

Série Guias Didáticos de Matemática

47

**Raciocínio Proporcional:
indo além do algoritmo**

**Emerson Clayton do Nascimento Miranda
Sandra Aparecida Fraga da Silva**

**Editora Ifes
2017**



INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo

Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

EMERSON CLAYTON DO NASCIMENTO MIRANDA
SANDRA APARECIDA FRAGA DA SILVA

Raciocínio Proporcional: indo além do algoritmo



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, 2017

Copyright © 2017 by Instituto Federal do Espírito Santo Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto nº. 1.825 de 20 de dezembro de 1907. O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Observação:
Material didático público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

M672r Miranda, Emerson Clayton do Nascimento.
Raciocínio proporcional : indo além do algoritmo / Emerson Clayton do Nascimento Miranda, Sandra Aparecida Fraga da Silva. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2017.
52 p. : il. ; 15 cm (Série guias didáticos de matemática ; 47)

ISBN: 978-85-8263-253-6

1. Professores – Formação. 2. Professores de matemática.
3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Raciocínio. I. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título

CDD: 370.71

Realização:



Apoio:



Editora do IFES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo, CEP 29056-255
Telefone: (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor)
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)
Rua Barão de Mauá, 30, Jucutuquara
Vitória – Espírito Santo, CEP: 29.040-860
Telefone: (27) 3198-0912.
E-mail: educimat@ifes.edu.br

Comissão Científica

Dr. Alex Jordane de Oliveira, IFES.
Dr. Rony Cláudio de Oliveira Freitas, IFES.
Dr. Wellington Lima Cedro, UFG

Coordenação Editorial

Danielli Veiga Carneiro Sondermann
Michele Walz Comarú
Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Editoração Eletrônica

Emerson Clayton do Nascimento Miranda

Capa

Katy Kenyo Ribeiro

Produção e Divulgação

Programa Educimat, Ifes



INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Jadir José Pella
Reitor

Adriana Piontkovsky Barcellos
Pró-Reitora de Ensino

André Romero da Silva
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

Renato Tannure Rotta de Almeida
Pró-Reitor de Extensão e Produção

Lezi José Ferreira
Pró-Reitor de Administração e Orçamento

Ademar Manuel Stange
Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional

Diretoria do Campus Vitória do Ifes

Hudson Luiz Cogo
Diretor Geral do Campus Vitória – Ifes

Marcio Almeida Có
Diretor de Ensino

Márcia Regina Pereira Lima
Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

Christian Mariani Lucas Dos Santos
Diretor de Extensão

Roseni da Costa Silva Pratti
Diretora de Administração

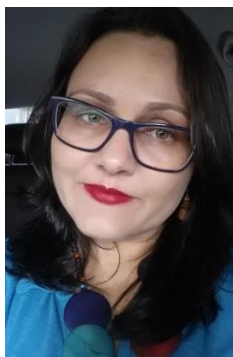
Centro de Referência em Formação e Educação à Distância

Vanessa Battestin Nunes
Diretora do CEFOR

MINICURRÍCULO DOS AUTORES



Emerson Clayton do Nascimento Miranda - Mestrando em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo. Bacharel em Administração pela FICAB - Faculdades Integradas Castelo Branco (2003), Complementação Pedagógica no Programa Especial de Formação Pedagógica em Matemática pela FAFIA - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Alegre (2006) e Especialização em Matemática - Ênfase nos Ensinos Fundamental e Médio pela UCB - Universidade Castelo Branco (2006). Técnico em Assuntos Educacionais no Ifes - Campus Itapina, e membro do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática (Grupem).



Sandra Aparecida Fraga da Silva - Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2000), mestre (2004) e doutora (2009) em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela mesma instituição. É professora do Ifes, atuando no curso de Licenciatura em Matemática e no Mestrado Profissional em Educação de Ciências e Matemática - Educimat. Lidera o Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática (Grupem) e é vice-líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (Geem-ES). Desenvolve pesquisas em Educação matemática na perspectiva Histórico-Cultural em formação de professores e práticas pedagógicas de matemática.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	8
INTRODUÇÃO.....	10
FORMAÇÃO DE PROFESSORES	17
CONHECIMENTO MATEMÁTICO: RACIOCÍNIO PROPORCIONAL.....	23
ATIVIDADES E SUGESTÕES.....	28
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	48
REFERÊNCIAS	49

APRESENTAÇÃO

A história da humanidade nos revela que raciocinar proporcionalmente era algo que todas as civilizações utilizavam ao longo do tempo, pois a proporcionalidade sempre esteve presente em diversas áreas do conhecimento, como na matemática, na arquitetura, na astronomia e em diversas outras. Esse contexto pode ser exemplificado, pois, o homem teve a necessidade de desenvolver mecanismos que lhe permitisse lidar com situações envolvendo a proporcionalidade e, conseqüentemente, com o passar do tempo, novas conexões e práticas iam surgindo, assim:

[...] os conceitos matemáticos surgem, uma vez que sejam postos problemas de interesse de capital, prático ou teórico: - é o número natural, surgindo da necessidade de contagem, o número racional, da medida, o número real, para assegurar a compatibilidade lógica de aquisições diferentes (CARAÇA, 1989, p. 125).

Alguns estudos mostram que o ensino da proporcionalidade está de certa maneira priorizando somente um cálculo matemático, entrelaçado à quantificação. Diante disso, o uso do algoritmo do produto transversal (regra de três) é, por vezes, utilizado como a única forma de se resolver determinada situação-problema. Assim, devido ao uso indiscriminado do algoritmo, o professor não oportuniza o aluno a buscar outras maneiras de resolução, não permitindo assim que o mesmo raciocine proporcionalmente,

valorizando apenas a função quantitativa da proporcionalidade em detrimento da função qualitativa.

Este material foi desenvolvido com o intuito de contribuir para a formação do professor, no que tange a proporcionalidade e, por consequência, o raciocínio proporcional. Esclarecemos que este material não é um manual para que o professor aborde a temática em sala de aula, mas sim, consiste numa proposta desenvolvida num curso em uma pesquisa do Educimat (MIRANDA, 2017), com ideias e sugestões para serem trabalhadas na formação de professores que ensinam matemática, nós trabalhamos na formação inicial. A proposta é para se criem condições para que os professores possam se apropriar do conhecimento docente, matemáticos e pedagógicos e que tenham acesso a alternativas para se trabalhar a proporcionalidade em sala de aula.

Este livro está organizado em 5 capítulos. No primeiro capítulo está a introdução, onde escrevemos de maneira geral a realização do curso e uma síntese da pesquisa a qual este livro se baseia. No capítulo 2, discorreremos sobre a formação do professor, enquanto no capítulo 3, abordamos o conteúdo matemático que escolhemos. No capítulo 4, trazemos algumas questões, ideias e sugestões para serem trabalhadas na formação de professores e que também podem ser utilizadas em sala de aula. Trazemos no último capítulo algumas considerações finais que permeiam a proporcionalidade.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de uma pesquisa de mestrado de Miranda (2017) vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Educimat/Ifes), cujo objetivo foi investigar indícios de aprendizagens da docência oportunizadas por estudos, discussões e ações sobre raciocínio proporcional no âmbito do Laboratório de Ensino de Matemática (Lem). Trata-se de uma pesquisa com características qualitativa e participante, a partir de uma ação extensionista, em que apareceu também a ideia de experimento formativo (MOURA, 2000).

Desta forma, desenvolvemos uma ação extensionista com os sujeitos de nosso estudo (licenciandos em matemática), ou seja, um curso formativo.

O curso foi realizado no Lem do Instituto Federal do Espírito Santo/Campus Vitória e teve a participação de 13 licenciandos em matemática de diversos períodos. Esse movimento propiciou que os licenciandos analisassem situações de proporcionalidade de forma mais intensa, fazendo conexões com outros conteúdos matemáticos e, principalmente, buscando soluções que de certa maneira não estariam vinculadas a aplicação do algoritmo.

Ressaltamos que este material está disponível gratuitamente na página do programa Educimat¹ e que

¹ <http://educimat.vi.ifes.edu.br/>

pode ser reproduzido desde que indique a autoria do mesmo.

1.1 Contexto

Durante a pesquisa que resultou neste trabalho (MIRANDA, 2017), a metodologia se compôs de um conjunto que se complementa (características qualitativas, participante e experimento formativo). Assim, a realização do curso com os licenciandos foi favorecida, pois, envolvia na sua essência características da formação de professores e da apropriação da docência nos seus diversos momentos.

De maneira geral, assim se delineou o curso:

- ✓ Primeiramente, houve um planejamento inicial de uma ação extensionista com a escrita de um projeto (neste caso uma intervenção pedagógica matemática que aborda proporcionalidade, em especial o raciocínio proporcional) entre o pesquisador e a orientadora, onde foram escritos um projeto denominado “ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E MANIPULATIVAS SOBRE RACIOCÍNIO PROPORCIONAL”. No planejamento deste projeto foram discutidas as ações a serem realizadas, seus encontros e oficinas pensando na proposta da pesquisa de mestrado. Também nesse momento, levantamos possíveis materiais didáticos e atividades de apoio a serem utilizados;
- ✓ Num segundo momento, iniciamos um processo formativo a partir da ação já com a participação

dos sujeitos selecionados. Realizamos reuniões periódicas semanais ao longo de todo o processo para oferecer condições de diálogo, para que os licenciandos colaborassem nos planejamentos, ações e reflexões no decorrer do curso. A proposta sugeriu à criação de oficinas sobre raciocínio proporcional onde os licenciandos atuaram como monitores/professores junto a alunos da educação básica, e assim poderíamos avaliar seus conhecimentos pedagógicos matemáticos sobre proporções e a relação dessas com a sua formação inicial e ao que fora discutido no curso. Neste mesmo momento também, foi possível identificar a construção de conhecimentos matemáticos dos licenciandos participantes ao longo do curso, bem como suas aprendizagens da docência;

- ✓ Após as duas primeiras etapas, preparamos materiais e oficinas, numa construção conjunta dos pesquisadores e participantes do curso, para utilizarmos com os alunos da rede pública, desta forma, os licenciandos aplicaram essas oficinas e vivenciaram no ambiente do Lem suas maneiras de atuar, possibilitando assim reflexões críticas que proporcionaram um diálogo com sua formação inicial na docência;
- ✓ Após as oficinas fizemos uma reunião de fechamento com os licenciandos, para analisarmos criticamente e, assim, avaliarmos de maneira geral o curso e a proposta de ação extensionista.

O curso teve início no dia 06 de outubro e término no dia 24 de novembro de 2016, sempre no período vespertino das 13:30h às 17:30h, sendo que sua organização foi dividida em encontros presenciais e atividades extras que envolviam leitura/pesquisa/planejamento, conforme quadro 1:

Quadro 1 - Distribuição da carga horária do curso.

ATIVIDADE	QUANTIDADE	CARGA HORÁRIA
Encontros Presenciais	8 encontros	30h
Atividades Extras	3 atividades	10h
Total da Carga Horária		40h

Como objetivo geral, pretendíamos com o curso, analisar atividades investigativas e manipulativas sobre proporções com licenciandos e alunos da educação básica a partir de uma ação extensionista desenvolvida no Lem Ifes/Campus Vitória. Havia ainda objetivos específicos, que eram:

- ✓ Estudar o conteúdo proporções e suas diferentes metodologias de aplicação em atividades manipulativas;
- ✓ Organizar atividades investigativas e materiais sobre proporções;
- ✓ Aplicar oficinas, no Lem, junto a alunos da educação básica atividades e materiais sobre proporções;

- ✓ Discutir sobre as aplicações e resultados obtidos nas oficinas;
- ✓ Organizar o material num produto educacional.

Na distribuição da carga horária do curso, conforme quadro 1, vemos que o mesmo é composto por atividades presenciais e extras. Essas atividades foram organizadas de acordo com o quadro 2, a seguir:

Quadro 2 – Organização do curso.

Encontro	Atividade	Tipo	Carga Horária
1	Apresentação; conversa inicial; resoluções/discussões de problemas sobre Raciocínio Proporcional	Presencial	4h
-	Entrevista com a psicóloga Terezinha Nunes, abordando a proporcionalidade	Atividade Extra	2h
2	Discussão sobre os pontos principais da entrevista da psicóloga Terezinha Nunes; resoluções/discussões de problemas sobre Raciocínio Proporcional	Presencial	4h
-	Material sobre Raciocínio Proporcional (retirado do livro de CYRINO, M. C, 2014)	Atividade Extra	2h
3	Discussão sobre os pontos principais do texto sobre proporcionalidade; apresentação de	Presencial	4h

	slides (material complementar); atividade manipulativa; discussões gerais sobre Raciocínio Proporcional		
4	Discussão sobre ferramentas (internet e vídeos) que podem auxiliar o professor no seu trabalho; discussão sobre o trabalho do professor; discussões gerais sobre Raciocínio Proporcional; divisão dos grupos para as oficinas	Presencial	4h
5	Planejamento e confecção das oficinas pelos grupos de licenciandos	Presencial	4h
-	Reunião entre os grupos para finalizarem a confecção das oficinas	Atividade Extra	6h
6	Ministração das oficinas pelos licenciandos (grupos 1 e 2)	Presencial	3h
7	Ministração das oficinas pelos licenciandos (grupos 3 e 4)	Presencial	3h
8	Fechamento do curso	Presencial	4h

Após as etapas do curso, foi possível averiguar que ocorreram modificações nos licenciandos, no sentido de que a proporcionalidade vai muito além do que a aplicação de uma regra e a obtenção de uma resposta final, assim, perceberam que o raciocínio proporcional é

bem mais complexo, no sentido de abrangência em tarefas escolares ou do próprio cotidiano, do que uma simples operação matemática com base em $a/b=c/d$ ou $a.d=b.c$, com b e d diferentes de zero.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Discorrer sobre formação inicial de professores não é tarefa simplista, pois diferentes são os olhares que a permeiam. Discussões envolvendo o assunto são tantas que até causam apreensão no sentido de desarticular disciplinas pedagógicas das científicas, conforme relata Pires (2000, apud SANTOS, 2011, p. 16):

Em termos curriculares, a licenciatura em Matemática é composta por dois grupos de disciplinas, geralmente desenvolvidos sem qualquer tipo de articulação. Num grupo estão as disciplinas de formação específica em Matemática e noutro estão às disciplinas de formação geral e pedagógica. Geralmente, esses dois grupos de disciplinas são desenvolvidas de forma desarticulada e, até mesmo, contraditória.

No documento “Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática” da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, são destacados como problemas:

- ✓ O isolamento entre escolas de formação e o distanciamento entre as instituições de formação de professores e os sistemas de ensino da educação básica.
- ✓ A desarticulação quase que total entre os conhecimentos

matemáticos e os conhecimentos pedagógicos e entre teoria e prática (Sbem, 2003, p.6).

Acreditamos que a formação do professor está pautada na apropriação dos conhecimentos docentes, a fim de possibilitar meios para que o aluno se aproprie de conhecimentos construídos e sistematizados ao longo da história.

Nosso foco está voltado para algo que possa modificar o sujeito e que o mesmo possa modificar sua realidade e, conseqüentemente, a sociedade, conforme Gasparin (2007), quando discute uma forma de atuação pedagógica, que venha a perceber a realidade social de maneira mais extensa:

A leitura crítica da realidade torna possível apontar um novo pensar e agir pedagógicos. Deste enfoque, defende-se o caminhar da realidade social, como um todo, para a especificidade teórica da sala de aula e desta para a totalidade social novamente (GASPARIN, 2007, p. 3-4).

Essa leitura crítica da realidade deve permear discussões da formação inicial do professor que ensina matemática. Assim, dialogando com esse aspecto, um fator que Vigotsky (1991) considera importante para o homem se apropriar da cultura produzida pela humanidade, é o trabalho e sua relação com a sociedade. Em seu ambiente de trabalho, o adulto terá momentos de interação com seus pares e com o

ambiente, assim, é por meio dessas relações que acontece a troca de experiências, vivências e, conseqüentemente, o homem vai se constituindo humano e se apropriando do que foi produzido pela humanidade.

Trazendo essa concepção voltada mais precisamente em relação à atividade produtiva do professor, vemos que o conceito de trabalho é caracterizada quando o mesmo intencionalmente ajusta sua atividade, buscando um objetivo. Nesta perspectiva, a atividade principal do professor é a atividade de ensino, central no seu fazer docente. Assim:

[...] entendemos que é no trabalho docente, ao desenvolver ações intencionais que tenham por objetivo dar conta dos desafios cotidianos do ensinar, que o professor constitui-se professor. Nesse processo, a apropriação pelo sujeito das formas sociais de realização dessa atividade dá-se de forma mediada e significada, uma vez que se opera com signos e instrumentos, construídos historicamente, cujos significados são sociais e aos quais são atribuídos sentidos pessoais (MORETTI; MOURA, 2010, p. 347).

Moretti (2007) discorre que para compreendermos melhor as contribuições numa concepção histórico-cultural com enfoque no trabalho docente, é fundamental que se busque compreender o conceito de práxis, pois, “se por um lado a prática é o fundamento

da teoria, por outro a teoria não tem como função justificar a prática e sim servi-lhe de guia e possibilidade de esclarecimento” (MORETTI, 2007, p. 82). Desta forma, é por meio de um processo de reflexão-ação-reflexão que o professor se torna sujeito ativo e agente de mudanças, sendo capaz de transformar a sociedade a partir de ações planejadas.

Dentro desse contexto e voltado para o ensino especificamente da Matemática, inferimos que, quando o aluno percebe que os conceitos que o permeiam fazem parte de seu cotidiano e estão presentes na sociedade, é provável que o mesmo passe a compreender esta disciplina e desmistifique algumas falsas afirmações que indicam que a matemática é difícil ou coisas do tipo. Relativo a isto, Moura (2007) mostra que:

Não há conhecimento matemático que tenha sobrevivido sem que seja necessário para a satisfação de alguma necessidade do homem. Mesmo aquelas que nos parecem absolutamente fora de propósito, foram, em algum momento, uma resposta a uma indagação do homem sobre a sua origem ou sobre o seu fim (MOURA, 2007, p. 43-44).

Numa formação de professores com base na perspectiva histórico-cultural, é importante ressaltar para os licenciandos que o trabalho pedagógico deve ser intencional e que o conteúdo a ser ministrado em aulas faz parte da cultura produzida pela humanidade ao longo do processo histórico. Desta forma, o aluno se

sentirá parte de um todo, um ser social provido de condições para em determinado momento entrar em atividade e suprir suas necessidades.

Sendo o trabalho do professor propenso a diversas situações distintas no cotidiano e por agir de forma diferente, dependendo do momento, utilizando-se assim de várias metodologias, teorias e habilidades, em se tratando dos saberes que os professores devem construir e dominar em seu processo de formação, Saviani (1996) não elenca apenas um como sendo o “saber docente”, mas cita cinco, são eles:

1. Saber atitudinal: como o próprio nome diz, este saber se relaciona diretamente com as atitudes do professor, como o respeito aos alunos, pontualidade, coerência, disciplina, não privilegiar outrem (tratando todos da mesma forma), estar apto ao diálogo, etc;
2. Saber crítico-contextual: busca conhecer características do contexto sócio-histórico do público que estará envolvido nas tarefas educativas, permitindo ao professor compreender melhor os anseios dos alunos;
3. Saberes específicos: estão ligados às disciplinas integrantes dos currículos escolares;
4. Saberes pedagógicos: estão ligados as sistematizações das teorias pedagógicas, ou seja, produzidas pelas áreas da educação;
5. Saber didático-curricular: é voltado para o controle do saber-fazer.

Permeando os saberes docentes citados por Saviani (1996), é importante frisar para os licenciandos em sua

formação que tanto os conhecimentos específicos como os pedagógicos, não podem ser vistos separadamente, pois os mesmos são ligados e fazem parte do trabalho docente como um todo. Assim, na aprendizagem da docência, a formação do licenciando:

[...] precisa buscar uma unidade do processo formativo. A meu ver essa unidade implica em reconhecer que a formação inicial e continuada de professores precisa estabelecer relações teóricas e práticas mais sólidas entre a didática e a epistemologia das ciências, de modo a romper com a separação entre conhecimentos disciplinares e conhecimentos pedagógico-didáticos (LIBÂNEO, 2013, p. 26).

- ✚ Para maior aprofundamento dos aspectos relacionados à formação de professores e a Teoria Histórico-Cultural, sugerimos a leitura da dissertação de (MIRANDA, 2017), na qual este livro foi baseado.

3 O CONHECIMENTO MATEMÁTICO: RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

O raciocínio proporcional é tido como a pedra fundamental do currículo e uma das bases do pensamento algébrico (LESH; POST; BEHR, 1988). Porém, o mesmo não se restringe somente a matemática escolar, pois é utilizado em diversas situações matemáticas no dia a dia das pessoas em simples tarefas.

Post, Lesh e Behr (1995) afirmam que o raciocínio proporcional engloba pensamento qualitativo e quantitativo. De acordo com os autores, o pensamento qualitativo é mais extenso que o quantitativo, haja vista que ele foca a análise e as relações entre taxas ou razões dadas, fazendo com que o indivíduo se questione e faça conexões. Já no caso do pensamento quantitativo, o mesmo exerce a função de quantificar, focalizando os cálculos e o resultado final do problema. Assim, endossam Post, Lesh e Behr (1995, p.90), “o raciocínio qualitativo exige a capacidade de interpretar o significado de duas taxas, guardar essa informação e então comparar as interpretações de acordo com alguns critérios predeterminados”.

Outro fator importante é que Post, Lesh e Behr (1995) afirmam que o raciocínio proporcional possui aspectos tanto matemáticos como psicológicos. Os aspectos matemáticos seriam de que o conceito de proporcionalidade pode ser exemplificado por meio de equações. Enquanto isso, os aspectos psicológicos

estariam associados a capacidade mental para resolver as operações.

Lamon (2005, apud COSTA, 2007) enfatiza a diferenciação entre os conceitos de proporcionalidade e raciocínio proporcional. A proporcionalidade é aplicada em acontecimentos dominados por princípios físicos e resolutivos com cálculos a partir da expressão $a/b=c/d$, sendo que por outro lado, o raciocínio proporcional é visto como um pré-requisito necessário à compreensão de contextos e aplicações baseados na proporcionalidade.

A proporcionalidade e o raciocínio proporcional se aproximam pelo fato de que as noções de cálculo proporcional estão presentes em ambos, porém, por outro lado se distanciam porque no raciocínio proporcional também se faz uma análise qualitativa das relações entre as variáveis.

Ávila (1986), diz que o ensino da proporcionalidade, deve priorizar situações que envolvam o cotidiano do aluno e não se prender em terminologias e notações arcaicas. Isso fica bastante claro, quando encontramos exercícios sem contextualização do tipo “encontre o valor de x”. Assim, Ruiz e Carvalho (1990) enfatizam que o ensino da proporcionalidade não se pode limitar a memorização de algoritmos ou regras. O que deve ser priorizado é oferecer condições para que o aluno raciocine e a partir daí faça suas próprias relações e tire suas próprias conclusões. Argumentam que o mais

importante é o entendimento do aluno e não a memorização de fórmulas e procedimentos.

Geralmente, o ensino de proporcionalidade está entrelaçado na quantificação, diante disso, o uso do algoritmo da regra de três é bastante usual. Schliemann e Carraher (1983, apud FLORIANI, 2004) enfatizam que esse algoritmo é uma maneira eficaz, porém, distante do seu significado real, pois somente é realizada uma disposição mecânica dos números no papel e o cálculo. Segundo estes autores, quando situações que circundam a proporcionalidade são expostas aos alunos que já conhecem a regra de três, sem que identifiquemos essas situações como questões que envolvem a proporcionalidade, verifica-se que uma parcela pequena dos alunos utiliza essa maneira para encontrar a solução da questão. Isso nos mostra que a regra de três acaba por induzir o aluno a utilizá-la, fazendo com que o mesmo passe a agir de forma repetitiva, atrapalhando assim a relação entre o conceito e a execução.

Os autores Post, Lesh e Behr (1995), afirmam que a regra de três nada mais é que um “processo mecânico”, não permitindo a compreensão dos problemas de proporcionalidade. Reconhecem a importância do algoritmo, mas corroboram de que o mesmo só deva ser ensinado após o aluno compreender o conceito de proporcionalidade.

Geralmente, no ensino da matemática, percebe-se que os conceitos matemáticos não são tratados da maneira como deveriam. O professor faz com que a prioridade

seja simplesmente a resposta final para determinado problema, não permitindo que o aluno construa estratégias e faça suas próprias conjecturas. No caso das proporções, isso não é diferente. O que encontramos é a aplicação indiscriminada da “regra de três”, fazendo com que o foco seja o cálculo final, ou seja, uma quantificação numérica. Nesse aspecto, Spinillo (1994) diz:

[...] o Raciocínio Proporcional é entendido como a utilização de um algoritmo de resolução. Tanto a representação simbólica como o uso do algoritmo não garantem uma compreensão do significado das relações envolvidas no conceito. Assim, a compreensão conceitual do que de fato está envolvido no Raciocínio Proporcional é aspecto negligenciado no ensino de proporção (SPINILLO, 1994, p.110).

É importante ressaltar que a aplicação do algoritmo do produto transversal constitui instrumento eficaz na resolução de problemas, não devendo ser eliminado da trajetória de ensino de proporções. Mas apresentá-lo como uma estratégia auxiliar e não única, conforme enfatiza Weinberg (2004, apud OLIVEIRA, 2014):

Nós (professores) devemos ajudar os estudantes a reconhecerem que muitas estratégias de Raciocínio Proporcional são apropriadas e

válidas. [...] Nós não devemos apenas ensinar essas estratégias para os nossos estudantes, mas também reforçar os significados subjacentes do Raciocínio Proporcional na situação (WEINBERG, 2004, apud OLIVEIRA, 2014, p.75).

Desta forma, buscamos em nossa proposta, um curso que permitiu ao licenciando em matemática buscar estratégias para que sejam utilizadas com os alunos em sala de aula na resolução de situações-problema, ou seja, outras formas de se chegar ao resultado de um exercício envolvendo a proporcionalidade que não fosse a aplicação da regra de três (algoritmo).

4 ATIVIDADES E SUGESTÕES

Apresentamos neste capítulo as situações-problemas que utilizamos com os licenciandos no curso de formação. Foram propostas situações que envolviam a proporcionalidade em diferentes contextos, assim, cada uma tinha uma finalidade específica. É interessante que para cada formação, os professores possam adaptar os problemas de acordo com sua necessidade.

Desta forma, apresentamos as situações-problemas separadamente em tópicos com comentários específicos para cada uma delas.

Durante o decorrer do texto, utilizamos o símbolo ► para expressar algum comentário ou sugestão para alguma ação para o professor ou formador.

► Antes de apresentar os problemas para a turma, é interessante realizar uma dinâmica de grupo que contemple alguns conceitos que serão utilizados durante o curso.

Problema 1

Há três semanas, duas flores foram medidas. A flor de cor amarela tinha 8 cm e a de cor vermelha 12 cm. Hoje estão com 11 cm e 15 cm de altura respectivamente. Quem cresceu mais, a flor amarela ou a vermelha?

Fonte: Van de Walle (2009, p. 384).

O problema 1 teve como objetivo verificar se os licenciandos percebiam a diferença em analisar a situação proposta de maneira aditiva ou multiplicativa.

► Apesar de parecer uma questão simples, esse problema poderá trazer boas discussões em sala de aula, promovendo assim a criticidade do aluno. Enfoca a comparação entre raciocínio aditivo e multiplicativo, pois, neste caso, apesar de ambos os raciocínios produzirem respostas válidas, as mesmas são diferentes.

 Problema 2

A tabela abaixo registrou o peso (em Kg) de três pessoas no começo de uma dieta e em intervalos de duas semanas. Após esse período, qual pessoa teve mais sucesso na dieta?

Fonte: Van de Walle (2009, p. 387).

Semana	José	Pedro	João
0	100	78	69
1	96	75	66
2	89	72	60

No segundo problema, buscamos identificar como seria a interpretação do enunciado da questão pelos licenciandos, analisando assim suas respostas.

O ponto chave dessa questão está na palavra “sucesso”, pois o que é ter “sucesso numa dieta”?

► Por vezes os alunos costumam pensar que quem teve mais sucesso na dieta foi quem perdeu mais quilos, porém, instigue-os para que os mesmos analisem o antes e o depois de maneira a perceber qual foi a maior perda de quilos proporcionalmente. É importante que a mesma situação-problema nos permita criar novas possibilidades de abordagens, assim problematizamos os exercícios e não ficarmos simplesmente com um amontoado de números e operações isoladas.

Problema 3

Carlos e Antonio fizeram duas jarras de limonada. No preparo da limonada, Carlos utilizou 3 xícaras de água e 2 xícaras de concentrado de limão. Por sua vez, Antonio utilizou uma outra receita, colocando 4 xícaras de água e 3 xícaras de concentrado de limão. Qual jarra terá o sabor de limão mais forte, ou ambas terão o mesmo sabor?

Fonte: Van de Walle (2009, p. 389).

Este problema teve por objetivo analisar as diferentes maneiras de se resolver a questão. Podem ser apresentadas respostas em forma de fração, decimais e até mesmo por extenso (quando o aluno expressa seu raciocínio utilizando a escrita).

► Podemos trabalhar com os alunos nessa questão, conceitos que envolvem frações e razão. Não deixe de abordar a diferença entre analisar a parte-todo e parte-parte. Importante abordar a diferença entre analisar uma situação-problema de maneira quantitativa e qualitativa. Só temos situações de proporcionalidade quando temos igualdade de razões, neste problema é interessante destacar essa análise das razões.

Problema 4

Todo mês, os amigos de Daniel encontram-se num restaurante para comer pizza. Daniel, como sempre, está atrasado, mas como seus amigos gostam muito dele, ficam esperando sua chegada. Eles reservaram para Daniel um lugar em cada uma das mesas (1 e 2) que o grupo de amigos ocupou no restaurante. Finalmente, depois de um tempo, Daniel chegou e tinha que decidir em qual lugar sentar: ele deveria juntar-se aos amigos da mesa 1 (na qual havia 4 pizzas grandes e 9 pessoas) ou deveria sentar-se à mesa 2 (onde havia 3 pizzas grandes e 7 pessoas)?

Fonte: Ben-Chaim; Ilany; Keret (2008, p. 156).

No problema 4, o objetivo além de analisar as maneiras de resolução, era observar se o sujeito da questão (“Daniel”) seria incluído ou não no cálculo.

Geralmente, o raciocínio nessa questão, parte do pressuposto que “Daniel” escolheria a mesa na qual poderia comer mais pizza.

► Tomando como exemplo o problema de dividir a pizza, trabalhe com os alunos a diferenciação entre conjuntos discretos e contínuos e dê exemplos.

Também é interessante destacar as diferenças de respostas se incluir ou não o “Daniel” na comparação. Será que existe diferença? Se sim, qual? Por que?

Os problemas de 5 a 8 foram elaborados pelos autores e são bem parecidos com aqueles que encontramos com facilidade em diversos livros didáticos, porém, nossa proposta para essas situações-problemas foi não permitir que o aluno chegue a uma resposta utilizando o algoritmo do produto transversal (regra de três).

► Encoraje e incentive seu aluno a buscar estratégias de resolução, qualquer que seja a maneira (utilizando desenhos, tabelas, cálculos mentais, enfim, só não pode utilizar o algoritmo).

Problema 5

Se 8 botões custam R\$ 2,04, quanto custam 30 botões?

► Aqui, o aluno pode encontrar o valor unitário, agrupá-los de maneira a estabelecer uma relação, ou outra estratégia qualquer.

 Problema 6

Dez pintores pintam uma casa em nove dias. Quantos pintores seriam necessários para pintar essa mesma casa em três dias?

► O problema 6 apresenta uma situação “não real”, pois, não podemos partir do princípio de que todos os pintores possuem a mesma produtividade. Discuta isso com seus alunos.

 Problema 7

O chocolate em pó da marca “Chocotemática” traz em sua embalagem a seguinte informação: para um copo de leite de 200 ml, adicione 30 gramas de chocolate em pó. Seguindo a dosagem recomendada na embalagem, quantos gramas de chocolate em pó deverão ser adicionados para se fazer uma jarra de leite de 1,32 litros?

► O problema 7, além de trabalhar a proporcionalidade, também apresenta transformação de unidades de capacidade. Procure elaborar problemas que possam contemplar diferentes conteúdos ao mesmo tempo.

 Problema 8

Um pedreiro gasta 4 horas para assentar um piso de uma sala quadrada de 3m de lado. Quanto tempo ele gastaria para assentar o piso de um salão quadrado de 6m de lado?

► Como no problema anterior, a questão 8 também abrange mais de um conteúdo, neste caso cálculo de área.

► Dica de leitura: Entrevista com a psicóloga Terezinha Nunes, abordando a proporcionalidade. Disponível em: <http://acervo.novaescola.org.br/matematica/fundamentos/hora-ensinar-proporcao-fala-mestre-terezinha-nunes-428131.shtml>




Esse texto apresenta a proporcionalidade como conteúdo de suma importância para a matemática, trazendo exemplos de utilização no cotidiano das pessoas.

OFICINAS MINISTRADAS PELOS LICENCIANDOS

Um dos pontos principais do processo formativo com os licenciandos, foi o momento em que os mesmos atuaram como professores, junto a alunos da rede básica de ensino por meio de oficinas. Os licenciandos se dividiram em 4 grupos e desenvolveram seus planejamentos, assim, focaram pontos que permeiam o trabalho do professor e a docência.

Para uma melhor disposição e leitura, trazemos aqui as oficinas separadamente.

Oficina 1 –“Raciocínio proporcional em problemas”

-  Turma: 7º ano do ensino fundamental;
-  Material utilizado: Lousa e folha com problemas.
-  Como se desenrolou a oficina ↓

Os licenciandos trouxeram 6 (seis) situações-problemas e trabalharam com os alunos suas resoluções.

Primeiramente, os licenciandos se apresentaram, entregaram os problemas impressos aos alunos e pediram para que resolvessem da maneira que achavam melhor, e que não se preocupassem com as “continhas nos cantos da folha”, pois elas seriam bem-vindas.

Percebemos que os licenciandos envolvidos nessa oficina ficaram atenciosos com os alunos, e os auxiliavam quando solicitados, porém, não induziam e nem direcionavam a resposta da questão.

Figura 1 – Licenciandos em atividade na oficina



Fonte: Arquivo dos autores

À medida que o tempo ia passando, percebemos que os alunos conseguiam fazer conexões e sabiam o processo para se chegar a resposta final, porém, ficou nítida a dificuldade que os mesmos tinham nas operações básicas fundamentais. Devido a isso, por vezes os licenciandos tiveram que “deixar de lado” o conteúdo que haviam programado, para sanar dificuldades relativas à adição, subtração, multiplicação e divisão.

Os licenciandos propuseram aos alunos para que fossem ao quadro e explicassem para a turma como fizeram para resolver os problemas. Se olharmos somente a questão de interpretação dos problemas, poderíamos dizer que a maioria dos alunos atenderam as expectativas dos licenciandos, porém, por vezes não conseguiam terminar a resolução da questão por não saberem efetuar cálculos.

Figura 2 – Aluna que participou da oficina ministrada pelos licenciandos expondo para a turma sua resolução



Fonte: Arquivo dos autores

Os licenciandos perceberam que há na turma uma diferença grande entre os alunos no que diz respeito ao conhecimento matemático que cada um traz consigo, ou seja, como que numa mesma turma o professor encontra alunos em níveis tão distintos.

Percebemos neste grupo que houve a mediação intencional dos licenciandos para com os alunos nos momentos de tentar sanar as dúvidas que surgiram. Defendemos que desta forma, esta relação entre os indivíduos, pode promover a apropriação do conhecimento.

✚ Problemas utilizados pelos licenciandos nessa oficina:

- 1) *João possui R\$2,30 e pretende comprar a maior quantidade de bombons que conseguir. Sabendo que o valor de cada bombom é R\$0,50, quantos bombons João consegue comprar?*

- 2) Os primos de Joyce irão passar o final de semana em sua casa e sabendo que todos adoram tomar iogurtes sua mãe decidiu comprar catorze. Sabendo que uma bandeja com quatro iogurtes custa R\$5,00, de quantos reais ela precisa para realizar essa compra?
- 3) Beto, Luís e Pedro compraram juntos um pacote de balas no valor de R\$18,00. Beto contribuiu com R\$6,00, Luís com R\$9,00 e Pedro com R\$3,00. O pacote contém 60 balas, então, ao dividi-las quantas balas cada um dos rapazes deve receber sabendo que a divisão deve ser feita de acordo com a quantia que cada um deu?
- 4) De acordo com a ilustração, é mais vantajoso comprar qual dessas três embalagens de manteiga? Explique o porquê.



- 5) Um supermercado anuncia uma promoção de shampoos em conjuntos de dois ou de três.

Indique qual era a escolha mais econômica a ser feita e explique como chegou a sua conclusão. Lembrando que a quantidade de shampoo em cada frasco é a mesma.



- 6) *Numa padaria um bolo com oito pedaços custa R\$14,00. Se você comprar um único pedaço esse sai por R\$3,00. Você acha esse preço justo? Por quê?*

Oficina 2 –“Escalas e semelhanças de figuras”

- ✚ Turma: 7º ano do ensino fundamental;
- ✚ Material utilizado: Lousa, fita métrica, régua, esquadro, projetor e calculadora.
- ✚ Como se desenrolou a oficina ↓

Inicialmente, os licenciandos pediram aos alunos para medirem suas alturas reais e as projetadas nos quadros, para que, posteriormente, tivessem condições de compará-las. Percebemos que os alunos encontraram dificuldades tanto no manuseio de fita métrica, régua e esquadro, quanto em trabalhar com o sistema métrico decimal. Diante disso, os licenciandos tiveram que explicar rapidamente (numa forma de recapitular) esses

conceitos que seriam pré-requisito para o trabalho proposto.

Figura 3 – Aluna que participou da oficina medindo a altura real do licenciando



Fonte: Arquivo dos autores

Para tentar “ganhar tempo” e não se prenderem às transformações métricas decimais, os licenciandos propuseram o uso da calculadora para auxiliar nesta etapa, porém, os alunos não sabiam manusear a ferramenta, o que causou um pequeno alvoroço e aparentemente desmotivação por parte dos mesmos. Assim, Sandra foi para a lousa e desenhou bonecos, fazendo alusão que eram os licenciandos e conseguiu retomar a atenção da turma.

Figura 4 – Alunas que participaram da oficina medindo a altura da imagem projetada dos licenciandos



Fonte: Arquivo dos autores

Apesar da ideia do trabalho a ser desenvolvido pelo grupo tenha sido bastante interessante, a falta dos conceitos de escala e do sistema métrico decimal por parte dos alunos participantes, atrapalhou o desenvolvimento da oficina. Outro fator citado negativamente, se deu pelo fato de que a mesma turma de 7º ano participou das duas oficinas no mesmo dia e com intervalo de 20 minutos entre uma e outra, assim, os alunos estavam dispersos quando o grupo 2 apresentou.

Figura 5 – Licenciando explicando o conteúdo trabalhado na oficina para um grupo de alunos



Fonte: Arquivo dos autores

Ao final da atividade, os licenciandos discutiram sobre a importância de se conhecer previamente a turma em que determinada tarefa será realizada, pois dependendo do que será proposto, é necessário que os participantes tenham pré-requisitos consolidados, ou pelo menos noções básicas dos mesmos.

Quadro 3 – Comentário de um Licenciando após aplicar a oficina

Aplicar a oficina também me ensinou que aplicar uma atividade em sala de aula não é como o planejado, não sai tudo “maravilhoso”. É necessário estar aberto para aceitar as dificuldades dos alunos e estar disposto a mudar estratégias. O maior desafio foi discernir o momento certo e como intervir. Acredito que o tempo de experiência e o conhecer a turma vai me trazer maturidade para atuar de maneira mais eficiente.

Fonte: Arquivo dos autores, 2016

Oficina 3 –“Figuras semelhantes e proporção”

- 🚦 Turma: 1º ano do Proeja;
- 🚦 Material utilizado: Lousa, geoplano e elástico.
- 🚦 Como se desenrolou a oficina ↓

Os licenciandos iniciaram com perguntas chaves para conhecer a turma e instigar a curiosidade dos alunos, assim, este grupo tentou fazer um panorama sobre conhecimentos prévios e ao mesmo tempo estimular os participantes da oficina. As perguntas iniciais foram:

Vocês conhecem o geoplano?

Sabem o que é semelhança na matemática?

Sabem o que é proporção?

Figura 6 – Licenciandos explicando o que é um geoplano para um grupo de alunos



Fonte: Arquivo dos autores

As respostas trazidas pela turma participante foram satisfatórias e assim os licenciandos perceberam que podiam continuar com a oficina sem precisar parar para relembrar conceitos matemáticos.

Distribuíram um geoplano para cada aluno e explicaram que cada espaço entre os pinos teria o valor de uma unidade e propuseram que fossem construídas uma figura qualquer de lados iguais e uma ampliada (com o mesmo formato). Depois que os alunos já haviam construído as duas figuras, os licenciandos fizeram os seguintes questionamentos:

- a) Qual figura você desenhou?
- b) Quantos lados tem?
- c) Quantas unidades tem os lados da figura menor? E a ampliada?
- d) Você realizou operações matemáticas na ampliação? Explique quais e como fez.

Figura 7 – Alunos em atividade com geoplano



Fonte: Arquivo dos autores

A turma correspondeu bem e trouxe respostas consistentes à respeito do conteúdo proposto para a oficina. Ao final, os licenciandos do grupo 3 avaliaram a proposta que trouxeram como boa e ficaram satisfeitos com o resultado, atingindo por completo o planejamento previamente realizado.

Outro ponto que podemos destacar, foi o fato de que este grupo antes de iniciar sua oficina, fez uma espécie de “diagnose”, buscando identificar na turma que trabalharam alguns pontos relativos ao raciocínio proporcional e ao geoplano (material manipulativo que utilizaram), com isso, os licenciandos conseguiram aproximar o conteúdo e sua aplicação de maneira mais rápida e eficaz. Relativo a isso, inferimos que ocorreram indícios de intencionalidade no trabalho docente, pois, os sujeitos participantes adquiriram novas competências.

Oficina 4 –“Raciocínio proporcional em Malba Tahan”

- ✚ Turma: 1º ano ensino médio;
- ✚ Material utilizado: Lousa e livro.
- ✚ Como se desenrolou a oficina ↓

Os licenciandos iniciaram os trabalhos com falas para tentar verificar o nível do conhecimento matemático dos alunos participantes da oficina e fez uma boa explanação sobre o livro “O Homem que Calculava” que o grupo se baseou para planejar a oficina, dizendo que a obra trazia vários problemas interessantes e desafiadores.

Após esse primeiro momento, os licenciandos apresentaram o problema para que a turma buscasse a resolução. O problema era o seguinte:

Dois irmãos, Heric e Chavier, encarregaram-me de vender duas caixas de abacaxi. Heric entregou-me 60 abacaxis e disse que eu deveria vendê-los a razão de 3 por 1 real;

Chavier entregou-me a mesma quantidade e estipulou um preço mais caro, uma razão 2 por 1 Real.

Ao chegar à feira, imaginei que teria problemas em vender os abacaxis separadamente a preços desiguais. Se devo vender a 3 por 1 real e depois 2 por 1 real, será mais simples vender 5 por 2 reais!

Ao final da feira, percebe que não possui o valor para pagar os irmãos, e se pergunta o que houve para isso acontecer. Ajude o mercador a entender o que houve.

Quanto cada irmão espera receber pela venda dos abacaxis? Qual o valor arrecadado pelo mercador?

O que provocou essa diferença de valores dos irmãos para o do mercador?

Existiria uma forma deste mercador vender esses abacaxis sem alterar o valor final pedido pelos irmãos?

Considerando que o mercador vendeu 5 abacaxis por 2 reais, quanto cada irmão deve receber da quantia que ele arrecadou?

Num primeiro contato com a situação-problema, os alunos tiveram um pouco de dificuldades na interpretação e demoraram um pouco para iniciar os cálculos. Após tirarem suas dúvidas, os alunos conseguiram prosseguir com a tarefa sem maiores problemas. Destacamos mais uma vez a iniciativa dos licenciandos em acompanhar os grupos, esclarecendo, questionando e dialogando com eles sobre suas dúvidas e dificuldades de interpretação.

Após os alunos resolverem a situação-problema, os licenciandos pediram que os mesmos fossem a lousa e demonstrassem como chegaram a suas respostas. Essa metodologia agradou a turma, pois a mesma era bem participativa.

Um ponto interessante nessa oficina foi que em nenhum momento os licenciandos induziram ou mencionaram conceitos ou regras que remetiam ao raciocínio proporcional. Os conceitos de razão e proporção apareceram de maneira natural e só foram trazidos ao final da aula.

Ao final, os licenciandos avaliaram como positiva, e, discutiram sobre a importância da revisão ortográfica de uma tarefa proposta para os alunos, e como é importante fazer a adaptação de um material para atender a demanda de determinada turma.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que apresentamos neste livro, não consiste numa proposta de um curso para ser seguido à risca, haja vista que as peculiaridades e objetivos de cada formação se diferenciam.

Após nossa experiência com a pesquisa realizada, podemos afirmar que proporcionar aos licenciandos participarem de cursos e momentos extraclasse, favorece a formação inicial.

Destacamos que o curso proporcionou aos licenciandos vários momentos de discussão, e que os mesmos contribuíram de forma significativa para a apropriação da docência.

Almejamos que esta proposta possa auxiliar o trabalho docente e conseqüentemente colaborar com a formação de professores.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 8, p 1-8, 1986.

BEN-CHAIM, D.; ILANY, B.; KERET, Y. “Atividades Investigativas Autênticas” para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. Tradução de Antônio Vicente M. Garnica. In: **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, p. 125 a 159. 2008.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 9 ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

COSTA, S. O raciocínio proporcional dos alunos do 2o ciclo do ensino básico. **Dissertação** (Mestrado). Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2007.

CYRINO, M. C. C. T.; GARCIA, T. M. R.; OLIVEIRA, L. M. P. de. **Formação de professores em comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional**. Londrina: UEL, 2014.

FLORIANI, Edson Francisco. Resolução de Problemas de Proporcionalidade: um Estudo com Alunos do Ensino Fundamental e Médio. **Dissertação** (Mestrado em Educação). Universidade do Vale do Itajaí/UNIVALI, 2004.

GASPARIN, João Luiz. **Uma didática para a pedagogia histórico-crítica**. Campinas: Autores Associados, 2007.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. In: J. Hiebert & M. Behr (Eds.). *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston: **VA Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics**, 1988, p. 93-118. Tradução de Ana Isabel Silvestre, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes e Revisão da tradução, Fátima Álvares, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática como campo investigativo e disciplinar e seu lugar na formação de professores**. São Paulo: Papirus, 2013.

MIRANDA, E. C. N. Discussões e ações envolvendo raciocínio proporcional: reflexões sobre aprendizagens da docência de licenciandos em um curso de formação. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Educação, Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo/Ifes, 2017.

MORETTI, V. D. Professores de Matemática em Atividade de Ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Tese** (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2007.

MORETTI, V. D; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A formação docente na perspectiva histórico-cultural: em busca da superação da competência individual. **Psicologia Política**, v. 10, n. 20, p. 345-361, 2010.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O Educador Matemático na Coletividade de Formação: Uma Experiência com a Escola Pública**. Tese (Livre Docência em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **Matemática na infância**. In: EDIÇÕES GAILIVRO (Org.). Educação matemática na infância. Abordagens e desafios. Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007. p. 39-64.

NUNES, Terezinha. **Entrevista: é hora de ensinar proporção**. Disponível em:
<http://acervo.novaescola.org.br/matematica/fundamentos/hora-ensinar-proporcao-fala-mestre-terezinha-nunes-428131.shtml>. Acesso em: 31/07/2016.

OLIVEIRA, Laís Maria Costa Pires de. Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, 2014.

POST, T., BEHR, M., LESH, R. **A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções préálgebra**. In: COXFORD, A., SHULTE, A. As idéias da álgebra. Tradução de Hygino H. Domingues. 4. ed. São Paulo: Atual, 1995.

RUIZ, A.R; CARVALHO, A.M.P. O Conceito de Proporcionalidade. **Revista da Faculdade de Educação**, São Paulo, v. 16, n. 1-2, p. 87-131, jul. 1990.

SANTOS, José Wilson dos. Os Currículos de um Curso de Licenciatura em Matemática: um Estudo de Caso

Sobre as Mudanças Ocorridas no Período de 2000 a 2010. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Mato Grosso do Sul /UFMS, 2011.

SAVIANI, Demerval. **Os saberes implicados na formação do educador**. In: BICUDO, Maria Aparecida; SILVA JUNIOR, Celestino Alves (Orgs.). Formação do educador: dever do Estado, tarefa da Universidade. São Paulo: Unesp, 1996.

SBEM. **Subsídios para a Discussão de Propostas para os Cursos de licenciatura em Matemática: Uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, 2003,43f. Disponível em: http://www.academia.edu/4256113/SUBS%C3%8DDIOS_PARA_A_DISCUSS%C3%83O_DE_PROPOSTAS_PARA_OS_CURSOS_DE_LICENCIATURA Acesso em 12/02/2017.

SPINILLO, A. G. Raciocínio Proporcional em crianças: considerações acerca de alternativas educacionais. In: **Proposições**, São Paulo, v.5, n.13, p.109-113, 1994.

VAN DE WALLE, J. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre (RS): ARTMED, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.



EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – CAMPUS VITÓRIA

Agência Brasileira do ISBN



9

788582

632536

ISBN: 978-85-8263-253-6