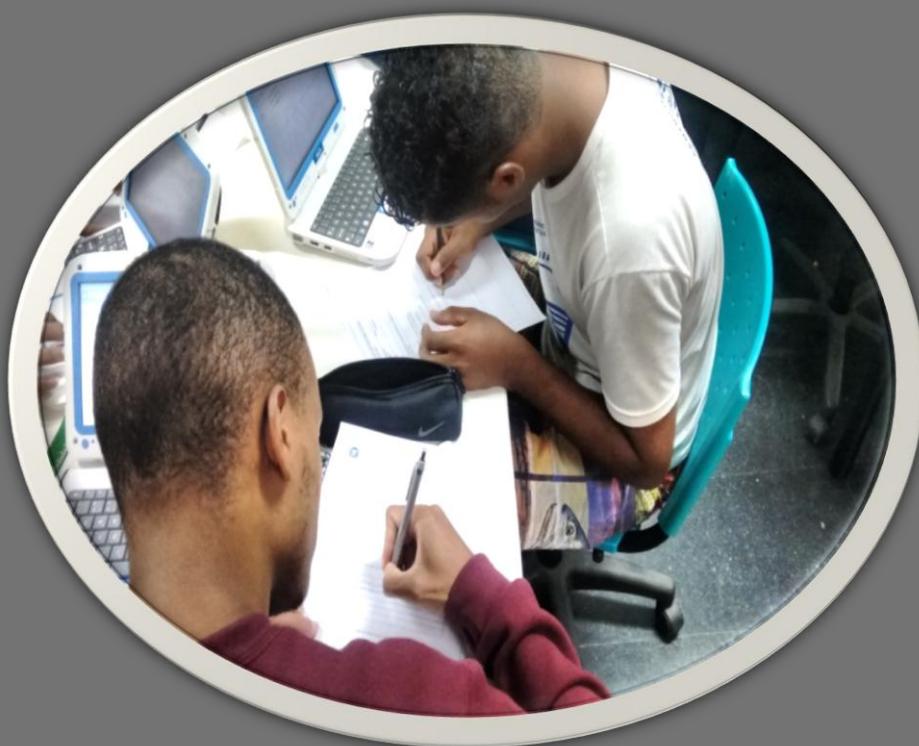


2019

ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE EM UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS

CADERNO DE ATIVIDADES



Autor: Arlen Pinheiro de Lacerda
Orientador: Marcelo Almeida Bairral





PPGEduCIMAT

Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Matemática - Mestrado Profissional

Autor: Arlen Pinheiro de Lacerda
Orientador: Marcelo Almeida Bairral

TEMA:

**ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA: ANÁLISE EM
UMA TURMA DE JOVENS E ADULTOS**

Seropédica, RJ
Março de 2019

Sumário

APRESENTAÇÃO	4
OBJETIVO GERAL	4
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
CONHECENDO O GEOGEBRA	4
BREVE ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA	6
PONTOS DE INTERSEÇÃO DO GRÁFICO	8
IMPLEMENTAÇÃO DA PESQUISA	9
REFERÊNCIAS	16

APRESENTAÇÃO

Este caderno de atividades fruto de uma pesquisa de mestrado, tem como objetivo explorar a potencialidade do GeoGebra para a aprendizagem de aspectos conceituais envolvidos no estudo da Função Quadrática. A intervenção pedagógica que inspirou este caderno ocorreu em uma turma de EJA no CIEP 055 João Gregório Galindo, localizado em Angra dos Reis (RJ). A inovação foi realizada na própria prática docente e insere-se em um contexto no qual os alunos não tiveram oportunidade de seguir os estudos de forma regular, com idade e série indicada. As atividades foram elaboradas visando explorar e analisar relações entre coeficientes, discriminante, raízes e vértice da parábola

OBJETIVO GERAL

Explorar o software GeoGebra no estudo das relações possíveis entre o comportamento da função quadrática a partir de seus elementos, com os alunos da EJA, enquanto ferramenta adequada para o processo cognitivo de sujeitos que estudam a função quadrática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Analisar o desenvolvimento de uma sequência didática com auxílio do GeoGebra sobre o processo cognitivo de sujeitos estudando a função quadrática compreendendo:

- Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes;
- Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes.
- Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
- Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função

CONHECENDO O GEOGEBRA

O GeoGebra é um software de ensino e aprendizagem de matemática de forma dinâmica, que integra possibilidades de aplicação em todos os níveis e etapas da educação. O programa permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas. Portanto, o GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores,

derivar e integrar funções, e tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. A partir da versão 5.0 também é possível trabalhar com geometria em três dimensões.

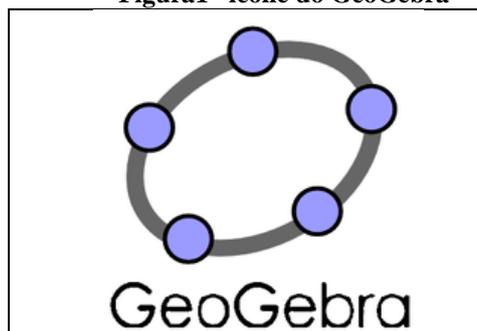
Albuquerque (2008, p. 14), salienta que as principais possibilidades e potencialidades do GeoGebra se colocam no sentido de que, com este, é possível realizar construções com os entes matemáticos como os pontos, os vetores, os segmentos, as retas, as chamadas seções cônicas, dentre tantos outros, além de ser possível realizar um estudo aprofundado acerca das funções (compreendendo-a desde sua notação inicial até conceitos mais profundos como limites e derivadas que são de nível superior) com a característica de que estes podem ser modificados de forma dinâmica depois de dispostos no software.

O criador do software GeoGebra, que é de interação matemática dinâmica, foi Markus Hohenwarter, no ano de 2001, tal ferramenta é freeware, ou seja, é gratuita e disponível para download em diversos sites da internet. Abaixo segue algumas disposições do próprio criador acerca do GeoGebra:

O software de matemática dinâmico GeoGebra oferece a possibilidade de gerar applets interativo para meios de aprendizagem. Seus gráficos, álgebra, álgebra de computador e spreadsheet combinam representações matemáticas múltiplas com a cada outro de maneira interativa e conectada. Por um lado, o software facilita a visualização de fatos e conceitos matemáticos. Por outro lado, GeoGebra apoia a interação de formas diferentes de representação de objetos matemáticos. (HOHENWARTER, 2014, p. 11).

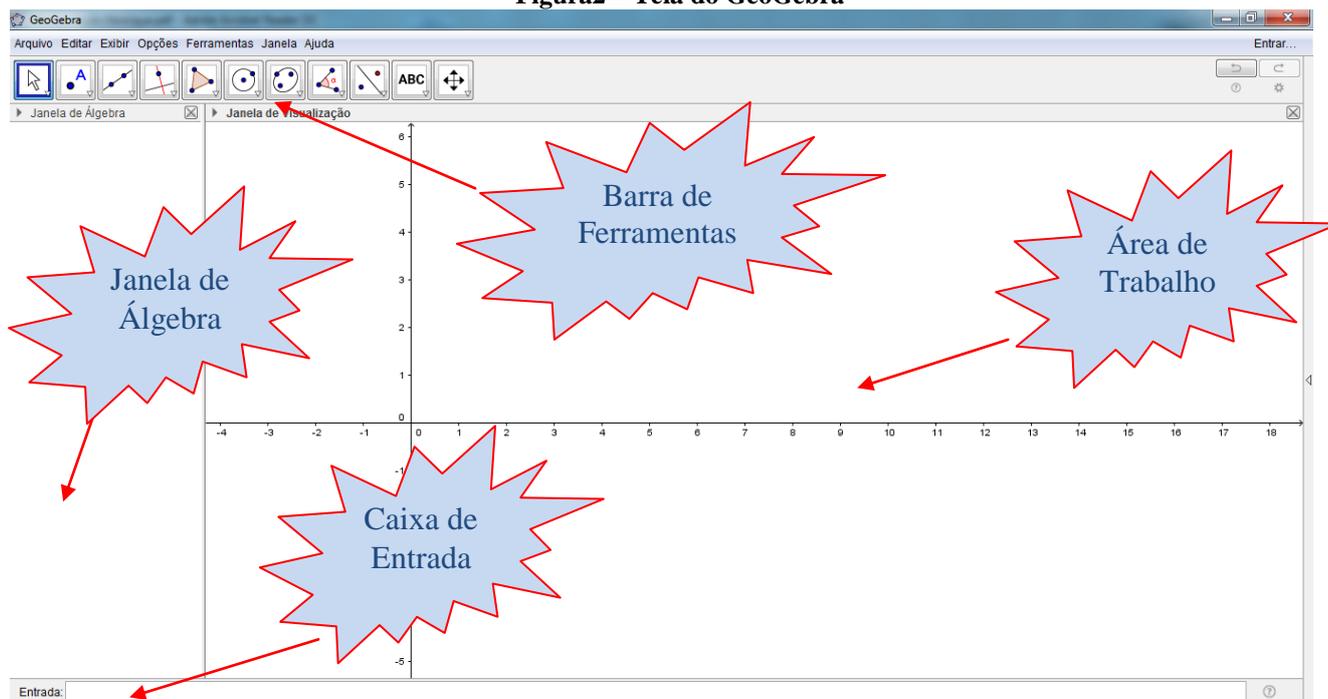
Cabe salientar que outra vantagem do uso do GeoGebra, mais uma dentre as tantas que aqui foram desenvolvidas e salientadas, seria o fato de que sua interface, sua composição enquanto software, é muito amigável, ou seja, é de simples uso, porém, possui e possibilita diversas formas e contextos de aprendizagem, e isto se dá, justamente, pelo fato deste ser uma ferramenta dinâmica.

Figura1– ícone do GeoGebra



Fonte: Google

Figura2 – Tela do GeoGebra



Fonte: Elaboração própria

- A barra de ferramentas, contém comandos que dispõe de vários modos de trabalho;
- A Janela da esquerda ou janela de álgebra, onde aparecem indicações dos objectos
- A janela da direita ou área de trabalho onde aparecem os pontos, figuras geométricas, apresenta um sistema de eixos coordenados, entre outros;

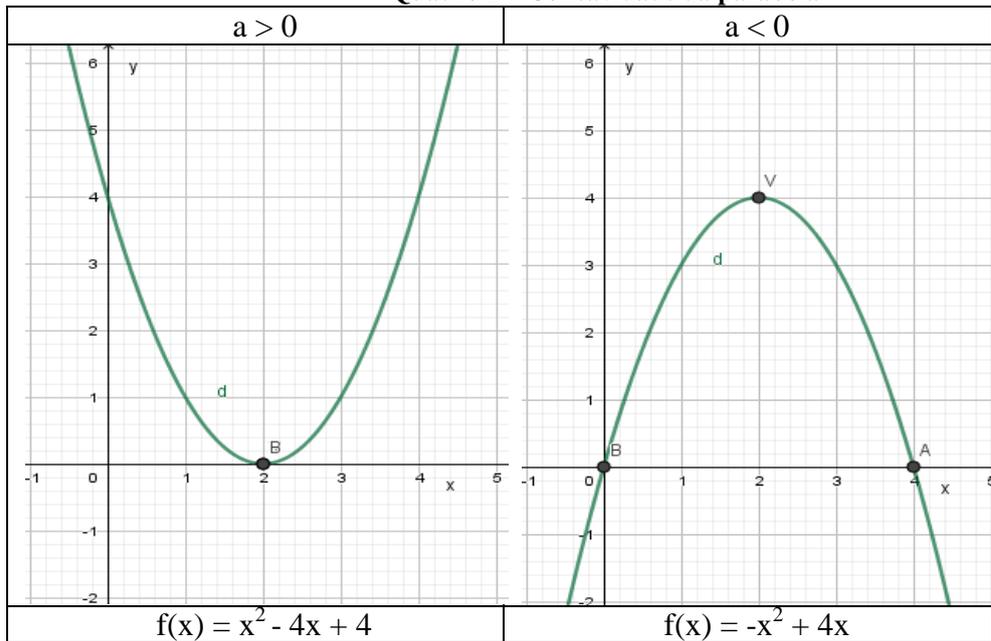
A caixa de entrada, zona destinada à entrada dos comandos/condições que definem os objetos.

BREVE ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais e $a \neq 0$. O gráfico de uma função polinomial do 2º grau é uma curva chamada parábola. Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, notaremos sempre que:

- se $a > 0$, a parábola tem a **concavidade voltada para cima**; Ponto de mínimo
- se $a < 0$, a parábola tem a **concavidade voltada para baixo**; Ponto de máximo

Quadro 2 – Concavidade da parábola



Fonte: Elaboração própria

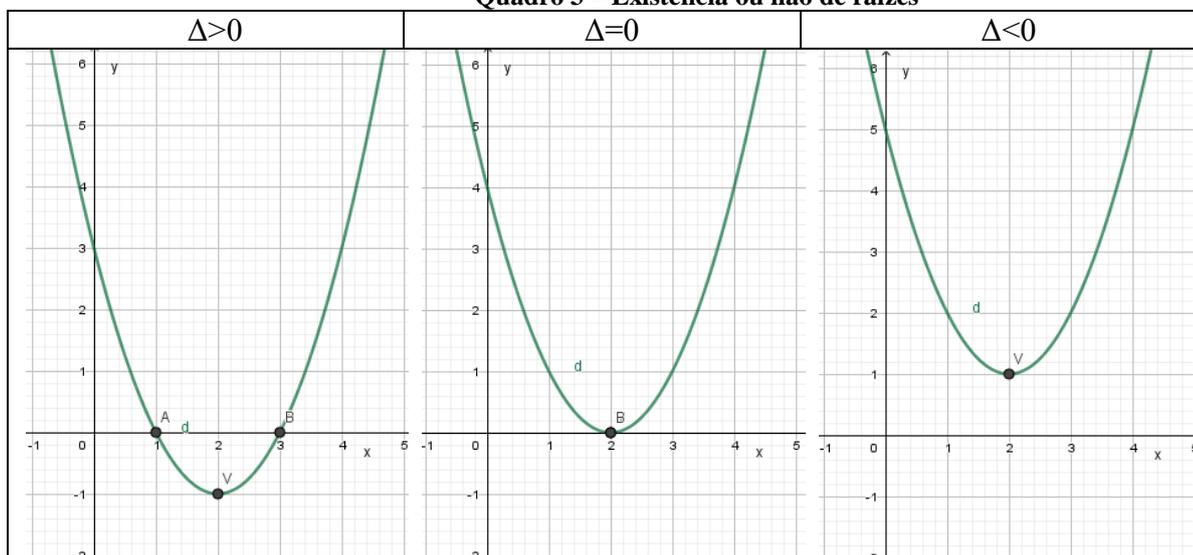
Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando $\Delta = b^2 - 4ac$, chamado discriminante, a saber:

- quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- quando Δ é zero, há só uma raiz real;
- quando Δ é negativo, não há raiz real.

Quadro 3 – Existência ou não de raízes



Fonte: Elaboração própria

O vértice de uma parábola é o ponto desta função que assume seu valor máximo ou mínimo, dependendo da direção de sua concavidade. Uma das maneiras de determinar o vértice é lembrar que a parábola é simétrica em relação a um eixo vertical. Determinando a posição desse eixo, encontraremos a abscissa do vértice, e com a abscissa do vértice obteremos a ordenada, que é função da abscissa.

As coordenadas do vértice $V(x_v, y_v)$ da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ podem ser calculadas utilizando as seguintes fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

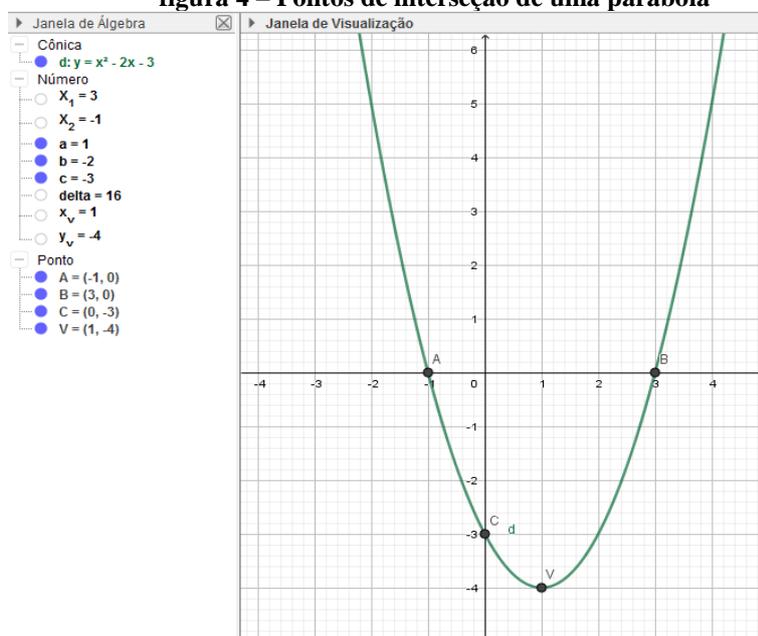
PONTOS DE INTERSEÇÃO DO GRÁFICO

Podemos destacar, em uma parábola, pontos notáveis, com os quais poderemos construir com mais facilidade o gráfico de uma função quadrática. Eles se dividem em:

- Ponto(s) de interseção da parábola com o eixo das abscissas (raízes);
- Ponto de interseção da parábola com o eixo das ordenadas (coeficiente c);
- Vértice da parábola.

Podemos observar os pontos notáveis na figura 4.

figura 4 – Pontos de interseção de uma parábola



Fonte: Elaboração própria

IMPLEMENTAÇÃO DA PESQUISA

A Implementação da Pesquisa, ficou dividida em três encontros. No primeiro encontro, decidimos fazer um estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática, ambientação acerca do programa GeoGebra e exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas.

No segundo encontro, decidimos pela realização das Atividades 1 e 2 e no terceiro encontro, decidimos pela realização das atividades 3 e 4. A tabela 1 mostra o resumo da Implementação da Pesquisa.

Tabela1: Resumo da implementação da pesquisa

Atividades com Geogebra no estudo das funções quadráticas		
Atividade/Data	Objetivo	Tempo de Duração
1º encontro:	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo prévio relativo aos conceitos de função quadrática; • Realização de estudo e ambientação acerca do GeoGebra; • Exploração no GeoGebra sobre as funções quadráticas. 	200
2º encontro: Atividades 1 e 2.	<ul style="list-style-type: none"> • Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes; • Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes. 	200
3º encontro: Atividades 3 e 4	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as raízes ou zeros da função quadrática • Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função 	200

Fonte – Elaboração própria

 UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	ATIVIDADE 1			NOTA:
	PROFESSOR:	DATA: ___/___/___ ___° BIMESTRE	ANO ESCOLAR:	TURMA:
NOME DO ESTUDANTE:				NÚMERO:
_____				_____

Atividade 1: Construção do gráfico da função quadrática e estudo dos coeficientes
Tempo previsto: 200 minutos
ROTEIRO: <ol style="list-style-type: none"> Utilize a ferramenta controle deslizante  e crie controles deslizantes para os coeficiente a,b e c No campo de entrada digite a expressão: $f(x)=a*x^2+bx+c$ Movimente o controle deslizante referente ao coeficiente “a” Movimente o controle deslizante referente ao coeficiente “b” Movimente o controle deslizante referente ao coeficiente “c”

- Ao variar o controle deslizante de **a** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **b** e **c** constantes. O que você observou? Explique.

Resposta:

- Ao Variar o controle deslizante de **b** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **c** constantes. O que você observou? Explique.

Resposta:

- Ao Variar o controle deslizante de **c** de acordo com o intervalo e mantendo os controles **a** e **b** constantes. O que você observou? Explique.

Resposta:

4. Complete as frases seguintes:

- a) Se $a > 0$ (positivo) então, a parábola ter a concavidade voltada para _____(cima ou baixo?)
- b) Se a positivo e $b < 0$, a parábola intersecta o eixo Y com sua parte _____(crescente ou decrescente?)
- c) O coeficiente _____ determina a coordenada do eixo Y no qual a parábola intercepta.

5. Considere a função cujo gráfico é apresentado a seguir:

- a) O valor de “a” é (positivo ou negativo?) _____
- b) O valor de “b” é (positivo ou negativo?) _____
- c) O valor de “c” é (positivo ou negativo?) _____

 UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	ATIVIDADE 2			NOTA:
	PROFESSOR:	DATA: ___/___/___ ___° BIMESTRE	ANO ESCOLAR:	TURMA:
NOME DO ESTUDANTE:				NÚMERO:
_____				_____

Atividade 2: Relacionar o sinal do discriminante e o número de raízes
Tempo previsto: 200 minutos
ROTEIRO: <ol style="list-style-type: none"> 1. Refaça a Atividade 1 2. Digite na caixa de entrada: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ 3. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 4. Observar o valor de delta e o gráfico. 5. Relacionar a existência ou não de raízes com sinal de delta.

1. Altere os valores de a, b ou c de forma que o gráfico intercepte o eixo X em dois pontos. Qual o sinal do Δ ?

Resposta:

2. Fazendo $a = 4$, $b = -4$ e $c = 2$, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ ?

Resposta:

3. Fazendo $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$, o que acontece com o gráfico? Qual o sinal do Δ ?

Resposta:

4. Relacione a primeira coluna com a segunda:

- (1) Se $\Delta > 0$ (positivo), então O gráfico não intersecta o eixo X
- (2) Se $\Delta < 0$ (negativo), então O gráfico toca uma única vez o eixo X
- (3) Se $\Delta = 0$ (nulo), então O gráfico intersecta o eixo X em dois lugares distintos

 UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	ATIVIDADE 3			NOTA:
	PROFESSOR:	DATA: ___/___/___ ___° BIMESTRE	ANO ESCOLAR:	TURMA:
NOME DO ESTUDANTE:				NÚMERO:
_____				_____

Atividade 3: Identificar as raízes ou zeros da função quadrática
Tempo previsto: 100 minutos
ROTEIRO: <ol style="list-style-type: none"> 1. Refaça as Atividades 1 e 2 2. Digite na caixa de entrada: $X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ 3. Digite na caixa de entrada: $X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ 4. Movimentar os seletores de “a”, “b” e “c” na tela. 5. Observar o valor de X_1 e X_2 6. Relacionar a existência ou não de raízes

1. Fazendo $a = 2$ e $b = 0$, qual deve ser o valor do coeficiente c para que as raízes sejam: $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$?

Resposta:

2. Fazendo $a = -1$, $b = 1$ e $c = 2$, qual o valor das raízes?

Resposta:

 UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	ATIVIDADE 4			NOTA:
	PROFESSOR:	DATA: ___/___/___ ___° BIMESTRE	ANO ESCOLAR:	TURMA:
NOME DO ESTUDANTE:				NÚMERO:
_____				_____

Atividade 4: Identificar o vértice da parábola relacionando com o valor máximo ou mínimo da função

Tempo previsto: 100 minutos

ROTEIRO:

1. Refaça as Atividades 1, 2 e 3
2. Digite na caixa de entrada: $x_v = -b/(2*a)$
3. Digite na caixa de entrada: $y_v = -\Delta/(4*a)$
4. Digitar: $V=(x_v, y_v)$

1. Altere o valor de “a”, “b” e “c” e verifique se:

- a) O ponto V será ponto de mínimo se _____ ($a > 0$ ou $a < 0$)?
- b) O ponto V será ponto de máximo se _____ ($a > 0$ ou $a < 0$)?

2. Fazendo $a = -1$, $b = 2$ e $c = 4$, encontre as coordenadas do vértice e diga se V é o ponto de máximo ou mínimo ? Justifique.

Resposta:

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, L. O uso do programa GeoGebra no ensino de geometria plana de 5a a 8a séries do ensino fundamental das escolas públicas estaduais do Paraná. Curitiba:Secretaria Estadual de Educação – SEED em parceria com a Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática, do Setor de Ciências Exatas, 2008.

HOHENWARTER, M. Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática** (Unión). Número 39, pgs. 11-18, 2014.