Série Guias Didáticos de Matemática

15 COMBINANDO NA CIDADE

Jose Carlos Thompson da Silva
Sandra Aparecida Fraga da Silva

Editora Ifes
2014

Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Jose Carlos Thompson da Silva
Sandra Aparecida Fraga da Silva

COMBINANDO NA CIDADE

Série Guia Didático de Matemática – Nº 15

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2014

FICHA CATALOGRÁFICA

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

S586r Silva, José Carlos Thompson da.
Combinando na cidade / José Carlos Thompson da Silva, Sandra Aparecida Fraga da Silva. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2014.
103 p. : il. ; 15 cm. – (Série guias didáticos de matemática ; 15)

ISBN: 978-85-8263-051-8

1. Professores – Formação. 2. Análise combinatória. 3. Jogos no ensino de matemática. I. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título.

CDD: 370.71

Observação:
Material Didático Público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

Realização

Apoio

Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Jose Carlos Thompson da Silva
Sandra Aparecida Fraga da Silva

COMBINANDO NA CIDADE

Série Guia Didático de Matemática – Nº 15

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2014

Editora do IFES
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, no. 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática
Av. Vitória, 1729 – Jucutuquara.
Prédio Administrativo, 3º. andar. Sala do Programa Educimat.
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040 780

Comissão Científica
Dr. Edmar dos Reis Thiengo, D. Ed. - IFES
Dr. Marcelo Almeida Bairral , D. Ed. - UFRRJ
Drª. Lígia Arantes Sad, Drª. Ed. - UFES
Drª. Sandra Aparecida Fraga da Silva, Drª. Ed. - IFES

Coordenador Editorial
Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Sidnei Quezada Meireles Leite

Revisão
Dr. Edmar dos Reis Thiengo, D. Ed. - IFES
Dr.ª Rute Elizabete de Souza Rosa Borba, PhD. - UFPE
Dr.ª Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, D.Ed. - IFES

Alunos Colaboradores
Angélica Bergamini Giostri
Jéssica Monteiro Falquetto
Weverton Augusto da Vitória

Capa e Editoração Eletrônica
Katy Kênyo Ribeiro

Produção e Divulgação
Programa Educimat, IFES

Instituto Federal do Espírito Santo

Denio Rebello Arantes
Reitor

Cristiane Tenan Schlittler dos Santos
Pró-Reitora de Ensino

Thalmo de Paiva Coelho Junior
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

Tadeu Pissinati Sant'anna
Pró-Reitor de Extensão e Produção

José Lezir
Pró-Reitor de Administração e Orçamento

Mariangela de Souza Pereira
Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional

Diretoria do *Campus* Vitória do IFES

Ricardo Paiva
Diretor Geral do Campus Vitória – IFES

Hudson Luiz Cogo
Diretor de Ensino

Viviane Azambuja
Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

Sergio Zavaris
Diretor de Extensão

Sergio Kill
Diretor de Administração

MINICURRÍCULO DOS AUTORES

Jose Carlos Thompson da Silva. É professor dos anos iniciais do ensino fundamental da Prefeitura Municipal da Serra e professor de matemática do Ensino Médio do Estado do Espírito Santo. Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Pós Graduado em Psicopedagogia Institucional. Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo-UFES. Mestre em Educação em Ciências e Matemática. Membro do Grupo de Pesquisas em Práticas Pedagógicas de Matemática (GRUPEM-IFES). Formador do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (Pnaic), pela Universidade Federal do Espírito Santo, junto ao Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alfabetização, Leitura e Escrita do Espírito Santo (NEPALES). Desenvolve pesquisas na área de Educação Matemática e na formação de professores.

Sandra Aparecida Fraga da Silva.

Professora do Instituto Federal do Espírito Santo - IFES/ Campus Vitória, atuando na licenciatura em matemática e no mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática EDUCIMAT. Doutora em Educação com ênfase em Educação Matemática, licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo. É coordenadora de área do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à docência - subprojeto Matemática e do Laboratório de Matemática do Ifes/Vitória. É editora geral da revista Sala de Aula em Foco do Ifes. Líder do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática – GRUPEM, desde 2011, e vice líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo - GEEM-ES, desde 2006.

Ao Educimat (IFES),
aos familiares, amigos,
professores e professoras que
promoveram essa grande conquista!

Sumário

APRESENTAÇÂO

Olá caro colega!

Entendendo o desafio que é a sala de aula e as dificuldades em produzir um material didático que seja divertido e ao mesmo tempo capaz de proporcionar momentos de aprendizagem é que desenvolvemos este material no intuito de colaborar com o seu trabalho.

Durante o processo de estudo, elaboração, investigação e aplicação deste material, alguns princípios foram evidenciados e queremos compartilhar com você.

Grupos de estudos sobre produção de materiais didáticos pedagógicos.

O estudo em grupo sobre o material que se pretende produzir enriquece a discussão e contribui para a formação didática pedagógica do professor em formação inicial e continuada, por isso participe de grupos de estudo de práticas pedagógicas.

Grupos de estudo sobre conceitos matemáticos

Para produzir um material que explore conceitos matemáticos é necessário que o professor tenha compreensão dos mesmos para que possa fazer as intervenções necessárias durante a utilização do objeto pedagógico.

Realização de oficinas como estudo piloto

As oficinas são fundamentais para avaliar o material e analisar as expectativas e observações do público com o qual pretende-se trabalhar para redefinir modelos e objetivos. Um material se torna mais atrativo na medida em que se aproxima com as características do público.

Planejamento e avaliação em grupo

O planejamento em grupo permite adaptações e inovações na construção das atividades. Professor, ao propor uma atividade para seus alunos procure conhecer seus interesses e preferências e saiba que se algo não deu certo é momento de reelaborar a atividade. Os alunos também devem fazer parte do processo de avaliação no intuito de enriquecer a construção e adequação do material pedagógico.

PREFÁCIO

Este livro é resultado de uma pesquisa de mestrado realizada entre os anos de 2012 à 2014. O jogo apresentado neste guia didático foi aplicado numa oficina realizada na III Semana da Matemática no Ifes/Vitória com licenciandos em matemática. O material também foi aplicado em uma turma de licenciatura em matemática do Ifes/Vitória que cursava a disciplina de Análise Combinatória. Após as observações destas aplicações nas oficinas o material foi aplicado em duas escolas públicas com uma turma de 3º ano do ensino médio e uma turma do 5º ano do ensino fundamental. Estas turmas foram escolhidas pela disponibilidade que obtivemos dos professores. O presente material é fruto de leituras e fundamentação teórica sobre conhecimentos tendo como base a teoria de Shulman (2005) e os momentos de jogo de Grando (2000).

Agradecemos a todos que de uma forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

1. O jogo como recurso metodológico para o ensino

Autores como Alves (2001) defendem a utilização dos jogos como ferramenta para desenvolver a aprendizagem de forma positiva e aplicada ao trabalho docente de maneira lúdica e direcionada como proposta de favorecer o ensino investigativo favorecendo a construção da criatividade, socialização, cooperação, raciocínio lógico entre outras.

Diversas abordagens metodológicas têm sido utilizadas para o desenvolvimento da aprendizagem entre elas, os jogos, enquanto atividade lúdica, vêm configurando caminhos significativos para as aulas na matemática, devido ao potencial que este proporciona no desenvolvimento do pensar matemático, da criatividade e da autonomia dos alunos. Segundo Ribeiro (2009, p. 18), “as atividades lúdicas são inerentes ao ser humano, não somente no universo infantil, mas também nas vivências dos adultos”. As atividades lúdicas exigem de seus participantes, regras, concentração e o desenvolvimento de habilidades, o que aponta para a importância dos jogos no desenvolvimento cognitivo.

Quando o aluno é conduzido a enfrentar desafios e vencer obstáculos nos jogos educativos, este está desenvolvendo a habilidade de resolver problemas, de forma que os jogos nas aulas de matemática podem ser vistos como atividades de resolução de problemas. Os jogos podem ser classificados em:

> a) Jogos de azar: aqueles jogos em que o jogador depende apenas da 'sorte' para ser o vencedor; b) jogos de quebra-cabeças: jogos de soluções, a princípio desconhecidas para o jogador, em que, na maioria das vezes, joga sozinho; c) jogos de estratégias: são jogos que dependem exclusivamente da elaboração de estratégias do jogador, que busca vencer o jogo; d) jogos de fixação de conceitos: são os jogos utilizados após exposição dos conceitos, como substituição das listas de exercícios aplicadas para 'fixar conceitos'; e) jogos computacionais: são os jogos em ascensão no momento e que são executados em ambiente computacional; f) jogos pedagógicos: são jogos desenvolvidos com objetivos pedagógicos de modo a contribuir no processo ensinar-aprender. Estes na verdade englobam todos os outros tipos (GRANDO, 1995, p.52-53).

Utilizando os jogos como proposta metodológica de ensino da matemática tem-se uma gama de possibilidades de atividades exploratórias e investigativas que desenvolvem a criatividade, a autonomia e a construção dos conceitos de matemática. Quando os jogos são elaborados pelo professor é possível que este analise o potencial educativo do material confeccionado no processo de ensino-aprendizagem visando contemplar os diferentes objetivos em resolução ao ensino de matemática. É interessante ressaltar que na construção de jogos o professor também pode propor aos alunos que eles elaborem seus próprios jogos, o que proporciona ao educador a análise sobre os alunos a respeito dos conceitos em que apresentaram menor dificuldade de compreensão.

O ensino com base apenas na reprodução de pensamentos ou fórmulas, não tem estimulado os alunos ao estudo mais interativo, por isso, é importante que o professor desenvolva atividades que despertem o prazer e transforme o espaço da sala de aula em um ambiente sócio-interacionista, em que o professor pode ser considerado como parceiro e mediador deste processo e o aluno um ser ativo de forma a ampliar o seu conhecimento.

Se os jogos forem utilizados pelos educadores como forma de recreação, sem buscar de forma mais aprofundada as possibilidades que estes podem favorecer para a construção do conhecimento no ambiente escolar, tais professores não estarão preparando os alunos para a vida futura. Por outro lado, se a rigidez com que a escola cobra o currículo escolar sem oportunizar o ensino diversificado, pode ocorrer situações de desmotivação, pois os alunos terão uma visão estereotipada da construção do saber.

Os jogos educativos não devem ser trabalhados em apenas uma determinada área de conhecimento, além disso, não são únicos. Cabe ao professor buscar possibilidades para se trabalhar diversos conteúdos utilizando jogos como recurso didático. Porém, esta investigação exige maior esforço do educador e, às vezes, o mesmo acomoda-se com o simples uso do livro didático abordando o conhecimento como algo estático, sem possibilidades de promover um ambiente que leve o aluno a pensar, criar e recriar.

Segundo Grando (2000) os momentos do jogo são:

1. *Familiarização com o material do jogo* – Nesse momento os alunos entram em contato com o material identificando elementos conhecidos, simulam jogadas e costumam fazer analogias com outros jogos já conhecidos.

2. *Reconhecimento das regras* – Estas podem ser explicadas pelo orientador, por meio de leitura ou ainda por partidas modelos realizadas com um dos alunos enquanto os demais observam as jogadas identificando as regras.

3. *Jogar para garantir regras* – Momento espontâneo do jogo com a finalidade de garantir as regras e explorar as noções matemáticas contidas no jogo.

4. *Intervenção pedagógica verbal* – Este momento é caracterizado pelos questionamentos e observações do orientador de maneira que provoque nos alunos a análise de suas jogadas buscando relacioná-las aos conceitos matemáticos.

5. *Registro do jogo* – quando este acontece, dependendo da natureza do jogo, contribui para a sistematização e formalização da linguagem matemática.

6. *Intervenção escrita* – Nesta etapa é proposto situações-problemas elaboradas pelo orientador ou por outros sujeitos que levem a análise específica de resultados de jogadas que podem ser obtidas de acordo com algumas situações, caso elas ocorram. Esta intervenção favorece a aprendizagem matemática.

7. *Jogar com "competência"* – É a etapa em que o indivíduo retoma o jogo buscando aplicar os

resultados de sua análise realizada nas etapas anteriores e avaliar suas conclusões na tentativa de vencer utilizando suas novas estratégias.

Sintetizando as vantagens de se trabalhar com jogos no meio educacional, nota-se a importância da inclusão de todos os participantes, além disso, o nível de dificuldade precisa ser levado em consideração para que a autonomia do aluno seja conquistada e não ocorra a desmotivação, a fim de que se alcance o resultado da aprendizagem. Realizar um trabalho com jogos exige planejamento desde a sua etapa inicial até a etapa final, com as devidas intervenções do professor. Acreditamos ainda que, por meio dos jogos educativos é possível construir o conhecimento significativo de forma que o prazer e a seriedade do trabalho estejam inseridos nas atividades, em um ambiente sem pressão, em uma zona de conforto e familiaridade. Assim, a participação efetiva de cada participante nas atividades é fundamental para que ocorra a inclusão e todos se sintam construtores do saber.

A aprendizagem se dá por meio da interação dos indivíduos e do significado que se dá aos objetos. Sendo assim há uma concordância que, em qualquer época ou em qualquer disciplina, é possível repensar a atividade docente por meio do uso de jogos transformando o ensino dinâmico, estimulador e investigativo sem esquecer-se das teorias e conteúdos escolares que se pretende alcançar.

2. Análise Combinatória

Segundo Morgado *et al* (1991, p.1),

> [...] a Análise Combinatória ou simplesmente Combinatória é muitas vezes entendida por maior parte dos alunos, apenas como os estudo de combinações, arranjos e permutações. No entanto, a Análise Combinatória trata de vários outros tipos de problemas e dispõe, além das combinações, arranjos e permutações, de outras técnicas para atacá-los: o princípio da inclusão-exclusão, o princípio das gavetas de Dirichlet, as funções geradoras, a teoria de Ramsey são exemplos de técnicas poderosas de Análise Combinatória.

Para os autores dois tipos de problemas que ocorrem frequentemente em Análise Combinatórias são:

1) A Demonstração da existência de subconjuntos de elementos que satisfazem determinadas condições apresentadas de um conjunto finito;
2) Quantificar ou classificar subconjuntos que satisfazem certas condições dadas de um conjunto finito.

Pensamos que o estudo das combinações, arranjos e permutações geralmente são privilegiados em Análise Combinatória, por serem mais simples e de uso mais amplo. É importante que o professor trabalhe a aprendizagem dos conceitos de Análise Combinatória de forma cuidadosa e investigativa sem a reprodução mecânica é imprescindível para que a mesma não seja interpretada apenas como um conjunto de fórmulas complicadas.

A teoria das Probabilidades é outro fator que contribuiu para o desenvolvimento da Análise Combinatória, pois em grande parte dos problemas surge a necessidade de resolver problemas de contagem originados na teoria das probabilidades.

Borba (2013), defende o ensino de Análise Combinatória desde as séries iniciais do ensino fundamental num processo de aprofundamento contínuo criando possibilidades ao aluno para que no ensino médio estes tenham melhor compreensão das fórmulas da Análise Combinatória. Para a autora desde os primeiros anos de escolarização devem ser trabalhadas situações explícitas de *arranjo, combinação e permutação*, além dos problemas de produto *cartesiano*.

Para Borba (2010), a Combinatória se constitui num ramo da Matemática que estuda técnicas de contagem –

direta e implícita – de possíveis agrupamentos, a partir de elementos dados, que satisfaçam a determinadas condições.

> Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) colocam que há cinco tipos distintos de problemas combinatórios: a) problemas de *existência* – observação da possibilidade, ou não, de solução diante dos elementos dados e condições determinadas; b) problemas de *enumeração* – listagem de todos os subconjuntos de elementos que satisfazem as condições postas; c) problemas de *contagem* – determinação do número total de soluções, sem necessariamente listar todas; d) problemas de *classificação* – pede-se não que sejam enumerados todos os casos, mas solicita-se que estes sejam classificados segundo critérios apropriados; e e) problemas de *otimização*– busca-se a melhor condição para a obtenção de determinadas soluções para um problema (BORBA, 2010, p.2).

As formas como são escolhidos e ordenados seus elementos é o que diferencia os problemas básicos de Combinatória, Borba (2013) - *produtos cartesianos, arranjos, permutações e combinações.* Para a autora as relações básicas apresentadas nestes problemas são:

Produtos cartesianos - os elementos são escolhidos a partir de dois ou mais conjuntos diferentes e a ordem na qual estes elementos são enumerados não constituem possibilidades distintas.

Os *arranjos*, *permutações* e *combinações* são determinados a partir da escolha de elementos de um conjunto único e estes tipos de problemas diferem entre si quanto ao número de elementos a serem escolhidos e/ou quanto ao fato da ordenação dos elementos que podem constituir, ou não, possibilidades distintas.

Arranjos - os elementos são escolhidos, mas nem todos os elementos constituem as possibilidades a serem enumeradas, além disso a ordem na qual os elementos são escolhidos formam possibilidades distintas.

Embora as *permutações* são vistas, na Matemática, como casos particulares de *arranjos*, nos quais todos os elementos são escolhidos, cognitivamente Borba (2013), trata estes problemas como distintos, pois nos *arranjos* os elementos não são todos utilizados na escolha de cada possibilidade enquanto que nas *permutações* todos os elementos são utilizados em cada uma das possibilidades.

C*ombinações* - são escolhidos alguns elementos de um conjunto único, porém a ordem de escolha dos elementos não constituem possibilidades distintas.

Muitos alunos apresentam aversões à matemática, enxergando-a como uma matéria difícil, um bicho ou um monstro que assusta e causa arrepios. Esta concepção da matemática apresentada por muitos educandos leva-nos a repensar a educação matemática e sobre isso Lins (2004, p. 118) pensa em " uma educação matemática que faça do monstro monstruoso tornar-se monstro de estimação"... Isto nos remete a compreender que a educação matemática faz com que o indivíduo não corra do problema, mas encare-o e procure compreendê-lo, investigando, levantando hipóteses e aprendendo a lidar com o diferente.

3. Formação de Professores

Segundo Perez (2005) um dos principais projetos de investigação em educação matemática é o processo de ensino-aprendizagem envolvendo o aluno, o professor e o saber matemático.

A formação docente é algo contínuo ao longo de toda a carreira profissional de acordo com Mizukami *et al* (2002). O professor deve entender que o desenvolvimento profissional o torna mais apto a conduzir o ensino da matemática atendendo aos interesses e necessidades de cada aluno, bem como a preparação do mesmo para os desafios da vida e da construção do autoconhecimento.

Segundo Bolzan (2002), ao conhecermos a forma como os professores aprendem, é possível compreendermos a maneira pela qual ensinam. Deste modo, pensar na mudança nos cursos de licenciatura, formando professores aptos para atuarem utilizando diversas abordagens de ensino é algo necessário. Os construtos mentais dos professores interferem diretamente nas suas ações pedagógicas. À medida que o professor entende a responsabilidade de suas ações sobre o fracasso ou sucesso de seus alunos, mais este sentira a necessidade de se qualificar buscando retomar a construção de seus saberes, sendo assim o professor não é apenas aquele que ensina, mas também aquele que aprende. Esta interação entre professor e aluno, ativa a Zona de Desenvolvimento Proximal e à medida o olhar pedagógico é ampliado por meio de reuniões docentes, sala de aula e outras atividades interpessoais e intrapessoais, favorece ao professor a aquisição de estratégias cognitivas que contribuirão para aprendizagens em diferentes situações e contextos.

Para Bolzan (2002), a construção do conhecimento na perspectiva vigotskiana se caracteriza pela dinâmica da atividade humana apresentada em duas dimensões: a reprodutora e a produtora. Entende-se por reprodutora a repetição do que já existe, o que mais tem ocorrido nas atividades escolares, já a produtiva trata-se da construção de novidades, que é o nosso desafio para as mudanças na educação, partindo da formação inicial dos professores.

Segundo Fiorentini e Freitas (2009),

> [...] os cursos de formação do professor de matemática priorizam uma prática de ensino na qual se sobressaem a oralidade, a explicação, a repetição de procedimentos com extensas listas de exercícios, a distribuição de um

> conhecimento já pronto, sistematizado e formalizado, sem que o aluno tenha oportunidade de buscar,por si próprio, o conhecimento, seja mediante pesquisa ou leituras (FIORENTINI; FREITAS, 2009, p. 79).

A formação de futuros professores sem a prática de um trabalho reflexivo e investigativo repercute em sua atuação, pois acaba não tornando o ambiente escolar em um local propício à pesquisa no processo de ensinar e aprender. Tal fator interfere também na formação dos alunos, que deixam de ser pesquisadores e construtores do próprio conhecimento, limitando-se apenas a meros receptores de informações.

A formação do professor envolve diversos tipos de conhecimentos. Shulman (2005) apresenta uma forma de organização do conhecimento em categorias, a saber:

- *O conhecimento do conteúdo a ser ensinado* – Neste sentido o professor precisa ter uma compreensão mínima e básica do conteúdo específico de maneira que torne possível o ensino e a aprendizagem dos alunos, embora o fato de ter conhecimento do conteúdo seja necessário, mas não é condição suficiente, pois o professor precisa encontrar formas de comunicar o conhecimento a outras pessoas*;*

- *Conhecimento pedagógico geral, especialmente considerando esses princípios gerais e as estratégias de gestão e organização da sala de aula que vão além do escopo do assunto* – É o conhecimento que vai além de uma área específica e envolve teorias e princípios ligados ao processo de ensino e aprendizagem*;*

- *Conhecimento do currículo* - Este trata do conhecimento que os professores precisam ter dos programas e recursos de ensino como ferramenta no ofício da profissão;
- *Conhecimento pedagógico do conteúdo* – Este conhecimento é aprimorado à medida em que o professor ensina tal conteúdo, é construído constantemente, enriquecido e melhorado sempre que o professor agrega outros tipos de conhecimentos*;*

- *Conhecimento dos alunos e suas características* – Por meio deste conhecimento o professor poderá utilizar seu conhecimento do conteúdo para promover as transformações pedagógicas necessárias a fim de desenvolver o ensino;

- *Conhecimento dos contextos educacionais* – São conhecimentos que englobam o funcionamento da classe ou grupo, da administração e gestão escolar até as particularidades sociais e culturais da comunidade escolar;

- *Conhecimento dos objetivos, metas e valores educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos.*

Quanto as fontes de conhecimento Shulman (2005, p. 11), diz que

> Há pelo menos quatro fontes principais da base de conhecimento para o ensino: 1) formação acadêmica na disciplina para ensinar, 2) materiais e contexto institucional (por exemplo, currículos, livros didáticos, o processo de ensino, organização escolar e de financiamento, bem como a estrutura da carreira docente), 3) a pesquisa sobre educação, organizações sociais, a aprendizagem humana, outros fenômenos sócio-culturais que influenciam o trabalho dos professores de educação e desenvolvimento, e,4) a sabedoria adquirida com a própria prática.

Desta forma, em relação às fontes de conhecimento entendemos que na formação acadêmica da disciplina a ser ensinada precisa ser vista e aprendida sob diversas situações que favoreçam a aprendizagem capacitando melhor os professores e estes ao terem contato com materiais, contexto institucional e pesquisas sobre fenômenos que influenciam o trabalho docente estarão mais preparados para enfrentar os desafios da carreira profissional.

Sugestão de atividade para Grupo de Estudo e/ou Formação de Professores

Inicialmente os professores descrevem suas memórias sobre sua experiência com o ensino de Análise Combinatória. Esta atividade pode ser aplicada em um período de dez a quinze minutos. Os professores podem compartilhar suas experiências e verificar se existem pontos em comum. Podem fazer uma discussão sobre a formação dos professores no ensino de combinatória e construírem em conjunto uma tabela de conhecimentos dos conteúdos e pedagógico do conteúdo.

4. Jogo Combinando na Cidade

4.1 Apresentação do Jogo

Este material trata da Análise Combinatória utilizando jogo de trilha e fazendo um estudo teórico de situações que podem ser explorada por professores de matemática. O material é resultado de pesquisa de mestrado com licenciandos em matemática do Ifes/Vitória aplicado em oficinas com licenciandos e professores e com alunos do ensino fundamental e médio.

4.2 Conteúdos

Princípio da Multiplicação, Permutação Simples, Combinações Simples, Combinações Completas, Princípio da Inclusão-Exclusão, Primeiro Lema de Kaplansky, Princípio das gavetas de Dirichlet, Arranjo, Número Cromático e a teoria de Ramsey.

4.3 Objetivos do Material

Desenvolver conceitos e estratégias para a resolução de problemas de Combinatória.

Duração: Mínimo de uma aula de 50 minutos.

4.4 Material

2 dados
1 tabuleiro de trilha
Cartas com perguntas
Regras do jogo
5 carrinhos
Fichas de registro
Algarismos e Placas

4.5 Regras do Jogo

A função dos jogadores será definida de acordo com a soma dos pontos obtidos nos dados:

- De 2 até 4: Diretor do Detran;
- De 5 até 8: Motorista;
- De 9 até 12: Policial.

Em cada rodada deverá ter no mínimo 5 jogadores sendo 2 policiais, 2 motoristas e 1 diretor do DETRAN.

Caso haja empate de funções os jogadores repetem o lançamento dos dados e permanece quem obtiver a maior soma. O outro torna a fazer o lançamento para definir uma nova função que esteja disponível.

Observação: O jogo pode ser adaptado de acordo com a quantidade de alunos e a necessidade do professor desde que preserve apenas um diretor do DETRAN e garantindo as demais funções.

4.6 Início do jogo

A ordem dos jogadores será definida em ordem decrescente conforme a soma dos pontos obtidos nos dados. O jogadores que obtiveram empate na soma dos dados tornarão a fazer o lançamento.

4.7 Rodada do jogo

Sempre que um jogador mudar de cidade ou chegar em uma placa auxiliar retira uma pergunta. Se acertar recebe uma placa de identificação de veículo. O emplacamento é feito pelo diretor do Detran e este não pode emitir placa repetida, caso contrário ficará sem movimentar o carro por três jogadas. O diretor concorre com os demais.

Se o policial rodoviário parar na casa “propina” retira uma pergunta. Se acertar continua. Se errar perde três rodadas.

Se os motoristas e/ou o diretor pararem na mesma casa que o policial, retira-se uma pergunta. Caso errem perderão duas jogadas.

Para cada sinal ou placa de transito que o jogador chegar, deverá adotar um os seguintes procedimentos abaixo:

- Sinal vermelho: perde uma jogada;
- Sinal amarelo: tira uma carta (dependendo da carta sorteada o motorista poderá avançar ou retroceder casas);
- Sinal verde: avança duas casas;
- Placa pare: Passa a vez;
- Placa regulamentar: identifica as direções permitidas pelo motorista e este escolhe conforme as possibilidades;
- Placas auxiliares (como postos de gasolina, oficina ou hospitais etc.): o jogador sorteia uma pergunta. Caso acerte ganha placa, senão perde uma jogada;

- Placa de radar. Retira uma pergunta. Se acertar continua a jogada, senão perde uma jogada.

Cada jogador tem 1 minuto para responder as perguntas.

4.8 Término do jogo

O jogo finaliza quando as possibilidades de placas tiverem sido esgotadas. Vence quem tiver o maior número de placas. Havendo empate retira-se a pergunta da carta desempate. Cada aluno tem dois minutos para responder na folha de registro. Vence quem acertar. Casa haja novo empate retira-se uma nova pergunta obedecendo aos mesmos critérios.

5. Atividades sobre Combinatória

Dicas para o professor

- ✓ As atividades propostas podem ser modificadas de acordo com a necessidade, o nível escolar e o grau de compreensão dos alunos.
- ✓ As atividades podem ser aplicadas no início, durante ou após a exploração dos conceitos de conteúdos de Análise Combinatória. Para tal basta ao professor fazer as devidas adequações.
- ✓ Os questionamentos exemplificam conceitos de Combinatória que podem ser explorados. O professor tem a liberdade de explorar outros conceitos que não são apresentados aqui.
- ✓ As atividades sugeridas podem ser exploradas como diagnóstica, continuada, informal ou final do conteúdo de Combinatória.
- ✓ O material permite realizar atividades que podem ser realizadas de forma individual ou em grupo.
- ✓ Os registros utilizados durante as atividades servem de recurso para avaliação da aprendizagem dos alunos. Além disso o professor pode fazer intervenções pedagógicas durante ou após a realização do jogo.

6. Conceitos em Combinatória

6.1 Princípio de Adição

Sejam A e B dois conjuntos disjuntos, com *m* e *n* elementos, respectivamente.

$A \cup B$ possui *m* + *n* elementos.

6.2 Produto Cartesiano

Sejam A e B dois conjuntos. O conjunto de pares ordenados (*a,b*), em que $a \epsilon A$ e, $b \epsilon B$ é denominado de *produto cartesiano*.

6.3 Princípio da Multiplicação

Sejam d_1 e d_2, decisões a serem tomadas. Se d_1 puder ser escolhida de *m* maneiras e se, a decisão $d_2$puder ser tomada de *n* maneiras, dado que d_1 já foi escolhido, então o total de maneiras de se tomarem d_1 e d_2 é *m.n*.

6.4 Permutação Simples

Sejam a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_{n-1}, a_n, *n* objetos distintos. Denominamos permutação simples cada ordenação dos n objetos. O número de modos de ordenar os n objetos distintos é $n! = n(n-1)\cdots 1$.

6.5 Combinações Simples

Chamamos de *combinação simples* de classe *p* dos n objetos $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{n-1}, a_n$, cada subconjunto com *p* elementos.

6.6 Combinações Completas

Dados *n* objetos distintos, chamamos de combinações completas o número de modos de escolher *p* objetos distintos ou não.

6.7 Princípio da Inclusão-Exclusão

Denomina-se o princípio da Inclusão-Exclusão o método de contagem do número de elementos que pertencem à união de conjuntos disjuntos ou não.

6.8 Lemas de Kaplansky

6.8.1 Primeiro Lema

Dado o conjunto N = {1, 2, $\cdots$, n}, o número de *p*–subconjuntos de N nos quais não há números consecutivos é C_{n-p+1}^{p}.

6.8.2 Segundo Lema

O número de *p*–subconjuntos de { 1, 2, 3, ..., *n*} nos quais não há números consecutivos, e considerando *1* e *n* como consecutivos, é dado por $f(n,p) = \frac{n}{n-p} C_{n-p}^{p}$.

6.9 Princípio das gavetas de Dirichlet

Seja n o número de objetos e, n – 1 o número máximo de gavetas em que serão colocados os objetos. Então pelo menos uma das gavetas conterá pelo menos dois objetos.

6.10 Arranjo[1]

Existem 3 tipos de arranjos:

- Arranjo simples: Não ocorre a repetição de qualquer elemento em cada grupo de *p* elementos.
- Arranjo com repetição: Todos os elementos podem aparecer repetidos em cada grupo de *p* elementos.
- Arranjo Condicional: Todos os elementos aparecem em cada grupo de *p* elementos, mas existe uma condição que deve ser satisfeita acerca de alguns elementos.

6.11 Número Cromático[2]

O número cromático de um grafo representa o menor número de cores necessárias para colorir os vértices de um grafo sem que vértices adjacentes tenham a mesma cor.

---

[1] Extraído de: http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/medio/combinat/combinat.htm#comb02

[2] Extraído de: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2001/icm33/numerocromatico.htm

6.12 A teoria de Ramsey[3]

A Teoria de Ramsey, cujo nome é atribuído ao matemático Frank Plumpton Ramsey, é um ramo da matemática que estuda em quais condições uma determinada ordem ocorre em um conjunto. Problemas na teoria de Ramsey geralmente fazem perguntas da forma: “quantos elementos uma dada estrutura deve ter para garantir a existência de uma propriedade particular nesta estrutura?" Motzkin descreveu isso dizendo que “A completa desordem é impossível".

[3] Extraído de: http://subversion.assembla.com/svn/bUG79OLa0r3R77eJe5aVNr/ramsey.pdf

7. Perguntas Para Cartas e Atividades Pós Jogo.

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Loja	Princípio Aditivo, cardinalidade de um conjunto, a união de conjuntos disjuntos e a operação de adição.	*1) Em um provador há 3 camisas e 3 bermudas. Um cliente irá provar todas as peças. Qual o total de peças a ser provada?*	A partir do 1 ano do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	Sendo A = {camisas} e B = {bermuda}, então #A $\cup B$ = #A + #B = 3 + 3 = 6 O professor pode acrescentar outras perguntas conforme a realidade dos alunos explorando o princípio aditivo. Também podem ser feito perguntas com situações em que existem o mesmo número de grupos de objetos, tendo a mesma quantidade, como forma de preparar os alunos para a introdução ao princípio Multiplicativo. Para alunos em alfabetização a pergunta pode ser lida pelo professor ou		

	confeccionar roupas de bonecas para que as crianças façam a contagem das peças.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Posto de Atendimento de Veículo automotivo	Fatorial, Permutação Simples, operação de multiplicação.	2) Deseja-se fazer o encaixe dos quatros pneus no automóvel assim como o encaixe do pneu reserva (o estepe) no porta-malas do veículo em questão. De quantas formas é possível encaixar os cinco pneus disponíveis?	A partir do 5 ano do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	Como temos 5 pneus então temos 5! modos de ordená-los, ou seja, 5.4.3.2.1 = 120. Nesta atividade pode-se utilizar as rodas dos carrinhos para que alunos do ensino fundamental manuseiem anotando as possibilidades. O professor pode começar com uma quantidade de duas rodas e ampliar a quantidade à medida em que os alunos compreenderem o processo de ordenação. Para alunos do ensino médio o professor pode ampliar a discussão para		

	um rodízio mais adequado de pneus. Por exemplo: (Lima ET AL, 2010, p. 208) Pneus novos duram 40000 km, quando usados nas rodas dianteiras e 60000 km quando usados nas rodas traseiras. Com 4 pneus novos e fazendo um rodízio adequado entre eles, quantos quilômetros um carro pode rodar? E com 5 pneus novos? A questão pode ser resolvida pela média Harmônica obtendo como respostas 48 mil quilômetros e 60 mil quilômetros. Ainda podem ser ampliada a discussão sobre sustentabilidade e matemática financeira entre outras.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Posto de Atendimento de Veículo automotivo	Arranjo Simples.	3) No posto há 5 bombas para abastecer os carros. De quantas formas você pode escolher uma das bombas se todas estão desocupadas?	A partir do 5 ano do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	Temos que escolher uma das cindo bombas, logo temos $A_5^1 = \frac{5!}{(5-1)!}$ =5.		

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Posto de Atendimento de Veículo automotivo	Fatorial, Permutação Simples, operação de multiplicação.	4) Realizando uma calibragem única em cada pneu, de quantas formas é possível fazer a escolha relativa aos 4 pneus do carro a ser calibrado?	A partir do 5 ano do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	4! = 4.3.2.1 = 24 modos de escolha. Professor, nesta atividade você pode enumerar os pneus e pedir aos alunos para registrar todas as possibilidades de ordenação.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Posto de Atendimento de Veículo automotivo	Princípio multiplicativo, operação de	5) Um motorista realizou uma parada no posto de atendimento veicular com o	A partir do 5 ano do ensino fundamental

	multiplicação.	intuito de abastecer o carro, fazer a troca de óleo e a calibragem dos pneus, determine a quantidade de maneiras em que a ordem de execução dos serviços pode ser realizada?	
Resolução e Dicas para o professor	Com alunos da alfabetização dos anos iniciais, o professor pode realizar de maneira lúdica a realização destas tarefas utilizando carrinhos de modo que eles registrem a ordem de escolha dos trabalhos. Depois apresente a turma os diferentes resultados.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Posto de Atendimento de Veículo automotivo	Princípio multiplicativo, Princípio Aditivo, Arranjo, Fatorial, operação de multiplicação, Diagrama de árvore.	6) No posto há dois frentistas que deverão atender a 3 motoristas. De quantas formas podem ser feito os atendimentos dado que um motorista qualquer não pode ser atendido por mais de um frentista?	Ensino Médio

Resolução e Dicas para o professor	Vamos nomear os frentistas por F_1 e F_2 e os motoristas por M_1, M_2 e M_3. Vamos separar o problema em casos: 1º caso: F1 atende M_1, M_2 e M_3 ou F_2 atende M_1, M_2 e M_3. Neste caso temos duas escolhas para os frentistas. O frentista pode escolher a ordem em que quer atender cada motorista. 2x3! = 2.3.2.1 = 12 2º caso: F_1 atende M_1, M_2 e F_2 atende M_3, ou F_1 atende M_1,M_3 e F_2 atende M_2 ou F_1 atende M_2 e M_3 e F_2 atende M_1. Caso análogo para F_2. O frentista que atende dois motoristas tem duas escolhas de ordem de atendimento e o que atende um motorista tem uma escolha.Sendo assim temos. $A_{2,1}(A_{3,2}.A_{1,1}) = 2.(6.1) = 2.6 = 12$ Logo o total de atendimentos é 12 + 12 =24. Professor sugira aos alunos que construa o diagrama de árvore ou o espaço amostral. Com turmas dos anos iniciais pode-se reduzir o número de motoristas e pedir aos alunos para construírem o espaço amostral.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar

Hospital	Princípio multiplicativo, Arranjo Simples	7) No Hospital há 5 leitos desocupados. De quantas formas é possível acomodar 2 pacientes de modo que cada um ocupe uma única cama?	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas para o professor	$A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = 20$. Para trabalhar com alunos do ensino fundamental o professor pode reduzir o número de leitos e pedir aos alunos que representem as possibilidades.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Combinação Simples, princípio aditivo e multiplicativo.	8) No hospital há 5 pediatras dos quais 2 são especialistas. Quantas comissões com 3 pessoas é possível formar de modo que haja pelo menos um especialista?	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas	Total de combinações com 3 elementos utilizando as 5 pessoas = 5!/2!3!		

para o professor	= 10 Total de combinações com 3 elementos sem especialistas = 1 R = 10 – 1 = 9. O problema poderia ser resolvido em casos: 1º caso: 1 especialista e 2 não especialistas $2xC_3^2=\frac{2.3!}{2!1!}$= 6. 2 caso: 2 especialistas e 1 não especialistas. $C_2^2xC_3^1$ = 1.$\frac{3!}{1!2!}$ = 3. Total = 6 + 3 = 9.		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Hospital	Princípio multiplicativo, Arranjo Simples	9) No Hospital há 4 leitos desocupados. De quantas formas é possível acomodar 2 pacientes de modo que cada um ocupe uma única cama?	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas para o professor	$A_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!}$ = 12.		

	Para trabalhar com alunos do ensino fundamental o professor pode reduzir o número de leitos e pedir aos alunos que representem as possibilidades.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Permutação Simples, Princípio multiplicativo	10) Numa enfermaria há 4 pacientes que devem receber três medicações sendo uma pela manhã, outro pela tarde e a última à noite. De quantas maneiras o atendimento pode ser realizado?	A partir dos anos finais do Ensino Fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	Cada atendimento pode ser realizado de 4! Modos por turno, logo teremos: 3.4! = 3.4.3.2.1 = 72 modos. O professor pode reduzir o número de pacientes para trabalhar com turmas do 5º ano do ensino fundamental e adaptar a pergunta para apenas um turno.		

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Permutação Simples, Princípio multiplicativo, Combinação Simples	11) Um médico tem 10 pacientes para serem atendidos em grupo de 5 pessoas. De quantas formas este médico poderá agrupar os pacientes?	A partir do ensino médio.
Resolução e Dicas para o professor	O problema consiste em dividir 10 pessoas em dois grupos de 5 pessoas cada. $\frac{10!}{2.5!5!} = \frac{10.9.8.7.6.5!}{2.5!5!} = \frac{10.9.8.7.6}{2.5.4.3.2.1} = 126.$ Outro modo seria $\frac{C_{10}^{5}}{2} = 126$. A divisão por 2, é devido a possibilidade de ordem de atendimento dos dois grupos.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Princípio multiplicativo e aditivo.	12) Na sala de espera há 30 cadeiras, das quais 20 estão ocupadas. De quantas formas um paciente e um acompanhante podem se acomodar nas cadeiras?	A partir do ensino médio.

Resolução e Dicas para o professor	1º Caso: Paciente e depois acompanhante, 10.9 = 90 2º caso: Acompanhante e depois paciente, 10.9 = 90 Total = 90 + 90 = 180		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Loja	Permutação Simples	13) Uma vendedora deseja separar as roupas por tamanho: P, M, G e EXG em quatro prateleiras. De quantas formas é possível fazer a separação?	A partir do 5º ano do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	4! = 4.3.2.1 = 24		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Loja	Princípio Aditivo e Multilicativo	14) Numa loja há duas saias de modelos diferentes, uma calça e dois modelos	A partir do 5º ano do ensino fundamental

	Produto Cartesiano	distintos de pares de sapato. Uma cliente pretende comprar uma saia ou uma calça e um par de sapatos. Determine o número de combinações possíveis?	
Resolução e Dicas para o professor	2x2 + 1x2 = 6.		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Loja	Princípio Aditivo e Multilicativo, Permutação Simples	15) Na loja há dois provadores e três clientes com a intenção de utilizá-los. De quantas formas é possível fazer a distribuição dos clientes, de modo que pelo menos um provador seja utilizado? Detalhe: não é permitida a entrada de mais de um cliente num determinado provador?	Ensino Médio
Resolução e Dicas para o professor	1º caso: Apenas um provador sendo utilizado. Escolha do provador = 2 possibilidades Ordem das pessoas = 3!		

	Total = 2 x 6 = 12 2º caso: Utilizando os dois provadores e supondo que as pessoas não desocupem simultaneamente os provadores. Escolha dos 2 clientes = 3x2 + 2x3 = 6 + 6 = 12 A pessoa que fica de fora do provador deverá entrar naquele que desocupar primeiro. Então, ela possui um única possibilidade de escolha. Total = 12 + 1 = 13 3º caso: Utilizando os dois provadores e supondo que as pessoas desocupem simultaneamente os provadores. Escolha dos 2 clientes = 3x2 + 2x3 = 6 + 6 = 12 A pessoa que fica de fora do provador poderá entrar tanto no primeiro quanto no segundo provador. Então, ela possui duas possibilidades de escolha. Total = 12 + 2 = 14 Total de casos = 12 + 13 + 14 = 39 O professor desta atividade, pode-se explorar probabilidade.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Loja	Combinação Simples	16) Na loja há 4 marcas diferentes de camisa e 3	A partir do 5º ano do ensino

	Princípio Multiplicativo	marcas diferentes de bermuda. Pedro deseja comprar 2 camisas de marcas distintas e 1 bermuda. Quantas escolhas podem ser feita?	fundamental
Resolução e Dicas para o professor	$C_{4,2} x C_{3,1} = 6x3 = 18$ Com alunos do ensino fundamental, sugira a construção do espaço amostral ou confeccione roupas de papel com os alunos para que façam o experimento.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Loja	Combinação Completa	17) Na loja há 3 marcas diferentes de camisa. Pedro deseja comprar 4 camisas. Quantas são as possibilidades de escolha?	Ensino Médio
Resolução e Dicas para o professor	$CR_{3,4} = \frac{(3+4-1)!}{4!(3-1)!} = 15$ 4 Camisas da mesma marca: 3 casos (AAAA, BBBB, CCCC). 3 de uma marca e uma de outra marca: AAAB, AAAC, BBBA, BBBC,		

	CCCA, CCCB = 6 casos. 2 de uma marca e 2 de marcas diferentes: AABC, BBAC, CCAB = 3 casos 2 de uma marca e 2 de outra marca = AABB, AACC, BBCC = 3 casos. Total =3 + 6 + 3 + 3 = 15		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Casa da Moeda	Espaço Amostral, Evento, produto Cartesiano	18) Um funcionário deixou cair duas moedas no chão. Quais são as possibilidades de que pelo menos uma face coroa esteja virada para cima?	A partir do 5º ano dos anos iniciais.
Resolução e Dicas para o professor	Considerando K (Cara) e C (Coroa). Como o evento desejado requer a ocorrência de pelo menos uma face Coroa (C), temos: {(C;C), (K;C), (C,K)}		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar

Casa da Moeda	Princípio Multiplicativo, Produto cartesiano	19) Deseja-se confeccionar uma cédula de R$ 20,00 contendo uma figura e uma marca d'água. Há 4 figuras e 3 marcas d'água disponíveis. Quantos modelos de cédula de R$ 20,00 são possíveis de confeccionar a partir dos elementos disponíveis?	A partir do 5º ano dos anos iniciais.
Resolução e Dicas para o professor	4x3 = 12 Com alunos do ensino fundamental pode-se construir as cédulas com todos os casos possíveis utilizando figuras de animais em extinção.		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Casa da Moeda		20) Deseja-se confeccionar cédulas contendo uma figura, uma marca d'água e um número. Há 6 figuras, 6 marcas d'água e 6 números disponíveis. Quantos modelos de cédula são possíveis de confeccionar a	A partir do Ensino Médio

		partir dos elementos disponíveis?	
Resolução e Dicas para o professor	1ª cédula: 6 x 6 x 6 = 216 modelos 2ª cédula: 6 x 6 x 6 = 216 modelos ... 5 ª cédula: 6 x 6 x 6 = 216 modelos 6 ª cédula: 6 x 6 x 6 = 216 modelos Total: $6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3 = 216+216+216+216+216+216 = 1296$ modelos.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Casa da Moeda	Produto Cartesiano	21) Deseja-se confeccionar cédulas contendo uma figura, uma marca d'água e um número. Há 6 figuras, 6 marcas d'água e 6 números disponíveis e só podem ser usados uma única vez. Quantos modelos de cédula são possíveis de confeccionar a partir dos elementos disponíveis?	A partir do Ensino Médio

Resolução e Dicas para o professor	1ª cédula: 6 x 6 x 6 = 216 modelos 2ª cédula: 5 x 5 x 5 = 125 modelos ... 5ª cédula: 2 x 2 x 2 = 8 modelos 6ª cédula: 1 x 1 x 1 = 1 modelo Total: $6^3 + 5^3 + 4^3 + 3^3 + 2^3 + 1^3 = 216+125+64+27+8+1 = 441$ modelos.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sorveteria	Princípio Multiplicativo, Produto Cartesiano	22) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)) de sorvete. Quantas são as possíveis combinações de sabores com uma bola de sorvete?	A partir do 5º ano do ensino fundamentall.

Resolução e Dicas para o professor	2 x 2 = 4 combinações possíveis (CM, CP, KM, KP).		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sorveteria	Princípio Multiplicativo Combinação com repetição	23) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)). Quantas são as possíveis combinações de sabores com duas bolas de sorvete?	Ensino Médio
Resolução e Dicas para o professor	Possibilidades: CMM, CMP, CPP, KMM, KPP, KPM. $2xCR^{2}_{2+2-1}$ = $2x\,\frac{3!}{2!1!}$ = 6.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sorveteria	Princípio Multiplicativo Combinação com repetição	24) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)). Quantas são as possíveis	Ensino Médio

		combinações de sabores com quatro bolas de sorvete?	
Resolução e Dicas para o professor	Possibilidades: CMM, CMP, CPP, KMM, KPP, KPM. $2x(CR^{2}_{2+2-1}$ = $2x\ \frac{3!}{2!1!}$ = 6.		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Sorveteria	Princípio Multiplicativo Combinação com repetição	25) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)). Quantas são as possíveis combinações de sabores com cinco bolas de sorvete?	Ensino Médio
Resolução e Dicas para o professor	$2x(CR^{5}_{2+5-1}$ = $2x\ \frac{6!}{5!1!}$ = 6.		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Restaurante	Princípio Multiplicativo	26) Sabendo-se que no cardápio do dia há 3 tipos de saladas,	A partir do 5º ano.

	Produto cartesiano	4 tipos de carnes e 2 tipos de sobremesa para serem servidos, determine a quantidade de pratos diferentes que podem ser oferecidos?	
Resolução e Dicas para o professor	3x4x2 = 24.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Restaurante	Princípio Multiplicativo e Aditivo Permutação Simples Arranjo Simples	27) No estabelecimento há dois garçons para atender 6 clientes. De quantas formas podem ser organizados os atendimentos sabendo-se que o garçom fará somente um atendimento por mesa?	A partir do Ensino Médio.
Resolução e Dicas para o professor	1º Caso: Um garçom faz todos os atendimentos: Escolha do garçom que fará todos os atendimentos, 2!		

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">A ordem em que os atendimentos serão realizados, 6!
2!6! = 1440.
2º Caso: Um garçom atende a um cliente, enquanto outro atende os demais.
$A_{2,1}(A_{6,1} \times A_{5,5}) = 2(6x120) = 2(720) = 1440$
Análogo para os demais casos.
$A_{2,1}(A_{6,2} \times A_{4,4}) = 2(30 \times 24) = 2(720) = 1440$
$A_{2,1}(A_{6,3} \times A_{3,3}) = 2(120 \times 6) = 2(720) = 1440$

Total: 4x1440 = 5760</td></tr>
<tr><td>Local onde a pergunta é explorada</td><td>Conteúdo abordado</td><td>Pergunta</td><td>Ano escolar</td></tr>
<tr><td>Restaurante</td><td>Princípio Multiplicativo, Produto Cartesiano</td><td>28) Sabendo-se que nesse estabelecimento há 2 tipos de saladas, 3 tipos de bebidas e 2 tipos de sobremesas, quantos pedidos diferentes podem ser feito contendo uma salada, uma bebida e uma sobremesa?</td><td>A partir do 5 ano dos anos iniciais.</td></tr>
</table>

Resolução e Dicas para o professor	2x3x2 = 12		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Restaurante	Princípio Multiplicativo, Produto cartesiano	29) Sabendo-se que nesse estabelecimento há 3 tipos de carne, 3 tipos de bebidas e 2 tipos de sobremesa, quantos tipos de pedidos diferentes podem realizados contendo um tipo de carne, um tipo de bebida e um tipo de sobremesa?	A partir do 5 ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	3x3x2 = 18		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Restaurante	Princípio Multiplicativo, Permutação	30) Suponha que haja nesse hospital 2 crianças para serem atendidas que chegaram em horários	A partir do ensino Fundamental

		distintos. De quantas formas 2 médicos podem atender as crianças dando preferência pela ordem de chegada?	
Resolução e Dicas para o professor	(possibilidade de ordem de chegada das crianças)x(possibilidade de escolha dos médicos) 2x2 = 4		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Posto de Abastecimento Veicular	Princípio Multiplicativo, Permutação	31) Uma família tem é composta por 5 pessoas. Dois são adultos e três são crianças. As crianças possuem idades de 10, 6 e 3 anos. De quantas formas diferentes esta família pode ocupar o carro de 5 lugares sabendo-se que apenas um dos adultos tem carteira de habilitação, que o banco da frente só pode ser ocupado	A partir do ensino fundamental

		por pessoas com idade acima de 9 anos e que cada lugar somente possa ser ocupado por uma única pessoa?	
Resolução e Dicas para o professor	1x2x3! = 1x2x6 = 12		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Posto de Abastecimento Veicular	Combinação Simples	32) Pedro tem um carro flex. O posto tem 3 tipos de combustíveis: etanol, gasolina comum e gasolina aditivada. Quantas são as combinações de abastecimento escolhendo apenas um dos tipos de combustíveis?	A partir do 5º ano do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	$C_3^1 = \frac{3!}{1!2!} = 3.$		
Local onde a pergunta	**Conteúdo**	**Pergunta**	**Ano escolar**

é explorada	abordado		
Posto de Abastecimento Veicular	Combinação Simples	33) Pedro tem um carro flex. O posto tem 3 tipos de combustíveis: etanol, gasolina comum e gasolina aditivada. Quantas são as combinações de abastecimento escolhendo apenas dois dos tipos de combustíveis?	A partir do 6 ano do ensino Fundamental
Resolução e Dicas para o professor	$C_3^2 = \frac{3!}{2!1!} = 3.$		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Restaurante	Princípio da Inclusão e Exclusão Conjuntos Operaçôes de adição e subtração	34) O dono do restaurante buscando melhorar o ambiente fez uma entrevista sobre a preferência do tipo de música. 90 responderam que preferem música ao vivo, 70 responderam que preferem música eletrônica e 25 responderam que	A partir do 6 ano do ensino Fundamental

		preferem os dois tipos. Quantos clientes foram entrevistados?	
Resolução e Dicas para o professor	#A + #B - # A $\cap B$ = 90 + 70 – 25 = 135		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Hospital	Princípio da Inclusão e Exclusão Conjuntos Operaçôes de adição e subtração	35) Para previnir a contaminação por um certo vírus, os pacientes foram submetidos a vacinas. 40 pacientes tomaram a vacina A, 60 pacientes tomaram a vacina B e 20 pacientes tomaram as duas vacinas. Qual o total de pacientes submetidos ao processo de vacinação?	A partir do 6 ano do ensino Fundamental
Resolução e Dicas para o professor	#A + #B - # A $\cap B$ = 40 + 60 – 20 = 80		

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Permutação Caótica	36) Uma atendente distribuiu nove senhas diferentes para nove pacientes e recolhe no final da consulta. Um mês depois os pacientes retornam e, novamente a atendente distribui uma senha para cada um. Quantas são as possibilidades dos nove pacientes não pegarem a mesma senha do mês anterior?	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas para o professor	$D_9 = 9!(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} - \frac{1}{9!}) = 133496$		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Posto de Abastecimento Veicular	Permutação Caótica	37) Um automóvel de sete lugares pára para abastecer. Os sete	A partir do ensino médio

		passageiros desocupam o carro enquanto o abastecimento é feito. Logo após três passageiros retornam ao seu lugar primitivo. De quantas formas é possível que os demais passageiros não retornem ao seu lugar primitivo?	
Resolução e Dicas para o professor	$C_7^3 . D_4 = 35x4!(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}) = 35x9 = 315$		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Primeiro Lema de Kaplansky	38) Um paciente necessita de fazer exame médico três vezes por semana, desde que não seja em dias consecutivos. O hospital realiza o procedimento de segunda à sábado. Quantas são as maneiras de escolher os dias de exame desse	A partir 6º ano do ensino fundamental

		paciente?	
Resolução e Dicas para o professor	$C_{6-3+1}^{3} = \frac{4!}{3!1!}$ = 4.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Segundo Lema de Kaplansky	39) Um paciente necessita de fazer exame médico três vezes por semana, desde que não seja em dias consecutivos, durante um trimestre. Considere sábado e domingo como consecutivos. Quantas são as maneira de escolher os dias de exame desse paciente?	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas para o professor	$\frac{7}{7-3} C_{7-3}^{3} = \frac{7}{4} x \frac{4!}{3!1!}$ = 7.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Hospital	Princípio das gavetas de Dirichelet.	40) No hospital há 10 quartos. Em um grupo n de pessoas pode-se garantir que duas	A partir do ensino médio

		pessoas ocupem o mesmo quarto. Qual o valor de n que torna esta sentença verdadeira.	
Resolução e Dicas para o professor	n – 1 = 10 n = 10 + 1 n = 11		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Restaurante	Princípio das gavetas de Dirichelet.	41) No restaurante a lotação máxima de pessoas sentadas é de 150. 30 famílias estiveram presentes no mesmo instante. A média de pessoas das famílias foi de 7 pessoas. Havia lugar para todos se sentarem individualmente?	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas para o professor	$\frac{f1+f2+\cdots+f30}{30} = 7$ $\sum_{i=1}^{30} fi = 30x7 = 210 > 150$		

	Logo, não havia lugar individual para todos.

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Cidade	Permutação de elementos nem todos distintos	42) Quantos são os anagramas da palavra SERRA?	A partir do ensino fundamental
Resolução e Dicas para o professor	$\frac{5!}{2!} = 20.$		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Cidade	Permutação de elementos nem todos distintos	43) Quantos são os anagramas da palavra Vitória que começam e terminam com consoante?	A partir do ensino Médio
Resolução e Dicas para o professor	$\frac{4x3x5!}{2!} = \frac{1440}{2} = 720.$		
Local onde a pergunta é explorada	**Conteúdo abordado**	**Pergunta**	**Ano escolar**
Cidade	Princípio Multiplicativo,	44) Há três pontes ligando a cidade de Vitória à cidade de	A partir do 5 ano do ensino

	Produto Cartesiano	Vila Velha. De quantas formas é possível sair da cidade de Vitória para a cidade de Vila Velha passando por uma das pontes ou pelo rio Santa Maria e retornar por um caminho diferente?	fundamental
Resolução e Dicas para o professor	4x3 = 12.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Cidade	Princípio Multiplicativo, Produto Cartesiano	45) Há três pontes ligando a cidade de Vitória à cidade de Vila Velha. De quantas formas é possível ir e voltar da cidade de Vitória para a cidade de Vila Velha passando por uma das pontes ou pelo rio Santa Maria?	A partir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	4 x 4 = 16.		

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Propina	Princípio Aditivo, Produto cartesiano.	46) Um policial recebeu a oferta de uma propina de R$ 30,00. De quantas formas podem ter sido feito o pagamento usando cédulas de R$ 10,00 ou de R$ 20,00?	A partir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	10 + 10 + 10 = 30, ou 10 + 20 = 30. Dois modos.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Propina	Permutação de elementos nem todos distintos	47) Quantos são os anagramas da palavra PROPINA	A partir do ensino médio
Resolução e Dicas para o professor	$\frac{7!}{2!}$ = 7x6 = 42.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Propina	Princípio Aditivo, Produto	48) Um policial recebeu a oferta de uma propina de R$ 30,00. De quantas formas podem	A partir do 5º ano do ensino fundamental.

	cartesiano.	ter sido feito o pagamento usando cédula de R$ 10,00 e de R$ 20,00?	
Resolução e Dicas para o professor	$10 + 20 = 30$. Um modo.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Propina	Princípio Multiplicativo	49) Um policial recebeu a oferta de uma propina. Se aceitar a propina será preso, se não aceitar terá que prender o motorista. Quantas são as escolhas do policial?	A partir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	Duas		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Blitz	Permutação Simples	50) Um policial fará a inspeção em três veículos. De quantas	A partir do 5º ano do ensino

		formas ele poderá escolher a ordem de inspeção dos veículos?	fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	3! = 3.2.1 = 6.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Blitz	Permutação Simples	51) Três motoristas serão submetidos ao exame de alcoolemia. De quantas o policial poderá escolher a ordem dos motoristas para realizarem o exame?	A partir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	3! = 3.2.1 = 6.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Blitz	Permutações caóticas	52) Cinco policiais realizam uma blitz em cinco veículos. Trinta dias depois os mesmos policiais retornam para realizar blitz e encontram os mesmos carros. Quantas são	A partir do ensino médio

		as possibilidades dos policiais não vistoriarem o mesmo carro da blitz anterior?	
Resolução e Dicas para o professor	$5!(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}) = 120x\frac{11}{30} = \frac{1320}{30}$ =44.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Blitz	Permutação Simples	53) Um policial fará a inspeção em dois veículos. De quantas formas ele poderá escolher a ordem de inspeção dos veículos?	A partir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	2! = 2x1 = 2.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sinal Amarelo	Diagrama de árvore, Princípio multiplicativo, Produto Cartesiano	54) Ao passar por três semáforos quantas são as possibilidades de um motorista encontrar pelo menos um dos semáforos com o sinal amarelo?	A partir do ensino médio.

Resolução e Dicas para o professor	Total de possibilidades menos a possibilidade de nenhum estar amarelo. 3x3x3 – 2x2x2 = 27 – 8 = 19		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sinal Amarelo	Diagrama de árvore, Princípio multiplicativo, Produto Cartesiano	55) Ao passar por dois semáforos quantas são as possibilidades de um motorista encontrar apenas um dos semáforos com o sinal amarelo?	A partir do ensino médio.
Resolução e Dicas para o professor	Total de possibilidades, menos a possibilidade de nenhum estar amarelo, menos a possibilidade dos dois estarem amarelos. 3x3 – 2x2 – 1x1 = 9 – 4 – 1 = 4.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sinal Amarelo	Diagrama de árvore, Princípio Mutiplicativo, Permutação	56) Com as cores amarelo, vermelho e verde, de quantas formas podemos pintar os sinais de um semáforo sem repetir as cores?	A partir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	3x2x1 = 6.		

Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Sinal Amarelo	Diagrama de árvore, Permutaçao Caótica.	57) Com as cores amarelo, vermelho e verde, de quantas formas podemos pintar os sinais do semáforo de modo que nenhuma das cores esteja no seu lugar de origem?	A partir do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	$3!(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}) = 6x\frac{2}{6} = \frac{12}{6} = 2.$		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Radar	Permutação com elementos nem todos distintos.	58) Quantos anagramas possui a palavra RADAR?	A partir do ensino médio.
Resolução e Dicas para o professor	$\frac{5!}{2!2!} = 30.$		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Radar	Princípio Multiplicativo,	59) O grupo ABA é palíndromo, pois as leituras da esquerda	A parir do 5º ano do ensino

	Permutação	para a direita e da direita para a esquerda são iguais. A palavra RADAR é palíndromo?	fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	SIM.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Radar	Princípio Multiplicativo, Permutação	60) Um radar captura a imagem de uma placa de quatro algarismos. A placa 121 é palíndromo, porém um dos algarismos não apareceu. Qual o algarismo que está faltando?	A parir do 5º ano do ensino fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	2.		
Local onde a pergunta é explorada	Conteúdo abordado	Pergunta	Ano escolar
Radar	Princípio Multiplicativo,	61) Um radar captura a imagem de uma placa de três letras e	A parir do 5º ano do ensino

	Permutaçao	quatro algarismos. A placa * RA 13*1 é palíndromo, porém uma das letras e um dos algarismos não apareceu. Qual a letra e o algarismo que está faltando?	fundamental.
Resolução e Dicas para o professor	A e 3.		

8. Sugestões de atividades pós jogo.

1) Veja a tabela a seguir.

Função	Soma
Diretor	2 – 4
Motorista	5 – 8
Policial	9 – 12

1) Fazendo o lançamento simultâneo de dois dados, quais e quantas são as formas de sortear:
   a) o motorista ? 20
   b) o policial? R: 10
   c) O diretor do DETRAN? 6
2) Algum jogador tem a maior chance de sair? Justifique.
   R: Sim, o motorista.
3) Algum jogador tem a menor chance de sair? Justifique.
   R: Sim, o policial.
4) A distribuição de pontos para assumir as atividades é honesta (tem as mesmas possibilidades)? Justifique.
   R: Não.

Objetivo da atividade:

Esta atividade busca explorar o conceito de produto cartesiano.

Conceitos envolvidos

Produto Cartesiano, adição, tratamento da informação.

Resolução e dicas para o professor

Nesta atividade o professor pode trabalhar o conceito de produto cartesiano e discutir diferentes respostas dos alunos.

Resposta: Tomando A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, logo AxB.

(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)

(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)

(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)

(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)

(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)

(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)

Verificando a soma dos pares ordenados é possível determinar quais e quantas são as formas de sortear o policial, o motorista e o diretor.

Ampliando ideias: Essa discussão é interessante, pois permite que os alunos percebam todas as combinações de pares ordenados que existem entre dois conjuntos disjuntos. O professor também pode comentar que em casos como esse em que o número de elementos de A é igual ao número de elementos de B, para calcular todas as possibilidades, basta elevar ***n^c***, onde ***n*** é o número de elementos e ***c*** a quantidade de conjuntos.

2) Professor, utilize o mapa para explorar o conceito de número cromático e a teoria de Ramsey. Além disso explore outras situações que não foram contemplados nas questões.

REFERENCIAS

ALVES, E. M. S. **A ludicidade e o ensino da matemática: Uma prática possível.** Campinas, SP: Papirus, 2001.

BOLZAN, D. P. V. **Formação de professores: compartilhando e reconstruindo conhecimentos**. Porto Alegre: Mediação, 2002. 168p.

BORBA, R. **O raciocínio combinatório na educação básica**. In: *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática.* (X Enem), Salvador, BA, 2010.

______. **Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização.** In: *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. (XI Enem), Curitiba, PR, 2013.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensinoaprendizagem da matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1995. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000084233>
Acesso em: 27 Nov 2012.

______ **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, faculdade de Educação, SP, 2000. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000223718> Acesso em: 22 de agosto de 2013.

FIORENTINI, D.; Freitas, M. T. M. Investigar e escrever na formação inicial do professor de matemática. In: FIORENTINI, D.; et al. (Orgs.) **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras. 2009. p. 77-99.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: BICUDO, Maria A. V.; Borba, M. C. (Org.) **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 2. ed. São paulo: Cortez, 2004. p. 92 – 120.

MORGADO, A. C. de O. *et al*. **Análise combinatória e Probabilidade.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

MIZUKAMI, M. G. *et al.* **Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação**. São Carlos: EduUFSCar, 2002.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática.In: BICUDO, Maria A. V.; Borba, M. C. (Orgs.) **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 2. ed. São paulo: Cortez, 2005. p. 250 – 263.

RIBEIRO, F. D. (2009). **Jogos e modelagem na Educação Mtemática**. São Paulo: Saraiva. 124p.:il.

SHULMAN, L. S. **El saber y entender de la profesión docente**. *Estúdios Públicos*, n. 99, 2005, Santiago-Chile, 2005a. p. 195-224.

Encartes

Encarte 1 – Cartas para Loja

15) Na loja há dois provadores e três clientes com a intenção de utilizá-los. De quantas formas é possível fazer a distribuição dos clientes, de modo que pelo menos um provador seja utilizado?

Detalhe: não é permitida a entrada de mais de um cliente num determinado provador?

14) Numa loja há duas saias de modelos diferentes, uma calça e dois modelos distintos de pares de sapato. Uma cliente pretende comprar uma saia ou uma calça e um par de sapatos. Determine o número de combinações possíveis?

13) Uma vendedora deseja separar as roupas por tamanho: P, M, G e EXG em quatro prateleiras. De quantas formas é possível fazer a separação?

1) Em um provador há 3 camisas e 3 bermudas. Um cliente irá provar todas as peças. Qual o total de peças a ser provada?

Encarte 2 – Cartas para Hospital

10) Numa enfermaria há 4 pacientes que devem receber três medicações sendo uma pela manhã, outro pela tarde e a última à noite. De quantas maneiras o atendimento pode ser realizado?

7) No Hospital há 5 leitos desocupados. De quantas formas é possível acomodar 2 pacientes de modo que cada um ocupe uma única cama?

9) No Hospital há 4 leitos desocupados. De quantas formas é possível acomodar 2 pacientes de modo que cada um ocupe uma única cama?

8) No hospital há 5 pediatras dos quais 2 são especialistas. Quantas comissões com 3 pessoas é possível formar de modo que haja pelo menos um especialista?

Encarte 3 – Cartas para Posto de Abastecimento

3) No posto há 5 bombas para abastecer os carros. De quantas formas você pode escolher uma das bombas se todas estão desocupadas?

2) Deseja-se fazer o encaixe dos quatros pneus no automóvel assim como o encaixe do pneu reserva (o estepe) no porta-malas do veículo em questão. De quantas formas é possível encaixar os cinco pneus disponíveis?

5) Um realizou uma parada no posto de atendimento veicular com o intuito de abastecer o carro, fazer a troca de óleo e a calibragem dos pneus, determine a quantidade de maneiras em que a ordem de execução dos serviços pode ser realizada?

4) Realizando uma calibragem única em cada pneu, de quantas formas é possível fazer a escolha relativa aos 4 pneus do carro a ser calibrado?

Encarte 4 – Cartas para Casa da Moeda

20) Deseja-se confeccionar cédulas contendo uma figura, uma marca d'água e um número. Há 6 figuras, 6 marcas d'água e 6 números disponíveis. Quantos modelos de cédula são possíveis de confeccionar a partir dos elementos disponíveis?

18) Um funcionário deixou cair duas moedas no chão. Quais são as possibilidades de que pelo menos uma face coroa esteja virada para cima?

19) Deseja-se confeccionar uma cédula de R$ 20,00 contendo uma figura e uma marca d'água. Há 4 figuras e 3 marcas d'água disponíveis. Quantos modelos de cédula de R$ 20,00 são possíveis de confeccionar a partir dos elementos disponíveis?

21) Deseja-se confeccionar cédulas contendo uma figura, uma marca d'água e um número. Há 6 figuras, 6 marcas d'água e 6 números disponíveis e só podem ser usados uma única vez. Quantos modelos de cédula são possíveis de confeccionar a partir dos elementos disponíveis?

Encarte 5 – Cartas para Sorveteria

22) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)) de sorvete. Quantas são as possíveis combinações de sabores com uma bola de sorvete?

23) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)). Quantas são as possíveis combinações de sabores com duas bolas de sorvete?

24) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)). Quantas são as possíveis combinações de sabores com quatro bolas de sorvete?

25) Uma sorveteria oferece dois tipos de recipiente (copinho (C) ou casquinha (K)) e dois tipos de sabores (morango (M) ou prestígio (P)). Quantas são as possíveis combinações de sabores com cinco bolas de sorvete?

Encarte 6 – Cartas Para o Restaurante

28) Sabendo-se que nesse estabelecimento há 2 tipos de saladas, 3 tipos de bebidas e 2 tipos de sobremesas, quantos pedidos diferentes podem ser feito contendo uma salada, uma bebida e uma sobremesa?

26) Sabendo-se que no cardápio do dia há 3 tipos de saladas, 4 tipos de carnes e 2 tipos de sobremesa para serem servidos, determine a quantidade de pratos diferentes que podem ser oferecidos?

27) No estabelecimento há dois garçons para atender 6 clientes. De quantas formas podem ser organizados os atendimentos sabendo-se que o garçom fará somente um atendimento por mesa?

29) Sabendo-se que nesse estabelecimento há 3 tipos de carne, 3 tipos de bebidas e 2 tipos de sobremesa, quantos tipos de pedidos diferentes podem realizados contendo um tipo de carne, um tipo de bebida e um tipo de sobremesa?

Encarte 7 – Cartas para Propina

47) Quantos são os anagramas da palavra PROPINA

49) Um policial recebeu a oferta de uma propina. Se aceitar a propina será preso, se não aceitar terá que prender o motorista. Quantas são as escolhas do policial?

46) Um policial recebeu a oferta de uma propina de R$ 30,00. De quantas formas podem ter sido feito o pagamento usando cédulas de R$ 10,00 ou de R$ 20,00?

48) Um policial recebeu a oferta de uma propina de R$ 30,00. De quantas formas podem ter sido feito o pagamento usando cédula de R$ 10,00 e de R$ 20,00?

Encarte 8 – Cartas para as Cidades

43) Quantos são os anagramas da palavra Vitória que começam e terminam com consoante?

42) Quantos são os anagramas da palavra SERRA?

45) Há três pontes ligando a cidade de Vitória à cidade de Vila Velha. De quantas formas é possível ir e voltar da cidade de Vitória para a cidade de Vila Velha passando por uma das pontes ou pelo rio Santa Maria?

44) Há três pontes ligando a cidade de Vitória à cidade de Vila Velha. De quantas formas é possível sair da cidade de Vitória para a cidade de Vila Velha passando por uma das pontes ou pelo rio Santa Maria e retornar por um caminho diferente?

Encarte 9 – Cartas para Blitz

50) Um policial fará a inspeção em três veículos. De quantas formas ele poderá escolher a ordem de inspeção dos veículos?

53) Um policial fará a inspeção em dois veículos. De quantas formas ele poderá escolher a ordem de inspeção dos veículos?

51) Três motoristas serão submetidos ao exame de alcoolemia. De quantas o policial poderá escolher a ordem dos motoristas para realizarem o exame?

52) Cinco policiais realizam uma blitz em cinco veículos. Trinta dias depois os mesmos policiais retornam para realizar blitz e encontram os mesmos carros. Quantas são as possibilidades dos policiais não vistoriarem o mesmo carro da blitz anterior?

Encarte 10 – Cartas para Radar

58) Quantos anagramas possui a palavra RADAR?

61) Um radar captura a imagem de uma placa de três letras e quatro algarismos. A placa * RA 13*1 é palíndromo, porém uma das letras e um dos algarismos não apareceu. Qual a letra e o algarismo que está faltando?

60) Um radar captura a imagem de uma placa de quatro algarismos. A placa 12*1 é palíndromo, porém um dos algarismos não apareceu. Qual o algarismo que está faltando?

59) O grupo ABA é palíndromo, pois as leituras da esquerda para a direita e da direita para a esquerda são iguais. A palavra RADAR é palíndromo?

Encarte 11 – Cartas para Semáforo Amarelo

54) Ao passar por três semáforos quantas são as possibilidades de um motorista encontrar pelo menos um dos semáforos com o sinal amarelo?	57) Com as cores amarelo, vermelho e verde, de quantas formas podemos pintar os sinais do semáforo de modo que nenhuma das cores esteja no seu lugar de origem?
56) Com as cores amarelo, vermelho e verde, de quantas formas podemos pintar os sinais de um semáforo sem repetir as cores?	55) Ao passar por dois semáforos quantas são as possibilidades de um motorista encontrar apenas um dos semáforos com o sinal amarelo?

Encarte 12 – Cartas para Desempate

43) Quantos são os anagramas da palavra Vitória que começam e terminam com consoante?

11) Um médico tem 10 pacientes para serem atendidos em grupo de 5 pessoas. De quantas formas este médico poderá agrupar os pacientes?

39) Um paciente necessita de fazer exame médico três vezes por semana, desde que não seja em dias consecutivos, durante um trimestre. Considere sábado e domingo como consecutivos. Quantas são as maneira de escolher os dias de exame desse paciente?

Encarte 13 – Verso das Cartas

CARTA POSTO	CARTA RESTAURANTE
CARTA PROPINA	**CARTA HOSPITAL**

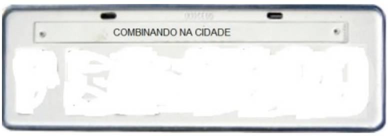
CARTA CIDADE	CARTA SEMÁFORO AMARELO
CARTA RADAR	CARTA DESEMPATE

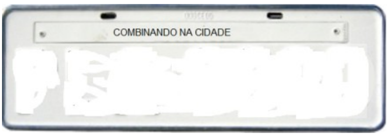
CARTA LOJA

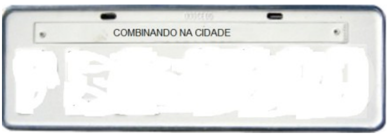
CARTA CASA DA MOEDA

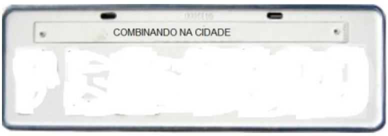
CARTA BLITZ

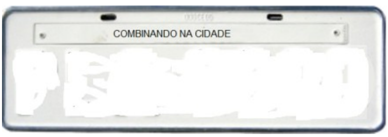
Encarte 14 – Placas

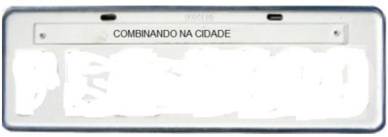












Encarte 15 – Algarismos para as Placas

1	1	1	1
1	1	1	1
2	2	2	2
2	2	2	2
3	3	3	3
3	3	3	3
4	4	4	4
4	4	4	4


BEM-VINDO A SERRA
Sorveteria
CARTAS RADAR
CARTAS LOJA
CARTAS DESEMPATE
CARTAS CASA DA MOEDA
CARTAS POSTO
BEM-VINDO A VITÓRIA
Radar
BEM-VINDO A VILA VELHA
Propina
CARTAS CIDADE
CARTAS SEMÁFARO AMARELO
CARTAS PROPINA
CARTAS HOSPITAL
LOJA
Sorveteria
CARTAS RESTAURANTE
CARTAS SORVETERIA
INÍCIO
Casa da Moeda

EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – CAMPUS VITÓRIA

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-8263-051-8
9 788582 630518