

Série Guias Didáticos de Matemática

28

**Construção do Conceito de Função:
uma experiência com
Modelagem Matemática**

**Camila Maria Dias Pagung
Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni**

**Editora Ifes
2016**



Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação Em Ciências e Matemática

Camila Maria Dias Pagung
Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni

Construção do Conceito de Função: uma experiência com Modelagem Matemática

Série Guia Didático de Matemática - nº 28

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2016

Copyright @ 2016 by Instituto Federal do Espírito Santo
Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto nº. 1.825 de 20 de dezembro de 1907.
O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Observação:
Material didático público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

P139c Pagung, Camila Maria Dias.

Construção do conceito de função : uma experiência com modelagem matemática / Camila Maria Dias Pagung, Oscar Luiz Teixeira de Rezende, Luciano Lessa Lorenzoni. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2016.

39 p. : il. ; 21 cm. - (Série guias didáticos de matemática ; 28)

ISBN: 978-85-8263-112-6

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Funções (Matemática). 3. Modelos matemáticos. 4. Catadores de lixo – Guarapari (ES). I. Rezende, Oscar Luiz Texeira de. II. Lorenzoni, Luciano Lessa. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título.

CDD: 510.7

Realização



Apoio





Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação Em Ciências e Matemática

Camila Maria Dias Pagung
Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Luciano Lessa Lorenzoni

Construção do Conceito de Função: uma experiência com
Modelagem Matemática

Série Guia Didático de Matemática - n° 28

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2016

Editora do Ifes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Avenida Rio Branco nº 50, Santa Lúcia
Vitória - Espírito Santo – CEP 29.056-255
Telefone (27) 3227-5564
Email: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Avenida Vitória, 1729 – Jucutuquara.
Prédio Administrativo, 3º andar. Programa Educimat.
Vitória – Espírito Santo – CEP 29.040-780

Comissão Científica

Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende
Dr^a. Lillian Akemi Kato
Dr^a. Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Dr. Luciano Lessa Lorenzoni
Dr^a. Cláudia Alessandra Costa de Araújo Lorenzoni

Coordenador Editorial

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Sidnei Quezada Meireles Leite

Revisão

Camila Maria Dias Pagung
Cláudia Simões Mariano

Capa e Editoração Eletrônica

Katy Kanyo Ribeiro

Produção e Divulgação

Programa Educimat, Ifes



Instituto Federal do Espírito Santo

DENIO RABELO ARANTES

Reitor

MÁRCIO ALMEIDA CÓ

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

RENATO TANNURE ROTTA DE ALMEIDA

Pró-Reitor de Extensão

ARACELI VERÓNICA FLORES NARDY RIBEIRO

Pró-Reitora de Ensino

LEZI JOSÉ FERREIRA

Pró-Reitor de Administração

ADEMAR MANOEL STANGE

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional

IFES – CAMPUS VITÓRIA

RICARDO PAIVA

Diretor Geral

MÁRCIA REGINA PEREIRA LIMA

Diretora de Pesquisa e Pós-Graduação

HUDSON LUIZ COGO

Diretor de Ensino

SÉRGIO CARLOS ZAVARIS

Diretor de Extensão

ROSENI DA COSTA SILVA PRATTI

Diretora de Administração

SOBRE OS AUTORES



CAMILA MARIA DIAS PAGUNG. Mestranda em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, desenvolvendo pesquisa em Modelagem Matemática. Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo e Especialista em Tecnologias para o Ensino de Matemática pela Universidade Federal Fluminense. É professora efetiva de Matemática da Rede Estadual do Espírito Santo, atuando no município de Guarapari e da Rede Municipal de Anchieta.

OSCAR LUIZ TEIXEIRA DE REZENDE. Doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa, Mestre em Informática pela Universidade Federal do Espírito Santo, Bacharel e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória, atuando também no EDUCIMAT - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do IFES. Participa do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística - GEPEME, desenvolvendo pesquisas de Modelagem na Educação Matemática.



LUCIANO LESSA LORENZONI. Doutor em Engenharia Elétrica, pela Universidade Federal do Espírito Santo, é professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (IFES), vinculado a Coordenadoria de Matemática e ao Programa EDUCIMAT - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Participa do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação Estatística - GEPEME, desenvolvendo pesquisas na área de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Aos professores do EDUCIMAT,
Pelo conhecimento que compartilharam comigo.

Aos meus orientadores, pela paciência e persistência.

À Flávia Nessrala, pelo incentivo.

À Rodrigo Rodrigues pelo apoio constante.

Uma palavra que não representa uma ideia é uma coisa morta, da mesma forma que uma ideia não incorporada em palavras não passa de uma sombra. (Vygotski, 2002)

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	10
INTRODUÇÃO	12
A SEQUÊNCIA DIDÁTICA	16
ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	26
Atividade 1. Estabelecendo o modelo tabular.....	26
Atividade 2. Estabelecendo o modelo algébrico.....	27
2.1. Analisar a renda.....	27
2.2. Relação unívoca em uma função.....	27
2.3. Determinando o modelo algébrico da função.....	28
2.4. Determinando domínio e imagem da função.....	29
Atividade 3. Estabelecendo o modelo geométrico.....	30
ATIVIDADES COMPLEMENTARES	31
CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
REFERÊNCIAS	35
SUGESTÕES DE LEITURA	36
APÊNDICES	37
Apêndice A – Tabela de preços de compra e venda das mercadorias coletadas (período de janeiro a maio/2014).....	37
Apêndice B – Quantidade de material vendido por mês pela associação (período de janeiro a maio/2014).....	38
Apêndice C – Atividades complementares.....	39

APRESENTAÇÃO

Este guia metodológico, produto educacional de nossa pesquisa de Mestrado, destina-se a professores que almejam desenvolver práticas diferenciadas de ensino voltadas para a construção do conceito de função. A proposta de trabalho foi formulada a partir de uma atividade de Modelagem Matemática, sob a concepção de Barbosa (2001) e, enquanto ambiente de aprendizagem, conduz os alunos a investigar diferentes situações provenientes da realidade, por intermédio da Matemática.

Quando se trata da realidade, não se pode negar as contribuições dos trabalhos de Vygotski ao sustentar que todo conhecimento é construído socialmente, no âmbito das relações humanas e, logo, a interação existente entre os sujeitos do processo educativo proporcionará aprendizado que, realizado em ambiente formal, possibilitará o desenvolvimento dos processos internos do indivíduo.

Este trabalho teve como ponto de partida a realidade local dos sujeitos envolvidos e promoveu diversos aprendizados, não somente no campo da Matemática. Proporcionou, também, mudanças nas suas relações com outros aspectos que fazem parte da sociedade, com ampliação da autonomia e criticidade destes indivíduos diante os problemas sociais.

O objetivo deste guia é convidar os professores a inovarem sua prática docente e mostrar que a Modelagem Matemática pode propiciar muitas oportunidades em âmbito pedagógico, de modo a levar os estudantes a produzir discussões acerca de seu cotidiano, destacando a conscientização quanto ao seu papel na sociedade, bem como provocar mudanças em sua forma de ver o mundo.

Esperamos contribuir com a prática pedagógica de muitos professores, oferecendo aporte teórico e prático, a fim de auxiliar em uma melhor compreensão do tema e na formulação de outras atividades destinadas ao ensino e aprendizagem do conceito de função, bem como no aprofundamento do assunto.

Apresentaremos no campo teórico as principais ideias que fundamentaram nosso estudo, seguido da sequência didática utilizada nesta investigação. Também incluímos algumas atividades realizadas durante a prática da Modelagem e sugerimos outras que poderão contribuir com a prática docente para o ensino e aprendizagem do tema.

Bons estudos!

INTRODUÇÃO

A Matemática está presente em todos os níveis escolares e associada a outras áreas do conhecimento. No entanto, no cotidiano escolar é considerada junto com as demais Ciências, mais uma componente do currículo, estando dissociada da realidade dos estudantes.

Por muito tempo a sociedade manteve um sistema de ensino que tinha como objetivo garantir a aquisição do patrimônio cultural por meio de apropriação do conhecimento, baseada na transmissão de conteúdos e confrontação com modelos e demonstrações. Este sistema foi designado por Freire (2011) como “educação bancária”, uma crítica à abordagem tradicionalista que almejava transformar o aluno em um ser passivo, um depósito de informações escolhidas e elaboradas por outros indivíduos.

Historicamente, novos movimentos começaram a se desenvolver a partir das lacunas deixadas pelo ensino tradicional e, em relação à Matemática, abordagens contemporâneas têm tentado reestruturar seu ensino, preocupadas em reconhecer a natureza crítica da Educação Matemática.

Skovsmose (2007), um de seus maiores representantes, afirma que a Educação Matemática Crítica está relacionada aos possíveis papéis e/ou competências que a Educação Matemática poderia desempenhar junto a contextos sociopolíticos, não bastando ensinar Matemática aos indivíduos, mas desenvolver cidadãos críticos que não apenas se vejam afetados pelo processo político, mas que sejam igualmente participantes dele.

Entendida como uma articulação entre três vertentes, democracia, reflexão e diálogo, quando associadas pretendem desenvolver nos sujeitos uma atitude democrática que, por meio da Matemática, vem favorecer uma relação de parceria e igualdade. O diálogo com o professor, associado aos interesses dos alunos, pode direcionar o processo de ensino e aprendizagem, que ocorrerá por meio da inserção crítica do educando em sua realidade, a fim de problematizá-la e transcendê-la, objetivando uma aproximação dos problemas sociais efetivamente existentes.

A Modelagem Matemática busca construir ambientes com este perfil, a fim de transformar situações da realidade em problemas matemáticos, estreitando as

distâncias entre o conhecimento escolar e o contexto sociocultural. Skovsmose (2000) sugere que o professor organize um cenário para investigação que busque explicações para questões formuladas e somente acontece com o aceite dos alunos. O envolvimento depende da relação entre o interesse dos alunos e o “convite” apresentado pelo ambiente de Modelagem.

Neste sentido, Barbosa (2001, p. 31) caracteriza a Modelagem como “ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. A Modelagem torna o aluno participativo e a Matemática passa a ser vista além dos limites da disciplina curricular, capaz de possibilitar a ascensão do indivíduo que compreende seu papel sociocultural.

O ensino de função sob este enfoque mostra-se promissor, uma vez que orienta o trabalho cotidiano do professor, observando como a prática social pode contribuir para a construção conceitual do tema. Por isso, há a necessidade de se adotar práticas pedagógicas, como a Modelagem, voltadas para a compreensão da realidade de maneira mais reflexiva.

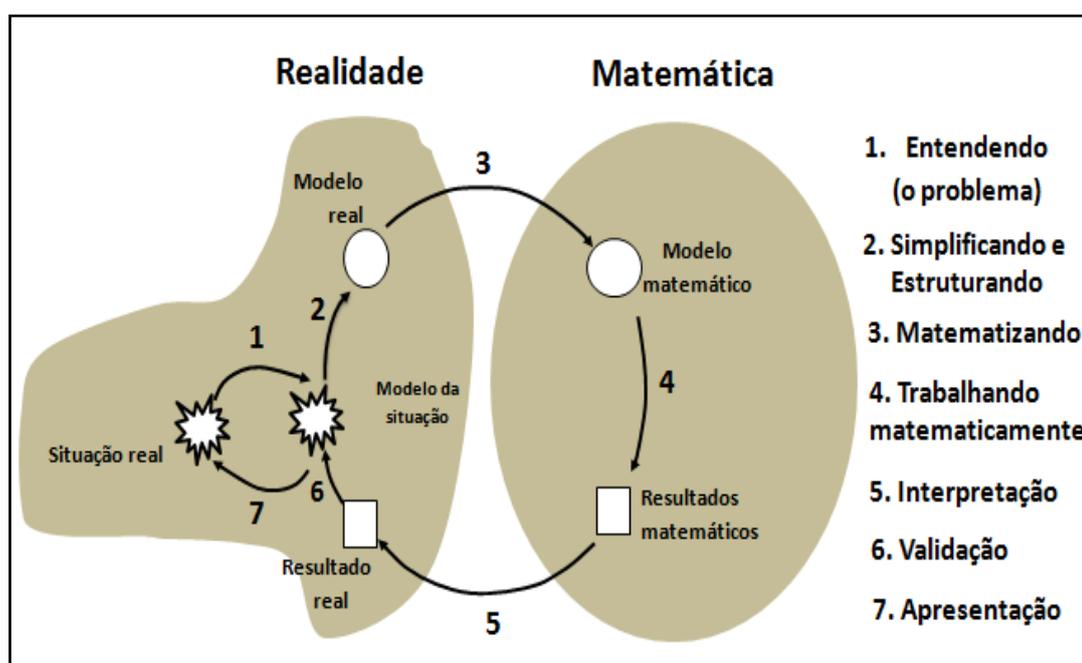
O conceito de função desempenha um importante papel na formação do indivíduo, pois possibilita a compreensão de aspectos do cotidiano, a percepção de definições relevantes e encadeamentos conceituais e lógicos, a fim de que novos conhecimentos sejam construídos (relações entre variáveis e reconhecimento de grandezas), possibilitando a resolução de problemas e a tomada de decisões.

Sierpinska (1992) entende que o conceito de função é determinante não apenas para compreender suas representações, mas as relações entre elas, que muitas vezes ficam comprometidas em razão das limitações de se operar durante o momento de aprendizagem conceitual. Este fato se justifica porque, geralmente, os estudantes atribuem certa distância dos conteúdos matemáticos à realidade em que estão inseridos, acreditando se tratar de um mundo avesso ao que convivem cotidianamente. Neste sentido, a pesquisadora considera que este obstáculo, embora não esteja restrito somente à apropriação do conceito de função, possivelmente seja um dos principais e que mereça mais atenção, uma vez que compromete a aprendizagem de outros temas relevantes da Matemática.

Assim, elaboramos uma sequência didática que destaca uma possibilidade para a construção do conceito de função, orientado pelas etapas do ciclo de Modelagem Matemática e observando os pressupostos da Educação Matemática Crítica.

O ciclo de Modelagem Matemática consiste em um roteiro metodológico que, embora não seja rígido, poderá orientar o trabalho docente, principalmente de professores que tenham pouca afinidade ou desconheçam esta proposta pedagógica.

No caso presente, optamos pelo ciclo de Modelagem dos pesquisadores alemães Blum e Leiß (2005), que mostra como ocorre transição da situação real para o modelo matemático, a fim de que os modeladores possam compreender a tarefa a ser executada.



Ciclo de Modelagem de Blum e Leiß (2005)

Eles definiram seu ciclo de modelagem a partir de sete etapas, sinteticamente discriminadas a seguir:

- 1. Entendendo (o problema):** Ao escolher uma situação a ser investigada, extraída do contexto real, o modelador deve primeiro, entender o problema, a partir do modelo de situação a ser construído.

2. **Simplificando e estruturando:** O problema real selecionado para a investigação precisa ser simplificado e estruturado, levando a uma semirrealidade que vai direcionar ao modelo matemático.
3. **Matematizando:** A matematização transforma realidade simplificada em modelo matemático. Nesta fase, o modelo, instrumento de mediação, aproxima o mundo real do mundo da Matemática.
4. **Trabalhando matematicamente:** Trabalhar matematicamente significa produzir os resultados matemáticos, a partir das ferramentas que a Matemática pode oferecer (o cálculo, a resolução de equações, a análise geométrica e outras) que são interpretadas no mundo real, como resultados reais.
5. **Interpretação:** A obtenção dos resultados matemáticos requer sua adequação ao mundo real. Interpretando, o modelador vai refletir acerca do comportamento do modelo matemático e seus métodos de resolução na presença do contexto real.
6. **Validação:** A validação dos resultados leva o indivíduo a refletir sobre as soluções obtidas, podendo indicar a necessidade de percorrer o ciclo novamente. De acordo com os novos fatores, as recomendações para o modelador podem ser bem diferentes.
7. **Apresentando resultados:** As soluções encontradas no ambiente de interatividade fizeram uso dos instrumentos semióticos, foram analisadas e interpretadas à luz dos conhecimentos matemáticos e validadas à situação real, trazendo possíveis respostas ao problema original.

Estas etapas fizeram parte da sequência didática que foi construída para orientar este estudo, voltada para a construção do conceito de função, possibilitando ao leitor uma melhor compreensão do papel do ciclo, enquanto orientador metodológico da prática pedagógica desenvolvida.



A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O trabalho por meio de sequências didáticas tem sido reconhecido como elemento diferenciador entre as metodologias de ensino. Isso se deve ao fato de que a maneira de se articular as atividades que formam unidades didáticas possibilita, segundo Zabala (1998), o estudo conjunto e inter-relacionado de todas as variáveis que incidem nos processos educativos, considerando a importância das intenções educacionais na definição dos conteúdos de aprendizagem e, portanto, do papel das atividades que se propõem.

Nossa sequência didática foi construída interdisciplinarmente, em parceria com os professores de Ciências e Matemática. O instrumento pedagógico foi formulado a partir de debates com os alunos acerca da ideologia do consumo vigente no mundo capitalista, da produção excessiva de resíduos pela população mundial e da reciclagem como alternativa para minimizar o problema do descarte inadequado dos resíduos.

Teve por base a Lei nº 12.305/2010¹, que trata da Política Nacional de Resíduos Sólidos, com ações compartilhadas entre governos, empresas e população, de modo a impulsionar às indústrias o retorno dos produtos após o consumo e obrigando o poder público a realizar planos para o gerenciamento do lixo. Cumpre ressaltar que a lei consagra o aspecto social da reciclagem, com a participação formal dos catadores organizados em cooperativas.

Diante desta realidade e durante as discussões com os professores, realizamos este projeto com os estudantes, sob o enfoque da Modelagem Matemática, a fim de que pudessem conhecer e se inserir na atual política ambiental do país e desenvolver a consciência crítica e reflexiva quanto ao consumo, produção de resíduos, reciclagem e geração de renda.

A sequência foi estruturada em 19 aulas, contendo objetivos específicos voltados para atividades sob a perspectiva acima referida, desenvolvidas de acordo com as dimensões tipológicas dos conteúdos, segundo Coll (1986), compreendidos em três categorias: conceituais (o que se deve saber para promover a atividade mental do educando),

1 Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2007-2010/2010/lei/l12305.htm

procedimentais (como se deve fazer para alcançar as finalidades pretendidas) e atitudinais (como se deve ser diante das relações e interações numa perspectiva educacional valorativa). Distribuídas em 22 momentos pedagógicos, especificam suas intenções educativas e as dinâmicas realizadas durante as práticas educacionais.

A sequência passou por algumas transformações e atividades sugeridas inicialmente foram reformuladas ou substituídas por outras, em comum acordo com as docentes envolvidas, mais adequadas às circunstâncias e adaptadas às necessidades dos educandos.

Também foram observados os oito critérios estabelecidos por Zabala (1998, pp. 63-64) para que uma unidade didática apresente características construtivistas com atenção à diversidade. Para isso, deve dispor de atividades que:

- permitam determinar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos novos conteúdos de aprendizagem;
- sejam significativas e funcionais para os estudantes;
- se preocupem com o nível de desenvolvimento de cada aluno, observando habilidades subjetivas na execução de tarefas;
- representem um desafio alcançável para os alunos, considerando suas competências atuais e permitindo seu avanço, a partir da interação com o professor e/ou alunos mais experientes, que contribuirão na evolução de seu desenvolvimento psicológico e criem zonas de desenvolvimento proximal;
- provoquem conflito cognitivo e promovem a atividade intelectual do discente, estabelecendo relações entre novos conteúdos e conhecimentos prévios;
- sejam motivadoras em relação à aprendizagem dos novos conteúdos;
- estimulem a autoestima e o autoconceito em relação às aprendizagens que se propõem;
- desenvolvam a autonomia dos alunos em suas aprendizagens.

Lembramos aos leitores que estamos apresentando uma sugestão, que poderá ser adaptada conforme a realidade dos estudantes envolvidos.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÕES

Título:	Sequência didática para validação das atividades envolvendo a coleta e análise de renda proveniente da atividade econômica dos catadores de resíduos recicláveis da Associação dos Catadores de Material Reciclável de Guarapari – ASSCAMARG.
Público Alvo:	Alunos do 9º ano do ensino fundamental/ 1º ano do Ensino Médio.
Problematização:	Desde a revolução industrial, é crescente o consumo de produtos industrializados. Com o elevado nível de consumo, constata-se o aumento considerável da quantidade de resíduos como embalagens, rótulos e outros materiais provenientes do descarte de produtos. Considerando o consumismo desregrado e conseqüentemente a geração de resíduos, avaliando-se que os recursos naturais do planeta são esgotáveis e, ainda, que não há tanto espaço no planeta para dispor a quantidade de resíduos produzidos, surge a necessidade de conscientizar os cidadãos a respeito da redução do consumo, da reutilização e reciclagem de produtos. Desta forma, apresentamos essa seqüência que tem como foco verificar as perspectivas de renda a partir dos resíduos coletados pela associação de catadores de materiais recicláveis de Guarapari, ASSCAMARG, bem como fazer um estudo desta renda na atividade de reciclagem dos materiais recolhidos.
Questões para investigação:	<ol style="list-style-type: none"> 1. A renda obtida por meio da reciclagem de materiais garante aos trabalhadores da Associação dos Catadores de Resíduos Sólidos de Guarapari/ES condições mínimas de sobrevivência? 2. De que forma a associação ajudou a transformar a vida de seus associados?
Objetivo Geral:	Esta seqüência objetiva a construção do conceito de função a partir de um estudo sobre a renda dos catadores associados à ASSCAMARG, sob o ponto de vista da Modelagem Matemática. Almeja, também, promover ações para conscientizar os estudantes dos benefícios existentes no tratamento e reciclagem de materiais descartados, visando à preservação do planeta e propiciando melhores condições de vida.

CONTEÚDOS E MÉTODOS

Aula	Objetivos Específicos	Conteúdos/Professor responsável	Dinâmicas/Momento Pedagógico
1	<p>Entender e construir o problema, resgatando conhecimentos sobre consumo, produção de resíduos sólidos, reciclagem e geração de renda.</p> <p>Identificar os conceitos prévios dos estudantes, acerca do tema central. Aproximar, da realidade dos alunos, as tecnologias da informação como forma de compreender que estas são agentes difusores de conhecimento.</p>	<p>Conceituais: consumismo, geração de resíduos sólidos, reciclagem e renda.</p> <p>Atitudinais: debates, diálogos interativos com o professor e colegas sobre o tema, apresentando conhecimentos que dominam e adquiridos após a exibição dos vídeos./ Profª de Ciências.</p>	<p>(M1) O professor apresentará o tema “Descarte consciente dos resíduos sólidos” e solicitará aos alunos que externem seus conhecimentos sobre a importância do consumo em suas vidas, a produção de resíduos, a possibilidade de reciclagem destes materiais e a geração de renda a partir desta atividade.</p> <p>(M2) O professor exibirá para os alunos o documentário “A História das Coisas” disponível em http://youtu.be/741IjTeLJz0 como introdução e motivação para o desenvolvimento dessa seqüência didática. Após o documentário será realizada discussão com os alunos a partir de questões norteadoras.</p>

2	<p>Dominar a linguagem científica e compreender fenômenos relacionados ao tema.</p> <p>Reconhecer mudanças nos conceitos prévios dos alunos em relação ao tema central, após os vídeos e debates com os professores.</p> <p>Realizar coleta exploratória de dados, obtidas a partir das indagações aos alunos.</p>	<p>Conceituais: consumo consciente, resíduos sólidos e geração de renda;</p> <p>Atitudinais: debates, diálogos interativos com o professor e colegas a respeito do tema, apresentando conhecimentos que detêm e adquiridos após a exibição dos vídeos./ Profª de Matemática.</p>	<p>(M3) O professor exibirá o documentário “Um novo olhar sobre os plásticos” disponível em http://youtu.be/5kLF8TQuLc, em continuidade à aula anterior.</p> <p>(M4) Após o documentário será realizada discussão com os alunos a partir de questões norteadoras.</p>
3	<p>Conhecer aspectos referentes à cultura do consumo a nível nacional e mundial e o problema da geração de resíduos e a falta de destino.</p> <p>Desenvolver interesse pelo estudo de questões sociais relacionadas ao tema.</p>	<p>Conceituais: produção de resíduos sólidos em nível nacional e mundial e suas consequências para o futuro./ Profª de Ciências.</p>	<p>(M5) Buscando uma concepção de ensino aprendizagem numa abordagem CTSA – Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente, os alunos farão uma pesquisa em grupos no laboratório de informática (internet) ou com revistas especializadas (na biblioteca) sobre a produção de resíduos sólidos no Brasil e no mundo, investigando a partir de que década esses índices começaram a aumentar e que consequências este aumento pode provocar a esta, às futuras gerações e ao futuro do planeta.</p>
4	<p>Utilizar as informações obtidas com a pesquisa para discutir e compreender as mudanças de hábitos da população que desencadearam com o problema do aumento da produção de lixo.</p> <p>Socializar conhecimentos.</p>	<p>Conceituais: reflexos dos atuais valores sociais nas relações de consumo; mudanças de hábitos da população.</p> <p>Atitudinais: atuação em grupos e o trabalho cooperativo; incentivo à participação em debates, de interação com o professor e colegas./ Profª de Ciências.</p>	<p>(M6) O professor pode comentar sobre as mudanças que ocorreram na sociedade e que culminaram na mudança de hábitos da população, incentivando uma discussão sobre os valores existentes no início dos anos 80 e os presentes na sociedade moderna que desencadearam mudanças no consumo. Os grupos apresentarão o resultado da pesquisa solicitada e farão uma discussão sobre consumo inconsciente. O professor e os alunos sistematizarão por meio de relatório escrito os conhecimentos advindos da pesquisa.</p>
5	<p>Conhecer o problema do descarte de resíduos do ponto de vista de quem deve fiscalizar e zelar pelas políticas públicas de proteção ao meio ambiente.</p>	<p>Conceituais: funcionamento do projeto de coleta seletiva do município, abordando a questão da reciclagem e da geração de renda.</p> <p>Atitudinais: reflexão sobre a importância da redução do consumo, da reutilização de produtos e da reciclagem de descartáveis e sobre a possibilidade de geração de renda nessa atividade./ Profs. de Matemática e Ciências.</p>	<p>(M7) Através desta aula será realizada palestra com um representante da Secretaria de Meio Ambiente, apresentando o projeto de coleta seletiva do município, com base na Lei nº 12.305/2010 e as medidas de proteção ao meio ambiente, acerca da poluição gerada pelo descarte inapropriado de resíduos. Os alunos podem intervir apresentando seus questionamentos.</p>

6/7	<p>Compreender a situação problema do consumo inconsciente e das possibilidades de geração de renda em atividades que manipulam o resíduo sólido.</p> <p>Construir um ambiente de conscientização e aprendizagem colaborativa.</p>	<p>Conceituais: práticas bem sucedidas de reciclagem, tanto do ponto de vista ecológico como na geração de renda.</p> <p>Procedimentais: produção de relatórios sobre as reportagens e apresentar para a turma as principais ideias, discutindo as iniciativas.</p> <p>Atitudinais: reflexão sobre as práticas de reciclagem; Desenvolvimento da autonomia./ Profs. de Ciências e Matemática.</p>	<p>(M8) Os alunos formarão grupos de trabalho e receberão reportagens que retratam iniciativas de reciclagem bem sucedidas no país, analisando do ponto de vista ambiental como financeiro, extraíndo as principais ideias para apresentá-las ao restante da turma.</p> <p>(M9) Os grupos apresentarão os temas para a turma, direcionando os debates, com o auxílio do professor, se necessário, através de comentários, respondendo a perguntas, solicitando a participação, atuando como protagonistas da própria aprendizagem em interação com os demais colegas.</p>
8/9	Aproximar a educação formal dos espaços não formais de educação.	<p>Procedimentais: construção de instrumentos para obtenção de informações (entrevista) durante a visita técnica à instituição, objeto de estudo./ Prof^ª de Matemática.</p>	(M10) O professor irá pedir aos alunos que, divididos em grupos com 4 a 5 estudantes, formulem questões para uma entrevista que será realizada na sede da ASSCAMARG, abordando aspectos que acharem interessantes referentes às discussões veiculadas nas aulas anteriores (como por exemplo, reciclagem de materiais, tipo de materiais reciclados, valor apurado na venda desses materiais, composição da renda dos catadores e da própria associação, dentre outros assuntos).
10	Aproximar a educação formal dos espaços não formais de educação, relacionando os conhecimentos científicos sobre produção de lixo, reciclagem e geração de renda com os conhecimentos empíricos a partir de observação em aula de campo.	<p>Conceituais: o trabalho da associação de catadores de resíduos e sua relevância social.</p> <p>Atitudinais: reflexão sobre o aproveitamento dos resíduos sólidos e sua importância como atividade econômica que gera renda.</p> <p>Procedimentais: Obtenção de informações relevantes ao estudo da renda dos catadores, por meio de entrevistas com os trabalhadores da associação, conforme o planejamento técnico realizado em aula./ Profs. de Matemática e Ciências.</p>	<p>(M11) O professor e a turma serão levados de ônibus da escola para a sede da ASSCAMARG, em Guarapari, onde conhecerão a associação e o trabalho desenvolvido por aqueles trabalhadores.</p> <p>(M12) Os alunos irão coletar as informações, conforme o levantamento de questões de seu interesse realizado na aula anterior.</p>

11/12	Simplificar e estruturar o problema, selecionando dados e matematizar, produzindo um modelo simplificado da realidade, com as informações obtidas do meio em que aluno e problema estão inseridos e as hipóteses simplificadoras utilizadas para a construção de um modelo no mundo idealizado.	<p>Conceitual: Modelo tabular para a função estudada;</p> <p>Atitudinais: Elaboração de argumentos próprios e valorativos sobre o problema a ser solucionado.</p> <p>Procedimentais: Desenvolvimento de um modelo matemático para o estudo da renda de modo a se atingir o conceito de função./ Prof^ª de Matemática.</p>	<p>(M132) Os alunos, orientados pelo professor, irão selecionar as informações necessárias para o estudo do problema (a renda da associação, a partir das espécies de material coletado, por exemplo), a fim de estabelecerem um modelo real a ser trabalhado pelos alunos, nos grupos formados em aulas anteriores.</p> <p>(M14) Os alunos organizarão os dados simplificados em uma tabela, relacionando as variáveis identificadas (quantidade do material e preço por quilograma/tonelada deste produto, por exemplo) – Modelo tabular.</p>
13/14 / 15	Estabelecer relações matemáticas com as informações obtidas no mundo real.	<p>Conceitual: Função como relação de interdependência entre duas grandezas e suas representações algébrica e geométrica;</p> <p>Procedimental: Desenvolvimento do modelo algébrico e geométrico da função estudada;</p> <p>Atitudinal: Reconhecimento da necessidade do diálogo para o êxito do modelo; Desenvolver o espírito crítico do trabalho em equipe; refletir sobre os modelos encontrados e verificar as melhores opções./ Prof^ª de Matemática.</p>	<p>(M15) Os alunos, em grupos, irão observar as relações existentes entre as variáveis encontradas, de modo a desenvolverem estratégias que culminem para um modelo matemático que as representem (modelo algébrico da função). O professor irá observar o comportamento dos discentes na elaboração deste modelo, mediando os debates, quando for necessário e propondo exercícios².</p> <p>(M16) Os alunos, juntamente com o professor, construirão uma representação gráfica do fenômeno em questão, de modo a levá-los a conhecer outras formas de representação, possibilitando aos mesmos, interpretá-lo sob o ponto de vista geométrico.</p>
16	Desenvolver estratégias para a solução do problema, visando alcançar resultados matemáticos. Interpretar os resultados obtidos com os modelos matemáticos, para verificar se são válidos à situação modelo real proposta.	<p>Conceitual: Aspectos presentes no conceito de função, domínio e imagem.</p> <p>Procedimental: Definição sistematizada de função, relacionando domínio, imagem e outros elementos;</p> <p>Atitudinal: Reflexão sobre as soluções encontradas e sua conveniência ao modelo matemático./ Prof^ª de Matemática.</p>	<p>(M17) O professor pedirá aos grupos que apresentem suas estratégias oralmente, visando à ocorrência de debates sobre os modelos desenvolvidos pelos alunos e se são adequados, interpretando as soluções encontradas.</p> <p>(M18) Após a apresentação oral, os alunos verificarão se as estratégias apresentadas atendem ao problema real.</p>

² Exercícios poderão ser propostos à medida que o professor entenda ser necessária a fixação de conteúdos. No entanto, sugerimos o uso de atividades que possam abranger aspectos extraídos da realidade investigada, de modo a não descaracterizar a prática de Modelagem Matemática. Nada impede que o professor faça uso de problemas diferenciados dos estudados, a fim de verificar se o conteúdo debatido também foi assimilado para situações diversas da investigação. Mas que esta estratégia não seja utilizada como ponto de partida da atividade.

17	Apresentar os resultados das análises matemáticas em relação ao problema.	<p>Procedimentais: Validação das soluções encontradas ao problema real.</p> <p>Atitudinais: Reflexão sobre o processo de validação e acerca da necessidade de retornar a algum estágio do ciclo de modelagem./ Profª de Matemática.</p>	(M19) Os alunos poderão expor suas soluções através de cartazes ilustrativos, representações gráficas ou outras técnicas que entenderem apropriadas para apresentarem suas soluções ao problema real. Se for necessário, reavaliarão as etapas percorridas no ciclo, apresentando modificações que tornem o modelo mais preciso.
18	Apresentar os resultados das análises biológicas e ambientais em relação ao problema.	<p>Procedimentais: Produção de objetos com materiais recicláveis; implementação da coleta seletiva na escola, orientando os demais alunos e no bairro;</p> <p>Atitudinais: Conscientização sobre a necessidade de reduzir o consumo, reutilizar materiais e reciclar aqueles que forem descartados, atribuindo nova utilidade./ Profª de Ciências.</p>	<p>(M20) Diante das atividades desenvolvidas no campo ambiental das Ciências Biológicas, será realizada uma oficina com os materiais recicláveis, realizada pelos associados da ASSCARMAG e a implantação da coleta seletiva na escola em trabalho cooperativo com a Secretaria Municipal de Meio Ambiente.</p> <p>(M21) Os alunos do 9º ano serão os monitores e ficarão responsáveis em difundir para as demais turmas a importância dessa ação para o ambiente e para a sociedade e difundirem a coleta seletiva em todo o bairro.</p>
19	Escutar sugestões dos alunos para repensar a sequência didática.	Atitudinais: Reflexão sobre a aprendizagem./ Profs. de Matemática e/ou Ciências.	(M22) Os alunos avaliarão a sequência didática executada, assim como a utilização dessa proposta pedagógica para a compreensão dos temas em debate.

RECURSOS, MOMENTOS E ESPAÇOS PEDAGÓGICOS.

AULA	MOMENTOS PEDAGÓGICOS	RECURSOS	ESPAÇOS PEDAGÓGICOS
1	M1	- Projetor multimídia;	Laboratório de Informática, sala de aula, biblioteca.
2	M2	- Documentários “A História das Coisas” e “Um novo olhar sobre os plásticos” disponíveis, respectivamente, através dos links http://youtu.be/741IjTeLJz0 e http://youtu.be/5kLF8TQuILc ;	
3	M3; M4	- Revistas/Livros; - Computadores com acesso à internet.	
4	M5	Aula expositiva; Debates.	Sala de aula
5	M6	Aula expositiva; Projetor multimídia.	Sala de aula; Sala de multimídia.
6/7/8	M7	- Agendamento prévio com os palestrantes da Secretaria de Meio Ambiente.	Laboratório de Informática;

		- Computador com acesso à internet; - Projetor de multimídia;	Sala de multimídia; Sala de aula.
9	M8	- Aula expositiva; - Momento em grupo.	Sala de aula Trabalho em grupo
10	M9; M10	- Agendamento prévio com a presidente da ASSCAMARG e com o transporte; - Ônibus para o transporte até a ASSCAMARG, em Guarapari; - Máquina fotográfica/filmadora; - Monitor da ASSCAMARG; - Trabalhadores da ASSCAMARG	Espaço não formal de educação “ASSCAMARG”, localizado em Guarapari/ES Trabalho coletivo
11	M11	- Computadores com acesso à rede internet;	- Sala de aula;
12	M12	- Projetor de multimídia;	- Laboratório de Informática;
13	M13	- Papel milimetrado;	- Sala de multimídia
14	M14	- Material coletado pelos alunos na visita técnica;	- Momento em grupo
15	M15; M16	- Calculadora;	
16	M17; M18; M19	- Software “Geogebra”, com download gratuito disponível em http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/ - Cartolina, cola, régua, tesoura; - Lápis de cor, caneta hidrocor.	
17	M20; M21	- Agendamento prévio com o artesão da ASSCAMARG e representante da Secretaria de Meio Ambiente; - Materiais recicláveis (papel, garrafas plásticas, vidros, etc)	- Sala de Aula; - Outros ambientes escolares (refeitório da escola, pátio e demais salas de aula, por exemplo).
18	M22	Autoavaliação e avaliação da sequência	Sala de Aula Momento individual
AVALIAÇÃO			
Avaliação:	<p>A avaliação ocorrerá de forma processual e se dividirá em duas partes. Serão medidas avaliativas referentes à primeira parte: a participação dos alunos na pesquisa, nos debates coletivos e grupais, nas atividades em laboratório, na atividade de campo e nos debates sobre a validação do modelo, na confecção de materiais e na autoavaliação, para avaliar os conteúdos procedimentais e atitudinais.</p> <p>Serão medidas avaliativas referentes à segunda parte: os modelos real e matemático, desenvolvidos nos momentos em grupo, a interpretação do modelo matemático construído, sua validação em relação ao problema real e a apresentação dos resultados, para avaliar os conteúdos conceituais.</p>		
REFERÊNCIAS			
	- Documentários “A História das Coisas” e “Um novo olhar sobre os plásticos”		

Referencial	que podem ser baixados, respectivamente, através dos links http://youtu.be/741IjTeLJz0 e http://youtu.be/5kLF8TQuLc ; - Software “Geogebra”, com download gratuito disponível em http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/ .
--------------------	--



ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

As atividades a seguir foram desenvolvidas com os sujeitos no decorrer de nossa pesquisa de Mestrado, adaptadas a nossa realidade. Foram aplicadas em aulas de 60 minutos, durante as fases de matematização (aulas 11 e 12) e trabalhando matematicamente (aulas 13, 14 e 15), do ciclo de Modelagem que utilizamos.

Lembramos que antes de introduzi-las nas aulas de Matemática foi construído um ambiente de aprendizagem, conforme concepção de Barbosa (2001), acima relatada, cujas tarefas foram descritas na sequência didática nas aulas de 1 a 10.

Todas as atividades descritas foram realizadas em grupos. Entendemos que em uma prática de Modelagem Matemática o trabalho em grupo promove uma maior socialização dos indivíduos e a superação de zonas de desenvolvimento proximal, conforme descrevem os trabalhos de Vygotski, demonstrados em nossa pesquisa.

Atividade 1: Estabelecendo o modelo tabular

- a) Desenvolver um método para determinar a renda da associação de catadores, tendo como dados o preço venda (por kg) de cada produto comercializado e a quantidade vendida no mês de referência, constantes nos anexos A e B, em um período de 5 meses (janeiro a maio/2014).
- b) Pedir a cada grupo que explique como determinou a renda da associação em cada mês e de acordo com o material coletado.



Professor, esta atividade proporciona o primeiro contato dos alunos com a ideia de função. Observe que eles começarão a construir relações entre a quantidade de produtos vendidos e a renda obtida a partir desta venda.



Para esta tarefa, a tabela oferece o preço de compra dos materiais pela associação e o preço de venda dos produtos que são comercializados pelos associados. No entanto, eles informaram que não fazem aquisição remunerada de materiais. Todo o material é arrecadado por meio de doação de empresas e pessoas físicas que se credenciam com a associação. Assim, para determinar a renda mensal da associação o aluno vai fazer uso

do preço de venda (e não o de compra) e da quantidade coletada deste mesmo material, estabelecendo empiricamente a interdependência destas variáveis.

Atividade 2: Estabelecendo o modelo algébrico

2.1. Analisar a renda

- a) Para determinar a renda no final de certo período, que informações são necessárias?
- b) Estes dados apresentam alguma relação de dependência, por exemplo, a renda depende do preço por kg do material ou a renda depende da quantidade coletada?
- c) Como posso determinar a renda se apenas tiver fixo (constante) o preço por kg de cada material coletado?
- d) Como é possível estabelecer a renda se tiver apenas a quantidade de material recolhido no período?



Professor, esta atividade induz os alunos a se atentarem para as variáveis envolvidas e a relação de dependência entre elas. Pode ser um bom momento para abordar a diferença entre incógnita e variável, que muitas vezes é confundida pelos estudantes.



O estudo de padrões e regularidades permite investigar quantidades variáveis em um padrão e generalizar, seja por meio de uma linguagem natural, seja com o uso de uma expressão analítica, podendo alcançar conceitos mais complexos e avançados, como o de função e, desta forma, possibilitar a troca de pensamento, do algébrico para o analítico, ao estabelecer distinção entre quantidades constantes e quantidades variáveis.

2.2. Relação unívoca em uma função:

Pedir para os alunos observarem se para cada quantidade de determinado material coletado houve mais de um valor correspondente para a renda.



Caro colega, presume-se que os alunos, visualizando os cálculos que fizeram nas questões anteriores, percebam que para cada quantidade de material há apenas um valor que corresponde à renda (mensal). Se isso não ocorrer com todos os alunos, você pode apresentar outros exemplos, atribuindo outras quantidades para os produtos coletados, de modo a deixar clara a relação unívoca ($x \rightarrow y$) entre as variáveis da função.

2.3. Determinando o modelo algébrico da função

Considerando-se o mês de janeiro/2014 e mantendo-se constante o preço por kg do produto:

- a) Utilizando a variável R_1 para representar a renda e a variável q_1 para representar a quantidade de papel caçamba coletado, como você poderia escrever uma expressão algébrica que relacione essas grandezas?
- b) Utilizando a variável R_2 para representar a renda e a variável q_2 para representar a quantidade de papel misto coletado, como você poderia escrever uma expressão algébrica que relacione essas grandezas?
- c) Estabeleça relações entre a renda e cada material que a associação coletou no mês de janeiro/2014.
- d) Pedir para os alunos escreverem a lei de formação de todos os materiais para o período de maio/2014.
- e) Pedir para os alunos representarem por meio de diagrama a função correspondente a cada material diferente no período de janeiro-maio/2014.
- f) Vocês calcularam as leis de formação que correspondam à renda parcial da associação no mês de janeiro, conforme o material coletado. Como poderíamos escrever uma lei de formação que represente a renda total da associação neste mês de janeiro/2014?



Prezado professor, esta atividade almeja conduzir os estudantes a encontrar um modelo algébrico para a relação estudada, uma vez que até este momento eles se limitaram a operar com o modelo tabular, que se restringia aos dados obtidos na associação. A proposta é provocar a necessidade de generalização do modelo que detinham, a fim de ampliar o campo de visão dos alunos e determinar a expressão analítica que aponte a renda da associação pesquisada.



Por ser uma atividade de maior grau de complexidade teórico em relação à anterior, possivelmente seus alunos vão necessitar, com maior intensidade, do seu auxílio para perceber as relações. Lembre-se que você é o mediador e nesta condição proporcionará caminhos para que seus estudantes alcancem a solução para os problemas.

2.4. Determinando domínio e imagem da função

1. Utilizando y para representar a renda parcial da associação por produto e x para representar a quantidade de material coletado, determine a lei de formação referente a cada material no período de fevereiro de 2014.
2. Se forem coletados 250 kg de latinha, quanto a associação vai receber neste mês por este material?
3. Se forem coletados 120 kg de papel branco, quanto a associação vai receber neste mês por este tipo de material?
4. Se forem recolhidos 1.350 kg de caixa de leite, quanto a associação vai receber neste mês por este material?
5. Se a renda pela coleta de garrafa pet for de R\$ 2.054,00, quantos quilogramas foram coletados?
6. Se a renda parcial de jornal for de R\$ 1.087,50, quantos quilogramas foram coletados?
7. Se a renda da latinha foi de R\$ 9.550,00, quantos quilogramas foram recolhidos?



Professor, nesta etapa da Modelagem os alunos já se mostrarão mais independentes para a resolução das tarefas. Esta atividade pode levar seu aluno a perceber as principais razões que determinaram o surgimento do conceito de função: analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar e, por este motivo, perceber importantes relações entre as variáveis envolvidas.



Observe que todas as atividades abordaram informações provenientes das aulas desenvolvidas a partir da atividade de Modelagem. Nada impede você, professor, de criar atividades que explorem outros aspectos da função. O importante é não descaracterizar a prática pedagógica que está sendo aplicada.

Atividade 3: Estabelecendo o modelo geométrico

- a) Considerando-se o período de referência indicado nas tabelas dos anexos A e B, escolha uma mercadoria coletada pelos catadores. Verifique graficamente a variação das vendas em função do produto escolhido.

b) Compare sua representação geométrica com a de outros colegas, a fim de observar quais produtos foram comercializados com maior intensidade.



Professor, esta atividade vai explorar com os estudantes o desenvolvimento de habilidades visuais presentes na representação gráfica, o que geralmente possibilita com mais facilidade a compreensão de relações entre as variáveis, a verificação de padrões e regularidades, a interdependência e até a generalização, aspectos relevantes que fazem parte do conceito de função.



É importante se atentar ao fato de que a tabela do anexo B é formada pela quantidade de materiais coletados pelos associados no período de um mês. Logo, por se tratar de quantidades elevadas é necessário que você esclareça para seu aluno quanto à necessidade de se estabelecer uma escala, a fim de que o gráfico comporte tais valores e não fique desproporcional de um mês para outro.

Observe, também, que o gráfico permitirá analisar a variação da venda do produto situado no período selecionado. Ele formará segmentos de reta de um intervalo de tempo para outro, indicando que a função dada corresponde a uma função linear, conforme foi verificado durante a atividade 2.3, que abordou a sua representação analítica.



Esta atividade pode ser explorada de diversas maneiras, uma vez que há diferentes dados que permitem aprofundar a representação geométrica. Como sugestão, você pode abordar a relação entre a quantidade de material vendido e renda obtida, por exemplo, que permitirá analisar a variação da renda.

Para socializar as respostas dos grupos, você pode sugerir que os alunos utilizem outros recursos para apresentarem suas respostas, como por exemplo, representá-las em cartazes ou por meio da projeção de slides, que facilita a visualização de toda a classe.



ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Em nossa pesquisa de Mestrado percebemos que as principais ideias que constroem o conceito de função foram compreendidas, quando situadas no contexto da investigação da renda da associação. A atividade de Modelagem atendeu a seu objetivo, deixando bons indícios de que esta proposta contribuiu para o ensino e aprendizagem do assunto, com a criação de um ambiente de investigação.

No entanto, embora estes resultados tenham sido satisfatórios validamos esta aprendizagem verificando seu alcance a situações análogas e diferenciadas das que foram vivenciadas pelos estudantes.

Deste modo, apresentamos atividades não restritas à renda da associação pesquisada, com o objetivo de conduzir os estudantes a aplicar a ideia de função que foi construída a partir da atividade de Modelagem.

Os exercícios foram adaptados à realidade de nossos alunos, a partir de questões extraídas de livros didáticos e/ou *sites* da internet. Apresentaremos neste momento apenas duas atividades (nº 3 e nº 6), que comentaremos conforme nossas observações durante a pesquisa. As demais estarão disponíveis no anexo C.

Advertimos, novamente, que estes exercícios são apenas sugestões ao professor, que também poderá utilizar seu próprio material como recurso disponível para esta finalidade.

Atividade 3. Em uma loja de som e imagem, cada vendedor recebe R\$ 780,00 por mês e mais uma comissão de R\$ 5,00 por aparelho de DVD que vender. Luciana vendeu 40 aparelhos em um mês e Roberto, 20.

- a) Você acha que Luciana recebeu o dobro do que ganhou Roberto nesse mês? Justifique sua resposta.
- b) Calcule quantos aparelhos de DVD um funcionário precisa vender para receber R\$ 1380,00 no fim do mês.
- c) Esta relação matemática é uma função? Por que?
- d) Caso afirmativo, qual é a variável dependente e a independente?
- e) Escreva uma lei de formação para representar esta relação.



Professor, embora esta questão aparente simplicidade, verificamos em nossa pesquisa que a transição da linguagem materna para a linguagem algébrica não é uma tarefa fácil. Em nossa experiência observamos que os alunos conseguem compreender que após o cálculo da comissão de cada vendedor deve ser acrescida a parte fixa do salário. No entanto, ao escreverem a expressão analítica alguns estudantes não se atentaram para esta situação. Respostas como

Luciana 780,00 R\$+ 40 · 5,00 R\$ R. total = R\$ 980,00	Roberto 780,00 R\$ + 20 · 5,00 R\$ R. total = R\$ 880,00
--	---

e

40 <u>X 5</u> 200	20 <u>X 5</u> 100	NÃO. L: 780 + 200 980	R: 780 + 100 880
-------------------------	-------------------------	-----------------------------	------------------------

indicam que houve o entendimento dos alunos no cálculo do salário dos vendedores da loja. Porém ao escreverem a lei de formação da função, obtivemos, dos mesmos estudantes as seguintes representações: $S = 780 \cdot Q$ e $V = 5,00 \cdot Q$, respectivamente.

Representações dos alunos neste sentido apontaram a necessidade de analisar se este obstáculo também se mostrava evidente nas outras questões sugeridas ou se estava restrito a esta questão. Assim sendo, ao analisarmos o quarto exercício³ que também requeria a “fórmula matemática” da função, não presenciamos o mesmo equívoco na conversão da linguagem natural para o registro algébrico, visto que a grande maioria representou corretamente a expressão algébrica que relacionava as variáveis. As respostas a seguir selecionadas assinalam que houve compreensão do assunto de maneira satisfatória, mesmo tratando-se de uma função afim, semelhante a anterior:

4. a) Plano A: $y = 100 + 50x$
Plano B: $y = 180 + 40x$

4. a) Plano A: $y = 100 + 50x$
Plano B: $y = 180 + 40x$



Embora tenha ocorrido uma dificuldade maior quanto à representação analítica de algumas funções exploradas, a atividade mental dos alunos mostrou indícios de generalização e encaminhamento para resultados futuros satisfatórios. Por ser um processo contínuo, o ensino e a aprendizagem de problemas análogos aos

³ Vide anexo C, exercício 4.

supramencionados se consolidará gradativamente, à medida que o trabalho for aprofundado pelo docente.

Atividade 6. Durante o último mês, estudamos a renda da associação ASSCAMARG. Dê outro exemplo de uma situação que você conhece que também represente uma função.



Caro colega professor, esta questão trata de aproximar o conhecimento matemático em estudo da realidade do aluno, levando-o a refletir acerca de situações evidentes no cotidiano dos sujeitos pesquisados. As respostas a seguir destacam algumas ideias apresentadas pelos educandos ao reconhecerem uma função presente em sua realidade:

“O mercado do Toninho vende milho. O preço a pagar depende da quantidade de milho vendida.” (aluna abordando uma relação de compra e venda no estabelecimento comercial do bairro onde reside – análise do fenômeno e relação de dependência entre as variáveis)

“Empresa CNA: A quantidade de apostilas depende da quantidade de alunos.” (alunas explorando uma função existente no curso de Inglês da cidade, frequentado por uma delas – análise do fenômeno e relação de dependência entre as variáveis)

“O sorvete custa R\$ 18,50 por kg. Se eu comprar 200 gramas de sorvete eu vou pagar R\$ 3,70. Então o valor a ser pago depende do peso do sorvete, porém, o peso é independente do preço.” (aluno buscando informação da sorveteria do bairro onde reside – análise do fenômeno, relação de dependência entre as variáveis e observação de regularidades)



Nesta etapa da Educação Básica a abordagem do tema não assume caráter essencialmente formal, restringindo-se ao tratamento pragmático, voltado para a observação dos fenômenos presentes no cotidiano dos alunos, o que culmina com as razões, que segundo Caraça (1958), determinaram o surgimento do conceito: a necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências e generalizar.



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que a Modelagem Matemática pode ser considerada uma proposta interessante para o ensino e aprendizagem de funções, sob a perspectiva proposta pela Educação Matemática Crítica, que a nosso ver mostrou como um trabalho interativo pode ser produzido, tendo como pressupostos o diálogo, a reflexão e a democracia.

O trabalho com a sequência didática sugerida mostrou-se eficiente ao seu objetivo e possibilitou a valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes para a promoção da atividade intelectual e no desenvolvimento da autonomia, uma vez que a participação dos educandos como protagonistas contribui para a ampliação da visão que detêm da Matemática.

Sabemos que os alunos estão acostumados a uma Matemática que se atém a contas, valores e resultados, ao invés da explicação de padrões, regularidades e generalizações, mais explorados pelas atividades de Modelagem Matemática.

Geralmente estão habituados a resolver o que lhes é proposto sem muita reflexão. Por isso, ao se defrontar com um problema real para resolver são deslocados da zona de conforto, sentindo dificuldade de refletir sobre a situação proposta e buscar alternativas de explicá-la.

A atividade de Modelagem possibilita ao estudante visualizar inúmeras alternativas de solução ao problema ou ao menos, a busca por caminhos que possam conduzir a ela. A valorização dos indivíduos, enquanto sujeitos da aprendizagem e de suas formas de conhecimento prévio extraídas de seu meio cultural proporcionam a interatividade entre eles e possibilitam maior independência do professor, à medida que o nível das atividades avança, desde a seleção do problema no mundo real, passando pela busca de soluções no contexto matemático, até seu retorno, com possíveis respostas ao mundo real.

Esperamos que em sua experiência com Modelagem Matemática você, professor, possa alcançar resultados positivos ao processo ensino-aprendizagem e concluir que a prática de Modelagem em questão também favoreceu a construção do conceito de função de seus alunos, contribuindo para o ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

1. BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 254 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2001.
2. BLUM, Werner; LEIß, Dominik. “Filling Up” – the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. Paper for the **CERME4**, 2005, WG 13 Modelling and Applications, p. 1623-1633, 2005.
3. BRASIL. Lei nº 12.305, de 02 de agosto de 2010. Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos, altera a Lei nº 9.605 de 12 de fevereiro de 1998 e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília/DF, 03 ago. 2010. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2007-2010/2010/lei/l12305.htm> Acesso em: 15 jun. 2014.
4. CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1958.
5. COLL, César. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento**. São Paulo: Artmed, 1986.
6. FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 50 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2011.
7. SIERPINSKA, Anna. On understand the notion of function. In: **The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy**. Ed Dubinsky and Guershon Harel (Eds.). Mathematical Association of America, United States of America, 1992.
8. SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. **Bolema**. São Carlos, v. n. 14, p. 66-91, 2000.
9. SKOVSMOSE, Ole. **Educação Crítica – incerteza, Matemática e responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007.
10. VYGOTSKI, Lev Semionovich. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2002.



SUGESTÕES DE LEITURA

1. ALKIMIN, Edson. PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. **Reflexões Didático-Pedagógicas para a Introdução do Conceito de Função**. Vitória: Editora Ifes. 2013.
2. BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
3. BOLDT, Adriane; KACZMAREK, Derli; BURAK, Dionísio; BASSANI, Ivanice. Modelagem Matemática e possíveis aproximações com a teoria de Vygotsky. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - XI ENEM. Curitiba. 2013.
4. BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2013.
5. KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições Teóricas. **Educação Matemática Pesquisa** (Impresso), PUC/SP. São Paulo. v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.
6. OLIVEIRA, Martha Kohl de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione. 1993.
7. RODRIGUES, Márcio Uriel. **Narrativas no Ensino de Funções por meio de Investigações Matemáticas**. 305 p. Dissertação (de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro: 2007.
8. SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de. **Uma Análise de Discursos no Ensino e Aprendizagem de Função**. 2001. 240 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UFES, Vitória: 2001.
9. TINOCO, Lúcia A. A. **Construindo o Conceito de Função**. Projeto Fundão. Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.
10. VENÂNCIO, Silas. **Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau: Uma investigação por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais**. 2010. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2010.



APÊNDICES

APÊNDICE A – Tabela de preços de compra e venda das mercadorias coletadas (período de janeiro a maio/2014)

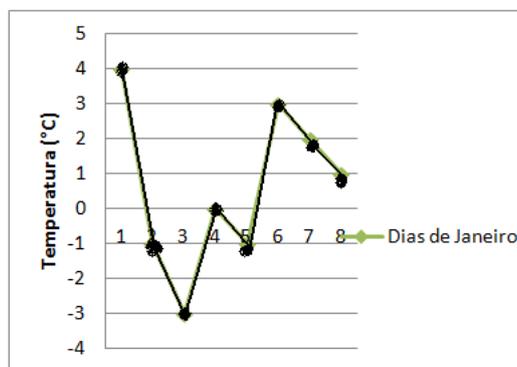
MÊS - triagem	JAN	FEV	MAR	ABRIL	MAIO	VENDAS	
PREÇOS MATERIAIS	R\$	R\$	R\$	R\$	R\$	Jan/Fev/Mar	abr/maio
TIPO DE MATERIAL							
PAP CAÇAMBA	0,20	0,20	0,20	0,22	0,22	0,29	0,31
PAP PRENSADO	0,20	0,20	0,22	0,24	0,24	0,31	0,33
PAP BRANCO	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15	0,22	0,24
PAEL MIXTO	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,12	0,12
JORNAL	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,30	0,30
CAIXA DE LEITE	0,09	0,09	0,09	0,10	0,10	0,12	0,12
PET	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	1,30	1,30
CRISTAL	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	1,00	1,00
PLAS DIV	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,50	0,50
PLASTICO FINO	0,30	0,30	0,30	0,35	0,35	0,50	0,60
AGUA MINERAL	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	1,00	1,00
LATINHA	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,50	2,20
COPO DESCARTAVEL	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,15	0,20
VIDROS	0,02	0,02	0,05	0,05	0,05	0,00	0,00
ALUM MOLE	1,85	1,85	2,00	2,00	2,00	0,00	0,00
ALUMINIO DURO	1,60	1,60	1,90	1,90	1,90	0,00	0,00
COBRE MIXTO	7,00	7,00	7,00	7,00	7,00	0,00	0,00
COBRE MEL	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	0,00	0,00
BATERIA	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,00	0,00
LITRO	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,00	0,00
GAR.BOM	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,00	0,00
GAR RUIM	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,00	0,00
GAR 2 LITROS	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,00	0,00
CERVEJA	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,00	0,00
LONG NECK	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,00	0,00

APÊNDICE B – Quantidade de material vendido, por mês, pela associação (período de janeiro a maio/2014)

2014	JAN	FEV	MAR	ABRIL	MAIO
TIPO DE MATERIAL	TOTAL KG	TOTAL KG	TOTAL KG	TOTAL KG	TOTAL KG
PAP CAÇAMBA	4469,78	5922,90	5232,97	3465	1658,08
PAP PRENSADO	2066,72	768,67	3353,74	1623,244	1890,80
PAP BRANCO	6867,60	3106,95	2384,86	2757,669	4317,81
PAPEL MIXTO	1958,33	950,44	614,15	508,177	930,21
JORNAL	546,52	344,25	342,99	272,3992	313,18
CAIXA DE LEITE	341,28	189,86	233,55	178,021	253,16
PET	764,68	449,21	377,81	303,796	359,27
CRISTAL	102,46	57,69	76,41	55,51587	68,83
PLAS DIV	517,84	331,95	314,08	285,5528	420,36
PLASTICO FINO	515,33	335,57	292,67	269,0163	467,25
AGUA MINERAL	23,67	9,26	8,51	42,4369	3,26
LATINHA	135,86	31,90	55,31	31,15464	20,64
LATA	352,44	116,11	232,22	237,5659	236,24
VIDROS	0,00		0,00	69,51524	88,69
ALUM MOLE	0,00	0	0	0	0,00
ALUMINIO DURO	0,00	0	0	0	0
COBRE MIXTO	0,00	0	0	0	0
COBRE MEL	0,00	0	0	0	0
BATERIA	0,00	0	0	0	0
LITRO	0,00	0	0	0	0
GAR.BOM	0,00	0	0	0	0
GAR RUIM	0,00	0	0	0	0
GAR 2 LITROS	0,00	0	0	0	0
CERVEJA	0,00	0	0	0	0
LONG NECK	0,00	0	0	0	0
TOTAL	18662,51	12614,75	13519,284	10099,06	11027,78
MATERIAL SAMARCO	5949,90	8202,75	5517,4	4603,73	5383,62
TOTAL GERAL	24612,41	20817,5	19036,684	14702,79	16411,4

APÊNDICE C – Atividades Complementares

Atividade 1: Examine o gráfico de temperaturas médias (em °C) da cidade de Madri (capital da Espanha) nos primeiros dias de janeiro:



- Faça uma tabela que corresponda aos dados presentes no gráfico;
- Qual foi a temperatura máxima nestes 8 primeiros dias? Em que dia ocorreu?
- Qual foi a temperatura mínima? Em que dia ocorreu?
- Em que dia a temperatura registrada foi de 0°C?
- A média dessas temperaturas nesses 8 dias foi maior ou menor do que 0°C? Justifique:

Atividade 2: Um posto de gasolina da cidade de Vitória está cobrando, atualmente, R\$ 2,95 por litro de gasolina aditivada. Sendo assim, para cada novo litro de gasolina que a bomba registra, o valor a ser pago também se modifica.

- Complete a tabela abaixo:

Gasolina (em litros)	Preço a ser pago (em R\$)
1	
2	
3	
4	
5	
10	

- Considerando P o preço a ser pago pela gasolina e x a quantidade litros que um cliente abasteceu seu veículo, escreva a fórmula matemática que estabelece a relação entre estas variáveis.
- Qual é a variável dependente e a variável independente?
- Esta relação matemática pode ser considerada uma função? Por que?

Atividade 4: Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.

=> O plano A cobra R\$ 100,00 de inscrição e R\$ 50,00 por consulta num certo período;

=> O plano B cobra R\$ 180,00 de inscrição e R\$ 40,00 por consulta no mesmo período.

O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas. Determine:

- a) a fórmula matemática da função correspondente a cada plano;
- b) O preço que um cliente pagaria se optasse pelo primeiro plano com um pacote de 10 consultas;
- c) O preço que o cliente pagaria se optasse pelo segundo plano com um pacote de 10 consultas;
- d) O número de consultas de um cliente, que pagou em determinado período R\$ 1000,00 no plano A;
- e) O número de consultas de um cliente, que pagou em determinado período R\$ 1020,00 no plano B.

Atividade 5: Um restaurante self-service cobra R\$ 28,50 por kg de alimento consumido pelo cliente. O valor y a ser pago pelo cliente é uma função, isto é, depende do peso x do prato do cliente. Assim sendo, determine:

- a) A lei de formação desta função, relacionando as variáveis x e y .
- b) Qual variável é dependente e qual é independente.
- c) Quanto um cliente pagará se o prato pesar 400 gramas (0,400kg).
- d) E se pesar 750 gramas (0,750 kg)?
- e) Quantos gramas tem um prato, no qual o cliente pagou R\$ 9,69?



EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO - CAMPUS VITÓRIA

Agência Brasileira do ISBN

ISBN 978-85-8263-112-6



9 788582 631126