

# FORÇA BRUTA

An abstract painting with a dark, textured background. In the center, there is a bright blue, swirling shape resembling a body of water or a storm. To the left, a large, dark, textured shape dominates the upper half. In the lower left, there is a green, textured shape. In the lower right, there is a pinkish-red shape. The overall style is expressive and painterly, with visible brushstrokes and a rich color palette.

Josias Dioni Bravim  
Vanessa Battestin Nunes  
Danielli Veiga Carneiro Sondermann

Editora Ifes  
2017



**Instituto Federal do Espírito Santo**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática**

JOSIAS DIONI BRAVIM

VANESSA BATTESTIN NUNES

DANIELLI VEIGA CARNEIRO SONDERMANN

**Força Bruta**

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo**

**Vitória, 2017**

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

B826f Bravim, Josias Dioni.

Força bruta [recurso eletrônico] / Josias Dioni Bravim, Vanessa Battestin Nunes, Danielli Veiga Carneiro Sondermann. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2017.  
37 p. : il. 21 cm.

ISBN: 978-85-8263-285-7

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Tecnologia educacional. 3. Ensino híbrido. 4 . Metodologia. 5 . Criptografia. I. Nunes, Vanessa Battestin. II. Sondermann, Danielli Veiga Carneiro. III Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título

CDD: 371.3

**Editora do IFES**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo  
Pró-Reitoria de Extensão e Produção  
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia  
Vitória – Espírito Santo, CEP 29056-255  
Telefone: (27) 3227-5564  
E-mail: [editoraifes@ifes.edu.br](mailto:editoraifes@ifes.edu.br)

**Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática**

Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor)  
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)  
Rua Barão de Mauá, 30, Jucutuquara  
Vitória – Espírito Santo, CEP: 29.040-860  
Telefone: (27) 3198-0912.  
E-mail: [educimat@ifes.edu.br](mailto:educimat@ifes.edu.br)

**Comissão Científica**

Prof. Dr. Alex Jordane de Oliveira, IFES.  
Profa. Dra. Danielli Veiga Carneiro Sondermann, IFES.  
Prof. Dr. Henrique Monteiro Cristovão, UFES.  
Profa. Dra. Vanessa Battestin Nunes, IFES.

**Coordenação Editorial**

Prof. Dr. Sidnei Quezada Meireles Leite  
Profa. Dra. Danielli Veiga Carneiro Sondermann.  
Prof. Dra. Maria das Graças Ferreira Lobino  
Prof. Dra. Michele Waltz Comarú  
Prof. Dra. Maria Auxiliadora Vilela Paiva

**Editoração Eletrônica**

Josias Dioni Bravim.

**Capa**

Jhonatta Luiz da Silva.

**Produção e Divulgação**

Programa Educimat, Ifes



**INSTITUTO FEDERAL**  
Espírito Santo

**INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

**Jadir José Pell**

Reitor

**Adriana Pionttkovsky Barcellos**

Pró-Reitora de Ensino

**André Romero da Silva**

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

**Renato Tannure Rotta de Almeida**

Pró-Reitor de Extensão e Produção

**Lezi José Ferreira**

Pró-Reitor de Administração e Orçamento

**Ademar Manuel Stange**

Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional Diretoria do Campus Vitória do Ifes

**Hudson Luiz Cogo**

Diretor Geral do Campus Vitória – Ifes

**Marcio Almeida Có**

Diretor de Ensino

**Márcia Regina Pereira Lima**

Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

**Christian Mariani Lucas Dos Santos**

Diretor de Extensão

**Roseni da Costa Silva Pratti**

Diretora de Administração

**Centro de Referência em Formação e Educação à Distância**

**Vanessa Battestin Nunes**

Diretora do CEFOR

## MINICURRÍCULO DOS AUTORES



**Vanessa Battestin Nunes** - Doutora em Educação (2012), mestre em Informática (2005) e bacharel em Ciência da Computação (2001), todos pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). É professora efetiva do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) desde 2005. Atualmente, é diretora do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor), Coordenadora adjunta da Universidade Aberta do Brasil no Ifes (UAB), professora permanente do Mestrado em Ciências e Educação Matemática (EDUCIMAT) e líder do grupo de pesquisa Educação e Tecnologia do Ifes. Atualmente compõe o grupo de trabalho de Institucionalização da EaD do FDE/Conif. Já foi professora e coordenadora dos cursos superiores de Informática do Ifes, campus Serra; professora e coordenadora de tutoria do curso TADS a distância, campus Serra; tutora, professora e coordenadora de AVA do Cefor e coordenadora de tutoria do curso de Pós-Graduação em Informática na Educação (PIE) do Cefor. Tem experiência na área de educação a distância e presencial e em desenvolvimento de Sistemas de Informação. Atua principalmente nos seguintes temas: Educação a Distância, Tutoria, Avaliação e Tecnologias Educacionais.



**Danielli Veiga Carneiro Sondermann** – Atualmente é professora com dedicação exclusiva do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) lotada no Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor). Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), com foco no Design Educacional, Educação a Distância, Formação Docente e estudos na área de Universal para a Aprendizagem (DUA) - Universal Design for Learning (UDL). Coordenadora Administrativa e Docente do Programa de Mestrado Educimat e da pós-graduação em Tecnologias Educacionais. Atuou também como coordenadora da Universidade Aberta do Brasil (UAB) de Setembro de 2014 a Maio de 2015. Já foi coordenadora adjunta da UAB e Gerente de Ensino do Centro de Educação a Distância (Cead) do Ifes, no período de 2009 a 2011. Foi Coordenadora da Produção de Material para a modalidade a distância e Designer Instrucional de 2006 a 2009 pelo Sistema UAB. Possui mestrado em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2002). Aperfeiçoamento em Docência Superior pela Fundação de Assistência e Educação (1996). Graduação em Tecnologia em Processamento de Dados pela Fundação de Assistência e Educação (1995).



**Josias Dioni Bravim** - Bacharel em Sistemas de Informação pela Faculdade Vitoriana de Tecnologia, Licenciado em Matemática pela Faculdade de Ciências da Bahia e Especialista em Educação de Jovens e Adultos pela Faculdade Ateneu. É professor efetivo no Estado do Espírito Santo e na Prefeitura Municipal de Serra, lecionando no Ensino Fundamental e Médio. Cursa Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo. Tem experiência com ensino de Informática e Matemática, interessando-se, por processos e métodos de ensino-aprendizagem de Matemática com o uso de TDIC.



## FORÇA BRUTA

### *Férias, surpreendam-me!*

Finalmente as férias do meio do ano chegaram. Mas este ano, promete. Amon, além de agora estar no Ensino Médio, conseguiu intercâmbio para Nova Iorque pago pelo Governo. “Cara, vou viajar de avião e conhecer Nova Iorque!” – Ele pensa animado. No aeroporto, despede-se de sua família. Sua mãe, Graça, faz mil recomendações enquanto Milena, sua irmã adotiva, o aperta firme com um abraço.

– Amon, traz algum presente de lá para mim, tá? Vê se arrasa! – Diz Milena piscando um dos olhos.

Amon achou estranha aquela atitude. Sua irmã nunca havia piscado para ele; mas deu de ombros. Apesar da diferença de idade – Milena era doze anos mais velha – ele gostava dela. Via nela quase que uma segunda mãe, embora nunca admitisse isso nem mesmo para si. Mas ela cobrava muito mais que sua mãe, porém apenas conteúdos de matemática. Embora Amon gostasse da matéria, a cobrança era exacerbada, como se ele não estivesse com boas notas. Aliás, entre as melhores de sua turma. Mas para ela isso não bastava.

Ele era um menino muito curioso, então gostava de aprender sobre tudo, mas a irmã sempre empurrando a bendita matemática.

Já no avião, ansioso para a decolagem, Amon mal pode acreditar que irá viajar para Nova Iorque sozinho e com tudo pago. Valeu a pena ouvir tanta música em inglês, ele pensa. Amon vê dois policiais federais entrando no avião. Eles conversam com a aeromoça. Parecem estar nervosos. Logo a aeromoça chama Amon Martins pelo sistema de som do avião, pedindo que se apresente à entrada da aeronave. Ele não entende o que está acontecendo, mas vai até a aeromoça. Ao chegar à frente do avião, os policiais o abordam, solicitam sua identidade e pedem que ele os acompanhe.

– O que está acontecendo? – Amon pergunta.

– Precisamos que fique calmo e colabore com a gente. – responde um dos policiais.

Amon não pode deixar de notar o tamanho da arma que ele empunha. Todos no avião estão olhando e comentando baixinho. Um temor recai sobre o menino. Muitas coisas passam num lampejo em sua mente, quando um único pensamento resta: “Eu não fiz nada!”.

– Não fiz nada! – Ele grita por estar nervoso.

– Procure se acalmar. – responde um dos policiais.

A preocupação aumenta. Já é a segunda vez que ele pede calma. Estar sozinho agora já não parece uma boa ideia. A imagem de sua mãe vem à cabeça.

– Você não está encarcerado. Fique tranquilo. – diz um dos policiais, vendo a tensão do menino.

Amon não acredita. Sente que ele está mentindo.

Ao chegar à viatura, um dos policiais faz uma ligação, dizendo que chegaram a tempo. O avião não havia decolado.

– Estaremos aí em menos de 20 minutos. Ainda não localizamos a mãe e a irmã. – diz o policial encerrando a ligação.

O pânico tomou conta de Amon. Isto não era um engano. Eles sabiam bem quem estavam procurando; mas isso não faz sentido. – Por que eu? – Ele pensa. Porém vê que os policiais não são muito amigáveis, então prefere não questioná-los. Observando o velocímetro do carro e o tempo de previsão do policial, o menino julga que o estão levando para algum lugar próximo do centro da cidade.

– Seja rápido. – diz um dos policiais, enquanto o outro o manda sair do carro. Eles estão na Sede da Polícia Federal.

– Por que estou aqui? Não fiz nada! – diz repassando em sua mente se já fez alguma coisa que justificasse aquilo.

Amon sempre foi curioso e depois que a irmã instalou internet em casa, três anos atrás, realmente pesquisou sobre muitas coisas na internet, acessando, inclusive, páginas duvidosas, mas nada que justificasse aquilo tudo.



Quando menos espera, um forte vento o faz emergir de seus pensamentos: ele segue na direção de um helicóptero, que parece apenas o esperar para partir. É revistado. Encontram um transmissor no bolso traseiro de sua calça.

– Isso aí não é meu! – Diz o menino.

O policial simplesmente o ignora e o faz subir no helicóptero. Pouco mais de três horas de voo mar adentro e ouvindo apenas o som das hélices, o copiloto inicia uma conversa pelo rádio:

- Águia II pedindo autorização para pouso.

Pouso? Mas onde? Novamente Amon é impedido de concluir seu pensamento ao perceber que está chegando a uma enorme base militar no meio do Atlântico.

– O que é isso? – Ele balbucia com os olhos arregalados ao ver o tamanho daquela instalação. Alguns números começam a borbulhar em sua mente. Os bilhões de reais que aquilo deve ter custado. Como ele sabe que a velocidade média daquele tipo de helicóptero está em torno de 250 a 300 km/h, rapidamente conclui que deve estar a uns 800 quilômetros da costa brasileira. “Mas por que estou aqui?”

Os números param de surgir quando vê o tamanho das armas que estão apontadas para ele assim que desce da aeronave. Ele se pergunta o porquê de tudo aquilo. O que está acontecendo, afinal?

Um homem num jaleco branco se aproxima como uma espécie de caneta e espeta a ponta do seu dedo indicador, deixando uma gota de sangue no lugar da picada.

– É ele mesmo – diz o que homem no jaleco.

Enquanto está sendo arrastado para dentro daquela instalação militar, Amon vê o helicóptero decolar atrás dele. O chão parece se mover. Toda a estrutura está sobre o mar.

– Tô ferrado! – sussurra.

Sentado em uma sala vazia, ao lado de dois militares, Amon vê entrando no local um homem de cabelos grisalhos, engratado, vestindo um terno azul marinho de grandes botões dourados e muitas insígnias presas na altura do peito ao lado

esquerdo. Ele caminha em sua direção. Uma súbita fraqueza nas pernas quase joga Amon no chão.

– Seja bem-vindo às nossas instalações. Eu sou o contra-almirante Bellini. Sei que tem muitas perguntas, mas te asseguro que muitas outras surgirão. Por hora, vou te contar uma história triste...

– Por que estou aqui?! Eu não fiz nada. Isso deve ter sido um engano...

– Calma... não foi engano. Você deve saber que existe uma guerra entre os EUA e a Coreia do Norte. Embora esses países estejam sob constante tensão desde a Segunda Guerra Mundial, o que parecia ter se resolvido virou uma guerra iminente. Nossa inteligência confirmou que a Coreia do Norte reativou seu programa nuclear. O ditador Kim Jong Um tem um ego enorme e certamente quer mostrar seu poder. Isso, por si só, é um problema de todo o mundo. Mas sabemos que eles estão fazendo acordos com outros países para uma possível invasão aos EUA. Muitos dos nossos morreram para conseguirmos estas informações. Sabemos quais países, mas não pudemos decodificar a mensagem.

– Mas o que o Brasil tem a ver com isso? Aliás, o que EU tenho a ver com isso?

– Filho, no fim da Segunda Grande Guerra, nós nos posicionamos ao lado dos Estados Unidos, enviando tropas para a Itália. Lembre-se que a Coreia era uma colônia japonesa e os Estados Unidos atacaram os japoneses com duas bombas nucleares: uma em Hiroshima e outra em Nagasaki.

– Tá. Já sei de tudo isso. Apreendi na escola. Mas o que é que eu tenho a ver com isso? A guerra já acabou tem tempo...

– Uma guerra não é vencida por um único país, mas por uma aliança entre países. Alguns países vizinhos nossos foram recentemente contatados pela Coreia, mas não sabemos o que de fato responderam, porque as mensagens estavam criptografadas. Embaralhadas. Aí entra o trabalho das mentes brilhantes dos nossos criptoanalistas.

– E?

Bellini faz um aceno com a mão e um dos guardas traz um notebook com um vídeo.

Em uma imagem cheia de chuviscos e de ruídos um homem de óculos num jaleco branco perto de monitores no canto de uma sala, diz que o computador foi hackeado e que os PGAs 1 e 2 foram executados. Diz também que o PGA-3 está desaparecido e que nossa esperança é encontrar e treinar o PGA-4. Ao dizer isso, a imagem some numa forte explosão.

– Isso foi o que nosso criptoanalista nos enviou num canal não seguro antes de morrer, pouco mais de 6 horas atrás. Por isso, tivemos que agir dessa forma. O PGA-4 de quem ele falou é você, Amon.

Mal podia crer no que acabou de assistir. O cara morreu ali, ao vivo.

– Espera aí. Você disse que eu sou o “qualquer coisa” 4?

– PGA-4. Sim. Potencial Genoma Analítico. O Projeto Genoma iniciado na década de 1990 tem nos servido para buscar as possíveis melhores mentes para a matemática, o que nos permite ter os melhores criptoanalistas. Obviamente, isso agora não é mais uma exclusividade brasileira. Os arquivos foram roubados. Você e outros três indivíduos foram apontados por nosso sistema como tendo grande potencial para desvendar códigos. Com um bom treinamento, é claro.

– Eu?

– Sim. Veja bem, a matemática ensinada na escola é bem diferente da matemática de que estamos falando aqui. Logo você perceberá isso. Mas aquela matemática é necessária. Sabe, tínhamos a intenção de esperar alguns anos ainda antes de te convocar, mas toda a conjuntura mudou radicalmente.

– Isso deve estar errado.

– Não há erros. Não temos espaço para esse tipo de coisa aqui.

Nesse momento, o tom do contra-almirante soou tenebroso. Tudo isso parecia muito louco. A cabeça de Amon estava uma confusão só.

Bellini continuou, levantando-se e levando a cadeira onde estava consigo:

– Você foi convocado para servir ao seu país e passará por um treinamento muito peculiar. Espero, para o seu bem e o bem deste país, que tenha sucesso. Dependemos do seu empenho... ah, e não se preocupe com sua família. Eles já devem ter sido avisados.

– Que treinamento?

– Existe uma mensagem cifrada sobre a mesa. Descubra o que diz e poderá sair desta sala. Ah, deixamos um pouco de água para você beber. Sabe, pode ser que demore. – disse o Contra-Almirante com um discreto sorriso e saiu da sala com os guardas trancando a porta por fora.

Amon, desesperado e atordoado, corre para a porta. Ao certificar-se de que estava trancada, socou-a com força, repetindo que não tinha feito nada. Com o silêncio como resposta, resolve ver o que diz a mensagem.

– O que é isso?

A mensagem tinha duas linhas:

“FTUB F B DJGSB EF DFTBS  
DPOUJOVF B MFJUVSB OB QBHJOB EFAPJUP”

Já cansado e com fome, finalmente Amon compreendeu o que estava escrito ali. “Persistência é tudo”, pensou. Mas havia algo familiar naquilo. Ele já tinha visto aquilo em algum lugar.

– Ah, não importa. Preciso sair daqui. – disse.

Escreveu a mensagem decodificada no papel e passou por baixo da porta, batendo com força na mesma.

– Consegui! Me deixem sair...

Após um breve estalar das travas se soltando, a porta se abriu e, para sua surpresa, havia um jovem num jaleco branco com uma bandeja de comida nas mãos sorrindo para ele, acompanhado, é claro, de um soldado fardado à sua esquerda.

– Eu sabia que conseguiria! Muito prazer, eu sou Adriano Capello. Eu vou te ajudar nas tarefas durante o seu treinamento. Mas você deve estar morrendo de fome. Tome sua refeição. – disse todo empolgado o jovem de jaleco branco.

– Cara, eu não fiz nada. Estou de férias! Não quero tarefas. Preciso falar com minha mãe. Isso é sequestro, sabia?! – respondeu Amon, num misto de medo e irritação tomando a bandeja das mãos de Adriano e comendo apressadamente.

– Calma, meu amigo. Está tudo dentro da lei. Seus pais já foram avisados e...

– Mentira! Você disse “seus pais”, mas não tenho pai. Vocês estão mentindo!

– Muito perspicaz! Isso é ótimo. Mas é verdade, sua família já foi avisada e, provavelmente, ficará sob proteção do Estado. Logo você poderá falar com eles. Se acalme.

– É mesmo?

Amon não sabia se estava com mais fome, raiva ou medo. Por um segundo pensou em tudo o que ocorreu em tão pouco tempo. Aquilo tudo era muito maluco!

– Tempo...

– O quê?

– Que horas são?

– São dez e vinte. Falando nisso, achei que você descobriria mais rápido a mensagem. Sabe, o tempo é nosso inimigo aqui.

– Sério? E eu achei que estaria me divertindo agora... – respondeu ironicamente.

– Como você descobriu o que estava escrito? Quero dizer, você pensou em alguma estratégia ou foi por tentativa? – perguntou Capelo.

– Fiquei testando as letras até fazer algum sentido.

– Tentativa e erro, então. Sabe, temos um nome para isso: “força bruta”.

– Força bruta?

– Sim. É uma maneira de desvendar um código criptografado testando todas as possibilidades. Uma das maneiras mais antigas de se descriptografar uma mensagem.

– “Criptografado”? Do que é que você está falando?

– Criptografia é a arte de tornar uma informação incompreensível.

– Pra quê?

– Pra guardar um segredo. Pense assim: você gostaria de me enviar uma carta, mas contando coisa que não gostaria que ninguém lesse. Aí nós combinamos um código, uma cifra, de modo que somente nós dois podemos entender o que está escrito na carta.

– Hum... Acho que entendi, mas quem manda cartas hoje?

– Com e-mails ou mensagens de celular funciona de forma parecida... mas tenha calma, aos pouco você vai entender. ... Venha, temos muito que fazer. – Disse Capello seguindo pelo corredor, enquanto o soldado permanecia um passo atrás de Amon.

Assim que eles chegaram, Amon viu, em uma pequena sala, dois computadores e uma impressora numa mesma bancada bagunçada e alguns livros surrados em uma prateleira de metal ao lado. Adriano continuou:

– Pronto. Ficaremos por aqui por enquanto.

– Não, não ficaremos! Eu vou pra casa. – Disse Amon, se virando para a porta.

Seu caminho foi bloqueado pelo soldado, que o encarava firmemente.

– Sei que gostaria disso, mas me dê uma chance e verá como será divertido. – Insistiu Adriano.

– Eu não tenho escolha, tenho?

– Na verdade não... – respondeu Adriano dando de ombros.

Suspirando fundo e revirando os olhos, Amon respondeu:

– O que devo fazer, Adriano?

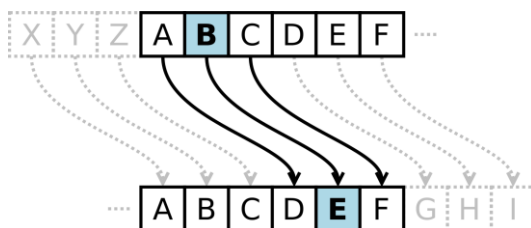
Adriano sorrindo, como sempre, disse:

– Esse é o espírito! Vem, eu te mostro.

### *Que os jogos comecem*

O que Amon tinha visto era uma forma de cifra usada por Julio Cesar para se comunicar com seus generais. É a forma mais simples de se cifrar de um texto: Substituição monoalfabética.

– Funciona substituindo uma letra por outra de modo a seguir uma regra. Veja só:



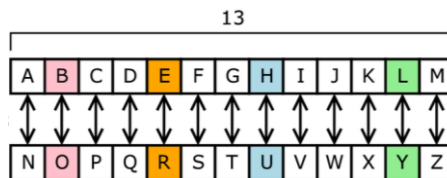
– Ah, mas isso não me parece muito seguro.

– E não é. Apesar disso, existem muitas variações, como o ROT 13, mas, como você disse, nenhuma é segura.

– ROT 13?

– Sim. Dividimos o alfabeto em dois grupos contendo 13 letras cada. Substituímos as letras pelas correspondentes. É como se eu usasse a cifra de Cesar usando um deslocamento ou uma rotação de 13 letras. Vou te mostrar...





– Pra que isso funcione, esses grupos devem estar em correspondência biunívoca. – Continuou Adriano.

– Quê?

– Veja bem. Cada letra do primeiro grupo tem que estar ligada a uma só letra do segundo e vice-versa. Além disso, não pode sobrar nenhuma letra sem par. A correspondência biunívoca garante que toda a letra foi substituída por outra e ela é única. Entendeu?

– Mais ou menos...

– Imagine que a letra A pudesse ser trocada pela letra N e também pela letra O. E a letra R pudesse ser trocada pela letra E e pela letra O. Se eu cifrasse a palavra ARARA, poderia ficar dessas formas:

NENEN	NEOEN	NENEO	OENEN	OEOEN	NEOE
OENEO	OEOEO	NONEN	NOOEN	NONEO	OONEN
OOOEN	NOOEO	OONEO	OOOEO	NENON	NEOON
NENOO	OENON	OEOON	NEOOO	OENOO	OEOOO
NONON	NOOON	NONOO	OONON	OOOON	NOOOO
OONOO	OOOOO				

– Credo! Como vou saber quando tenho que voltar para a letra A ou para a letra R se o O pode ser ambas?

– Exatamente. Por isso deve ser uma correspondência biunívoca. Se o A puder só puder ser trocado pelo O e o O só representar o A, então não haverá confusões.

– Ah, agora sim entendi.

– Mas veja que existem formas mais simples que quebrar essa criptográfica.

– Quebrar?

– Sim, de descriptografar sem saber como foi criptografado. Foi o que você fez lá na sala que ficou.

– O que você fez foi descriptografar uma mensagem. Mas vou te mostrar algumas técnicas para fazer isso com aquele tipo de criptografia.

– Aquele tipo? Tem outros tipos?

– Meu caro amigo, é como eu disse: isto é uma arte... Mas vamos do princípio. A UFRJ, em 2010, publicou um gráfico com as frequências em que as letras aparecem nos textos em português. Veja só:



Letra	Frequência	Letra	Frequência
A	14.63%	N	5.05%
B	1.04%	O	10.73%
C	3.88%	P	2.52%
D	4.99%	Q	1.20%
E	12.57%	R	6.53%
F	1.02%	S	7.81%
G	1.30%	T	4.34%
H	1.28%	U	4.63%
I	6.18%	V	1.67%
J	0.40%	W	0.01%
K	0.02%	X	0.21%
L	2.78%	Y	0.01%
M	4.74%	Z	0.47%

– Ah, mas que adianta isso, se o texto estará cifrado?

– Você deve contar cada letra do texto cifrado e comparar as frequências destas com as da língua em que o texto foi escrito, no

nosso caso o português. Assim você reduz a margem de erro. Claro que isso não tem cem por cento de garantia, mas ajuda muito.

– Hum... entendi.

– Mesmo? Vou te dar um para tentar então.

– Não vão me prender de novo, né?

– Não. – disse Adriano seguido de uma risada.

Adriano procurou algo no meio da papelada.

– Pensei que tinha imprimido. Só um minuto. – Disse buscando um arquivo no computador. – Pronto. Tente este aqui.

– Nossa! – Disse Amon um pouco espantado.

– Conte a quantidade de cada letra e depois divida pelo total de letras, assim você terá a frequência que cada letra aparece neste texto. Depois compare com a tabela que vimos. Ah, para ficar mais interessante, eu retirei os espaços entre as palavras e separei em grupos de quatro letras. – Disse com um largo sorriso.

O texto impresso na folha era:

DLQI	RUPD	WLFD	HXPD	DSOL	FDFD	RGDP
DWHP	DWLF	DTXH	HPDL	VGRT	XHVL	PSOH
VIRU	PXOD	VFRP	SUHH	QGHQ	GRLV	VRFR
QWLQ	XHDO	HLWX	UDQD	SDJL	QDYL	QWHH
QRYH						

– Isso dá muito trabalho! – resmungou Amon.

– Nem foi tanto trabalho assim, vai. Isso feito no computador é mais rápido do que você possa dizer “diversão”.

Olhando para Adriano como quem sente pena, Amon diz:

– Você é louco, sabia? Sua noção de diversão é bem estranha.

Obteve uma risada em resposta.

“Diversão”, pensou Amon. A palavra imediatamente o ligara à internet. “Por que não pensei nisso antes?”. Rapidamente clicou no navegador. Antes que pudesse ter qualquer resultado na tela, Adriano falou:

– Não se preocupe, você está protegido dos Hackers. – Dando-lhe uma piscadela com um dos olhos. – Este computador não está ligado à rede nenhuma. – Terminou rindo.

Neste momento, o segurança que se encontra do lado de fora da porta entra na sala:

– Senhor, o Comandante o aguarda em seu gabinete.

– Obrigado, soldado.

Amon, não pode deixar de notar que o soldado era bem mais velho que Adriano e acabara de chamá-lo de “senhor”. Mas antes que pudesse desfiar o pensamento, percebeu que Adriano estava saindo.

– Ei, espera. Vão me deixar aqui?

– Já volto, amigo, mas lembre-se dessa atividade.

– Como assim?

Antes que pudesse argumentar, Adriano já tinha saído apressado e o soldado impedia que Amon o seguisse.

Mil pensamentos passaram pela cabeça de Amon, mas acabou tentando focar em como sair daquele lugar. Tudo que sabia era que estava em uma instalação militar em algum lugar no meio do Atlântico e que estava mergulhado até o pescoço numa operação que começou antes mesmo de ele ter nascido.

– Vocês pegaram o cara errado! – disse para o soldado.

Sua resposta foi o silêncio.

## ***Mudança de nível***

Ao ouvir alguém se aproximando da porta, rapidamente se levantou e olhou por cima dos ombros do soldado que estava na porta. Não era Adriano. O soldado lhe deu passagem prestando continência.

– Boa tarde, eu sou a tenente Prado. Houve um imprevisto e o Tenente Capello não poderá te acompanhar por hora.

– O que aconteceu?

– Você tem outras coisas com que se preocupar. Teremos que acelerar as coisas por aqui.

Após dizer isso, plugou um *pendrive* no computador e transferiu uma pasta para a área de trabalho.

– Soldado, cuide para que ele tenha água e não saia desta sala.

– O quê?

– Você terá alguns problemas para resolver. As informações de que necessita também estão nesta pasta.

– Peraí...

– Não me interrompa! Meu relatório indicou um erro nas análises. Para mim você não é quem dizem ser, mas as pessoas ficam cegas diante da própria ignorância. Ao contrário do meu colega, eu penso em uma abordagem mais... incisiva. SE você terminar essas tarefas, poderá ver sua família. Elas já estão chegando.

Ao dizer isso, saiu ordenando que o soldado mantivesse a porta fechada.

– Mas preciso ir ao banheiro!

Ela fez uma pausa dramática, acenou com a cabeça para o soldado e disse:

– Seja breve. Isso não é um parque de diversões.

A esta altura Amon já havia entendido que não adiantava brigar. Após ir ao banheiro escoltado pelo soldado, voltou à minúscula sala, pensando em se recusar a fazer qualquer coisa, afinal “são eles que precisam de mim”.

Ficou um tempo sentado ali sem fazer nada além de pensar em sua família, mas logo o tédio o sobreveio, então resolveu olhar os arquivos.

Ao abrir a pasta no computador, se espantou com a quantidade de arquivos numerados. Percorreu a lista. Quarenta e três arquivos.

- Desisto!

Assim que fechou a pasta, viu outra pasta com nome “Confidencial” e, claro, abriu. Era um vídeo. Certificando-se de que o soldado não estava olhando pelo vidro da porta, colocou-se entre o monitor e a porta e abriu o vídeo.

Uma caixa de texto pedindo uma senha abriu.

– Que surpresa. – sussurrou.

Eis que, ao fechar a caixa sem ler a mensagem, teve a impressão de ter visto seu nome. Abriu novamente o arquivo e lá estava: “Digite a senha que te dei, Amon”.

Olhou por sobre o ombro para a janela da porta novamente. O soldado continuava lá, imóvel do lado de fora sem dar muita atenção ao que acontecia no interior da sala.

Procurou o papel impresso com o texto descriptado e digitou-o no computador. Assim que pressionou “OK” o vídeo começou. Adriano estava nele.

– Muito esperto, Amon. E muito curioso também. Espero que não tenha demorado muito para conseguir abrir este arquivo. Suspeito que não me querem acompanhando o seu treinamento. Se estiver certo, logo vão me substituir, por isso resolvi deixar um material de apoio. Mas isso fica entre nós, ok?

– Mais essa! Esse cara é doido. – resmungou o menino.

Ao que o vídeo continuou com uma descrição do Amon deveria aprender e fazer, seguida de um conselho para que se empenhasse ao máximo para evitar possíveis consequências.

– Consequências? – disse indignado – fui sequestrado, perdi minhas férias, sou prisioneiro... não dá pra piorar!

– Você será desafiado – continuou o vídeo –, mas não duvide de seu potencial...

Amon fechou o arquivo e resolveu voltar à pasta que a tenente Prado copiara para o computador. Abriu o primeiro arquivo. Nele havia instruções que já tinha visto com Adriano, porém estavam numa linguagem mais técnica.

Assim que abriu o segundo arquivo, começou a ver coisas novas. Ali a coisa começou a parecer mais com matemática e menos com português. Lembrou-se imediatamente de seus colegas todo ano perguntando ao professor de matemática se ele dava aula de português, por causa dos x e y que sempre apareciam.

Percorrendo o arquivo, focou-se num quadro relacionando números ao alfabeto:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Estranhou o fato de não começar pelo 1, mas pelo 11 e voltou um pouco o arquivo para ler o que dizia.

*Inicialmente associa-se a cada letra, um número, o que pode ser feito de várias formas. Sugere-se que o número tenha 2 algarismos para não haver problemas no momento de descriptografar a mensagem. Veja que se pode confundir o resultado 08 e 8 que produziria resultados diferentes e...*

Amon não entendeu nada do que lera. Encontrou um exemplo:

*Para criptografar a palavra CRIPTO, pode-se usar uma função, como por exemplo  $y = 2x + 1$ , onde  $x$  representa o número associado à letra que se quer criptografar e  $y$  o número criptografado no final. Primeiro vamos associar cada letra da palavra a um número:*

C	R	I	P	T	O
13	28	19	26	30	25



Depois juntamos os números e separamos em blocos do tamanho que quisermos. A única restrição é que o bloco não pode começar com o algarismo zero:

$$132819263025$$

$$132 - 819 - 2630 - 25$$

Aplicamos a função escolhida aos números:

$$y = 2 * 132 + 1 \rightarrow y = 265$$

$$y = 2 * 819 + 1 \rightarrow y = 1639$$

$$y = 2 * 2630 + 1 \rightarrow y = 5261$$

$$y = 2 * 25 + 1 \rightarrow y = 51$$

A palavra *CRIPTO* criptografada fica assim: 265 – 1639 – 526 – 51

As coisas começaram a fazer sentido na cabeça de Amon. Após observar o passo a passo, resolveu tentar criptografar seu próprio nome.

– Bem, primeiro devo colocar os números de cada letra:

A	M	O	N
11	23	25	24

– Depois junto tudo e separo de jeito que eu quiser:

$$11232524$$

$$1123 - 252 - 4$$

– Agora escolho uma função e calculo os valores para esses números. Vou fazer para  $y = 3x - 1$ .

$$y = 3 * 1123 - 1$$

$$y = 3368$$

$$y = 3 * 252 - 1$$

$$y = 755$$

$$y = 3 * 4 - 1$$

$$y = 11$$

– Pronto! Meu nome criptografado é assim.

$$3368 - 755 - 11$$

– É... até que não foi tão difícil assim. Mas e para voltar ao que era?

Pensou um pouco, procurando fazer 3368 voltar a ser 1123.

– Bem, para desfazer, acho que tenho que fazer o inverso do que fiz. Bem eu multipliquei por três e depois tirei 1, então vou dividir por três e somar um!

$$y = \frac{3368}{3} = 1122,6 \dots$$

– Ué? Por que não funcionou?

Amon pensou um pouco e percebeu que além de inverter as operações, deveria inverter também a ordem das operações. Mas antes que pudesse testar sua teoria percebeu uma movimentação do lado de fora da sala. Correu para porta para ver o que estava acontecendo, porém não pode perceber o que era. Além disso, a porta continuava trancada. Apenas pode ouvir a tenente Prado dizer em tom elevado:

– Não me interessa! Ninguém diz nada até ele conseguir. Eu estou responsável agora, entendeu? Deixe ele se virar. E, se ele conseguir, quero ser comunicada imediatamente.

– Sim, senhora. – respondeu o soldado.

– Mas só quando conseguir a segunda parte.

– Sim, senhora.

Assim que terminou, virou-se e partiu. O soldado esperou até que ela virasse o corredor e voltou-se para porta. Num susto, Amon se abaixou certo de que o soldado o tinha visto pela janela da porta. Correu de volta à bancada. Imóvel. O soldado empurrou um papel por baixo da porta. Amon correu para ver do que se tratava.

Olhou para a folha e quase teve vontade de rir.

– Ela deve achar que sou muito burro!

Ele estava diante de um problema que acabara de ver e pensava já saber como resolver.

– Ótimo! Vou poder testar minha teoria.

A caminho da bancada, ficou imaginando o que seus amigos estariam fazendo naquele momento. Voltando de sua distração olhou o papel para resolver o problema.

No papel estava escrito:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

**131412 – 14645 – 4585 – 6205 – 15140 – 26807**

**UMA AJUDA:**

Para cifrar o texto foi usada a função  $y = \frac{x-1}{2}$

– Eu estava correto! Se essa tenente de araque pensa que sou burro, vou fazê-la de besta! – falou consigo mesmo.

Assim que terminou de decifrar a mensagem, comemorando baixinho que sua teoria estava correta – as funções inversas eram a chave – resolveu enrolar para que eles pensassem que ele teve muita dificuldade em resolver o problema e continuasse dando tarefas fáceis, ou, quem sabe, desistissem e se convencessem de que pegaram o cara errado.

O problema é que Amon não conseguia ficar muito tempo parado, sem fazer nada. Aquilo o incomodava. Muitos até diziam que ele era hiperativo, porém tinha certeza de que não tinha problemas de concentração. Apenas gostava de fazer coisas... muitas coisas e ao mesmo tempo.

Inquieto, voltou ao vídeo de ajuda que Adriano tinha deixado, sempre se certificando de que o soldado não estava o espionando pela porta.

Avançou um pouco no vídeo.

–...então, para descriptografar uma mensagem criptografada dessa maneira, você precisa encontrar a função inversa da que foi usada para criptografar.

– Eu sabia! – Disse Amon orgulhoso.

O menino falou alto demais. Ouviu o soldado se aproximar da porta. Quando o soldado olhou pela janela da porta, Amon já havia pausado e minimizado o vídeo e estava riscando algumas coisas sem sentido no papel, fingindo estar tentando resolver o problema.

O soldado deu de ombros e voltou ao seu posto, afastando-se um pouco da porta.

Amon foi com calma até a porta e, confirmando que o soldado havia se afastado, continuou a ver o vídeo.

– ...tem muitas maneiras de fazer isso, – continuou o vídeo – de modo prático, como na função inversa trocamos os papéis do domínio e do contradomínio, na lei da função podemos simplesmente inverter os lugares do  $x$  e do  $y$  e isolar o  $y$  novamente. Veja só:

Calcular a inversa da função:

$$y = \frac{2x - 5}{3}$$

Trocando a posição do  $x$  e  $y$  temos

$$x = \frac{2y - 5}{3}$$

Agora vamos isolar o  $y$  novamente.

Como o 3 está dividindo, a operação inversa é a multiplicação, então:

$$3x = 2y - 5$$

Como o 5 está subtraindo, a operação inversa é a adição:

$$3x + 5 = 2y$$

Como o 2 está multiplicando, a operação inversa é a divisão:

$$\frac{3x + 5}{2} = y$$

Então a função inversa que procuramos é

$$y = \frac{3x + 5}{2}$$

“Ah, se eu tivesse visto isso antes”, pensou. “Ei, mas sem ver isso eu consegui!”, lembrou animado esboçando um sorriso. Parou o vídeo e levou sua solução à porta. Bateu forte chamando o soldado.

– Terminei.

O soldado simplesmente indicou que passasse por baixo da porta, sem dizer uma palavra. Assim que ele passou, o soldado deu uma olhada no papel e passou outra folha de volta.

– Agora faça esse. – Disse numa voz grave, voltando ao seu posto.

– Esse cara parece um robô. – resmungou Amon.

Deu uma olhadela na folha e achou que seria fácil. Era bem parecida com a anterior. Foi então que percebeu que nesta não tinha a função usada para criptografar. Sobressaltou-se:

– Quê?! Como assim? Agora querem que eu adivinhe as coisas? Esse pessoal é maluco, mesmo! Como vou fazer sem a função?

Lembrou-se do vídeo e resolveu olhar se não tinha nada sobre isso lá. Clicou em algumas partes da linha de progressão

do vídeo ouvindo alguns trechos, mas nada fazia sentido. Resolveu pesquisar na internet e lembrou-se de que não havia conexão.

– Droga! Isso não serve pra nada! – Esbravejou empurrando o monitor.

Olhou para a prateleira de livros surrados. “Não acredito que vou pegar em livros nas férias!”, pensou irritado. A maioria dos títulos dos livros não fazia sentido algum para ele: “Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies”, “Formas Modulares e Curvas Elípticas”, “Geometria Diferencial de Superfícies e o Teorema de Gauss-Bonnet”, “Equações Diferenciais Elementares e a Transformada de Laplace”, “Teoria dos Números”, “Análise Real e a Teoria dos Conjuntos”; “Teoria dos Grupos”, “Grafos”, “Criptografia Avançada”... alguns estavam escrito em francês e outros em Inglês. Abriu aleatoriamente um dos livros em português e não reconheceu nem os símbolos que apareciam ali. Tudo parecia grego.

– Credo! Isso é coisa de doido! Será que custava ter um livro normal?!

Mirou num livro grosso: “Matemática Elementar”. Buscou o Sumário e, para sua felicidade tinha um tópico sobre funções. Rapidamente procurou sobre determinar uma função Afim a partir de dois valores.

Leu um pouco sobre pares ordenados  $(x,y)$  e muita álgebra. As letras saltavam por todos os lados nas contas. Aquilo nem parecia matemática aos olhos de Amon. Encontrou o assunto, contudo o livro dava muitas voltas. Falava de particularidades que Amon não entendia. Era tudo familiar, entretanto a linguagem era muito técnica. O texto dizia coisas como declividade da reta, tangente de alpha, e mais um punhado de outras fórmulas. Para sua sorte, encontrou um quadro-resumo com uma linguagem bem simples e com um exemplo.

Ao olhar aquele quadro, percebeu que era mais simples do que podia imaginar. Não tem que adivinhar nada. Basta fazer as contas!

## RESUMINDO...

Toda Função Afim pode ser escrita na forma  $y = ax + b$ . Se conhecermos dois pontos da função então podemos criar um sistema de equações e encontrar o valor dos coeficientes  $a$  e  $b$ . Para isso, basta substituir o  $x$  e o  $y$  pelos valores dos pontos. Fique atento para o fato de que no par ordenado o primeiro valor é o  $x$  e o segundo valor é o  $y$ !

Por exemplo, para os pontos (2, 1) e (4,5), podemos fazer assim:

Substituindo (2,1) na expressão, temos:

$$1 = 2a + b$$

Substituindo (4,5) na expressão, temos:

$$5 = 4a + b$$

Assim formamos o sistema:

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações, encontramos  $a = 2$  e  $b = -3$ , então a lei da função que procuramos é  $y = 2x - 3$ . Também pode ser escrita como  $f(x) = 2x - 3$ .

– Hum... acho que entendi. – Disse coçando a nuca.

Mas havia mais um problema: o livro omitia como resolver o sistema de equações.

Embora Amon tivesse visto aquilo no ano anterior, já não lembrava mais como resolver. Ficou ensaiando algumas contas do papel, tentando lembrar o que sua professora tinha feito no quadro. Após pensar um tempo, finalmente ele se lembrou. Havia duas maneiras. Não recordava das duas, mas uma delas era a ideia de isolar uma das letras e substituir o resultado na outra equação:

Resolver o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ 4a + b = 5 \end{cases}$$

1ª Equação:

$$2a + b = 1$$

Isolando a letra  $b$  da 1ª Equação:

$$b = 1 - 2a$$

Como  $b = 1 - 2a$ , agora é só substituir o valor de  $b$  da 2ª equação por  $1 - 2a$ :

$$4a + (1 - 2a) = 5$$

$$4a + 1 - 2a = 5$$

$$2a + 1 = 5$$

$$2a = 5 - 1$$

$$2a = 4$$

$$a = \frac{4}{2}$$

$$a = 2$$

2ª Equação:

$$4a + b = 5$$

Agora é só substituir o valor de  $a$  na 1ª equação e encontrar o valor de  $b$ :

$$b = 1 - 2a$$

$$b = 1 - 2 \cdot (2)$$

$$b = 1 - 4$$

$$b = -3$$



Ficou realmente feliz que tenha se lembrado disso. Normalmente tinha uma dificuldade para recordar as coisas.

Apoio o livro sobre a bancada ao lado da folha e voltou a examinar a folha com o problema para tentar resolvê-lo.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

**63 - 35 - 31 - 55 - 53 - 63 - 35 - 39 - 67 - 43 - 61**

**69 - 27 - 57 - 27 - 61 - 27 - 63 - 35 - 65 - 35**

**UMA AJUDA:**

31 é a letra C                      43 é a letra I  
A chave é uma Função do Primeiro Grau.

Amon já estava exausto. Foi até a porta, contudo não havia ninguém lá. Estranhou. Forçou a fechadura. Nada. Bateu algumas vezes com bastante força gritando, porém ninguém apareceu. Pensou em deitar no chão e descansar. Não tinha mais noção de hora, mas seu estômago avisava que já tinha passado da hora de comer. Ficara realmente envolvido em resolver o problema e esquecera-se do tempo, embora sua barriga não. Sentia uma dor de cabeça que estava aumentando. Já não era capaz de dizer se por fome, sono ou pelo esforço que tinha feito para compreender todos aqueles enigmas, embora tenha se lembrado de sua irmã dizendo que ele estudava pouco: “Cara, queria que ela me visse agora!”, pensou o menino deitado no chão orgulhoso do seu feito.

### *Socorro, mãe*

Após dormir por algum tempo, foi acordado por um soldado que o sacudia pelo braço. Ainda com a visão turva de sono viu que a tenente Prado estava de pé, hirta ao seu lado.

– Espero que já tenha descansado. – disse a tenente com certo sarcasmo.

– Hã? – disse levantando-se ainda com muito sono. – Estou com fome.

– É claro!

A tenente acenou com a cabeça ao soldado que imediatamente entregou uma sopa ao menino. Apesar de não gostar de sopa, colocou-se prontamente a comê-la. Lembrou-se de sua mãe dizendo que coisas como “o melhor tempero é a fome” e “com fome se come até pedra” e teve de concordar. Desejou estar junto de sua mãe. Como sentia falta dela.

Enquanto ele comia, a tenente dizia que ficou impressionada ao ver que ele desvendara o enigma.

– Este enigma era bem fácil, na verdade, mas achei que você não conseguiria.

– Ah, é? E por quê?

– Simplesmente porque acredito, assim como você, que isso tudo foi um engano. Que pegaram a pessoa errada, mas o comandante insiste neste erro absurdo.

– Concordo. Por que não me soltam? Eu quero ver minha mãe e minha irmã!

– Você não percebe que já sabe demais para soltarmos você assim? Além disso, é a oportunidade ideal para mostrar que estou certa.

O menino deu de ombros. O que importava para ele naquele momento era a comida. Estava realmente faminto.

– O que o comandante não percebe é que a velocidade que ele quer que treinemos você te colocará em risco de morte. Mas honestamente, para mim tanto faz. Logo você falhará, eu estarei correta e você... bem, será... desnecessário.

Aquela última palavra congelou a espinha de Amon. Ele quase engasgou ao sentir a sopa voltar à garganta.

– Como assim, desnecessário?

A tenente Prado ignorou a pergunta, continuando:

– Vamos. Mexa-se. Você tem cinco minutos para tomar um banho e se vestir. O Almirante o aguarda.

– Eu não vou a lugar nenhum enquanto não puder ver minha mãe!

O estômago de Amon se retorceu. Falara aquilo mais alto do que queria. O silêncio que pairou por alguns instantes, junto com o olhar fuzilante lançado pela tenente para ele o fez estremecer as pernas, mas a encarou firmemente.

– Elas te aguardam junto ao Almirante.

O menino prontamente atendeu rapidamente o comando da tenente, seguindo o soldado até um alojamento.

Ao se aproximar da sala do Almirante, já podia ouvir a voz nervosa de sua mãe. Começou a correr até o som daquela voz que, embora nervosa, o tranquilizava.

Assim que a Graça viu o filho, correu para abraçá-lo, seguida de sua filha, Milena. Graça estava realmente nervosa e

começou a chorar falando sem parar e apertando o filho como se não o fosse soltar mais.

– Você está bem, Amon? Te machucaram? – disse Graça trêmula.

– Não. Eu estou bem.

– Como você faz uma coisa dessas comigo, meu filho?

– Mas, mãe, eu não fiz nada!

– Eu sei. Desculpa. Eu fiquei preocupada com você. Me disseram que você estava em perigo e que a gente estava em perigo e...

– A gente ficou preocupada. – Disse Milena com a cara de aflita.

– Calma mãe, eu estou bem. Só quero ir para casa. Eu falei para eles. Eu não fiz nada. Pegaram a pessoa errada.

Neste momento o Almirante interveio.

– Eu entendo que queira voltar para casa, Amon, mas vocês estão em perigo. Temos fortes indícios de que há um espião norte coreano tentando obter segredos do nosso programa de detecção de PGA através de você.

– Mas...

– Quase fomos mortos vindo para cá, Amon. – Disse Milena, interrompendo a objeção do menino. – Dispararam contra o helicóptero. O piloto foi baleado e...

– Como é?! – Se espantou o menino – Vocês estão bem?

– Sim, mas o piloto...

– Como disse, – continuou o almirante –, temos razões para crer que querem capturar vocês...

– Capturar? – disse Milena interrompendo o almirante – Querem mesmo é nos matar! Eles atiraram na gente!

– Eles miraram no piloto e não em vocês.

– Diz isso porque não estava lá.

– Calma, minha filha. – Pediu Graça.

– Calma? Mãe, a gente vai morrer!

– Ninguém vai morrer. – Disse o almirante.

– Diz isso pro piloto. – Prontamente Milena rebateu.

– Já está decidido. Sua mãe concordou que vocês ficarão sob a proteção das Forças Armadas. Vamos enviar um agente que se passará por um parente para garantir a segurança de vocês. Além disso colocaremos outro agente infiltrado na vizinhança para monitorar movimentos suspeitos.

Neste momento Adriano chega à porta:

– Mandou me chamar, senhor.

– Sim, tenente. Como anda o treinamento do menino?

“Tenente?” – pensou Amon – “Adriano é Tenente? Ele deve ter a idade da minha irmã!”

– Eu iniciei o treinamento, mas o Contra-Almirante pediu que eu tratasse de uma mensagem nova interceptada e designou a tenente Prado para continuar o treinamento, senhor.

– E onde está a tenente Prado?

– Não sei, senhor.

– Chame ela agora, tenente.

– Sim, senhor.

Decorrido alguns instantes a tenente Prado apresentou-se ao almirante, informando os avanços do treinamento, fazendo, contudo, objeção quando a escolha do menino, pois ainda não havia finalizado o primeiro módulo do treinamento. O Almirante a repreendeu.

– Espero que não esteja desobedecendo a uma ordem direta, tenente.

– Não, senhor.

– Ótimo! Vou designá-la como agente especial para cuidar desta família. Como você está responsável pelo treinamento do menino, poderá continuá-lo, protegendo-os.

– Senhor? – objetou a tenente.

– Algum problema, tenente?

– Não, mas acredito que tenho mais a contribuir aqui, senhor.

Neste momento, antes que o almirante falasse, o tenente Capelo se manifestou:

– Permissão para falar, senhor.

O almirante, um pouco irritado, virou-se para o tenente e deu-lhe a permissão.

– Gostaria de me apresentar para a tarefa. Eu fui o primeiro designado para treiná-lo e a tenente Prado é a mais experiente em Criptografia Quântica desta base.

O almirante respirou fundo e disse:

– Muito bem. Então você ficará encarregado disso, tenente.

A tenente Prado mostrou-se aliviada com a história.

– Mas antes, quero ter certeza de que o menino será capaz de desempenhar a tarefa. Quero ver o resultado do primeiro módulo do treinamento.

– Sim, senhor.

Enquanto a mãe e irmã do Amon eram alimentadas e descansavam, o tenente Capelo levou Amon novamente à sala que ficara confinado nas últimas horas.

– De novo?!

– Calma. Precisamos terminar isso. Prometo que será breve.

– O que é desta vez?

– Pelo que entendi você conseguiu descriptografar mensagens utilizando a função inversa, certo?

– Sim. Seu vídeo me ajudou um pouco.

– Ah, então você viu o vídeo. Ótimo. Mas ninguém pode saber dele, tudo bem?

– Tá.

– Bem, já ouviu falar de função composta?

– Não.

– Bem uma função é composta, quando a gente utiliza duas ou mais funções pra encontrar o resultado final.

– Hã? – disse franzindo a testa.

– Imagine que, ao invés de usar apenas uma função para encriptar a mensagem, tivessem sido usadas duas funções.

– Hum...ia ficar mais difícil!

– Será?

– Sim, porque teríamos que fazer a inversa de duas funções... bem talvez não mais difícil, mas ia dar mais trabalho.

– Bom, vamos testar o sua sugestão.

Adriano buscou um arquivo no computador e o imprimiu entregando uma folha para Amon.

– Mas nem sei como começar. – disse Amon.

– Bom, para encriptar a mensagem foi feito da seguinte forma: Usei duas funções,  $f(x) = 3x + 9$  e  $g(x) = \frac{x-5}{2}$ . Escolhi, por exemplo o valor 14. Primeiro calculei  $f(14)$ . Então no lugar do  $x$  coloquei 14:

$$f(14) = 3 * (14) + 9$$

$$f(14) = 42 + 9$$

$$f(14) = 51$$

Depois peguei o resultado e coloquei no lugar do  $x$  da função  $g$ .

$$g(51) = \frac{51 - 5}{2}$$

$$g(51) = \frac{46}{2}$$

$$g(51) = 23$$

O número 14 então se transformou no 23. Para descriptografar, você terá de calcular as inversas das funções  $g$  e  $f$  e depois fazer o caminho contrário.

– Vou tentar.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

**48290 – 647 – 22730 – 10966697 – 425 – 770**

$$f(x) = 3x + 9$$

$$g(x) = \frac{x-5}{2}$$



- Isso dá muito trabalho! – Reclamou Amon.
- Dá mesmo, não é? Por isso que simplificamos as coisas.
- Como assim?
- Veja só. E se, ao invés de calcular o valor das duas funções, fizéssemos uma única função equivalente às duas?
- Dá pra fazer isso?
- Sim. É isso que chamamos de função composta. Fazer a composta  $g \circ f$  (g bola f), na verdade é encontrar uma função que equivale a usar a função  $f$  seguida da função  $g$ .
- Mas como fazemos isso?
- Invés de colocar o resultado de uma na outra, vamos colocar a expressão de uma na outra. Assim:

Se  $f(x) = 3x + 9$  e  $g(x) = \frac{x-5}{2}$

A composta  $g \circ f$  é:

$$g(f(x)) = \frac{(3x + 9) - 5}{2}$$

$$g(f(x)) = \frac{3x + 9 - 5}{2}$$

$$g(f(x)) = \frac{3x + 4}{2}$$

- Ah, entendi. Assim eu não precisava fazer conta com as duas funções toda hora. Era só usar essa composta.
- Exatamente, garoto esperto.
- E por que você não me disse antes?
- Na verdade esperava que pensasse nisso.
- Sei... Se eu calcular a inversa dessa função eu chegaria no mesmo resultado que calculando as inversas das duas funções e depois fazendo a composta?
- Sim.
- Sério?

- Sim.
- Que massa!

Adriano achou graça de Amon. Fazia tempo que não via alguém se empolgar com algo tão simples.

– Espere até você ver as próximas coisas que vai aprender sobre criptografia. Aí sim vai achar massa. – disse rindo e continuou. – Vamos, vamos ver sua família. Nós partimos em menos de uma hora.

– Partimos?

– Sim. Aqui tudo é para ontem. – disse rindo.

Para Amon, Adriano era o mais próximo de um amigo naquele ambiente onde ninguém esboçava um sorriso e mal falavam uns com os outros. Na verdade Adriano destoava de tudo aquilo.

### ***Segredos familiares***

No trajeto de volta para casa, Amon e Adriano conversaram muito. O menino contava sobre sua família, e amigos da escola. Disse algumas coisas sobre sua antiga professora de matemática e como estava empolgado com o Ensino Médio que começaria no próximo mês.

Adriano combinou com a família sobre a história de que seria apresentado como sobrinho de Graça.

Milena ficava atenta a cada coisa que Adriano dizia. Mal se importava com o irmão ou com sua mãe. Parecia estar hipnotizada pelo rapaz, dando-lhe, vez ou outra, um sorriso e sendo retribuído com outro. Graça, no entanto, estava cala e apreensiva. Depois do que vivera na aeronave, sentia que seriam atacados a qualquer momento, no entanto a viagem de volta foi tranquila.

O clima de férias que pairava sobre Amon voltara, esquecendo-se, por alguns momentos, toda aquela confusão. A casa em que a família morava era pequena. De alvenaria coberta com telha de amianto. Graça e a filha dormiam em um quarto e Amon em outro. A sala e a cozinha eram divididas por uma

parede à meia altura e o banheiro ficava entre os quartos. Havia também uma pequena área do lado de fora nos fundos da casa.

Assim que chegaram, Graça começou a mostrar a casa a Adriano.

Na sala havia, além de um sofá e de uma televisão de tubo de 20 polegadas, uma prateleira com alguns enfeites e retratos. No quarto de Graça e Milena havia duas camas de solteiro, uma cômoda grande e um computador amarelado que pertencia à Milena, mas que Amon também usava.

– Fique à vontade para usar meu computador, se precisar, Adriano. – Disse Graça.

– Ah, obrigado. – respondeu o oficial.

– Mãe, o computador não está funcionando. – falou Milena, um pouco envergonhada.

– Não tem problema. – respondeu o oficial. – Eu trouxe o meu.

Graça apresentou o quarto de Amon, onde Adriano ficaria.

– Gostaria de ir ao banheiro, se não se importam. – pediu o oficial.

– Claro. Vem que eu te mostro. – disse Graça.

Enquanto Graça preparava café e o oficial usava o banheiro, Amon arrumava as coisas em sua cômoda pra dar espaço para as coisas de Adriano. Milena foi ao seu quarto dizendo que ia trocar de roupas e fechou a porta. Amon resolveu pedir uma gaveta na cômoda que fica no quarto de Milena para que pudesse colocar algumas roupas. Quando ia bater na porta para chamar a irmã ouviu o bipe inconfundível do computador sendo ligado. Estranhou, mas deu de ombros.

– Milena, posso usar uma gaveta da sua cômoda?

– Peraí, estou trocando de roupa.

– Tá, mas posso usar.

– Calma.

– Amon, preciso que vá comprar açúcar. – Pediu Graça.

– Ah, mãe. Eu estou arrumando as gavetas aqui. Pede para Milena. – respondeu o menino.

– Milena, você vai? – Pediu Graça.

– Tô ocupada, mãe.

Graça, irritada, resolveu ela mesma ir ao mercado. Pediu que Adriano aguardasse um pouco que já prepararia o café. Ele se ofereceu para ir comprar o açúcar, mas ela não permitiu e saiu. Amon foi ao banheiro enquanto Milena conversava com Adriano sobre Amon na cozinha. Adriano contou algumas coisas sobre os PGA e que ele mesmo era um. Milena parecia não entender bem o que ele falava, mas tentava continuar o assunto.

– Tô com fome. – Reclamou Amon saindo do banheiro.

– Vai atrás da mamãe e pede para ela trazer pão e manteiga porque não tem nada aqui. – respondeu Milena.

– Já volto, Adriano. – Disse Amon.

Milena pediu a Adriano se poderia usar seu notebook para checar seus e-mails. Ele concordou. Ligou o computador e digitou a senha. Milena agradeceu, disse que teria que levar par ao quarto por causa do cabo de internet. O rapaz concordou. Então ela levou o computador para o quarto e ligou a um cabo azul, enquanto ele aguardava na sala olhando seus próprios e-mails através de seu celular.

O notebook começou a apitar alto. Adriano deu um salto do sofá e correu para o quarto, vendo Milena fechando o aparelho.

– Não fiz nada. Só abri meu e-mail e ele começou a apitar. – justificou Milena.

– O que é isso em sua mão? – rebateu Adriano.

Milena segurava um pendrive.

– Só umas fotos que eu fiquei de enviar para minha amiga...

O computador de Adriano tenha forte segurança contra vírus e tentativas de acesso não autorizado. Aquele barulho todo indicava que alguém tinha tentado acessar informações criptografadas indevidamente.

– Preciso vê-las.

– Não! É pessoal.

Adriano tentou tomar o pendrive das mãos de Milena, mas a jovem mostrou-se mais forte e rápida que ele poderia imaginar.

Driblando-o, correu em direção à sala, mas ele a segurou pela blusa, fazendo-a bater no umbral da porta. Correu em sua direção caindo ambos no chão da sala.

Ela deu-lhe um soco, mas Adriano não desistiu. Quando Adriano estava quase conseguindo pegar o pendrive, Amon abriu a porta seguido de Graça que os viu no chão.

– Mãe, ele está me atacando. – Gritou a jovem.

– Ela tentou acessar arquivos confidenciais. – respondeu o oficial.

Graça, meio sem saber o que fazer, foi em socorro da filha, empurrando Adriano. Amon, meio atônito, foi caminhando junto à parede ao redor da sala observando os três ao centro.

Adriano exigiu ver o pendrive. Graça, sem entender a situação, mandou que saísse de sua casa. Mas ele insistiu. Milena foi ao quarto, pegou o notebook de Adriano e o jogou contra a parede:

– Some daqui, seu nojento.

O rapaz conseguiu pegar o computador antes que ele se chocasse contra parede.

Encarando Graça, ele exigiu ver o conteúdo do pendrive. Graça mandou que a filha o deixasse ver, mas ela se negou.

Amon tomou repentinamente o pendrive das mãos de Milena e o entregou para Adriano, colocando-se ao seu lado. Milena o xingou querendo socá-lo.

Adriano conectou o pendrive ao notebook, executou uma varredura e se deparou com uma senha de acesso. Tentou burlar a segurança sem sucesso. Exigiu que Milena revelasse a senha. Ela se recusou. Graça a olhou com alguma desconfiança.

– Dê a senha, minha filha.

– Amon, pegue minha mochila. – Pediu o oficial.

Assim que pegou sua mochila, Adriano sacou uma arma e, apontando-a para Milena pediu novamente a senha.

Para continuar, descubra a mensagem abaixo. Uma dica é organizá-la numa matriz 11x6.

**ARMOURASANRIESTANTADINTEPENAAARRUPEEEREASVNOAGEEDT  
LIINEAENSCCSIAEOCT**

Na mira de Adriano, Milena informou a senha. Assim que Adriano digitou, viu que se tratava de fotos dela e algumas amigas em shoppings e praças. Estranhou toda aquela cena por simples fotos.

– Eu disse.

– Então porque tentou esconder tanto isso? Não faz sentido. Deve ter mais coisa aqui.

Graça, nervosa com toda a situação, pedia para ele ter calma. Chorava. Ele dizia para ela não se tranquilizar. Fez uma ligação e em poucos minutos duas viaturas da Polícia Federal apareceram em frente a casa.

Milena foi escoltada para a sede da Polícia Federal, onde poucas horas depois foi interrogada, sob suspeita de espionagem, afirmando sempre sua inocência. Graça acompanhou a filha no que pode junto com Amon.

No dia seguinte, Adriano encontrou Graça com um mandado de busca e apreensão, explicando a situação a ela. Encontraram, no pendrive de Milena uma segunda informação criptografada. Não conseguiram quebrar a criptografia ainda, mas tudo indica que ela era a espiã que eles procuravam.

Graça não podia conceber isso. Milena era sua filha e não uma espiã internacional.

– Eu a adotei quando tinha doze anos.

– Ela é adotiva?

– Sim.

– Gostaria que dissesse isso à polícia. Milena teve sua prisão preventiva decretada...

Enquanto Adriano e Graça conversavam sentados no sofá da sala, dois Policiais Federais fizeram buscas na casa de Graça. Levaram o computador de Milena.

Três dias após o fato o fato, utilizando computadores quânticos e computação paralela, puderam quebrar a criptografia do pendrive e do computador de Milena. Ela era uma brilhante espiã treinada pelo regime ditatorial norte coreano desde os seis

anos de idade. Aos onze fora enviada ao Brasil para buscar informações sobre os PGA e conseguiu abrigo na casa de um casal com um filho recém nascido em troca de ajudar nos cuidados da criança. Foi criada como filha do casal, que a adotou legalmente no ano seguinte.

### ***Vida que segue***

Milena foi presa, condenada a 15 anos em regime fechado por espionagem, com base nos artigos 8º e 13º da Lei 7170/83.

Apesar de toda aquela confusão na família, vez ou outra Graça visitava Milena.

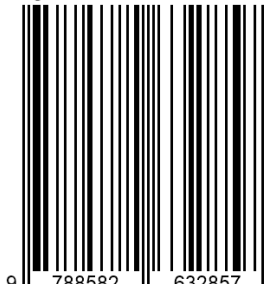
Amon manteve contato com Adriano, tornando-se grandes amigos. O menino mostrou grande interesse pelas exatas e acabou prestando vestibular para o ITA, cursando Engenharia de Telecomunicações.

Mais tarde, descobriu-se um erro no algoritmo de identificação dos PGA. Amon não era um PGA, como se supunha. O erro foi exposto pela, agora Contra-Almirante, Eloisa Prado.





Agência Brasileira do ISBN



9 788582 632857

ISBN: 978-85-8263-285-7