilindros como o conceito de “Cilindro Equilátero” e “Cilindro Inscrito em um Cubo” em quais as somas dos dois níveis mais altos de dificuldades chegam a 50% do total de respostas dadas para esses conteúdos, dando continuidade foi notável o relato dos participantes que classificaram o conteúdo, geratriz, como sendo 48% “Difícil” ou “Muito Difícil” em aprender, ainda é interessante notar que conteúdos como “Raio da Base de um Cilindro” e “Diâmetro da Base de um Cilindro” ter porcentagens de 35% e 33% respectivamente nos níveis mais altos de dificuldades na aprendizagem de cilindro.

### **3.3.3. Questões para verificação dos conhecimentos dos discentes**

A terceira parte do questionário foi composta de 10 questões consideradas inicialmente como (4 fáceis, 4 médias e 2 difíceis) relacionadas com a avaliação da aprendizagem dos cilindro e foram escolhidas afim de corroborar ou refutar os relatos dos participantes a respeito das dificuldades no ensino de cilindro, para resolução das questões foi estabelecido o valor aproximado de  $\pi = 3,14$ , dentre as 10 questões 8 foram de múltipla escolha e 2 esperava-se que os participantes resolvessem mostrando os cálculos realizados, a descrição e análises foram apresentadas a seguir.

A primeira questão teve como enunciado: “Marque abaixo o único sólido em forma de cilindro”. Como alternativa correta da questão o item “b” entre cinco opções, para os resultados das marcações feitas 92,1% de 76 respostas foram corretas, ou seja, não são grandes as dificuldades encontradas pela maioria dos alunos em identificar o sólido cilindro desenhado no plano como foi apresentado na primeira



questão ver APÊNDICE B. Verifica-se que esses alunos estão nos níveis 1 (reconhecimento) de “Van Hiele (reconhecimento, análise, abstração, dedução e rigor)” (BERMEJO, 2009, p. 3).

Em seguida a questão dois teve como enunciado: “Qual o valor da área lateral de um cilindro de raio da base igual 5 m e altura 16 m?”. Essa questão é de múltipla escolha sendo a alternativa correta o item “a”, as respostas de 70 participantes mostraram a porcentagem de 62.9% dos participantes que resolveram essa questão acertaram, esse tipo de questão serviu para avaliar o domínio dos alunos com relação a utilização da fórmula de área lateral de um cilindro reto em cálculos aritméticos.

Logo após a pergunta três teve como enunciado: “Qual o volume de um cilindro com altura 10 m e raio da base igual a 3 m?”. Ela foi elaborada sem alternativas para que os participantes pudessem mostrar a realização dos cálculos e o modelo dado no resultado final. A resposta correta para essa questão é  $282,6 m^3$ , apenas 48 dos participantes responderam essa pergunta e realizaram os cálculos devidos ou no mínimo um esboço do cálculo necessário para obter o resultado correto, onde a maioria usou a fórmula básica de volume de cilindro  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$  considerando o total dos participantes que resolveu essa questão 75% chegou ao valor 282,6 ou 282,60 acertando o valor do volume, porém poucos atentaram para o uso da unidade de volume  $m^3$ .

A indagação de número 4 teve como enunciado: “Qual o raio da base de um cilindro de volume  $54\pi \text{ cm}^3$ ?”. O item correto “d” entre cinco opções, o resultado foi 50% de acerto entre 68 respostas dadas. A questão teve como objetivo verificar o domínio dos participantes com relação a operações envolvendo mais de uma incógnita em uma fórmula além do manejo de operações entre dois membros de uma equação e o domínio em si da fórmula do volume de um cilindro.

A quinta questão com o enunciado “Determine o volume em  $\text{cm}^3$  de um cilindro inscrito em um cubo de lado 4 cm” e item “b” como alternativa correta entre cinco opções, teve como objetivo verificar o domínio dos participantes com relação ao assunto do sólido cilindro inscrito em outro sólido, para resolver a questão os participantes precisariam do domínio em conteúdos básicos de raio, diâmetro e altura, considerando as 70 respostas, obteve-se 57,1% de acertos, em quantidades de participante isso significa que 40 alunos têm conhecimentos mais avançados sobre

cilindro e conseguem relacionar os conceitos básicos com o conteúdo cilindro inscrito em um cubo.

Em seguida a pergunta seis foi enunciada a seguir: “Aproximadamente quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15m de profundidade?”. Como opção correta o item “e”, o objetivo desse modelo de questão é fazer o aluno perceber o uso da matemática no mundo real por ser uma questão contextualizada onde o aluno terá que analisar dados básicos de um poço fazendo a correlação com o cilindro e os conhecimentos adquiridos em sala de aula, observou-se que 26,9% de 67 participantes tiveram êxito. Percebeu-se que os participantes tiveram dificuldades em resolver questões contextualizadas onde eles teriam que relacionar a matemática com o mundo que o cerca, se considerarmos o quantitativo apenas 18 participantes acertaram este item.

A sétima questão teve como enunciado: “Qual o valor aproximado da massa de mercúrio em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6 cm e altura 10 cm, se a densidade do mercúrio é  $13 \text{ g/cm}^3$ ?” A opção correta para essa questão é o item “c”. Para resolver essa questão o aluno deveria ter conhecimento da fórmula do volume do cilindro e ter o conhecimento prévio também da unidade de pesos, gramas e quilogramas, supõe-se que alunos concluintes tenham esses conceitos bem definidos, analisando as respostas de 64 participantes 40,6% acertaram a questão, o que representa cerca de um quantitativo de 26 participantes.

Em sequência a oitava questão teve como enunciado: “Calcule a área lateral de um cilindro equilátero sabendo que o raio da base mede 2 m.”. A opção correta para esta questão é o item “e”, o objetivo implícito dessa questão foi verificar se o aluno tem o conhecimento sobre cilindro equilátero, além de conseguir elaborar a imagem do sólido para utilizar dos dados e resolver o problema, analisando as 69 respostas dadas verificou-se que apenas 24,6% acertaram, ou seja, cerca de 17 participantes apenas têm conceito definido de cilindro equilátero.

O nono item teve como enunciado: “(ENEM - MEC) - Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo, ver APÊNDICE B). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela

do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:” com item correto “b”. Essa questão é acompanhada da imagem das duas velas e as medidas para melhor entendimento do aluno. Uma questão do ENEM - MEC, onde são cobradas inúmeras habilidades e conhecimentos dos alunos, além de ser uma questão contextualizada e que representa uma situação perto do real na produção capitalista. Esse tipo de questão serviu para avaliar se os participantes estão preparados para resolver problemas, nesse caso específico envolvendo cilindro, os quais serão cobrados nos exames e processos seletivos de ingresso na universidade.

Analisando as respostas de 68 participantes pode-se ver no gráfico a seguir que 36,8% dos participantes marcaram corretamente a questão o que representa a quantidade de 25 alunos, ou seja, um quarto da amostra de 100 participantes conseguiu resolver corretamente essa questão no nível do Enem.

A décima questão teve como enunciado: “Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume é maior.” Essa questão não foi de múltipla escolha e não teve apoio de imagens do cilindro, pois se esperava que os participantes utilizassem seus conhecimentos a respeito de cilindro, além de utilizar-se de lógica matemática, a décima questão tem uma resolução bastante parecida com a nona, porém neste caso o aluno deveria ter habilidades de desenhar os cilindros e identificar nos desenhos feitos todos os elementos necessários, para assim começar a realizar os cálculos e por fim tirar suas conclusões a respeito do que se pede. Esse tipo de questão é considerado de nível de proficiência avançado de acordo com as habilidades descritas no SisPAE (2016, p. 172) “Resolver problema envolvendo a área lateral de um cilindro para determinar a altura de um objeto cilíndrico a partir da medida de seu diâmetro e de sua área lateral, sem apoio visual e sem a apresentação de fórmulas que auxiliem o cálculo”

A resposta correta para a questão dez foi o maior volume é do cilindro construído a partir do comprimento da folha de zinco, porém nenhum participante mostrou passo a passo a resolução dessa questão, enquanto 12 apenas fizeram partes dos desenhos do cilindro e das resoluções, 7 desses participantes responderam intuitivamente que o volume maior é do sólido construído a partir do comprimento, acertando a questão, enquanto 5 responderam que o volume maior seria do sólido construído a partir da altura.

### 3.3.4. Análise das questões resolvidas pelos discentes

Uma das principais dificuldades relacionada ao conteúdo foram a faltar compreensão das fórmulas algébricas, verificou-se ausência de habilidade para o manuseio das mesmas, identificou-se tais lacunas analisando a quarta e terceira questões da lista de exercícios resolvida pelos alunos egressos na aplicação do questionário, para melhor pontuar as dificuldades encontradas pelos alunos e outras apontadas pelos professores elaborou-se o quadro a seguir elegendo os tópicos do conteúdo cilindro com maiores graus de dificuldades de compreensão, considerando as opiniões dos discentes e docentes colaboradores.

A comparação entre as percepções dos alunos e professores mostrou os pontos com comuns dificuldades tanto para o ensino como para a aprendizagem e considerando o questionário de questões finais respondidas pelos alunos verificou-se se a percepção dos dois grupos investigados condiz com os conhecimentos adquiridos pelos discentes.

QUADRO 5: Tópicos mais difíceis, percepção dos alunos e professores

Tópicos de Cilindro	Tópicos considerados difíceis/muito difíceis	
	Alunos	Professores
Diferenciar cilindros de outros sólidos	31%	----
Cilindro Reto	38%	----
Cilindro Oblíquo	46%	14,63%
Geratriz de um cilindro	47%	14,63%
Raio da base de um cilindro	35%	----
Diâmetro da base de um cilindro	33%	----
Cilindro Equilátero	50%	----
Cilindro Inscrito em um Cubo	50%	----
Volume do cilindro	----	14,63%
Área lateral do cilindro	----	19,51%
Área total do cilindro	----	17,07%

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

Ao comparar o primeiro tópico do quadro (Diferenciar cilindros de outros sólidos) com os acertos (92,1%) da primeira questão da lista final, verificou-se que os participantes em sua maioria conseguem diferenciar cilindros de outros sólidos e a porcentagem de 31% que marcou esse tópico como difícil ou muito difícil não é relacionada com as quantidades de acerto.

Analisando o segundo tópico (Cilindro Reto) do mesmo quadro e as respostas às questões finais levanta-se a hipótese que os 38% dos alunos marcaram esse tópico como difícil ou muito difícil por não terem a habilidade de relacionar a expressão

“cilindro reto” com o tipo “cilindro” normalmente estudado por eles dentro do conteúdo, havendo neste caso falta de conhecimento das nomenclaturas formais matemáticas, ainda vale citar que quando se usa o termo “cilindro” em outras partes desse trabalho refere-se ao cilindro reto.

Com relação aos tópicos terceiro e quarto do mesmo quadro apenas pode-se relatar que realmente os participantes não conhecem os termos usados, não lembram ou não estudaram os tópicos de Cilindro Obliquo e Geratriz de um cilindro.

Analisando o quinto e sexto tópicos do quadro (Raio da base de um cilindro e Diâmetro da base de um cilindro) foi preocupante notar o relato de dificuldades por mais de 30% dos participantes, justamente por ser tratar de conceitos básicos os quais os alunos devem ter claro para o prosseguimento do ensino de cilindro; Com relação ao sétimo conteúdo (Cilindro Equilátero) e comparando com as respostas certas (24,6%) da quinta questão nota-se que a maioria dos participantes não tem conhecimentos básicos necessários sobre esse tópico e assim são confirmadas as dificuldades deste conteúdo; Analisando o oitavo tópico (Cilindro inscrito em um cubo) e em seguida comparando esse tópico com a quinta questão da lista final de testes, verificou-se que houve quantidades expressivas de acerto (57,1%), assim se deduz que esse conteúdo já foi trabalhado com a maioria dos participantes, porém eles não tem conhecimento dos termos matemáticos usados, marcando graus de dificuldades elevados.

As formas de avaliações usadas pelos professores dos participantes são em sua maioria, segundo os dados da amostra, provas ou simulados e para praticar matemática e o assunto cilindro são usados em sua maioria listas de exercícios e livros didáticos como já foi citado inicialmente neste capítulo, porém para Baldissera, (2008, p. 3) “Os livros didáticos muitas vezes tratam a Geometria como se fosse um dicionário de definições e as esparsas propriedades geométricas são apresentadas como “fatos dados””, somente a utilização dos livros didáticos e listas de exercícios pela maioria dos professores são baixos estímulos para que o aluno possa desenvolver as habilidades de relacionar a matemática com o cotidiano.

Ao analisar os acertos referentes a lista de dez questões finais presentes no questionário do assunto cilindro, principalmente quando a questão é elaborada em forma de problemas em que os alunos tem que interpretar desenhar, analisar e resolver, nota-se que a forma de ensino e a prática do assunto estão em desacordo

com as sugestões do PCN+ e o assunto contextualizado cobrado em avaliações de ingresso a cursos superiores, observe o trecho a seguir:

Um exemplo disso pode ser visto na Geometria. A abordagem tradicional, que se restringe à métrica do cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos, não é suficiente para explicar a estrutura de moléculas e cristais em forma de cubos e outros sólidos, nem tampouco justifica a predominância de paralelepípedos e retângulos nas construções arquitetônicas ou a predileção dos artistas pelas linhas paralelas e perpendiculares nas pinturas e esculturas. Ensinar Geometria no ensino médio deve possibilitar que essas questões aflorem e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos. (BRASIL - PCN+, p. 116)

Questões em forma de problemas não tem um padrão específico de resolução, pode-se verificar uma boa definição de problema dada por Van de Walle (2001) apud Allevato (2009), “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas e nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.” E questões do tipo problema são muito cobradas em exames de vestibulares e processos seletivos para acesso à um curso superior, assim como questões problemas mostram aos alunos a relação da matemática com o mundo e o cerca como pode ser visto na nona e a décima questões relacionadas a cilindro da lista aplicada nessa pesquisa. Resolver questões problemas é uma das habilidades implicitamente sugeridas para serem desenvolvidas em sala de aula segundo o PCN+ veja o trecho a seguir:

Compreender a Matemática como ciência autônoma, que investiga relações, formas e eventos e desenvolve maneiras próprias de descrever e interpretar o mundo. A forma lógica dedutiva que a Geometria utiliza para interpretar as formas geométricas e deduzir propriedades dessas formas é um exemplo de como a Matemática lê e interpreta o mundo à nossa volta. (BRASIL - PCN+, p. 114)

Prosseguindo com a análise do questionário e a porcentagem de participantes que responderam a décima quinta pergunta da primeira parte do questionário tem-se o resultado que 37% dos participantes conseguem relacionar os conteúdos dados nas aulas de matemática com o cotidiano e 54% às vezes conseguem realizar essa relação, ou seja, se os alunos conseguem fazer essa relação verificou-se que essa relação foi superficial, pois um percentual pequeno conseguiu resolver corretamente questões consideradas inicialmente de nível médio e difícil que apresentaram algum

grau de contextualização, um exemplo é a análise da sexta questão da lista final, onde se espera a compreensão e a relação dos conteúdos matemáticos com a forma e características de um poço (objeto do cotidiano) verificando que o quantitativo de acertos foi de apenas 18 participantes, enquanto ao resolverem questões mais simples (com os mesmos tipos de cálculos) como a terceira questão da mesma lista verificou-se que 36 participantes tiveram êxito.

O exposto acima confirma a hipótese de que uma quantidade maior de participantes estava preparada para resolver questões diretas aplicando a fórmula de volume, porém quando as estão contextualizadas os participantes tiveram dificuldades na interpretação dos dados e na resolução do problema.

Ainda vale ressaltar que apenas 36 participantes acertaram a terceira questão considerada fácil, essa quantidade de acertos está abaixo da metade da quantidade de participantes, logo se verifica dificuldades básicas no ensino desse conteúdo, coma interpretação de dados e manuseio das fórmulas.

Sanar as dificuldades de interpretar questões contextualizadas no ensino de cilindro é um problema que pode ser solucionado com a reflexão da prática de ensinar, traçar metodologias adequadas de acordo com o que é exigido do aluno pela sociedade é o permanente desafio dos professores, em busca de superar esse desafio os professores podem usar de novas metodologias diferentes de listas de exercícios e livros didáticos (95% dos professores da pesquisa, 21ª questão do questionário, ver APÊNDICE C) para praticar o assunto cilindro, Baldissera ao apresentar construções de sólidos destaca.

A temática desta proposta de intervenção na escola esteve voltada para o estudo da Construção dos Sólidos Geométricos, tendo em vista as grandes dificuldades encontradas no ensino/aprendizagem deste conteúdo, no que se refere à interpretação de exercícios dados, aos alunos do ensino médio. (BALDISSERA, 2008, p. 9)

Ao tratar de avaliação, ou seja, a forma de avaliar, o professor como sugestão pode mudar ou complementar os métodos comumente usados e verificados como maioria na pesquisa (78,8% dos alunos dizem que seus professores avaliam usando provas, simulados ou testes semanais, 12ª questão, ver APÊNDICE B) e fazer a avaliação no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, verificar em quais aspectos o aluno tem dificuldades, registrar essas aspectos e intervir para o melhoramento do ensino, ainda de acordo com o PCN+ "...outros instrumentos

podem se aliar a esse trabalho, inclusive a tradicional prova. Mas para isso é importante que o professor saiba das limitações desse instrumento e da importância de sua elaboração.” (BRASIL - PCN+, p. 132)

Usar diferentes metodologias de ensino para o assunto cilindro é uma realidade presente que deve ser levada em consideração principalmente quando se trata dos objetivos para que se prepara os estudantes concluintes do ensino básico de educação, aliar novas metodologias aos métodos já usados é a sugestão mais coerente que se pode ser dada comparando os trabalhos científicos pesquisados nesse projeto, com os dados levantados pelo questionário e as sugestões de ensino dos PCN's. As construções de sólidos pelos próprios alunos podem enriquecer o ensino com significância para Baldissera (2008, p. 3) “É bem sabido que a escola secundária muito pouco tem feito para a aprendizagem significativa e interessante da Geometria” e aliando o ensino de cilindro com construções do sólido e a formulação de questões problemas como se pode constatar em Allevato & Onuchic (2009, p. 1) “Fazendo uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” é possível enriquecer o conhecimento obtido pelo aluno como se concluiu em Allevato & Onuchic (2009, p. 1 e 2) “...um problema envolvendo o cálculo do volume de cilindros permitiu rever e construir novos conhecimentos de Matemática com compreensão e significado.”

Após a análise das respostas dadas nos questionários direcionados a professores e alunos, análise da literatura pesquisada pode-se pontuar algumas das principais dificuldades encontradas no ensino de cilindro, aqui são eleitas claramente três dessas dificuldades:

- Aprendizado e manuseio das fórmulas, utilizadas para encontrar volume e áreas do cilindro.
- Dificuldades em reconhecer o texto matemático formal e vinculá-lo com o objeto matemático corretamente.
- Dificuldades em relacionar os objetos do cotidiano com o objeto matemático estudado.

Logo complementar o ensino de cilindro através de construção dos sólidos envolvendo objetos do cotidiano juntamente com a formulação de problemas para que os alunos possam resolver com a orientação do professor, que ao mesmo tempo estará avaliando intervindo para construir um conhecimento formal de qualidade, foi



uma das metodologias utilizada neste projeto para criar a folhas de atividades aplicadas no experimento da SD.

### **3.3.5. Verificação de conhecimentos anteriores e oficina (alunos atuais)**

Para verificar os conhecimentos anteriores dos alunos foram necessárias pesquisas de conteúdo bases para o ensino de cilindro e a partir dessas pesquisas, resolveu-se elaborar uma lista de dez questões envolvendo medidas de área (retângulo e círculo), definições e valores do número  $\pi$ , definições de círculo, circunferência, retângulo e quadrado, assim como o cálculo da área de um círculo e o comprimento da circunferência, além do manuseio de expressões algébricas.

A partir da pesquisa realizada elaborou-se uma lista (APÊNDICE A) contendo dez exercícios para verificar se os discentes têm os conhecimentos anteriores necessários para que se possa iniciar a sequência didática do conteúdo cilindro, caso os discentes não tenham os saberes básicos para apoiar a construção do conhecimento do ensino de cilindro, haverá uma oficina de nivelamento.

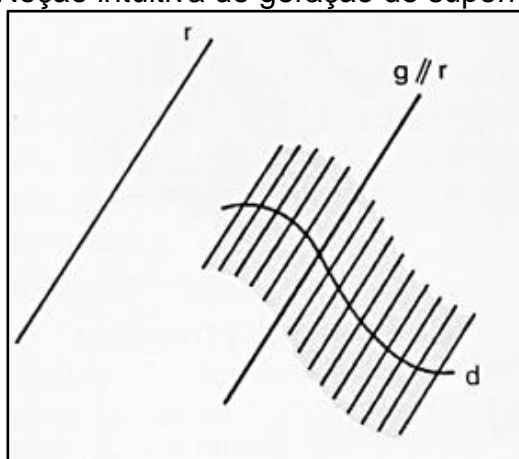
## 4. OBJETO MATEMÁTICO: CILINDRO

Neste capítulo apresentou-se o conteúdo matemático cilindro, para um melhor aprofundamento dos conceitos e definições formais do conhecimento a respeito desse assunto, para tanto se fez pesquisas sobre o conteúdo das quais puderam ser eleitos os seguintes autores Souza (2010), Leithold (1994) e Dolce & Pompeo (2005), utilizando esses autores como base definiu-se alguns conceitos de cilindros, seus elementos principais, o cálculo de áreas das superfícies e o volume, além das fórmulas apresentadas realizou-se a demonstração de algumas delas, para maior aprofundamento do assunto eleito nesta pesquisa.

### 4.1. DEFINIÇÕES DE CILINDRO

Antes da definição de cilindro tem-se uma noção intuitiva desse objeto relacionada com a geração da superfície cilíndrica, destacada a seguir: “Superfícies regradas desenvolvíveis cilíndricas são superfícies geradas por uma reta  $g$  (geratriz) que se mantém paralela a uma reta dada  $r$  (direção) e percorre os pontos de uma linha dada  $d$  (diretriz).” (DOLCE & POMPEO, 2005, v.10, p. 215)

FIGURA 2: Noção intuitiva de geração de superfície cilíndrica

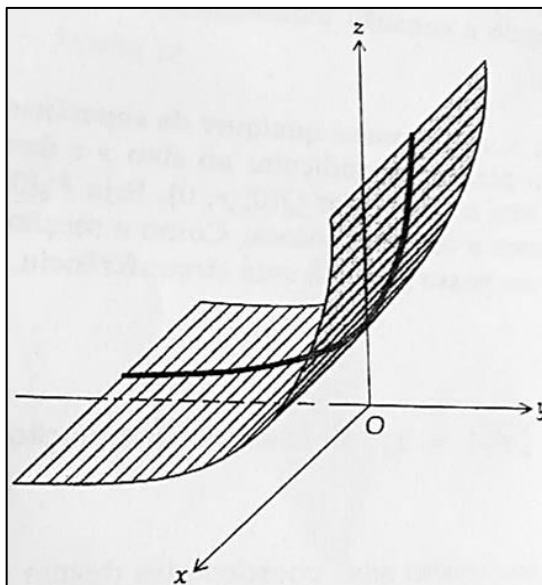


Fonte: DOLCE & POMPEO (2005, v.10, p. 215)

A ideia intuitiva de superfícies cilíndricas indica uma boa noção do sólido para uma linha qualquer, porém vale ressaltar que a definição de superfícies cilíndricas é mais abrangente, embora não seja muito conhecida, observe a seguir uma definição encontrada em LEITHOLD (1994):

Um cilindro é uma superfície gerada por uma reta que se move ao longo de uma curva plana dada, de tal forma que ele se mantenha paralela a uma reta fixa não pertencente ao plano da curva dada. A reta móvel é chamada de geratriz do cilindro e a curva plana dada e denominada diretriz do cilindro. Qualquer posição de uma geratriz é chamada de determinante do cilindro. (LEITHOLD, 1994, p. 884)

FIGURA 3: Superfície cilíndrica com geratriz definida pela curva  $y=\ln(z)$



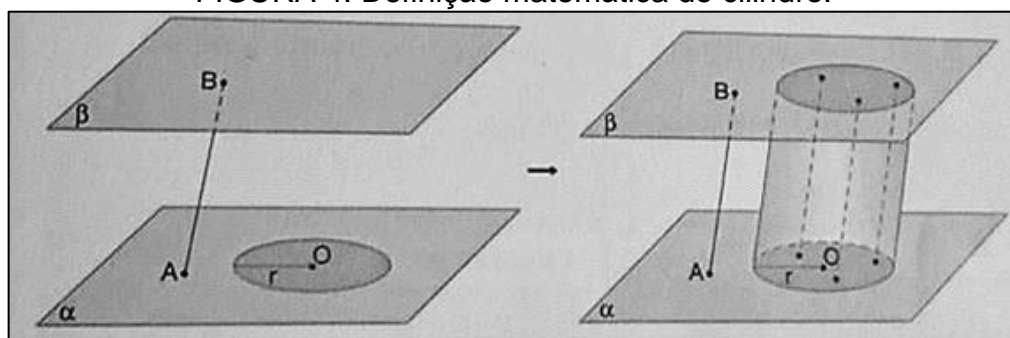
Fonte: LEITHOLD (1994, p. 886)

As noção e definição geral de cilindro são importantes, porém aqui será aprofundado o cilindro circular reto limitado, que é um caso particular de cilindro, esse caso particular é o mais divulgado e ensinado nas escolas, para melhor apropriação do conhecimento sobre cilindro (a partir desse ponto ao usar o termo “cilindro”, o objeto de referência será o cilindro circular reto limitado) deve-se conhecer os elementos desse sólido especificamente.

O cilindro é um sólido geométrico apresentado nos livros didáticos, apostilas ou materiais do ensino médio como um corpo redondo, veja a seguir a definição matemática de cilindro encontrada em um livro didático:

Para definirmos matematicamente um cilindro, consideramos dois planos distintos e paralelos,  $\alpha$  e  $\beta$ , um círculo de centro  $O$  e raio  $r$ , contido em  $\alpha$ , e um segmento  $A$ , com  $A \in \alpha$  e  $B \in \beta$ . Denomina-se cilindro circular, ou simplesmente cilindro, o conjunto de todos os segmentos paralelos e congruentes a  $\overline{AB}$  com uma extremidade no círculo de centro  $O$  em  $\alpha$  e outra extremidade em  $\beta$ . (SOUZA, 2010, p. 111)

FIGURA 4: Definição matemática de cilindro.



Fonte: SOUZA (2010, p. 111)

Em um cilindro circular reto ou apenas cilindro, nomenclatura utilizada neste trabalho, podem ser observados como elementos principais, as bases, as geratrizes, o eixo, a altura e superfície lateral:

As bases são os círculos paralelos com raios de mesma medida.

O eixo é a reta que passa pelos centros das bases circulares.

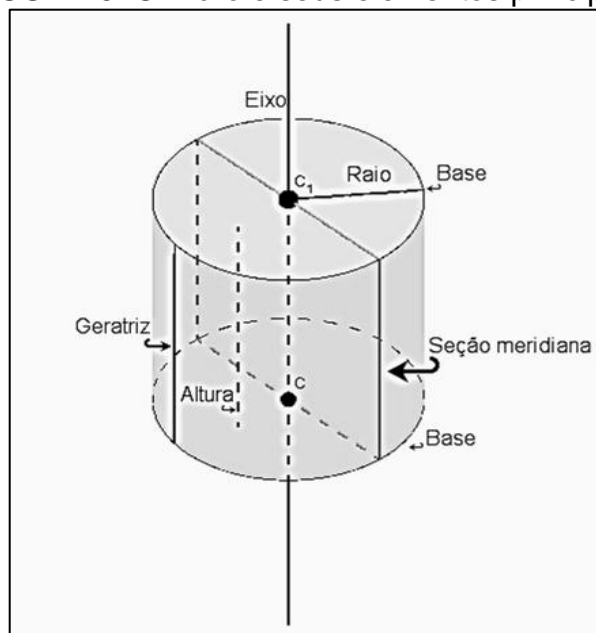
As geratrizes são os segmentos de retas paralelos ao eixo e com extremidades nas circunferências das bases

A altura e a distância entre os planos das bases.

A superfície lateral é a reunião de todas as geratrizes, o cilindro aqui estudado tem suas geratrizes perpendiculares a base, assim é denominado cilindro circular reto. Outro tipo de cilindro é o oblíquo onde as retas são oblíquas as bases.

A seção meridiana de um cilindro é a parte do plano que contém o eixo do cilindro e os pontos pertencentes ao cilindro, quando a seção meridiana do cilindro forma um quadrado, esse cilindro é classificado como equilátero todo cilindro reto de base circular inscrito em um cubo é equilátero.

FIGURA 5: Cilindro e seus elementos principais

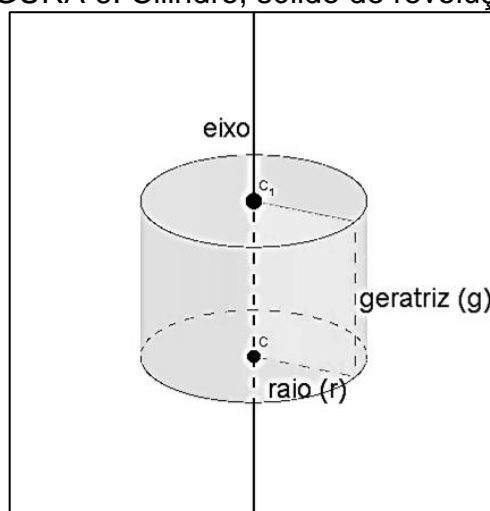


Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

A partir da descrição dos elementos principais do sólido estudado nesse trabalho algumas características das figuras que o compõem vão ser enfatizadas.

O objeto geométrico cilindro também pode ser gerado a partir da rotação de um retângulo em torno do eixo, onde um dos lados do retângulo será o raio da base ( $r$ ) do cilindro e o outro lado será a geratriz ( $g$ ), esse objeto é denominado sólido de revolução.

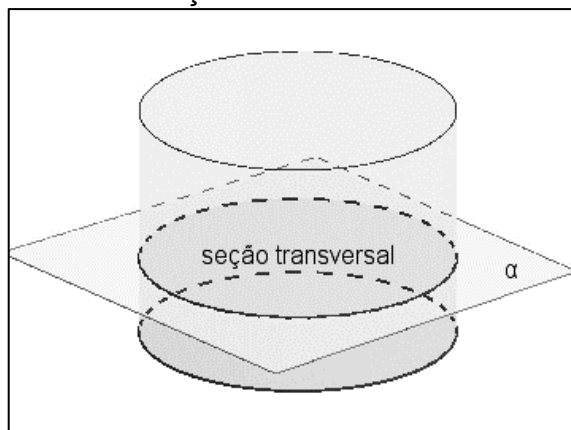
FIGURA 6: Cilindro, sólido de revolução.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

A seção transversal de um cilindro pode ser obtida quando um plano  $\alpha$  paralelo a base corta esse cilindro, gerando outra curva congruente as curvas das bases do cilindro.

FIGURA 7: Seção transversal de um cilindro

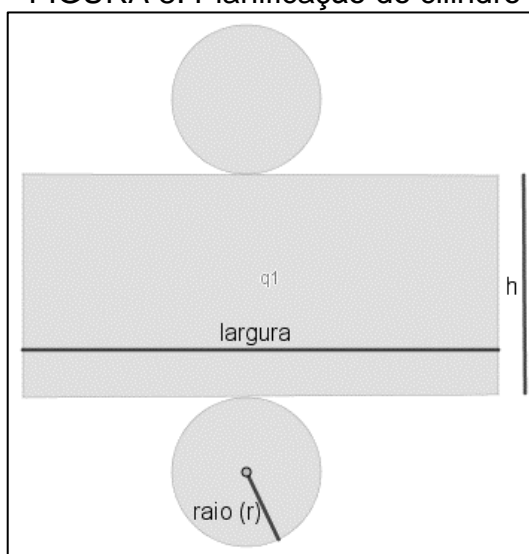


Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

#### 4.2. ÁREAS DAS SUPERFÍCIES DO CILINDRO

Referente ao cilindro pode-se calcular entre outras, as áreas das superfícies das bases e área da superfície lateral, a área da superfície da base do cilindro é calculada a partir da área de um círculo dado seu raio. A área da superfície lateral é calculada a partir da planificação do sólido, que gera um retângulo, observe a seguir a planificação geral do cilindro.

FIGURA 8: Planificação do cilindro

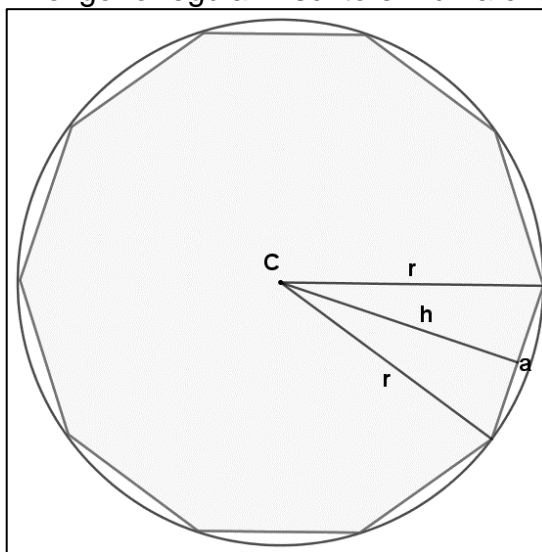


Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Para calcular a área dos círculos das bases usa-se comumente a fórmula  $A_B = \pi \cdot r^2$  onde  $\pi$  é a constante obtida calculando a razão entre a medida do comprimento ( $C$ ) da circunferência pelo seu diâmetro ( $2r$ ) e  $r$  é o raio, logo,  $\pi = \frac{C}{2r}$ .

A demonstração da fórmula  $A_B = \pi \cdot r^2$  é dada por uma aproximação da área de um polígono regular a área de uma circunferência dada.

FIGURA 9: Polígono regular inscrito em uma circunferência



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

A área de um polígono regular é dada pela soma das áreas de todos os  $n$  triângulos de base  $a$  que o formam, logo:

$$A_p = n \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

Onde  $A_p$  é a área do polígono e  $n$  é o número de lados.

Considerando que  $A_p$  está em função de  $n$ , nota-se que quanto maior for o valor de  $n$  mais próximo a área do polígono estará da área do círculo, assim, supondo:

$$A_p = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

Aplicando o limite têm-se duas conclusões a serem observadas, a primeira é que o valor de  $n$  tende ao infinito, porém  $n$  é o número de lados de um polígono inscrito em uma circunferência, assim seu perímetro é limitado pelo comprimento da mesma, logo  $n \cdot a = C$ :

$$A_p = C \cdot \frac{h}{2}$$

A segunda conclusão a ser observada é que ao ser aumentado infinitamente o número de lados a altura  $h$  se aproximará do próprio raio da circunferência, assim tem-se:

$$A_p = C \cdot \frac{r}{2}$$

Reescrevendo  $\pi = \frac{C}{2r}$  obtém-se  $C = 2r\pi$  e finalmente substituindo  $C$  em  $A_p$

$$A_p = 2r\pi \cdot \frac{r}{2} \rightarrow A_p = \pi \cdot r^2$$

Como  $A_p \cong A_B$  por comodidade e simplicidade de cálculo, adota-se:

$$A_B = \pi \cdot r^2$$

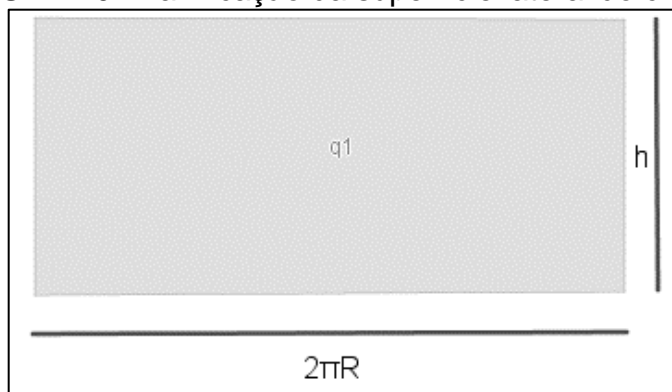
■

Ainda é possível encontrar o mesmo raciocínio em outras bibliografias, observe, considerando um polígono regular de  $n$  lados, levando em consideração que todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência, ao aumentar o número de lados a área do polígono se aproxima da área do círculo resultando na fórmula “ $A_c = \pi \cdot R^2$ ” DOLCE & POMPEO (2005, v.9, p. 337),  $A_c$  é a área do círculo e  $R$  é o raio.

Para calcular a área lateral do cilindro usa-se primeiramente planifica-se o sólido, gerando assim uma figura plana de formato retangular, porém a base dessa figura é o comprimento da circunferência do cilindro o qual se pode obter pela fórmula “ $C = 2\pi R$ ” DOLCE & POMPEO (2005, v.9, p. 293), onde  $C$  é o comprimento e  $R$  é o raio. Ainda a altura do retângulo formado é a mesma altura do cilindro representada usualmente por  $h$ , como a área de um retângulo qualquer é dada por, *base*  $\times$  *altura*, tem-se que a área do retângulo gerado pela superfície lateral do cilindro pode ser calculada pela fórmula,  $A_L = C \cdot h$  de outra forma tem-se  $A_L = 2\pi R \cdot h$ .



FIGURA 10: Planificação da superfície lateral do cilindro



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

A área total da superfície cilíndrica pode ser facilmente calculada somando as áreas das duas bases com a área lateral logo  $A_T = 2 \cdot A_B + A_L$  substituindo em função do raio  $R$ , altura  $h$  e o pi  $\pi$ , tem-se  $A_T = 2 \cdot \pi \cdot R^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$  portanto de forma simplificada  $A_T = 2\pi R(R + h)$ .

#### 4.3. VOLUME DO CILINDRO

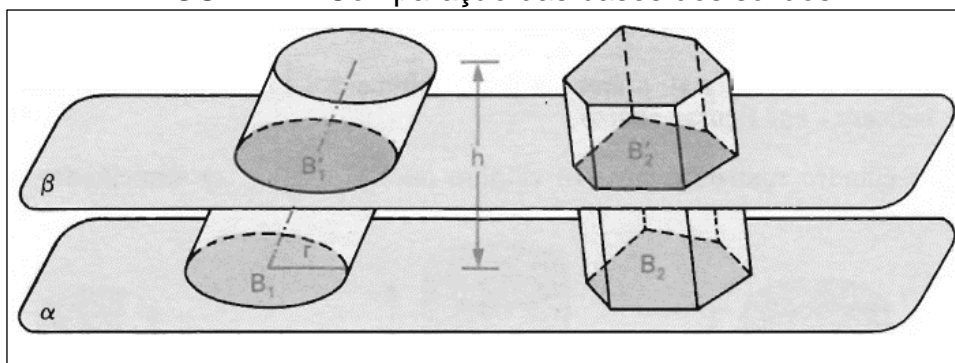
O volume do cilindro pode ser encontrado através do cálculo do produto entre a área da base pela altura do mesmo, como já foram mostradas anteriormente a área da base pode ser calculada por  $A_B = \pi \cdot R^2$  enquanto a altura do cilindro é a mesma altura da planificação da área lateral e é denominada por  $h$ . Assim o volume do cilindro pode ser calculado através da fórmula  $V = A_B \cdot h$ , pois considera-se o volume as repetições em ordem das seções congruentes (círculos) até determinada altura, reescrevendo a fórmula tem-se  $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$ .

A demonstração dessa fórmula pode ser encontrada em Dolce & Pompeo (2005, v.10, p. 220 e 221) apresentou-se tal demonstração a seguir:

Consideremos um cilindro de altura  $h$  e área de base  $B_1 = B$  e um prisma de altura  $h$  e área da base  $B_2 = B$ .

Suponhamos que os dois sólidos têm bases num mesmo plano  $\alpha$  e estão num dos semi-espacos determinados por  $\alpha$ .

FIGURA 11: Comparação das bases dos sólidos



Fonte: DOLCE & POMPEO (2005, v.10, p. 221)

Qualquer plano  $\beta$  paralelo a  $\alpha$ , que secciona o cilindro, também secciona o prisma e as seções ( $B'_1$  e  $B'_2$ , respectivamente) têm áreas iguais, pois são congruentes às respectivas bases.

$$(B'_1 = B_1, \quad B'_2 = B_2, \quad B_1 = B_2 = B) \Rightarrow B'_1 = B'_2$$

Então pelo princípio de Cavalieri “Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes)” Dolce & Pompeo (2005, v.10, p. 165), o cilindro e o prisma têm volumes iguais.

Como o volume de ambos pode ser expresso por

$$V = B \cdot h$$

E a base definida do cilindro anteriormente é dada por

$$B = A_B = \pi \cdot R^2$$

Então se tem:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$$

■

## 5. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Apoiando-se nos trabalhos resumidos na revisão de literatura notou-se que o ensino de matemática pode ser trabalhado seguindo várias tendências metodológicas distintas da vinculada a metodologia tradicional, baseada na transmissão do conhecimento, algumas dessas metodologias que valem ser citadas são, o ensino utilizando material manipulável, jogos, ferramentas das Tecnologias de Informação - (TI), ensino por atividades grupais, ensino usando folhas de atividades e sequências didáticas, logo se decidiu nesse projeto aplicar um experimento em torno do conteúdo cilindro, utilizando metodologias frutos da Teoria das Situações Didáticas, que pode englobar uma ou mais das tendências citadas.

Portanto, neste capítulo foram apresentadas as construções descrições e aplicações da sequência didática elaborada para o ensino do conteúdo cilindro, as quais foram compostas por atividades seguindo os modelos de Cabral (2017) apoiando nas estruturas de UARC's construídas pelo autor citado.

A SD foi formada por cinco atividades, as quais focaram o ensino de cilindro nos tópicos mais lecionados pelas escolas públicas brasileiras, conseguiu-se realizar o levantamento de dados para fundamentar as atividades através da revisão de literatura, da pesquisa dos conteúdos matemáticos, dos livros didáticos investigados e a opinião dos alunos e professores consultados.

### 5.1. A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Como se observou nos resumos dos estudos sobre a aplicação e experimentação de tendências metodológicas de ensino é possível através de atividades, diferenciadas das clássicas, melhorar o ensino, assim aqui se buscou bases em estudos anteriores para elaborar as atividades que compuseram a SD, estas foram elaboradas por folhas de atividades as quais já se mostraram eficientes em outros estudos como se pode observar em Bernardini (2014, p. 35) “É possível utilizar questões conceituais e questões técnicas, bem como criar sequências didáticas de qualquer tema” utilizando esse modelo.

Verificou-se também que o uso de atividades moldadas segundo a aplicação de SD já foram validadas em diferentes estudos e se mostraram eficientes na construção do aprendizado, dentre eles alguns projetos apresentados na revisão de literatura mostraram que em relação a geometria espacial é possível criar uma sequência didática cuja atividade diminui as dificuldades e lacunas encontradas no conteúdo cilindro, assim três dificuldades foram eleitas no capítulo 3 estas foram escolhidas analisando as respostas dos discentes, opiniões do grupo de professores e a literatura pesquisada, são elas:

- Lacunas no aprendizado e manuseio das fórmulas, utilizadas para encontrar volume e áreas do cilindro.
- Dificuldades em reconhecer o texto matemático formal e vinculá-lo com o objeto matemático corretamente.
- Dificuldades em relacionar os objetos do cotidiano com o objeto matemático estudado.

Uma das lacunas encontrada na revisão de literatura e na pesquisa de campo com relação ao conteúdo aqui eleito foi o entendimento das fórmulas algébricas e manuseio das mesmas pelos discentes como aponta Schmitt (2017):

Geralmente o educador não constrói com seus educandos a base conceitual, analisando e identificando a origem dos conceitos e as fórmulas obtidas. Grande parte dos educadores chegam em sala de aula e colocam as fórmulas no quadro e pedem para que seus educandos simplesmente coloquem as atividades nas fórmulas, sem que haja um debate sobre os exercícios que foram propostos. Os educandos estão acostumados a decorar e não entender o que se passa em cada conteúdo. (SCHMITT, 2017, p. 2)

Para minimizar essas dificuldades de compreensão do conteúdo e das fórmulas apresentadas a aplicação de atividades entrelaçadas em uma SD já se mostrou eficiente em estudos como o de Santos (2012) onde o aluno constrói junto ao professor os conceitos do objeto matemático em si e a compreensão das fórmulas envolvendo volumes e posterior fixação das mesmas foram consequências do ensino por atividades de redescoberta, verifica-se que há um melhor entendimento das fórmulas quando o ensino se dá através das atividades utilizando alguma tendência do ensino da matemática, no caso de Santos (2012) a autora construiu um *software* com o qual o discente pudesse realizar essa descoberta, verifica-se no trecho a seguir que o experimento teve resultados que validaram o ensino por atividades.

Após as sessões com o *software*, que promoveram a descobertas das fórmulas, desenvolvemos uma atividade de fixação, com um jogo de dominó que tinha por objetivo criar uma sequência relacionando a imagem do sólido a fórmula de cálculo de seu volume. Essa atividade foi muito bem recebida e ajudou os alunos a fixarem as fórmulas. (SANTOS, 2012, p. 231)

A compreensão das fórmulas contidas nos conteúdos de geometria espacial foi apenas uma das dificuldades apresentadas e que as atividades de uma SD puderam minimizar, usando das mais variadas tendências metodológicas, como apresentado nos estudos de Santos (2012) nos quais foram usadas as ferramentas tecnológicas como *software*, jogos matemáticos e folhas de atividades.

Nas pesquisas deste projeto que ocorreram através de questionários e testes envolvendo alunos egressos ao conteúdo cilindro se notou tais dificuldades com a memorização e o uso das fórmulas, pois no teste de verificação apresentado no questionário aos participantes foi constada nas diversas questões a ausência de proficiência no uso das fórmulas, esse fato foi evidenciado analisando a terceira questão proposta no teste, onde era suficiente necessário aplicar a fórmula básica do cálculo do volume do cilindro cujos dados foram dados explicitamente, porém apenas 36 participantes acertaram, mostrando assim as dificuldades com as fórmulas desse conteúdo de geometria.

A intenção observada nos estudos apresentados na revisão de literatura foi a construção do ensino em si, no experimento de Santos (2012) que focou nos volumes de sólidos geométricos se observa que o ensino por atividades de uma Sequência Didática abrangeu a compreensão de todo o conteúdo proposto desde conceitos básicos até a aplicação formal do conhecimento adquirido, apresentando bons resultados, como observado por Santos (2012, p. 229) “Assim, nosso objetivo de investigar a potencialidade do ensino de Volume de Sólidos Geométricos por atividades, com tecnologias computacionais, foi confirmado pelo processo vivenciado durante todo o estudo.”

Outra dificuldade destacada neste projeto foi a falta de habilidade da maioria dos participantes em resolver questões contextualizada se a ausência de capacidade na interpretação de textos envolvendo o cotidiano para resolver questões atreladas a cilindro, essas dificuldades podem estar vinculadas com a forma de ensino verificadas nas respostas dos questionários preenchidos pelos professores colaboradores onde

estes relataram em sua maioria que normalmente utilizam apenas os livros didáticos e listas de exercícios para fixar os assuntos de matemática e avaliam seus alunos utilizando testes e provas.

Por outro lado, notou-se na revisão de literatura que o aprendizado utilizando dos conhecimentos anteriores dos alunos e do cotidiano ou do contexto social em que vive possibilita um ganho de aprendizagem, pois desta forma o aprendizado se rodeia de significados e assim penetra mais profundamente nos conhecimentos dos alunos como se pode notar em Vassallo Neto (2016).

Por outro aspecto, a contextualização pode auxiliar na construção de certo grau de importância do conteúdo, visto que a aprendizagem ganha significado e passa a possuir sentido lógico de existência, além poder estar pautada na perspectiva do aluno como construtor do conhecimento. (VASSALLO NETO, 2016, p. 8)

Ainda foi possível notar que o conhecimento construído através de problemas, exercícios, atividades, trabalhos em grupo, projetos, entre outros devem envolver, potencialmente, elementos do cotidiano de cada aluno o que prepara para a interpretação de questões mais elaboradas do conteúdo matemático estudado. Focando nesses objetivos no ensino de cilindro, percebe-se a importância da contextualização de acordo com Silva e Braz (2017, p. 11) “Outro aspecto da Geometria Espacial a ser trabalhado é a contextualização, para que os alunos compreendam sua aplicação e importância no cotidiano”

As investigações e estudos apresentados neste projeto não se distanciam das sugestões encontradas nos PCN's e PCN+, documentos que priorizam o ensino levando em consideração o mundo que rodeia os discentes.

As diferentes propostas nos estudos resumidos na revisão de literatura envolveram o ensino contextualizado apresentam sugestões a partir da história como em Silva e Braz (2017, p. 11) “uma sugestão é utilizar a História da Matemática. Ensinar pirâmides com exemplos envolvendo as pirâmides do Egito”. Outras formas de contextualizar são encontradas nos livros didáticos mais atuais, nos quais as questões e exercícios já apresentam de alguma forma objetos geométricos do dia a dia do discente, uma das propostas de ensino contextualizado apresentada neste projeto consiste na utilização de objetos cilíndricos os quais podem ser facilmente manuseados pelos discentes.

Por último, outra dificuldade encontrada quando analisados os dados coletados na pesquisa de campo e verificando na literatura foi a falta de habilidades para reconhecer a linguagem formal como se percebeu no capítulo 3, nas análises dos questionários essas dificuldades ou lacunas foram verificadas comparando a quantidade de acertos em cada questão da lista ao final do questionário e os níveis de dificuldades apontados pelos discentes egressos. Em alguns tópicos as dificuldades foram confirmadas, porém em outros os estudantes mostraram não reconhecer a linguagem formal mostrando que apenas sabem fazer os cálculos exigidos e mesmo esse grupo que consegue realizar os cálculos são minoria diante do total de participantes.

Considerando as ferramentas de apoio para o ensino da geometria destaca-se em particular a principal delas usada atualmente, os livros didáticos, para tanto observando as pesquisas e análises já realizadas no capítulo 3 observa-se que em todos os livros didáticos investigados foi possível notar o início do conteúdo através de definições do objeto matemático aqui selecionado, alguns livros definem a partir do próprio objeto matemático enquanto outros livros procuram fazer uma relação do objeto com o cotidiano, observe que na iniciação do conteúdo cilindro por Youssef (2005) este apresenta uma definição matemática a seguir “considere dois planos,  $\alpha$  e  $\beta$ , paralelos, círculo de centro O e raio R contido num deles, e uma reta...” Youssef (2005, p. 290), em segundo plano acompanhado da definição tem-se um copo em formato cilíndrico, a relevância da definição matemática não é discutível mesmo porque esta é fundamental.

Todavia a abordagem do conteúdo também pode ser realizada como se apresentou neste trecho “No dia a dia nos deparamos com diversos objetos cuja forma lembra a do cilindro, sendo necessário em certos casos conhecer algumas de suas características...” Souza (2016, p. 235) acompanhando esse trecho do livro didático e antes mesmo dele foram apresentados objetos do cotidiano em forma de cilindros os quais foram apresentados mantendo coerência ao texto, e após essa explanação inicial apresentou-se a definição matemática formal de cilindro circular.

Portanto considerando as dissertações elaboradas por Santos (2012), Bernardini (2014) e Schmitt (2017) entre os outros estudos apresentados na revisão de literatura escolheu-se nesse projeto a elaboração de uma SD baseada em atividades (UARC) entrelaçando os tópicos do conteúdo cilindro, para tanto houve a

necessidade de consultar os tópicos mais lecionados pelos professores dentro do objeto matemático aqui eleito, além de verificar as possíveis dificuldades apontadas por esses professores.

Ainda verificou-se através de pesquisa por questionários as dificuldades apontadas pelos discentes sobre os mesmos tópicos essas informações foram mais bem detalhadas no capítulo 3 desse projeto, por último ocorreu a necessidade de investigar o conteúdo matemático tanto em livros didáticos quanto em livros mais formais sobre o objeto matemático, para verificar desta forma quais conhecimentos podem e devem ser construídos quanto ao ensino de cilindro.

Partindo das pesquisas realizadas entre opinião dos professores, verificação dos conhecimentos dos alunos egressos, conteúdos apresentados no livro didático, conteúdo formal encontrado em outras bibliografias e pesquisas da revisão de literatura, optou-se pelas escolhas dos tópicos expostos no quadro abaixo para compor as atividades da SD.

QUADRO 6: Tópicos selecionados para cada atividade e assuntos abordados.

Atividades	Tópicos	Assuntos de cada tópico.
<b>Atividade 1</b>	<b>Cilindro</b>	Definir cilindros levando em consideração alguns de seus elementos (base, altura e forma) necessários para sua construção.
<b>Atividade 2</b>	<b>Sólido de Rotação</b>	Definir o cilindro circular reto como sólido de rotação, considerando o seu eixo, geratriz, retângulo gerador raio e superfície gerada pelo movimento de rotação.
<b>Atividade 3</b>	<b>Área Lateral</b>	Calcular a área lateral através da área do retângulo planificado, relacionar a altura do cilindro com a altura do retângulo e o comprimento como o comprimento da circunferência, por fim, apresentar a fórmula geral da área lateral.
<b>Atividade 4</b>	<b>Área Total</b>	Calcular a área da base de um cilindro (círculo), conceituar que a área total é a junção da área lateral com as áreas das duas bases, por fim apresentar a fórmula geral da área total.
<b>Atividade 5</b>	<b>Volume</b>	Calcular o volume do cilindro, usando os elementos principais, raio da base, altura, área do da base do cilindro, por fim apresentar a fórmula geral, do cálculo de volume.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)



## 5.2. APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Logo a seguir foram apresentadas as atividades, em forma de UARC's elaboradas para compor a sequência didática, considerando todos os aspectos expostos anteriormente, como as pesquisas realizadas com alunos e professores, verificação de como vem sendo exibido o conteúdo nos livros didáticos, nos livros com conteúdo formais de matemática, as dificuldades e lacunas eleitas nas análises realizadas, elaborou-se cinco atividades objetivando ensinar cilindro circular reto.

QUADRO 7: Resumo das atividades da SD

	<b>Título</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Carga horária</b>	<b>Conteúdo</b>	<b>Obstáculos Encontrados</b>
Ativ.1	<b>Cilindro</b>	Conceituar cilindro circular reto a partir das suas características externas. Fazer o discente perceber que os objetos têm bases circulares iguais, altura específica e diâmetro.	1 hora aula de 45 minutos	Conceitos e definições de cilindro circular reto	Altos graus de dificuldades apontados pelos discentes em relação ao raio e diâmetro do cilindro e reconhecer a nomenclatura para essas medidas.
Ativ.2	<b>Sólido de Rotação</b>	Intuir a construção de sólidos através da manipulação de estruturas concretas, fazendo o discente perceber a utilização do retângulo do eixo e da curva circular para construir a superfície cilíndrica e nomear esse sólido como cilindro de rotação.	1 hora aula de 45 minutos	Cilindro de rotação	Dificuldades do discente em perceber a geração do sólido através de uma geratriz e eixo, assim como reconhecer os termos formais para esses objetos.
Ativ.3	<b>Área Lateral</b>	Descobrir uma maneira intuitiva para calcular a área lateral de um cilindro.	1 hora aula de 45 minutos	Área lateral do cilindro encontrada por planificação	Dificuldades no manuseio e uso das fórmulas para resolver questões simples e contextualizadas de cilindro envolvendo áreas.
Ativ.4	<b>Área Total</b>	Descobrir uma forma indireta de calcular a área total do cilindro.	1 hora aula de 45 minutos	Área da base de um cilindro circular somado a área lateral	Dificuldades no manuseio e uso das fórmulas para resolver questões simples e contextualizadas de cilindro envolvendo áreas.
Ativ.5	<b>Volume</b>	Encontrar um meio de calcular o volume do cilindro.	1 hora aula de 45 minutos	Volume dos cilindros retos de base circular	Dificuldades no manuseio e uso das fórmulas para resolver questões simples e contextualizadas de cilindro envolvendo volumes.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

### 5.2.1. Atividade 1

Levando em consideração o exposto decidiu-se para a primeira atividade da SD contemplar duas direções, a contextualização do ensino e os conhecimentos do objeto matemático, pois se considera necessária a formalização do conteúdo matemático em si, porém se devem considerar os conhecimentos anteriores dos alunos, sendo que tais conhecimentos são advindos do seu cotidiano.

#### Atividade 1: Cilindro

**Objetivos:** Conceituar cilindro circular reto a partir das suas características externas. Fazer o discente perceber que os objetos têm bases circulares iguais, altura específica e diâmetro.

**Carga Horária:** 1 hora aula de 45 minutos.

**Material:** Objetos cilíndricos, tubos de encaimento, caneta, régua e lista de tarefas.

**Conteúdo matemático:** Conceitos e definições de cilindro circular reto.

#### Procedimentos:

[I<sub>i</sub>] – Os itens a sua frente são objetos normalmente usados no dia a dia, observe-os e manuseie cada objeto.

[I<sub>r</sub>] – Qual o sólido geométrico que pode ser associado a esses objetos?

[I<sub>r</sub>] – Quais características esses objetos têm em comum?

[I<sub>r</sub>] – Os objetos a sua frente podem ser colocados na vertical (“em pé”) Numa superfície de modo que fiquem sem rolar? Em quantas posições?

[I<sub>r</sub>] – Nas posições em que o objeto fica na vertical (“em pé”), o lado apoiado sobre a superfície plana tem qual forma geométrica?

[I<sub>e</sub>] – Meça a distância entre as duas superfícies planas de apoio desses objetos e os diâmetros dessas superfícies de apoio e registre no quadro abaixo.

Preencha o quadro.

Objeto	Superfície de apoio 1	Superfície de apoio 2	Distância entre as superfícies de apoio
	Diâmetro 1	Diâmetro 2	
A			
B			
C			
D			
E			

[I<sub>e</sub>] – Descreva as características comuns a todos os objetos.

[I<sub>r</sub>] – Apresente uma descrição que contemple todos os objetos manuseados a partir das características acima identificadas.

Espera-se que o aluno descreva em geral que o sólido tem duas bases planas iguais em forma circular e altura específica.

**[I<sub>f</sub>] – O professor intervém para formalizar o conceito de cilindro, tomando por base as definições apresentadas pelos discentes.**

### 5.2.2. Atividade 2

A UARC 2 envolvendo a segunda atividade focou na visualização do conceito de cilindro circular reto para tanto se necessitou escolher uma forma de fazer os alunos perceberem a geração do cilindro utilizando-se apenas o retângulo, eixo e a geratriz do sólido, assim optou-se pela utilização de três estruturas manuseáveis para gerar os sólidos, cilindro, esfera e cone, através da manipulação das estruturas o aluno visualizará qual dos sólidos gerados pela rotação corresponde ao cilindro, podendo assim nomeá-lo.

#### **Atividade 2: Sólido de Rotação**

**Objetivo:** Intuir a construção de sólidos através da manipulação de estruturas concretas, fazendo o discente perceber a utilização do retângulo do eixo e da curva circular para construir a superfície cilíndrica e nomear esse sólido como cilindro de revolução.

**Carga Horária:** 1 hora aula de 45 minutos.

**Material:** Caneta, estruturas giratórias e lista de tarefas.

**Conteúdo matemático:** Cilindro de revolução

**Procedimentos:**

[I<sub>i</sub>] – Observe atentamente as três estruturas planas.

[I<sub>e</sub>] – Coloque cada estrutura no palito central, e gire-as rapidamente.

[I<sub>r</sub>] – Considerando todo o espaço por onde passaram as estruturas planas durante os giros, que sólidos foram formados? (Repita o giro quantas vezes forem necessárias)

[I<sub>r</sub>] – Qual desses sólidos construídos é o mesmo da atividade anterior?

[I<sub>r</sub>] – Que figura plana foi usada para a obtenção desse sólido?

[I<sub>e</sub>] – Atribua um nome específico para o objeto criado de acordo com as **curvas das bases** e o **movimento realizado**.

Espera-se que o aluno atribua o nome de cilindro criado pelo retângulo através do movimento giratório, como por exemplo, cilindro de rotação ou sólido de rotação.

[I<sub>f</sub>] - **O professor intervém juntos aos alunos para formalizar as observações dos alunos usando as descobertas dos mesmos.**

### 5.2.3. Atividade 3

Nesta atividade em forma de UARC preocupou-se em evidenciar aos alunos participantes, o cálculo da área lateral de um cilindro reto de base circular, com o objetivo de expressar a fórmula ao final do processo, dessa forma uma das opções para alcançar esse objetivo foi utilizar materiais do dia a dia do aluno, assim como planificações de peças em figuras já conhecidas, utilizando cartolina, o manuseio das peças é comparado com a utilização do material concreto onde o aluno internaliza o conhecimento através de suas experiências reais com objetos palpáveis.

#### **Atividade 3: Área Lateral**

**Objetivo:** Descobrir de uma maneira indireta os procedimentos para calcular a área lateral de um cilindro e redescobrir a fórmula da área lateral.

**Carga Horária:** 1 hora aula de 45 minutos.

**Material:** Caneta, Calculadora, régua, 5 moldes de cilindros de cartolina. e lista de tarefas.

**Conteúdo matemático:** Área lateral do cilindro encontrada por planificação.

**Procedimento**

[Ii] - Observe atentamente o quadro abaixo, os objetos apresentados e as peças de cartolina.

[Ie] – Meça o raio de cada objeto cilíndrico

[Ie] – Meça o diâmetro de cada objeto cilíndrico

[Ie] – Meça a altura de cada objeto cilíndrico

[Ie] – Identifique qual peça de cartolina cobre a lateral de cada objeto cilíndrico, sem sobras ou faltas.

[Ie] – Planifique as peças de cartolina e identifique as figuras planas formadas

[Ie] – Caso seja possível, calcule a área de cada figura planificada.

[Ir] – Que correspondência podemos fazer entre a área lateral dos objetos cilíndricos e a área da figura plana que recobriu a lateral desses objetos?

Com as informações obtidas preencha o **quadro** a seguir:

Cilindros	Medida do raio (r)	Medida do comprimento da base do cilindro (C)	Medida do diâmetro do cilindro (d)	Medida da Altura do cilindro (h)	Medida da área lateral dos objetos cilíndricos ( $A_l$ )
A					
B					
C					
D					
E					

[Ir] – Existe um modelo matemático para encontrar o valor de C para qualquer cilindro?

[Ir] – O produto de quais dois valores de cada linha do quadro resultam na área lateral do cilindro?

[Ie] – Estabeleça um modelo padrão para calcular a área lateral de um cilindro qualquer.

Espera-se que o aluno padronize a fórmula do cálculo da área lateral, usando o comprimento do cilindro e a altura.  $A_l = C \cdot h$  ou  $A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ .

[If] – O professor intervém e juntamente com as respostas dos discentes formaliza a fórmula.

#### 5.2.4. Atividade 4

Usando os mesmos princípios da atividade 3 elaborou-se a UARC 4, porém nesta atividade propôs-se encontrar a fórmula da área total de um cilindro reto de base circular, logo utilizando-se dos conhecimentos da atividade anterior entrelaçando com o início dessa nova UARC objetivou-se a construção da fórmula do cálculo da área total do cilindro dando sequência nos conhecimentos anteriormente obtidos.

#### Atividade 4: Área Total do Cilindro

**Objetivo:** Descobrir uma forma indireta de calcular a área total do cilindro e redescobrir a fórmula.

**Carga Horária:** 1 hora aula de 45 minutos.

**Material:** Caneta, Calculadora, régua, moldes de cartolina objetos do cotidiano e lista de tarefas.

**Conteúdo matemático:** Área da base de um cilindro circular somado a área lateral.

#### Procedimentos:

[I<sub>i</sub>] – Observe atentamente o quadro abaixo, os objetos apresentados e os moldes de cartolina.

[I<sub>e</sub>] – Meça os valores dos raios das bases dos objetos e dos moldes de cartolina.

[I<sub>e</sub>] – Calcule o valor da área de cada base e das respectivas áreas laterais dos cilindros.

[I<sub>e</sub>] – Some os valores das duas bases de cada cilindro com suas respectivas áreas laterais.

[I<sub>r</sub>] – Qual a área de cada cilindro você encontrou com o último cálculo?

Sugestão: preencha o quadro a seguir para visualizar cada elemento.

Cilindros	Raio (r)	Altura do cilindro (h)	Comprimento da base do cilindro (C)	Área da base (A <sub>b</sub> )	Área lateral do cilindro (A <sub>l</sub> )	Soma do dobro da área da base com a área lateral
A						
B						
C						
D						
E						

[I<sub>r</sub>] – Qual seria o modelo de cálculo para encontrar a área total de um cilindro qualquer?

Espera-se que o aluno escreva o modelo de fórmula que some o dobro da área da base com a área lateral de cada cilindro.  $A_T = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ .

[I<sub>r</sub>] – O professor intervém para formalizar a fórmula de área total do cilindro.

### 5.2.5. Atividade 5

Na atividade 5 foram usadas as folhas de atividade estruturada com a UARC 5, objetivou-se com essa atividade a percepção dos alunos com relação aos elementos do cilindro e a fórmula do volume, a partir dos conhecimentos obtidos e formalizados anteriormente com atividades concretas, a opção escolhida para a redescoberta da fórmula do volume do cilindro circular reto ocorreu com a utilização de uma medição do volume utilizando areia e um recipiente graduado.

#### Atividade 5: Volume de Cilindros

**Objetivo:** Encontrar um meio de calcular o volume do cilindro.

**Carga Horária:** 1 hora aula de 45 minutos.

**Material:** Caneta, calculadora, cilindros feitos de tubos de encanamento, recipiente graduado, areia e lista de tarefas.

**Conteúdo matemático:** Volume dos cilindros retos de base circular.

**Procedimentos:**

[I<sub>i</sub>] – Encha cada cilindro com areia até a borda.

[I<sub>e</sub>] – Despeje a areia no recipiente graduado vazio, de forma que a areia fique mais nivelada possível. Repita o procedimento para cada cilindro.

[I<sub>e</sub>] – Observe e anote o volume encontrado em cada caso.

Preencha quadro a seguir:

Cilindro	Valor da Área da Base ( $A_b$ )	Valor da Altura (h)	Volume do cilindro ( $V_c$ )
A			
B			

C			
D			
E			

[I<sub>e</sub>] – Estabeleça uma relação entre área da base, altura e volume do objeto cilíndrico.

[I<sub>r</sub>] – É possível elaborar uma fórmula para calcular o volume de qualquer cilindro?

Espera-se que o aluno relacione cada volume através da fórmula  $V = A_b \cdot h$  ou  $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

**[I<sub>f</sub>] – O professor intervém utilizando as respostas dos discentes para formalizar a fórmula do volume.**

[I<sub>ar</sub>] – Teste o modelo anterior estabelecido para o objeto F apresentado.

### 5.3. VERIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS E OFICINA

Para aplicar a sequência didática necessitou-se verificar os conhecimentos anteriores dos participantes levantando-se dados para saber se os mesmos tinham bases apropriadas de geometria visando o início da aplicação da sequência didática, para tanto, elaborou-se uma lista de exercícios abrangendo alguns assuntos de geometria do ensino fundamental.

A lista de exercícios foi constituída por questões abordando conteúdos anteriores a série dos participantes do experimento, com o objetivo principal de avaliar os saberes anteriores e possíveis lacunas de saberes básicos, as quais poderiam gerar barreiras ou entraves na aplicação do experimento e construção do conhecimento de cilindros retos de base circular, participaram da pesquisa 33 alunos da segunda série do ensino médio de uma escola pública estadual do município de Abaetetuba – PA.

O levantamento de dados a respeito dos acertos e respostas dos participantes foi resumido no quadro de resultados e dados abaixo, assim como a descrição de cada questão e os objetivos das mesmas, ao analisar os acertos referentes a cada questão foi estabelecido um parecer em relação a cada assunto, estes assuntos a partir das análises foram escolhidos para compor a oficina matemática.



QUADRO 8: Lista de exercícios para verificar conhecimentos anteriores

Questão	Objetivo/Descrição	Acertos	Parecer
Quest. 1	Levantar informações sobre o conhecimento dos alunos em relação ao número pi ( $\pi$ )	30	A maioria dos participantes tem conhecimentos sobre o valor aproximado de pi( $\pi$ ), o assunto precisou ser apenas lembrado na oficina
Quest. 2	Valor numérico de uma expressão algébrica (uso de fórmulas)	31	Os participantes mostraram ter domínio na utilização de fórmulas, esse assunto não entrará na oficina.
Quest. 3	Definições de círculo e circunferência.	11	Uma porcentagem expressiva de alunos não tem claras as diferenças entre círculo e circunferência, esse assunto foi eleito para a oficina.
Quest. 4	Cálculo da área de um círculo a partir do raio, questão com alternativas.	05	Uma quantidade pequena de alunos acertou essa questão, logo esse tópico foi eleito para ser trabalhado na oficina.
Quest. 5	Cálculo do comprimento da circunferência a partir do raio, questão com alternativas.	06	Resultados parecidos com a questão anterior, logo esse tópico também foi ministrado na oficina.
Quest. 6	Cálculo da área de um retângulo.	32	Quase a totalidade dos participantes acertou essa questão, logo assunto não precisou fazer parte da oficina.
Quest. 7	Cálculo da área de um círculo a partir do raio, com demonstração de cálculo.	09	Nessa questão houve a confirmação da necessidade de se explanar o cálculo da área do círculo na oficina.
Quest. 8	Cálculo da área de uma circunferência a partir do raio, com demonstração de cálculo.	08	Nessa questão houve a confirmação da necessidade de se explanar o cálculo da área da circunferência na oficina.
Quest. 9	Diferença entre quadrado e retângulo.	15	Quase metade dos participantes sabe diferenciar e tem alguma noção das definições de retângulo e quadrado, para elevar essa quantidade de acertos esse assunto fez parte da oficina.
Quest. 10	Dominar o conteúdo equações algébricas.	01	Quase a totalidade dos participantes não dominou completamente o manuseio de fórmulas algébricas, logo esse assunto fez parte da oficina.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

Observando o quadro acima se elaborou uma oficina de conhecimentos matemáticos básicos para sanar as dificuldades apresentadas pelos participantes, como a maioria dos alunos já dominavam alguns assuntos apontados no quadro, foi necessário apenas uma aula de 45 minutos para atingir o nível pretendido de conhecimentos básicos para o prosseguimento do experimento envolvendo a Sequência Didática do conteúdo cilindro.

A oficina teve como metodologia de ensino uma aula expositiva e dialogada com os alunos, pois apenas foi necessário lembrar os assuntos que os mesmos já tinham estudado em aulas anteriores, ao final da aula perguntou-se sobre algum questionamento a mais por parte dos alunos, porém todos confirmaram que tinham

relembrado ou aprendido os assuntos que tinham dificuldades como se apontou nas respostas dadas a lista de exercícios encontrada no apêndice A.

#### 5.4. APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática envolvendo as cinco UARC's já apresentadas anteriormente foi aplicada em uma turma da segunda série do ensino médio contendo 35 alunos, inicialmente necessitou-se a verificação dos conhecimentos em geometria dos participantes, assim diagnosticou-se através de uma lista de exercícios descrita no tópico anterior e apresentada no apêndice A, participaram dessa diagnose 33 dos 35 alunos regularmente matriculados na turma, e a partir das análises das questões decidiu-se por ministrar uma aula em forma de oficina, com o objetivo de diminuir as dificuldades referentes a assuntos básicos de geometria que os participantes deveriam ter conhecimento e que serviram como fundamentos para iniciar o experimento didático.

Após a oficina e verificação do nível pretendido dos conhecimentos necessários para aplicação do experimento houve a fase de planejamento para a aplicação da sequência didática, inicialmente planejou-se dividir a turma em cinco grupos de sete participantes. Entretanto no dia da aplicação da sequência foram formados cinco grupos definidos aqui como Grupo G, contendo sete participantes, Grupo H, contendo seis participantes, Grupo I, com seis participantes, Grupo J, composto por sete alunos e Grupo K, com sete participantes, totalizando a participação de 33 alunos.

Para orientar cada grupo convidaram-se cinco professores de matemática que exerceram papel de colaboradores das atividades e gravaram em vídeo as falas e ações de cada grupo de discentes, além das gravações os participantes responderam folhas de atividades contendo as intervenções, principalmente as intervenções reflexivas, observou-se nas folhas de atividades a construção e refinamento do conhecimento adquirido pelos participantes, porém vale ressaltar que as respostas e o preenchimento das folhas de atividades só se deram a partir das interações histórico-sociais entre professor-aluno e aluno-aluno, interações estas permeadas com Intervenções Oraís de Manutenção Objetiva (IOMO).

De outra forma pode-se observar que os resultados do experimento objetivados foram os indícios de aprendizagem, tais indícios estão entrelaçados tanto às respostas dadas nas folhas de atividades quanto nas falas gravadas em vídeo contendo as IOMO.

As cinco atividades da sequência didática foram realizadas no período de dois dias, 18 e 19 de junho de 2019, foram necessários 4 horas aulas para a organização e aplicação do experimento, elas foram divididas em três aulas no dia 18, para aplicar as atividades de 1 até 4, e utilizou-se uma aula de 45 minutos no dia 19 para finalizar o experimento, aplicando a 5 atividade envolvendo volume do cilindro, as aulas cedidas foram as últimas dos turnos de estudo habitual dos alunos.

Além dos dias utilizados para a aplicação da sequência didática em si, precisou-se de duas aulas para verificação dos conhecimentos básicos necessários à sequência didática e aplicação da oficina. Assim a realização da totalidade do experimento durou seis aulas de 45 minutos, resumidas no quadro a seguir.

QUADRO 9: Cronograma geral do experimento

Encontros	Atividade Realizada	Tempo de Duração
1º	Teste de Verificação	1 aula de 45 minutos
2º	Oficina de Conhecimentos Anteriores	1 aula de 45 minutos
3º	Aplicação das atividades de 1 a 4	3 aulas de 45 minutos
4º	Aplicação da atividade 5	1 aula de 45 minutos

Fonte: Elaborado pelo autor (2019)

Inicialmente foram previstas 5 aulas de 45 minutos para a realização do experimento de acordo com o levantamento de dados envolvendo professores de matemática, porém gastou-se um tempo a mais para explicar aos participantes do experimento como seria a metodologia do mesmo.

Ainda antes do início da primeira atividade foram apresentados para a turma todos os professores colaboradores e foi explicado que aquelas aulas estavam relacionadas com um experimento didático do curso de mestrado em ensino de matemática, além de ser garantido o anonimato de cada participante. Como os horários cedidos pela escola foram os últimos do turno, alguns alunos pediram para serem liberados, pois moravam longe e precisavam de transporte escolar.

### 5.4.1. UARC 1

Antes de início a atividade 1 foram distribuídas as folhas de todas as cinco atividades para os alunos da turma e para cada grupo foram dados os conjuntos de 5 sólidos cilíndricos construídos com tubos de encanamentos e papelão, por alguns minutos os alunos foram deixados à vontade para manusear os objetos e lerem a folha da Atividade 1 nesse tempo não foram dadas nenhuma orientação aos participantes, a maioria dos alunos estranharam os objetos, porém todos tiveram a curiosidade de apalpar e verificá-los, após a familiarização inicial, ocorreram as primeiras intervenções orais motivando os participantes a lerem e começar a responder a folha da atividade 1, que objetivou, definir o cilindro circular reto.

A princípio os professores colaboradores realizaram as primeiras leituras da folha de atividade e a partir dessa iniciação os alunos se interessaram a ler as demais intervenções, havendo comentários por parte dos participantes que o que estava sendo pedido nas atividades não era difícil, a atividade inicial englobada pela UARC 1, teve a complexidade da mudança de metodologia de aulas expositivas para um padrão construtivista onde os alunos deveriam investigar e buscar desenvolver seu conhecimentos através de suas descobertas.

Ao passar dos minutos envolvendo a atividade 1, os alunos começaram a compreender a metodologia apresentada, as conversas dos grupos começaram a surtir resultados em direção a construção do conhecimento matemático, assim como o “ping-pong discursivo” entre professor-alunos e aluno-aluno.

Notadamente as Intervenções Orais de Manutenções Objetivas (IOMO's) foram de suma importância ao sanar a incompreensão do que estava sendo estabelecido pelo novo contrato didático, só a partir dessas intervenções realizadas pelo professor que os participantes começaram a interagir mais concisamente com as atividades, aproximando as respostas ao conhecimento pretendido, assim como apresenta Cabral (2017, p. 45) “Essas intervenções são extremamente necessárias, pois ajudam o professor a modular as aproximações e distanciamentos dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem”.

De fato, ao observar o comportamento dos participantes ao decorrer do experimento, notou-se que as Intervenções Estruturantes escritas aplicadas

juntamente com as Intervenções Oraís são relevantes no processo de construção do conhecimento matemático e induz os alunos às redescobertas pretendidas.

Observando o registro escrito nas folhas de atividades nota-se que a Atividade 1, apesar da complexidade inicial, foi respondida pelos participantes sem muitos entraves, pois esta atividade dependia da interpretação das intervenções e manuseio dos objetos, além dos conhecimentos anteriores de geometria que foram ensinados na oficina. Observe a figura 12.

FIGURA 12: Respostas do participante P1 a 5 intervenções da Atividade 1

<b>Atividade 1: Cilindro</b>	
<b>Procedimentos:</b>	
[I <sub>1</sub> ] – Os itens a sua frente são objetos normalmente usados no dia a dia, observe-os e manuseie cada objeto.	<u>CANO</u>
[I <sub>2</sub> ] – Qual o sólido geométrico que pode ser associado a esses objetos?	<u>CILINDRO</u>
[I <sub>3</sub> ] – Quais características esses objetos têm em comum?	<u>SÃO FORMAS GEOMÉTRICAS.</u>
[I <sub>4</sub> ] – Os objetos a sua frente podem ser colocados na vertical (“em pé”) Numa superfície de modo que fiquem sem rolar? Em quantas posições?	<u>SIM. 2 POSIÇÕES</u>
[I <sub>5</sub> ] – Nas posições em que o objeto fica na vertical (“em pé”), o lado apoiado sobre a superfície plana tem qual forma geométrica?	<u>UM CÍRCULO</u>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Ao observa a segunda e terceira intervenções, nota-se que o participante P1 já tem a intuição de que os objetos são formas geométricas cilíndricas, porém este participante ainda não descreve as características do cilindro, as intervenções posteriores induzem P1 a refinar seus conceitos sobre o objeto apresentado, mostrando que o objeto pode ficar fixo na vertical, em duas posições e apoiados em duas bases circulares, essas outras duas últimas intervenções mostradas na figura 12 conduzem o participante para as resposta dadas nas intervenções apresentadas na figura 13 a seguir.

FIGURA 13: Respostas do participante P1 a 2 intervenções da Atividade 1

<p>[I.] – Descreva as características comuns a todos os objetos.</p> <p><u>TOLOS TEM AS MESMAS FORMAS GEOMETRICAS.</u></p> <p>[II.] – Apresente uma descrição que contemple todos os objetos manuseados a partir das características acima identificadas.</p> <p><u>ELAS SÃO OBJETOS CILINDRICOS</u></p> <p style="text-align: center;"><b>Observações do professor</b></p> <p><u>CILINDROS, CIRCULARES FEITOS</u></p>
--

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observando a primeira intervenção da figura 13, nota-se que o participante refina sua definição dos objetos, dada antes na figura 12, onde respondeu que os objetos eram formas geométricas, já na intervenção da figura 13 respondeu que “todos tem as mesmas formas geométricas”, e na última intervenção o participante P1, reconhece que todos os objetos apresentados, são cilíndricos apesar de terem distintas as medidas do círculo da base e alturas.

Dentre o que foi exposto pelos alunos pediu-se o final da atividade 1 que todos escrevessem nas observações do professor a definição formal do objeto manipulado, encerrando assim a primeira UARC com a uma Intervenção Formal do objeto, usando as respostas dadas por eles em cada uma das intervenções anteriores seguindo o modelo apresentado por Cabral (2017)

**Aqui** o professor reelabora as verdades “redescobertas” pelos alunos com as vestes da formalidade Matemática. Aqui as percepções dos alunos são consolidadas com uma linguagem mais abstrata que procurar satisfazer as exigências do saber disciplinar formal, axiomático, próprio da natureza matemática. (CABRAL, 2017, p. 42)

As intervenções estruturantes das atividades foram pensadas com essa intenção, observada no trecho acima de Cabral (2017), de aproximar as respostas do aluno a definição formal matemática desejada e ao final formalizar tal conhecimento redescoberto.

O participante P1 chegou próximo dos resultados esperados entre outros participantes que responderam igualmente as intervenções, para destacar melhor outros padrões de respostas apresentam-se logo a seguir duas figuras referentes a outro participante P2, e suas descobertas sobre o objeto.

FIGURA 14: Respostas do participante P2 as 5 intervenções da Atividade 1

**Atividade 1: Cilindro**

**Procedimentos:**

[1.] – Os itens a sua frente são objetos normalmente usados no dia a dia, observe-os e manuseie cada objeto.  
Um rolo de fita e um carretel de linha

[1.] – Qual o sólido geométrico que pode ser associado a esses objetos?  
Cilindro

[1.] – Quais características esses objetos têm em comum?  
Todos são cilindros e as bases são circulares

[1.] – Os objetos a sua frente podem ser colocados na vertical (“em pé”) Numa superfície de modo que fiquem sem rolar? Em quantas posições?  
Sim, duas

[1.] – Nas posições em que o objeto fica na vertical (“em pé”), o lado apoiado sobre a superfície plana tem qual forma geométrica?  
circular

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Nota-se que o participante P2 dá exemplos de outros tipos de objetos cilíndricos na intervenção inicial, na terceira intervenção apresentada na figura 14 esse participante descreve os objetos cilíndricos já antecipando as intervenções posteriores dando algumas características da base dos sólidos. Observe agora as intervenções da figura 15.

FIGURA 15: Respostas do participante P2 as 3 intervenções da Atividade 1

[1.] – Meça a distância entre as duas superfícies planas de apoio desses objetos e os diâmetros dessas superfícies de apoio e registre no quadro abaixo.

Preencha o quadro.

Objeto	Superfície de apoio 1	Superfície de apoio 2	Distância entre as superfícies de apoio
	Diâmetro 1	Diâmetro 2	
A	4 cm	4 cm	5 cm
B	4 cm	4 cm	7 cm
C	5 cm	5 cm	4 cm
D	5 cm	5 cm	5 cm
E	7,5 cm	7,5 cm	3 cm

[1.] – Descreva as características comuns a todos os objetos.  
Todos são cilindros com bases circulares

[1.] – Apresente uma descrição que contemple todos os objetos manuseados a partir das características acima identificadas.  
Cilindros, circulares e retos

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A intervenção após o quadro apresentado na figura 15 foi respondida pelo participante P2 de forma parecida com a resposta dada a intervenção da figura 14 mudando apenas uma palavra. A última intervenção apresentada na figura 15, foi respondida corretamente pelo participante, após ser ajudado por intervenções orais.

Explorando mais a fundo as respostas do participante P2, as cinco primeiras intervenções apresentadas na figura 14, tiveram o objetivo alcançados de definir os sólidos como cilindros com bases circulares, a intervenção exploratória que consistia no preenchimento do quadro da figura 15 teve como objetivo destacar a altura e as bases dos sólidos, a penúltima intervenção teve como objetivo a percepção de todas as características que cada aluno conseguiu visar manuseando os sólidos e a última intervenção objetivou a escrita de uma definição pelos alunos dos objetos da atividade 1. A exploração inicial dos objetos serviu para defini-lo ao final da atividade e para a familiarização desses sólidos para as próximas atividades.

#### 5.4.2. UARC 2

A atividade 2 teve como objetivo a definição do cilindro circular reto através da percepção dos alunos utilizando estruturas que possibilitaram o movimento giratório, ao final da atividade os alunos deveriam reconhecer qual figura plana (semicírculo, triângulo ou retângulo) gerou o cilindro quando giradas em torno dos palitos, nesta atividade foram usadas as estruturas apresentadas na figura a seguir.

FIGURA 16: Estruturas de revolução utilizadas na atividade 2



Fonte: Dados da pesquisa (2019)



Para iniciar a atividade 2 foram distribuídas as estruturas acima para cada grupo de alunos, além de orientações para os mesmos começarem a ler as intervenções contidas na folha da atividade 2, ainda foi demonstrado como os mesmos deveriam realizar o movimento das bases de cada estrutura fazendo girar as figuras planas, gerando os sólidos. A motivação em realizar a atividade ocorreu imediatamente após a primeira demonstração de giro, os conhecimentos do procedimento realizado foram velozmente adquiridos pelos alunos, de fato, foi possível notar na Atividade 2 que os alunos venceram a complexidade inicialmente apresentada na Atividade 1, os participantes tomaram para si os procedimentos a serem realizados, agindo como investigadores, logo todos os participantes queriam realizar seus giros e responder as perguntas referentes as intervenções, a seguir tem-se a folha de atividade completa preenchida pelo participante P2.

FIGURA 17: Respostas do participante P2 a atividade 2.

**Procedimentos:**

[1] – Observe atentamente as três estruturas planas.  
 Possuem formas de triângulo, retângulo e meia circunferência

[2] – Coloque cada estrutura no palito central, e gire-as rapidamente.  
 Observamos as forma das estruturas sólidas

[3] – Considerando todo o espaço por onde passaram as estruturas planas durante os giros, que sólidos foram formados? (Repita o giro quantas vezes for necessário)  
 Um cilindro, uma esfera e um cone

[4] – Qual desses sólidos construídos é o mesmo da atividade anterior?  
 O cilindro

[5] – Que figura plana foi usada para a obtenção desse sólido?  
 Retângulo

[6] – Atribua um nome específico para o objeto criado de acordo com as curvas das bases e o movimento realizado.  
 Sólido de rotação

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observando as respostas dadas pelo participante P2, nota-se desde a intervenção inicial o reconhecimento das figuras planas (triângulo, retângulo e semicírculo) que foram dadas no começo da atividade 2, devido as orientações orais do professor, o aluno escreveu o procedimento que ele estava fazendo em cada momento das intervenções.

A Atividade 2 apresentou um caráter mais amplo destacando os procedimentos a serem realizados os participantes se muniram das intervenções orais iniciais do professor orientador e agiram como investigadores do conhecimento, relacionando os processos feitos com as exigências das intervenções estruturantes, de acordo com Zabala (1998)

Os conteúdos procedimentais implicam saber fazer, e o conhecimento sobre o domínio deste saber fazer só pode ser verificado em situações de aplicação destes conteúdos. Para aprender um conteúdo procedimental é necessário ter uma compreensão do que representa como processo, para que serve, quais são os passos ou fases que o configuram, etc. (ZABALA, 1998, p. 207)

Relacionando o trecho acima com o experimento, notou-se a participação imediata dos alunos, onde estes realizaram as fases do processo em uma sequência adequada seguindo a ordem das intervenções estruturantes (escritas) apoiadas pelas intervenções orais.

Após os giros o participante P2 reconheceu na terceira intervenção que as estruturas planas geraram “um cilindro, uma esfera e um cone”, ao ser questionado qual sólido já havia sido trabalhado na atividade anterior o participante respondeu “cilindro”, percebeu-se a relação que o aluno fez entre o conteúdo conceitual já dominado na atividade anterior, significativamente aprendido através da manipulação das estruturas cilíndricas e aplicado na resposta à intervenção realizada, não distante, nota-se em Zabala (1998) a utilização dos conhecimentos adquiridos anteriormente na Atividade 1.

Uma vez aceita e entendida a necessidade de que a aprendizagem de fatos implique o conhecimento e a compreensão dos conceitos (conceitos de capital, país, processos históricos, características literárias...), dos quais cada um dos fatos é um elemento singular, queremos que estes fatos sejam lembrados e possam ser utilizados com fluência quando convenha. (ZABALA, 1998, p. 203)

Neste ponto o aluno responde não somente ao reconhecimento do sólido cilindro como objeto abstrato, mas retorna a ideia do próprio objeto matemático, as

suas características e a memória relativa ao objeto geométrico manipulado na Atividade 1, o conhecimento conceitual factual é significativo, apropria-se aqui das definições de Zabala (1998)

Uma aprendizagem significativa de fatos envolve sempre a associação dos fatos aos conceitos que permitem transformar este conhecimento em instrumento para a concepção e interpretação das situações ou fenômenos que explicam. ZABALA (1998, p. 202)

Entende-se que a manipulação dos cilindros na Atividade 1, gerou os conceitos dos objetos, estes conceitos foram aprendidos significativamente pelos participantes, estes últimos aplicaram seus conhecimentos conceituais respondendo a intervenção da Atividade 2 oportunamente, como se esperava.

Dando continuidade, ao intervir novamente perguntando ao aluno qual figura gerou esse sólido, não houve dificuldade por parte de o aluno reconhecer o retângulo como figura geradora do cilindro, por último quando solicitado a nomenclatura para o sólido gerado houve a proximidade do conceito de cilindro de revolução, escrevendo que o objeto gerado pelo retângulo foi o “sólido de rotação” ao final foram formalizados nas observações do professor, como sendo cilindro de revolução gerado pelo retângulo e o movimento giratório em torno de um eixo.

Para melhores explicações e detalhamentos das respostas dadas e do conhecimento adquirido na atividade 2 elegeu-se para visualizar aqui mais um participante P3, as figuras a seguir mostram como esse participante preencheu a folha da atividade 2.

FIGURA 18: Respostas do participante P3 a atividade 2.

<p><b>Procedimentos:</b></p> <p>[1] – Observe atentamente as três estruturas planas.</p> <p><u>Triângulo, retângulo, meia circunferência</u></p> <hr/> <p>[2] – Coloque cada estrutura no palito central, e gire-as rapidamente.</p> <p><u>Observam as formas das estruturas</u></p> <hr/> <p>[3] – Considerando todo o espaço por onde passaram as estruturas planas durante os giros, que sólidos foram formados? (Repita o giro quantas vezes for necessário)</p> <p><u>Cilindro, esfera, cone</u></p>
---

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observa-se na figura 18 que o participante P3 respondeu de forma parecida com a do participante P2, dessa forma outros participantes também responderam a atividade 2 chegando as mesmas conclusões, tais conclusões parecidas foram resultados principalmente das discursões em grupo aluno-aluno, onde os mesmos diziam suas respostas ao grupo e ao final chegavam as respostas mais aceitas e confirmadas pelo professor orientador do grupo, como possível “resposta correta”.

Ao final houve a Intervenção Formalizante realizada pelo professor, conforme apresentado nas observações do professor contida na figura 19 a seguir.

FIGURA 19: Respostas finais do participante P3 a atividade 2.

<p>[1.] – Qual desses sólidos construídos é o mesmo da atividade anterior?</p> <p><u>O Cilindro</u></p>
<p>[2.] – Que figura plana foi usada para a obtenção desse sólido?</p> <p><u>Retângulo</u></p>
<p>[3.] – Atribua um nome específico para o objeto criado de acordo com as curvas das bases e o movimento realizado.</p> <p><u>Sólido de Rotação</u></p>
<p style="text-align: center;"><b>Observações do professor</b></p> <p><u>Cilindro de Revolução</u></p>

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observando as respostas e o preenchimento das folhas de atividades pelos dois participantes e considerando que outros alunos tiveram o mesmo padrão de resposta, considera-se que os objetivos da atividade 2 foram alcançados, nota-se que a última intervenção onde se pedia para os alunos nomearem o objeto gerado pelo giro do retângulo foi preenchida com a nomenclatura “Sólido”, devido esse termo aparecer nas intervenções dessa atividade, porém os conceitos de Cilindro de Revolução foram construídos e a Intervenção Formalizando serviu para dar o nome final matemático do objeto trabalhado.

### 5.4.3. UARC 3

A atividade 3 teve como objetivo o cálculo da área lateral dos cilindros, para tanto as intervenções foram atreladas a materiais manipuláveis concretos usados na atividade 1, e foram introduzidos para a atividade 3 moldes de cartolina que cobriam as laterais de cada objeto cilíndrico apresentado, para cada grupo de alunos foram dados um conjunto de cinco cilindros e moldes de cartolina embaralhados de tal forma que os participantes teriam que descobrir através de tentativas qual molde de cartolina correspondia a cada cilindro e através das intervenções estruturantes e orais redescobrir uma fórmula geral para calcular a área lateral de um cilindro circular reto.

FIGURA 20: Material manipulável concreto usado na atividade 3



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Após a distribuição dos moldes de cartolina a turma foi orientada a ler as intervenções contidas na folha da Atividade 3, notou-se nesse instante que os alunos já tinham mais confiança em interagir com os objetos, assim como haviam entendido o contrato didático estabelecido pela metodologia aplicada, ou seja, estes já tinham compreensão de como deveriam agir, assim os participantes foram deixados à vontade, e orientados pelas intervenções escritas.

A turma iniciou o processo de descoberta, os participantes de cada grupo discutiam entre si para encontrar a resposta para o “quebra-cabeça” verificando qual molde de cartolina pertencia a cada cilindro, a partir do momento em que entraram em acordo de qual pedaço de cartolina pertencia a cada sólido os alunos precisaram de intervenções orais para dar prosseguimento a atividade 3, veja figura 21.

FIGURA 21: Cinco primeiras intervenções da atividade 3

Procedimento
[1] - Observe atentamente o quadro abaixo, os objetos apresentados e as peças de cartolina.
[1 <sub>e</sub> ] – Meça o raio de cada objeto cilíndrico
[1 <sub>e</sub> ] – Meça o diâmetro de cada objeto cilíndrico
[1 <sub>e</sub> ] – Meça a altura de cada objeto cilíndrico
[1 <sub>e</sub> ] – Identifique qual peça de cartolina cobre a lateral de cada objeto cilíndrico, sem sobras ou faltas.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Notou-se na intervenção seis (ver figura 22) que os alunos precisavam de auxílio para dar continuidade na Atividade 3, porém as ações antes de solicitarem ajuda mostraram que as discursões em grupo e posicionamentos dos participantes estavam mais evoluídos na forma de se comportar diante das situações e das opiniões de outros, comparando-se com as atividades anteriores percebeu-se avanços nos conteúdos atitudinais, observe, Zabala (1998):

A fonte de informação para conhecer os avanços nas aprendizagens de conteúdos atitudinais será a observação sistemática de opiniões e das atuações nas atividades grupais, nos debates das assembleias, nas manifestações dentro e fora da aula, nas visitas, passeios e excursões, na distribuição das tarefas e responsabilidades, durante o recreio, nas atividades esportivas, etc. (ZABALA, 1998, p. 209)

Comparando o experimento com o trecho acima de Zabala, observou-se diante a primeira parte da atividade 3 (primeiras 5 intervenções) que os participantes conseguiram em grupo realizar descobertas apoiados pelas estruturas da UARC, tal atividade grupal é relevante, pois é através dela que o aluno se encontra em um local cognitivo, onde este é capaz de ajudar e ser ajudado por outros colegas.

Seguindo as intervenções da atividade, após as medições e novas manipulações dos cilindros e moldes de cartolina, são introduzidas em sequência, porém com o início de um novo procedimento a continuidade da atividade 3, a intervenção seis localizada como da figura 22, dá um comando de planificação dos pedaços de cartolina, nesse ponto a maioria dos alunos não conseguiu entender o termo “planifique”, assim houve a necessidade de intervenções orais dos professores colaboradores do experimento.

Sanadas as dificuldades com relação aos termos usados e conceitos de planificação, observou-se nas conversas dos grupos que estes estavam conseguindo realizar facilmente a relação entre a área dos pedaços de cartolina e a área lateral do

cilindro, ficando evidente para todos que essas áreas seriam as mesmas, assim pediu-se para os participantes preencherem o quadro e responderem as intervenções finais que os induziram a fórmula geral da área lateral do cilindro, veja a figura 22.

FIGURA 22: Respostas finais dadas pelo participante P2 a atividade 3.

[1.] – Que correspondência podemos fazer entre a área lateral dos objetos cilíndricos e a área da figura plana que recobriu a lateral desses objetos?  
Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir:

Cilindros	Medida do raio (r)	Medida do comprimento da base do cilindro (C)	Medida do diâmetro do cilindro (d)	Medida da Altura do cilindro (h)	Medida da área lateral dos objetos cilíndricos (A)
A	2 cm	12,56 cm	4 cm	5 cm	62,5 cm
B	2 cm	12,56 cm	4 cm	7 cm	78,5 cm
C	2,5 cm	15,7 cm	5 cm	4 cm	85,8 cm
D	2,5 cm	15,7 cm	5 cm	5 cm	78 cm
E	3,45 cm	21,98 cm	7 cm	3 cm	75,52 cm

[1.] – Existe um modelo matemático para encontrar o valor de C para qualquer cilindro?  
 $C = d \cdot \pi$

[1.] – O produto de quais dois valores de cada linha do quadro resultam na área lateral do cilindro?  
 $C \cdot h \rightarrow$  comprimento  $\times$  altura

[1.] – Estabeleça um modelo padrão para calcular a área lateral de um cilindro qualquer.  
 $2\pi r \cdot h$

**Observações do professor**

$A = b \cdot h \Rightarrow Al = C \cdot h$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

O reconhecimento da figura (retângulo) formada pelos moldes de cartolina foi imediato e como anteriormente verificado na lista de exercício, a maioria da turma tinha o conhecimento do cálculo da área de um retângulo, logo usando a régua, calculadora e os comandos da folha de atividade, os participantes preencheram o quadro visto na figura 22 acima, vale ressaltar que na oficina para nivelar os conhecimentos básicos foram ensinados, que o valor de  $\pi$  é aproximadamente 3,14 assim como a relação  $\pi = \frac{C}{d}$  e a consequência dessa relação  $C = d \cdot \pi$  ou  $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ .

Ainda, é importante frisar que os cinco cilindros foram identificados com as letras A, B, C, D e E, conforme aparece na primeira coluna do quadro (ver figura 22), assim os alunos puderam se situar e organizar suas investigações e coletas de dados.

As últimas 3 intervenções presentes na figura 22, aproximaram os conhecimentos dos alunos da intervenção formal final realizada pelo professor,

observando a resposta dada pelo participante P2 à última intervenção este chega a fórmula exata da área lateral do cilindro escrevendo “ $2.\pi.r.h$ ” neste caso faltou apenas a indicação “ $A_l =$ ”, porém entende-se que o participante adquiriu o conhecimento da fórmula através da UARC 3, que ao final foi formalizada pelo professor como “ $A_l = C.h$ ” mostrando aos participantes outra forma de escrever, mas explicando também que suas fórmulas estavam corretas e precisavam de pequenos ajustes.

#### 5.4.4. UARC 4

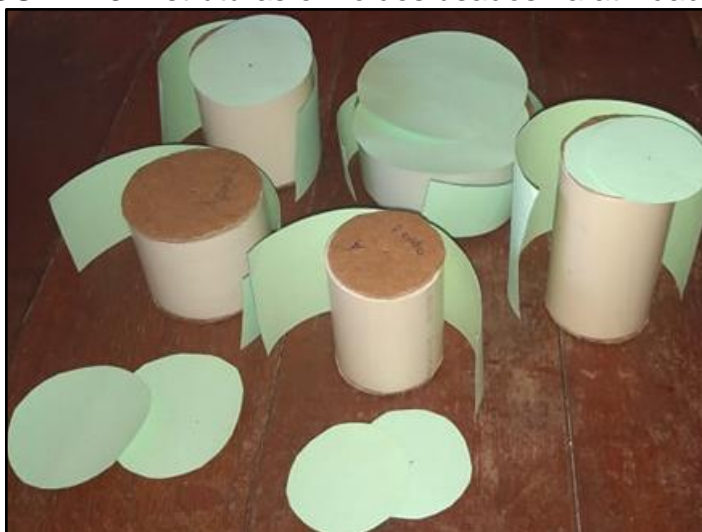
A UARC 4 como sequência da UARC 3 deu continuidade para a obtenção da fórmula da área total do cilindro, o padrão da atividade 4 foi o mesmo da atividade 3 e os alunos foram orientados a usarem os dados da atividade anterior para responder as intervenções da folha de atividade 4, antes de iniciarem a sequência das tarefas a serem realizadas, a turma foi orientada a observar primeiramente o quadro, pois o preenchimento do quadro (ver a figura 24) foi um procedimento crucial para as devidas conclusões da fórmula.

Seguindo os processos da atividade distribuiu-se para os grupos moldes de cartolina em formato circular que recobriam as bases dos cilindros, juntamente com os moldes da área lateral os alunos poderiam cobrir todo o sólido (ver figura 23) e assim calcular, com auxílio das intervenções estruturantes, os dados do quadro e intervenções orais, a área total de cada cilindro.

Para o êxito da atividade 4 era necessário o conhecimento da fórmula padrão para o cálculo da área de um círculo, ministrou-se tal conhecimento na oficina de nivelamento, porém a fórmula da área de um círculo precisou ser lembrada através de intervenções orais no dia do experimento, vale ressaltar que este assunto geométrico deve ser ensinado em séries anteriores e os alunos já deveriam ter o domínio sobre o mesmo.



FIGURA 23: Estruturas e moldes usados na atividade 4.



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A atividade 4 por ser uma extensão da atividade 3 foi realizada mais rapidamente, os procedimentos, preenchimento do quadro e intervenções, guiaram os participantes a descobrir a fórmula correta, ver figura 24.

FIGURA 24: Respostas dadas pelo participante P1 a atividade 4.

**Procedimentos:**

[I<sub>1</sub>] – Observe atentamente o quadro abaixo, os objetos apresentados e os moldes de cartolina.

[I<sub>2</sub>] – Meça os valores dos raios das bases dos objetos e dos moldes de cartolina.

[I<sub>3</sub>] – Calcule o valor da área de cada base e das respectivas áreas laterais dos cilindros.

[I<sub>4</sub>] – Some os valores das duas bases de cada cilindro com suas respectivas áreas laterais.

[I<sub>5</sub>] – Qual a área de cada cilindro você encontrou com o último cálculo?

Sugestão: preencha o quadro a seguir para visualizar cada elemento.

Cilindros	Raio (r)	Altura do cilindro (h)	Comprimento da base do cilindro (C)	Área da base (A <sub>b</sub> )	Área lateral do cilindro (A <sub>l</sub> )	Soma do dobro da área da base com a área lateral
A	2 cm	5 cm	12,5 cm	12,56 cm	62,5 cm	87,52 cm
B	2 cm	9,5 cm	12,5 cm	12,56 cm	87,5 cm	112,62 cm
C	2,5 cm	4,5 cm	15 cm	19,62 cm	60 cm	99,24 cm
D	2,5 cm	6,5 cm	15,5 cm	19,62 cm	77,5 cm	116,74 cm
E	3,75 cm	2 cm	23 cm	44,15 cm	68 cm	157,3 cm

[I<sub>6</sub>] – Qual seria o modelo de cálculo para encontrar a área total de um cilindro qualquer?

$2 \cdot A_b + A_l$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Nessa atividade foram também utilizadas, calculadoras, réguas e o material manipulável concreto anteriormente citado, observa-se na resposta do participante P1 a indicação da área total por “ $2A_b + A_l$ ” (ver figura 24), muitos outros alunos chegaram ao mesmo resultado e outros chegaram a resultados próximos a esse, para concluir essa atividade utilizou-se o padrão da intervenção formalizante de Cabral (2017), escrevendo no quadro a fórmula da área total como sendo  $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ .

Vale ressaltar que o objetivo dessa atividade não era a percepção do aluno em descobrir que as áreas dos moldes dados eram a área total do cilindro, pois esse fato já estava dito nas intervenções, o objetivo desta atividade foi redescobrir a fórmula da área total a partir de próprias investigações ou percepções dos participantes, assim se observou que os objetivos foram alcançados.

#### 5.4.5. UARC 5

Para realiza a atividade 5 foi necessário mais um encontro com duração de 45 minutos no dia 19 de julho de 2019, a atividade planejada anteriormente teve inicialmente como objetivo a redescoberta da fórmula do volume do cilindro através de medições em recipiente convenientemente graduado com as cinco marcas de medidas de areia correspondente a cada cilindro utilizado na atividade anterior.

FIGURA 25: Estruturas usadas na atividade 5.



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A princípio cogitou-se deixar os participantes manusearem a o recipiente graduado, areia e os cilindros abertos (ver figura 25), porém por questões de tempo, pois esta atividade não estava prevista para aquele dia adiantou-se esse processo, onde o próprio professor fez as medições diante a turma mostrando as marcações e o valor do volume de areia que cada sólido A, B, C, D e E, comportava e a partir dessa intervenção, os participantes foram orientados a preencherem a folha da atividade 5.

O procedimento seguinte ocorreu com o preenchimento do quadro, contendo a indicação dos cinco cilindros, assim como colunas para anotar o valor, da área da base, do volume de areia e altura de cada sólido, após o preenchimento do quadro, pediu-se para a turma ler as intervenções posteriores, que os induziram a redescobrir a fórmula geral do volume do cilindro, por último as descobertas dos participantes foram formalizadas pelo professor ao final da atividade 5 pedindo-se aos alunos para escreverem nas observações do professor a fórmula padrão.

A UARC 5 contida dentro da atividade 5 segundo as estruturas de Cabral (2017) foi encerrada ao ser formalizado o conhecimento obtido, porém além da intervenção formalizante buscou-se um maior aprofundamento para avaliar o conhecimento obtido nesta última atividade, assim após o término da UARC 5, pediu-se aos alunos calcularem o volume de um cilindro F, desenhado no quadro utilizando a fórmula descoberta, terminando a atividade 5 com a Intervenção Avaliativa Restrita (IA<sub>r</sub>) que segundo Cabral (2017):

foram concebidas com a finalidade de se estabelecer um primeiro parâmetro de aferição de aprendizagem do conceito objeto de reconstrução. Trata-se de uma espécie de “primeiros passos” para se checar os rudimentos do conceito em tese apreendido. A ênfase nesse momento é para as implicações conceituais do objeto reconstruído e para as propriedades operacionais com a manipulação de algoritmos envolvidos. (CABRAL, 2017, p. 42 e p. 43)

Analisando as respostas e manipulação da fórmula encontrada, observou-se o domínio dos participantes sobre o conhecimento pontual adquirido, onde os alunos encontraram o resultado correto, para o volume do objeto F apresentado na lousa.

Neste instante do processo nota-se que o conhecimento construído a partir da manipulação, investigação e redescobertas, foi aprendido de forma significativa alcançando o grau de formalização matemática. Os participantes conseguem apenas olhando para a figura do cilindro reconhecer seus elementos, antes trabalhados manualmente, e aplicar a fórmula do volume sobre o objeto.

A seguir foram expostas as intervenções da atividade 5, assim como as respostas diferentes das pelos participantes.

FIGURA 26: Intervenções iniciais da atividade 5

**Procedimentos:**

[I<sub>1</sub>] – Encha cada cilindro com areia até a borda.

[I<sub>2</sub>] – Despeje a areia no recipiente graduado vazio, de forma que a areia fique mais nivelada possível. Repita o procedimento para cada cilindro.

[I<sub>3</sub>] – Observe e anote o volume encontrado em cada caso.

Preencha quadro a seguir:

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Como relatado anteriormente, por questões de tempo, as primeiras intervenções foram realizadas pelo professor diante da turma, e a partir delas houve o preenchimento do quadro presente na figura 27.

FIGURA 27: Quadro preenchido pelo participante P4, atividade 5

Cilindro	Valor da Área da Base (A <sub>b</sub> )	Valor da Altura (h)	Volume do cilindro (V <sub>c</sub> )
A	12,48	5	62,4
B	12,48	7	87,36
C	19,6	4	78,4
D	19,6	5	98
E	44,25	3	132,75

[I<sub>4</sub>] – Estabeleça uma relação entre área da base, altura e volume do objeto cilíndrico.

*A relação que a base vezes a altura é igual ao resultado do volume.*

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Os valores da coluna do “volume do cilindro” foram dados pelo professor após os procedimentos indicados pelas primeiras intervenções e as outras duas colunas foram preenchidas com os dados das atividades anteriores.

Logo abaixo do quadro foram realizadas duas intervenções estruturantes com o objetivo de reflexão da fórmula do volume do cilindro relacionando os três valores presentes no quadro da figura 27, a resposta dada pelo participante P4 para a intervenção “Estabeleça uma relação entre área da base, altura e volume do objeto cilíndrico.” Foi “A relação que a base vezes a altura é igual ao resultado do volume” (ver figura 28), Diante dessa resposta dada pelos participantes e discutida os grupos deu-se prosseguimento para a descoberta da fórmula onde o participante P4 chegou ao modelo,  $V = h \cdot \pi \cdot r^2$ , outros participantes chegaram a um modelo igual ou bem

próximo deste assim o professor formalizou para toda a turma a fórmula do volume como sendo  $V = h \cdot A_b$ , terminando a UARC 5.

FIGURA 28: Intervenções finais preenchidas pelo participante P4, atividade 5.


<p>[I.] – É possível elaborar uma fórmula para calcular o volume de qualquer cilindro?</p> <p><i>Sim. <math>V = h \cdot A_b</math></i></p> <hr/> <p style="text-align: center;"><b>Observações do professor</b></p> <p><i><math>V = h \cdot A_b</math></i></p>
--

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Após a formalização do conhecimento aplicou-se a última intervenção em caráter pós-formal com a intenção de avaliar o conhecimento adquirido.

Nem todos os participantes chegaram as mesmas conclusões ou formas de resolver utilizando a fórmula, notou-se nessa turma do segundo do ensino médio que os estudantes tinham domínio da utilização de fórmulas matemáticas assim observando as resoluções dadas para volume do objeto F, escolheu-se cinco participantes para analisar suas respostas, observe:

FIGURA 29: Intervenções avaliativa restrita, participante P4, atividade 5.

<p>[I<sub>av</sub>] – Teste o modelo anterior estabelecido para o objeto F apresentado.</p> <p><i><math>r = 2</math>   <math>V = 6 \cdot 78,0</math></i> <i><math>r = 4 \cdot 78,0^2</math></i></p> 
---

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Nota-se que o participante P4 substituiu os valores da altura e da área da base do cilindro diretamente na fórmula realizando os cálculos utilizando a calculadora chegou ao resultado correto, ainda se observou que P4 desenhou o cilindro (objeto F) para dar apoio visual na resolução da intervenção.

Destaca-se outro participante P5, com a sua resolução da intervenção avaliativa, observe a figura 30.

FIGURA 30: Intervenção avaliativa restrita, participante P5, atividade 5

**Observações do professor**

---

~~S~~  $V = h \cdot A_b$

[1ar] – Teste o modelo anterior estabelecido para o objeto F apresentado.

$$V = 6,3 \cdot 14,5^2$$

$$V = 18,84 \cdot 25$$

$V = 471$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Observou-se que o participante P5 utilizou o modelo redescoberto nas intervenções estruturantes, substituindo os valores da altura, de pi e do raio, realizando os cálculos e encontrando o resultado correto, ainda vale frisar que os participantes não foram orientados a usarem as unidades de medidas desde o início das atividades e seus resultados ficaram sem essa indicação.

Ainda se escolheu mais um participante que respondeu a intervenção avaliativa restrita de acordo como mostra a figura 31 a seguir, pode-se notar que este participante primeiro mostrou a correta utilização da fórmula da área da base redescoberta nas atividades anteriores, sabendo que este conhecimento foi necessário para obter um valor a ser utilizado na resolução da intervenção avaliativa restrita da atividade 5.

Neste ponto nota-se evidentemente a colocação ideal da atividade uma após a outra de acordo com os conhecimentos necessários para dar prosseguimento nas construções cognitivas, o posicionamento em sequência das atividades tem uma intencionalidade, onde atividades para obtenção de capacidades básicas devem vir antes de atividades mais complexas e que necessitam do conhecimento anterior.

FIGURA 31: Intervenções avaliativa restrita, participante P6, atividade 5

[I<sub>ar</sub>] – Teste o modelo anterior estabelecido para o objeto F apresentado.

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 5^2$$

$$A = 3,14 \cdot 25$$

$$A = 78,5$$
  

$$V = n \cdot AB$$

$$V = 6,4817$$

$$V = 979$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Outras respostas para atividade 5 foram semelhantes aos modelos apresentados pelos participantes, P4, P5 e P6, como conclusão desta atividade verificou-se a obtenção do conhecimento pretendido, assim como aplicação desse conhecimento pontualmente.

## 6. RESULTADOS E ANÁLISES DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo foram analisados os dados da aplicação da sequência didática com a intenção de verificar os indícios de aprendizagem que ocorreram utilizando-se dessa metodologia de ensino, mostrando-se os resultados e os pontos onde os participantes através das interações e intervenções conseguiram descobrir os conhecimentos referentes ao conteúdo pretendido.

Para a realização das análises, necessitou-se da coleta de dados através de recursos de vídeo e áudio, aqui transcritos com a intenção de verificar os pontos exatos em que o aluno se apropria dos conhecimentos trabalhados, para melhor organizar o processo de transcrição as falas, de alunos, professor e colaboradores, foram divididas em três categorias a saber.

- Turno: Fala individual de cada aluno ou professor, indicados em sequência por numeração para manter a ordem dos diálogos.
- Segmento: O conjunto de turnos, com sentido de fechar uma interação ou trechos de conversas que indicaram aprendizagem de partes de uma atividade.
- Episódio: Conjunto de turnos que compõe uma atividade completa.

Os dados obtidos e transcritos neste capítulo correspondem somente aos turnos que tem relação com as atividades da sequência didática, conversas paralelas e outras falas rotineiras do ambiente de sala de aula não foram consideradas, pois se focou nos objetivos das atividades.

Assim, as transcrições das falas do experimento foram realizadas em recortes pontuais onde se notou avanços na construção do conhecimento e pensamento cognitivo dos participantes, pode-se observar nestes recortes os indícios de aprendizagem pretendidos em cada intervenção ou na atividade geral, destacados para melhor visualização.

No que tange a estrutura das transcrições das falas apresentadas a seguir elaborou-se um quadro destacando os episódios os Episódios, segmentos e turnos, além de uma breve descrição da atividade e de objetivos, que serviram como norte para a aplicação da sequência didática, observando o quadro com os objetivos pré-estabelecidos ficou menos complexo o trabalho de destacar os turnos em que



culminaram na construção do conhecimento matemático com relação a cada atividade da sequência didática envolvendo cilindro.

Vale ressaltar que os números de turnos e análises de todos os grupos poderiam gerar mais dados, porém por problemas com as mídias utilizadas para realizar as gravações não foi possível ter em mãos todas as falas referentes a todos os grupos que foi dividida a turma, entretanto o material colhido foi suficiente para representar a análise do experimento aplicado a toda turma, não ocasionando problemas para análises realizadas.

QUADRO 10: Sistematização dos recortes da sequência didática.

Episódio	Descrição	Seg.	Objetivos	Turnos
I	Conceituar cilindro circular reto a partir das suas características externas. Fazer o discente perceber que os objetos têm bases circulares iguais, altura específica e diâmetro.	1	Reconhecer o objeto cilindro	1 - 26
		2	Reconhecer a forma da curva da base e que o sólido tem uma altura definida.	27 - 32
		3	Reconhecer a figura geométrica das bases de apoio do cilindro.	33 - 46
		4	Identificar as medidas das alturas e diâmetros dos cilindros.	47 - 107
		5	Nomear o objeto considerando as suas características gerais e formalizar o nome.	108 - 117
II 118 - 187	Intuir a construção de sólidos através da manipulação de estruturas concretas, fazendo o discente perceber a utilização do retângulo do eixo e da curva circular para construir a superfície cilíndrica e nomear esse sólido como cilindro de rotação.	6	Reconhecer que o movimento de girar estruturas planas em torno de um eixo formam sólidos geométricos.	118 - 152
		7	Relacionar o sólido cilindro da atividade 1 com o sólido cilindro formado pelo giro do retângulo.	153 - 172
		8	Renomear o cilindro de acordo com as manipulações feitas.	173 - 187
III	Descobrir de uma maneira indireta os procedimentos para calcular a área lateral de um cilindro e redescobrir a fórmula da área lateral.	9	Reconhecer a forma geométrica planificada e associar cada molde de cartolina ao respectivo cilindro.	188 - 233
		10	Calcular a área da figura plana retângulo.	234 - 248
		11	Redescobri uma fórmula geral para o cálculo da área lateral.	249 - 278
IV	Descobrir uma forma indireta de calcular a área total do cilindro e redescobrir a fórmula.	12	Encontrar a relação intuitiva para calcular a área total do cilindro.	279 - 304
		13	Redescobrir a fórmula geral para calcular a área total do cilindro.	305 - 317
V	Encontrar um meio de calcular o volume do cilindro.	14	Estabelecer uma relação entre área da base, altura e volume.	318 - 329
		15	Redescobrir a fórmula geral para calcular o volume do cilindro.	330 - 347
		16	Calcular o volume do objeto F.	348 - 362

Fonte: Elaborado pelo autor (2019), adaptado de Bezerra (2018, p. 98 e 99)

O quadro acima descreve como foram separados e sistematizados os Turnos, Segmentos e Episódios relativos à aplicação da sequência didática, para melhores análises, focando principalmente na Análise Microgenética, a qual defende uma análise minuciosa das falas dos personagens do experimento como descreve Góes (2000, p. 15) “O estabelecimento de um período *curto* de tempo parece *decorrer* da necessidade de recortes que permitam examinar as minúcias.” Assim os segmentos compostos por turnos são recortados de acordo com o foco da análise indício de aprendizagem e a quantidade de turno por segmento não obedece a um padrão, mas prioriza aqui estabelecer um indício de aprendizagem.

Pode-se notar ainda que os episódios assim como os segmentos podem ter tempos variados independente de um padrão, mas obedecendo somente os objetivos do experimento analisado, logo para a Análise Microgenética de acordo com Góes (2000, p. 15) “Tanto assim, que, nos relatos de pesquisa, não há usualmente mensuração do tempo dos episódios recortados.”

Portando nota-se no quadro 10 a organização dos episódios, segmentos e turnos em recortes que visam privilegiar as análises de cada conjunto de interações das atividades envolvidas pelas UARC's de acordo com o surgimento dos indícios de aprendizagem.

Os alunos da turma envolvidos no experimento foram divididos em cinco grupos, G (G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7); H (H1, H2, H3, H4, H5 e H6); I (I1, I2, I3, I4, I5 e I6); J (J1, J2, J3, J4, J5, J6 e J7) e K (K1, K2, K3, K4, K5, K6 e K7), como pode ser observado cada aluno recebeu um código formado por uma letra e um número, preservando assim a sua imagem, necessitou-se realizar essa identificação para melhor analisar os turnos das interações.

## 6.1. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 1

### EPISÓDIO I

Turnos de 1 a 117

#### Segmento 1

Reconhecer o objeto cilindro.

## Turnos de 1 a 26

O professor iniciou o experimento distribuindo os objetos manipuláveis da Atividade 1 para os grupos de alunos, previamente formados por afinidades pessoais, logo após pediu-se para os alunos manipularem os sólidos e lessem as intervenções das folhas de atividade, nesse momento reservou-se um tempo para que os alunos se adaptassem a nova situação didática e se familiarizarem com os materiais, só após esse primeiro contato que o professor orientador do experimento guiou os colaboradores a interferir com intervenções orais.

Abaixo se tem os turnos de acordo com a sequência da construção dos conhecimentos e alcance dos objetivos apoiados na verificação dos indícios de aprendizagem de cada segmento.

**Grupo J**

(1) *Professor* – Os itens na sua frente são objetos normalmente usados no seu dia a dia, observe e manuseie cada objeto. Qual sólido geométrico pode ser associado a esses objetos? Qual é o sólido?

(2) J1 – Gasoso!

**(3) J2 – Cilindro!**

**(4) J3 – Cilindro!**

(5) *Professor* – Exatamente, cilindro! É para escrever na segunda intervenção! Vamos lá, é rápido!

(6) J4 – Ah! É preciso fazer isso aqui?

(7) *Professor* – Isso!

**(8) J4 – Por que, é só falar cilindro?**

(9) *Professor* – Isso!

**Grupo G**

(10) *Colaborador 1* – Já fizeram a primeira? Façam lá! Coloquem lá.

(11) G1 – Funil

(12) G2 – Que funil, o funil tem um negócio diferente.

(13) *Colaborador 1* – Não, o funil é diferente.

(14) G2 – O funil não é igual a isso!

(15) *Colaborador 1* – Olha, cuidado com o que está escrito, olha o que está escrito: Qual sólido geométrico está associado a esses objetos? Sólido Geométrico, vocês estão confundindo!

(16) G3 – Latinha, tem que ser aquela “palito”. (Se referindo a latas de refrigerante)

(17) G1 – Latinha.

(18) G4 – Qual sólido geométrico está associado com isso aqui?

(19) *Colaborador 1* – Aqui são os itens, são os objetos, quais são os sólidos geométricos associados a esses objetos aqui? Qual o sólido geométrico?

(20) G5 – Esfera.

**(21) G3 – Cilindro.**

(22) *Colaborador 1* – É o cilindro, mas tem outros sólidos, tem um que é igual um chapeuzinho que tem uma base redonda.

(23) G3 – O cone.

(24) *Colaborador 1* – O cone, esses são sólidos geométricos.

**(25) G6 – Mas esse é o cilindro. Né?**

(26) *Colaborador 1* – Isso.

No primeiro segmento o professor começou com uma abordagem comunicativa do tipo **Interativo de/Autoridade** e os padrões principais encontrados nos turnos referentes ao grupo “J” foram nos padrões de I-R-A (Iniciação do professor, Resposta do aluno, Avaliação do professor), notou-se nos turnos 2, 3 e 8, que os participantes J2, J3 e J4. Responderam corretamente sobre o reconhecimento do cilindro atingindo o objetivo pretendido, confirmando a resposta com o professor gerando a construção do conhecimento e mostrando a aquisição de aprendizagem.

No grupo G a abordagem também, foi de **Interativo de/Autoridade** pelo colaborado 1, porém o tipo de interações não foram no padrão da tríade (I-R-A), mas em um padrão (I-R-F-P-F-R-P-F-R-P-A)<sup>2</sup> nessa sequência vários alunos do grupo participaram até a chegada da resposta correta, e o reconhecimento do objeto cilindro, contemplando assim o objetivo do seguimento, mostrando o indício de aprendizagem nos turnos 21 e 25, ainda é interessante ressaltar que os alunos fizeram comparações

---

<sup>2</sup> **I** – Iniciação do professor, **R** – Resposta do aluno, **A** – Avaliação do Professor, **P** – Permitir o prosseguimento da fala do aluno e **F** – *Feedback* para que o aluno elabore um pouco mais sua fala.

com os objetos do dia a dia, pois na atividade 1 havia intervenções estruturantes direcionando os alunos a realizarem essa analogia.

Analisando segundo as intervenções propostas por Cabral (2017), destaca-se nesse segmento o uso constante das Intervenções Oraís de Manutenção Objetiva (IOMO) as quais direcionaram os alunos para “perto do conhecimento” pretendido.

O reconhecimento do objeto cilindro destacado no segmento 1, nos turnos 2, 3, 8, 21 e 25 mostraram que os objetivos desse segmento foram alcançados com sucesso, dando possibilidade do avanço para outros objetivos.

### Segmento 2

Reconhecer a forma da curva da base e que o sólido tem uma altura definida.

Turnos de 27 a 32

#### Grupo J

(27) *Professor* – Concentração! Olha, qual é a segunda pergunta?

(28) J5 – Quais características cada objeto tem em comum?

**(29) J2 – A base é uma bola, circunferência.**

(30) *Professor* – Tem uma altura?

**(31) J2 – Tem!**

(32) *Professor* – É isso que vocês vão colocar, escrevam do jeito que vocês entenderam.

Neste segmento observou-se a rápida resposta dos alunos e o pontual direcionamento do professor com perguntas para chegar ao conhecimento pretendido, esse segmento ocorreu usando - se poucos turnos, devida ser apenas uma sequência do primeiro segmento para adentrar ao próximo. O padrão identificado nesse segmento foi I-R-P-F-R-A.

Os objetivos do segmento 2 foram alcançados como notou-se nos turnos 29 e 31 em destaque, pois esses turnos apresentam claramente os indícios de aprendizagem pretendidos.

### Segmento 3

Reconhecer a figura geométrica das bases de apoio do cilindro.

## Turnos de 33 a 46

**Grupo J**

(33) *Professor* – Ele pode ser colocado em pé?

**(34) J1, J2, J3, J4 e J5 – Pode!**

(35) *Professor* – Em quantas posições?

**(36) J3 e J5 – Em duas.**

(37) *Professor* – Qual pergunta tu leste lá?

(38) J5 – Oi!

(39) *Professor* – Qual é a pergunta?

(40) J5 – Nas posições em que o objeto fica na vertical “em pé” o lado apoiado sobre a superfície plana tem qual forma geométrica?

**(41) J5 – Aí eu respondi, círculo!**

**(42) J6 – Círculo!**

**Grupo G**

(43) G1 – Qual a segunda?

**(44) G3 – A segunda é círculo**

(45) *Colaborador 1* – Já a segunda?

(46) G1 – Já!

No segmento 3 o grupo “J” foi intuído por uma pergunta inicial a perceber as duas bases de apoio que o cilindro circular reto possui o padrão de interações de acordo com Scott e Mortimer (2002) foi I-R-F-R, logo em seguida o professor pediu para “J5” ler uma das intervenções estruturantes escritas na folha de atividade, envolvendo dessa forma a IOMO juntamente com uma intervenção reflexiva, a resposta dada “Círculo” nos turnos 41 e 42 já estava escrita nas folhas de atividades 1, mostrando a potencialidade das intervenções das UARC’s definidas por Cabral (2017), os turnos destacados em negrito indicam os objetivos alcançados do segmento 3.

Analisando o grupo “G” observou-se maior interação dos alunos os mesmos conseguiram por si só responder as intervenções de acordo com as interpretações dadas na leitura da folha de atividade, nesse grupo a intervenção oral do colaborador

1 foi mínima, mostrando assim maior autonomia dos alunos em relação a atividade, assim como o grupo J, o grupo G também alcançou os objetivos do segmento 3, que era claramente identificar as bases de apoio do objeto cilindro assim como a forma da figura plana relacionada a essa base, o círculo.

#### Segmento 4

Identificar as medidas das alturas e diâmetros dos cilindros.

Turnos de 47 a 107

#### Grupo J

**(47) J5 – No caso vai ser sete e meio centímetro de diâmetro?**

(48) *Professor* – Mede olhando, tipo aqui, reparem que cada um tem uma letra o “C”, o “A”, o “B”, o “D”, tem que medir o diâmetro e colocar na tabela, certo?

(49) J4 – Tá professor, aqui tá certo.

(50) J5 – Tá eu entendi, tem que medir a superfície de apoio, tem que medir assim, é fácil, a superfície de apoio é essa?

(51) *Professor* – Isso!

(52) *Professor* – Nas posições em que o objeto fica na vertical “em pé” o lado apoiado sobre a superfície plana tem qual forma geométrica?

(53) J4 – Círculo.

(54) J5 – Cadê o “D”? Esse é o “D”?

(55) J3 – O “A” é esse aqui?

(56) J6 – Já fiz o A já.

(57) J1 – Qual já tá feito?

(58) J5 – O “A”, o “B” e o “C”.

**(59) J6 – O “E”, Sete e meio, sete e meio e três.**

(60) J1 – De novo três, e o B?

(61) J6 – Não vou te falar, (risos)!

**(62) J6 – Quatro, quatro e sete!**

(63) J3 – Cadê o A, mostra lá o “A”?

**(64) J6 – Quatro, quatro e cinco.**

(65) J3 – Tá certo isso?

(66) J5 – Mostra lá, J6, o que tu tá fazendo?

(67) J6 – Não Confia em mim?

(68) J7 – (Falando para J5), quatro e meio, quatro e meio e cinco o “A”.

(69) *Professor* – Não gente, só tem distância inteira, ou é 4 ou é 5, só tem um de sete e meio.

**(70) J7 – É a “E”, que dá sete e meio.**

(71) J6 – Mas tem uns que passa.

(72) J5 – É tem um que passa!

(73) J4 – Tem um que passa!

(74) *Professor* – Aí vocês arredondam para menos.

**(75) J7 – Professor os valores aqui tem que dá exato, só esse que é sete virgula cinco?**

(76) *Professor* – É aqui vai dá exato, só essa daqui que não vai dar.

**(77) J7 – Aqui dá quatro... (falando baixo e escrevendo)**

**(78) J7 – (Falando para J5), aqui 7,5.**

(79) J5 – Ah! É a única, né!

**(80) J5 – aqui dá certinho 7 a altura.**

(81) *Professor* – Sete, sete!

**(82) J7 – Professor, no caso essa daqui vai dar cinco, só essa daqui que é diferente.**

### Grupo I

(83) *Professor* – Sempre arredondando para uma distância fixa, sempre arredondando para um valor fixo, quanto é?

**(84) I1 – Quatro!**

**(85) I2 – Aqui dá três!**

(86) I1 – Professor aqui também é pra arredondar?

(87) *Professor* – Não no caso do sete. É sete virgula cinco, sete e meio! É o único que tem esse meio.

**(88) I1 – É sete vírgula cinco!**

(89) I3 – Se for cinco vírgula cinco, é cinco.

(90) I4 – Eu já fiz de caneta, pode deixar agora?

(91) *Professor* – Pode, já tá quatro e quatro.

(92) I1 – Professor, aqui que era 5,5 vai ficar cinco.



(93) Professor – Sim.

### Grupo H

(94) H6 – Professor no caso vai ter que medir assim?

(95) Professor – Isso, também!

**(96) H6 – Vai dar 5 centímetros?**

(97) Professor – 5 centímetros, isso, sempre arredonda pra um valor exato.

**(98) H6 – 5 centímetros então.**

(99) H5 – Mas tem diâmetro 1 e diâmetro 2.

(100) *Professor* – Pega uma régua, olha o apoio 1, o apoio 2, o que é o diâmetro? É o que passa aqui pelo centro. Quanto deu aqui? Deu sete e meio, e assim vocês vão fazer nos outros. Quanto vai dar do outro lado?

**(101) H6 – Sete e meio, também!**

(102) *Professor* – Vocês vão fazer isso nos outros.

**(103) H6 – É só por sete vírgula cinco.**

(104) *Professor* – Mas olha só, essa peça aqui é?

(105) H6 – Letra E.

(106) *Colaborador 2* – E essa aqui é qual?

(107) H5 – Essa é a B.

No segmento acima foram transcritas as falas dos grupos, assim percebeu-se em cada grupo a percepção da investigação e aprofundamento na manipulação dos objetos. Os objetivos de encontrar as medidas do diâmetro e da altura de cada objeto foram alcançados e os padrões de interação foram geralmente I-R-P-F-R-P-F... Gerando uma cadeia de intervenções constante onde a interação entre os alunos aumentou enquanto as intervenções orais do professor e colaboradores diminuíram.

Ainda se notou os indícios pontuais, nos pequenos intervalos onde os alunos discutem em grupo os valores do diâmetro e altura de cada peça em destaque tem-se os turnos 47 e 80, participante “J5”, turnos 59, 62 e 64, aluno “J6” e turnos 70, 75, 77, 78, 78, 80, 82, participante “J7”; destacando as falas do outro grupo tem-se os indícios presentes nos turnos 84 e 88, na fala de “I1” e turno 85, no discurso de “I2”; ainda são apresentados indícios de aprendizagem no grupo H, nos turnos 96, 98, 101 e 103 no discurso de “H6”.

Esses micros intervalos de falas dos alunos mostram a aprendizagem ocorrida, para a percepção dessa aprendizagem foi necessário realizar uma análise minuciosa das interações sociais, tal percepção das mudanças cognitivas e construção do conhecimento a partir das minúcias das interações em ambiente educacional foi caracterizada como Análise Microgenética.

Diante da análise, observou-se claramente que os discentes conseguiram perceber através de medições com a régua as alturas e diâmetros dos objetos cilíndricos manipuláveis alcançando o objetivo de exploração dos sólidos destacados no segmento 4.

### Segmento 5

Nomear o objeto considerando as suas características gerais e formalizar o nome.

Turnos de 108 a 117

#### Grupo J

(108) J5 – Descreva as características comuns a todos os objetos.

(109) J6 – Tá perguntando o que tem de igual!

(110) J2 – Mas eles têm tamanhos diferentes!

(111) J6 – Tá perguntando o que eles têm em comum.

(112) J6 – Todos possuem circunferência.

(113) *Professor* – Pessoal, atenção! Olha, para terminar a atividade 1, vamos formalizar as últimas questões, certo. Vocês concordam comigo que os objetos são...?

**(114) Turma – Cilindros!**

(115) *Professor* – A base dos objetos tem forma?

**(116) Turma – Circular!**

(117) *Professor* – Se vocês forem observar, esses cilindros estão retos no plano, eles estão “certinhos”! Então são Cilindros Circulares Retos! Escrevam esses conceitos nas observações do professor!

Neste último segmento da atividade 1 foi perceptível a continuidade das investigações dos alunos, neste momento estes procuravam ler a intervenções estruturantes e em seguida tentar responder as últimas intervenções reflexivas presentes na folha de atividade, para manter o conhecimento adquirido o professor

observou que os participantes já tinham internalizado uma quantidade apropriada de conhecimento sobre o objeto cilindro, assim decidindo formalizar a nomenclatura do cilindro usando das descobertas dos alunos de toda a turma, observa-se nos turnos 114 e 116 que vários alunos da turma responderam corretamente as indagações feitas pelo professor em um padrão de interação I-R-A.

A atividade 1 visou nomear e conceituar o cilindro circular reto, após verificar que os participantes tinham dados suficientes para internalizar significativamente a nomenclatura formal do sólido ocorreu a formalização, onde os alunos conseguiram entender os conceitos do objeto, através da manipulação observação e medição, associando as características do cilindro a sua nomenclatura.

A cada segmento os alunos foram aos poucos somando informações, começando com o reconhecimento do objeto apresentado a eles atingindo o objetivo de “Reconhecer o objeto cilindro”, após esse reconhecimento eles foram direcionados a observar e “reconhecer a forma da curva da base e que o sólido tem uma altura definida” ultrapassando a obtenção desse conhecimento, os alunos de fato tiraram as conclusões acertadas sobre “reconhecer a figura geométrica das bases de apoio do cilindro” e que essa base de apoio era um círculo, assim como na exploraram com devido aprofundamento o conhecimento do cilindro no ato de “identificar as medidas das alturas e diâmetros dos cilindros” e por fim com auxílio das respostas dos estudantes o professor nomeou o objeto formalmente, fechando o último segmento após “nomear o objeto considerando as suas características gerais e formalizar o nome” alcançando assim o objetivo geral da atividade 1, fechando o primeiro episódio e a UARC em si.

## 6.2. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 2

### EPISÓDIO II

Turnos de 118 a 187

#### Segmento 6

Reconhecer que o movimento de girar estruturas planas em torno de um eixo formam sólidos geométricos.

## Turnos 118 a 152

**Grupo G**

(118) *Colaborador 1* – Peguem as estruturas e façam o giro, observem a base, esse percurso todo que as estruturas vão fazer é a volta dessa base. Quando a gente gira bem rápido, vai gerar um formato, gira bem rápido agora! Qual formato que vai aparecer?

(119) G2 – Eu não consigo ver nada!

(120) *Colaborador 1* – Usa a tua imaginação e ver como se tivesse formando uma linha ao redor.

(121) G2 – Eu não vejo nada.

(122) *Colaborador 1* – Tenta outra posição, coloca mais em baixo, tenta olhar de cima. Então troca, tentar colocar outra estrutura.

**(123) G2 e G1 – É o cone! (realizando o giro do triângulo)**

(124) *Colaborador 1* – E a outra figura era...?

**(125) G2, G1 e G4 – Era do cilindro!**

(126) *Colaborador 1* – Estão vendo como vocês sabem!

**(127) G2 – Agora entendi. Essa aqui é a esfera, essa dá pra ver melhor.**

**(128) G1 e G4 – Esfera.**

(129) *Colaborador 1* – Considerando todo o espaço por onde passam as estruturas, diga que sólidos foram formados. Esses movimentos que vocês fizeram de girar essas estruturas planas geraram um sólido, cada estrutura gerou um sólido diferente. No caso dessas aqui (girando o retângulo), quando gira, qual é o sólido formado?

**(130) G1, G5 e G6 – Cilindro.**

(131) *Colaborador 1* – E esse aqui!

**(132) G1, G5 e G6 – Cone.**

**(133) G2 – Então é só pra escrever, que esses giros formaram o cilindro o cone e a esfera?**

(134) *Colaborador 1* – Isso, exatamente.

**Grupo J**

(135) *Professor* – Bem aqui eu tenho uma estrutura...

(136) J6 - É um barco!

(137) *Professor* – Parece um barco, parece uma vela. Essa estrutura da atividade 2. Está escrito o que vocês devem fazer! Vocês têm que pegar e colocar cada uma dessas peças e girar o mais rápido possível! E vocês vão responder à pergunta. Tentem fazer a sós!

(138) J5 – Como é que se faz isso?

(139) *Professor* – Leiam as perguntas da segunda atividade.

(140) J6 – Observe atentamente as três estruturas planas.

(141) J5 – Tenta “coisar” aqui! (falando para J4 realizar o giro)

(142) *Professor* – Olha só gente, vocês já estão conseguindo perceber? Qual foi a forma que ele formou?

**(143) J5, J3 e J6 – Uma esfera!**

(144) *Professor* – E o outro?

**(145) J4 – Esse aqui foi o cilindro!** (Mostrando o retângulo)

**(146) J4 – E o outro foi um cone.** (Mostrando o triângulo)

(147) *Professor* – Cadê o outro?

**(148) J5 – Esse foi um cone.**

(149) *Professor* – Então vocês vão responder as perguntas que estão aí.

(150) J4 – Qual tu fizeste? Fizeste a terceira? (falando para J5)

(151) J1 – Professor tem que pegar os três “negócios” aqui? (se referindo as três estruturas)

(152) *Professor* – Sim, nesse caso, precisa preencher aqui na folha de atividade.

A atividade 2 teve como objetivo principal resumidamente perceber que o cilindro reto pode ser gerado a partir do giro de um retângulo e renomear esse sólido como cilindro de revolução essa atividade foi analisada em três segmentos 6, 7 e 8, no segmento 6 os objetivos foram de fazer os alunos perceberem a geração de sólidos geométricos a partir dos giros de um triângulo, retângulo e semicírculo.

Analisando as falas dos alunos percebeu-se nos turnos, 123, 125, 127, 128, 130, 132 e 133, do grupo G, a culminância dos indícios de aprendizagem relacionados com os padrões de interação em forma de cadeia I-R-F-R-F, concluindo os objetivos de conhecimentos alcançados do grupo G.

Ainda se observou o grupo J, nos turnos 143, 145, 146 e 148, os indícios de aprendizagem mostrando que os participantes conseguiram chegar ao objetivo do

segmento 6 reconhecendo o Cone, Cilindro e Esfera como sólidos gerados pelas estruturas planas, a abordagem inicial feita pelo professor foi de **Não-interativo/dialógico** mudando para **Interativo/de autoridade** os padrões interativos foram I-R-P-F-R-P-F, onde os diálogos entre professor e aluno foram permeados pelas intervenções orais de manutenção objetiva (IOMO), as quais possibilitaram aproximar os alunos do conhecimento pretendido.

Assim como se observou nos turnos, 123, 125, 127, 128, 130, 132, 133, 143, 145, 146 e 148, os alunos, através das manipulações realizadas com as estruturas, conseguiram observar a formação dos sólidos pretendidos, através dos giros, atingindo dessa forma os objetivos do segmento 6.

### Segmento 7

Relacionar o sólido cilindro da atividade 1 com o sólido cilindro formado pelo giro do retângulo.

Turnos 153 a 172

### Grupo K

(153) *Colaborador 4* – O primeiro passo é observar quais são as estruturas planas. Quais são essas estruturas planas?

**(154) K3 – Isso é o retângulo, triângulo e esfera.**

(155) *Colaborador 4* – Na verdade essa é a planificação, é metade do círculo. Escrevam na atividade.

(156) K4 – Vai gira.

(157) K1 – É uma esfera.

(158) *Colaborador 4* – Então vocês vão responder, verifiquem, investiguem! É a descoberta do conhecimento. Que sólidos vocês formaram?

(159) K3 – E nessa aqui?

(160) *Colaborador 4* – É nessa estrutura que vocês vão colocar o nome desses sólidos.

**(161) K3 – Cilindro, cone e Esfera (Falando baixo enquanto escrevia)**

### Grupo I

(162) I2 – Qual desses sólidos construídos é o mesmo... (continuou lendo mentalmente a intervenção "...da atividade anterior?" )

**(163) I2 – É o cilindro!**

(164) I1 – Ah tá, qual é? Eu acho que é esse!

**(165) I4, I5, I3 – Cilindro!**

(166) I2 – Como é o nome disso daqui? (apontando para o retângulo)

(167) I1 – Cilindro!

(168) I2 – Que figura plana foi usada para a obtenção desse sólido?

(169) I1 – Cilindro! Não é o cilindro?

(170) *Professor* – Que figura plana foi usada? (Dirigindo a fala para I2)

**(171) I1 e I2 – Retângulo!**

(172) *Professor* – Isso.

Observou-se no segmento 7 nos turnos 154 e 161 a percepção do participante "K3" que relacionou o retângulo, triângulo e a metade do círculo, aos sólidos, cilindro, cone e esfera. Nesse padrão interacional observou-se que o colaborador 4 no turno 155 usa uma abordagem comunicativa **Não-Interativo/de autoridade**, pois tal conhecimento da figura plana em questão deveria ser dito para que o aluno continuasse a preencher a folha de atividade e não interromper o raciocínio referentes as outras estruturas. Os padrões verificados no grupo K foram I-R-P-F-R-P-F, onde o participante "K3" conclui a investigação do objeto chegando ao objetivo do segmento, relacionando o retângulo com a geração do cilindro.

Analisando o grupo I, notou-se nos turnos 163, 165 e 171 os indícios de aprendizagem onde primeiramente, os participantes relacionaram o objeto cilindro formado com o objeto anteriormente manipulado e após essa relação os alunos entraram em uma discussão para responder a uma das intervenções reflexivas da folha, as interações realizadas iniciaram com uma das intervenções estruturantes lida pelo participante "I2", após notar que as discussões dos alunos estavam se afastando do conhecimento pretendido, o professor interferiu com uma IOMO e após essa intervenção os participantes conseguiram relacionar o retângulo com a do cilindro, alcançando os objetivos do segmento 7.

## Segmento 8

Renomear o cilindro de acordo com as manipulações feitas.

Turnos 173 a 187

**Grupo I**

(173) I2 – Professor e essa aqui, olha, atribuam um nome específico para o objeto criado de acordo com as curvas das bases e o movimento realizado.

(174) *Professor* – Olha, tu sabes que o objeto criado foi o cilindro! De acordo com o que foi feito. O que foi feito?

(175) I2 – O retângulo formou o cilindro.

(176) *Professor* – Mas o que foi feito?

(177) I1 – Girou!

(178) *Professor* – Então me deem um nome através disso. Sendo que pegou o retângulo e girou. Deem-me um nome para isso!

(179) I2 – Circunferência!

(180) I1 – É um cilindro!

(181) *Professor* – Mas é que tipo de cilindro?

**(182) I1 – Cilindro Giratório!**

(183) I2 – Mas “I1” roubou minha ideia!

**(184) I2 – Ei professor, poderia também ser um cilindro rotacional?**

(185) *Professor* – Pode!

(186) I2 – Bora pra terceira! Professor, já acabei!

(187) *Professor* – Vamos formalizar a atividade 2, escrevam na observação do professor “cilindro de revolução”.

Analisou-se o segmento 8 acima e percebeu-se nos turnos 182 e 184 uma aproximação da nomenclatura pretendida na atividade 2, a partir dessas falas o professor percebeu que os alunos tinham internalizado os conceitos do cilindro de revolução, assim através de uma análise dos discurso, percebe-se escondida na fala dos participantes a já construída cognição desejada e apenas precisava-se nomear formalmente o objeto de acordo com os termos matemáticos, nesse segmento nota-se o “ping-pong” discursivo entre os alunos e professor onde as intervenções orais



foram decisivas para aproximar os participantes do conhecimento objetivado no segmento 8, de acordo com Cabral (2017)

As zonas de tensão discursivas, ALFA, BETA e GAMA citadas por Cabral (2017) fazem parte da estrutura da UARC e da sequência didática, onde o professor, através de uma dinâmica interativa, tem a pretensão de guiar o aluno ao saber objetivado. Por fim, o padrão de interações detectado neste último segmento ocorreu na forma de I-R-P-F-R-P-F..., os objetivos foram alcançados nos turnos 182 e 184, vale observar que a formalização foi utilizada para fechar os conceitos já definidos pelos alunos usando de suas redescobertas em relação ao objeto matemático.

Realizando as análises dos segmentos da atividade 2, notou-se que seguindo a estrutura sequencialmente montada, os participantes do experimento atingiram outro grau de conhecimento ao “reconhecer que o movimento de girar estruturas planas, triângulo, retângulo e semicírculo, em torno de um eixo formam sólidos geométricos” através dos movimentos realizados com o material manipulável concreto, a partir desse conhecimento os participantes avançaram de acordo com as intervenções estruturantes que os direcionaram objetivamente para “relacionar o sólido cilindro da atividade 1 com o sólido cilindro formado pelo giro do retângulo” após a ênfase dada ao cilindro os alunos foram instigados a nomear o sólido.

Após a compreensão que o sólido gerado pelo retângulo era o cilindro houver algumas respostas para nomes como “cilindro giratório” e “cilindro rotacional”, ver turnos 182 e 184, chegando próximo ao conhecimento pretendido “renomear o cilindro de acordo com as manipulações feitas”, porém como o objeto matemático já tem o nome formal houve a necessidade de o professor assumir a formalização do nome, explicando para a turma que suas nomenclaturas chegavam perto da formal e a nomenclatura do sólido usual era “cilindro de revolução”, finalizando assim a atividade 2, onde alcançou-se os objetivos gerais pretendidos.

### 6.3. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 3

#### EPISÓDIO III

Turnos de 188 a 278

## Segmento 9

Reconhecer a forma geométrica planificada e associar cada molde de cartolina ao respectivo cilindro.

Turnos 188 a 233

**Grupo J**

(188) *Professor* - Ei gente, observem, tem essas cinco estruturas aqui, cada uma delas só cobre um deles perfeitamente, tem que ver qual é que cobre cada um. Antes de fazer a atividade, observem a tabela.

**(189) J4 – Completamente? (Mostrando um dos objetos já coberto corretamente com cartolina)**

(190) *Professor* – Isso, completamente. Então olha isso aqui, eu posso planificar e se vocês forem ver tem na atividade as perguntas corretas. Que área tem isso aqui?

**(191) J5 – Retângulo!**

(192) *Professor* – A área de um retângulo, correto! Ai tem que medir bem certo e pode usar a calculadora pra fazer os cálculos.

(193) J4 – Pode medir?

(194) *Professor* – Pode! Olha, assim tem 12,6 centímetros e assim tem quanto?

(195) J4 – 6 centímetros.

**(196) J5 – 5 centímetros. (Medindo com a régua)**

(197) *Professor* - 5 centímetros, certo! Então, qual vai ser a área desse retângulo? Preencham a tabela, vejam a tabela por primeiro, o que está pedindo?

**(198) J5 – Esse é o “A” gente? Cadê o “A”?**

(199) J3 – Esse aqui é para fazer também?

(200) *Professor* – Qual é o raio?

**(201) J5 – 2.**

(202) *Professor* – É 2 mesmo?

(203) J5 – Dois e meio!

**(204) J1 – Esse é o “C”, a medida do “C”.**

(205) J3 – Quanto deu?

**(206) J4 – Dois e meio no “C”**

(207) J3 – Esse aqui é quatro né? (Se referindo ao objeto “E”)

(208) *Professor* – Dão três, vírgula setenta e cinco, porque se o diâmetro é sete e meio a metade vai ser três vírgula setenta e cinco.

(209) J3 – Ah tá!

(210) J5 – Só tem o “A”? Qual é que tem?

(211) J1 – Esse (apontando para um cilindro sobre a mesa)

(212) J4 – Esse também! (apontando para outro cilindro sobre a mesa)

**(213) J4 – A “B” deu 2.**

(214) J6 – Todos vão dá dois, dois, dois e meio, dois e meio e três vírgula setenta e cinco.

(215) *Professor* – Agora a área lateral, é a área ao redor da lateral do cilindro! Quem é a área lateral desse cilindro aqui? (Manuseando o objeto) A área lateral é o quê?

(216) J5 – Tem que medir!

**(217) J3 – É esse papel! (apontando para o molde de cartolina)**

(218) *Professor* – Mas o que é esse papel?

**(219) J5 – É um retângulo!**

(220) *Professor* – Vocês conseguem calcular a área dessa figura? Cada um corresponde a um cilindro!

(221) J6 – Professor aqui dá doze, vírgula seis.

(222) *Professor* – De qual é esse molde?

**(223) J6 – É desse aqui, olha, é o “B”.**

### Grupo I

(224) I3 – Professor, professor, venha aqui!

(225) *Professor* – Diga!

(226) I1 – Como é pra fazer isso aqui?

(227) I3 – Essa aqui do cilindro é pra medir cada uma, é?

(228) I2 e I3 – Esse aqui e o comprimento do cilindro, esse aqui é do diâmetro e esse aqui é da altura?

(229) *Professor* – E essa aqui é área lateral (referindo ao preenchimento do quadro), quem vai ser a área lateral?

**(230) I3 – No caso é pra medir cada um desses aqui? (manuseando os moldes de cartolinha)**

(231) *Professor* – Isso! Vocês têm os moldes, isso aqui em linha reta é o que?

**(232) I3 – Comprimento!**

**(233) I2 – Essa aqui é do comprimento!**

Foi observado nos grupos J e I o manuseio dos moldes de cartolina e o reconhecimento das relações dos moldes com cada cilindro correspondente, ainda notou-se em cada caso a exploração mais aprofundada de cada objeto, pois a atividade 3 exigia o preenchimento do quadro com informações do cilindro, os valores coletados pelos alunos ajudaram a realizar o cálculo aritmeticamente como pode ser visto no segmento 10, os turnos que evidenciaram a aprendizagem dos participantes foram 189, 191, 196, 198, 201, 204, 206, 213, 217, 219 e 223 no grupo J; e 230, 232 e 233 no grupo I, e os objetivos desse segmento foram assim alcançados.

Tais turnos mostraram o reconhecimento inicial da figura plana “retângulo” (turnos 191 e 219) que corresponde a área lateral do cilindro. Os turnos 196, 201, 204, 206, 213, 232 e 233 indicaram as medidas que deveriam ser preenchidas no quadro da atividade. E ainda nos turnos 189, 198, 223 e 230, foi possível observar os participantes fazerem as relações entre os moldes e os sólidos, assim como verbalizar definições necessárias para prosseguir a atividade.

Os padrões de interações identificados segundo a análise do discurso de usada por Scott e Mortimer (2002) prevaleceu no padrão I-R-A no começo do segmento do grupo J, alterando posteriormente para os padrões de cadeia I-R-P-F-R-P-R-..., e permeando os padrões interativos foi perceptível as IOMO de Cabral (2017) instigando os alunos a responderem as perguntas direcionadas para o conhecimento objetivo mantendo uma abordagem comunicativa Interativo/ de Autoridade. Logo se observou através dos turnos destacados em negrito que os alunos conseguiram relacionar, cada molde retangular de cartolina com seus respectivos cilindros, reconhecendo que o retângulo correspondia a área lateral do cilindro, alcançando dessa forma os objetivos do segmento 9.

Segmento 10

Calcular a área da figura plana retângulo.

Turnos 234 a 248

**Grupo J**

(234) *Professor* – Aí tu vais calcular essa área e colocar aonde?

(235) J6 – No “B”

(236) J3 – Aqui e só colocar o comprimento!

(237) *Professor* – Não é só o comprimento, tu vais calcular a área!

(238) J3 e J5 – Aqui tá dando 15,5!

(239) *Professor* – Mas são só 15,5?

**(240) J3 e J5 – Não! É 15,5 vezes 5 (se referindo a altura 5 do cilindro)**

(241) *Professor* – Qual é esse cilindro aí?

(242) J5 – É o “D”

(243) J5 – Mas não tem que fazer a conta?

**(244) J6 – Base vezes a altura (se referindo ao cálculo da área do retângulo)**

(245) J5 – Quanto deu na “A”?

**(246) J6 – Deu 62,5.**

(247) J3 – Aqui é aquela fórmula da oficina né?

(248) *Professor* – Sim!

Neste segmento nota-se inicialmente uma abordagem comunicativa do tipo Interativo/ de Autoridade, com o padrão interativos I-R-P-F..., em destaque estão os turnos 240, 244 e 246 que indicam o cálculo da área do retângulo na sua forma mais direta, apenas realizando cálculos aritméticos e pesquisa usando os dados do quadro preenchido anteriormente e medições com a régua, o turno termina com a resposta correta ao cálculo da área do retângulo correspondente a área lateral do objeto cilíndrico “A”, assim como fez-se para os objetos, B, C, D e E, mostrando que os participantes alcançaram os objetivos de aprendizagem do segmento 10.

### Segmento 11

Redescobri uma fórmula geral para o cálculo da área lateral.

Turnos 249 a 278

### Grupo J

(249) J3 – É um “d” né?

(250) J4 – Vezes pi (completando a frase de J3)

(251) *Professor* – Quais os dois valores que vocês usaram para achar a área dessa figura?

**(252) J5 e J4 – Disso aqui foi a base vezes a altura!**

(253) *Professor* – Então existe uma fórmula que possa ser feita para achar o valor dessa área.

**(254) J6 – Base vezes a altura.**

(255) *Professor* – Mas a base quem é? Tu falaste a pouco tempo!

(256) J6 – Comprimento.

(257) *Professor* – Então, qual a fórmula?

(258) J6 e J5 – Não compreendemos (risos)

(259) *Professor* – Quem é a base? (Se referindo a base do retângulo)

(260) J6 e J5 – O comprimento.

(261) *Professor* – E a altura?

(262) J6 e J5 – A altura é a altura mesmo! (Risos)

(263) *Professor* – Quem é a área? É só o comprimento?

(265) J6 – É o  $A_1$  (apontando para a coluna da área do quadro)

**(265) J5 – Eu estou mudando! É o comprimento vezes a altura! (Escrevendo na folha de atividade)**

(266) J4 – Só mudou o comprimento.

### Grupo H

(267) H4 – Existe um modelo matemático para encontrar o valor de C para qualquer cilindro?

**(268) H1 – Aquele, Diâmetro vezes pi, aqui olha!**

(269) *Colaborador 2* – Pronto!

(270) H1 – É essa né professor?

(271) *Colaborador 2* – Isso!

### Turma – Ato de Formalização

(272) *Professor* – Vamos formalizar, a área que vocês calcularam, foi de que figura plana?

**(273) Turma – Retângulo.**

(274) *Professor* – E qual é a área do retângulo?

**(275) Turma – Base vezes altura (b.h)**

(276) *Professor* – Mas essa base do retângulo que vocês têm é quem do cilindro?

**(277) Turma – Comprimento!**

(278) *Professor* – Então formalizando, eu coloco o “C” no lugar do “b” e vai ficar assim

$$A_l = C \cdot h \text{ ou } A_l = 2r \cdot \pi \cdot h.$$

Este último segmento mostrou a finalização dos objetivos da Atividade 3, a abordagem comunicativa continuou sendo Interativa/ de Autoridade e os padrões interativos em forma de cadeia I-R-P-F-R-P-F-A..., conseguiu-se perceber nos turnos 252, 254, 265 e 268, os indícios de aprendizagem dos alunos ao construírem as fórmulas, não só da área lateral, mas a fórmula do comprimento do cilindro que são conhecimentos anteriores adquiridos na oficina realizada antes da aplicação do experimento, notou-se a culminância dos indícios de aprendizagem no grupo J no turno 265, aonde o participante “J5” consegue redescobrir a fórmula da área lateral do cilindro, restando apenas concluir a atividade formalizando matematicamente.

A formalização ocorreu envolvendo toda a turma a partir do momento que todos os professores perceberam a proximidade das respostas ao conhecimento que pretendido e usando das respostas já dadas pelos alunos (turnos 273, 275 e 277) o professor coordenador do experimento mostra aos alunos a fórmula redescoberta por eles, observe que o padrão interativo da formalização foi I-R-F-R-F-R-F chegando à conclusão desta atividade após os objetivos do segmento 11 ser alcançado com a redescoberta da fórmula culminando com o alcance dos objetivos gerais que deveriam ser alcançados.

Na atividade 3 através das intervenções estruturantes da folha de atividade e das manipulações dos materiais concretos, guiou-se com sucesso os alunos para “reconhecer a forma geométrica planificada e associar cada molde de cartolinha ao respectivo cilindro” como indicado nos indícios de aprendizagem destacados no segmento 9, em seguida deu-se continuidade na construção do conhecimento, e através das IOMO’s os professores orientaram os alunos a “calcular a área da figura plana retângulo”, em seguida já avaliando que os participantes tinham o conhecimento adequado obtido com sucesso nos segmentos anteriores se direcionou os alunos para “redescobrir uma fórmula geral para o cálculo da área lateral”, logo com poucas intervenções a turma percebeu o padrão básico da fórmula e a partir desse padrão o

professor formalizou significativamente o conhecimento matemático adquirido, cumprindo com o objetivo geral da atividade 3, fechando o episódio e consequentemente a UARC.

#### 6.4. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM - ATIVIDADE 4

Episódio IV

Turnos de 279 a 317

##### Segmento 12

Encontrar a relação intuitiva para calcular a área total do cilindro.

Turnos 279 a 304

##### **Grupo J**

(279) *Professor* – Os mesmos dados que estão sendo pedidos nessa, já foram usados antes, aonde?

(280) J4 – Nessa aqui. (apontando para a atividade 3)

(281) *Professor* – Vamos lá, vocês calcularam todas as áreas laterais dos cilindros, o que falta acrescentar nas áreas?

**(282) J4 – Áreas das duas bases.**

**(283) J5 – A soma das duas bases**

(284) *Professor* – Das duas bases, a de cima e a de baixo. Então vocês, preencham o quadro com os dados que vocês já têm e acrescentem o que me disseram, lembrem da fórmula dada na oficina.

(285) J6 – É só isso aqui que vai ter que acrescentar. (apontando para os moldes dos círculos da base)

(286) J4 – A área lateral é isso aqui! (apontando para os moldes de cartolina)

(287) J6 – Ah, então vai ser 62,5 vezes o pi, vezes a altura.

(288) *Professor* – Calma, vocês vão calcular primeiro a área da base. Quanto é essa área?

(289) J6 – Dois.

(290) *Professor* – Essa não é a área, isso é o quê?



(291) J6 e J5 – É o raio.

(292) Professor – Então calculem a área usando o raio. Quanto deu esse valor?

(293) J5 – 12,48.

(294) Professor – Isso! Agora, Qual é a área total?

**(295) J6 - É a soma da área lateral mais duas dessas. (apontando para o círculo)**

(296) J2 – É duas vezes o círculo.

(297) J6 – Professor a área da base é 24,96, a soma das duas bases, certo?

(298) Professor – Isso, e só de uma base é 12,48.

(299) J6 – Ah tá bom.

### Grupo I

(300) Colaborador 3 – Qual a área do círculo?

(301) I3 – É “r” ao quadrado vezes pi.

(302) Colaborador 3 – E qual vai ser a área total?

**(303) I3 – Duas vezes a área da base mais a área lateral.**

(304) Colaborador 3 – Perfeito!

Foram analisados os turnos que compõe o segmento 12, a abordagem comunicativa ocorreu de modo Interativo/ de Autoridade e as interações obedeceram principalmente o padrão em cadeia I-R-F-R-F... as intervenções orais tiveram mais influência nesse segmento, pois alguns alunos ainda se confundiam com alguns conceitos básicos de comprimento e área, porém a percepção intuitiva da área geral ocorreu quase que imediatamente como se notou nos turnos 282 e 283, onde os alunos já sabiam que faltavam acrescentar a área lateral para obter a área total o prosseguimento da atividade se deu para o melhor refinamento da resposta geral referente ao cálculo e para o preenchimento numérico do quadro dessa atividade.

Ainda foi possível notar nos turnos 295 e 303 os indícios de aprendizagem intuitiva da fórmula geral para calcular a área do cilindro onde os participantes J6 e I3 verbalizam os elementos que compõe um lado da equação matemática da fórmula, assim foi possível perceber que os objetivos deste segmento foram alcançados, partindo para a próxima sequência de intervenções para redescobrir a fórmula como pode ser notado no segmento a seguir.

## Segmento 13

Redescobrir a fórmula geral para calcular a área total do cilindro.

Turnos 305 a 317

**Grupo J**

(305) *Professor* – Vocês já fizeram esses cálculos em que atividade?

(306) J4 – Nessa folha aqui! (apontando para a folha da atividade 3).

(307) *Professor* – Então vocês já têm alguns valores e vai faltar só o quê?

(308) J4 – Vai faltar os três últimos (apontando para as colunas que ainda faltam ser preenchidas).

**(309) J5 – Então a fórmula vai ser duas vezes a área da base mais isso aqui (apontando para o valor da área lateral).**

(310) J5 – E essa aqui? (apontando para a intervenção onde se pedia a fórmula)

(311) *Professor* – Nessa você vai usar o padrão matemático que você encontrou.

(312) J5 – No caso vai ser,  $A_l = C \cdot h$ ?

(313) *Professor* – Essa também, mas tem outra fórmula.

(314) J5 e J6 – Essa daqui! (apontando para a fórmula da área do círculo escrita no caderno).

(315) *Professor* – Então qual vai ser a área total?

**(316) J6 – Vai ser  $2 \cdot A_b$  mais  $A_l$ .**

(317) *Professor* – Então vamos formalizar. O que é a área total? Será  $A_t = 2 \cdot A_b + A_l$

O segmento acima foi a continuidade da atividade 4 finalizando a mesma, a abordagem comunicativa se deu novamente de modo Interativo/de Autoridade nos padrões interativos I-R-F-R-F... sendo bastante presente as intervenções orais, observou-se nesse segmento que a partir da resposta intuitiva das pelos alunos e o direcionamento realizado pelo professor chegou-se a respostas bem próximas da fórmula objetivada, notou-se tais indícios de aprendizagem na fala do participante J6 no turno 316, onde o participante usou os termos formais matemático, faltando apenas construir a fórmula desejada, assim o professor intervém formalmente usando da fala do participante para mostrar a fórmula geral já conhecida e amplamente usada no ensino de matemática.

Notou-se que o objetivo geral da atividade 4 foi atingido com sucesso considerando que os participantes conseguiram “encontrar a relação intuitiva para

calcular a área total do cilindro” como mostrou-se no segmento 12, e logo em seguida os mesmos “redescobriram a fórmula geral para calcular a área total do cilindro”, ainda os alunos construíram conceitos bem definidos da fórmula para o cálculo da área total do cilindro, além de internalizarem o significado de cada elemento que a compôs, a qual foi finalizada com a formalização realizada pelo professor fechando com êxito a atividade 4.

## 6.5. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM – ATIVIDADE 5

Episódio V

Turnos de 318 a 362

### Segmento 14

Estabelecer uma relação entre área da base, altura e volume.

Turnos 318 a 329

Para dar início a atividade 5 final do experimento necessitou-se de um encontro extra realizado no dia 19 de junho de 2019, no começo da aula foram redistribuídas as folhas de atividade recolhidas no dia anterior, os alunos estavam ansiosos para responder as perguntas e descobrir a fórmula, porém eles foram orientados a ficarem calmos e esperar as orientações do professor que iniciou a atividade 5 a partir da intervenção abaixo.

### **Turma**

(318) *Professor* – Calma eu vou medir e vou dar o volume do objeto pra vocês. Mas vão pensando quem será o volume desse objeto, então anotem lá a quantidade de areia que cabe em cada objeto, no objeto “A” 62,5, no “B” 87,36, no “C” 78,4, no “D” 98, e no “E” 132,4. Agora sim preencham a tabela com os outros valores e respondam a folha de atividade.

### Grupo I

(319) I3 – Eu não entendi essa pergunta: “Estabeleça uma relação entre a área da base, a altura e o volume do objeto.”

(320) I6 – Eu só faço a última?

(321) *Professor* – Sim só precisara fazer a última porque, o valor da área da base e da altura nós já temos das atividades anteriores.

(322) I3 – Qual é a fórmula professor?

(323) *Professor* – Ainda não pensem em fórmula. Eu quero saber como eu posso chegar no volume do cilindro, qual processo eu teria que fazer?

**(324) I3 – Teve que pegar o valor da área da base vezes altura, ai vai dar esse valor aqui (apontando para a coluna do volume)**

(325) *Professor* – Então confirmem com os cálculos, façam as contas.

### Grupo K

(326) *Professor* – Para achar esse valor do volume o que foi que tu fizeste? Qual a relação?

(327) K4 – Esse valor vezes esse! (apontando para os valores da área base e altura no quadro). Ou esse ao quadrado vezes esse. (apontando para os valores da área base e volume no quadro)

(328) *Professor* – O que tu falaste anteriormente?

**(329) K4 – Área da base vezes a altura.**

Ao ser analisado o segmento 14, constatou-se uma abordagem comunicativa do tipo Interativo/de Autoridade, onde o professor por meio de perguntas e intervenções pontuais procurou aproximar os alunos do conhecimento a ser percebido intuitivamente através de uma tabela preenchida com os dados coletados pelo professor no início da atividade e pelos próprios alunos.

O padrão interativo ocorrido foi I-R-F-R-F... onde se observou nos turnos 324 e 329 os indícios que os participantes conseguiram assimilar o conhecimento intuitivo sobre o cálculo para o volume do cilindro verbalizando com poucas variações de linguagem que o volume é dado pelo produto da “área da base pela altura”, assim alcançou-se os objetivos do segmento.

## Segmento 15

Redescobrir a fórmula geral para calcular o volume do cilindro.

Turnos 330 a 347

**Grupo J**

(330) *Professor* – Então, qual é a relação para achar o volume?

(331) J6 – Tem que pegar a área da base e multiplicar por cinco.

(332) J4 – É pela altura J6!

(333) J6 – Pela altura!

(334) *Professor* – Isso. Como ficou a tua J5?

**(335) J5 –  $b \times h$**

(336) *Professor* – Mas tem que formular a partir dos valores que tem no quadro. Olha as indicações do quadro, (apontando para as colunas do volume, área da base e altura). Como ficará a fórmula?

**(337) J5 -  $V = A_b \cdot h$**

**Grupo I**

(338) I4 – Professor essa aqui, “É possível elaborar uma fórmula para calcular o volume de qualquer cilindro? Seria essa fórmula aqui”?

(339) *Professor* – Mas me diz qual seria a fórmula?

**(340) I4 –  $h \times A_b$**

(341) *Professor* – Isso, mas falta o “V”, como fica?

**(342) I4 –  $V = h \times A_b$**

(343) I3 – É só pra colocar isso?

(344) *Professor* – Isso!

**Turma – Ato de Formalização**

(345) *Professor* – Vamos lá turma, vamos formalizar. Qual é a fórmula do volume, que muitos alunos disseram?

**(346) Turma –  $h \cdot A_b$**

(347) *Professor* – Então coloquem isso assim nas observações do professor,  $V = A_b \cdot h$ , agora vocês sabem que um sólido do tipo cilindro, o volume sempre será a área da base vezes a altura.

Na análise do segmento percebeu-se que a abordagem comunicativa foi Interativo/de Autoridade onde o professor realiza uma série de perguntas que são as intervenções orais de manutenção objetiva – (IOMO) nos padrões de análise do discurso em forma de cadeia I-R-F-R-F-... - A.

Nesse padrão foi possível notar ao final das intervenções estruturantes da UARC a intervenção formalizante que usou das respostas dadas pelos participantes para definir a fórmula matemática já conhecida, a qual foi redescoberta através das investigações dos participantes do experimento, tais indícios de aprendizagem foram evidenciados nos turnos 335, 340 e 346 onde os alunos responderam de forma mais direta como encontrar o volume do cilindro, porém com poucas intervenções eles chegam ao padrão desejado nos turnos 337 e 342. As respostas diretas sobre como calcular o volume de qualquer cilindro vieram das observações intuitivas dos participantes as quais foram refinadas para culminar no objetivo da atividade, o qual era a compreensão e redescobertas da fórmula, assim a atividade 5 a aplicação da atividade 5 cumpriu com os objetivos desejados.

### **6.5.1. Intervenção avaliativa restrita da atividade 5**

Para verificar se os alunos obtiveram a compreensão da fórmula redescoberta ao final da atividade e se os mesmos conseguiriam aplicá-la de forma pontual em um exercício para outro objeto apresentado apenas em forma de imagem, para tanto se desenhou um cilindro no quadro, sendo indicados a altura e o raio da base, com a pretensão de analisar a potencialidade da UARC 5.

As Intervenções Avaliativas Restritas – (IAr) segundo Cabral (2017, p. 42 e p. 43) “foram concebidas com a finalidade de se estabelecer um primeiro parâmetro de aferição de aprendizagem do conceito objeto de reconstrução.” Nesse momento da verificação da aprendizagem foi possível notar não somente a utilização da fórmula e nem apenas a memorização da mesma, mas os conceitos apreendidos pelos alunos e compreensão do algoritmo usado.

Assim logo a seguir foram transcritos os turnos relevantes dessa intervenção classificada como pós-formal, onde nesse momento segundo (Cabral, 2017, p. 43) “O que deve ser fortalecido nessa etapa é um aspecto igualmente desprezado pelo

ensino tradicional que é a justificativa de procedimentos adotados como base as verdades empírico - intuitivas estabelecidas nas reconstruções conceituais.” Os alunos nessa etapa da atividade conseguiram usar o algoritmo redescoberto por eles não só apenas por que lhes foi dito que tal fórmula era a qual deveria ser aplicada ao exercício, mas por que a fórmula tem um significado para eles, ela foi descoberta por eles através das investigações realizadas, construindo um conhecimento internalizado tornando a aprendizagem significativa.

### Segmento 16

Calcular o volume do objeto F.

Turnos de 348 a 362

(348) *Professor* – Se tivéssemos um objeto “F” com o raio da base dele igual a 5 e altura igual 6, já temos toda a fórmula. Vocês conseguem fazer? Tentem fazer.

(349) I6 – Aquela que é a fórmula, né professor? (Se referindo a fórmula do volume)

(350) *Professor* – Isso.

(351) I3 – Tem que calcular a área da base por primeiro.

**(352) K6 – Tem que calcular essa área de baixo mesmo.**

(353) I6 – E depois a altura!

(354) I3 – Primeiro eu vou calcular a área da base, depois vou fazer com a altura.

(355) *Professor* – Isso, todos estão fazendo? Quanto deu J6?

**(356) J6 – Deu 78,5 agora vou multiplicar por 6.**

(357) K5 – Professor está certo isso aqui?

(358) *Professor* – Sim.

(359) G4 – Professor olha como eu fiz.

(360) *Professor* – Deu quanto?

**(361) G4 – Deu 471.**

(362) *Professor* – A tua conta está certa, mas agora repassa a limpo do caderno para a folha de atividade, coloca teu nome e me entregue.

Foi possível observar na Intervenção Avaliativa Restrita a pouca influência do professor e maior autonomia dos alunos, toda a turma estava participando, integrantes de vários grupos respondiam, perguntavam e interagiam em voz alta, acionando o

professor apenas para confirmar a sua resposta, a abordagem comunicativa foi do tipo **Interativo/de Autoridade** o padrão interativo ocorrido nesse segmento foi **I – R – F – R – P – R – P – F – R – P – F – R – F – R – A**, culminando na avaliação do professor a uma resposta do aluno G4, vários outros alunos chegaram ao mesmo resultado como já foi destacado no capítulo 5 dessa dissertação, porém para exemplificar os padrões interativos escolheu-se o transcrito no segmento 16 acima.

Notou-se a aprendizagem significativa dos alunos ao usar a fórmula redescoberta, pois ocorreram falas do tipo “Tem que calcular essa área de baixo mesmo” no turno 352, essa fala mostra que o aluno está calculando a área da base sabendo que é a área de apoio do objeto e não está somente aplicando a fórmula de forma mecânica e sem sentido, pois durante todo o experimento os alunos manipularam os objetos e sabem relacionar os conhecimentos abstratos da imagem desenhada no quadro com os sólidos manuseados.

Dando continuidade à análise, notou-se no turno 356 que o participante J6, já havia calculado a área da base da figura apresentada a ele e assim, segue falando qual o próximo procedimento a ser realizado “Deu 78,5 agora vou multiplicar por 6”, ao dizer que vai multiplicar por 6, o participante está nos mostrando que sabe aplicar a fórmula, e sabe também onde e como usar a altura do cilindro para encontrar o volume desejado.

Finalmente no turno 361 o participante G4 deu o resultado para o volume do objeto F, confirmando a sua resposta com o professor, após confirmação o participante foi avaliado e orientado a escrever seus cálculos, antes feito no caderno, na folha de atividade, finalizando assim a atividade 5.



## 7. CONCLUSÃO

Ao finalizar esse estudo retornou-se a questão de pesquisa “Como uma sequência didática criada especificamente para o ensino do cilindro pode contribuir, para diminuir as dificuldades de aprendizagem desse tema apontadas na revisão de literatura e manifestação de alunos e professores ao ser aplicada numa turma da 2ª série do ensino médio?” para destacar elementos discorridos ao longo do trabalho que corroboram no sentido de responder o referido questionamento.

No capítulo 2, referente aos aportes teóricos e metodológicos, foram tomadas teorias e percursos consoantes com a literatura que contemplam o abordado e garantem sua exequibilidade, a saber, a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986) e as UARC's de Cabral (2017), buscou-se por meio da Análise Microgenética e Análise do Discurso evidenciar os indícios de aprendizagem dos participantes do experimento que envolvia uma Sequência Didática formada por cinco atividades estruturas de acordo com as UARC's compostas por folhas de atividades (intervenções estruturantes), objetos manipuláveis e intervenções orais de manutenção objetiva.

Para a elaboração da Sequência Didática buscou-se em artigos, dissertações, entre outros trabalhos científicos, para sondar algumas investigações já realizadas sobre esse assunto, logo se abordou numa direção das metodologias de ensino, diante dos muitos estudos encontrados a respeito de cilindros alguns foram selecionados para subsidiar essa dissertação. Notaram-se nesses estudos tendências metodológicas visando à construção do conhecimento pelo aluno em uma aprendizagem contextualizada e significativa, concluiu-se que tais características são bons padrões aos modelos de atividades usadas na sequência didática aplicada no experimento de cilindros retos de base circular.

Com relação ao conteúdo que compôs a sequência didática foi necessário investigar os tópicos do conteúdo cilindro ministrado em sala de aula, assim através opiniões de professores, alunos e livros didáticos, tal levantamento foi realizado no capítulo 3 dessa dissertação e a partir dos dados coletados foi possível verificar e eleger algumas dificuldades dos alunos ao estudarem cilindros, dentre elas foram eleitas três apresentadas a seguir.

- Lacunas no aprendizado e manuseio das fórmulas, utilizadas para encontrar volume e áreas do cilindro.
- Dificuldades em reconhecer o texto matemático formal e vinculá-lo com o objeto matemático corretamente.
- Dificuldades em relacionar os objetos do cotidiano com o objeto matemático estudado.

A partir das dificuldades eleitas buscou-se no realizar um aprofundamento do conteúdo matemático dessa dissertação, pois em alguns casos o assunto apresentado no livro didático não cumpre com o rigor matemático, assim foram usadas as definições e conceitos de cilindros presentes em alguns livros formais contendo esse assunto, vale citar Souza (2010), Leithold (1994) e Dolce & Pompeo (2005), tais conceitos formais do objeto matemático foram apresentados no capítulo 4 dessa dissertação e juntamente com as a pesquisa em livros didáticos, opiniões de professores e alunos, elaborou-se as atividades da Sequência Didática aplicada no experimento, com a intenção de diminuir as dificuldades e lacunas de aprendizagem.

A partir das análises das respostas dadas por professores e alunos, nos padrões de abordagem do conteúdo dos livros didáticos e metodologias mais amplamente aplicadas no ensino de matemática, em particular, cilindros, concluiu-se que o conteúdo cilindro é abordado de modo “tradicional” onde a maioria dos professores “apresentam os conceitos, os exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos do livro didático” além de “elaborar uma lista de exercícios ou apostila para serem resolvidos pelos alunos” para fixar o conteúdo e avaliam os alunos normalmente com “provas” segundo dados percentuais da pesquisa apresentados no capítulo 3.

Com relação às investigações dos livros didáticos pode-se notar com o passar dos anos que existe de fato a preocupação em contextualizar os assuntos matemáticos e tornar significativa a aprendizagem para os discentes, direcionando para o ensino contextualizado e significativo, desse modo, certamente a forma de ensino seguindo tais padrões foi uma das boas bases para a construção das atividades do experimento.

Tendo em vista que segundo a literatura consultada há uma predominância no ensino de matemática da apresentação dos conteúdos de forma “tradicional”, isto é, exposição do assunto, resolução de exercícios, provas e simulados construiu-se

sequências didáticas, cujas atividades apresentadas no capítulo 5, valorizam o uso de material manipulável concreto e folhas de atividades, entre outras tendências metodológicas, distintas da tradicional, a aplicação da sequência didática envolvendo o material manipulável concreto e folhas de atividades se mostraram eficientes no ensino de cilindro trazendo significado ao conteúdo e melhorando a compreensão por parte dos alunos que são agentes da construção dos seus conhecimentos através da interação com seus pares e como consequência dessa ação internalizam e se apropriam do saber objetivado mais facilmente.

Para a construção da Sequência didática aplicada no experimento houve a necessidade da busca de material para embasar as teorias que corroboram com as novas tendências, tal busca se tornou complexa, pois as vastas possibilidades de metodologias requereram a leitura e a filtragem dos estudos que mais se aproximavam das escolhas teóricas metodológicas aqui usadas, além da complexidade de filtrar os estudos aqui escolhidos, necessitou-se construir todo o material de apoio para aplicar o experimento didático, logo às folhas de atividades e o material manipulável concreto demandou-se tempo para serem planejados e executados, gerando com essa dissertação uma metodologia totalmente nova com produtos prontos a serem usados em sala de aula por qualquer professor no ensino de cilindro reto de base circular.

Ao passar por todo o processo investigativo notou-se um ganho de aprendizado para os professores que dele participaram, porém diversas dificuldades para a realização desse estudo sugeriram e entre elas a mais relevante, foi a mudança da metodologia tradicional para a metodologia escolhida no projeto, pois tanto para o professor orientador e os professores colaboradores houve um processo de adaptação ao aplicar o experimento, assim como para os alunos participantes que ao início da primeira atividade não sabiam ao certo o contrato didático estabelecido.

Após as quebras das metodologias comumente adotadas em sala de aula e a adaptação dos professores todos que participaram do experimento notaram os ganhos e benefícios da metodologia didática escolhida, houve desta forma a abertura de mais uma possibilidade de ensino variando o leque de escolhas para o ensino de cilindro, trazendo ao pesquisador deste trabalho uma grande variedade de visões de possibilidades de ensino que podem auxiliar nas mudanças do mesmo estilo de aula classicamente usado nas escolas, levando algo novo aos alunos e motivando-os

dessa forma a aprender, investigar e se apropriar dos conhecimentos construídos por eles com maior entusiasmo superando em grupo suas dificuldades.

Ainda no capítulo 5, tem-se a exposição da organização da aplicação das atividades, antes da aplicação do experimento realizou-se um teste verificador para sondar se os participantes das atividades tinham conhecimentos adequados para dar-se início ao experimento, a relevância do teste se deu com a verificação da necessidade que os alunos tiveram de um nivelamento para chegar ao conhecimento desejado para o prosseguimento da Sequência Didática. Para tanto, em uma aula de 45 minutos realizou-se uma oficina lembrando aos alunos os assuntos que estes apresentaram dificuldades no teste de verificação, assim foram sanadas ou diminuídas as dificuldades que os participantes tinham com relação a conteúdos anteriores necessários para iniciar as atividades da SD, considerando como ponto de partida os conhecimentos anteriores dos participantes.

Após a aplicação da oficina, em outro momento, foram iniciadas as atividades com a turma, os resultados escritos obtidos nas folhas de atividades foram expostos no capítulo 5, mostrou-se a sequência ordenada das atividades, cada uma envolvendo uma UARC segundo as estruturas de Cabral (2017), ainda foram descritos os procedimentos adotados, a organização da turma em grupos, os materiais utilizados e as metodologias aplicadas, mostrando os objetivos alcançados através dos recortes feitos das imagens das folhas de atividades preenchidas pelos alunos durante a aplicação da sequência didática, os objetivos alcançados constataram a validade do ensino através da metodologia escolhida e dos materiais de apoio utilizados.

Deu-se em seguida a apresentação da estrutura da sequência didática assim como a descrição da sua aplicação no capítulo 5 dessa dissertação, foram realizadas, no capítulo 6, as análises das interações ocorridas no experimento em sala de aula, tais falas foram transcritas, analisando as conversas de cada grupo com o professor aplicador do experimento e com os colaboradores convidados para a aplicação das atividades. As falas transcritas foram apenas aquelas que continham os trechos relacionados com as atividades e com o experimento, conversas paralelas e falas desinteressantes para o experimento foram excluídas das transcrições por não apresentarem relevância às análises.

As falas gravadas em vídeo foram transcritas seguindo um padrão de turnos, segmentos e episódios, onde cada turno corresponde a uma fala de um ou mais aluno

do grupo, de um colaborador ou do professor orientador do experimento. Esses turnos de acordo com os objetivos da atividade foram agrupados em segmentos e os segmentos foram por sua vez organizados em episódios, cada episódio foi correlacionado a uma atividade, a estruturação em turnos, segmentos e episódios se deu considerando a melhor forma de se realizar tanto a análise microgenética, quanto a análise do discurso, de forma a ser tornar fácil perceber as minúcias de aprendizagem e os padrões de interação entre os participantes do experimento.

De acordo com as análises realizadas foi possível observar algumas dificuldades iniciais resultado da alteração de metodologias aplicada a turma, na primeira atividade os alunos com os objetos manipuláveis e folhas de atividades em mãos não sabiam como agir diante da nova metodologia apresentada, pois estavam acostumados a seguir um padrão em que o professor expunha o conteúdo a ser aprendido, assim ao iniciar a atividade 1, decorreram alguns minutos para os participantes perceberem que eles seriam os principais responsáveis por construir o conhecimento e fazer descobertas a respeito do conteúdo.

Para sanar a dificuldade inicial encontrada com a mudança de metodologia foram necessárias intervenções orais dos colaboradores e professor orientador, tais intervenções motivaram e esclareceram os procedimentos que os participantes deveriam realizar, apesar de os procedimentos estarem claramente evidenciados nas folhas de atividades através das intervenções estruturantes.

Após superarem as dificuldades iniciais encontradas na atividade 1, os alunos foram assumindo o perfil de pesquisadores do objeto matemático em questão, apenas necessitando das intervenções iniciais (I<sub>i</sub>) para começarem as outras atividades e das Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (IOMO) apenas para sanar algumas dúvidas ou dar direcionamentos.

De posse dos conhecimentos sobre os procedimentos a serem adotados e com as orientações realizadas pelos professores os grupos de participantes começaram a utilizar das intervenções presentes nas folhas de atividades como guia para alcançar os objetivos pretendidos, assim as atividades foram sendo aplicadas na ordem da estrutura já estabelecida dando encadeamento aos conhecimentos a serem construídos, sempre tomando como base os saberes anteriores já dominados pelos alunos na atividade concluída para aplicar a seguinte.

A teoria escolhida para a verificação dos indícios de aprendizagem foram Análise Microgenética e Análise do Discurso, baseadas nos trabalhos Goés (2000) e Maingueneau (1997) e Scott & Mortimer (2002) se mostraram eficazes e foram aplicadas a partir da transcrição e organização das falas em turnos, segmentos e episódios. As duas formas de análises se complementaram, os padrões de interações definidos por Scott e Mortimer (2002) foram essenciais para mostrar as trocas discursivas entre todos os participantes do experimento direcionadas ao objetivo de cada segmento, juntamente a Análise Microgenética serviu para apontar exatamente onde ocorreram os indícios de aprendizagem nas minúcias dos diálogos.

Usou-se dessas duas ferramentas ao final de cada segmento exposto no capítulo 6 fez-se as devidas análises e percebeu-se diversos indícios de aprendizagem, os quais apontaram para a validação da metodologia aplicada e a diminuição das dificuldades apresentadas no levantamento de dados realizado com alunos e professores, pois em geral os participantes do experimento conseguiram adquirir conhecimento significativo do objeto matemático relacionando algumas vezes com objetos do dia a dia, vale ressaltar, que os materiais manipuláveis concretos utilizados foram produzidos com tubos de encanamento e papelão, e a partir desses materiais os alunos conseguiram abstrair com auxílio de uma sequência didática planejada, intervenções orais e folhas de atividades, o conhecimento matemático objetivado.

Ao final de cada atividade planejou-se aplicar uma Intervenção Restrita Avaliativa - (I<sub>ra</sub>), porém por falta de tempo ocasionado por motivos de calendário da escola onde o experimento ocorreu, não foi possível realizar a aplicação dessas intervenções nas quatro primeiras atividades. Assim aplicou-se a intervenção Restrita Avaliativa apenas na Atividade 5, relacionada com o volume do cilindro.

Ao serem analisadas as respostas dadas nessa intervenção, notou-se que os alunos além de usar a fórmula para calcular o volume do cilindro também conseguiram com sucesso usar fórmulas anteriores necessárias para compor a fórmula do volume do cilindro, mostrando assim o domínio dos conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, no capítulo 5 foram destacados vários padrões de respostas, onde os alunos mostraram terem aprendido **significativamente as fórmulas e o conteúdo de modo contextualizado e formal**, estas três direções foram os principais nortes para a construção das atividades.

Vale aqui citar alguns turnos que indicaram tal aprendizagem, no grupo “G” dois alunos observaram as intervenções estruturantes da atividade 1 e relacionaram o objeto cilindro com latinhas de refrigerante do tipo palito, dando um significado, para a forma do sólido geométrico e onde este é encontrado por eles no cotidiano, ver turnos 16 e 17 da transcrição.

Nos dois turnos acima citados, especificamente nos indícios de aprendizagem da atividade 1 pode-se notar um grau de contextualização do objeto matemático com o cotidiano do aluno, além dessas respostas alguns participantes do experimento reconheceram que os objetos cilíndricos a sua frente foram construídos com materiais do seu dia a dia, papelão e tubos de encanamento de diversos diâmetros, tal interação com materiais manipuláveis concreto tornou mais atrativa a forma de aprendizagem, estimulando os estudantes à investigação.

Com relação aos aspectos de formalização do conteúdo, em todas as atividades os alunos foram deixados livres para realizarem suas investigações, sempre orientados pelos professores que os aproximavam do conhecimento pretendido através das Intervenções Oraís de Manutenção Objetiva – (IOMO's) e a final de cada atividade quando os alunos já tinham dominado o conteúdo e já tinham construído os saberes objetivados o professor intervinha para formalizar matematicamente, nomenclaturas e fórmulas, utilizando-se das respostas dadas pelos participantes.

Assim as fórmulas nos padrões matemáticos foram apresentadas aos participantes ao final das atividades, porém antes de tal apresentação, os mesmos já tinham os moldes e entendimentos da construção dessas fórmulas, logo na Intervenção Restrita Avaliativa - (IA<sub>r</sub>) aplicada na atividade 5 percebeu-se padrões diferentes de respostas e de formas de se calcular, porém todas as respostas dadas pelos participantes estavam corretas, indicando que estes não somente memorizaram a fórmula, mas aprenderam o significado de cada elemento que a compunha, observe os turnos a seguir, extraídos das transcrições realizadas no segmento 16 da atividade 5, turnos 351 até 356.

Observou-se nos turnos citados que os alunos da turma interagiram entre si sem considerar seus grupos, eles foram complementando as respostas um dos outros, porém todos já tinham deduzido e formalizado a fórmula junto ao professor e nesses turnos expuseram a vontade e necessidade de mostrar que sabiam aplicar os

conhecimentos obtidos para toda a turma, após esses diálogos todos resolveram individualmente a intervenção proposta nas suas folhas de atividades e entregaram para o professor, vale rever as figuras 28, 29 e 30 ao final do capítulo 5, para notar os padrões de respostas dadas à Intervenção.

Diante do exposto nos parágrafos anteriores e das análises dos dados obtidos no experimento metodológico aplicado em uma turma do 2º ano do ensino médio envolvendo a Sequência Didática relacionada a cilindro estruturada segundo as UARC's de Cabral (2017), pode-se verificar que os objetivos bases para responder positivamente à questão de pesquisa, foram alcançados, logo foi possível verificar a potencialidade de uma sequência didática envolvendo cilindros para minimizar as dificuldades constadas nos levantamentos de dados obtidos através dos questionários aplicados a professores e alunos, além das pesquisas em livros didáticos utilizados na educação básica, eleitas nessa dissertação.

De modo geral nessa dissertação foram eleitas dificuldades com relação as nomenclaturas formais usadas no ensino de matemática, dificuldades na aprendizagem das fórmulas e a falta de contextualização do conteúdo, porém outros problemas com relação ao ensino do cilindro reto de base circular, podem ser eleitos a partir de novas pesquisas, assim como podem ser usados outras formas de ensinar esse conteúdo, diferenciada do material manipulável concreto e das folhas de atividade, criando novas Sequências Didáticas, assim são possíveis adaptações aos recursos utilizados nessa dissertação para criar uma nova experiência aperfeiçoando e dando continuidade ao estudo do ensino do cilindro reto de base circular.



## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Trabalhando volume de cilindros através da resolução de problemas**. EMR-RS - ANO 10 - 2009 - número 10 - v.1. Disponível em: [http://sbemrs.org/revista/index.php/2011\\_1/article/viewFile/25/35](http://sbemrs.org/revista/index.php/2011_1/article/viewFile/25/35). Acesso em 22 de julho de 2017 às 09:45.

BALDISSERA, Altair. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Santa Terezinha de Itaipu – Pr. 2008, Disponível em: [http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_altair\\_baldissera.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf). Acesso em 15 de julho de 2017 às 16:34.

BERMEJO, Ana Priscila Borges. MORAES, Mônica Suelen Ferreira. COSTA, Acylena Coelho. **Análise do ensino de geometria espacial**. X EGEM - Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Ijuí – RS: 02 a 05 de junho de 2009. Disponível em: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/CC/CC\\_49.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf). Acesso em 13 de julho de 2017.

BERNARDINI, Geferson. **Uma Atividade Didática Envolvendo Área e Volume do Cilindro e de Prismas**. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal de São Carlos, 2014

BEZERRA, Aluzimara Nogueira. **As isometrias nos azulejos de Belém: uma proposta de ensino**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

BINOTTI, Andréa Magalhães. **Ensino Contextualizado de Área e Volume de Cilindro**. Dissertação (mestrado). São Carlos: UFSCar, 2016.

BRASIL, MEC. **Base Nacional Comum Curricular**. [S.l.]: [2017?] Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit\\_e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf). Acesso em: 27/04/2019 às 22:43

BRASIL. **PCN+**: Ciências Natureza. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 21 de maio de 2017 às 23:14

CABRAL, Natanel Freitas. **Sequências Didáticas: Estrutura e Elaboração**. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CABRAL, Tânia C B. COSTA, Luciano Andreatta Carvalho. BLAUTH, Augusto. **Aprendizagem em Geometria Espacial e em Geometria Analítica com o Uso de Sólidos Geométricos e Softwares Educativos: Contribuições da Teoria dos Grupos Operativos**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática, Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em:

[http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5898\\_3163\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5898_3163_ID.pdf). Acesso em: 21/12/2017.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. (tradução Maria Cristina Bonomi) São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. v.2. 2.ed. São Paulo: Ática, 2013.

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana**. 8. ed. – São Paulo: Atual, 2005

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica**. 6. ed. – São Paulo: Atual, 2005

GÓES, Maria Cecília Rafael. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: Uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. *Cadernos Cedes*, ano XX, SciELO Brasil, n. 50, 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v20n50/a02v2050>. Acesso em: 30/08/2019 às 21:25.

LEITHOLD, Louis. **O cálculo com Geometria Analítica**. v.2. 3ª ed.– São Paulo: HARBRA Ltda. 1994.

MACHADO, Helena Beatriz Witte Cruz. **O Uso de Recursos Tecnológicos Como Auxiliares na Cognição Espacial**. Dissertação (Mestrado Profissional - Profmat) Instituto de Matemática Pura e Aplicada Programa de Pós-Graduação em Matemática – IMPA, Rio de Janeiro, 2015.

MACHADO, Ronaldo Azevedo. **O ensino de geometria espacial em ambientes educacionais informatizados: Um projeto de ensino de prismas e cilindros para o 2º ano do ensino médio**. Dissertação (mestrado), Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

MAINGUENEAU, Dominique. **Novas tendências em análise do discurso**. Tradução Freda Indursky; revisão dos originais da tradução Solange Maria Ledda Gallo, Maria da Glória de Deus Vieira de Moraes. Campinas, SP: Pontes: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 3ª edição, 1997.

MOREIRA, Daniel Monteiro da Silva. **A Aprendizagem de Geometria Espacial, Cálculo de Volume Segundo os Alunos do 2º ano do Ensino Médio**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016, Disponível em: [http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4967\\_4290\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4967_4290_ID.pdf). Acesso em: 17/07/2018 às 23:08.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

PARÁ, Governo do Estado. **SisPAE 2016 Sistema Paraense de Avaliação Educacional**. Revista do Sistema Paraense de Avaliação Educacional Referências e Resultados. Belém. SEDUC – PA, 2016. ISSN 2358-0283. Disponível em: [https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2016/SumarioExecutivo\\_2016.pdf](https://sispae.vunesp.com.br/Arquivos/Revistas2016/SumarioExecutivo_2016.pdf)  
Acesso em: 12/05/2019 às 09:22.

PCN. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**– Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 24/11/2018 às 19:17

SANTOS, Waldiza Lima Salgado. **O ensino de volume de sólidos por atividades**. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Pará, Mestrado em Educação, Belém, 2012.

SCHMITT, Tassiana Truccollo. **Dificuldades No Ensino-Aprendizado Da Geometria: Por Que Os Educadores Não Ensinam E Os Educandos Não Aprendem?** VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil. 2017. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6771/4444>. Acesso em: 21/12/2017.

SCOTT, P. MORTIMER, E. F. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino**. *Investigações em ensino de ciências*, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/562/355>. Acesso em: 22/08/2019 às 21:57

SILVA, Marina Andrade Alves. BRAZ, Lúcia Helena Costa. **Geometria Espacial no Ensino Médio: Investigação Sobre as Dificuldades no Ensino-Aprendizagem**. VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil, 2017. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6783/3311>. Acesso em: 21/12/2017.

SOUZA, Joamir Roberto. **Novo olhar matemática**. v.3. 1.ed. São Paulo: FTD, 2010.

SOUZA, Joamir Roberto. GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro. **#Contato matemática**. 2º ano – 1ª ed – São Paulo: FTD, 2016.

SOUZA, Loana Araújo. **Uma proposta para o ensino da geometria espacial usando o Geogebra 3D**. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

TOMIO, Daniela. SCHROEDER, Edson. ADRIANO, Graciele Alice Carvalho. **A análise microgenética como método nas pesquisas em educação na abordagem histórico cultural**. Revista Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 28-48, Set./Dez. 2017, ISSN on-line: 1982-9949. Disponível em:

<https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/download/9525/pdf>. Acesso em: 05/02/2019 às 22:32.

VASSALLO NETO, Rafael. **Reflexões Sobre Aprendizagem Significativa em Geometria**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016, Disponível em:[http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5051\\_2734\\_ID.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5051_2734_ID.pdf). Acesso em: 11/07/2018 às 23:08.

YOUSSEF, Antonio Nicolau. SOARES, Elizabeth. FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática; ensino médio, volume único**. São Paulo: Scipione, 2005.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. trad. Ernãni E. da F. Rosa - Porto Alegre: ArtMed, 1998.

## APÊNDICE A – Teste de Verificação de conhecimentos anteriores.

### TESTE

Resolva as questões abaixo de acordo com seus conhecimentos.

1ª - Marque abaixo o valor que mais se aproxima do número irracional  $\pi$ .

- a) 3                      b) 4,13                      c) 3,11                      d) 3,14                      e) 3,65

2ª – Sabendo que  $X = \frac{a \cdot b \cdot \pi}{2}$  e o valor de  $a = 4$  e  $b = 5$ , qual o valor de X?

- a)  $20\pi$                       b)  $10\pi$                       c)  $9\pi$                       d)  $11\pi$                       e)  $4,5\pi$

3ª – Qual a diferença entre círculo e circunferência?

- a) Não existe diferença.  
 b) A circunferência é o conjunto de pontos internos de uma figura circular e o círculo é o conjunto de todos os pontos equidistantes do centro da região circular.  
 c) Círculo é a figura não possui raio, circunferência é a figura que possui raio.  
 d) Círculo é o conjunto de pontos internos de uma região circular, circunferência é o conjunto de todos pontos equidistantes do centro da região circular.  
 e) A circunferência é equidistante do círculo pelo raio, o círculo é a figura formada pelo raio e pelo diâmetro.

4ª – Qual a área de um círculo de raio  $r=4$ ?

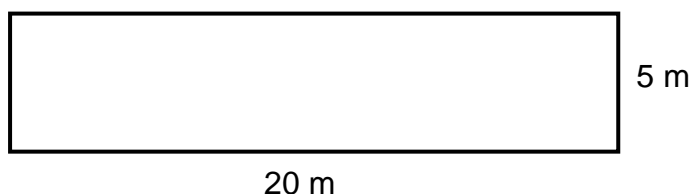
- a)  $A = 4\pi$                       b)  $A = 2\pi$                       c)  $A = 8\pi$                       d)  $A = 12\pi$                       e)  $A = 16\pi$

5ª – Qual o valor do comprimento da circunferência de raio  $r = 6$

- a)  $C = 9\pi$                       b)  $C = 3\pi$                       c)  $C = 12\pi$                       d)  $C = 6\pi$                       e)  $C = 18\pi$

6ª – Qual a área do retângulo da figura abaixo?

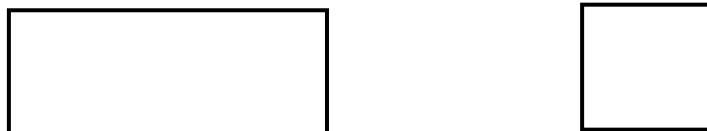
- a)  $A = 4m^2$                       b)  $A = 20m^2$                       c)  $A = 25m^2$                       d)  $A = 100m^2$                       e)  $A = 15m^2$



7ª – Calcule a área de um círculo de raio  $r = 3$ .

8ª – Calcule o comprimento de uma circunferência de raio  $r = 3$ .

9ª – Qual a definição de retângulo e de quadrado? Qual a diferença entre essas duas figuras?



10ª – A expressão  $\frac{A}{3} = x \cdot (y + 1)$  é equivalente a expressão:

- a)  $\frac{Axy}{3} = 1$                       b)  $\frac{A}{3y+3} = x$                       c)  $\frac{A}{3x+3} = y$                       d)  $A = 3xy + 1$                       e)  $A = \frac{xy}{4}$

## APÊNDICE B – Questionário sobre dificuldades do ensino de cilindro



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E  
INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE  
MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),  
Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

- 1- **Idade:** \_\_\_\_\_ anos    2- **Gênero:**  masculino     feminino 3- **Série:** \_\_\_\_ Ano
- 4- **Tipo de escola que estuda?**  municipal  estadual  conveniada
- 5- **Você já ficou em dependência?**  não  sim. Em quais disciplinas? \_\_\_\_\_
- 6- **Você gosta de Matemática?**  não gosto     suporte  gosto um pouco  adoro
- 7- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino?**  
 superior  médio  fundamental  fundamental incompleto  não estudou
- 8- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina?**  
 superior  médio  fundamental  fundamental incompleto  não estudou
- 9- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**  
 professor particular  família  ninguém  outros. Quem? \_\_\_\_\_
- 10- **Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**  
 todo dia  somente nos finais de semana  no período de prova  só na véspera da prova  não estudo fora da escola.
- 11- **Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática?**  
 sempre  quase sempre  às vezes  poucas vezes  nunca
- 12- **Quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utiliza para a avaliação da aprendizagem?**  
 provas/simulado  testes semanais  seminários  pesquisas  projetos     outros. Quais? \_\_\_\_\_
- 13- **Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?**  
 contente  tranquilo  com medo  preocupado  com raiva  com calafrios
- 14- **As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados?**  
 sim  não  às vezes
- 15- **Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?**  
 sim     não     às vezes
- 16- **Seu professor de matemática demonstra domínio do conteúdo?**  sim  não

17. Como você avalia as explicações do seu professor de matemática? ruim

regular boa excelente

18- Você já estudou em geometria espacial, Cilindros? sim não

19- Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual ano/ série?

20- Quando você estudou cilindros a maioria das aulas:

Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;

Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;

Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;

Iniciaram com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo;

Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.

21- Para praticar o conteúdo de cilindros seu professor costumava:

Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;

Apresentar jogos envolvendo o assunto;

Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;

Não propunha questões de fixação;

Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

22- Foram usados recursos tecnológicos quando você estudou cilindros?

sim, Quais? \_\_\_\_\_  não

23-Com base na sua experiência quando você estudou cilindros preencha o quadro a seguir.

(MF: Muito Fácil; F: Fácil; R: Regular; D: Difícil; MD: Muito difícil)

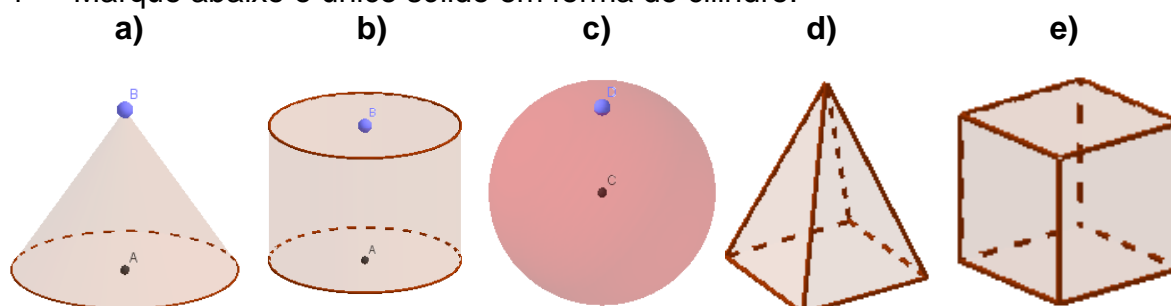
Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
O número PI ( $\pi$ )							
Noção básica de círculo							
Noção básica de circunferência							
Conceito de área							
Conceito de volume							
Comprimento da circunferência							
Forma do Cilindro							
Desenhar a imagem do Cilindro							
Diferenciar cilindros de outros sólidos							
Cilindro Reto							
Cilindro Oblíquo							
Geratriz de um cilindro							
Altura de um cilindro							

Raio da base de um cilindro							
Diâmetro da base de um cilindro							
Volume do cilindro							
Área da base do cilindro							
Área lateral do cilindro							
Área total do cilindro							
Cilindro Equilátero							
Cilindro Inscrito em um Cubo							

**Resolva as questões a seguir:**

**Observação: Adote o valor de  $\pi \cong 3,14$**

1ª – Marque abaixo o único sólido em forma de cilindro.



2ª – Qual o valor da área lateral de um cilindro de raio da base igual 5 m e altura 16 m?

a) 502,4 m<sup>2</sup>   b) 582 m<sup>2</sup>   c) 602,2 m<sup>2</sup>   d) 702,4 m<sup>2</sup>   e) 520,8 m<sup>2</sup>

3ª – Qual o volume de um cilindro com altura 10 m e raio da base igual a 3 m?

4ª – Qual o raio da base de um cilindro de volume  $54\pi \text{ cm}^3$ ?

a)  $r = \sqrt{\frac{68}{h}} \text{ cm}$    b)  $r = \sqrt{\frac{h}{9}} \text{ cm}$    c)  $r = \sqrt{\frac{454}{h}} \text{ cm}$    d)  $r = \sqrt{\frac{54}{h}} \text{ cm}$    e)  $r = \sqrt{\frac{h}{16}} \text{ cm}$

5ª – Determine o volume em **cm<sup>3</sup>** de um cilindro inscrito em um cubo de lado 4 cm.

a)  $96\pi$    b)  $16\pi$    c)  $4\pi$    d)  $32\pi$    e)  $10\pi$

6ª – Aproximadamente quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15m de profundidade?

a) 7024,7 m<sup>3</sup>   b) 1190 m<sup>3</sup>   c) 3027,2 m<sup>3</sup>   d) 2678,4 m<sup>3</sup>   e) 1177,5 m<sup>3</sup>

7ª – Qual o valor aproximado da massa de mercúrio em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6 cm e altura 10 cm, se a densidade do mercúrio é 13 g/cm<sup>3</sup>?

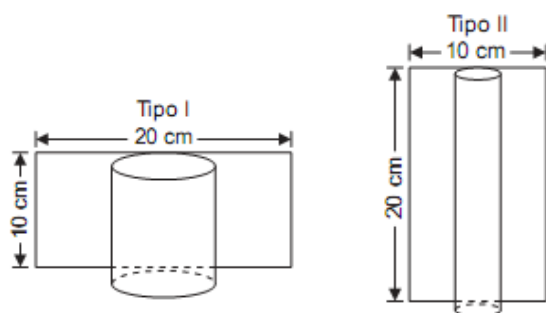
a) 17 kg   b) 19 kg   c) 14,69 kg   d) 24,6 kg   e) 10,56 kg

8ª – Calcule a área lateral de um cilindro equilátero sabendo que o raio da base mede 2 m.

a)  $60\pi \text{ m}^2$    b)  $30\pi \text{ m}^2$    c)  $24\pi \text{ m}^2$    d)  $8\pi \text{ m}^2$    e)  $16\pi \text{ m}^2$

9ª – (Enem) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.





Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

a) o triplo.   b) o dobro.   c) igual.   d) a metade.   e) a terça parte.

10<sup>a</sup> – Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume é maior.

**APÊNDICE C – Questionário direcionado a professores relacionado ao ensino do conteúdo cilindros.**



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL E ENSINO DE MATEMÁTICA**

**Caro(a) Professor(a),**

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que pretende contribuir para superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem de Matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula. Nesse sentido, é de grande importância sua colaboração, respondendo este questionário, para o bom êxito do estudo em questão. As informações obtidas terão um caráter confidencial e sua identidade será preservada. Agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho. Muito obrigado!

**1.Sexo:**  Masculino  Feminino

**2.Faixa Etária:**

até 25 anos  de 26 a 30 anos  de 31 a 35 anos  de 36 a 40 anos

de 41 a 45 anos  de 46 a 50 anos  50 anos ou mais

**3.Qual a sua escolaridade?**

Ensino Superior  Especialização  Mestrado  Doutorado

**4.Tempo de magistério:**

até 5 anos  de 6 a 10 anos  de 11 a 15 anos

de 16 a 20 anos  Há mais de 20 anos

**5. Em quantas escolas você trabalha?**

1  2  3  Mais de 3

**6. Qual sua carga horária mensal aproximada em sala?**

100 h  150 h  200 h  300 h  mais de 300 h

**7.Qual o número médio de alunos/as por turma?**

até 20  de 21 a 30  de 31 a 40  de 41 a 50  mais de 50

**8.Quais atividades você mais utiliza para avaliar seus alunos?**

Provas  Testes  Trabalho individual/grupo

Projetos Interdisciplinares  Avalia o Processo em Sala de aula

Outras.

**9.Qual o método que você mais utiliza para ensinar Geometria Espacial?**

Apresento os conceitos, os exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos do livro didático.

Proponho situações-problema do cotidiano.

Utilizo material concreto

Trabalho com jogos para apresentar os conceitos.

Utilizo softwares/programas de construção geométrica.

Outro

**10. Você costuma investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre conteúdos de geometria que serão ensinados?**

- Sim, através de um teste.  
 Sim, no início de aula através de diálogos com a turma.  
 Não costumo fazer esse tipo de investigação.

**11. Para a fixação dos conteúdos, você geralmente costuma:**

- Propor que os alunos resolvam os exercícios do livro didático.  
 Elaborar uma lista de exercícios (apostila) para serem resolvidos pelos alunos.  
 Solicitar que os alunos pesquisem sobre o assunto na biblioteca.  
 Solicitar que os alunos pesquisem sobre o assunto na internet.

**12. Como você avalia o rendimento dos alunos em relação aos conceitos de Cilindros?**

- Muito bom  Bom  Regular  Ruim  Muito ruim

**13. Quantas aulas normalmente você gasta para trabalhar o assunto Cilindros? (responda em números)**

\_\_\_\_\_ aulas

**14. Considerando o uso do computador nas aulas de Matemática:**

- Não usa em sala de aula  
 Não usa porque não tem laboratório na escola.  
 Não usa por falta de tempo para elaborar as atividades  
 Usa às vezes  
 Usa sempre.

**15. Você utiliza algum software no ensino de matemática especificamente no ensino de cilindros:**

- Não  Sim. Qual? \_\_\_\_\_

**16. Em relação a informática, como usuário você se considera?**

- Excelente  Bom  Regular  Sem domínio

**17. Com base na sua experiência no ensino de cilindros preencha o quadro a seguir.**

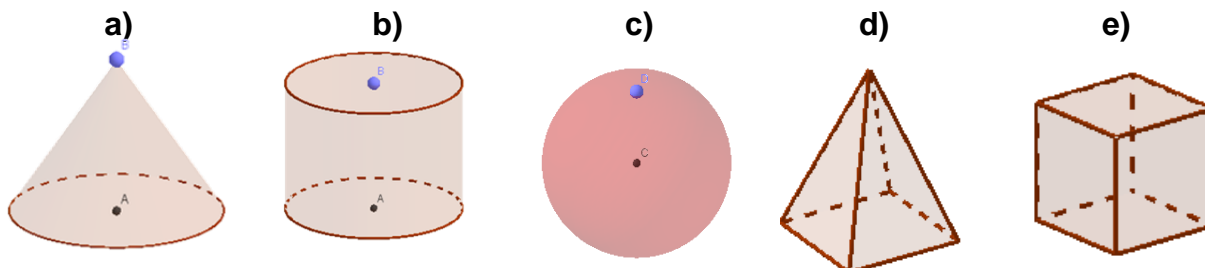
(**MF**: Muito Fácil; **F**: Fácil; **R**: Regular; **D**: Difícil; **MD**: Muito difícil)

Conteúdo	Você ensina?		Qual grau de dificuldade de aprendizagem que você considera para cada tópico?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
O número PI ( $\pi$ )							
Noção básica de círculo							
Noção básica de circunferência							
Conceito de área							

Conceito de volume							
Comprimento da circunferência							
Forma do Cilindro							
Desenhar a imagem do Cilindro							
Diferenciar cilindros de outros sólidos							
Cilindro Reto							
Cilindro Oblíquo							
Geratriz de um cilindro							
Altura de um cilindro							
Raio da base de um cilindro							
Diâmetro da base de um cilindro							
Volume do cilindro							
Área da base do cilindro							
Área lateral do cilindro							
Área total do cilindro							
Cilindro Equilátero							

**ANÁLISE AS QUESTÕES A SEGUIR E CLASSIFIQUE EM: FÁCIL, MÉDIO E DIFÍCIL**

01- Marque abaixo o único sólido em forma de cilindro.



Fácil  Médio  Difícil

02- Qual o valor da área lateral de um cilindro de raio da base igual 5m e altura 16m?

a) 502,4 m<sup>2</sup>   b) 582 m<sup>2</sup>   c) 602,2 m<sup>2</sup>   d) 702,4 m<sup>2</sup>   e) 520,8 m<sup>2</sup>

Fácil  Médio  Difícil

03- Qual o volume de um cilindro com altura 10 m e raio da base igual a 3 m?

Fácil  Médio  Difícil

04- Qual o raio da base de um cilindro de volume  $54\pi \text{ cm}^3$ ?

$$a) r = \sqrt{\frac{68}{h}} \text{ cm} \quad b) r = \sqrt{\frac{h}{9}} \text{ cm} \quad c) r = \sqrt{\frac{454}{h}} \text{ cm} \quad d) r = \sqrt{\frac{54}{h}} \text{ cm} \quad e) r = \sqrt{\frac{h}{16}} \text{ cm}$$

Fácil  Médio  Difícil

05- Determine o volume em  $\text{cm}^3$  de um cilindro inscrito em um cubo de lado 4 cm.

- a)  $96\pi$     b)  $16\pi$     c)  $4\pi$     d)  $32\pi$     e)  $10\pi$

Fácil  Médio  Difícil

06- Aproximadamente quantos metros cúbicos de terra foram escavados para a construção de um poço que tem 10m de diâmetro e 15m de profundidade?

- a)  $7024,7 \text{ m}^3$     b) 1190 m    c)  $3027,2 \text{ m}^3$     d)  $2678,4 \text{ m}^3$     e)  $1177,5 \text{ m}^3$

Fácil  Médio  Difícil

07- Qual o valor aproximado da massa de mercúrio em quilogramas, necessária para encher completamente um vaso cilíndrico de raio interno 6 cm e altura 10 cm, se a densidade do mercúrio é  $13 \text{ g/cm}^3$ ?

- a) 17 kg    b) 19 kg    c) 14,69 kg    d) 24,6 kg    e) 10,56 kg

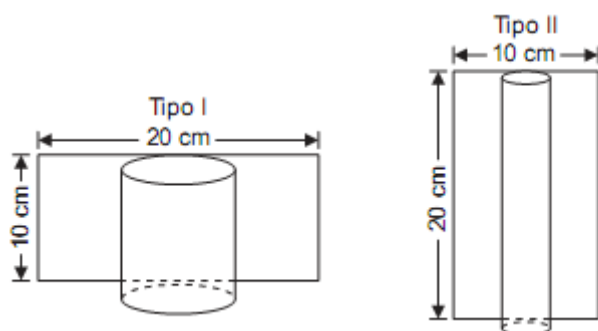
Fácil  Médio  Difícil

08- Calcule a área lateral de um cilindro equilátero sabendo que o raio da base mede 2 m.

- a)  $60\pi \text{ m}^2$     b)  $30\pi \text{ m}^2$     c)  $24\pi \text{ m}^2$     d)  $8\pi \text{ m}^2$     e)  $16\pi \text{ m}^2$

Fácil  Médio  Difícil

09- (Enem) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 m x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.



Supondo que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

- a) o triplo.    b) o dobro.    c) igual.    d) a metade.    e) a terça parte.

Fácil  Médio  Difícil

10- Com uma folha de zinco de 5 m de comprimento e 4 m de largura podemos construir dois cilindros, um segundo o comprimento e outro segundo a largura. Determine em qual dos casos o volume é maior.

Fácil  Médio  Difícil

**ANEXO A – Termos de esclarecimento e consentimento dados aos participantes da pesquisa.**



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada Diagnóstico do ensino de cilindro, sob a responsabilidade dos (as) pesquisadores **Miguel Chaquiam e Daniel de Deus Negrão Maués**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos traçar um diagnóstico do **Ensino de Cilindro** a partir da opinião dos estudantes. A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da mesma.

Ressaltamos que em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá gasto ou ganho financeiro por sua participação. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o **Ensino de Cilindro**.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Miguel Chaquiam e Daniel de Deus Negrão Maués**, por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2017.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador

Eu,

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ aceiteo  
participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

\_\_\_\_\_  
Participante da pesquisa

**ANEXO B – Termos de esclarecimento e consentimento dados aos participantes da pesquisa.**



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Senhor (a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: Diagnóstico do Ensino de Cilindro, sob a responsabilidade dos pesquisadores **Miguel Chaquiam e Daniel de Deus Negrão Maués**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar o Ensino de Cilindro a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno (a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola, sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada.

Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o ensino de Ensino de Cilindro.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Miguel Chaquiam e Daniel de Deus Negrão Maués** por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2017.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do pesquisador

Eu, \_\_\_\_\_ autorizo que meu/minha filho(a) \_\_\_\_\_ a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do responsável





Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática  
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo  
66113-200 Belém-PA  
[www.uepa.br/pmpem](http://www.uepa.br/pmpem)