Série Guias Didáticos de Matemática

11

Recursos Didáticos para o Ensino-Aprendizagem de Álgebra no Ensino Fundamental

Euléssia Costa Silva
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Sandra Aparecida Fraga da Silva

Editora Ifes
2014

Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Euléssia Costa Silva
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Sandra Aparecida Fraga da Silva

Série Guia Didático de Matemática – Nº 11

Grupo de Pesquisa GEPEM – ES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2014

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

S586r Silva, Euléssia Costa.
Recursos didáticos para o ensino-aprendizagem de álgebra no ensino fundamental / Euléssia Costa Silva, Maria Auxiliadora Vilela Paiva, Sandra Aparecida Fraga da Silva. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2014.
ix, 58 p. : il. ; 15 cm. – (Série guias didáticos de matemática ; 11)

ISBN: 978-85-8263-071-6

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Jogos no ensino de matemática . I. Paiva, Maria Auxiliadora Vilela. II. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título.

CDD: 510.7

Observação:
Material Didático Público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

Realização

PROGRAMA EDUCIMAT

INSTITUTO FEDERAL ESPÍRITO SANTO

Apoio

Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Euléssia Costa Silva
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Sandra Aparecida Fraga da Silva

Recursos didáticos para o ensino-aprendizagem de Álgebra no Ensino Fundamental

Série Guia Didático de Matemática – Nº 11

Grupo de Pesquisa GEPEM-ES
Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática do Espírito Santo

Instituto Federal de Educação do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2014

Editora do IFES
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, no. 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-graduação em
Educação em Ciências e Matemática
Av. Vitória, 1729 – Jucutuquara.
Prédio Administrativo, 3º. andar. Sala do Programa Educimat.
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040 780

Comissão Científica
Dr. Edmar dos Reis Thiengo, D. Ed. - IFES
Dr. Marcelo Almeida Bairral , D. Ed. - UFRRJ
Drª. Lígia Arantes Sad, Drª. Ed. - UFES
Drª. Sandra Aparecida Fraga da Silva, Drª. Ed. - IFES

Coordenador Editorial
Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Sidnei Quezada Meireles Leite

Licenciandos colaboradores
Grazielly Mazzarim Bernades
Jéssica Monteiro Falquetto
Sabrine Costa Oliveira
Veronica Borsonelli Marcarini

Revisão
A definir

Capa e Editoração Eletrônica

Produção e Divulgação
Programa Educimat, IFES

Instituto Federal do Espírito Santo

Denio Rebellos Arantes
Reitor

Araceli Verônica Flores Nardy Ribeiro
Pró-Reitora de Ensino

Márcio Có
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

Ricardo Tannure Almeida
Pró-Reitor de Extensão e Produção

José Lezir
Pró-Reitor de Administração e Orçamento

Ademar Manoel Stanger
Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional

Diretoria do *Campus* Vitória do IFES

Ricardo Paiva
Diretor Geral do Campus Vitória – IFES

Hudson Luiz Cogo
Diretor de Ensino

Viviane Azambuja
Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

Sergio Zavaris
Diretor de Extensão

Sergio Kill
Diretor de Administração

MINICURRÍCULO DOS AUTORES

Euléssia Costa Silva. Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo-Ifes. Especialista em Educação de Jovens e Adultos – EJA. Atualmente atua como formadora do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – Pnaic. Está finalizando o Mestrado em Educação em Ciência e Matemática pelo Programa de Pós Graduação e Educação em Ciências e Matemática do Ifes.

Maria Auxiliadora Vilela Paiva. Professora aposentada da UFES e, atualmente, professora do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes/Cefor, atuando na licenciatura em Matemática e no Mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática – EDUCIMAT. Exerce o cargo de Coordenadora Geral de Ensino do Centro de Referência em Formação e Ead- Cefor-Ifes. Formada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (1972), mestrado em Matemática pela Instituto de Matemática Pura e Aplicada- IMPA (1980) e doutorado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-PUC-RJ (1999) com ênfase em Educação Matemática. Tem experiência na área de Educação Matemática no ensino fundamental, médio e superior, atuando nos temas: Matemática, Formação do Professor, Ensino-Aprendizagem da Matemática. É líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática do ES- GEPEM-ES e fundadora da Sociedade Brasileira de Educação Matemática do ES.

Sandra Aparecida da Silva Fraga. Professora do Instituto Federal do Espírito Santo – IFES/Campus Vitória, atuando na licenciatura em Matemática e no Mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática – EDUCIMAT. Formada pela Universidade Federal do Espírito Santo em Licenciatura em Matemática (2000), mestrado (2004) e doutorado (2009) em Educação com ênfase em Educação Matemática. Atualmente é coordenadora de área do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à docência – subprojeto Matemática e do Laboratório de Matemática do Ifes/Vitória. Tem experiência na área de Educação Matemática, ensino fundamental, médio e superior, atuando principalmente nos seguintes temas: matemática, educação matemática, formação de professores, história da matemática, geometria, laboratório de matemática, grupos de pesquisas e em formações de professores que ensinam Matemática. É líder do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática – GRUPEM e vice-líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM – ES.

Ao Educimat (IFES),
aos familiares, amigos,
aos bolsistas do Pibid, a todos que
promoveram essa grande conquista!

Sumário

APRESENTAÇÃO

Prezado professor,

O guia didático **"Recursos didáticos para o ensino-aprendizagem de Álgebra no Ensino Fundamental"** visa oferecer alguns materiais pedagógicos possíveis de serem utilizados em aulas de Álgebra para alunos do Ensino Fundamental.

Assim, apresentamos atividades que venham colaborar com o processo de ensino-aprendizagem por meio de jogos, materiais didáticos e virtuais que abordam a Álgebra de uma maneira diferenciada.

Esse foi um trabalho desenvolvido em uma pesquisa de mestrado realizada no Instituto Federal do Espírito Santo – IFES, no *Campus* Vitória, intitulada "AÇÕES E REFLEXÕES DE LICENCIANDOS SOBRE O ENSINO-APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NO PIBID-IFES", orientado pelas Professoras Maria Auxiliadora Vilela Paiva e Sandra Aparecida Fraga da Silva. Trabalhamos conjuntamente com licenciandos de matemática que atuam no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid - e identificamos ao longo da pesquisa que os bolsistas pesquisados procuravam formas diferenciadas para trabalhar conteúdos matemáticos em turmas em que atuavam nas escolas de ensino básico parceiras do Pibid, que nos proporcionou base teórica e prática que sustentaram a construção desta produção.

As atividades de Álgebra apresentadas nesse Guia foram produzidas a partir de reflexões sobre experiências vivenciadas em escolas inseridas no Pibid. Dentre as atividades escolhidas estão aquelas que abordam conteúdos algébricos referentes a Polinômios, conteúdos trabalhados no 8º ano do ensino fundamental.

Esperamos que a elaboração deste material possa auxiliar o trabalho em sala de aula e contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de Álgebra. Sugerimos também que você professor ao utilizar este material, possa adaptá-lo ao seu contexto específico, dialogando com seus pares, agregando sua experiência e vivência em sala de aula.

Tenham bom proveito!

As autoras

INTRODUÇÃO

Esse guia didático aponta questões e propostas para ações e reflexões sobre o ensino-aprendizagem da Álgebra. Entendemos que historicamente a Álgebra teve diferentes fases até chegar ao modelo simbólico, com grande influência de generalização e abstração, conforme vemos presente em currículos de matemática e, por consequência, em livros didáticos. Nossa intenção não é trabalhar com essas diferenças, mas apresentar propostas metodológicas para seu ensino na educação básica. Além disso, mostrar que o professor precisa estar atento quando aplicar esses materiais, a fim de identificar dúvidas, dificuldades e sucessos de seus alunos ao utilizarem esses e outros materiais.

A elaboração e a reflexão das atividades a partir de vivências em sala de aula são importantes tanto para o processo de ensino e aprendizagem de Álgebra como para o desenvolvimento profissional docente. Neste sentido, a elaboração do material didático aqui apresentado não é definitivo mas está embasado em práticas docentes e nos vários contextos de aprendizagem, cabe aos professores ampliarem e adequarem as suas realidades. Participaram desta construção e aplicação de material licenciandos de Matemática do IFES *campus* Vitória como sujeitos de uma pesquisa de mestrado que deu origem a este guia didático.

Este material foi estruturado em duas partes: na primeira parte são evidenciadas algumas reflexões sobre o processo de ensino-aprendizagem de Álgebra a partir dos trabalhos de Ponte, Branco e Matos (2009), Arcavi (1995), Lins e Gimenez (1997) e Tinoco (2008).

Na segunda parte apresentamos alguns recursos didáticos que poderão auxiliar no desenvolvimento dos conteúdos algébricos na sala de aula. Essas atividades foram desenvolvidas pelos bolsistas nas escolas parceiras do Pibid e destacamos alguns comentários desses licenciandos sobre ações realizadas em sala de aula durante a aplicação. Apresentamos também algumas sugestões para modificar essas atividades.

Esperamos que esse material possa auxiliar você, colega professor, para que tenha mais um material de apoio em suas aulas de Matemática.

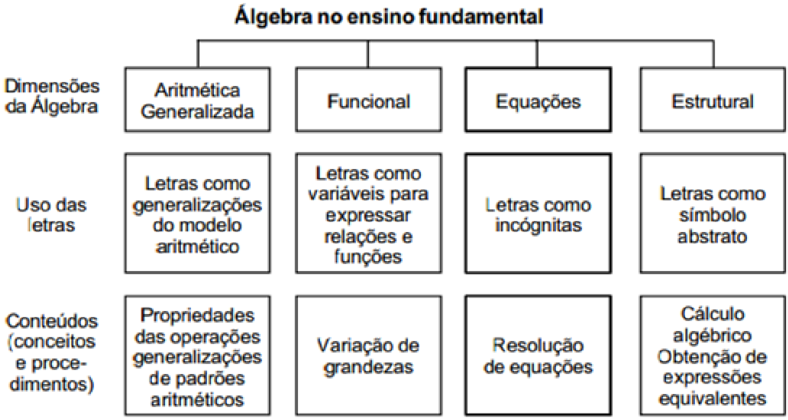
Conhecimento específico para ensino-aprendizagem de Álgebra

Professor, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) os eixos estruturantes no Ensino Fundamental são: Números e Operações, Geometria, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. A Álgebra, apesar de não ser um desses eixos, perpassa todos eles de alguma forma quando trabalhamos determinados conteúdos. Precisamos entender o que é a Álgebra para compreender como trabalha-la. Buscando alguns autores, vemos que Lins e Gimenez (1997, p. 137) afirmam que Álgebra pode ser vista como "[...] um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade".

Muitas vezes a Álgebra é introduzida nos anos finais do ensino fundamental, porém, para Arcavi (1995) o simbolismo algébrico deve ser introduzido desde os anos iniciais, em situações problemas nas quais os alunos possam identificar e compreender os símbolos presentes nas expressões, generalização e justificação de processos aritméticos. Esse autor aponta ainda que a Álgebra tem como instrumento principal os símbolos e, portanto, dar significados a esses símbolos é importante. Assim, o sentido de símbolo para a Álgebra possui o mesmo significado que o sentido de Número para a Aritmética.

Caro professor, os PCN (BRASIL, 1998) ainda apontam que ao trabalhar os conceitos algébricos os alunos podem desenvolver e exercitar sua capacidade de abstrair e generalizar, além de adquirir uma ferramenta para resolução de problemas. Para que isso ocorra, é necessário que sejam trabalhadas em sala de aula as diferentes funções da Álgebra. Trazemos uma síntese dessas funções na figura 2.

Figura 2 – Síntese das diferentes dimensões da Álgebra escolar e as funções das letras



Fonte: (BRASIL, 1998, p. 116)

Outra questão apontada pelos PCN refere-se à necessidade de se trabalhar a noção de incógnita e de variável no Ensino Fundamental. Porém, o que notamos é que a ideia de incógnita tem sido trabalhada, mas a de variável não.

O conceito de variável relaciona a letra a um conjunto de valores que ela pode assumir, a partir dos valores assumidos por outra letra. Neste sentido, a variável vai assumir diferentes papéis de acordo com as funções apresentadas na figura 2. Tinoco (2008) destaca que é necessário um trabalho com os conteúdos algébricos, no qual o aluno atribua o significado esperado às funções da Álgebra e, afirma que para que isso aconteça é necessário que os alunos entendam “a noção de equivalência, que deveria ser construída durante o ensino de aritmética, e a de variável” (TINOCO, 2008, p. 1).

Buscar caminhos que contribuam com o processo de ensino-aprendizagem em Matemática é de fundamental importância. Nesse sentido Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que o ensino de Álgebra deve contribuir para que o aluno desenvolva um pensamento algébrico que inclua três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas. Essas três vertentes estão representadas no quadro 1, a seguir.

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	• Ler e, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; • Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numéricas, tabelas, gráficos) e vice-versa; • Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	• Relacionar (em particular, analisar propriedades); • Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras. • Deduzir;
Resolver problemas e modelar situações	• Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação)

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11)

Essa e outras questões devem ser discutidas e refletidas por todos nós, professores preocupados com a Educação Matemática, de modo a contribuir com o processo de ensino-aprendizagem da Álgebra e minimizar problemas relacionados às dificuldades dos estudantes. No caso da Matemática devemos discutir formas de mudar crenças negativas e auxiliar os alunos na construção de conceitos e procedimentos relacionados a essa área do conhecimento.

Materiais didáticos para o ensino-aprendizagem de Álgebra

Professor, notamos que os PCN (BRASIL, 1998) apontam a necessidade de melhorias no processo de ensino-aprendizagem nas aulas de Matemática. Os PCN destacam ainda que um dos princípios norteadores do processo de ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental é a utilização de recursos didáticos numa perspectiva problematizadora, e que proponham situações de análises e reflexões.

Os jogos são apontados pelos PCN (BRASIL, 1998) como um desses recursos que podem auxiliar o trabalho em aulas de Matemática, afirmando que quando bem trabalhados podem contribuir com a formação de atitudes, desenvolvimento da linguagem, raciocínio e interação entre os alunos. Smole e Diniz (2007) em concordância com esse pensamento afirmam que em aulas de Matemática os jogos podem levar os alunos a desenvolverem diferentes estratégias para resolução de situações-problema e auxiliar na tomada de decisão, reflexão, argumentação e raciocínio lógico.

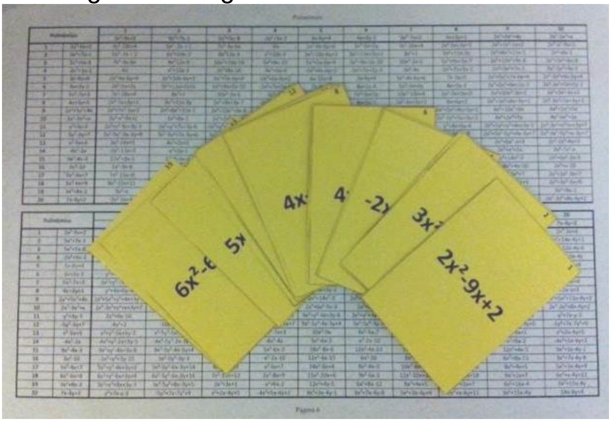
Ainda em relação aos jogos Grando (2000) afirma que o objetivo do jogo pode ser definido por nós, educadores, de modo a utilizá-lo tanto na construção de um novo conceito quanto para trabalhar com um já desenvolvido. A autora ainda destaca diferentes tipos de jogos. Professor, para saber mais leia Grando (2000).

Com base nessas reflexões algumas atividades foram desenvolvidas no Pibid com a finalidade de contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de Matemática e dar apoio às aulas de Álgebra no Ensino Fundamental. As atividades que seguem têm a finalidade de auxiliar alunos de escolas inseridas no Pibid a construírem noções relacionadas ao conteúdo algébrico trabalhado em sala de aula pela professora regente.

Na sequência apresentamos os jogos e materiais pedagógicos pontuando seus objetivos, materiais, regras e outras informações que julgamos contribuir para o entendimento da proposta. Ainda trazemos sugestões de variações e comentários de licenciandos que aplicaram esses jogos em sala de aula.

ATIVIDADE I - JOGO DE CARTAS DE POLINÔMIOS

Figura 3 – Jogo de Cartas de Polinômios



Fonte: Arquivo da Pesquisadora

Objetivos: Adicionar polinômios; compreender os diferentes monômios que compõe os polinômios; realizar registros escritos para serem analisados;

Conteúdos: Adição de Polinômios, notação algébrica. No caso desse Jogo (Fig3) é trabalhada a Álgebra Estrutural, ou seja, o cálculo literal.

Organização da sala: Alunos separados em trios, onde, dois são os jogadores e um é o juiz.

Recursos necessários: vinte cartas numeradas com um polinômio descrito, uma tabela de resultados e uma folha de registro. A tabela de resultados contém todas as combinações possíveis das cartas, e seus respectivos resultados. As cartas foram impressas em cartolina coloridas e cortadas em tamanho A4.

Regras:

1. As cartas são embaralhadas pelo juiz e cada jogador recebe dez cartas. O juiz é quem determina quem inicia o jogo.
2. O primeiro jogador lança uma carta sobre a mesa, e o outro participante lança outra carta. Os jogadores devem realizar a adição dos polinômios que se encontram em ambas as cartas, assim que o juiz determinar o início.
3. O primeiro jogador que resolver a operação deve comunicar ao juiz que interrompe a jogada e confere o resultado na tabela. O juiz para verificar o resultado deve encontrar na tabela a coluna e a linha relacionada a cada equação. Cada acerto vale um ponto, ganha aquele que obtiver mais pontos ao término das cartas. Na folha de registro devem ser registrados todos os polinômios tirados e todas as operações realizadas.

Figura 4 – Alunos utilizando o jogo

Fonte: SILVA (2014, p.79)

Sugestões para variação do Jogo

Pode ser entregue as cartas em branco e solicitar aos alunos que elaborem os polinômios que deverão ser utilizados no jogo.

Outra possibilidade é a utilização de um dado com sinais de operações para ampliar as possibilidades de cálculo.

Nas duas possibilidades apontadas anteriormente não é necessário à utilização de uma tabela com os resultados.

O que dizem os licenciandos sobre o jogo...

Trabalhar com Polinômios é chato e repetitivo. Desenvolver meios para que se torne mais prazeroso o ensino desse conteúdo pode ajudar esses alunos a aprenderem e a se interessarem por esse conteúdo. (Entrevista licenciando A, 2014

Este é um jogo com regras simples geralmente conhecidas por todos. Por isso, ganha-se tempo em sala de aula. Acredito que possa servir como estímulo aos alunos. Mas se eu fosse trabalhar com esse jogo hoje, isso certamente aconteceria após um estudo contendo o desenvolvimento dos produtos com a turma. Acho que assim evitaria que acontecesse com meus alunos o que aconteceu comigo: exercícios que envolviam produtos cujas fórmulas eram conhecidas eu conseguia fazer e, em contrapartida não conseguia fazer aqueles cujas fórmulas ainda não havia decorado". (Entrevista licenciando B, 2014)

Cartas do Jogo de Polinômio

1 $2x^2-9x+2$	2 $3x^2+7x-1$	3 $5x^2+5x-8$	4 $-2x^2+3x-2$	5 $3x-6y+4$
6 $4x+2y-2$	7 $5x^2-7x+2$	8 $4x+3y+1$	9 $2x^3+5x^2+4x$	10 $2x^3-3x^2+x$

11 y^2+3y-5	12 $-3y+7-5y^2$	13 x^2-5x+3	14 $-4x^2-2x$	15 $9x^2-4x-3$
16 $3x^2-10$	17 $5x^2-4x+7$	18 $6x^2-6x+9$	19 $3x^2+8x-2$	20 $7x-4y+2$

Tabela de Resultados

	Polinômios	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		$2x^2-9x+2$	$3x^2+7x-1$	$5x^2+5x-8$	$-2x^2+3x-2$	$3x-6y+4$	$4x+2y-2$	$5x^2-7x+2$	$4x+3y+1$	$2x^3+5x^2+4x$	$2x^3-3x^2+x$
1	$2x^2-9x+2$	$4x^2-18x+4$	$5x^2-2x+1$	$7x^2-4x-6x$	$-6x$	$2x^2-6x-6y+6$	$2x^2-5x+2y$	$7x^2-16x+4$	$2x^2-5x+3y+3$	$2x^3+7x^2-5x+2$	$2x^3-x^2-9x+2$
2	$3x^2+7x-1$	$5x^2-2x+1$	$6x^2+14x-2$	$8x^2 12x-9$	$x^2+10x-3$	$3x^2+10x-6y+3$	$3x^2+11x+2y+1$	$8x^2+1$	$3x^2+11x-3y$	$2x^3+8x^2+11x-1$	$2x^3+8x-1$
3	$5x^2+5x-8$	$7x^2-4x-6x$	$8x^2 12x-9$	$10x^2+10x-16$	$3x^2+8x-10$	$5x^2+5x-6y+4$	$5x^2+9x+2y-10$	$10x^2-2x-6$	$5x^2+9x+3y-7$	$2x^3+10x^2+9x-8$	$2x^3+2x^2+6x-8$
4	$-2x^2+3x-2$	$-6x$	$x^2+10x-3$	$3x^2+8x-10$	$-4x^2+6x-4$	$-2x^2+6x-6y+2$	$-2x^2+7x+2y-4$	$3x^2-4x$	$-2x^2+7x+3y-1$	$2x^3+3x^2+7x-2$	$2x^3-5x^2+4x-2$
5	$3x-6y+4$	$2x^2-6x-6y+6$	$3x^2+10x-6y+3$	$5x^2+5x-6y+4$	$-2x^2+6x-6y+2$	$6x-12y+8$	$7x-4y+4$	$5x^2-4x-6y+6$	$7x-3y+5$	$2x^3+5x^2+7x-6y+4$	$2x^3-3x^2+4x-6y+4$
6	$4x+2y-2$	$2x^2-5x+2y$	$3x^2+11x+2y+1$	$5x^2+9x+2y-10$	$-2x^2+7x+2y-4$	$7x-4y+4$	$8x+2y-4$	$5x^2-3x+2y$	$8x+5y-1$	$2x^3+5x^2+8x+2y-2$	$2x^3-3x^2+5x+2y-2$
7	$5x^2-7x+2$	$7x^2-16x+4$	$8x^2+1$	$10x^2-2x-6$	$3x^2-4x$	$5x^2-4x-6y+6$	$5x^2-3x+2y$	$10x^2-14x+4$	$5x^2-3x+3y+3$	$2x^3+10x^2-3x+2$	$2x^3+2x^2-6x+2$
8	$4x+3y+1$	$2x^2-5x+3y+3$	$3x^2+11x-3y$	$5x^2+9x+3y-7$	$-2x^2+7x+3y-1$	$7x-3y+5$	$8x+5y-1$	$5x^2-3x+3y+3$	$8x+6y+2$	$2x^3+5x^2+8x+3y+1$	$2x^3-3x^2+5x+3y+1$
9	$2x^3+5x^2+4x$	$2x^3+7x^2-5x+2$	$2x^3+8x^2+11x-1$	$2x^3+10x^2+9x-8$	$2x^3+3x^2+7x-2$	$2x^3+5x^2+7x-6y+4$	$2x^3+5x^2+8x+2y-2$	$2x^3+10x^2-3x+2$	$2x^3+5x^2+8x+3y+1$	$4x^3+10x^2+8x$	$4x^3+2x^2+5x$
10	$2x^3-3x^2+x$	$2x^3-x^2-9x+2$	$2x^3+8x-1$	$2x^3+2x^2+6x-8$	$2x^3-5x^2+4x-2$	$2x^3-3x^2+4x-6y+4$	$2x^3-3x^2+5x+2y-2$	$2x^3+2x^2-6x+2$	$2x^3-3x^2+5x+3y+1$	$4x^3+2x^2+5x$	$4x^3-6x^2+2x$
11	y^2+3y-5	$2x^2+y^2-9x+3y-3$	$3x^2+y^2+7x+3y-6$	$5x^2+y^2+5x+3y-13$	$-2x^2+y^2+3x+3y-7$	$2y^2+3x-3y-1$	$y^2+4x+5y-7$	$5x^2+y^2-7x-3y-3$	$y^2+4x+6y-4$	$2x^3+5x^2+y^2+4x+3y-5$	$2x^3-3x^2+y^2+x+3y+7$
12	$-5y^2-3y+7$	$2x^2-5y^2-9x-3y+9$	$3x^2-5y^2+7x-3y+6$	$5x^2-5y^2+5x-3y-5$	$-2x^2-5y^2+3x-3y+5$	$-5y^2+3x-9y+11$	$-5y^2+4x-y+5$	$5x^2-5y^2-7x-3y+9$	$-5y^2+4x+8$	$2x^3+5x^2-5y^2+4x-3y+7$	$2x^3-3x^2-5y^2+x-3y+7$
13	x^2-5x+3	$3x^2-14x+5$	$4x^2+2x+2$	$6x^2-5$	$-x^2-2x+1$	$x^2-2x-6y+7$	x^2-x+1	$6x^2-12x+5$	$x^2-x+3y+4$	$2x^3+6x^2-x+3$	$2x^3-2x^2-4x+3$
14	$-4x^2-2x$	$-2x^2-11x+2$	$-x^2+5x-1$	$5x^2+3x-8$	$-6x^2+x-2$	$-4x^2+x-6y+4$	$-4x^2+2x+2y-2$	x^2-9x+2	$-4x^2+2x+3y+1$	$2x^3+x^2+2x$	$2x^3-7x^2-x$
15	$9x^2-4x-3$	$11x^2+3x-1$	$12x^2+3x-4$	$14x^2+x-11$	$7x^2-x-5$	$9x^2-x-6y+1$	$9x^2+2y-5$	$14x^2-11x-1$	$9x^2+4x+3y-2$	$2x^3+14x^2-3$	$2x^3+6x^2-3x-3$
16	$3x^2-10$	$5x^2-9x-8$	$6x^2+7x-11$	$8x^2+5x-18$	$x^2+3x-12$	$3x^2+3x-6y-6$	$3x^2+4x+2y-12$	$8x^2-7x-8$	$3x^2+4x+3y-9$	$2x^3+8x^2+4x-10$	$2x^3+x-10$
17	$5x^2-4x+7$	$7x^2-13x+9$	$8x^2+3x+6$	$10x^2+x-1$	$3x^2-x+5$	$5x^2-x-6y+11$	$5x^2+2y+5$	$10x^2-11x+9$	$5x^2+3y+8$	$2x^3+10x^2+7$	$2x^3+2x^2-3x+7$
18	$6x^2-6x+9$	$8x^2-15x+11$	$9x^2+x+8$	$11x^2-x+1$	$4x^2-3x+7$	$6x^2-3x-6y+13$	$6x^2-2x+2y+7$	$11x^2-13x+11$	$6x^2-2x+3y+10$	$2x^3+11x^2-2x+9$	$2x^3+3x^2-5x+9$
19	$3x^2+8x-2$	$5x^2-x$	$6x^2+15x-3$	$8x^2+13x-10$	$x^2+11x-4$	$3x^2+11x-6y+2$	$3x^2+12x+2y-4$	$8x^2+x$	$3x^2+12x+3y-1$	$2x^3+8x^2+12x-2$	$2x^3+9x-2$
20	$7x-4y+2$	$2x^2-2x+4$	$3x^2+14x-4y+1$	$5x^2+12x-4y-6$	$-2x^2+10x-4y$	$10x-10x+6$	$13x-2y$	$5x^2-4y+4$	$11x-y+3$	$2x^3+5x^2+11x-4y+2$	$2x^3-3x^2+8x-4y+2$

	Polinômios	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
		y^2+3y-5	$-5y^2-3y+7$	x^2-5x+3	$-4x^2-2x$	$9x^2-4x-3$	$3x^2-10$	$5x^2-4x+7$	$6x^2-6x+9$	$3x^2+8x-2$	$7x-4y+2$
1	$2x^2-9x+2$	$2x^2+y^2-9x+3y-3$	$2x^2-5y^2-9x-3y+9$	$3x^2-14x+5$	$-2x^2-11x+2$	$11x^2+3x-1$	$5x^2-9x-8$	$7x^2-13x+9$	$8x^2-15x+11$	$5x^2-x$	$2x^2-2x+4$
2	$3x^2+7x-1$	$3x^2+y^2+7x+3y-6$	$3x^2-5y^2+7x-3y+6$	$4x^2+2x+2$	$-x^2+5x-1$	$12x^2+3x-4$	$6x^2+7x-11$	$8x^2+3x+6$	$9x^2+x+8$	$6x^2+15x-3$	$3x^2+14x-4y+1$
3	$5x^2+5x-8$	$5x^2+y^2+5x+3y-13$	$5x^2-5y^2+5x-3y-5$	$6x^2-5$	$5x^2+3x-8$	$14x^2+x-11$	$8x^2+5x-18$	$10x^2+x-1$	$11x^2-x+1$	$8x^2+13x-10$	$5x^2+12x-4y-6$
4	$-2x^2+3x-2$	$-2x^2+y^2+3x+3y-7$	$-2x^2-5y^2+3x-3y+5$	$-x^2-2x+1$	$-6x^2+x-2$	$7x^2-x-5$	$x^2+3x-12$	$3x^2-x+5$	$4x^2-3x+7$	$x^2+11x-4$	$-2x^2+10x-4y$
5	$3x-6y+4$	$2y^2+3x-3y-1$	$-5y^2+3x-9y+11$	$x^2-2x-6y+7$	$-4x^2+x-6y+4$	$9x^2-x-6y+1$	$3x^2+3x-6y-6$	$5x^2-x-6y+11$	$6x^2-3x-6y+13$	$3x^2+11x-6y+2$	$10x-10x+6$
6	$4x+2y-2$	$y^2+4x+5y-7$	$-5y^2+4x-y+5$	x^2-x+1	$-4x^2+2x+2y-2$	$9x^2+2y-5$	$3x^2+4x+2y-12$	$5x^2+2y+5$	$6x^2-2x+2y+7$	$3x^2+12x+2y-4$	$13x-2y$
7	$5x^2-7x+2$	$5x^2+y^2-7x-3y-3$	$5x^2-5y^2-7x-3y+9$	$6x^2-12x+5$	x^2-9x+2	$14x^2-11x-1$	$8x^2-7x-8$	$10x^2-11x+9$	$11x^2-13x+11$	$8x^2+x$	$5x^2-4y+4$
8	$4x+3y+1$	$y^2+4x+6y-4$	$-5y^2+4x+8$	$x^2-x+3y+4$	$-4x^2+2x+3y+1$	$9x^2+4x+3y-2$	$3x^2+4x+3y-9$	$5x^2+3y+8$	$6x^2-2x+3y+10$	$3x^2+12x+3y-1$	$11x-y+3$
9	$2x^3+5x^2+4x$	$2x^3+5x^2+y^2+4x+3y-5$	$2x^3+5x^2-5y^2+4x-3y+7$	$2x^3+6x^2-x+3$	$2x^3+x^2+2x$	$2x^3+14x^2-3$	$2x^3+8x^2+4x-10$	$2x^3+10x^2+7$	$2x^3+11x^2-2x+9$	$2x^3+8x^2+12x-2$	$2x^3+5x^2+11x-4y+2$
10	$2x^3-3x^2+x$	$2x^3-3x^2+y^2+x+3y+7$	$2x^3-3x^2-5y^2+x-3y+7$	$2x^3-2x^2-4x+3$	$2x^3-7x^2-x$	$2x^3+6x^2-3x-3$	$2x^3+x-10$	$2x^3+2x^2-3x+7$	$2x^3+3x^2-5x+9$	$2x^3+9x-2$	$2x^3-3x^2+8x-4y+2$
11	y^2+3y-5	$2y^2+6y-10$	$-4y^2+2$	$x^2+y^2-5x+3y-2$	$-4x^2+y^2-2x+3y-5$	$9x^2+y^2-4x+3y-8$	$3x^2+y^2+3y-15$	$5x^2+y^2-ax+3y+2$	$6x^2+y^2-6x+3y+4$	$3x^2+y^2+8x+3y-7$	$y^2+7x-y-3$
12	$-5y^2-3y+7$	$-4y^2+2$	$-10y^2-6y+14$	$x^2-5y^2-5x-3y+10$	$-4x^2-5y^2-2x-3y+7$	$9x^2-5y^2-4x-3y+4$	$3x^2-5y^2-3y-3$	$5x^2-5y^2-6x-3y+14$	$6x^2-5y^2-6x-3y+16$	$3x^2-5y^2+8x-3y+5$	$-5y^2+7x-7y^2+9$
13	x^2-5x+3	$x^2+y^2-5x+3y-2$	$x^2-5y^2-5x-3y+10$	$2x^2-10x+6$	$-3x^2-7x+3$	$10x^2-9x$	$4x^2-5x-7$	$6x^2-9x+10$	$7x^2-11x+12$	$2x^2+3x+1$	$x^2+2x-4y+5$
14	$-4x^2-2x$	$-4x^2+y^2-2x+3y-5$	$-4x^2-5y^2-2x-3y+7$	$-3x^2-7x+3$	$-8x^2-4x$	$5x^2-6x-3$	$-x^2-2x-10$	x^2-6x+7	$2x^2-8x+9$	$-x^2+6x-2$	$-4x^2+5x-4y+2$
15	$9x^2-4x-3$	$9x^2+y^2-4x+3y-8$	$9x^2-5y^2-4x-3y+4$	$10x^2-9x$	$5x^2-6x-3$	$18x^2-8x-6$	$12x^2-4x-13$	$14x^2-8x+4$	$15x^2-10x+6$	$12x^2+4x-5$	$9x^2+3x-4y-1$
16	$3x^2-10$	$3x^2+y^2+3y-15$	$3x^2-5y^2-3y-3$	$4x^2-5x-7$	$-x^2-2x-10$	$12x^2-4x-13$	$6x^2-20$	$8x^2-4x-3$	$9x^2-6x-1$	$6x^2+8x-12$	$3x^2+7x-4y-8$
17	$5x^2-4x+7$	$5x^2+y^2-ax+3y+2$	$5x^2-5y^2-6x-3y+14$	$6x^2-9x+10$	x^2-6x+7	$14x^2-8x+4$	$8x^2-4x-3$	$10x^2-8x+14$	$11x^2-10x+16$	$8x^2+4x+5$	$5x^2+3x-4y+9$
18	$6x^2-6x+9$	$6x^2+y^2-6x+3y+4$	$6x^2-5y^2-6x-3y+16$	$7x^2-11x+12$	$2x^2-8x+9$	$15x^2-10x+6$	$9x^2-6x-1$	$11x^2-10x+16$	$12x^2-12x+18$	$9x^2+2x+7$	$6x^2+x-4y+11$
19	$3x^2+8x-2$	$3x^2+y^2+8x+3y-7$	$3x^2-5y^2+8x-3y+5$	$2x^2+3x+1$	$-x^2+6x-2$	$12x^2+4x-5$	$6x^2+8x-12$	$8x^2+4x+5$	$9x^2+2x+7$	$6x^2+16x-4$	$3x^2+15x-4y$
20	$7x-4y+2$	$y^2+7x-y-3$	$-5y^2+7x-7y^2+9$	$x^2+2x-4y+5$	$-4x^2+5x-4y+2$	$9x^2+3x-4y-1$	$3x^2+7x-4y-8$	$5x^2+3x-4y+9$	$6x^2+x-4y+11$	$3x^2+15x-4y$	$14x-8y+4$

Tabela de Registros

Rodadas	1º Polinômio	2º Polinômio	Resultado	Observações
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ATIVIDADE II - JOGO DE TABULEIRO

Fonte: SILVA (2014, p.87)

Objetivos: Verificar se os alunos compreenderam adição e multiplicação de polinômios e produtos notáveis.

Para os alunos: adicionar e multiplicar polinômios; resolver produtos notáveis; identificar erros na resolução de produtos notáveis.

Conteúdos: Adição e Multiplicação de Polinômios, notação algébrica, produtos notáveis

Organização da sala: Alunos em duplas ou trios. Cada grupo receberá o material do jogo

Recursos necessários: O jogo de tabuleiro contém 1 tabuleiro, 2 ou 3 pinos, cartas de sorte/revés e de “?” e 1 dado.

Regras:

1. Os alunos jogam em dupla ou trio.

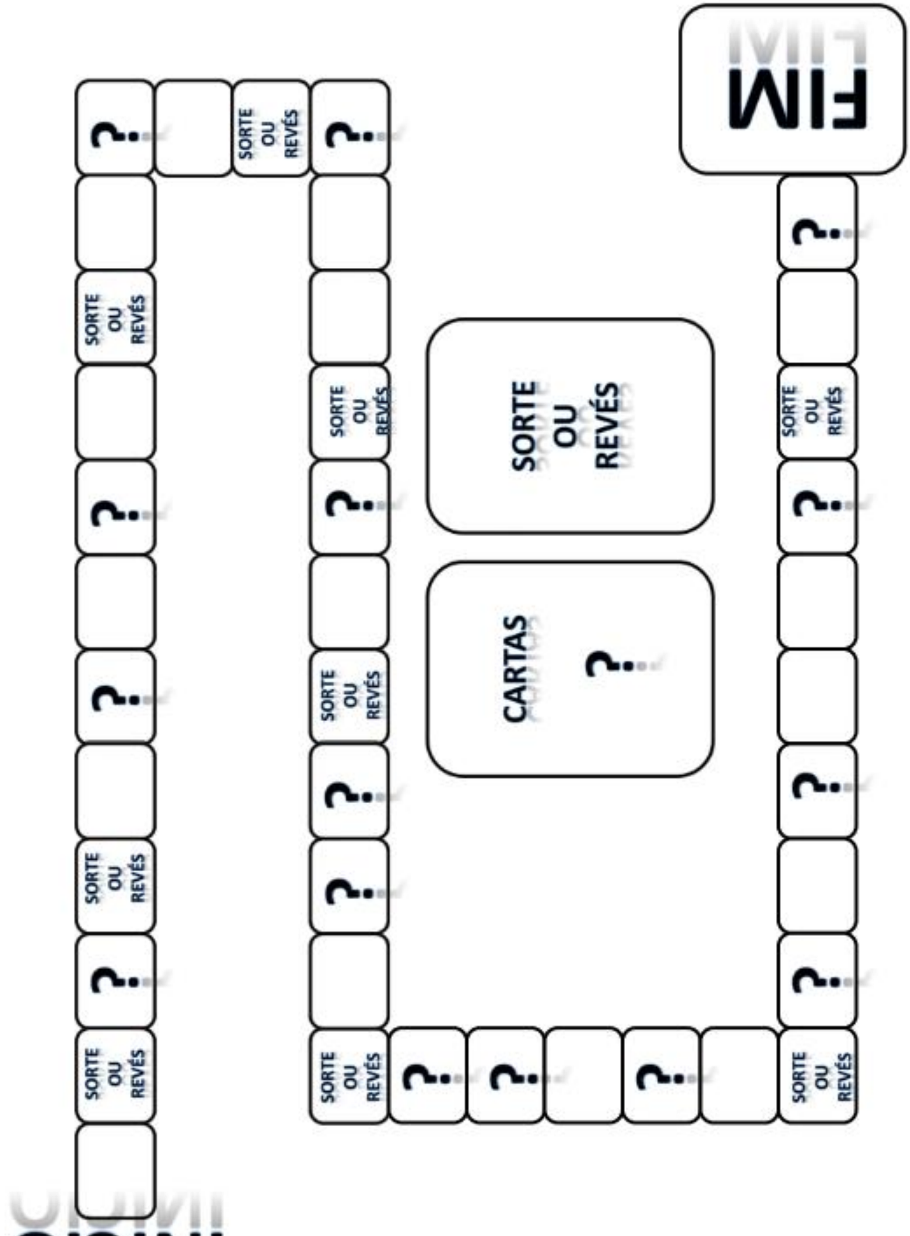
2. Cada jogador escolhe um pino. Cada pino terá uma cor diferente.

3. Antes de iniciar o jogo os jogadores deverão definir qual a ordem das jogadas. Uma sugestão é cada jogador lançar o dado e a ordem das jogadas será a ordem decrescente dos pontos obtidos nos dados. Ou ser em sentido horário, ou anti-horário.

4. Se ao lançar o dado e avançar até a casa obtida (o jogador avança o número de casas tiradas no dado) e essa for a casa de sorte/revés o aluno retira uma carta do monte e tem que cumprir o que a mesma determina. Se não cumprir, o jogador deve retornar a casa anterior, ou seja, à casa que estava antes de realizar a jogada.

5. Se cair em uma casa de “**?**” o participante deve retirar uma carta do monte e resolver a operação com o polinômio indicado, para prosseguir. Caso acerte a questão retirada o jogador continua na casa onde está. Caso contrário, ele deve retornar à casa anterior, ou seja, à casa onde estava antes da jogada.

6. Ganha quem alcançar primeiro a linha de chegada.


INÍCIO
SORTE OU REVÉS
CARTAS
FIM

Volte 02 casas	**Avance 01 casa**	**Pegue 01 carta " ?"**	**Troque de posição com o 2º jogador**	**Retorne ao início do Jogo**	**Avance 05 casas**
Você perdeu uma jogada retorne a casa que estava	**Você ganhou mais uma jogada...**	**Multiplique o valor que tirou no dado por 6 e divida por 3. Depois avance o valor que obteve**	**Escolha um adversário para responder uma "?" se ele acertar volte 01 casa. Se ele errar avance 01 casa**	**Multiplique o nº obtido por 5. Se der um nº par avance 02 casas. Se for ímpar volte 03**	**Multiplique o valor obtido por 02 e depois tire 06. Se for positivo avance o nº obtido de casas. Se for negativo volte**
Pegue uma carta "?"	**Volte uma casa**	**Multiplique os polinômios abaixo:** $(x+2)$ e $(x-2)$	**Multiplique os polinômios abaixo:** (x^2+x-1) e $(x+1)$	**Multiplique os polinômios abaixo:** $(xy+2y)$ e $(x-1)$	**Multiplique os polinômios abaixo:** $(x^2y^3+xy-yx)$ e $(2x+1)$

Encontre o polinômio abaixo: $(x+1)^2$	Encontre o polinômio abaixo: $(x-1)^2$	Multiplique os polinômios abaixo: $(x+y)(x-y)$	Soma de Polinômios: $(2x^2-9x+2)$ e $(3x^2+7x-1)$	Soma de Polinômios: $(5x^2+5x-8)$ e $(-2x^2+3x-2)$	Soma de Polinômios: $(3x-6y+4)$ e $(3x^2+7x-1)$
Soma de Polinômios: $(4x+2y-2)$ e $(5x^2-7x+2)$	Soma de Polinômios: $(2x^3+5x^2+4x)$ e $(-4x^2-2x)$	Soma de Polinômios: $(2x^3-3x^2+x)$ e $(3x-6y+4)$	Soma de Polinômios: (y^2+3y-5) e $(-3y+7-5y^2)$	Soma de Polinômios: $(9x^2-4x-3)$ e $(3x-6y+4)$	Soma de Polinômios: $(3x^2-10)$ e $(7x-4y+2)$
Encontre o erro no polinômio abaixo: $(x+2)^2 = x^2+2x+4$	Encontre o erro no polinômio abaixo: $(x+1)(x-2) = x^2-3x-2$	Encontre o erro no polinômio abaixo: $(7x^2-4xy+2)+(4x^2y+1)$ tem como resultado $7x^2+1$	Encontre o polinômio abaixo: $(x+3)y^2+(xy-x-5)$	Desafio: $(x+1)^3$ Se resolver esse desafio: "Parabéns você venceu esse jogo"	Desafio: $(x-1)^3$ Se resolver esse desafio: "Parabéns você venceu esse jogo"

Rodadas	Carta “?”	Operação	Resultado	Observações
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

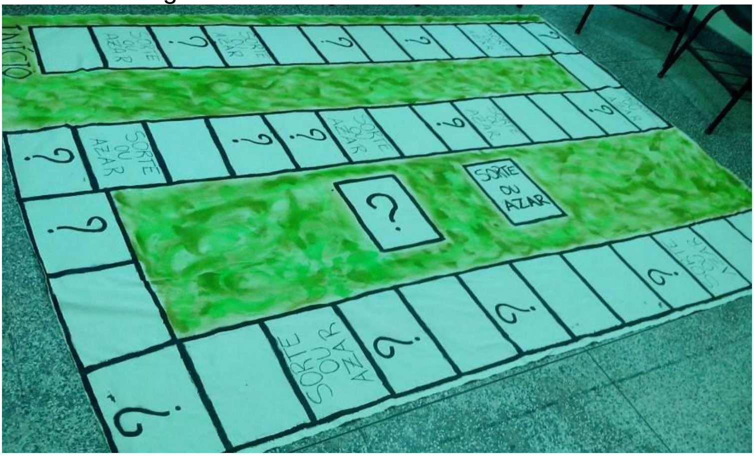
Sugestões para variação do Jogo:

Este jogo é versátil e pode ser utilizado para trabalhar qualquer conteúdo sendo necessário apenas adaptar as cartas de “**?**”.Lembrando que as funções da Álgebra são: Aritmética Generalizada, Funcional, Equações e Estrutural, dependendo do objetivo a atingir a elaboração das perguntas deve considerar essas funções e não apenas a função Estrutural, como foi o caso apresentado.

Considerações sobre a confecção do tabuleiro

O Tabuleiro pode ser confeccionado em outros materiais. Como exemplos, trouxemos os modelos a seguir. O primeiro deles foi confeccionado em tecido de algodão cru (Fig.5) e tinta de tecido. As cartas podem ser impressas em papel cartolina colorida em tamanho A4 e os pinos podem ser feitos de garrafas PET de 2 litros em cores diferentes. Nesse caso a turma pode ser dividida em grupos, sendo que cada equipe fica responsável para encontrar o resultado correto.

Figura 5 – Tabuleiro confeccionado em tecido



Fonte: Arquivo das Pesquisadoras

Outra possibilidade é o uso de discos para pizza para confeccionar o tabuleiro. Não indicamos a compra dos discos de isopor por não ser um material biodegradável. A confecção desse jogo de trilha poderá ser feito de duas formas: na primeira o tabuleiro pode já estar pronto e as cartas confeccionadas pelos próprios alunos. A outra possibilidade é de que os alunos confeccionem as casas do jogo que formarão a trilha, ou seja, cada aluno produz uma peça da trilha como na figura 6 a seguir:

Figura 6 – Tabuleiro confeccionado em embalagens para pizza

Fonte: Arquivo da Pesquisas

Nesse ultimo caso não será necessário a confecção das cartas do jogo, considerando que cada peça já indica algo para ser cumprido.

O que dizem os licenciandos...

Uma graça! Acredito que, potencialmente, este jogo desperta maior interesse nos alunos do que o anterior (jogo de cartas de Polinômios) por ser um jogo mais dinâmico (de ter que lançar dados, voltar casas, responder questões, etc.). Agora já enxergo a possibilidade de se trabalhar operações com polinômios por meio desse jogo (simultaneamente), e não mais após o trabalho do conteúdo como pensei para o jogo anterior (jogo de cartas de Polinômios) (Entrevista licenciando C, 2014)

Os alunos iriam fazer a prova no dia seguinte à aula, e eles tinham muita dificuldade em trabalhar o conteúdo, [...] Mesmo com tanta confusão, tive certeza de que os alunos estavam aprendendo um pouco de adição e multiplicação de polinômios. A maioria dos grupos não concluiu o jogo obtendo um vencedor, mas estavam caminhando para isso e foi durante esse caminho que eles aprenderam parte do conteúdo. A cada carta que eles retiravam do monte, viam como um desafio e não importava quem havia retirado a carta, o grupo inteiro buscava resolver a operação descrita, sendo que a cada obstáculo nos chamavam para auxiliar e assim prosseguiam

ATIVIDADE III - ALGEPLAN

O Algeplan é um material didático manipulável, que pode se apresentar na forma concreta ou virtual, e relaciona a Geometria e Álgebra. Atualmente, já se encontra esse material disponível para compra, mas pode ser facilmente reproduzido.

Trabalhando com o Algeplan

Objetivo: Fixar o conteúdo de multiplicação de polinômios. Identificar áreas de retângulos a partir da multiplicação de polinômios; resolver produtos notáveis a partir da construção de áreas de retângulos, e em particular, de quadrados.

Conteúdos: Operações de monômios e polinômios de até grau 2. Ainda contribui com o trabalho de fatoração, ensino de expressões algébricas e desenvolvimento de produtos notáveis.

Organização da sala: Alunos em duplas ou trios. Cada grupo receberá um Kit contendo as peças do Algeplan.

Recursos necessários: Quarenta peças que associa cores e figuras com medidas e áreas semelhantes, conforme indicações a seguir: 4 quadrados maiores, 4 quadrados médios e doze quadrados de lado de 1 unidade e 4 retângulos de lados x e y, e oito retângulos de lado 1 e x. e os canudinhos com as medidas dos quadrados? Esse material pode ser construído com diferentes tipos de materiais tais como madeira, EVA, papel cartão ou cartolina.

OBS: Os bolsistas do Pibid incluíram canudos para fazer o contorno dos retângulos montados. Apresentamos a seguir uma das atividades sugeridas por eles durante as atividades no programa:

Figura 7 – Atividade com o Algeplan proposta pelas bolsistas do Pibid

ALGEPLAN

Tabelas de medidas

Cor de canudo	Medida
Branco	1
Amarelo	x
Vermelho	y

Tabela de Áreas

Figura	Área
Quadrado branco	$1 . 1 = 1$
Quadrado amarelo	$x . x = x^2$
Quadrado preto	$y . y = y^2$
Retângulo vermelho	$x . 1 = x$
Retângulo verde	$y . 1 = y$
Retângulo azul	$x . y = xy$

*As medidas estão em unidades de comprimento e as áreas em unidades de áreas.

Utilizando o **Algeplan**, represente as áreas abaixo e anote os resultados obtidos:

a) $(x+4).2$ ________________

b) $y.(2x+3)$ ________________

c) $(x+2y).3$ ________________

d) $(2x+3).(x+3)$ ________________

e) $(y+3).(y+4)$ ________________

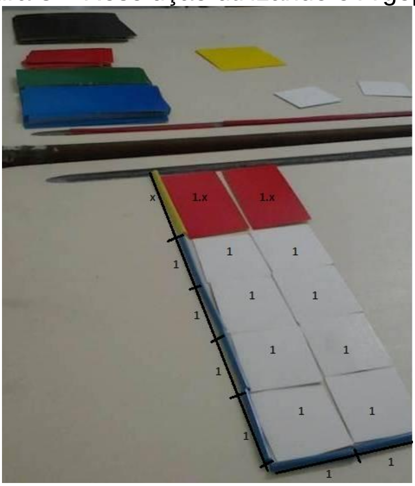
f) $(2x+1)^2$ ________________

Desafio: $(x+2y).(y+1+x)$

Fonte: SILVA (2014, p.97)

As atividades devem ser feitas relacionando Geometria com expressões algébricas. Isso significa que na resolução da operação será utilizado cálculo de área, a propriedade distributiva das operações e multiplicação de Polinômio. Como exemplo, vamos resolver 2.(x+4) utilizando o Algeplan:

Figura 8 – Resolução utilizando o Algeplan



Fonte: SILVA (2014, p.97)

Verificamos na figura 8 quadrados brancos (área 1.1 = 1) e 2 retângulos vermelhos (área x. 1 = x). Somando as áreas temos que 2(x+4) = 2x (dois retângulos vermelhos) + 8 (quadrados brancos).

O que dizem os licenciandos...

Percebo que os alunos têm dificuldades em relação às quatro operações que são trabalhadas desde as séries iniciais. Acredito que isso dificulta o ensino de Álgebra no ensino fundamental principalmente por ser um conteúdo mais abstrato. O Algeplan por ser um recurso concreto e visual pode auxiliar nesse processo.

Trabalha com o intuitivo do aluno, porque ele olhando fica mais fácil. Por exemplo, o uso do Algeplan trabalhou a Álgebra por meio de áreas. Ele fez a multiplicação de Monômios, por exemplo, (x+2).(3x+1), e depois é só somar as áreas. Acredito que isso explica o processo. Ou seja, é feita a propriedade distributiva direta mas tem uma explicação por trás daquele processo.

Sugestões para variação do material:

Professor, apresentamos anteriormente a escolha dos materiais feita pelas bolsistas tanto para a confecção do Algeplan quanto para os canudos representando o contorno das figuras. Sugerimos algumas alterações na atividade proposta, dentre elas as cores das peças utilizadas com base em cores primárias e secundárias. Nos quadros 2 e 3 apresentamos algumas sugestões referentes as cores das peças:

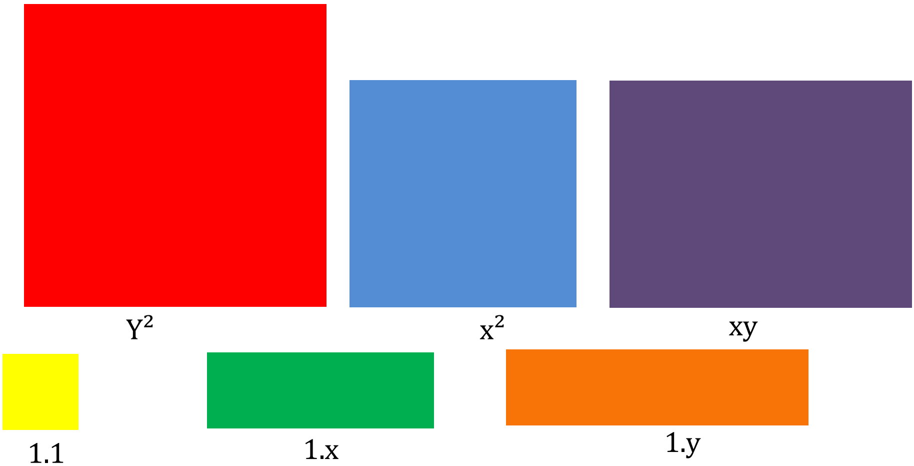
Quadro 2 – Tabela de Medidas a partir dos canudos

Tabela de Medidas	
1	Amarelo
X	Azul
Y	Vermelho

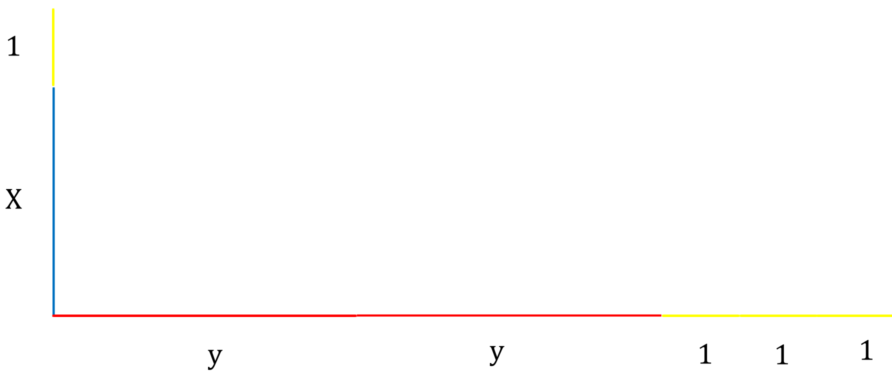
Quadro 3 – Tabela de Medidas a partir dos canudos

Tabela de Áreas		
Área	Relação de Cores	Figura
$1.1=1$	Amarelo x Amarelo	Quadrado Amarelo
$x.x=x^2$	Azul x Azul	Quadrado Azul
$y.y=y^2$	Vermelho x Vermelho	Quadrado Vermelho
$1.x=x$	Amarelo x Azul	Retângulo Verde
$1.y=y$	Amarelo x Vermelho	Retângulo Laranja
$x.y=xy$	Azul x Vermelho	Retângulo Roxo

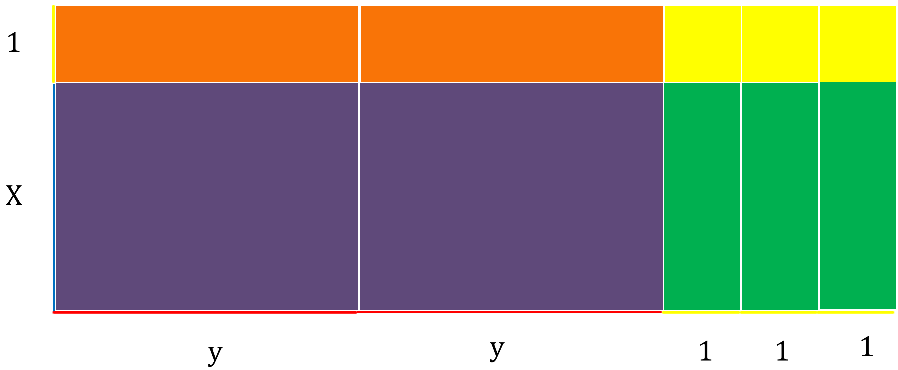
Abaixo destacamos as peças do Algeplan construídas a partir do quadro 3:



Vamos resolver a operação (x+1).(2y+3), utilizando o Algeplan. 1º - Deve-se verificar na tabela os canudos que deverão ser utilizados para montar o contorno. Como exemplo, será colocado os canudos representando os polinômios (x+1) na vertical e o (2y+3) na horizontal. Lembramos, no entanto, que essa ordem não interfere na resolução.

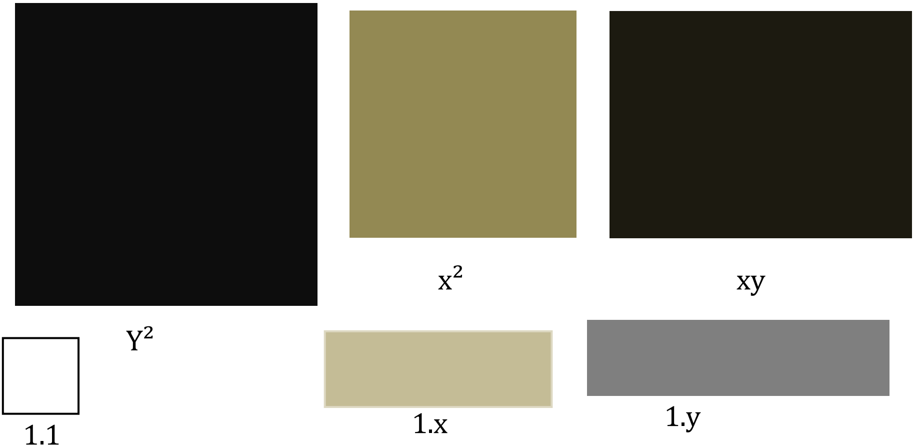


2º - Após colocar os canudos como contorno, deve-se fazer as relações entre base e altura. Verifica-se na tabela e organiza-se as figuras correspondentes, conforme figura a seguir:



3º - Verifica-se as peças utilizadas e a quantidade de cada uma para resolver a operação. Ao organizar as peças encontra-se: 2xy (roxas), 2y (laranjas), 3x (verdes), 3 (amarelos). Portanto a operação (x+1).(2y+3) = 2xy+2y+3x+3.

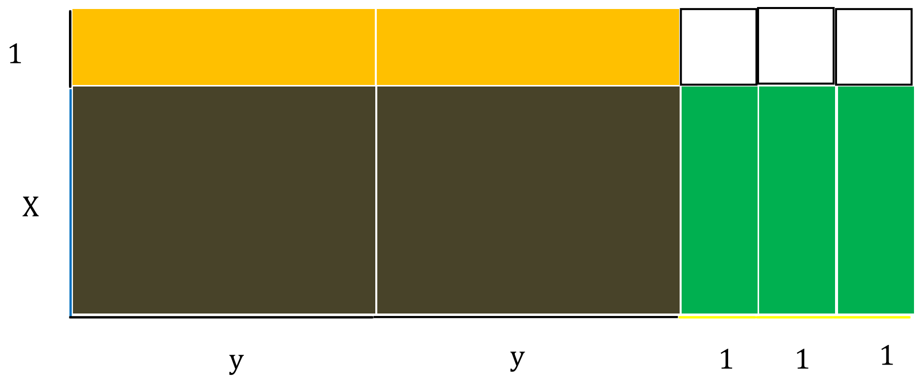
Outra opção é o trabalho com termos negativos no Algeplan as peças utilizadas poderão ser substituídas por tons de cinza com o intuito de mostrar ausência da peça. O ideal é escolher tons de cinzas diferenciados para identificar as peças diferentes. Quanto os canudos representando o contorno poderão ser pretos ou transparentes.



Vamos resolver a operação (x-1).(-2y+3), utilizando o Algeplan.

1º - Deve-se verificar na tabela os canudos que deverão ser utilizados para montar o contorno. Como exemplo, serão colocado os canudos representando os polinômios (x-1) na vertical e o (-2y+3) na horizontal. Só que os canudos representando os números negativos deverão ser pretos ou transparentes. Lembramos, no entanto que essa ordem não interfere na resolução.

Destacamos também que é muito importante a sua mediação professor nesse caso considerando que o aluno aqui trabalhará com as regras de sinais.



2º - Verifica-se as peças utilizadas e a quantidade de cada uma para resolver a operação. Contando as peças temos: -2xy (marrom), 2y (laranjas), 3x (verdes), -3 (brancas). Portanto a operação (x-1).(-2y+3) = -2xy+2y+3x-3.

As cores utilizadas são sugestões, portanto poderão ser trocadas de acordo com a preferência. Mas a partir da escolha das cores essas deverão ser utilizadas em todo o processo de utilização do jogo. Destacamos também a importância da sua mediação professor ao longo de todo processo para relacionar o material didático com o conteúdo matemática fazendo com que o aluno compreenda a relação entre o concreto e abstrato.

Para que o aluno compreenda o processo do Algeplan é necessário que compreenda noções relacionadas ao cálculo de área. Devido a isso deixamos como sugestão duas atividades para explorar o conceito de área de figuras retangulares para depois trabalhar com o Algeplan.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE 1

Objetivo Geral da Atividade: Trabalhar as diferentes funções da Álgebra.

Objetivos específicos:

- Explorar noções de Adição e Multiplicação de Polinômios por meio de soma de áreas;
- Trabalhar noções da Álgebra como generalizadora da Aritmética;
- Resolver atividades explorando noções da Álgebra como relação entre grandezas;
- Explorar noções algébricas relacionadas a resolução de equações simples.

Esses são os objetivos relacionados aos conteúdos algébricos mas, existem também os objetivos relacionados ao jogo tais como, desenvolver o raciocínio lógico, trabalhar em equipe, dentre outros.

1) Utilizando o papel quadriculado construa quadrados e retângulos com tamanhos diferentes e indique a área e o perímetro dessas figuras geométricas.

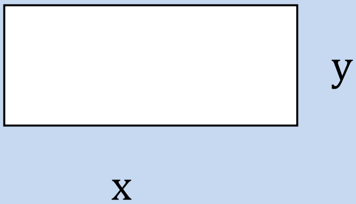
Sugestões: 1. Deixe o aluno livre para que construa seu próprio raciocínio, sozinho ou comparando com os colegas. Se nem todos os objetivos forem alcançados faça uma mediação indicando valores para que o aluno entenda a atividade proposta.

2. O papel quadriculado poderá ser substituído pelo Geoplano quadrado.

2) Qual a estratégia você utilizou para encontrar a área e o perímetro dessas figuras?
3) As estratégias utilizadas por você foram as mesmas utilizadas pelos seus colegas?
4) Se aumentarmos os lados de um dos quadrados, o que acontece?
5) Agora faça o teste com as outras figuras. O que aconteceu?
6) Vamos supor agora que um dos lados do meu retângulo tenha x de largura e a altura seja y. Como faço para encontrar a área dessa figura?
7) Analisando a área do retângulo acima você saberia calcular a área do Quadrado? Como ficaria a expressão da área neste caso? Descreva a seguir como resolveu.
8) E se fosse um quadrado com lado x?

Discutindo as funcionalidades da Álgebra: Nos problemas 6 e 7 exploramos a Álgebra como Aritmética Generalizada. Ou seja, a variável nesse caso representa uma generalização do modelo Aritmético.

Sistematizando: Considerando que uma área S de um retângulo relaciona-se ao produto das medidas a e b dos seus lados consecutivos, temos que a expressão da área.



$$\boxed{\text{Área } S = x.y}$$

9) Vamos supor que José tem uma chácara com área retangular total de 15mil m². Com base nessa informação responda:

a) Sabendo que um dos lados é dois metros maior que o outro, quanto mede cada lado dessa chácara? Explique como encontrou o resultado.

b) É possível dividir essa chácara em lotes de tamanhos iguais? Qual o tamanho de cada lote?

c) Supondo que o 1m² dessa chácara custe 5 mil reais, qual o valor total da chácara? Explique como encontrou esse resultado.

d) Supondo que José tenha dividido a chácara em lotes de tamanhos iguais e vendeu dois destes lotes. Qual o valor total que José recebeu pela venda dos mesmos?

10) Peça aos alunos que resolvam algumas atividades do

livro didático relacionadas a Polinômios utilizando as peças do Algeplan.

11) Utilizando as peças do Algeplan resolva as equações abaixo:

a) $(x+y)^2 =$

b) $(x-y)^2 =$

c) $(x+y).(x-y)=$

Discutindo as funcionalidades da Álgebra: Na atividade 9 exploramos a Álgebra funcional e equações. No primeiro caso a variável é apresentada para expressar relações que nesse caso representa relação entre as grandezas: área e valor monetário. No segundo caso é apresentada a variável como incógnita, ou seja, a letra tem um valor que pode ser encontrado.

***Sugestões*:** Após o trabalho com áreas poderá ser feito um breve histórico sobre a Álgebra Geométrica desenvolvida pelos gregos. Essa história pode dar início ao trabalho com o Algeplan. Apresente o Algeplan e solicite aos alunos que descubra, por exemplo, qual a expressão que equivale a $(x+y)^2$.

Discutindo as funcionalidades da Álgebra: Os exercícios 10 e 11 trabalham a Álgebra Estrutural. A variável nesse caso é apresentada apenas como um símbolo abstrato.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE 2

Objetivo Geral da Atividade: Trabalhar noções de Adição e Multiplicação de Polinômios por meio de cálculo de áreas.

Sugestões:

1. Separe a turma em trios. Cada grupo deve receber um kit contendo instruções para medição de determinada superfície e o instrumento que será utilizado. Estes instrumentos pode ser régua, fita métrica, Papel quadriculado, folha de papel A4, Geoplano, dentre outros.

2. Exemplos que podem ser colocados no Kit: Folha para Anotações, um instrumento e uma instrução para encontrar a área de determinado objeto ou local.

3. Exemplo de Instruções:

- Encontre a área da superfície da mesa do professor utilizando as folhas de papel quadriculado.
- Encontre a Área total de uma folha A4 utilizando como instrumento a régua.
- Construa um quadrado e um retângulo qualquer utilizando o Geoplano e descubra a área dessas figuras.

3. Deixe livre para que o aluno construa seu próprio raciocínio. Se nem todos os objetivos forem alcançados deverá ser feita a mediação pelo professor, que formulará perguntas, podendo indicar valores de forma que o aluno compreenda o que está sendo pedido na atividade.

4. Após discussão no grupo cada trio deverá apresentar para a sala a unidade de área utilizada e a maneira que resolveu a atividade.

1) Encontre as áreas das superfícies utilizando o instrumento entregue ao seu grupo e preencha os dados abaixo:

a) Instrumento utilizado pelo grupo: ______________________

b) Superfície que o grupo deverá encontrar a área: ____

c) Resultado encontrado: ______________________________

d) Explique com suas palavras como encontrou o resultado anterior:

____

____

____

2) Todos os grupos encontraram valores numéricos iguais? Por quê?

3) Escolha um grupo que utilizou estratégia ou unidade diferente das de seu grupo e apresente uma sugestão diferente para a resolução do cálculo da área.

4) Encontre a área e o perímetro das figuras abaixo utilizando o papel quadriculado:

5) Qual a estratégia que você utilizou para encontrar a área dessas figuras?

6) Se fosse pedido o cálculo do perímetro dessas figura, que estratégia utilizaria ?

7) Se o aumentarmos os lados das figuras, o que acontece com sua área?

8) Agora faça o teste com outras figuras. O que aconteceu?

9) Vamos supor agora que um dos lados do meu retângulo mede x e a altura seja y. Como faço para encontrar a área dessa figura?

10) E se aumentarmos para (x+1) e (y+1) os lados desse retângulo, o que acontece?

Sugestões: Nesse momento pode se iniciar o trabalho com o Algeplan, propondo que os alunos resolvam as atividades do livro didático.

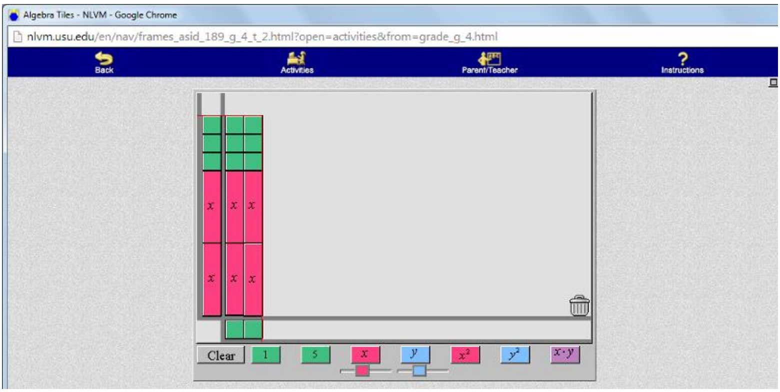
ATIVIDADE IV – RECURSOS DIGITAIS

Algeplan Virtual

O Algeplan também pode ser encontrado na forma virtual em alguns sites. Professor, nesse momento você poderá utilizar além do material concreto, o ambiente virtual. No trabalho desenvolvido no Pibid foi utilizado o site: http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_189_g_4_t_2.html?open=activities&from=category_g_4_t_2.html

O Jogo no ambiente virtual segue o mesmo esquema que o apresentado pelo material concreto. Segue na figura 9 abaixo a tela do ambiente virtual.

Figura 9 – Tela do Algeplan do site http://nlvm.usu.edu



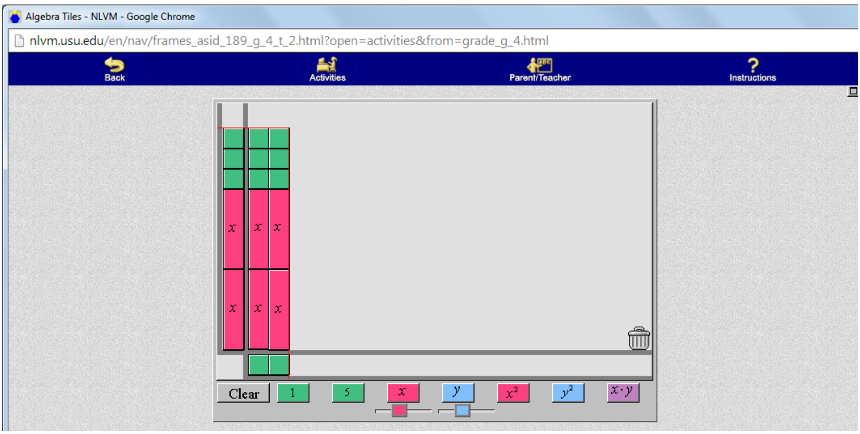
Fonte – site http://nlvm.usu.edu

Sugerimos que essa atividade seja feita em dupla para que os alunos possam interagir e trocar ideias sobre o assunto. A seguir na fig. 10 apresentamos uma dupla realizando a atividade proposta e na fig. 11 a resolução encontrada por eles ao desenvolver o polinômio 2.(2x+3).

Figura 10 – Dupla fazendo a atividade no laboratório de informática

Fonte: SILVA (2014, p.103)

Figura 11 – Tela dos grupos ao desenvolver o polinômio (2x+3).2



Fonte – site http://nlvm.usu.edu

Essa atividade pode ser realizada como uma introdução ao conteúdo de Álgebra a ser trabalhado, nesse caso o de Polinômios. O professor pode, a partir do trabalho realizado no laboratório de informática, sistematizar as operações de polinômios. Depois da sistematização podem ser aplicadas as atividades do livro didático.

Outras possibilidades de trabalho no ambiente virtual

No ambiente virtual há outras possibilidades para o trabalho em sala de aula. Informamos que essas atividades são sugestões e que não foram trabalhadas por nós em sala de aula.

Balança Algébrica

Figura 12 – Balança Algébrica

Fonte – site http://nlvm.usu.edu

Essa atividade permite resolver problemas de equações simples de modo a obter o valor de x por meio de manipulação dos blocos da balança. O objetivo é equilibrar os blocos e realizar as operações necessárias até encontrar o valor de x.

Lembramos que qualquer atividade desse tipo deve ser sistematizada pelo professor de modo a auxiliar o aluno a estabelecer significado entre a atividade realizada e o conteúdo matemático em questão. A balança algébrica pode ser utilizada como introdução num problema específico ao trabalhar equações no ensino fundamental, sabendo que não pode ser usado para quaisquer quantidades e que o professor deverá levar seus alunos a abstraírem. A balança é apenas um recurso para introdução ao estudo das equações.

Considerações aos professores,

Esperamos que esse material tenha contribuído de alguma forma com o seu trabalho. Informamos que procuramos aqui apresentar algumas práticas que podem ser utilizadas em sala de aula ao trabalhar alguns conteúdos específicos de Álgebra. Claro que você professor vai adaptar a realidade de sua sala de aula procurando da melhor forma possível utilizar esse material.

REFERÊNCIAS

ARCAVI, A. **O sentido do símbolo – Atribuindo um sentindo informal à Matemática formal**, em Álgebra, História, Representação. Série Reflexão em Educação Matemática. Rio de Janeiro, 1995, volume 2, p. 38-72.

GATTI, Bernadete A. **Políticas e práticas de formação de professores: perspectivas no Brasil**. In: XVI ENDIPE - ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16, 2012, Campinas. **Anais.** Campinas: Unicamp, 2012. p. 16-32.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 239 f. Tese (Doutorado em Educação matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Campinas, faculdade de Educação, SP, 2000.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética a Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MANRIQUE, A. L.; ANDRÉ, M. E. D. A. Relações com saberes na formação de professores. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (ORG). **A Formação do professor que ensina Matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autentica, 2006. p. 133-147.

PONTE, J. P; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. 2009. 180p.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; MILANI, E. **Jogos de matemática do 6° ao 9° ano**. Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed 2007.

SILVA, Euléssia C. **Ações e Reflexões de licenciandos sobre o ensino-aprendizagem de Álgebra no Pibid**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Programa Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Educimat, IFES, Vitória-ES, 2014.

SUGESTÕES DE LEITURA:

ARCAVI, A; BRUCKHEIMER, M; BEN-AVI, Ruth. **História da Matemática para professores: o caso dos números irracionais, em Álgebra, História, Representação**. Série Reflexão em Educação Matemática. Rio de Janeiro, 1995, volume 2, p. 11-24.

BOYER, Carl, B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Bluch, 1996.

FREITAS, R. C. O. ; SÁ, L. C**.** . Álgebra e geometria se aproximam: uma contribuição da geometria dinâmica. In: I Encontro Nacional de Ensino e Aprendizagem de Matemática e VIII Encontro capixaba de educação matemática, 2010, Vitória. Caderno de Resumo, 2010.

GARBI, Gilbert G. **O romance das equações algébricas**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

MARCARINI, V. B**.** ; SILVA, E. C. ; SILVA, S. A. F. . Reflexões a partir de uma prática com o conteúdo de polinômios no pibid. In: VI Seminário da Licenciatura em Matemática, 2014, Cachoeiro de Itapemerim.

MARCARINI, V. B. ; SILVA, E. C. ; PINTO, A. H. . Operações polinomiais no 8º ano do ensino fundamental com jogo de tabuleiro. In: IV EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática e 2º Encontro Nacional do Pibid Matemática, 2014, Santa Maria.

OLIVEIRA, S. C.; MATTIUZZI, R. M.; **FALQUETTO, J. M.** . Utilização de recursos didáticos no ensino de multiplicação de monômios. 2013

TINOCO, L. A. A. **Álgebra:** pensar, calcular, comunicar. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2008.

EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – CAMPUS VITÓRIA

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-8263-071-6
9 788582 630716