

The background of the cover features a series of radiating lines that create a sunburst or starburst effect. The lines originate from a central point on the left side and extend towards the right, with varying lengths and slight curves, creating a sense of depth and movement. The lines are in shades of gray, ranging from light to dark, against a black background.

Série Guias Didáticos de Matemática

57

**Modelagem Fuzzy e as
Representações Semióticas:**

**Um Diálogo Envolvendo uma Atividade
Sobre o Conforto Ambiental**

**JOSIENE SENHOR DA SILVA
OSCAR LUIZ TEIXEIRA DE REZENDE
LUCIANO LESSA LORENZONI**

**Editora Ifes
2018**



Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Josiene Senhor da Silva
Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni

**MODELAGEM MATEMÁTICA FUZZY E AS
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS:
UM DIÁLOGO ENVOLVENDO UMA
ATIVIDADE SOBRE O CONFORTO
AMBIENTAL**

**Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e
Educação Estatística**



Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem
Matemática e Educação Estatística
Instituto Federal do Espírito Santo

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2018

Observação:
Material Didático Público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

S586m Silva, Josiene Senhor da.

Modelagem fuzzy e as representações semióticas: um diálogo envolvendo uma atividade sobre o conforto ambiental [recurso eletrônico] / Josiene Senhor da Silva, Oscar Luiz Teixeira de Rezende, Luciano Lessa Lorenzoni. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2018.

38 p. : il. ; 21 cm (Série guia didático de matemática ; 57)

ISBN: 978-85-8263-363-2

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Lógica difusa. 3. Modelos matemáticos. I. Rezende, Oscar Luiz Teixeira de. II. Lorenzoni, Luciano Lessa. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título

CDD: 511.8

Editora do Ifes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, n.º 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Centro de Referência em Formação e Educação à Distância – CEFOR/IFES
Rua Barão de Mauá, 30 – Jucutuquara
Vitória – Espírito Santo – CEP: 29040-860

Comissão Científica

Dr. Oscar Luiz Teixeira de Resende, D.Sc. – Ifes
Dr. Luciano Lessa Lorenzoni, D.Sc. – Ifes
Dr.^a Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, D.Ed. – Ifes
Dr. Alexandre Krüger Zocolotti, D.Ed – Ifes

Coordenação Editorial

Sidnei Quezada Meireles Leite D.Ed. - Ifes
Danielli Veiga Carneiro Sondermann D.Ed. - Ifes
Michele Waltz Comarú D.Ed. - IFES
Maria das Graças Ferreira Libino D.Ed. - Ifes
Maria Auxiliadora Viela Paiva D.Ed. - Ifes

Revisão

Dr.^a Maria Alice Veiga Ferreira de Souza – Ifes

Capa e Editoração Eletrônica

Produção e Divulgação

Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística
(GEPEME)
Programa Educimat (Ifes – *campus* Vitória)



Jadir José Pela
Reitor

Adriana Pionttkovsky Barcellos
Pró-Reitora de Ensino

André Romero da Silva
Pró-reitor de Pesquisa e Pós-graduação

Renato Tannure Rotta de Almeida
Pró-reitor de Extensão e Produção

Lezi José Ferreira
Pró-reitor de Administração e Orçamento

Luciano de Oliveira Toledo
Pró-reitor de Desenvolvimento Institucional

Hudson Luiz Cogo
Diretor geral do Ifes – *campus* Vitória

Marcio de Almeida Có
Diretor de Ensino

Márcia Regina Pereira Lima
Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

Christian Mariani Lucas dos Santos
Diretor de Extensão

Roseni da Costa Silva Pratti
Diretora de Administração

MINICURRÍCULO DOS AUTORES

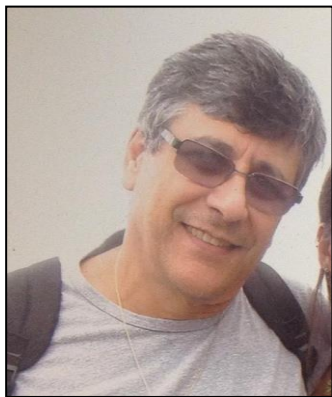


JOSIENE SENHOR DA SILVA é mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), atuando nas linhas de pesquisa Modelagem Matemática. Graduada em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes, 1990) e Licenciada em Física (2013). Possui experiência na educação básica, atuando na área de Física. Atualmente é membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística. É professora efetiva da Secretaria de Estado do Espírito

Santo.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8820538043811366>

E-mail: josienesenhor@hotmail.com



OSCAR LUIZ TEIXEIRA DE REZENDE é doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa, mestre em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo, bacharel e licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vitória. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Discreta,

Programação Linear, Lógica Fuzzy e Estatística, atuando

principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática na Educação, Otimização, Educação Estatística e Educação Matemática. Também atua no Educimat – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Ifes.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1085387566931992>

E-mail: oscar@ifes.edu.br



LUCIANO LESSA LORENZONI é doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo (2003). Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo. Tem experiência na área de Matemática Aplicada com ênfase em Pesquisa Operacional e Modelagem Matemática na Educação Matemática. Também atua no Educimat – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Ifes.

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7959495705859101>

Email: lllorenzoni@ifes.edu.br

Aos meus pais, que sempre me incentivaram a continuar meus estudos. Ao meu esposo, filhos e familiares, os quais me apoiaram em momentos difíceis que certamente compartilho por esta conquista! Aos amigos e professores do Educimat (Ifes) que foram incentivadores para a conclusão desta grande etapa!

Sumário

APRESENTAÇÃO	9
INTRODUÇÃO	10
AULA N.º 1 – APRESENTAR O PROBLEMA	17
AULA N.º 2 – ENTENDER AS VARIÁVEIS DO PROBLEMA	18
AULA N.º 3 – CRIAR REGRAS DE INFERÊNCIA PARA AVALIAR O CONFORTO AMBIENTAL DO ESPAÇO EDUCACIONAL.....	29
AULA N.º 4 – COLETAR DADOS DO ESPAÇO EDUCACIONAL, VALIDAR E ANALISAR OS RESULTADOS.....	33
AULA N.º 5 – APRESENTAR E DISCUTIR OS RESULTADOS.....	36
REFERÊNCIAS	37

APRESENTAÇÃO

O pensamento e a linguagem humana apresentam características impregnadas de incertezas e imprecisões. O ser humano não toma decisões baseadas em respostas necessariamente precisas, como sim ou não.

Na perspectiva de Barros e Bassanezi (2010, p. 12), “a principal função da teoria dos conjuntos Fuzzy é dar tratamento matemático a certos termos linguísticos subjetivos, como “aproximadamente”, “em torno de”, entre outros.

Na concepção de Bassanezi (2004), a Modelagem Matemática é um instrumento que utiliza a Matemática para interpretar e solucionar problemas do mundo real.

Denominamos Modelagem Matemática Fuzzy (MMF) a utilização de Modelagem Matemática, cuja solução se dá por meio de Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, de acordo com Bassanezi (2004), que orientou metodologicamente a pesquisa de mestrado que deu origem a este guia didático.

Reunimos, assim, os planejamentos de uma atividade baseada em Modelagem Matemática Fuzzy, com vistas a contribuir para a prática de docentes em Matemática ou Física, que desejam utilizar a MMF em suas aulas, possibilitando uma outra perspectiva educacional.

Apresentamos com satisfação este guia, que reuniu esforços de todos os envolvidos para o sucesso da pesquisa.

Josiene Senhor da Silva
Oscar Luiz Teixeira Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni

INTRODUÇÃO

Este guia didático surgiu como proposta de produto educacional da uma pesquisa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), por meio da qual investigamos a aprendizagem matemática com base nos registros de representações semióticas, realizadas durante uma atividade de Modelagem Matemática Fuzzy.

A seguir discutiremos sobre alguns pressupostos que guiaram o planejamento da atividade de MMF. Para maior aprofundamento no tema, sugerimos que os leitores consultem a dissertação de mestrado que foi fonte deste produto educacional.

Definimos por Modelagem Matemática Fuzzy a Modelagem Matemática baseada no Sistema Baseado em regras Fuzzy (SBRF), uma técnica que utiliza os princípios teóricos da Lógica Fuzzy, para abordar problemas em que os métodos convencionais de modelagem não são suficientes para resolvê-los ou não apresentam soluções convenientes.

Para entender a Lógica Fuzzy, é necessário estudar os conceitos que foram desenvolvidos, no século XIX, pelo matemático inglês George Boole. Tais conceitos formam a álgebra booleana, cujas operações lógicas podem ser tanto expressas usando símbolos matemáticos em vez de palavras quanto resolvidas de forma semelhante à álgebra ordinária, segundo Verma (2012).

A ideia de Boole era transformar palavras em números, especificamente em zeros (0) e uns (1). Assim, poderiam ser obtidas representações, tais como “0” para falso e “1” para verdadeiro. Esses dois números são conhecidos como dígitos binários.

A representação binária é amplamente utilizada em controles de circuitos elétricos e em linguagem de computadores, uma vez que é possível interpretar os dígitos por meio de sinais elétricos, como

“0” para lâmpada apagada e “1” para lâmpada acesa; ou “0” para desligado e “1” para ligado.

Estabelecida uma interpretação, foi possível associar a ela uma lógica para analisar os fatos, permitindo uma tomada de decisão, mediada pelo método dedutivo, por meio do qual, com base em premissas, é possível chegar a uma conclusão.

Por exemplo: “se a lâmpada está acesa, então tem alguém em casa”, ou seja, caso a luz esteja acesa, automaticamente se conclui que tem alguém em casa.

Entretanto, o pensamento e a linguagem humana apresentam características impregnadas de incertezas e imprecisões. No cotidiano, o ser humano não toma decisões usando respostas precisas como sim ou não. Diante dessas circunstâncias, considerando que a lógica binária era limitada, o matemático Lotfi Asker Zadeh, em meados da década de 1960, introduziu a Teoria dos conjuntos Fuzzy, visando tratar matematicamente certos termos linguísticos subjetivos, como “aproximadamente”, “em torno de”, entre outros (BARROS; BASSANEZI, 2010).

A teoria de Zadeh propõe a utilização de valores de pertinência, operando no intervalo real $[0,1]$ e ampliando a lógica binária, que considera apenas os valores $\{0,1\}$.

A pertinência é uma indicação do grau de ocorrência de um fato ou um fenômeno. Veja a seguinte questão: “Chove em Vitória no mês de janeiro?”.

Pela lógica booleana, existem apenas duas respostas: “0” para não e “1” para sim.

Já na Lógica Fuzzy, as opções de respostas ficam ampliadas, aproximando-se das respostas usuais do ser humano. Uma das possibilidades de interpretação, usando a Lógica Fuzzy, seria: “sempre” que pode ser traduzido em pertinência “1”; “quase sempre” em pertinência “0,8”; “às vezes” em pertinência “0,3”; e “nunca” em pertinência “0”.

Na aprendizagem matemática são utilizadas atividades como apreensão conceitual, raciocínio, resolução de problemas, compreensão de textos, entre outros, que requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação, além da linguagem natural, ou seja, os fenômenos relacionados ao conhecimento estão relacionados à noção de representação.

A MMF, ao tratar as variáveis subjetivas, utiliza mais de um registro de representação semiótica para representá-las na construção do modelo.

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de regras de sinais, tais como: enunciados em língua natural, tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, figuras geométricas, expressões algébricas, meios que o ser humano utiliza para explicar suas representações mentais, ou seja, atender à função de comunicação.

Mudar de registros de representação permite o melhor entendimento ou interpretação das relações entre as variáveis de um problema.

Essas representações são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática, pois possibilitam o tratamento do objeto matemático. No entanto, deve-se observar a distinção entre o objeto e a sua representação, caso contrário, isso pode acarretar perda de compreensão a respeito do objeto.

Para Duval (2009), um sistema semiótico permite três atividades cognitivas, a saber:

- Constituir traços que sejam identificáveis, ou seja, leva a uma representação identificável;
- Transformar uma representação de um objeto, usando apenas as regras inerentes ao próprio sistema;

- Converter uma representação de um objeto de um sistema em uma representação do mesmo objeto em outro sistema.

Um mesmo objeto pode ser apresentado por representações muito diferentes. A transformação dos registros semióticos pode ocorrer de duas maneiras: pelo tratamento ou pela conversão.

O tratamento corresponde a uma transformação interna em relação ao registro de representação de partida e ocorre quando a transformação do registro de representação se mantém no sistema semiótico.

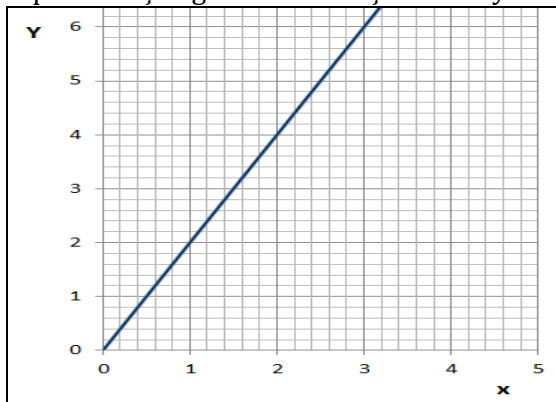
Por exemplo: $3x=15$ e $x=5$.

Nesse caso, houve tratamento, pois houve transformação do registro de representação, porém sem sair do sistema semiótico, ou seja, dentro do registro de representação algébrico.

A conversão corresponde à transformação externa em relação ao registro de representação de partida e ocorre quando o registro de representação é transformado de um sistema semiótico para outro. Ela implica mudança no procedimento de interpretação, o que pode influenciar na compreensão do objeto.

Por exemplo: $y=2x$ e o gráfico da figura 1:

Figura 1 – Representação gráfica da relação entre y e x



Fonte: Elaborada pela autora (2017).

Nesse caso, houve conversão, pois ocorreu transformação do registro de representação, de um sistema semiótico para outro, ou seja, mudou do registro de representação algébrico para o registro de representação gráfico.

A passagem de uma representação a outra mobiliza vários sistemas de representações semióticas simultaneamente, e esse fenômeno não tem nada de espontâneo para a maioria dos alunos, podendo ter significados diferentes para eles, que muitas vezes nem se dão conta de que se trata do mesmo objeto.

De acordo com Duval (2009, p.38), para que uma representação seja considerada como uma representação para o sujeito, ou seja, como um acesso ao objeto representado, duas condições devem ser garantidas: o sujeito deve dispor de no mínimo dois sistemas semióticos diferentes para produzir a representação do objeto; e existir espontaneamente a conversão de um sistema semiótico a outro.

Para Duval (2009, p. 82), “a atividade conceitual implica a coordenação dos registros de representação”, uma vez que as dificuldades de compreensão conceitual se manifestam pela dificuldade de conversão e pela utilização dos conhecimentos em situações da vida real na sociedade.

A atividade de MMF foi planejada em cinco aulas, seguindo as etapas do Ciclo de Modelagem de Blum e Leib (2005), com a preocupação de observar a articulação dos alunos em utilizar as representações semióticas, ou seja, o tratamento do registro dentro de uma representação e a conversão de um registro de representação semiótico em outro.

As etapas metodológicas do Ciclo de Modelagem de Blum e Leib (2005) ajudam a compreender o processo. Apresentamos a seguir a nossa interpretação das etapas propostas por eles:

- 1) Entendendo e construindo: buscar o problema que esteja no cotidiano do aluno.
- 2) Simplificando e estruturando: estruturar o problema fazendo simplificações necessárias à construção do modelo.
- 3) Matematizando: estabelecer relações entre o problema da realidade com a Matemática é o momento da construção do modelo.
- 4) Trabalhando matematicamente: utilizar os procedimentos matemáticos que devem ser mobilizados para resolver o modelo matemático.
- 5) Interpretando: interpretar os resultados obtidos do modelo verificando se estão matematicamente coerentes.
- 6) Validando: verificar se os resultados obtidos pelo modelo respondem, de forma coerente, à solução do problema sugerido.
- 7) Apresentando resultados: apresentar a solução do problema original derivada do modelo matemático.

Na organização da atividade, optamos por trabalhar a MMF do tipo 2, de acordo com a proposta de Barbosa (2001), em que o professor define um problema e os alunos pesquisam os dados para resolvê-lo. O problema escolhido foi “Avaliação do Conforto Ambiental nos Espaços Educacionais”.

Vale ressaltar que, quanto ao uso da modelagem na Educação, Bassanezi (2009) elenca argumentos de diferentes naturezas, que entendemos da seguinte forma:

- 1) **Formativa:** permite desenvolver capacidades e atitudes criativas e explorativas.
- 2) **De competência crítica:** potencializa o pensamento reflexivo, a intervenção de pessoas nos debates e tomadas de decisões sociais que envolvem a aplicação da Matemática.
- 3) **De utilidade:** prepara o aluno a usar a Matemática nas resolução de problemas em diversas situações.
- 4) **Intrínseca:** favorece ao aluno entender e interpretar a própria Matemática.
- 5) **De aprendizagem:** possibilita a compreensão dos argumentos matemáticos, facilita guardar conceitos e resultados e valoriza a Matemática.
- 6) **Alternativa epistemológica:** metodologia alternativa mais adequada às realidades socioculturais.

De acordo com Bassanezi (2009), muitos colocam obstáculos na utilização da Modelagem Matemática, principalmente quando é aplicada em cursos regulares, que entendemos como:

- 1) **Obstáculos instrucionais** – Os cursos regulares possuem um programa que deve ser cumprido e a modelagem pode ser um processo demorado, comprometendo o cronograma.
- 2) **Obstáculos para os estudantes** – O uso da modelagem foge da rotina do ensino tradicional, e os alunos podem não se adaptar às aulas, ou até mesmo apresentar resistentes à mudança.
- 3) **Obstáculos para os professores** – O professor pode não se sentir habilitado a aplicar a modelagem nas suas aulas por falta de conhecimento do processo ou por receio de encontrar situações desconfortáveis quanto à aplicação da Matemática em áreas que ele não domina.

Apresentamos, no capítulo que segue, orientações que foram básicas para o planejamento das aulas da atividade de MMF da pesquisa.

AULA N.º 1 – APRESENTAR O PROBLEMA

Sugerimos que a execução dessa aula dure 55 minutos e tenha como objetivos identificar os conceitos prévios dos alunos relacionados a conforto ambiental e às variáveis relevantes em sua avaliação e discutir a possibilidade de avaliação do conforto ambiental da escola.

Inicialmente apresente aos alunos a charge ilustrada na figura 2 e peça que eles falem sobre o assunto que ela aborda.

Figura 2 – Charge apresentada aos alunos como introdução e motivação para um diálogo com a turma a respeito do problema conforto ambiental



Fonte: <https://deposito-de-tirinhas.tumblr.com/post/65568840655/calvin-e-hobbes-por-bill-watterson>

Na sequência, solicite que os alunos relatem algumas situações vivenciadas por eles que envolvam o conforto do ambiente.

Observe as variáveis citadas pelos alunos que podem influenciar no conforto de um ambiente, como temperatura, ruído e umidade.

Tente explorar as situações vivenciadas no ambiente escolar, bem como os locais que eles julgam como confortáveis, ou não, dentro da escola.

Provavelmente irá surgir na fala dos alunos **PALAVRAS SUBJETIVAS** para se referir às variáveis do problema, tais como: muito frio, quente, muito barulhento, etc.

Com base nesse diálogo, faça o convite aos alunos para abordar o problema “Avaliação do Conforto Ambiental no Espaço Educacional” na própria escola.

AULA N.º 2 – ENTENDER AS VARIÁVEIS DO PROBLEMA

Sugerimos que a execução dessa aula tenha duração de 110 minutos, ou seja, sejam duas aulas geminadas, e tenha como objetivos entender as variáveis do problema e trabalhar matematicamente com os dados subjetivos.

Nesse sentido, inicie a aula comentando a aula anterior a respeito das variáveis do problema, do uso de palavras subjetivas para avaliar o ambiente, citando as palavras que eles usaram na primeira aula.

Em função disso, proponha a realização da atividade da segunda aula: avaliação de temperaturas, avaliação de ruídos e avaliação de umidades, para que seja trabalhada a subjetividade das variáveis.

Para realizar a **avaliação de temperaturas**, divida a turma em grupos.

Solicite que cada aluno do grupo faça uma avaliação individual da temperatura, utilizando a representação tabular, classificando-a como: *Baixa*, *Média* ou *Alta*, conforme o quadro 1.

Lembre-se: É importante que a avaliação das temperaturas seja feita individualmente, o que permitirá observar a ocorrência, ou não, de divergências entre as avaliações dos alunos.

Quadro 1 – Avaliação de temperaturas

Temperatura (° C)	Baixa	Média	Alta
5			
10			
14			
16			
20			
22			
24			
26			
28			
30			
32			
34			
36			
38			
40			
42			
45			

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Foi considerado o intervalo de 5°C a 45°C, para que os alunos consigam classificar a temperatura usando os três valores subjetivos para a temperatura: *Baixa, Média e Alta*.



Após a avaliação individual, peça aos alunos que comparem suas respostas com as dos outros alunos do seu grupo, verificando a ocorrência de divergências e discutindo os motivos que podem ter provocado a ocorrência de tais divergências.

Na sequência, a partir das avaliações individuais, o grupo deve preencher a tabela novamente, de forma que seja atribuída uma nota de 0 a 100 para os valores subjetivos, correspondentes a cada temperatura: *Baixa, Média e Alta*.

Figura 3 – Exemplo de representação tabular para a classificação de temperatura

Temperatura (°C)	Baixa	Média	Alta
5	100%	0%	0%
10	100%	0%	0%
14	80%	20%	0%
16	80%	20%	0%
20	40%	60%	0%
22	40%	60%	0%
24	20%	80%	0%
26	20%	60%	20%
28	0%	60%	40%
30	0%	60%	40%
32	0%	40%	60%
34	0%	20%	80%
36	0%	0%	100%
38	0%	0%	100%
40	0%	0%	100%
42	0%	0%	100%
45	0%	0%	100%

Fonte: Elaborada pela autora (2017).

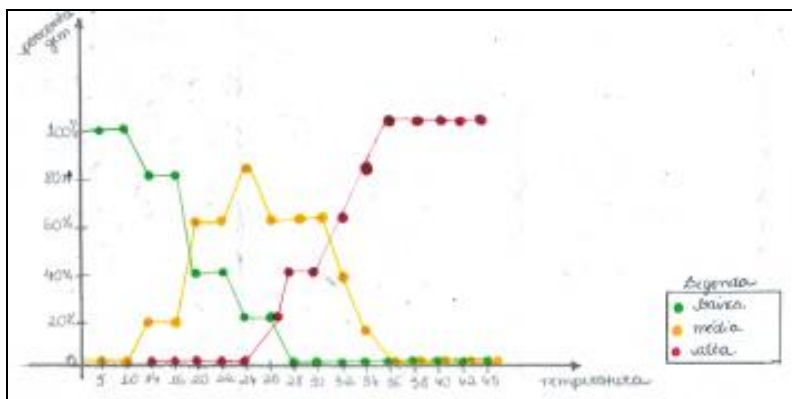
Na figura 3, mostra-se um exemplo de representação tabular para a classificação de cada temperatura em relação aos valores subjetivos: *Baixa, Média e Alta*.

Em seguida, solicite aos alunos que marquem, num mesmo plano cartesiano, os pontos que associam a cada temperatura a nota que deram aos valores subjetivos: *Baixa, Média, Alta*.

Mudar de registros de representação permite o melhor entendimento ou interpretação da variável de um problema.



Figura 4 – Exemplo de representação gráfica para a classificação de temperatura



Fonte: Elaborada pela autora (2017).

Na figura 4, mostra-se o registro de representação gráfico para a classificação de cada temperatura em relação aos valores subjetivos: *Baixa*, *Média* e *Alta*. Houve conversão de registro tabular da figura 3 para o registro gráfico da figura 4.

Na sequência, peça ao grupo que realize a **avaliação de ruídos**.

Solicite que cada aluno do grupo faça uma avaliação individual do ruído, usando o registro de representação tabular, classificando-o como: *Baixo*, *Médio* ou *Alto*, conforme o quadro 2.

Lembre-se: É importante que a avaliação de ruídos seja feita individualmente, o que permitirá observar a ocorrência, ou não, de divergências entre as avaliações dos alunos.

Quadro 2 – Avaliação de ruídos

Ruído (dB)	Baixo	Médio	Alto
0			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
85			

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Foi considerado o intervalo de 0 dB a 85 dB para que os alunos consigam classificar o ruído usando os três valores subjetivos para o ruído: *Baixo, Médio e Alto*.



É possível que os alunos inicialmente não consigam realizar a avaliação de ruídos por não estarem familiarizados com a medida dessa grandeza física.

DICA!!! Disponibilize textos, reportagens, vídeos, etc., relacionados com a variável **ruído** e com a influência dessa variável com o conforto ambiental, além de oportunizar o contato com algumas medidas dessa variável.



Exemplos de reportagens sobre ruído:

- ✓ <http://queconceito.com.br/ruído>
- ✓ <http://www.gazetadigital.com.br/conteudo/show/secao/9/materia/176205/t/ruídos-acima-de-30-decibéis-prejudicam>
- ✓ <http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap3/cap3-4.html>

Na sequência, com base nas avaliações individuais, o grupo deve preencher a tabela novamente, de forma que seja atribuída uma nota de 0 a 100 para os valores subjetivos *Baixo*, *Médio* e *Alto*, correspondentes a cada ruído.

Figura 5 – Exemplo de representação tabular para a classificação de Ruído

Ruído (dB)	Baixo	Médio	Alto
0	100%	0%	0%
15	80%	20%	0%
20	60%	20%	20%
25	60%	20%	20%
30	60%	20%	20%
35	40%	20%	40%
40	20%	40%	40%
45	0%	60%	40%
50	0%	60%	40%
55	0%	40%	60%
60	0%	40%	60%
65	0%	0%	100%
70	0%	0%	100%
85	0%	0%	100%

Fonte: Elaborada pela autora (2017).

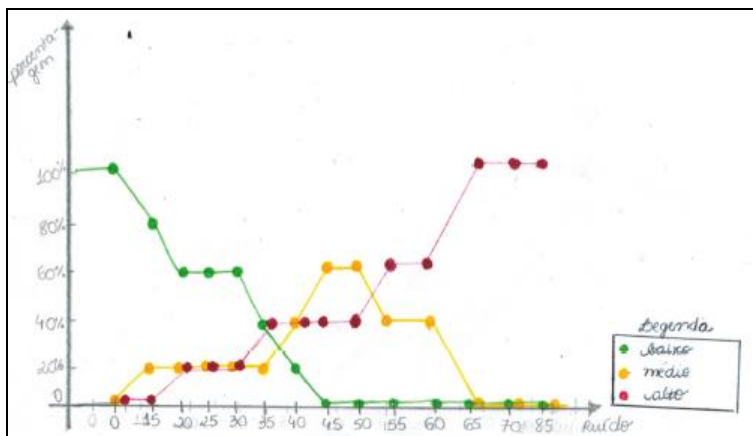
Na figura 5, mostra-se um exemplo de representação tabular para a classificação de cada ruído em relação aos valores subjetivos: *Baixo, Médio e Alto*.

Em seguida, solicite aos alunos que marquem, num mesmo plano cartesiano, os pontos que associam a cada ruído a nota que deram aos valores subjetivos: *Baixo, Médio, Alto*.

Pode acontecer que alguns grupos que não conseguiram realizar a conversão para o registro gráfico na atividade de avaliação de temperaturas consigam fazê-la nessa nova oportunidade. Faça a mediação com o grupo de forma que eles avancem nessa etapa da atividade.

DICA!!! Use o gráfico construído na avaliação de temperaturas e faça perguntas ao grupo, de forma que os alunos verifiquem limitações no gráfico que foi construído e optem por uma nova solução.

Figura 6 – Exemplo de representação gráfica para a classificação de Ruído



Fonte: Elaborada pela autora (2017).

Na figura 6, mostra-se o registro de representação gráfica para a classificação de cada ruído em relação aos valores subjetivos:

Baixo, Médio e Alto. Houve conversão de registro tabular da figura 5 para o registro gráfico da figura 6.

Na sequência, peça ao grupo que realize a **avaliação de umidades**.

Solicite que cada aluno do grupo faça uma avaliação individual da umidade, usando o registro de representação tabular, classificando-a como: Baixa, Média ou Alta, conforme o quadro 3.

Lembre-se: É importante que a avaliação de umidades seja feita individualmente, o que permitirá observar a ocorrência, ou não, de divergências entre as avaliações dos alunos.

Quadro 3 – Avaliação de umidades

Umidade (%)	Baixa	Média	Alta
10			
20			
24			
28			
32			
36			
40			
44			
48			
52			
58			
64			
70			

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Foi considerado o intervalo de 10% a 70% para que os alunos consigam classificar a umidade usando os três valores subjetivos para a umidade: *Baixa, Média e Alta*.



É possível que, similarmente ao que pode ter ocorrido na avaliação de ruídos, os alunos inicialmente não consigam realizar a avaliação de umidades, por não estarem familiarizados também com a medida dessa grandeza física.

DICA!!! Disponibilize textos, reportagens, vídeos, etc., relacionados com a variável **umidade** e com a influência dessa variável com o conforto ambiental, além de oportunizar o contato com algumas medidas dessa variável.

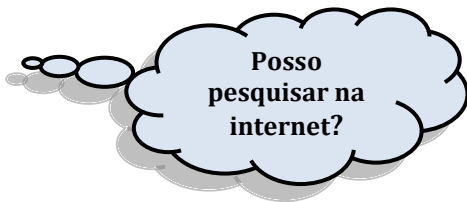


Exemplos de reportagens sobre umidade:

- ✓ http://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/cidades/2017/08/15/interna_cidadesdf,617724/temperatura-em-brasilia-permanece-com-baixos-indices-de-umidade-do-ar.shtml
- ✓ http://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/cidades/2017/11/03/interna_cidadesdf,638430/sexta-feira-tera-chuva-e-ceu-nublado-no-df.shtml
- ✓ http://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/cidades/2017/08/30/interna_cidadesdf,622127/devido-a-baixa-umidade-defesa-civil-declara-estado-de-emergencia-df.shtml
- ✓ <https://www.infoescola.com/clima/baixa-umidade-do-ar/>
- ✓ <http://g1.globo.com/espírito-santo/noticia/2011/08/baixa-umidade-do-ar->

aumenta-os-casos-de-incendio-no-espirito-santo.html

- ✓ <https://www.terra.com.br/vida-e-estilo/saude/bem-estar/baixa-umidade-do-ar-exige-cuidados-com-a-saude-veja-dicas,54583f04c2f27310VgnCLD100000bbcceb0aRCRD.html>
- ✓ <https://www.infoescola.com/meteorologia/umidade-relativa-do-ar/>
- ✓ <https://www.climatempo.com.br/previsao-do-tempo/cidade/83/vilavelha-es>



É interessante que o grupo tenha a liberdade de utilizar outras fontes de pesquisa, como a busca na internet por meio do seu *smartphone* ou *tablet*.

Na sequência, com base nas avaliações individuais, o grupo deve preencher a tabela novamente, de forma que seja atribuída uma nota de 0 a 100 para os valores subjetivos, correspondentes a cada umidade: *Baixa*, *Média* e *Alta*.

Figura 7 – Exemplo de representação tabular para a classificação de Umidade

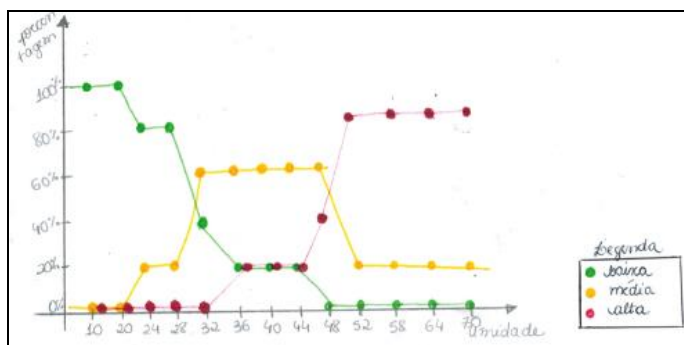
Umidade (%)	Baixa	Média	Alta
10	100%	0%	0%
20	100%	0%	0%
24	80%	20%	0%
28	80%	20%	0%
32	40%	60%	0%
36	20%	60%	20%
40	20%	60%	20%
44	20%	60%	20%
48	0%	60%	40%
52	0%	20%	80%
58	0%	20%	80%
64	0%	20%	80%
70	0%	20%	80%

Fonte: Elaborada pela autora (2017).

Na figura 7, mostra-se um exemplo de representação tabular para a classificação de cada umidade em relação aos valores subjetivos: *Baixa, Média e Alta*.

Em seguida, solicite aos alunos que marquem, num mesmo plano cartesiano, os pontos que associam a cada umidade a nota que deram aos valores subjetivos: *Baixa, Média, Alta*.

Figura 8 – Exemplo de representação gráfica para a classificação de Umidade



Fonte: Elaborada pela autora (2017).

Na figura 8, mostra-se o registro de representação gráfico para a classificação de cada umidade em relação aos valores subjetivos: *Baixa*, *Média* e *Alta*. Houve conversão de registro tabular da figura 7 para o registro gráfico da figura 8.

AULA N.º 3 – CRIAR REGRAS DE INFERÊNCIA PARA AVALIAR O CONFORTO AMBIENTAL DO ESPAÇO EDUCACIONAL

Sugerimos que a execução dessa aula dure 55 minutos e tenha como objetivo dialogar com os alunos sobre a construção do conjunto de regras lógicas que envolvam as variáveis *temperatura*, *ruído* e *umidade*, de forma a avaliar o conforto ambiental.

Nesse sentido, inicie a aula comentando as variáveis do problema e discutindo com os alunos como as variáveis do problema podem influenciar na determinação do conforto ambiental.

Na sequência, proponha a realização da atividade da terceira aula: construir conjunto de regras lógicas do tipo – “Se... então...” – que envolvam as variáveis *temperatura*, *ruído* e *umidade*, de forma a avaliar o conforto ambiental, ou seja, fornecendo uma nota na saída, cujo valor estará no intervalo de 0 a 100.

Por exemplo:

“**Se** Temperatura é Alta
e Ruído é Alto
e Umidade é Alta **então** Conforto é 10”

Observe que, como se trata de três variáveis *temperatura*, *ruído* e *umidade*, cada variável pode assumir 3 valores subjetivos: *Baixo*, *Médio* e *Alto*; então, podem-se obter 27 regras diferentes.

Número de possibilidades = 3 valores possíveis de temperatura
x 3 valores possíveis de ruído

$$\begin{aligned} & \times 3 \text{ valores possíveis de umidade} \\ & = 27 \end{aligned}$$

As regras poderão ser preenchidas de acordo com o quadro 4.

Quadro 4 – Regras de inferência de conforto ambiental

Atividade: Discutam sobre as regras que relacionem as variáveis: temperatura, ruído e umidade, de forma a avaliar o conforto ambiental, com base nos dados subjetivos de cada variável de entrada, fornecendo um índice na saída, cujo valor estará no intervalo de 0 a 100, por exemplo:

"Se Temperatura é Alta e Ruído é Alto e Umidade é Alta, então Conforto é 10".

Regra 01: _____

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Figura 9 – Exemplo de regras de inferência de conforto ambiental

Se T é alta e R é alto e U é alta \rightarrow Conforto é 0.
Se T é alta e R é alto e U é médio \rightarrow Conforto é 30.
Se T é alta e R é alto e U é baixa \rightarrow Conforto é 0.
Se T é alta e R é médio e U é alta \rightarrow Conforto é 30.
Se T é alta e R é baixo e U é alta \rightarrow Conforto é 30.
Se T é médio e R é alto e U é alta \rightarrow Conforto é 20.
Se T é baixo e R é alto e U é alta \rightarrow Conforto é 30.
Se T é médio e R é médio e U é médio \rightarrow Conforto é 80.
Se T é alta e R é médio e U é médio \rightarrow Conforto é 30.
Se T é alta e R é baixa e U é baixa \rightarrow Conforto é 40.
Se T é alta e R é baixa e U é média \rightarrow Conforto é 60.
Se T é alta e R é média e U é baixa \rightarrow Conforto é 40.
Se T é Média e R é baixa e U é baixa \rightarrow Conforto é 70.
Se T é Média e R é baixa e U é média \rightarrow Conforto é 100.
Se T é médio e R é baixa e U é alta \rightarrow Conforto é 80.
Se T é médio e R é médio e U é baixa \rightarrow Conforto é 70.
Se T é médio e R é médio e U é alta \rightarrow Conforto é 40.
Se T é médio e R é alto e U é baixa \rightarrow Conforto é 30.
Se T é médio e R é alto e U é média \rightarrow Conforto é 30.
Se T é baixa e R é baixa e U é baixa \rightarrow Conforto é 50.
Se T é baixa e R é baixa e U é média \rightarrow Conforto é 90.
Se T é baixa e R é baixa e U é alta \rightarrow Conforto é 40.
Se T é baixa e R é médio e U é baixa \rightarrow Conforto é 20.
Se T é baixa e R é médio e U é alta \rightarrow Conforto é 50.
Se T é baixa e R é alto e U é baixa \rightarrow Conforto é 30.
Se T é baixa e R é médio e U é baixa \rightarrow Conforto é 20.
Se T é baixa e R é alto e U é média \rightarrow Conforto é 30.

Fonte: Elaborada pela autora (2017).

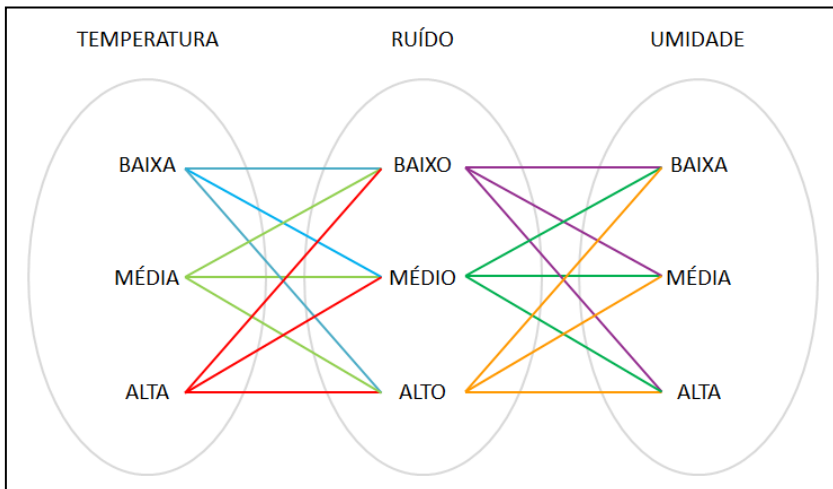
Na figura 9, mostra-se um exemplo de regras de inferência de conforto ambiental utilizando o registro proposicional para as regras lógicas que envolvam as variáveis: *temperatura, ruído e umidade*.

Caso o grupo demonstre ter dúvidas e dificuldades em estabelecer estratégias de resolução da atividade, questione se é possível fazer algum esquema ou desenho para representar o problema. Às

vezes, é necessário utilizarmos outra representação para chegar à solução do problema.

DICA!!! O registro diagrama de flechas ilustrado na figura 10 também poderá ser mobilizado pelo grupo, para auxiliar na construção do registro preposicional das regras de inferência, uma vez que se torna mais fácil visualizar as possíveis combinações das variáveis de entrada: *temperatura, ruído e umidade*.

Figura 10 - Diagrama de flechas permite visualizar as possibilidades de combinações das variáveis de entrada: *temperatura, ruído e umidade*



Fonte: Elaborada pela autora (2018).



Apesar de que a atividade proposta seja criar as regras de inferência usando registro proposicional, é importante que o grupo tenha a liberdade de utilizar outros registros de representações que permitam ao grupo chegar à solução do problema.

Com a finalização dessa atividade, faça uma discussão com os alunos com o objetivo de alinhar o entendimento de que, até então, eles estavam trabalhando na construção de um modelo de avaliação de conforto de um ambiente, a partir das variáveis *temperatura, ruído e umidade*.

AULA N.º 4 – COLETAR DADOS DO ESPAÇO EDUCACIONAL, VALIDAR E ANALISAR OS RESULTADOS.

Sugerimos que a execução dessa aula tenha duração de 55 minutos e que tenha como objetivo: dialogar com os alunos para definir o espaço educacional a ser avaliado por cada grupo, levá-los a campo para a coleta de dados do espaço educacional escolhido pelo grupo, validar a avaliação de conforto obtida pelo modelo que o grupo definiu e analisar os resultados obtidos.

Nesse sentido, inicie a aula solicitando que cada grupo decida sobre qual espaço da escola deseja avaliar.

Na sequência, apresente aos alunos os instrumentos de medida decibelímetro e termo-higrômetro e explique como utilizá-los.

DICA!!! Leia o manual de instrução ou procure mais informações na internet sobre o instrumento, além de usá-lo com antecedência, para que tenha mais facilidade em auxiliar na sua utilização, bem como esclarecer eventuais dúvidas dos alunos.

Solicite que cada grupo vá a campo e realize ao menos cinco medições das variáveis do problema. Por questão de organização, pode-se propor o preenchimento de acordo com o quadro 5.

Quadro 5 – Coleta de dados do espaço educacional escolhido pelo grupo

Atividade: Coleta de Dados			
Local: _____			
	Temperatura (°C)	Ruído (dB)	Umidade (%)
1ª.			
2ª.			
3ª.			
4ª.			

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Na sequência, peça ao grupo que avalie o conforto do local escolhido por eles, tendo como base o modelo construído e os dados coletados pelo grupo.

Lembre-se: O grupo realizou mais de uma medida do local a ser avaliado, para cada variável do problema: *temperatura, ruído e umidade.*

DICA!!! Verifique se o grupo deu tratamento às medidas coletadas do local a ser avaliado; por exemplo, se foi considerado o maior valor ou a média dos valores!

Lembre-se: Para cada medida numérica da variável do problema, existe uma nota de 0 a 100 relacionada à avaliação subjetiva: *Baixa, Média e Alta.*

DICA!!! Verifique se o grupo identificou as notas para cada variável. Por exemplo, se a temperatura for **30°C**, a nota poderia ser 0 para *Baixa*, 50 para *Média* e 50 para *Alta*!

Lembre-se: As regras de inferência foram construídas considerando valores subjetivos para as variáveis do problema: *temperatura*, *ruído* e *umidade*.

“Se Temperatura é Alta
e Ruído é Alto
e Umidade é Alta,
então, Conforto é 10”

Veja um exemplo: Para um grupo, os valores coletados foram:
Temperatura = 30°C → 50% (Média) e 50% (Alta);
Ruído = 89 dB → 100% (Alto);
Umidade 58% → 100% (Alta).

As regras de inferência satisfeitas foram:

- Se Temperatura é Média e Ruído é Alto e Umidade é Alta, então conforto é 15;
- Se Temperatura é Alta e Ruído é Alto e Umidade é Alta, então conforto é 0.

O grupo entendeu que em 50% o conforto era 15 e para os outros 50% o conforto era 0. Então, o grupo calculou a média das duas regras, de tal forma que o conforto foi igual a:

$$\frac{15 + 0}{2} = 7,5$$

AULA N.º 5 – APRESENTAR E DISCUTIR OS RESULTADOS.

Esse é o momento para convidar os alunos a socializar com toda a escola acerca do problema levantado e da solução trabalhada pelo grupo, apresentando o modelo matemático construído, as considerações realizadas durante o processo de construção do modelo e as análises realizadas pelos grupos.

Sempre que possível, dê ênfase ao fato de:

- ✓ Ocorrerem diferentes modelos construídos para solucionar um mesmo problema.
- ✓ Ocorrerem diferentes estratégias para solucionar o problema.
- ✓ Utilizar a Matemática para trabalhar os dados, até mesmo quando se tratar de dados subjetivos.
- ✓ Utilizar vários registros de representação para compreender e buscar a solução do problema.
- ✓ Mobilizar outras competências além da Matemática.
- ✓ Ser importante trabalhar em grupo;
- ✓ Buscar mais informações no material de apoio fornecido pelo professor e/ou com o uso da internet que pudessem colaborar nas decisões tomadas pelo grupo.
- ✓ Resolver problemas do cotidiano.
- ✓ Familiarizar-se com medidas de grandezas físicas.
- ✓ Conhecer e utilizar novos instrumentos de medidas.



REFERÊNCIAS

BARROS, L. C. BASSANEZI, R. C. **Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática**. Campinas: UNICAMP/IMECC, 2010.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed., 3. reimp. São Paulo: Editora Contexto, 2009.

BLUM, W. LEIB, D. How do students and teachers deal with modeling problems? In: HAINES, C. R. et al. **Mathematica modeling (ICTMA-12)**: Education, Engineering and Economics. Chichester: Horwood.Publishing, 2005. p. 222-231.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009.



EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Agência Brasileira do ISBN



9 788582 633632

ISBN: 978-85-8263-363-2