

**MARIA EDWIRGEM RIBEIRO DA SILVA
ALEX JORDANE DE OLIVEIRA
RONY CLAUDIO DE OLIVEIRA FREITAS**

**TECNOLOGIAS
DIGITAIS:
EXPERIÊNCIAS NA
FORMAÇÃO INICIAL COM
LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA**



**Vitória
2016**



INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**
**MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

**MARIA EDWIRGEM RIBEIRO DA SILVA
ALEX JORDANE DE OLIVEIRA
RONY CLAUDIO DE OLIVEIRA FREITAS**

**TECNOLOGIAS DIGITAIS:
EXPERIÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL COM LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA**

Grupo de Estudo e Pesquisa em Recursos Didáticos de Matemática



**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória
2016**

Copyright @ 2016 by Instituto Federal do Espírito Santo.
Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto nº. 1.825, de 20 de dezembro de 1907. O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Observação:
Material didático público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

S586t Silva, Maria Edwirgem Ribeiro da.

Tecnologias digitais : experiências na formação inicial com licenciados em matemática / Maria Edwirgem Ribeiro da Silva, Alex Jordane de Oliveira, Rony Cláudio de Oliveira Freitas. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2016.

42 p. : il.

ISBN: 978-85-8263-170-6

1. Professores – Formação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Tecnologia educacional. 4. Professores de matemática. I. Oliveira, Alex Jordane de. II. Freitas, Rony Cláudio de Oliveira. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título

CDD: 370.71

REALIZAÇÃO



INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo



PROGRAMA
EDUCIMAT



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**
**MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

**MARIA EDWIRGEM RIBEIRO DA SILVA
ALEX JORDANE DE OLIVEIRA
RONY CLAUDIO DE OLIVEIRA FREITAS**

**TECNOLOGIAS DIGITAIS:
EXPERIÊNCIAS NA FORMAÇÃO INICIAL COM LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA**

**Vitória
2016**

Editora do IFES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

**Programa de Pós-Graduação em
Educação em Ciências e Matemática**
Rua Barão de Mauá, 30, Bairro Jucutuquara
Vitória – Espírito Santo, CEP 29040-860
Telefone: +55(27) 3222-2613
E-mail: educimat@ifes.edu.br

Comissão Científica

Alex Jordane de Oliveira
Rony Claudio de Oliveira Freitas
Sandra Aparecida Fraga da Silva
Danielli Veiga Carneiro Sondermann
Alexandre Krüger Zocolotti

Coordenador Editorial

Alex Jordane de Oliveira
Sidnei Quezada Meireles Leite
Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

Revisão

Maria Edwirgem Ribeiro da Silva
Rita Lelia Guimarães Granha
Alex Jordane de Oliveira

Capa e Editoração Eletrônica

Maria Edwirgem Ribeiro da Silva

Produção e Divulgação

Programa Educimat, IFES





INSTITUTO FEDERAL
Espírito Santo

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

DENIO REBELLO ARANTES
Reitor

MÁRCIO ALMEIDA CÓ
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

RENATO TANNURE ROTTA DE ALMEIDA
Pró-Reitor de Extensão

ARACELI VERÓNICA FLORES NARDY RIBEIRO
Pró-Reitora de Ensino

LEZI JOSÉ FERREIRA
Pró-Reitor de Administração

ADEMAR MANOEL STANGE
Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional

IFES - VITÓRIA

RICARDO PAIVA
Diretor Geral

MÁRCIA REGINA PEREIRA LIMA
Diretora de Pesquisa e Pós-Graduação

HUDSON LUIZ COGO
Diretor de Ensino

SERGIO CARLOS ZAVARIS
Diretor de Extensão

ROSENI DA COSTA SILVA PRATTI
Diretora de Administração

UM POUCO SOBRE OS AUTORES...



Maria Edwirgem Ribeiro da Silva possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes - 1999), Especialização em Tecnologias em Educação pela Pontifícia Universidade Católica – Rio de Janeiro (PUC-Rio - 2010), Mestrado em Educação em Ciências e Matemática (IFES - 2016). Participa do Grupo de Estudos e Pesquisas em Recursos Didáticos de Matemática - ReDiMa. Desde 2007 possui vínculo estatutário na Secretaria Municipal de Educação (SEME) de Cariacica atuando como professora de Matemática, mediadora de Informática e técnica pedagógica na SEME. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino de Matemática, Assessoramento Pedagógico, Avaliação Externa, Estatística, Formação de Professores/as de Matemática e Tecnologias Digitais na Educação.



Alex Jordane de Oliveira possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG (2000), mestrado em Educação também pela UFMG (2007) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo no Ensino Médio Técnico, na Educação de Jovens e Adultos, na Licenciatura em Matemática e em cursos de Pós-Graduação em PROEJA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - GEPEM-ES. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente com os temas: Educação Matemática, Currículo Integrado, Educação Profissional, EJA, Trabalho Colaborativo e Formação de Professores. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat.



Rony Claudio de Oliveira Freitas possui doutorado em Educação (2010) e mestrado em Informática (2004), ambos pela Universidade Federal do Espírito Santo, com pesquisas na área da Educação Matemática. Atualmente é professor no Instituto Federal do Espírito Santo no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática e na Licenciatura em Matemática. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - GEPEM-ES, suas pesquisas e trabalhos envolvem Recursos Didáticos de Matemática, Mídias Diversas e Práticas Pedagógicas de Professores que Ensina Matemática na Educação Básica, na Educação de Jovens e Adultos e na Educação a Distância. Professor permanente do Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, à minha família, aos amigos e aos orientadores por mais esta conquista em minha vida.

"[...] Bom mesmo é ir à luta com determinação,
abraçar a vida com paixão,
perder com classe
e vencer com ousadia,
porque o mundo pertence a quem se atreve e
a vida é muito para ser insignificante".

Vida - Augusto Branco

SUMÁRIO

1	EM TEMPOS DE TECNOLOGIAS DIGITAIS	11
2	OLHARES DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE O USO DE TD EM SALA DE AULA	13
2.1	UMA EXPERIMENTAÇÃO COM TECNOLOGIAS DIGITAIS	16
2.2	APRESENTAÇÃO DOS APLICATIVOS UTILIZADOS NA PESQUISA E UMA BREVE DISCUSSÃO DE TAREFAS.....	19
2.2.1	<i>App Broken calculator</i>	19
2.2.2	<i>App Equações de segundo grau</i>	25
3	PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM USO DE TD.....	29
3.1	UMA PROPOSTA PARA ESTUDANTES DE ENSINO FUNDAMENTAL.....	29
3.2	UMA PROPOSTA PARA ESTUDANTES DE ENSINO MÉDIO	34
4	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	39
	REFERÊNCIAS	41

APRESENTAÇÃO

Este produto educativo foi construído com o intuito de socializar experiências vivenciadas na pesquisa de mestrado “Apropriação do uso de tecnologias digitais na realização de uma prática pedagógica: um olhar sobre a formação inicial do professor de Matemática”. O objetivo foi analisar como futuros professores planejam tarefas matemáticas utilizando aplicativos em dispositivos móveis, quando inseridos em uma disciplina de Informática na Educação Matemática.

No texto dialogamos sobre o uso de Tecnologias Digitais (TD) na Educação e na Formação Inicial de Professores de Matemática, baseados em referenciais como Bairral (2012, 2013, 2015), Moran (2013), Borba, Silva e Gadánidis (2014), Fiorentini (2005), Ball, Thames e Phelps (2008), Shulman (1986), Cibotto (2015), Mussolini (2004) e Carneiro (2008), entre outros.

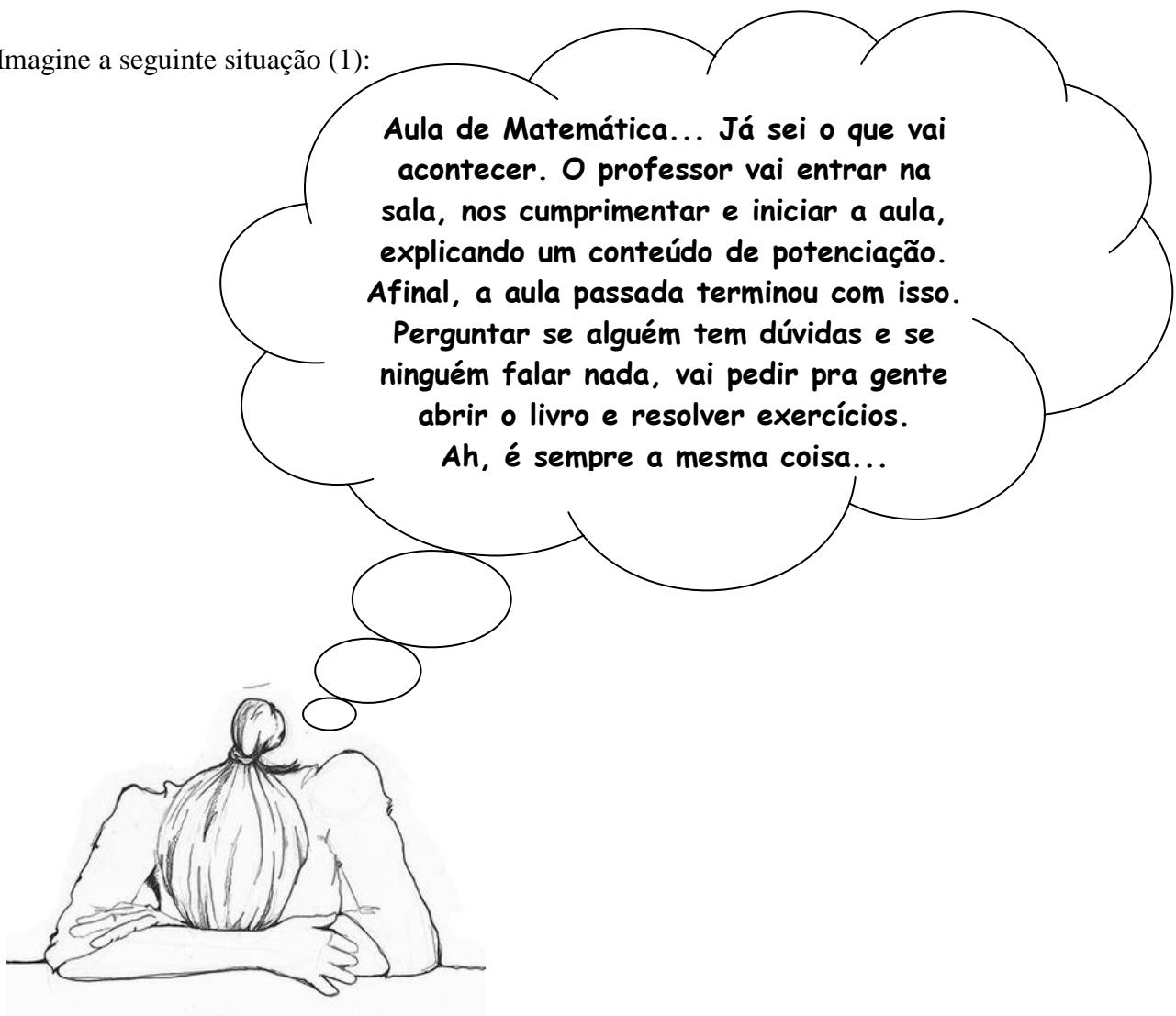
Trouxemos recortes de nossa pesquisa de mestrado, nos quais constam discussões sobre o uso de tecnologias digitais na Educação, realizadas em sala de aula com estudantes de uma turma de 2º período de Licenciatura em Matemática do Ifes. Apresentamos também atividades matemáticas que possibilitam o uso de Tecnologias Digitais como *tablets*, *smartphones*, *notebooks* ou computadores, que poderão contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na educação básica. Validamos este produto educativo na própria disciplina com os pares e especialistas. Este material foi incorporado ao setor público, uma vez que a pesquisa foi realizada em um curso superior de licenciatura em Matemática de uma instituição federal de ensino.

Atenciosamente,

Edwirgem Ribeiro
edwirgemribeiro@gmail.com
novembro/2016

1 EM TEMPOS DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Imagine a seguinte situação (1):



Fonte: Internet¹

Hoje, vivemos em uma época em que as tecnologias digitais se tornaram indispensáveis no cotidiano de nossos alunos. Assim, será que no cenário acima o professor de Matemática conseguirá estimular seus aprendizes a construírem conhecimentos a respeito de potenciação? Infelizmente, essa realidade ainda é vivenciada por muitos professores e estudantes em qualquer nível de escolaridade, pois Bairral (2012a, p. 15-16, grifo nosso) aponta que:

Nosso sistema de ensino ainda tem sido pautado na fala do professor e na mídia escrita: o livro didático. Em alguns casos vemos o uso de recursos hipermídias e, muito timidamente, o uso de vídeos, DVD, calculadoras, softwares e das ferramentas da internet. **Atualmente lidamos com alunos que têm em sua vida diária a prática da comunicação instantânea. Muitos, inclusive, possuem suas páginas pessoais e usam constantemente diferentes mídias e**

¹ <http://favim.com/orig/201104/21/Favim.com-21331.jpg>. Acesso em: 28 out. 2016.

aparatos informáticos. Atualmente, a garotada não manuseia apenas controles remotos. Ela envia mensagens, cria códigos variados, busca, baixa, clica, arrasta, maximiza, minimiza, etc. No entanto, a escola não tem conseguido dar conta desta gama de ações e interesses dos estudantes, sejam eles com maior ou menos familiaridade e acesso às TIC.

O processo educativo hoje não é mais semelhante ao de anos atrás, quando éramos estudantes. Com o advento da internet, os estudantes têm acesso a muitas informações, porém transformá-las em conhecimentos e, em particular em conhecimentos matemáticos, é uma tarefa que caberá ao professor e ocorrerá com sua mediação.

Devemos levar em consideração que na Educação existem vários elementos que compõem tal processo e, para isso, é necessário que professores tenham formação adequada para utilizar tecnologias digitais, inserindo-as em suas práticas escolares, de modo que sejam motivadoras tanto para os estudantes quanto para os próprios professores.

Assim, como o uso de Tecnologias Digitais Móveis (TDM), como *tablet*, *notebooks*, *smartphones*, ainda está focado na questão de divertimento por muitas pessoas, inclusive estudantes e professores, optamos por um viés direcionado para explorá-las com finalidade didático-pedagógica.

Essa nova dinâmica requerida pelas aulas demanda posturas diferenciadas de professores perante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Assim como diversificadas metodologias e intervenções pedagógicas auxiliam no referido processo, entendemos que o uso de TD em atividades matemáticas também pode contribuir.

Como dito anteriormente, essas reflexões foram produzidas em nossa dissertação de mestrado, na qual realizamos uma pesquisa em uma sala de aula da Formação Inicial de Professores de Matemática inseridos em uma disciplina de Informática na Educação Matemática, pois tínhamos condições favoráveis para investigar o uso dessas tecnologias. Nesse processo, observamos, entre diversos aspectos, como os futuros professores planejaram atividades matemáticas utilizando aplicativos em *tablets*. Apresentamos, a seguir, algumas dessas experiências vivenciadas nessa sala de aula.

2 OLHARES DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE O USO DE TD EM SALA DE AULA



Fonte: Internet²

Realizamos uma discussão sobre o planejamento de atividades matemáticas mediadas pelo uso de tecnologias digitais, bem como outros elementos que são pertinentes ao processo educativo. Será apresentado ao leitor o modo como licenciandos em Matemática se apropriaram do uso de *apps* em *tablets* na referida atividade, em sala de aula da Formação Inicial de Professores de Matemática.

Na primeira atividade, o professor regente iniciou a disciplina de Informática na Educação Matemática com a realização de uma dinâmica chamada “*Júri simulado*”, dividida em dois momentos. No primeiro, os licenciandos assistiram a dois vídeos de curta metragem³: um que defendia, e outro que repudiava o uso de computadores na escola. No segundo, a turma foi dividida em dois grupos: um vídeo para defender e o outro para acusar o uso de tecnologias na Educação. Essa dinâmica foi planejada com objetivo de discutir o uso de tecnologias digitais em sala de aula e com isso exercitar o posicionamento e o senso crítico de licenciandos sobre a referida temática.

Assim, tivemos a possibilidade de conhecer as ideias iniciais desses licenciandos sobre o uso de tecnologias digitais como elementos participantes do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. O foco dessa discussão foi a dicotomia entre o uso (in)apropriado dessas tecnologias na Educação, na qual foram apontada(s):

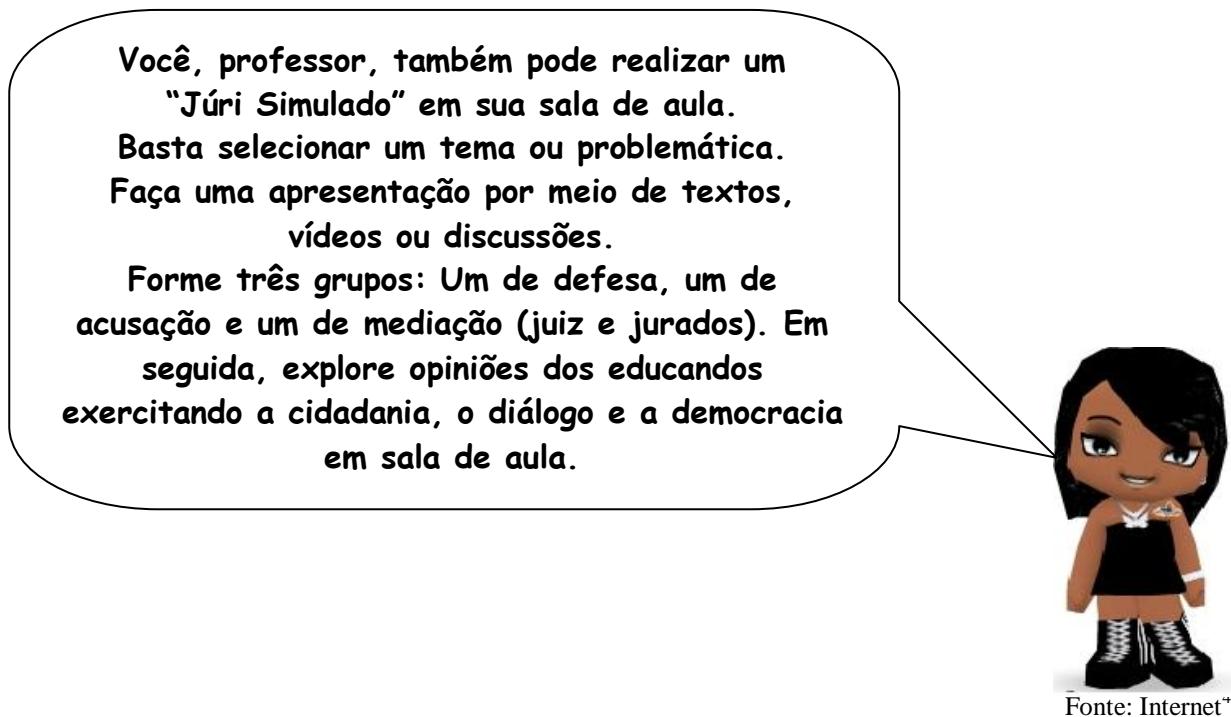
² <http://www.psdgraphics.com/templates/desktop-computer-laptop-tablet-and-smartphone-psd>. Acesso em: 15 set. 2016.

³ Disponibilizados para os licenciandos no Moodle. As formas do saber (1/4) – Pierre Levy. <https://www.youtube.com/watch?v=WlmSTUMx9ws>. (Pierre Levy: Filósofo francês que defende a Cultura Virtual Contemporânea e nesse vídeo defende o uso de tecnologias, cybercultura etc. E uma entrevista com Waldemar Setzer para o programa Roda Viva.

<https://www.youtube.com/watch?v=MEC0YsxzV3s>. Ambos acessados em 12/08/2015. (Waldemar Setzer: Doutor em Matemática Aplicada e Prof. Titular no Depto. de Ciência da Computação do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP) que defende nesse vídeo o não uso de tecnologias devido ao excesso de exposição delas a que as crianças estão sujeitas). Acesso em : 10 set. 2015.

- As tecnologias como recursos que facilitam a vida e automatizam uma tarefa.
- A questão da criatividade e da autonomia, pois segundo alguns licenciandos, o estudante precisa ter outras fontes de aprendizagens e não somente o professor em sala de aula, a explicar conteúdos.
- A questão do acesso às tecnologias como um meio de obtenção de informações, que podem ou não ser transformadas em conhecimentos pelos estudantes de educação básica. Salientamos que esse processo também ocorre no ensino superior, porém, de uma forma pouco mais “consciente” e orientada, uma vez que nesse espaço estão se habilitando futuros professores de Matemática.
- Uso de tecnologias digitais em sala de aula com um fim didático-pedagógico, ou seja, não sendo utilizadas apenas como recursos lúdicos, mas sim como instrumentos que favoreçam a construção de conhecimentos.

Com relação ao último item, intencionávamos assumir a postura de um professor que se distanciou da zona de conforto que envolvia o “somente ensinar” e se aproximou da zona de risco, para o “aprender junto” com estudantes universitários, buscando construir conhecimentos matemáticos perpassados pelo uso de TD.

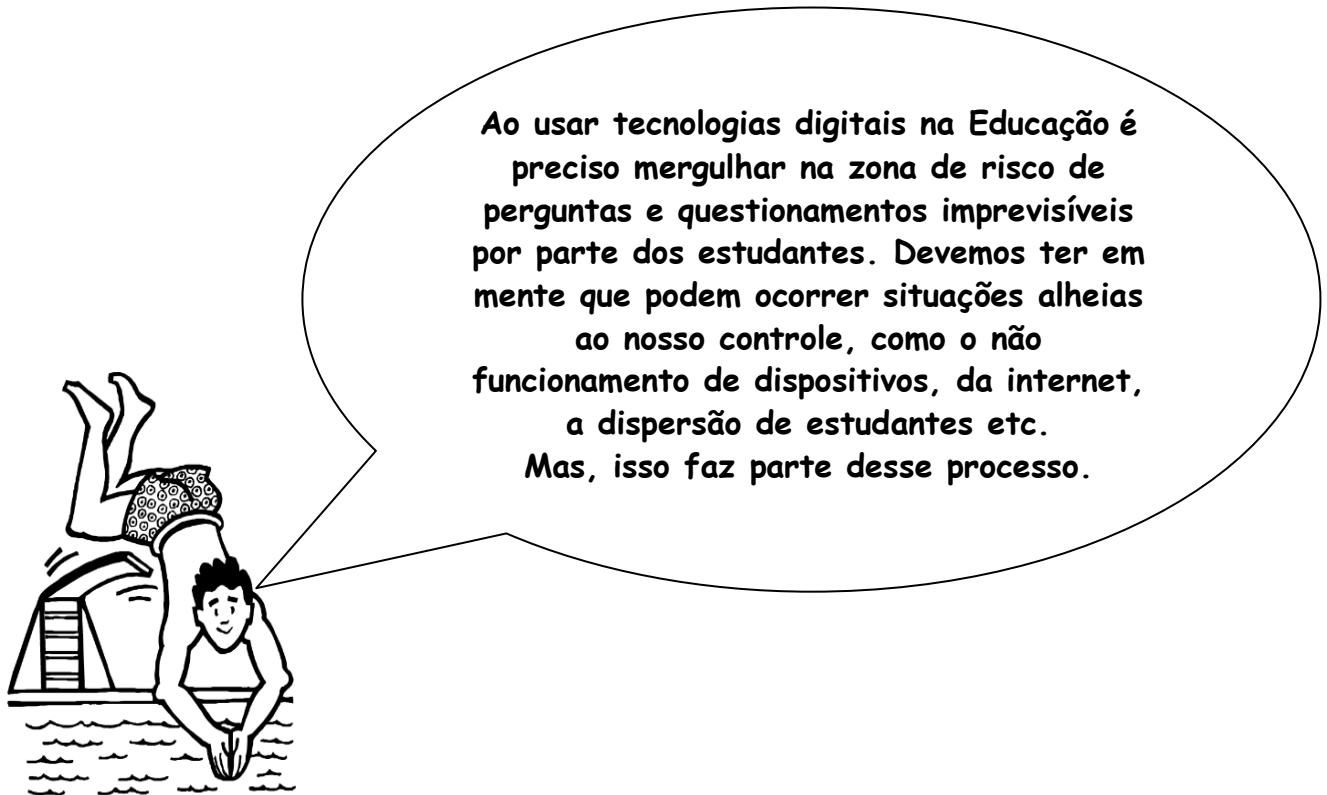


Fonte: Internet⁴

Salientamos ainda que, alguns professores estão inseridos em uma zona de conforto e isso dificulta o uso de tecnologias digitais em sala de aula. Para Borba e Penteado (2012), muitos

⁴ Avatar da pesquisadora criado no extinto Orkut.

professores reconhecem que sua prática educativa, às vezes, pode não contribuir para a aprendizagem de estudantes, manifestando assim, um desejo de mudança. No entanto, acabam permanecendo nessa zona de conforto, reproduzindo as mesmas práticas.



Fonte: Internet⁵

Ressaltamos ainda que, como professores, é fundamental manter o foco de nossa profissão, o ato de ensinar. Isso requer sempre tentar e procurar novas metodologias e maneiras para favorecer a construção de conhecimentos matemáticos. Portanto, frente às experiências não exitosas devemos prosseguir e vivenciar outras situações de ensino. Do contrário, permaneceremos em zonas de conforto que irão dificultar o alcance de nossos objetivos.

O uso didático-pedagógico de tecnologias digitais é uma temática que precisa ser discutida e explorada adequadamente em sala de aula das licenciaturas em Matemática e nos cursos de formação continuada. Infelizmente, apesar das demandas da escola básica, alguns desses cursos ainda habilitam futuros e atuais professores para a docência orientados por um ensino preconizado em conteúdos, em suas práticas pedagógicas (BEHRENS, 2013).

⁵ http://www.1papacaio.com.br/modules/Imprima_pinte/gallery/estacoes_ano/verao/mergulhando_piscina.gif. Acesso em: 20 set. 2016.



Fonte: Internet⁶

No tocante ao uso de tecnologias digitais na Educação Matemática, o cenário atual no Brasil mostra uma sociedade voltada para utilizar aparelhos tecnológicos em seu cotidiano, o que nos faz refletir que a escola não pode ficar de fora dessa realidade (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

Assim, nós, professores de Matemática, somos desafiados a promover mudanças na dinâmica das aulas, a fim de produzir conhecimentos por meio do uso de tecnologias digitais e de metodologias apropriadas, como uma tentativa de modificar a realidade das escolas e dos estudantes (BAIRRAL, 2012a).

2.1 UMA EXPERIMENTAÇÃO COM TECNOLOGIAS DIGITAIS

No ano de 2015, quando realizamos nossa pesquisa, a disciplina de Informática na Educação Matemática do curso de licenciatura em Matemática do Ifes foi organizada por nós e pelo professor regente em cinco módulos, a saber: Júri Simulado; Instrucionismo x Construcionismo; *XLOGO*; Dispositivos Móveis; Geometria Dinâmica.

⁶ <http://escolaportonovo.blogspot.com.br/p/atividades-na-informatica.html>. Acesso em: 20 set. 2016.

Ao mediarmos e conduzirmos ativamente trabalhos com dispositivos móveis em nossos objetos de estudo, observamos experiências que demonstraram a relação de futuros professores com os referidos dispositivos. Assim, percebemos que:

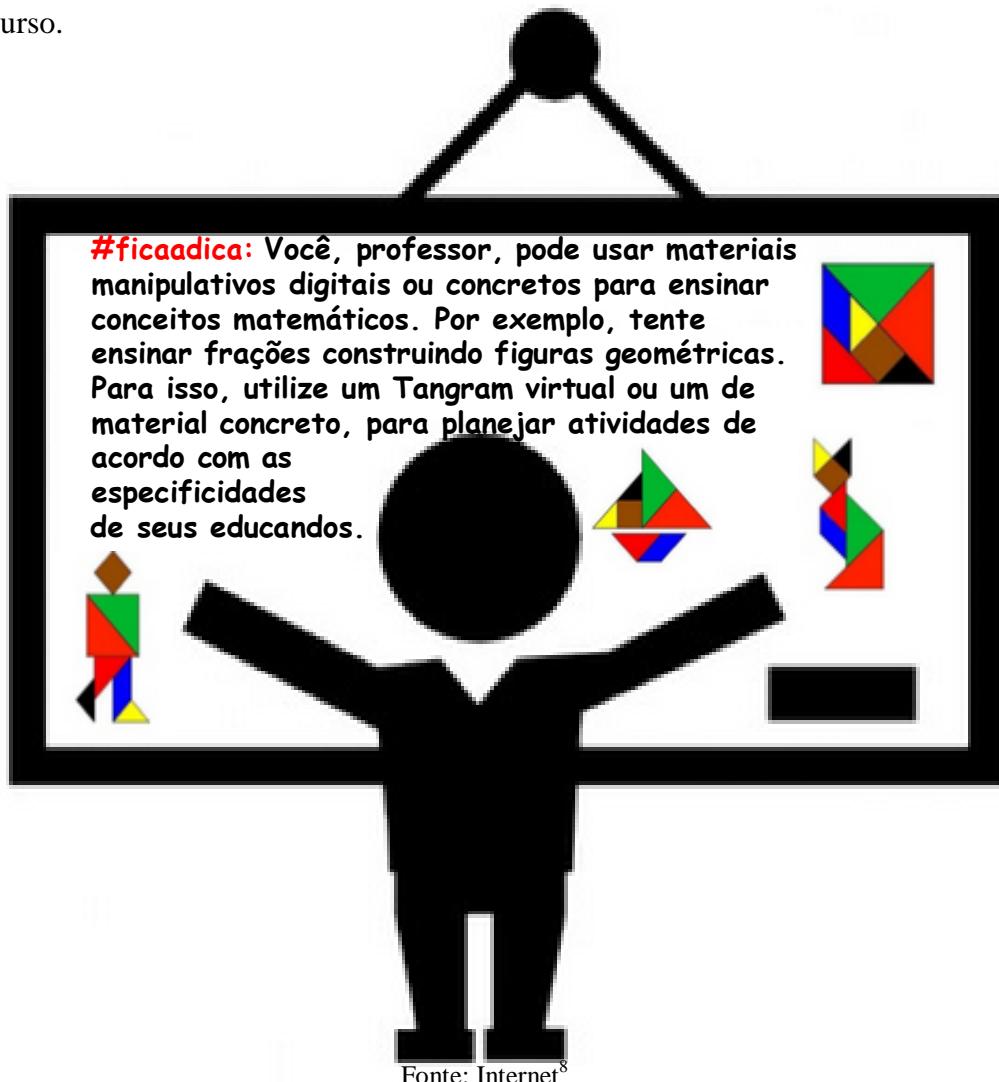
- A exibição de um vídeo⁷, retratando uma professora que acessou uma nova tecnologia e a utilizou somente para automatizar uma tarefa Matemática, gerou uma discussão sobre a necessidade de integrar tecnologia, prática de ensino e conteúdos matemáticos para construir conhecimentos (FROTA; BORGES, 2004).
- Os licenciandos se manifestaram em depoimentos verbais. Com eles, observamos que muitos, apesar de ainda se encontrar no 2º período do curso, já concebem a ideia de inserir as tecnologias em suas futuras práticas escolares.
- A discussão continuou no fórum no ambiente virtual *Moodle*. E, nesse ambiente, observamos uma especificidade: a possibilidade de os estudantes elaborar e embasar melhor seus argumentos, visto que o tempo era flexível. Isso não ocorreu na conversa em sala de aula, pois, nesse espaço físico, os licenciandos se manifestaram por meio de depoimento verbal, o que demandou um tempo menor para reflexão e estruturação de ideias. Esse fato pode ter influenciado alguns licenciandos de forma que não conseguissem se posicionar conforme suas próprias concepções.
- A experiência propiciou aos futuros professores experimentar o caráter visual, tátil e manipulativo dos *tablets* e *smartphones*; elaborar problemas ou exercícios matemáticos para serem aplicados aos estudantes da educação básica, incentivar o debate sobre a temática e exercitar a criatividade, autonomia e um trabalho em grupo dos licenciandos na construção de suas atividades (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).
- A leitura do texto sobre Planejamento, de Pereira, Ponte e Quaresma (2015), disponível no *Moodle*, promoveu uma discussão relevante, uma vez que a turma ainda não havia cursado uma disciplina pedagógica que contemplasse tal instrumento.
- A atividade produziu algumas propostas de planejamentos construídos pelos licenciandos. Estas fomentaram reflexões sobre assuntos pertinentes ao processo educativo, como: a produção do enunciado ou hipótese de um problema; a formulação de uma situação-problema; o planejamento de uma atividade visando o ensino de Matemática; a contextualização e aproximação de conteúdos matemáticos à realidade de estudantes da educação básica; a questão de generalização ou homogeneização de ideias e opiniões sobre conhecimentos matemáticos, sociais, culturais, entre outros, realizada pelo professor etc.
- Os licenciandos necessitam vivenciar experiências docentes ainda na sala de aula da formação inicial. Nesse local é permitido cometer erros, dialogar com seus pares e professores, compartilhar práticas educativas e situações de ensino, a fim de que, quando iniciarem suas carreiras docentes, não precise se deparar com situações

⁷ Tecnologia X Metodologia, com duração de aproximadamente 3min e, disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=mKbEbKQZVQU>. Acesso em 18 ago. 2015.

inusitadas que perpassam o cotidiano escolar, e sobre as quais não tenham nenhuma experiência ou conhecimento (CARNEIRO, 2008).

Diante disso, entendemos que as salas de licenciaturas em Matemática, núcleos da formação de futuros professores são locais propícios para iniciar reflexões sobre essas e outras questões pertinentes ao cotidiano escolar relacionadas à formação pessoal e profissional desses sujeitos.

Após realizar atividades envolvendo dispositivos móveis, e com aproximadamente quatro meses de aulas, nos quais discutimos o uso de tecnologias digitais na Educação por meio de aulas presenciais e à distância, dinâmicas distintas (roda de conversa, apresentação e socialização de trabalhos) etc, percebemos que alguns licenciandos já apresentavam concepções diferenciadas referentes ao uso de TD em sala de aula, em relação àquelas no início do curso.



⁸ http://br.freepik.com/icones-gratis/ensino-o-professor-em-um-quadro-negro-em-formas-brancas-dentro-de-um-quadrado-preto-arredondou_740565.htm e <http://pt.vectorhq.com/vector/kids-sticks-45250>.

2.2 APRESENTAÇÃO DOS APLICATIVOS UTILIZADOS NA PESQUISA E UMA BREVE DISCUSSÃO DE TAREFAS

Um dos aplicativos utilizados pelos licenciandos em nosso trabalho foi o *Broken calculator* (Figura 1). A escolha desse aplicativo (*app*), primeiro, foi porque pode ser utilizado *off-line*, ou seja, sem necessidade da internet. Segundo, porque em diversas leituras encontramos muitas referências a estudos que usam *softwares* e aplicativos na exploração de conteúdos de geometria. Com isso, objetivamos que tal *app* propiciasse a exploração de conteúdos e conceitos de álgebra e aritmética, oportunizando a construção de conhecimentos matemáticos, caso seja bem explorado pelo professor e por seus aprendizes.

2.2.1 App *Broken calculator*

A seguir, informações sobre o aplicativo.

Figura 1– Interfaces do *app* para *tablet e smartphones* (a) e a versão da internet para computador (b)



Fonte: Internet⁹

Como o *app* *Broken calculator* já fazia parte de nossas experiências docentes com estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e do Ensino Fundamental (EF), optamos por utilizá-lo. Este *app* pode ser utilizado sob perspectiva de jogo educativo e também trabalhar conceitos de aritmética, raciocínio lógico, entre outras propostas. A seguir, vamos mostrar uma possibilidade de jogo, com o objetivo de determinar um número ou resolver um problema matemático, “quebrando” algumas teclas numéricas e/ou com operações, em um

⁹ <https://play.google.com/store/apps/details?id=net.wzmn.games.brokencalc>. E <https://www.mathsisfun.com/games/broken-calculator.html>. Acesso em: 25 ago. 2015.

determinado tempo e movimento mínimo de etapas (Figura 2). Nesse *app*¹⁰ podemos escolher o tipo de operação para trabalhar, bem como o nível de dificuldade e as teclas que quiser desativar (quebrar), dependendo do objetivo a ser alcançado com os estudantes nos respectivos anos de escolaridade.

Figura 2 - Utilizando o app como um jogo



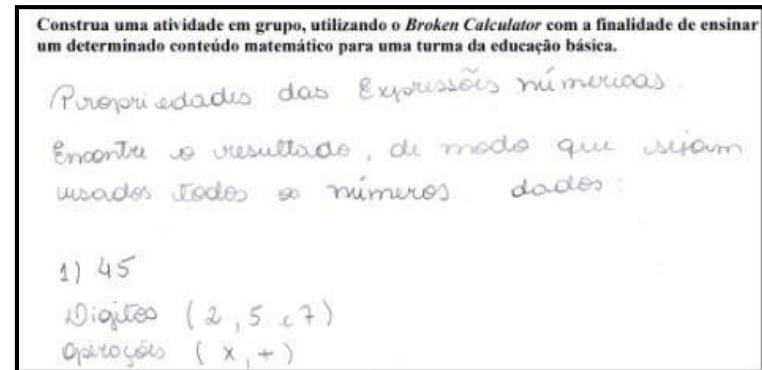
Fonte: Arquivo da pesquisadora (2016)

Qualquer material manipulativo concreto ou tecnológico precisa ser explorado adequadamente. Como calculadora quebrada, o *app* tem usos interessantes que podem ser explorados por professores que ensinam Matemática nos diversos anos de escolaridade, respeitando-se as devidas especificidades e complexidades de cada ano. Assim, procuramos propiciar aos futuros professores possibilidades de realizar tarefas sob uma perspectiva que favorecesse “[...] um trabalho de experimentação e investigação, descoberta de regularidades e generalização de situações, que são os elementos caracterizadores do pensamento algébrico” (LORENTE, 2007, p. 6).

Para isso, explorou-se a função “Create”, que permitiu a cada grupo criar suas próprias questões Matemáticas de acordo com o público-alvo e os conceitos que desejava explorar. Para exemplificar, apresentamos os dados de uma tarefa construída por um grupo, denominada 1 (Figura 3).

¹⁰ Na internet há algumas versões gratuitas disponíveis do *Broken calculator* (Calculadora Quebrada) (*FreeTrial*) e a versão completa (*Full Trial*), que é paga. Há também uma versão para uso em computadores.

Figura 3 - Grupo 1 - Atividade envolvendo soma e multiplicação de números naturais



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2015)

O Grupo 1 planejou uma atividade para uma turma de 6º ano, considerando que o professor de Matemática iria revisar algumas operações aritméticas e explorar as propriedades associativa e comutativa para calcular um determinado valor (45). Utilizou as teclas numéricas (2, 5, 7) e as operações de soma (+) e multiplicação (x), conforme Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Sugestão de atividade do grupo 1

Tarefa	Legenda das imagens	Tarefa	Legenda das imagens
1. 	Criando o produto 45.	6. 	O resultado do primeiro produto foi guardado na memória (⁺ M)
2. 	Quebrando as teclas.	7. 	Partiu-se para calcular a outra parcela 2×5
3. 	Apenas as teclas 2, 5, 7, e as operações de + e x poderão ser usadas.	8. 	Resultado 10
4. 	Primeiro produto 7×5	9. 	Então, foi realizada a soma de 10 mais (+) o valor que constava na memória (⁺ M)
5. 	Resultado 35	10. 	Obteve-se como resultado final o valor 45. Todas as etapas realizadas são mostradas pelo aplicativo na página final (Well Done!). Assim como a quantidade movimento realizadas para resolver a questão.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2016)

O desafio proposto no Quadro 1 foi calcular o valor 45 utilizando apenas as teclas: 2, 5, 7, + e x.



Uma sugestão para resolver o desafio foi a apresentada anteriormente, que realizou 4 movimentos em um tempo mínimo. Mas, esta é apenas uma das formas de se resolver. Existem outras que poderiam ser discutidas e exploradas em uma sala de aula de uma turma de 6º ano, por exemplo. Ao final, a atividade deve ser sistematizada pelo professor e registrada pelos estudantes no caderno de registro ou folha de atividades.

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2016)

Como sugestão para sala de aula, o professor poderia sistematizar as operações sob a forma de uma expressão numérica representada por: (a) $[(5 \times 7) + (5 \times 2)] = [35 + 10] = 45$, pensamento utilizado para resolver a questão com o *Broken calculator*, destacando a ideia de que a memória + fez o papel dos parênteses. A proposta do grupo 1 foi que estudantes utilizassem todas as teclas para resolver a questão e isso foi respeitado na resolução (Quadro 1).

Baseado na expressão (a), o professor poderia explorar, por exemplo, a propriedade distributiva, partindo do pressuposto que: (b) $45 = [5 \times 9] = [5 \times (7 + 2)] = [(5 \times 7) + (5 \times 2)] = 35 + 10 = 45$. Salientamos que a tecla “9” está quebrada na calculadora, portanto, usar-se-ia a forma (a) ou outras formas que tivessem sido pensadas por estudantes de educação básica. Nesse cenário, o professor poderia explorar conceitos de operações fundamentais, propriedades da soma e da multiplicação, expressões numéricas etc.

Nessa perspectiva, usar esse *app* na atividade possibilitou que futuros professores experimentassem o uso de *tablet* como um recurso didático (Figura 4) e também para explorar ferramentas tecnológicas como uma oportunidade para o próprio aprendizado (BAIRRAL, 2012a). Além disso, a calculadora oportunizou ao professor dedicar mais tempo à exploração de distintos conceitos e conteúdos matemáticos em uma única questão, em sala de aula.

Figura 4 - Licencianda explorando o *app Broken calculator* como uma calculadora



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2015)

Ao final da atividade, o Grupo 1 apontou que o uso do *Broken calculator* no *tablet* foi:

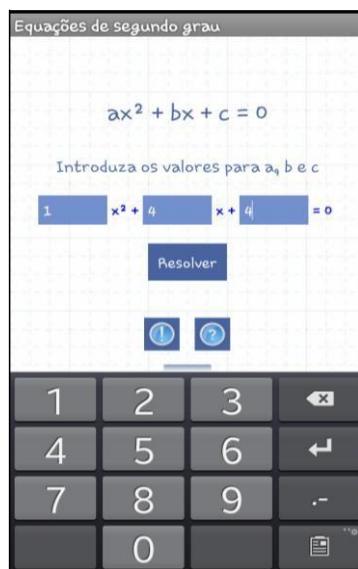
- Interessante e desafiador.
- Uma novidade porque não conheciam o aplicativo e tinham pouco contato com ele.
- Capaz de despertar um interesse em cálculos matemáticos não somente em futuros professores, mas também em pessoas leigas nesse assunto.
- De fácil manuseio, tanto o *tablet* pelo uso dos dedos e do aplicativo, pois, mesmo estando em língua inglesa e pela interação com o usuário, mostra a solução. Além disso, possibilita elaborar questões Matemáticas utilizando operações e números selecionados de forma a exercitar o raciocínio lógico, os cálculos mentais, o que pode proporcionar soluções diferenciadas para uma mesma questão.

Diante disso, observamos que a proposta, mesmo sendo simples, foi interessante e despertou nos licenciandos o interesse em descobrir distintas maneiras de utilizar aplicativos em um dispositivo móvel para realizar uma atividade Matemática. Esse processo foi instigante para esses adultos e poderá ser também para adolescentes e jovens, dependendo da forma de o professor utilizar as TD com seus educandos.

2.2.2 App Equações de segundo grau

O outro aplicativo utilizado com esses futuros professores foi o “Equações de segundo grau¹¹”, encontrado somente na versão para *tablet* e *smartphone* com sistema *Android*. Este aplicativo representa gráficos de equações de 2º grau quando o usuário insere números inteiros para assumir os valores dos coeficientes A, B e C de uma equação (Figura 5). De uso simples, o *app* traça o gráfico, o vértice e o ponto de intercessão com o eixo das Ordenadas (Y), apresenta as raízes (reais e complexas). A partir dessa etapa, cabe ao professor realizar as intervenções necessárias para alcançar os objetivos de ensino com seus aprendizes.

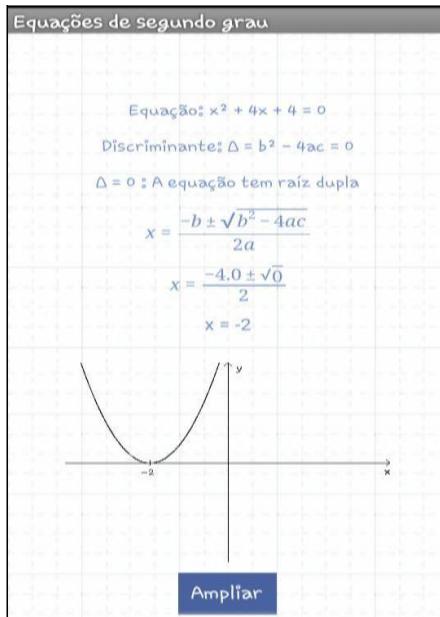
Figura 5 - Tela inicial do *app* Equações de segundo grau



Fonte: Arquivo da pesquisadora (2016)

Ao usar aplicativos, o professor precisa definir muito bem quais são os objetivos a serem alcançados com essas tarefas matemáticas. Pois, dependendo da maneira de explorar o aplicativo, ele pode apenas provocar uma automatização da tarefa, uma vez que, ao inserir valores para os coeficientes A, B e C de uma equação, o gráfico é construído automaticamente (Figura 6).

¹¹ <http://www.Androidpit.com.br/app/me.cmmmps.MathQuadraticEquations>.

Figura 6 - Gráfico da equação $x^2 + 4x + 4 = 0$ 

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2016)

Dessa forma, talvez esse uso não possibilite realizar reflexões e obter conhecimentos matemáticos. O professor de Matemática que deseja utilizar tecnologias em suas aulas precisa estar atento a esse fato, pois para Bairral (2012a, p. 93),

Toda atividade humana é mediada por alguma tecnologia. Sabemos que a tecnologia por si só não muda a natureza da escola, tampouco, da formação profissional. É preciso que os docentes tenham vontade própria e desenvolvam conhecimento crítico para incorporá-las em seu cotidiano. Desta forma, entender a atividade construída nos contextos (físico e social) deve ser uma função do professor de modo que o mesmo possa estar propondo diferentes situações de aprendizagem para enriquecer a construção conceitual.

Com o Equações de segundo grau, um aspecto interessante foi a relação entre álgebra e geometria (geometria analítica), visto que esse *app* mostra o gráfico de uma função quadrática. É evidente que essa relação deverá ser explorada de acordo com o nível de escolaridade dos estudantes e também das habilidades e conhecimentos do próprio professor.

Outro grupo de licenciandos, que denominamos Grupo 2, propôs a seguinte tarefa (Figura 7) para ser realizada com esse *app*.

Figura 7 - Tarefa com *app* Equações de segundo grau proposta pelo Grupo 2

DESENVOLVIMENTO DA AULA - CONTEÚDOS	
1 – Introdução	
1.1 – A história das funções de segundo grau	
1.2 – Aplicações das funções de segundo grau	
1.2.1 – Identificar funções crescentes e decrescentes	
1.2.2 – Identificar a concavidade da parábola	
1.2.3 – Identificar a o (x,y) vértice	
1.2.4 – Identificar o máximo e mínimo da função	
1.2.5 – Relacionar os parâmetros a, b e c da função com os itens 1.2.1 à 1.2.5	
2 – Apresentação do aplicativo;	
2.1 – Aprendendo a utilizar os comandos do aplicativo	
3 – Exercício de Aplicação	
3.1 – Apresentando aos alunos exemplos de funções a serem analisadas	
3.2 – Alunos usando o aplicativo	
4 – Perguntas e Respostas	
4.1 – Momento para perguntas e resposta quanto ao Tema abordado	
4.2 – Reunir e filtrar resultados encontrados	

Fonte: Arquivo da pesquisadora (2015)

Essa tarefa do Grupo 2 é interessante porque explora o conceito de função estudado no ensino médio. Por exemplo, os itens da subseção 1.2 são obtidos diretamente com a inserção dos coeficientes de uma equação. Porém, devemos estar atentos para a redação de alguns itens como, por exemplo: No item 1.2.1, devemos observar que em uma função de 2º grau identificamos intervalos, nos quais ela é crescente e descrescente, e não, se “a função é crescente e descrescente”, como está escrito.

Temos que uma função de 2º grau possui um ponto de máximo “ou” de mínimo de acordo com a sua concavidade. No item 1.2.4, a escrita da tarefa mostra o conectivo “e”, possibilitando a leitura de que uma função de 2º grau possui ponto de máximo “e” mínimo, resultando assim em um equívoco de conceitos para o leitor. Já no item 1.2.5, deveríamos relacioná-lo com os itens 1.2.1 e 1.2.4 e não com ele mesmo, conforme a escrita do exercício. Estas questões podem ser obstáculos no processo de aprendizagem para alguns estudantes que não possuem esses conceitos bem compreendidos.

As seções 3 e 4 podem se exploradas de forma a se tornarem interessantes e fundamentais para a aula, se forem bem mediadas pelo professor. Com elas, os estudantes podem criar suas próprias funções, discutir entre si, bem como construir conceitos matemáticos sobre funções de 2º grau advindos dessa experimentação com o referido app. A essa tarefa proposta pelo Grupo 2 acrescentaríamos um momento de autoavaliação dos

estudantes, para o registro da visão do processo ocorrido, e do professor, até para solicitar sugestões para a aula seguinte.

As propostas têm potenciais, mas vale destacar que tanto a atividade com o *Broken calculator* quanto com Equações de segundo grau elaboradas pelos grupos poderiam ser realizadas sem a contribuição desses aplicativos. Portanto, essas ferramentas digitais não foram essenciais na realização dessas atividades. Diante disso, percebemos que os licenciandos, em seus depoimentos, não apontaram esse fato, e o motivo pode ter sido porque ainda estejam afetados pela ideia de usar tecnologias digitais para reproduzir tarefas matemáticas, devido às experiências com tecnologias até então vivenciadas, e por estarem iniciando suas experiências no ensino de Matemática. Perante isso, resolvemos observar também elementos distintos como criatividade, interatividade, criticidade, entre outros que surgiram nesse processo.

Vale destacar que o uso de TD pode proporcionar uma otimização do tempo na resolução de uma questão, bem como oportunidade de visualização de distintas equações. Desse modo, é possível construir aprendizados matemáticos. Exploramos ainda características desses aplicativos para refletir sobre como utilizá-los. Entendemos que isso poderia assumir uma abordagem contributiva no processo de ensino e aprendizagem de Matemática com esses licenciandos e que, futuramente, eles pudessem realizar um processo similar com seus aprendizes.

Propiciamos que cada grupo escolhesse os conceitos matemáticos que seriam explorados nas atividades desenvolvidas com o *Broken calculator* e Equações de segundo grau. Gostaríamos de ter discutido um pouco mais sobre como as atividades poderiam ser desenvolvidas com os estudantes de ensino fundamental e médio. Contudo, respeitamos as experiências docentes desses licenciandos até a realização da pesquisa e assumimos uma postura de aprender junto com eles e valorizar as atividades construídas nos planejamentos. É claro que fizemos algumas intervenções, mas sempre valorizando o conhecimento já existente e tentando fazer que refletissem sobre suas propostas (BAIRRÁL, 2012a).

3 PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM USO DE TD



Neste capítulo, deixamos duas sugestões de atividades que podem ser realizadas por você, professor (a), de acordo com as especificidades de sua escola, turma e conteúdos. Com base em situações, conforme a que consta no Capítulo 1, construímos propostas de atividade para estudantes dos anos finais do ensino fundamental (Tabela 1) e ensino médio (Tabela 3), na quais o uso de tecnologias digitais pode ser explorado como uma possibilidade de integração ao ensino de Matemática.

3.1 UMA PROPOSTA PARA ESTUDANTES DE ENSINO FUNDAMENTAL

Apesar do avanço tecnológico em nossa sociedade, o acesso a *tablets* em algumas de nossas escolas ainda é incipiente. Assim, sugerimos que nossas propostas de atividades sejam adaptadas por você, professor, que deseja iniciar suas atividades com uso TD. E informamos que o aplicativo utilizado nesta atividade (Tabela 1) tem versão para computadores.

Tabela 1 - Atividade com tecnologias digitais

Proposta de Atividade com <i>Broken calculator</i>	
Professor(a): Edwirgem Ribeiro	
Disciplina: Matemática	
Turma: 6º ano	
Duração da proposta: 3 aulas de 50 minutos cada.	
Temática: Potenciação de números naturais	
Problemática: Diante das necessidades de enriquecer o processo educativo e torná-lo mais criativo e desafiador para os estudantes, realizamos uma atividade utilizando uma tecnologia digital, a fim de estimular a construção de conhecimentos matemáticos.	
Pré-requisitos: Conhecimentos de operações aritméticas (soma e multiplicação) com números naturais.	

Objetivos: Revisar as ideias fundamentais sobre as quatro operações aritméticas; explorar as relações entre elas; introduzir o conceito de potenciação de números naturais, promover diálogo e reflexão entre os estudantes, bem como a criatividade e autonomia na proposição de desafios entre os pares.

Justificativa: Preencher algumas lacunas de conceitos fundamentais que diversos estudantes ainda apresentam mesmo estando no 6º ano do ensino fundamental, a fim de proporcionar a construção de conhecimentos sobre potenciação.

Metodologia: O trabalho será realizado em duplas, de forma a proporcionar a troca e a socialização de ideias entre os pares. Cada dupla deverá trabalhar com uma TD, como *tablet ou smartphone ou notebook/computador* com o aplicativo “*Broken calculator*” instalado e realizar a tarefa, respeitando o tempo estabelecido pelo professor.

Inicialmente, o professor apresentará o *app ou software*, determinando um tempo para que os estudantes possam explorá-lo livremente. Após esse tempo, os estudantes realizarão as atividades que serão mediadas e orientadas pelo professor. Ao final das aulas, o professor fará a sistematização de conteúdos juntamente com seus estudantes.

1ª aula:

O professor distribuirá os dispositivos com o aplicativo “*Broken calculator*” instalado, apresentando funcionalidades do mesmo e deixando um tempo de aproximadamente 20 minutos para que os estudantes explorem e descubram como usá-lo. Transcorrido esse tempo, o professor orientará as atividades que foram planejadas para essas aulas.

A dupla deverá se revesar na construção da atividade, ou seja, um estudante cria um desafio e o outro resolve, e vice-versa. O professor solicitará que a dupla escolha três números entre aqueles que foram propostos inicialmente e, então, deve registrar o processo para calcular os mesmos. Nesta aula esperamos que a dupla se envolva utilizando o aplicativo e resolvendo a atividade de modo experimental.

Explicação da atividade: O professor entregará uma folha de registros para cada dupla, contendo seis números naturais, conforme sugestão na Tabela 2.

Tabela 2 – Folha de registro da atividade

Escola de “Ensino Fundamental”	
Prof^a: Edwirgem Ribeiro	
Nome:	
Nome:	
Turma: 6º ano D	Data: 29/10/16
Registro da atividade com Broken Calculator	
<p>Os números escolhidos para realizar sua tarefa são: 29, 32, 57, 81, 125 e 256. Agora você deve quebrar algumas teclas numéricas para auxiliá-lo a obter o número desejado e usar somente as operações de soma e multiplicação do <i>Broken calculator</i> para que seu colega encontre três dos números acima. Depois, será a sua vez de resolver os desafios. Escreva nesta folha o que vocês observaram ao calcular cada número.</p> <hr/> <hr/> <hr/>	
Boa Sorte! Prof ^a Edwirgem	

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2015)

Vale destacar que esses números devem ser diferentes para algumas duplas, para estimular a curiosidade e até uma competitividade entre os estudantes na resolução da atividade.

De posse de seus números, um estudante da dupla deverá então, quebrar as teclas numéricas e usar somente as operações de soma e multiplicação do *Broken calculator* para que seu par resolva o desafio sugerido por ele e encontre o número desejado. De acordo com o desenvolvimento dos estudantes, novas rodadas poderão ser propostas. Para resolver a tarefa, o professor poderá destinar 30 minutos.

Obs: Como a atividade tem como um de seus objetivos introduzir o conceito de potenciação, então caberá ao professor selecionar alguns números que sejam compostos de fatores iguais, de maneira a favorecer o aparecimento de uma potência. Seria possível permitir que cada dupla escolhesse esses números, porém essa escolha poderia gerar uma imprevisibilidade na exploração de conceitos de potência.

2^a aula:

Nesta aula, o professor deverá retomar a tarefa. Verificar quais estudantes conseguiram

resolver os desafios propostos pelos pares e ter um momento de reflexão com a turma, sobre as dificuldades ou facilidades encontradas ao resolver as questões. Com isso, o professor revisitará os conceitos de soma e multiplicação, podendo sanar algumas dificuldades ainda existentes para alguns desses estudantes. Ao terminar a reflexão sobre esta aula, e se ainda houver tempo disponível, o professor poderá propor que os estudantes troquem de duplas e continuem a manipular o dispositivo e o aplicativo com novos números, agora sugeridos por eles, uma vez que já foram discutidos anteriormente alguns dos referidos conceitos.

3^a aula:

O professor poderá explorar tanto a folha de registro quanto a janela (*Well Done*) que mostra todas as operações realizadas para calcular um número no *app*. E, baseado neles, sistematizar a tarefa, propondo reflexões sobre o que está acontecendo na realização das operações. Mediar esse momento, fazendo questionamentos para os estudantes, por exemplo, sobre composição de números, sobre o aparecimento de fatores iguais etc. Mostrar quantas vezes os fatores iguais aparecem na operação realizada e, com isso, segundo sua experiência e conhecimentos, introduzir uma conversa sobre alguns conceitos de potenciação. Poderá ainda reservar os 15 minutos finais da aula para realizar mais uma atividade, como a sugestão a seguir.

#Ficaadica: *Após as discussões,*

o desafio agora pode ser o seguinte: todas as duplas precisam alcançar o mesmo resultado, faltando as mesmas teclas. As duplas jogam juntas e devem registrar a solução. Depois, fazem uma rodada e a dupla que resolver com menos passos ganha a rodada.

Recursos: *Tablet, smartphone ou computador/notebook* ; quadro branco e pincel; o aplicativo *Broken calculator* instalado nos dispositivos, folha A4 para registro da atividade.

Avaliação: A avaliação dos estudantes será contínua e durante a realização das tarefas, considerando a participação e o desenvolvimento. De caráter qualitativo e formativo, a avaliação visará a construção de conhecimentos relativos à potenciação, bem como,

sanar dificuldades ainda existentes sobre soma e multiplicação. Já o professor deve refletir sobre a atividade realizada e compreender as contribuições e as dificuldades da metodologia e os recursos utilizados, a fim de aprimorá-los em uma nova prática educativa.

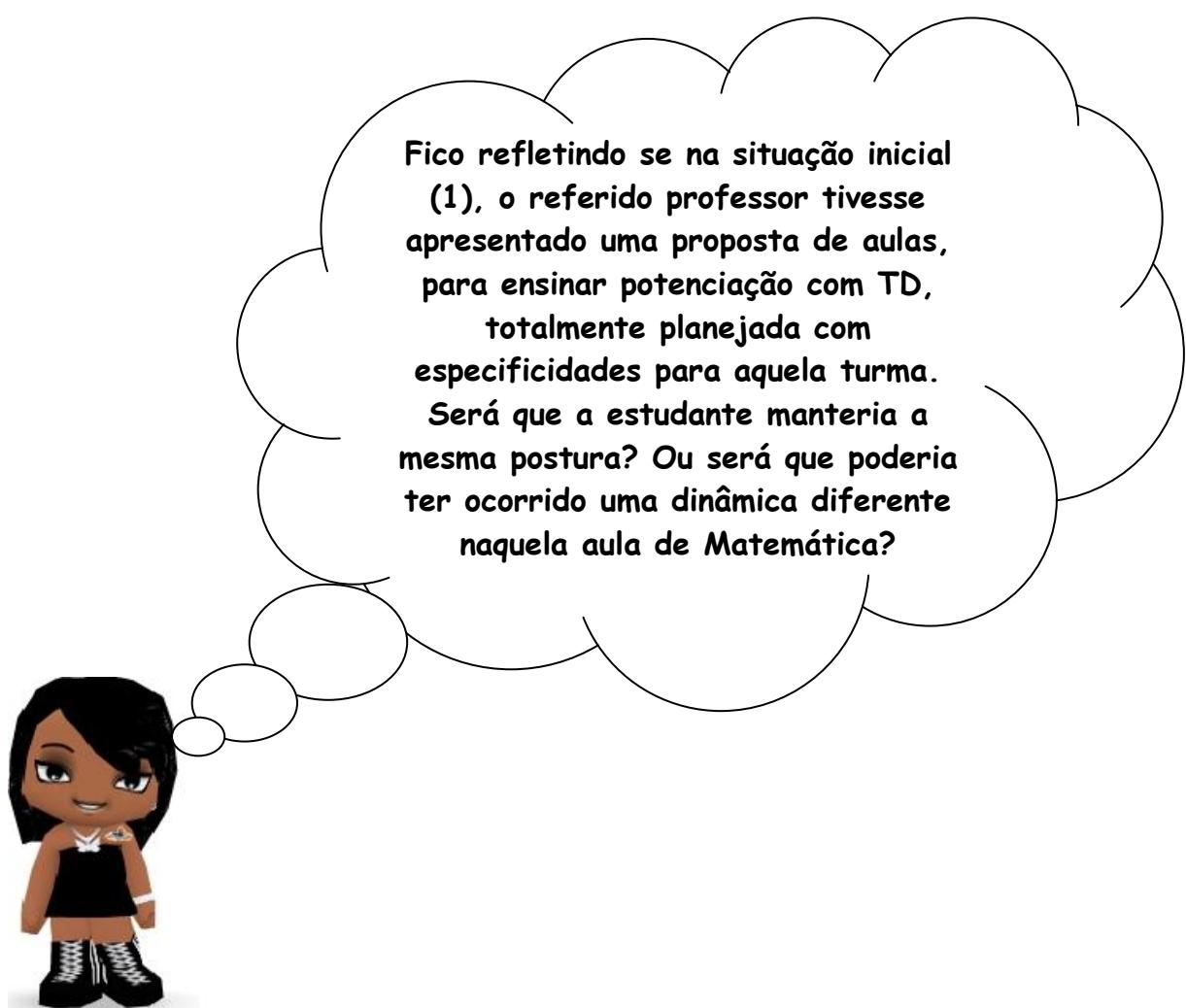
Referências

- AULA VAGA. Calculadora quebrada.** Disponível em: <<http://www.aulavaga.com.br/jogo/calculadora-quebrada.html>>. Acesso em: 28 de out. 2015.
- BAIRRALL, Marcelo de A. Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em Educação Matemática: de calculadoras a ambientes virtuais.** 1^a ed. vol. 4. Seropédica, Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2012b. (Série InovaComTic).
- LEONARDO, Fabio Martins de. Projeto Araribá: componente curricular - Matemática - 6º ano do ensino fundamental.** 3^a Ed. São Paulo: Moderna, 2010.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2016)

Esta proposta pode se aplicada para turmas de anos finais do ensino fundamental, respeitando-se a complexidade do conteúdo em cada ano de escolaridade. Não esperamos que seja seguida à risca, mas com isso, intencionamos mostrar que uma simples mudança de atitude do professor pode promover mudanças significativas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Infelizmente, aquela primeira cena (situação 1, lá na página 11) ainda é uma realidade vivenciada em muitas salas de aulas, pois, conforme citado anteriormente, alguns professores não conseguem sair da zona de conforto e permanecem reproduzindo as mesmas práticas (BORBA e PENTEADO, 2012). Talvez, se professores de Matemática inserissem gradativamente recursos didáticos distintos em suas aulas, como TD, materiais concretos e manipulativos, vídeos (PMD - Performance Matematica Digital), entre outros, conseguiram sair dessa referida zona e favorecer o ensino e aprendizagem de Matemática por meio de propostas diferenciadas aos seus estudantes.



Vale destacar que outros conteúdos e conceitos matemáticos podem ser explorados com o *Broken calculator* e também com muitos outros aplicativos e *softwares* disponíveis gratuitamente aos usuários da internet. Basta pesquisar, baixar o *app* ou *software* e planejar atividades matemáticas nas quais tais recursos possam ser explorados de modo a favorecer a aprendizagem.

3.2 UMA PROPOSTA PARA ESTUDANTES DE ENSINO MÉDIO

A proposta de atividade a seguir (Tabela 3) utiliza materiais manipulativos virtuais existentes em sites¹² da internet. Os softwares são executados nos sistemas operacionais Windows ou Mac OS X. Portanto, esta atividade poderá ser realizada com computadores ou *notebook*, no laboratório de informática ou nas salas de aula, respectivamente.

¹² <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/hanoi/> e <http://www.somatematica.com.br/jogos/hanoi/>.

Tabela 3 - Atividade com o software Torre de Hanói (Towers of Hanoi)

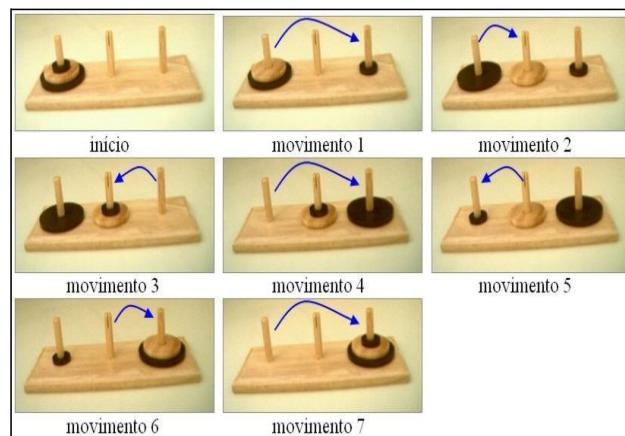
Proposta de Oficina
Professor (a): Edwirgem Ribeiro
Disciplina: Matemática
Turma: 2 ^a série do Ensino Médio
Duração da proposta: 4 aulas
Temática: Progressões Geométricas
Problemática: Diante das necessidades de enriquecer o processo educativo e torná-lo mais criativo e desafiador para os estudantes, realizamos atividades mediadas por TD, a fim de promover o desenvolvimento de raciocínio lógico-matemático e a cooperação entre estudantes para realizar tarefas e construir conhecimentos com seus pares.
Pré-requisitos: Conhecimentos de sucessão e sequências numéricas, para introduzir conceitos de progressões geométricas (PG).
Objetivos: Explorar possibilidades de soluções para o jogo, observando padrões existentes nele, a fim de conceituar progressões geométricas; ensinar conteúdos de Matemática utilizando um <i>software</i> on-line - Torre de Hanói; estimular a investigação de padrões existentes em sequências ou sucessões; discutir e descrever em um relatório a realização da atividade.
Justificativa: Devido às dificuldades apresentadas por estudantes de ensino médio na compreensão de alguns conteúdos matemáticos, utilizamos uma TD para apoiar e facilitar o ensino e aprendizagem e o exercício mental de criação e investigação de uma sequência numérica, proveniente de um pensamento lógico-matemático.
Metodologia: O trabalho deverá ser desenvolvido em duplas, de forma a proporcionar a troca e a socialização de ideias entre pares. Cada dupla deverá trabalhar com o jogo Torre de Hanói (on-line ou material concreto).
Explicação da atividade: O professor contará a história do jogo Torre de Hanói e apresentará suas regras. Depois, entregará uma folha de registros para que cada dupla faça uma sistematização, ao final da atividade.

Figura 8 - Torre de Hanói com 4 discos

Fonte: Internet¹³

O objetivo deste jogo é transferir todos os discos do primeiro para o terceiro pino. É interessante observar que existe um número mínimo de "movimentos" para que isso aconteça. Para resolver uma Torre de Hanói com 1 disco, foi necessário 1 movimento; com 2 discos, são necessários 3 movimentos; com 3 discos, são necessários 7 movimentos. Vale destacar que o *software* pode ser utilizado sob a forma de material concreto e manipulativo, conforme mostra a Figura 7, a seguir. Logo, esta atividade pode ser realizada sem uso de tecnologias digitais.

Figura 9- Movimentação da Torre de Hanói com 3 discos

Fonte: Internet¹⁴

¹³ https://br.images.search.yahoo.com/search/images;_ylt=AwrBTvidg_pX7V0Ayyvz6Qt.;_ylu=X3oDMTB0N2Noc21lBGNvbG8DYmYxBHBvcwMxBHZ0aWQDBHNIYwNwaXZz?p=torre+de+hanoi&fr=sigpigot-yhp-ff&fr2=piv-web&id=508&iurl=http%3A%2F%2F3.bp.blogspot.com%2FopH3sfbCUDU%2FVSNJtzhm6AI%2FAAAAAAAAHH1Y%2Fed1ChEE0AAk%2Fs1600%2FTorre%252Bde%252BHanoi.png&action=click

¹⁴ <http://3.bp.blogspot.com/-LGQVmYmQbQA/TvJZG-HYxPI/AAAAAAAqU/Eb3d0JMWWjs/s1600/Torre-de-Hanoi+2.jpg>.

A regra é mover um disco de cada vez, sendo que um disco de menor diâmetro deve sempre ficar em cima de um de maior diâmetro. Se observarmos a quantidade de movimentos necessária para transferir todos os discos do primeiro para o terceiro pino, teremos uma soma dos movimentos representada pela sucessão $2^n - 1$. Esta deriva da soma de n termos de uma progressão geométrica, em que "a" é o primeiro termo e "q" é a razão, tomando o primeiro termo igual a 1 e a razão igual a 2. A utilização desse jogo favorece o desenvolvimento cognitivo de estudantes, bem como o trabalho em grupo.

1^a e 2^a aula:

A turma deverá ser dividida em duplas e encaminhada para o laboratório de informática. Deverão utilizar notebooks em sala de aula ou material concreto e jogar o Torre de Hanói observando as regras do jogo, explorar a complexidade com o aumento de número de discos e investigar se há um número mínimo de movimentos para que o jogo termine. Caso esse número exista, ou seja, deve tentar descobrir uma sequência ou sucessão que represente o jogo. O site da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) aponta algumas questões que podem ser explorados por você, professor, como:

Torre de Hanoi

- 1) Qual o número mínimo de movimentos? (Não desperdiçar movimentos)
 - 2) Quais as peças que mais se movimentam? E as que menos se movimentam?
- Jogue mudando a casa de destino de C para B ou de B para C. Clique sobre a letra da casa de destino. Observe que não existe um tempo limitado para você jogar.
- Após, passe a jogar com uma peça a mais, por exemplo, de 4 para 5 peças, e responda a questão 1. Jogue com no mínimo 3 quantidades de peças. Por exemplo, 3, 4 e 5 peças. Se for possível para você, varie mais ainda a quantidade de peças. Para cada quantidade de peças, jogue com a casa de destino tanto em C como em B. É recomendado que você faça isso várias vezes. Estabilize uma forma de jogar. Procure estabelecer um padrão de jogo. Para cada variação, responda a questão 1.
- 3) Qual o segredo que permite jogar bem, sem desperdiçar movimentos, com três, quatro, cinco, seis, etc. peças ?
 - 4) Sem efetuar o jogo, é possível calcular o número mínimo de movimentos para, por exemplo, nove ou dez peças?

...:Questões complementares:

- 5) Mudando o destino de C para B, muda alguma coisa? Algo permanece igual?
- 6) Existem movimentos semelhantes para quatro e cinco peças? Existem diferenças? Quais?
- 7) Qual a relação entre o número de peças e o número mínimo de movimentos?

Jogo
Instruções
Desafios
e-Créditos

¹⁵ <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/hanoi/>.

3^a e 4^a aula:

O professor deverá fazer uma retomada da aula anterior e as duplas deverão discutir sobre o processo de realização do jogo. Deverão escrever possíveis soluções e as quantidades de movimentos dos discos para finalizar o jogo e outras possíveis observações. Ao final da atividade, caberá ao professor sistematizar a aula e introduzir o conceito de progressão geométrica, relacionando a quantidade de movimento com uma sequência e/ou PG. A dupla deverá escrever um relatório sistematizando a atividade.

Recursos: Lápis, caderno, borracha, livro didático, *software* ou material concreto da Torre de Hanói, computador ou *notebook*, quadro branco e pincel; folha A4 para registro da atividade.

Avaliação: A avaliação dos estudantes deverá ser contínua e durante a realização das tarefas, considerando a participação e o envolvimento no jogo. De caráter formativo, pois visará a construção de conhecimentos matemáticos sobre sequência, sucessões e PG, bem como a observação da autonomia e criatividade dos estudantes para solucionar a questão proposta.

Referências

BORBA, Marcelo C. e PENTEADO, Miriam Godoy - **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GEOVANNI, José Ruy. **Matemática: uma nova abordagem**. v. 1: versão progressões. São Paulo: FTD, 2000.

WIKIPEDIA. **Torre de Hanói**. Disponível em:
https://pt.wikipedia.org/wiki/Torre_de_Han%C3%B3i. Acesso em: 15 ago. 2015.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora (2016)

#ficaadica:

Esta atividade pode ser utilizada com estudantes de ensino fundamental.

Basta você, professor, escolher uma forma adequada para aplicá-la de acordo com o respectivo ano de escolaridade e especificidades de cada turma.

Afinal, não há ninguém melhor do que você para fazer isso!

4 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Acreditamos que um trabalho voltado para a inserção de tecnologias digitais em práticas educativas pode ser considerado uma proposta interessante para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos sob a perspectiva de uma Educação Matemática, tendo como pressupostos o diálogo, a reflexão e a criticidade.

O trabalho desenvolvido com estudantes da Formação Inicial de Professores de Matemática nos possibilitou valorizar conhecimentos desses estudantes do ensino superior e também construir novos conhecimentos com o desenvolvimento de tarefas matemáticas com uso de tecnologias digitais, e em particular com *tablets*.

Sabemos que mesmo no ensino superior os licenciandos estão familiarizados com atividades matemáticas preconizadas por conteúdos envoltos em operações, estimativas e resultados. Ao propor uma atividade utilizando uma tecnologia digital direcionada para o ensino de conteúdos matemáticos, proporcionamos que os estudantes refletissem tanto sobre o processo educativo quanto sobre a própria aprendizagem.

As atividades com o *Broken calculator* e Equações de segundo grau possibilitaram que licenciandos de Matemática planejassem atividades com conteúdos e soluções diferenciadas para as mesmas. E com elas buscassem caminhos que contribuíram para a tomada de decisão, gerando autonomia, criatividade, respeito, trabalho em grupo, entre outros elementos. Tudo perpassou o processo educativo e favoreceu a eles refletir sobre formas distintas de pensar e ensinar Matemática.

Encontramos algumas limitações quanto à integração de TD em nossas práticas educativas, e entendemos que temos um processo longo até que isso aconteça. Como a pesquisa foi desenvolvida com estudantes de uma turma de 2º período, algumas discussões sobre o ensino de Matemática foram limitadas. Talvez, se tivesse sido desenvolvida em uma turma do 7º ou 8º período ou em um curso de Formação Continuada de Professores, tivessemos conseguido realizar discussões mais específicas no que tange o ensino de Matemática permeado pelas tecnologias.

Destacamos ainda, a necessidade de licenciandos terem experiências docentes durante todo o curso de licenciatura, pois entendemos que dessa forma algumas dificuldades e obstáculos possam ser minimizados de forma gradativa, conforme apontado por Carneiro (2008), Cibotto (2015) e Mussolini (2004) em nosso texto. A Formação Inicial de Professores de Matemática precisa ter momentos para os licenciandos discutirem, errarem, corrigirem e refletirem com seus pares e professores universitários em sala de aula sobre questões relacionadas à rotina escolar. E estas devem envolver metodologias de ensino, currículo, recursos didáticos, e outros elementos que fazem parte do processo formativo e são relevantes quanto o ensino de conteúdos matemáticos. Diante disso, os licenciandos precisam refletir criticamente sobre a própria formação. A reflexão sobre a dicotomia teoria e prática precisa ser iniciada ainda no primeiro ano de licenciatura de forma a se tornar uma constante no processo formativo de um professor de Matemática.

Precisamos evoluir na discussão dessas temáticas e desenvolver mais pesquisas na área de tecnologias educacionais. Estas devem realmente proporcionar tanto aos estudantes de licenciatura quanto aos já professores da educação básica condições para que possam integrar tecnologias digitais às suas metodologias de ensino e que esse fato produza reflexo nas salas de aula, sob a forma de construção de conhecimentos matemáticos.



REFERÊNCIAS

BAIRRAL, Marcelo de A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 2^a ed. vol. 1. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2012a. (Série InovaComTic)

BEHRENS, Marilda A. Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente. In: MORAN, José M.; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas**. 21^a ed. rev. e atual. Campinas: Papirus, 2013. Cap. II. p. 73-140. (Coleção Papirus Educação)

BORBA, Marcelo A.; SILVA, Ricardo S. R.; GADANIDIS, George. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**. 1^a ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

BORBA, Marcelo C.; PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática**. 5^a Ed. Belo Horizonte: Autêntica Ed. 2012. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

CARNEIRO, Reginaldo Fernando. **Da licenciatura ao inicio da docência: vivências de professores de Matemática na utilização de tecnologias da informação e comunicação**. 2008. 171 fls. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2008. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2458/2021.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 18 jun. 2016.

FROTA, Maria Clara R; BORGES, Otto. Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática. **27ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED) - Grupo de Educação Matemática – GT 19**. Caxambu, MG. p.1-17. 2004. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_27/perfis.pdf>. Acesso em: 28 ago. 2015.

LORENTE, Francisco M. P. Utilizando a calculadora nas aulas de Matemática. In: Cadernos do PDE: **O Professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**. Vol. 1, Paraná. Versão Online, p. 2-27, 2007. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2007_utfpr_mat_artigo_francisco_manoel_pereira_lorente.pdf>. Acesso em: 19 maio 2015.

MORAN, José M. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias. In: MORAN, José M.; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda A. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas**. 21^a ed. rev. e atual. Campinas: Papirus, 2013. Cap. I. p. 11-72. (Coleção Papirus Educação)

PEREIRA, Joana M.; PONTE, João P.; QUARESMA Marisa. É mesmo necessário fazer planos de aula? **Educação e Matemática**. Portugal, n. 133, p. 26-35, Maio/Junho

de 2015. Disponível em: <<http://www.apm.pt/portal/em.php?id=217311&rid=216717>>. Acesso em: 10 ago. 2015.



Agência Brasileira do ISBN

ISBN 978-85-8263-170-6



9 788582 631706