

Série Guias Didáticos de Matemática

59

**Uma Praça com Área e
Perímetro dos Nossos Sonhos**

**Luanda Firme de Mello
Maria Alice Veiga Ferreira de Souza**

**Editora Ifes
2018**



Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado em Educação em Ciências e Matemática

**LUANDA FIRME DE MELLO
MARIA ALICE VEIGA FERREIRA DE SOUZA**

UMA PRAÇA COM ÁREA E PERÍMETRO DOS NOSSOS SONHOS

Série Guias Didáticos de Matemática – nº 59

Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática e Educação
Estatística Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito
Santo



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Vitória
2018

Copyright © 2018 by Instituto Federal do Espírito Santo
Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto nº. 1.825 de 20 de dezembro de 1907.
O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Material didático público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso



Edifes
ACADÊMICO

(Biblioteca do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância - Cefor)

M527u Mello, Luanda Firme de.

Uma praça com área e perímetro dos nossos sonhos [recurso eletrônico] / Luanda Firme de Mello, Maria Alice Veiga Ferreira de Souza. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2018.

3031kb. : il. ; pdf (Série guias didáticos de matemática ; 59)

ISBN: 978-85-8263-349-6

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Geometria - Estudo e ensino. 3. Formação de Professores. 4. *Lesson Study*. 5. Planejamento colaborativo de aula. I. Souza, Maria Alice Veiga Ferreira de. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título

CDD: 516.007

Viviane Bessa Lopes Alvarenga CRB/06-ES nº745

Editora do IFES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564 E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Rua Barão de Mauá, 30 – Jucutuquara
Sala do Programa Educimat
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040-780

Comissão Científica

Dr. Oscar Luiz Teixeira de Rezende, D. Sc - Ifes
Dr. Luciano Lessa Lorenzoni, D. Sc Ifes
Dr^a. Julia Schaeztle Wrobel, Ufes
Dr. Henrique Manuel Guimarães, Universidade de Lisboa

Coordenação Editorial

Sidnei Quezada Meireles Leite
Danielli Veiga Carneiro Sondermann
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Michele Waltz Comarú
Maria das Graças Ferreira Lobino

Revisão

Suely Pinto

Capa e Editoração Eletrônica

Katy Kenio Ribeiro

Editoração Eletrônica

Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância (Cefor/Ifes)

Produção e Divulgação Programa

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática Centro
de Referência em Formação e Educação à Distância
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo



Instituto Federal do Espírito Santo
Jadir José Pela
Reitor

Adriana Pionttkovsky Barcellos
Pró-Reitora de Ensino

André Romero da Silva
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

Renato Tannure Rotta de Almeida
Pró-Reitor de Extensão e Produção

Lezi José Ferreira
Pró-Reitor de Administração e Orçamento

Luciano de Oliveira Toledo
Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional

Diretoria do Campus Vitória do Ifes
Hudson Luiz Cogo
Diretor Geral do Campus Vitória-Ifes

Marcio de Almeida Có
Diretor de Ensino

Marcia Regina Pereira Lima
Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

Christian Mariani Lucas dos Santos
Diretor de Extensão

Roseni da Costa Silva Pratti
Diretor de Administração

Centro de Referência em Formação e Educação à Distância
Vanessa Battistin Nunes
Diretora do Cefor

MINICURRÍCULO DOS AUTORES



Luanda Firme de Mello. Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2002). Atualmente é aluna do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes e servidora estatutária da Prefeitura Municipal de Vila Velha. Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando no Ensino Fundamental II e na Educação de Jovens e Adultos (Eja).



Maria Alice Veiga Ferreira de Souza. Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo-UFES, é mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo-UFES, doutora em Psicologia da Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP e Pós-doutora em Resolução de Problemas pela Universidade de Lisboa (Portugal) e pela Rutgers University (Estados Unidos). Atualmente é professora do Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância e Professora do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat do Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes. Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas/áreas: formação de professores, resolução de problemas, Lesson Study, modelagem matemática, educação estatística, produção de significados, linguagem matemática, habilidade matemática, aplicações estatísticas e matemáticas na área das Ciências, Matemática e Engenharias. Atua principalmente na área de Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear e Probabilidade e Estatística nas Engenharias e Ciência da Computação, além das Pós-graduações nesse mesmo âmbito.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	7
INTRODUÇÃO	8
1. KIT DE MATERIAIS	10
2. ATIVIDADE DE COMPARAÇÃO SEM MEDIÇÃO.....	11
3. ATIVIDADE DE MEDIÇÃO.....	23
4. ATIVIDADE DE PRODUÇÃO A PARTIR DA MEDIDA DE ÁREA.....	30
5. ATIVIDADE DE PRODUÇÃO A PARTIR DA MEDIDA DE PERÍMETRO	34
6. ATIVIDADE DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIE NÃO RETANGULAR	36
7. ATIVIDADE DE FIXAÇÃO.....	40
8. O QUIZ	41
9. ALGUMAS CONCLUSÕES.....	44
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	45

APRESENTAÇÃO

Este guia didático tem por objetivo divulgar a formação do conceito de área e perímetro por alunos do 6º ano do Ensino Básico, por meio de aulas construídas com características do modelo japonês denominado Lesson Study. O teor desta obra foi extraído a partir de fotos e gravações de áudios e vídeos realizados durante os encontros de planejamento, as aulas executadas e a reunião de reflexão das aulas.

Ao lado deste guia, elaboramos um vídeo sobre este mesmo tema e que está disponível no link <https://youtu.be/PkA16Sx2YM0>.

Neste produto educativo apresentamos breve conceituação sobre Lesson Study e detalhamos atividades que promovem a construção do conceito de Área e Perímetro cujos desdobramentos ocorreram em meio a uma história.

Para cada atividade, declaramos nosso objetivo educacional e descrevemos os comportamentos da professora-executora e dos alunos, incluindo os materiais utilizados, as intervenções pedagógicas, os discursos dos alunos e da professora, as produções de conhecimento dos alunos e as estratégias por eles elaboradas. Revelamos, igualmente, os resultados dessas atividades para a formação do conceito de área e perímetro.

Desde já, ressaltamos que este material está publicado no site do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) por ser um meio de ampla divulgação e acesso livre.

Esperamos que o material elaborado seja fonte de incentivo para professores que atuam na Educação Matemática e que, ao terem acesso ao vídeo, se inspirem na construção de aulas que levem os alunos ao desenvolvimento desses conceitos.

Vitória, Espírito Santo, 14 de agosto de 2018.

Luanda Firme de Mello

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza

INTRODUÇÃO

A iniciativa de elaboração desse guia surgiu da proposta de produto educacional da pesquisa científica de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática (Educimat), intitulada **FORMAÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E PERÍMETRO A PARTIR DE AULAS BASEADAS NO MODELO *LESSON STUDY***. O produto se refere às aulas planejadas, executadas e refletidas nos moldes do *Lesson Study* para a formação do conceito de área e perímetro por alunos do 6º ano do Ensino Básico.

As aulas foram planejadas por seis professoras de matemática, com ampla formação pedagógica, executadas pela professora-pesquisadora e observadas pelas demais professoras. Foram elaboradas cinco atividades para serem propostas por meio de uma história que seria a motivação pelos alunos para o desenvolvimento da aula, além de uma atividade de fixação e uma atividade de verificação coletiva e individual de aprendizagem, um quiz.

A primeira atividade planejada foi uma atividade de comparação sem medição cujo objetivo era desenvolver o conceito de área e perímetro sem medição. A segunda atividade era uma atividade de medição e tinha como objetivo medir área e perímetro sem uso de fórmulas e das unidades de medida padronizadas.

Essas atividades foram seguidas por três atividades de produção. A atividade de produção a partir da medida de área tinha como objetivo reconhecer que figuras com mesma área podem ter perímetros diferentes. Na atividade de produção a partir da medida de perímetro, o objetivo era reconhecer que figuras com mesmo perímetro podem ter áreas diferentes. Já a atividade de produção de superfície não retangular tinha como objetivo ampliar a compreensão do conceito de perímetro e área para polígonos não retangulares.

A pesquisa teve como aporte teórico-metodológico o modelo *Lesson Study*, a teoria de Vygotsky para a formação do conceito e autores da Educação Matemática para Área e Perímetro.

O *Lesson Study* é um modelo japonês que envolve a formação de professores com vistas à aprendizagem dos alunos. Esse modelo está apoiado, principalmente, no planejamento, execução e reflexão de aulas construídas colaborativamente.

O planejamento é colaborativo e meticuloso, com estabelecimento de objetivos e metas, colocando o aluno como protagonista da construção de seu próprio conhecimento, com descrição detalhada do conteúdo, inclusive estudo do currículo e pesquisa de materiais didáticos e paradidáticos.

No plano de aula, devem estar previstas expectativas de dúvidas, erros/acertos e previsão da reação dos alunos, além da preparação de possíveis intervenções do professor-executor, diante dessas vertentes. O planejamento, de um modo geral, deve contemplar todos os detalhes das atividades elaboradas pelo grupo de professores.

Na execução, o plano elaborado em conjunto é aplicado. Um dos professores, doravante denominado como professora-executora, fica responsável por ministrar as aulas e os demais professores que participaram da elaboração do plano de aula atuam como observadores, denominados em nossa pesquisa como professoras-observadoras.

Na reflexão da aula, os professores consideram a aprendizagem e participação dos alunos, analisando criticamente se os objetivos da aula planejada foram alcançados, podendo, assim, surgir alterações para um replanejamento para aulas futuras.

No que diz respeito às atividades, autores da Educação Matemática orientam que elas sejam propostas em situações de comparação, medida e produção de superfície para a formação do conceito de área. É necessário que os alunos desenvolvam concepções numéricas, geométricas e do quadro das grandezas, constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma área.

Essa literatura indica a construção do conceito de área, enquanto grandeza autônoma, como um processo anterior à aprendizagem de sua medida. Além disso, a formação do conceito de área e perímetro deve ser abordada

simultaneamente, a partir de suas diferenças, considerando os pontos de vista topológico, dimensional, variacional e computacional.

O ponto de vista topológico considera que esses dois conceitos correspondem a objetos geométricos distintos- a área associada à superfície e o perímetro, a seu contorno. O ponto de vista dimensional evidencia que uma superfície e seu contorno são objetos matemáticos de naturezas distintas no que diz respeito às dimensões, tendo consequência no uso de unidades de medida. O ponto de vista variacional consiste no fato de área e perímetro não variarem no mesmo sentido, figuras com mesma área podem apresentar perímetros distintos e vice e versa.

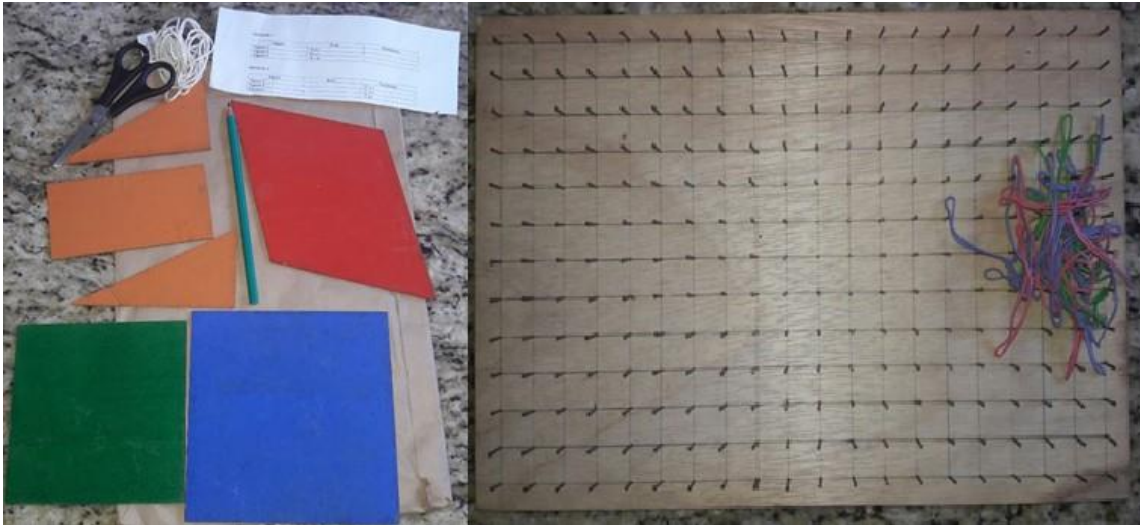
O ponto de vista computacional não foi contemplado, pois autores indicam que alguns fatores responsáveis pelo fracasso em relação à apreensão do conceito de área e perímetro se pautam na atenção precoce dada às fórmulas de cálculo de perímetro e de área de figuras planas, em detrimento da formação do conceito desses conteúdos preliminarmente. Decidiu-se pelo uso de unidades de medida não padronizadas, visto que o uso exclusivo das unidades padronizadas de medição de grandezas é outro fator responsável por esse fracasso.

Este guia contém informações sobre o desenvolvimento das atividades pelos alunos e se mostra útil como ferramenta para professores que queiram construir aulas que levem os alunos à formação do conceito de área e perímetro de modo interativo e colaborativo.

1. KIT DE MATERIAIS

O kit de materiais necessário para realização das atividades é composto por um geoplano e figuras geométricas construídas em MDF, sendo dois quadrados de tamanhos diferentes, um azul e outro verde, um paralelogramo vermelho, um retângulo laranja e dois triângulos laranjas iguais. Além desses materiais, providenciamos alguns recursos auxiliares, como tesoura, barbante, lápis, elásticos coloridos e duas tabelas impressas (figura 1).

Figura 1- Kit com os materiais utilizados pelos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

2. ATIVIDADE DE COMPARAÇÃO SEM MEDIÇÃO

Como planejado, os alunos foram organizados em duplas, sendo um trio, com as carteiras organizadas em semicircunferência o que facilitou o acesso da professora-executora aos alunos (figura 2). As professoras-observadoras se posicionaram atrás dos alunos (figura 3), permitindo observar o desempenhos dos alunos em meio à condução da aula por Luanda.

Figura 2- Alunos organizados em duplas, formando uma semicircunferência.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3- Professoras-observadoras localizadas atrás dos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

As aulas foram desenvolvidas a partir de uma problematização, característica do modelo *Lesson Study*, por meio de uma história, como fio condutor, com questionamentos que direcionariam o pensamento dos alunos para a formação do conceito de área e perímetro. A história começou com uma conversa sobre as necessidades de um bairro. Esse tema foi considerado motivador para aqueles alunos porque eles já haviam mencionado em aulas anteriores que gostariam de ter perto da escola uma praça. Sabendo disso, a professora-executora iniciou a conversa buscando o maior interesse dos alunos, questionando-os sobre o que gostariam que tivesse na praça do seu bairro e registrando na lousa (figura 4).

Figura 4- Professora registrando no quadro os desejos dos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

A atividade de comparação sem medição tinha como objetivo desenvolver o conceito de área e perímetro sem medição. Foi proposta uma situação para comparar áreas e perímetros sem fazer medições e com base no procedimento de corte e colagem.

Para essa atividade, os alunos receberam um envelope contendo dois quadrados, um verde e um azul, um paralelogramo em vermelho e três peças na cor laranja, todos em MDF (figura 5). A história dizia que o líder comunitário sugeriu a construção de um palco na praça para as apresentações culturais e o engenheiro da prefeitura apresentou dois modelos de propostas, que foram representadas em MDF nas cores verde e azul. Os nomes eleitos para o líder e o engenheiro eram, propositadamente, os nomes de alguns alunos da turma com intuito de se sentirem incluídos na problemática.

Figura 5- Alunos com o material colorido feito de MDF.



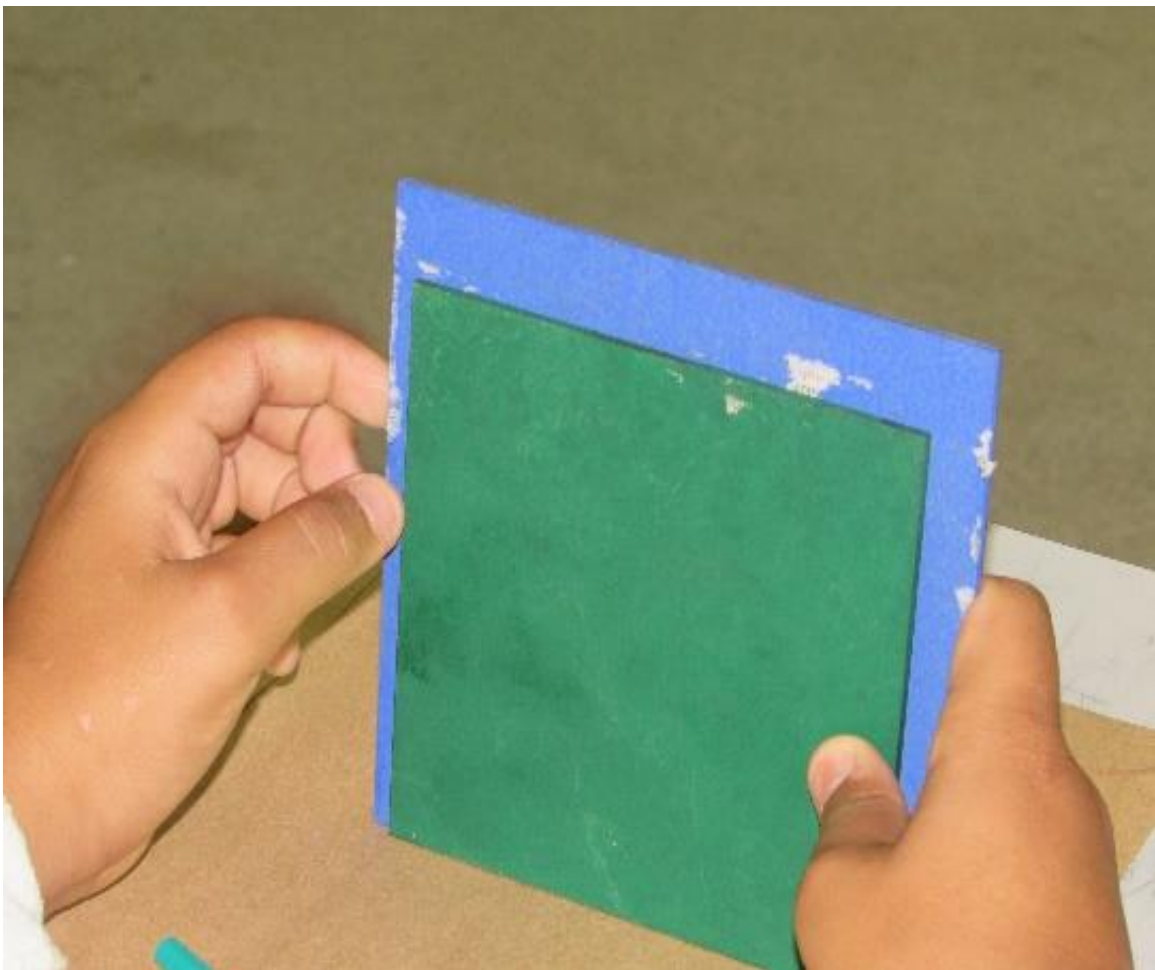
Fonte: Dados da pesquisa.

Para que os alunos comparassem áreas sem fazer uso de medição, a professora-executora perguntou aos alunos “Em qual desses moldes de palco gastou-se mais madeira, o verde ou o azul?” Em coro, os alunos responderam que era no azul. A professora prosseguiu “Como que a gente pode verificar isso?” Em coro, novamente, os alunos responderam “Porque o azul é maior”. A professora entrevistou, “Mas tem como a gente verificar, mostrando?” A resposta

dos alunos foi afirmativa. E um dos alunos disse “Medindo”, pegando o barbante que estava dentro do envelope. A professora perguntou “Sem medir, tem como?” Imediatamente duas duplas de alunos colocaram um quadrado sobre o outro e os alunos responderam que sim (figura 6).

As demais duplas procederam do mesmo modo para gerar suas conclusões (figura 7). A professora afirmou que se tratava de uma sobreposição, solicitando que os alunos virassem as peças para si e perguntou se o quadrado verde cobria perfeitamente o quadrado azul. A resposta dos alunos foi negativa. Então, ela perguntou se sobraram partes azuis, obtendo resposta afirmativa dos alunos, que concluíram que o quadrado azul era maior que o verde.

Figura 6- Uma dupla de alunos colocando um quadrado sobre o outro para verificar qual deles era maior.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 7- Alunos sobrepondo os quadrados para verificar qual era maior.



Fonte: Dados da pesquisa.

Na sequência da história, a professora-executora informou que a prefeitura decidiu pela representação em verde, por ser menor e gastar menos material para a construção. Nesse momento, surge no enredo uma arquiteta da prefeitura que comprou o material na cor laranja para forrar o chão do palco, representado pelo quadrado verde. A professora-executora perguntou “É possível, com esse material laranja - que são dois triângulos e um retângulo - forrar/cobrir perfeitamente o palco verde sem que haja sobra e nem fique superfície verde sem cobrir?” Os alunos responderam que sim e uma dupla, imediatamente, cobriu o quadrado verde com as peças laranjas, sem que houvesse falta ou excesso (figura 8).

Nesse momento, a professora convidou os demais alunos a efetuar essa verificação, mas eles já estavam tentando realizar o que foi solicitado (figura 9), concluindo que a arquiteta estava correta, ou seja, com as peças laranjas era possível cobrir o quadrado verde sem que houvesse sobra do material laranja e nem superfície verde sem cobrir.

Figura 8- Revestimento do quadrado verde pelas peças laranjas, efetuado por uma dupla de alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 9- Alunos tentando revestir o quadrado verde com as peças laranjas.



Fonte: Dados da pesquisa.

A história continuou com a arquiteta da prefeitura propondo o modelo vermelho - um paralelogramo - para representar o palco, alegando ser mais moderno. O engenheiro disse que já havia comprado o revestimento - o material em laranja - para revestir (cobrir). Porém, a arquiteta afirmou que seria possível utilizar o mesmo revestimento laranja sem que houvesse sobra desse material (laranja) ou superfície vermelha sem cobrir. A professora-executora perguntou se a arquiteta estava correta. Um dos alunos respondeu que não e, então, a professora-executora convidou os alunos para verificarem. Para surpresa de todos, já havia alunos tentando fazer essa verificação (figura 10). Todas as duplas de alunos conseguiram verificar que a arquiteta estava correta (figura 11).

Figura 10- Alunos tentando cobrir o paralelogramo vermelho com as peças laranjas.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 11- Verificação de uma dupla para o revestimento do paralelogramo vermelho com as peças laranjas.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa atividade, embora a professora-executora não tenha mencionado a expressão área ainda - momento previsto pelo planejamento para a atividade de medição- os alunos estiveram envolvidos em uma situação de comparação. Eles compararam área sem realizar medição, pela representação do quadro geométrico constituído das superfícies planas, e do quadro das grandezas, visto que ao compararmos duas superfícies decidimos se pertencem ou não à mesma classe de equivalência.

Em meio à história, enquanto os alunos estavam manipulando o material com o intuito de fazer as verificações e tirar suas conclusões sobre a comparação das áreas das superfícies, a professora-executora (figura 12) e as professoras-observadoras os acompanhavam de perto, observando suas ações e estratégias, avaliando, assim, a aprendizagem dos mesmos (figura 13), aspecto do modelo *Lesson Study*.

Figura 12- Professora-executora observando as produções e estratégias dos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 13- Professora-observadora fazendo registro de suas observações.



Fonte: Dados da pesquisa.

A atividade continuou com a professora-executora informando que o palco foi construído e que a arquiteta sugeriu que fosse colocada uma fita de segurança

em seu contorno para que as crianças não subissem antes que toda a praça ficasse pronta. Essa fita de segurança seria representada pelo barbante entregue aos alunos junto com todo o material no envelope.

A professora reforçou o que os alunos haviam concluído até aquele momento: que com o material utilizado para revestir o modelo verde, o quadrado, era possível revestir o modelo vermelho, o paralelogramo, sem que houvesse sobra ou falta do material, reforçando que as áreas dos dois modelos eram iguais, embora não tivesse mencionado, ainda e, propositadamente, a palavra área. Em seguida, os questionou se o comprimento da faixa para cercar o modelo em verde era o mesmo comprimento da faixa para cercar o modelo vermelho. Os alunos iniciaram suas estratégias para fazer essa comparação.

O planejamento da atividade considerava que os alunos contornariam os dois modelos com o barbante (figura 14), por meio de dois pedaços desse material, representando as faixas de segurança utilizadas para cercar cada modelo de palco. Podendo, assim, comparar o comprimento dessas faixas, que é equivalente a comparar os perímetros dos dois modelos (figura 15), concluindo que o comprimento do contorno do paralelogramo era maior que o comprimento do contorno do quadrado verde.

Foi o que muitos alunos fizeram. Porém, alguns utilizaram de outra estratégia: contornaram o paralelogramo, obtendo um pedaço de barbante que representasse seu contorno e utilizaram esse mesmo pedaço de barbante para contornar o quadrado (figura 16), observando que havia sobra, e concluindo, portanto, que o comprimento do contorno do paralelogramo era maior que o comprimento do contorno do quadrado. As duas estratégias permitiram que os alunos comparassem o perímetro dos dois modelos de palco sem realizar medição.

A professora solicitou que os alunos explicassem para seus colegas como realizaram a comparação entre o comprimento do contorno dos dois modelos, possibilitando que todos os alunos tivessem acesso ao que foi produzido, às duas estratégias utilizadas. Esse momento da aula que os alunos apresentam,

discutem e concluem sobre suas produções é o *neriage*, no modelo *Lesson Study*.

Figura 14- Alunos contornando os dois modelos de palco com o barbante.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 15- Comparação dos comprimentos dos pedaços de barbante.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 16- Uma dupla de alunas contornando o quadrado com o pedaço de barbante que representava o comprimento do contorno do paralelogramo.



Fonte: Dados da pesquisa.

A professora-executora finalizou a atividade resgatando o que os alunos fizeram, com intuito de reforçar as noções matemáticas envolvidas. Ela perguntou qual dos dois modelos de palco tinha o maior comprimento de contorno. Os alunos indicaram o paralelogramo vermelho. Em seguida, ela questionou “E quando é para forrar o palco vermelho e o palco verde?” Alguns alunos responderam “Os dois”. A professora retomou o questionamento perguntando se o material gasto para forrar os dois modelos de palco era diferente. Um dos alunos respondeu que sim e a professora foi até ele e, mostrando o material, perguntou se o material laranja que ele utilizou para forrar o quadrado verde era o mesmo utilizado para forrar o paralelogramo. Ele respondeu que sim. A professora se dirigiu a todos os alunos e perguntou “Quando a gente contornou, o modelo vermelho era maior ou menor?”. Os alunos responderam maior. Ela continuou: “Mas quando a gente forrou a superfície do palco vermelho e a superfície do palco verde, a quantidade de forro gasta foi?...”. Em coro os alunos responderam “A mesma”.

Essa abordagem fez com que os alunos tivessem contato com o ponto de vista topológico, visto que uma comparação estava associada à superfície e outra a

seu contorno. Além disso, embora não tivessem usado as expressões área e perímetro, puderam perceber a relação de equivalência entre a área das duas figuras, o que não ocorreu com o comprimento do contorno das figuras, o perímetro, que seria o ponto de vista variacional.

Nessa atividade de comparação sem medição, os alunos compararam área e perímetro sem realizar medições. O desenvolvimento do conceito de área enquanto grandeza autônoma favorece o estabelecimento das relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico. Além disso, essa abordagem favorece a uma redução da indissociabilidade entre perímetro e área, visto que, a associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre essas grandezas.

3. ATIVIDADE DE MEDIÇÃO

Na atividade de medição, cujo objetivo era medir perímetro e área sem uso de fórmulas e das unidades de medida padronizadas, os alunos passaram a utilizar o geoplano para representar a praça, e elásticos coloridos para as construções (figura 17).

Figura 17- Alunos manipulando o geoplano.



Fonte: Dados da pesquisa.

A professora-executora solicitou que os alunos representassem uma quadra, usando elástico roxo. Cada dupla fez sua representação em seu geoplano (figura 18) e mostrou aos demais colegas, sem sair do lugar, a fim de compartilhar suas produções (figura 19). Em seguida, a professora-executora escolheu duas quadras representadas pelos alunos e perguntou qual delas era maior.

Figura 18- Um aluno representando a quadra no geoplano.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 19- Alunos mostrando aos demais sua representação da quadra no geoplano.



Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos indicaram uma das representações e, então, a professora-executora perguntou “Como a gente pode comparar? Será que a gente pode medir?” Os alunos falaram em contar pregos e a professora-executora os questionou “Contar pregos onde?” Eles sugeriram contar pregos dentro da figura e no contorno da figura, remetendo aos dois conceitos, área e perímetro. A professora-executora afirmou que eram duas formas de comparar e, então, iniciou pelo comprimento do contorno, ou seja, pelo perímetro, sugestão dos próprios alunos.

Para a formação do conceito de perímetro, a professora-executora os questionou “Os pregos ocupam todo o contorno da quadra?” e, mostrando no geoplano um segmento de elástico entre dois pregos, continuou “Tem preguinhos nesse pedaço?”. Os alunos responderam que não e foram questionados sobre o que poderiam utilizar. Um dos alunos falou em lado, mas não informou que lado seria esse; outro indicou o quadradinho do geoplano. Então, a professora disse que utilizariam esse quadradinho depois, se referindo ao momento em que os alunos comparariam a área das quadras. A professora, com o geoplano em mãos mostrou que esse era quadriculado e que embaixo do elástico estava o lado desses quadradinhos e os indagou se poderiam usar o lado do quadradinho para medir o comprimento do contorno, recebendo resposta afirmativa.

Destacamos que a indicação pela contagem de pregos estava prevista em nosso planejamento. A intervenção da professora-executora para essa situação também estava prevista, o que contribuiu para a continuidade do desenvolvimento da atividade, conduzindo os alunos à formação do conceito de perímetro e área.

Para realizar a medição do comprimento do contorno das duas quadras, as duplas foram à frente da sala com suas representações para que todos os alunos medissem juntos aquele perímetro (figura 20). Esse momento em que as soluções são expostas de maneira que todos tenham acesso sobre o que foi produzido, é o *bansho*, no modelo *Lesson Study*.

Figura 20- Alunos à frente da turma para mostrar aos demais alunos suas representações da quadra e apresentar suas estratégias (bansho).



Fonte: Dados da pesquisa.

A professora-executora registrou na lousa essas medidas, indicando o lado do quadradinho como uma unidade de comprimento (figura 21), visto que foi o que os alunos usaram como referência. Assim, através da medição, os alunos foram capazes de decidir qual das duas representações possuía maior comprimento do contorno.

Figura 21- Professora-executora realizando o registro das medidas do perímetro das quadras na lousa.

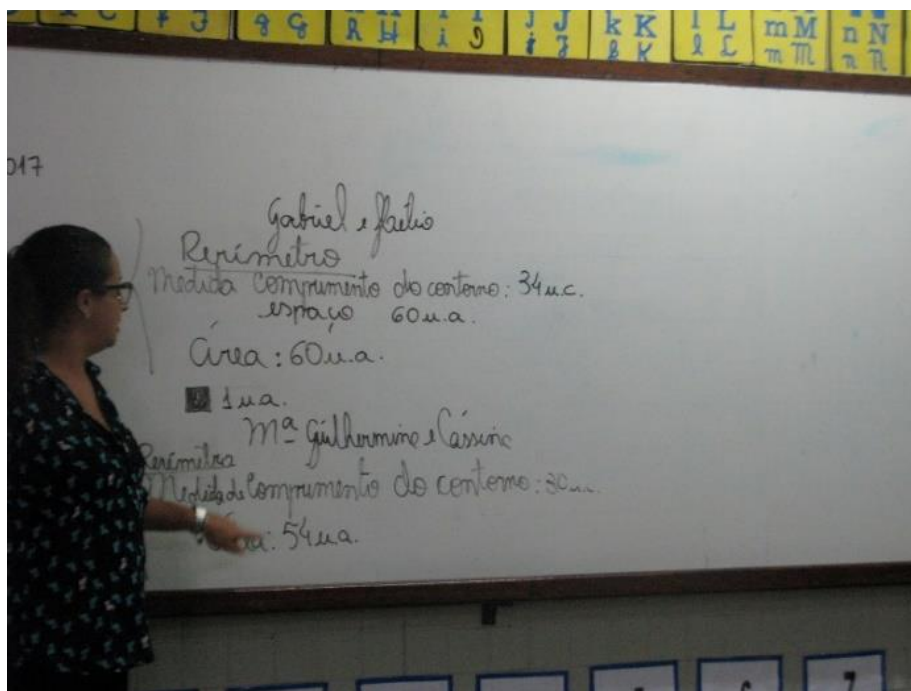


Fonte: Dados da pesquisa.

Para trabalhar a formação do conceito de área, a professora-executora relembrou que os alunos indicaram outra medição para fazer a comparação. Ela se direcionou ao aluno que havia, anteriormente, mencionado o uso do quadradinho que lembrou e confirmou sua proposta para a turma. A professora estabeleceu uma relação dos quadradinhos do geoplano com a quadra, afirmando que ocupavam todo espaço da quadra. Ainda propôs que utilizando o quadradinho como unidade de medida fizessem a contagem para indicar a medida relacionada ao espaço de cada quadra. Os alunos fizeram essa medição por meio da contagem de quadradinhos e a professora fez o registro na lousa.

Após esse registro a professora declarou que o comprimento do contorno é chamado de perímetro e lembrou que a unidade de medida utilizada foi o lado do quadradinho. Afirmou, também, que a medida relacionada com todo o espaço da quadra (aquela que utilizou o quadradinho como unidade de medida) era a medida da área da quadra. Essas informações foram registradas na lousa (figura 22).

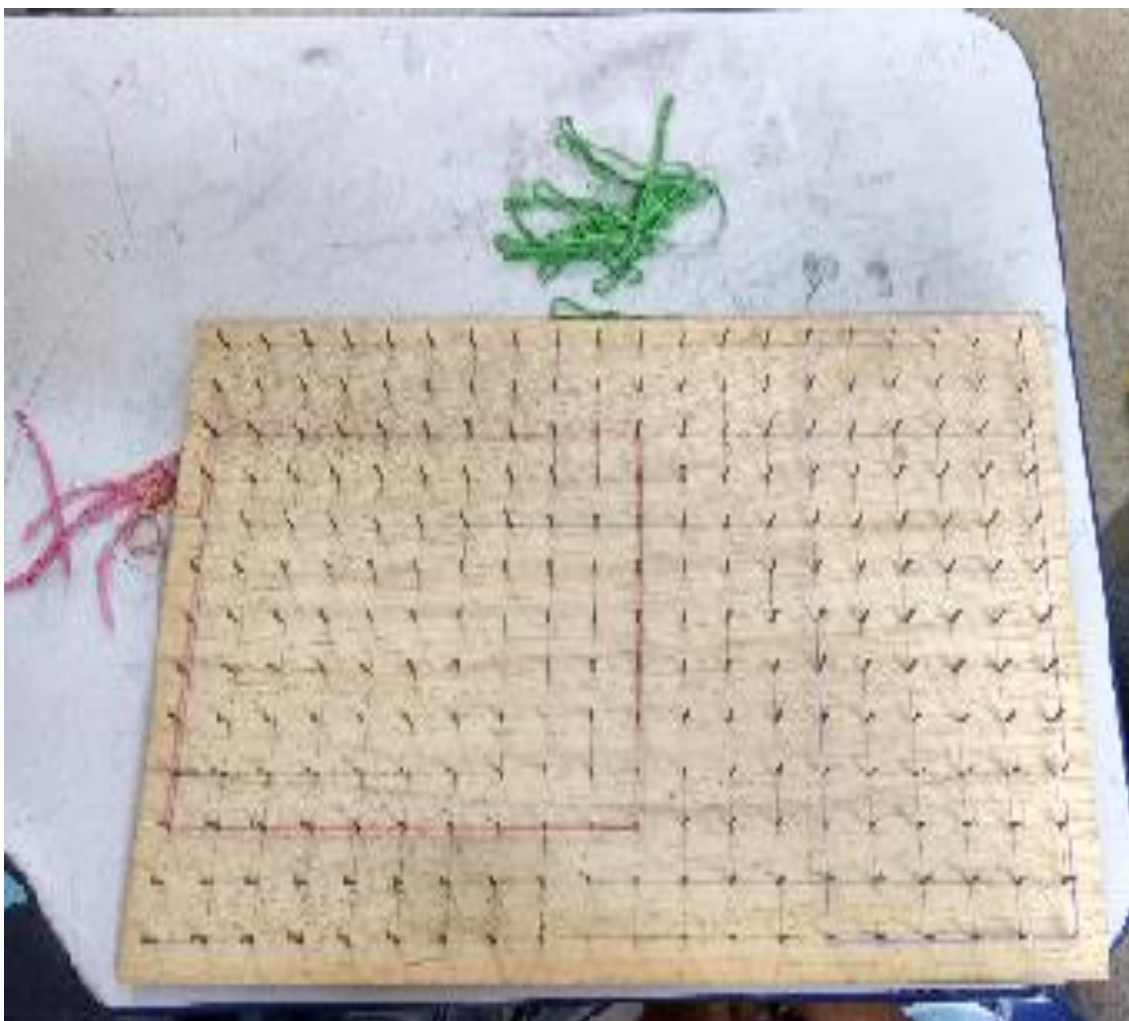
Figura 22- Registro na lousa da medida do perímetro e da área de duas quadras.



Fonte: Dados da pesquisa.

A atividade continuou com a construção de uma banca de revistas na praça para que houvesse a fixação do conceito de área e perímetro, a partir da comparação pela medição. Para isso, cada dupla representou em seu geoplano, com elástico rosa, uma banca de revistas (figura 23) e mediu a área e o perímetro dessa banca. Nesse momento, a professora-executora visitou as duplas, uma a uma, para verificar se os alunos estavam medindo corretamente a área e o perímetro da banca de revistas (figura 24). Foi, também, um momento para esclarecer possíveis dúvidas dos alunos, como confusão entre 1) o conceito de área e perímetro, 2) o objeto geométrico associado a cada conceito, 3) a unidade de medida adequada para cada um e, 4) a maneira de realizar essa medição.

Figura 183- Representação no geoplano da banca de revistas junto à quadra feita por uma dupla de alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 24- Um aluno medindo a área da banca de revistas sob observação da professora.



Fonte: Dados da Pesquisa.

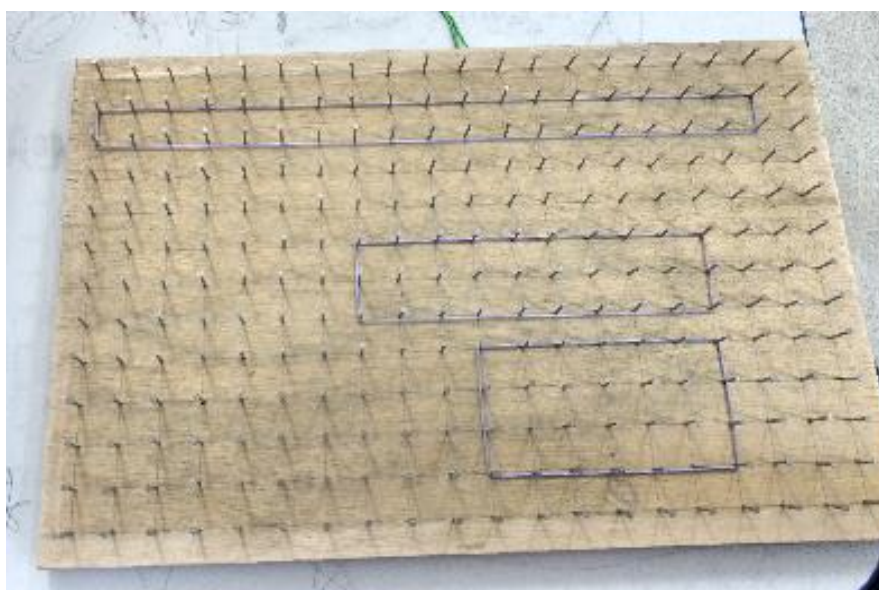
Na atividade de medição, assim como na primeira, os alunos estiveram envolvidos em situações em que área e perímetro estiveram presentes simultaneamente. A formação desses dois conceitos continuou sendo realizada a partir de suas diferenças. Os alunos realizaram a comparação entre as áreas e perímetros das duas representações da quadra por meio de medição. Eles estiveram envolvidos em uma situação de medida. Com a realização dessa atividade, os alunos passaram a ter concepções do quadro numérico sobre perímetro e área.

A percepção do quadro geométrico também esteve presente, visto que, ao decidirem como comparar as quadras, os alunos apontaram para o contorno e para o espaço da quadra, sua superfície, indicado como o ponto de vista topológico, a área associada à superfície e o perímetro a seu contorno. O ponto de vista dimensional esteve presente quando os alunos indicaram e utilizaram o quadradinho como unidade de área e utilizaram o lado do quadradinho como unidade de comprimento.

4. ATIVIDADE DE PRODUÇÃO A PARTIR DA MEDIDA DE ÁREA

A atividade de produção a partir da medida de área visava reconhecer o fato de que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes. A professora-executora continuou a história informando que o engenheiro da prefeitura exigiu que a quadra tivesse dezoito unidades de área e solicitando que os alunos representassem no geoplano, de todas as maneiras possíveis, quadras retangulares com dezoito unidades de área (figura 25).

Figura 195- Representação de quadras com 18 unidades de área.



Fonte: Dados da pesquisa.

Enquanto os alunos realizavam o que foi solicitado, a professora-executora observava como estavam desenvolvendo a atividade (figura 26). Ao observar que alguns alunos poderiam, ainda, confundir qual unidade de medida utilizar, ela perguntou se os alunos lembravam o que utilizavam para medir a área, se referindo à unidade de medida, e um dos alunos respondeu que utilizavam o quadradinho do geoplano. Ela se dirigiu à dupla de alunos que poderia estar fazendo a confusão em relação à unidade de medida a ser utilizada, declarou que estavam trabalhando com área e os questionou o que utilizariam como unidade de área. Eles responderam que seria o quadradinho e, então, ela perguntou quantos quadradinhos deveriam ter na representação deles, obtendo

como resposta, dezoito. Essa intervenção possibilitou que esses alunos produzissem uma superfície com dezoito unidades de área.

Figura 26- Professora observando o desenvolvimento da atividade de produção a partir da medida de área pelos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

Alguns alunos não representaram todas as três maneiras possíveis essas quadras. A professora-executora se dirigiu a esses alunos e solicitou que encontrassem outra representação para a quadra, fazendo com que todos os alunos representassem das três maneiras possíveis quadras retangulares com dezoito unidades de área. Ainda, ocorreram situações em que os alunos representaram o mesmo retângulo no geoplano, porém em posições diferentes. Nesses casos, a professora os questionou se não eram iguais e os convidou a fazer uma nova representação.

Após verificar que todos os alunos representaram corretamente no geoplano as três possíveis quadras retangulares com dezoito unidades de área, a professora-executora continuou a história informando que a arquiteta da prefeitura pretendia cercar a quadra e, para isso, precisava saber quanto de cerca seria utilizado, sendo necessário medir o perímetro dessas quadras. Ela relembrou que a unidade de comprimento que estavam utilizando para medir o perímetro era o lado do quadradinho do geoplano e convidou os alunos a medirem e anotarem na tabela entregue junto com o kit de materiais as medidas do perímetro dessas quadras (figura 27).

Mais uma vez, a professora-executora acompanhou o desenvolvimento da atividade pelos alunos, observando se o que estavam medindo era o comprimento do contorno das quadras e se estavam medindo corretamente. Quando percebia algum equívoco no registro da medida do perímetro das quadras, solicitava que os alunos realizassem a medição para que pudessem verificar, por eles mesmos, o engano cometido e intervia por meio de questionamentos de maneira a levá-los a medir corretamente.

Figura 27- Uma tabela preenchida com as medidas do perímetro das quadras.

Figura	Área	Perímetro
Figura 1	18 u.a.	22 u.c.
Figura 2	18 u.a.	30 u.c.
Figura 3	18 u.a.	28 u.c.

Fonte: Dados da pesquisa.

Após verificar que todos os alunos haviam medido o perímetro das três quadras e registrado na tabela, a professora-executora questionou se aquelas quadras de mesma área tinham perímetros iguais ou diferentes. Os alunos responderam que eram diferentes. Em seguida, a professora perguntou aos alunos as medidas do perímetro das quadras e registrou na lousa (figura 28)

essas medidas. Reforçando, perguntou “Ter áreas iguais significa ter perímetros iguais?”. Os alunos disseram “Não”.

Figura 28- Registro na lousa das medidas do perímetro das quadras.

Perímetro 1 u.c.	Quadra		
	Área: 18 u.a.		
Área ■ 1 u.a.	Fig. 1	Área 18 u.a.	Perímetro 38 u.c.
	Fig. 2	18 u.a.	18 u.c.
	Fig. 3	18 u.a.	22 u.c.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na atividade de produção a partir da medida de área, os alunos estiveram envolvidos em uma situação de produção. Eles produziram uma superfície a partir de uma medida de área. Nessa atividade, destacam-se o quadro geométrico, pelas superfícies representadas; o quadro numérico, devido à medida da área e do perímetro das representações; e do quadro das grandezas, por meio da classe de equivalência de superfícies de mesma área. Além disso, os alunos perceberam que as superfícies que eles representaram no geoplano, possuíam áreas iguais, mas seus perímetros eram diferentes, ou seja, a área e o perímetro não variaram no mesmo sentido, contemplando o ponto de vista variacional.

5. ATIVIDADE DE PRODUÇÃO A PARTIR DA MEDIDA DE PERÍMETRO

A atividade de produção a partir da medida de perímetro tinha como objetivo reconhecer que figuras com o mesmo perímetro podem ter áreas diferentes. Dando sequência à história, a professora-executora afirmou que o líder comunitário do bairro solicitou a construção de um *playground* na praça e que a chefe do almoxarifado da prefeitura informou que só havia doze unidades de comprimento de tela para fazer a cerca desse *playground*. A professora, então, solicitou que os alunos representassem no geoplano com elástico verde todos os possíveis *playgrounds* com doze unidades de comprimento de perímetro. Ela declarou que as representações continuariam sendo retangulares e reforçou que, dessa vez, a medida fornecida era a medida do perímetro, do comprimento do contorno, e não da área.

A professora-executora acompanhou o desenvolvimento da atividade, verificando as representações dos alunos e, sempre que conseguiam uma representação, ela os questionava se não havia outra. Quando observava alguma representação com outra medida de perímetro, solicitava que os alunos medissem novamente para perceberem que aquela representação não era adequada para um *playground* com doze unidades de comprimento de perímetro.

Após verificar que todos os alunos haviam representado das três maneiras possíveis, solicitou que medissem e anotassem em uma tabela entregue com o kit de materiais as medidas da área das representações dos *playgrounds* (figura 29). Uma das alunas perguntou sobre a sigla a ser utilizada para registrar a medida da área e, então, a professora-executora retomou que era u.c. para unidade de comprimento e u.a. para unidade de área. A professora fez o registro na lousa das medidas do perímetro das quadras representadas pelos alunos (figura 30) e questionou se os *playgrounds* com mesmo perímetro possuíam mesma área. Os alunos responderam que não e a professora perguntou “Se os perímetros são iguais, as áreas precisam ser iguais?”. Os alunos responderam que não.

Figura 29- Uma tabela preenchida com as medidas da área das representações dos playgrounds.

atividade 4

Figura	Área	Perímetro
Figura 1	9 u.a.	12 u.c.
Figura 2	8 u.a.	12 u.c.
Figura 3	5 u.a.	12 u.c.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 30- Registro na lousa das medidas da área das representações do playground.

Perímetro: 12 u.c.

11 u.c.

	Área	Perímetro
Fig. 1	9 u.a.	12 u.c.
Fig. 2	8 u.a.	12 u.c.
Fig. 3	5 u.a.	12 u.c.

Fonte: Dados da pesquisa.

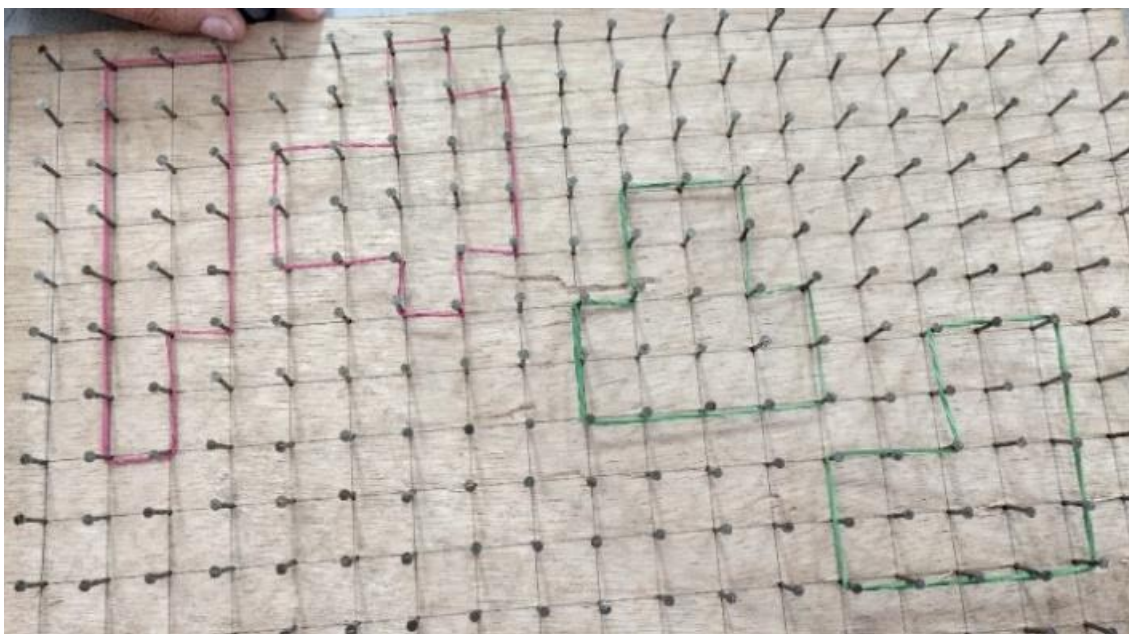
Na atividade de produção a partir da medida de perímetro, os alunos estiveram envolvidos em uma situação de produção, sendo capazes de produzir uma superfície a partir de uma medida de perímetro. Nessa atividade, destacam-se o quadro geométrico, pelas superfícies representadas; o quadro numérico, devido à medida da área e do perímetro das representações; e o quadro das

grandezas, pois, quando comparamos duas superfícies decidimos se pertencem ou não à mesma classe de equivalência. Além disso, os alunos perceberam que as superfícies que eles representaram no geoplano, possuíam mesmo perímetro, mas suas áreas eram diferentes, portanto, a área e o perímetro não variaram no mesmo sentido, em consonância com o ponto de vista variacional.

6. ATIVIDADE DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIE NÃO RETANGULAR

Na atividade de produção de superfície não retangular, o objetivo era o de ampliar a compreensão do conceito de perímetro e área para polígonos não retangulares. A professora-executora continuou a história informando que a arquiteta da prefeitura indicou que, para ter espaço suficiente para os brinquedos, a área desse *playground* deveria medir doze unidades de área. A professora afirmou que percebeu que durante a atividade anterior os alunos queriam fazer representações não retangulares e, então, propôs que naquele momento os alunos representassem *playgrounds* não retangulares com área medindo doze unidades de área e que medissem seu perímetro (figura 31).

Figura 31- Representações de playgrounds não retangulares com área medindo 12 u.a.



Fonte: Dados da pesquisa.

Enquanto os alunos faziam suas representações, a professora observava suas estratégias. Surgiram algumas representações não retangulares que, quando questionados sobre a medida da área, os alunos não foram capazes de medir, visto que, como o contorno da figura não estava sobre os lados dos quadradinhos do geoplano, não ocupavam quadradinhos inteiros (figura 32). Surgiu uma solução não prevista em nosso planejamento: uma das duplas considerou dois triângulos como uma unidade de área, sendo que cada triângulo era a metade de um quadradinho do geoplano (figura 33).

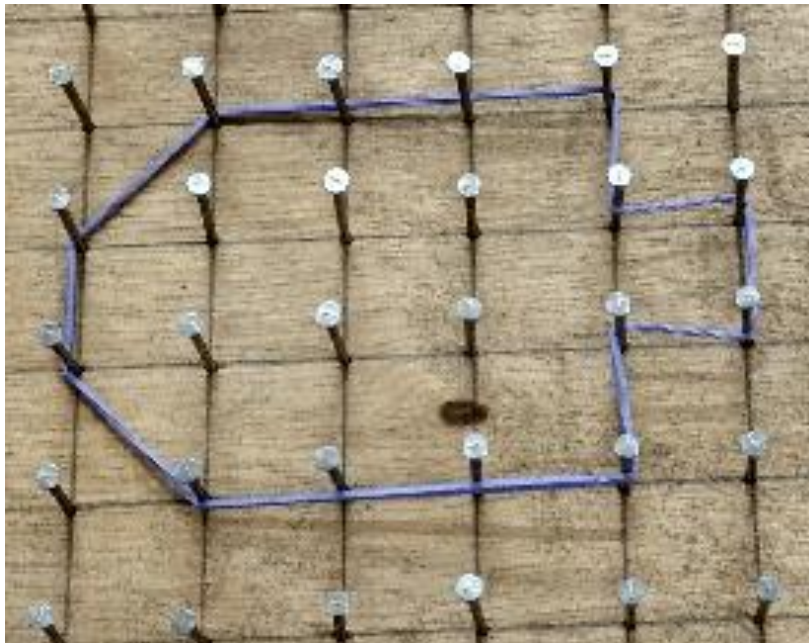
A professora solicitou que esses alunos fossem à frente e mostrassem e explicassem sua representação para os colegas (figura 34). Esse momento da aula em que os alunos apresentam, discutem e concluem sobre suas produções de conhecimento para/com seus colegas é denominada de *neriage* no modelo *Lesson Study*.

Figura 32- Representação de um *playground* não retangular que os alunos não foram capazes de medir a área.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 33- Representação de um *playground* não retangular em que os alunos utilizaram dois triângulos como 1 u.a.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 34- Alunos apresentando e explicando sua representação para os demais alunos.

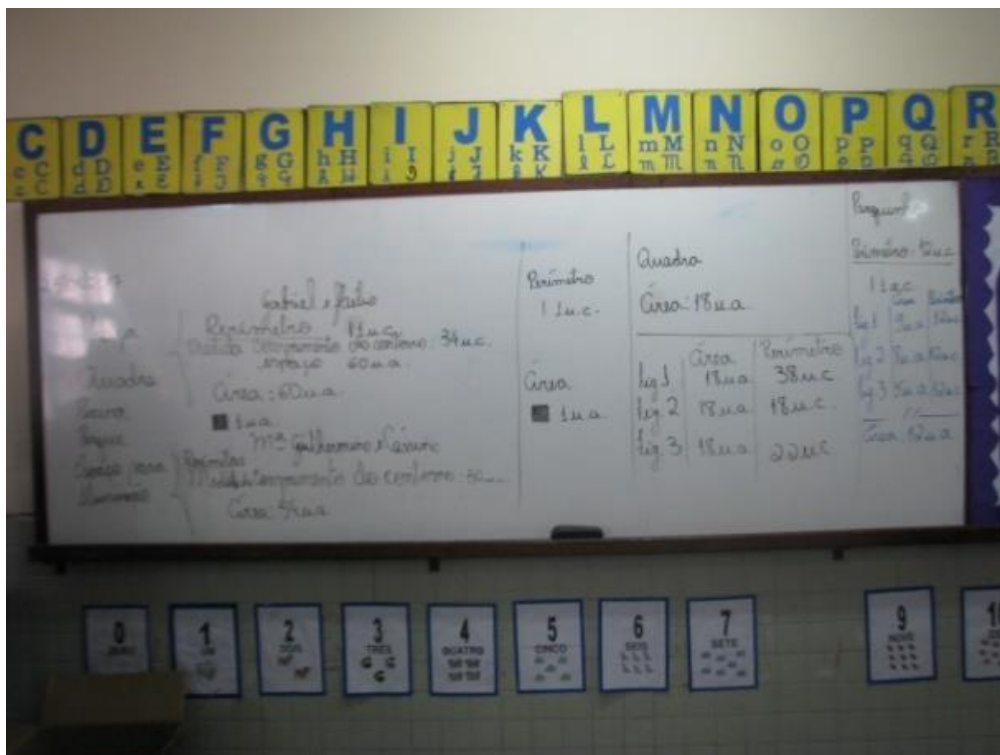


Fonte: Dados da pesquisa.

Na atividade de produção de superfície não retangular, os alunos continuaram envolvidos em uma situação de produção, sendo capazes de produzir uma superfície a partir de uma medida de área. Nessa atividade, destacam-se o quadro geométrico, pelas superfícies representadas e o quadro numérico, devido à medida da área e do perímetro das representações. O quadro das grandezas esteve presente, visto que todas as superfícies representadas pertenciam a uma mesma classe de equivalência de superfícies de mesma área.

Destacamos que os registros referentes ao desenvolvimento das cinco atividades ficaram expostos na lousa, de maneira que os alunos tivessem acesso a tudo que foi produzido por eles, o que caracteriza o *bansho* (figura 35) no modelo *Lesson Study*.

Figura 205- Quadro com o registro do que foi produzido na aula (Bansho).



Fonte: Dados da pesquisa.

7. ATIVIDADE DE FIXAÇÃO

A atividade de fixação envolvia situações de medida. Os alunos precisavam medir a área e o perímetro de alguns cômodos de uma casa representada em uma planta baixa quadriculada (figura 36).

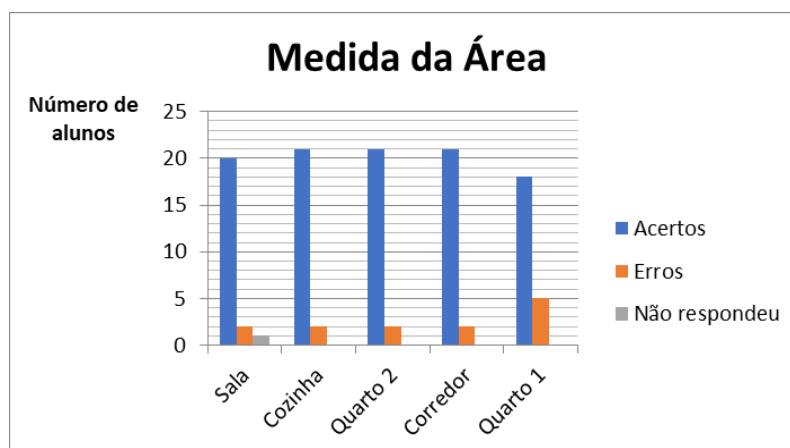
Figura 36- Planta baixa quadriculada.



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao analisarmos as respostas dos alunos referentes às medições da área dos cômodos da casa (figura 37), observamos um número reduzido de alunos que apresentaram dificuldade e erros.

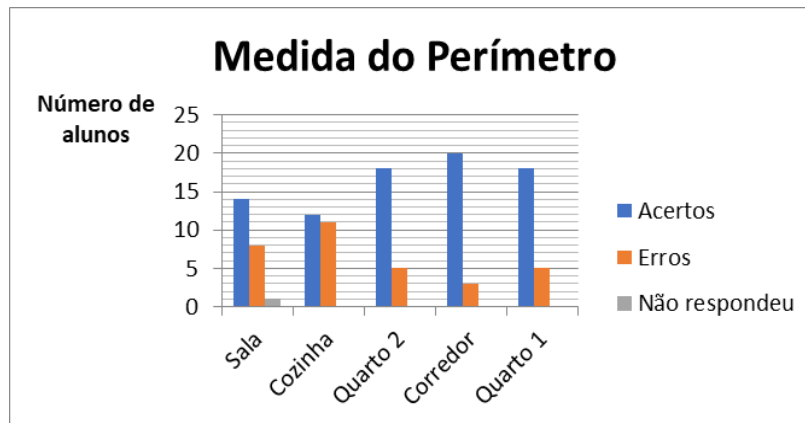
Figura 37- Gráfico que representa o resultado quanto às respostas dos alunos para as medições da área dos cômodos da casa.



Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação à medição do perímetro, o número de alunos que apresentou erro (figura 48) foi maior do que para a medição de área.

Figura 21- Gráfico que representa o resultado quanto às respostas dos alunos para as medições dos perímetros dos cômodos da casa.



Fonte: Dados da pesquisa.

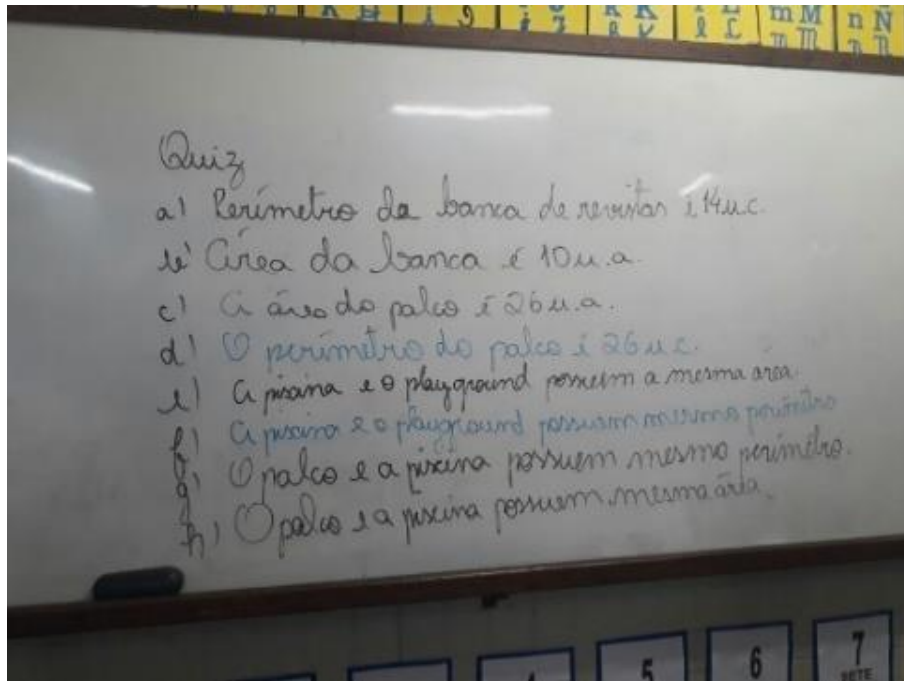
O maior número de medições incorretas foi em relação ao perímetro da sala e da cozinha, polígonos não retangulares, o que pode indicar dificuldade, por parte dos alunos que cometeram esses erros, em medir o perímetro desses polígonos, embora o corredor também fosse representado por um polígono não retangular e apenas três alunos responderam incorretamente.

Após o desenvolvimento dessa atividade pelos alunos, a professora-executora fez a correção junto com eles, reforçando o conceito de área e perímetro. Essa atividade não apresentou situações de comparação sem medição e de produção.

8. O QUIZ

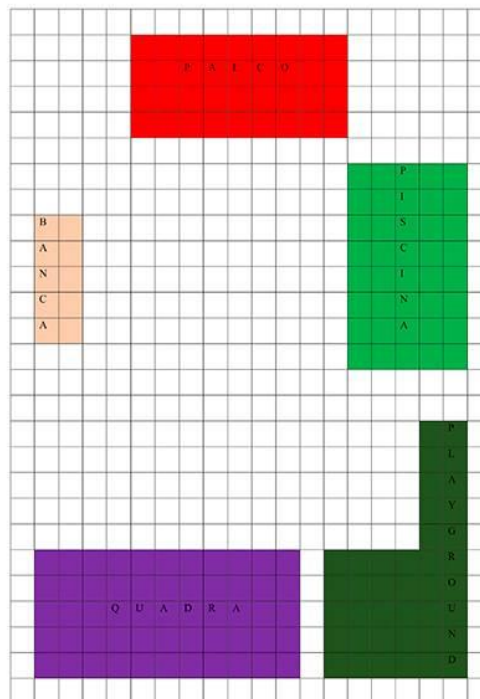
O quiz ocorreu imediatamente após a correção da atividade de fixação. Foram planejadas oito afirmações (figura 37) para verificação da aprendizagem daqueles estudantes. Após cada afirmação declarada pela professora-executora e escrita na lousa, os alunos tinham aproximadamente três minutos para verificar a veracidade dessa afirmação na praça representada em uma malha quadriculada (figura 38). Em seguida, a professora solicitava que levantassem uma placa que indicasse a resposta de cada aluno, se "verdadeiro" ou se "falso" (figura 39).

Figura 37- Afirmações do quiz.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 38- Representação da praça em uma malha quadriculada.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 39- Alunos levantando suas placas para declarar suas respostas às afirmações da professora no quiz.



Fonte: Dados da pesquisa.

As afirmações b), c), e) e h) se referiam à medida da área dos itens da praça. Apenas a afirmação c) obteve resposta incorreta (figura 40). Dois alunos levantaram a placa de verdadeiro para a afirmação de que a medida da área do palco era 26 u.a, o que poderia indicar que esses alunos mediram equivocadamente o perímetro do palco, indicando certa confusão entre área e perímetro. Todavia, esses mesmos alunos mediram corretamente a área da banca de revista, o que contesta essa possível confusão.

Figura 40- Gráfico com os resultados para as afirmações referentes à medida de área.



Fonte: Dados da pesquisa.

As afirmações referentes à medida do perímetro dos itens construídos na praça eram a), d), f) e g). O resultado do quiz para as medições de perímetro (figura 41) indica que, assim como na atividade de fixação, os alunos apresentaram maior dificuldade para a medição do perímetro do que para medição da área.

Figura 41- Gráfico com os resultados referentes à medida de perímetro.



Fonte: Dados da pesquisa.

No quiz, os alunos responderam apenas verdadeiro ou falso, o que causou dificuldade em analisar o erro cometido por eles. Porém esse resultado pode nos indicar que, em relação à medição de perímetro, a diferença entre o número de acertos e erros aumentou em relação ao resultado da atividade de fixação, nos indicando que o reforço por meio da correção da atividade de fixação contribuiu para melhora dos alunos quanto a capacidade de medir perímetro.

O quiz, assim como a atividade de fixação, considerou apenas situações de medida, não abordando situações de comparação sem medição e de produção de superfície.

9. ALGUMAS CONCLUSÕES

Ao analisarmos o desenvolvimento das cinco atividades por meio da história, observamos que os alunos apresentaram concepções geométricas, numéricas e do quadro das grandezas. Aprenderam que a área e o perímetro são grandezas associadas a uma figura geométrica, sendo a área associada à superfície e o perímetro a seu contorno. Os alunos foram capazes de comparar área e perímetro sem realizar medição.

Eles mediram área e perímetro utilizando unidades de medida não padronizadas, o quadradinho do geoplano como unidade de área e o lado desse quadradinho como unidade de comprimento. Ainda, produziram superfícies a partir de uma medida de área ou de perímetro. Esses alunos entenderam que área e perímetro não variam no mesmo sentido e ampliaram a compreensão desses conceitos para polígonos não retangulares.

A atividade de fixação e o quiz consideraram apenas situações de medida. Não abordaram situações de comparação sem medição e de produção de superfície, se fazendo necessário um momento de reflexão sobre os resultados dessas atividades. Consideramos indispensável avaliá-los como instrumento de verificação de aprendizagem e reelaborarmos novas atividades num replanejamento, visto que não esclarecem plenamente a aprendizagem dos alunos.

Entendemos que após a realização dessas atividades para a formação do conceito de área e perímetro é importante avançar o trabalho com atividades de reforço que ampliem esses conceitos, como aquisição de fórmulas e conversão de unidades de medida, além de atividades que abranjam unidades padronizadas de medição.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

BABA T. La educación japonesa y el Estudio de Clases: una mirada de conjunto. In: ISODA M.; ARCAVI A.; LORCA A. M. (Org.). **El Estudio de Clases Japonés en MATEMÁTICAS Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global**, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, 2012, p. 26-32.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: Mec. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BALDIN, Y.Y., Felix, T. F. **A pesquisa de aula (Lesson Study) como ferramenta de melhoria da prática na sala de aula.** XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife, Brasil, 2011.

SOUZA M. A. V. F., WROBEL J. S; BALDIN Y. Y. *Lesson Study* como Meio para a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática - Entrevista com Yuriko Yamamoto Baldin. **Boletim/ Gepeme** (no prelo).

DOUADY, R, PERRIN-GLORIAN, M. J.. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Education Studies in Mathematics.** v.20, n.4, p.387-424, 1989.

FERNANDEZ C., YOSHIDA M. Lesson Study A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning. New Jersey, EUA: Autores Associados, 2004.

FUJII, T. Implementing japanese lesson study in foreign countries: misconceptions reviewed. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 16, n. 1, p. 2-18, 2014.

HERAUD, B. A. A conceptual analysis of the notion of length and its measure. In: VERGNAUD G.; ROGALSKI J.; ARTIGUE M. (Coord.). **Proceedings of the Thirteenth International Conference of the Psychology of Mathematics Education.** Paris: Université de Paris V, 1989, v.II, p. 83-89.

ISODA, M.; OLFOS, R. **El enfoque de Resolucion de Problemas:** En la enseñanza de la Matemática a partir del Estudio de Classes. Ediciones Universitarias de Valparaiso: Valparaiso, 2009.

LIMA, P.F. Considerações sobre o Conceito de área. In: **Anais** da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife, 1995.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO J. B. P. F. (Coordenação). **Matemática:** Ensino fundamental. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. Cap. 8, p. 167-200.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. **Um Estudo da Noção de Grandeza e Implicações no Ensino Fundamental**, v. 8, Natal: Editora da SBHMat, 2002.

ROGALSKI J. Acquisition de notions relatives à la dimensionalité des mesures spatiales (longueur, surface). **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v.3, n.3, 1982, p.343-396.

SHIMIZU Y. Cómo explican y estructuran sus clases los profesores japoneses. In: ISODA M.; ARCAVI A.; LORCA A. M. (Org.). **El Estudio de Clases Japonés en MATEMÁTICAS Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global**, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, 2012, p. 88-91.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

WROBEL J. S.; SOUZA M. A. V. F. Avaliação da qualidade de aula baseada na resolução de problema de matemática planejada e executada em um cenário de *Lesson Study*. In: CYRINO M. C. C. T. (Org.). **Temáticas emergentes de pesquisas sobre a formação de professores que ensinam matemática: desafios e perspectivas**. Brasília, DF: SBEM, 2018. Cap. 3, p. 69-101.



EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Agência Brasileira do ISBN



9

788582

633496

ISBN: 978-85-8263-349-6

