

Série Guias Didáticos de Matemática

30

**Divisibilidade nos Números Naturais:
Um Tratamento Indutivo para o
6º Ano do Ensino Fundamental**

**Rúbia Carla Pereira
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Rony Cláudio de Oliveira Freitas**

**Editora Ifes
2016**



Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Rúbia Carla Pereira
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Rony Cláudio de Oliveira Freitas

**DIVISIBILIDADE NOS NÚMEROS NATURAIS: UM
TRATAMENTO DEDUTIVO PARA O 6º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Série Guia Didático de Matemática – Nº 30

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2016

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

P436d Pereira, Rúbia Carla.

Divisibilidade nos números naturais : um tratamento dedutivo para o 6º ano do ensino fundamental / Rúbia Carla Pereira, Maria Auxiliadora Vilela Paiva, Rony Cláudio de Oliveira Freitas. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2016.

41 p. : il. ; 21 cm. - (Série guias didáticos de matemática ; 30)

ISBN: 978-85-8263-109-6

1. Didática. 2. Ensino. 3. Aprendizagem. 4. Matemática – Problemas, questões, exercícios. 5. Teoria dos números. 6. Análise de interação em educação. I. Freitas, Rony Cláudio de Oliveira. II. Paiva, Maria Auxiliadora Vilela. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título..

CDD: 371.3

Copyright @ 2015 by Instituto Federal do Espírito Santo
Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto No. 1.825 de 20 de dezembro de 1907. O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Observação:

Material didático público para livre reprodução.
Material bibliográfico eletrônico e impresso.

Realização





Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Rúbia Carla Pereira
Maria Auxiliadora Vilela Paiva
Rony Cláudio de Oliveira Freitas

DIVISIBILIDADE NOS NÚMEROS NATURAIS: UM
TRATAMENTO INDUTIVO PARA O 6° ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL

Série Guia Didático de Matemática – 30

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2016

Editora do Ifes

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, no. 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

Av. Vitória, 1729 – Jucutuquara.
Prédio Administrativo, 3º andar. Sala do Programa Educimat.
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040 780

Comissão Científica

Alex Jordane de Oliveira
Rodolfo Chaves
Sílvia Dias Âncantara Machado

Coordenador Editorial

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Sidnei Quezada Meireles Leite

Revisão

Rita Lelia Granha

Capa e Editoração Eletrônica

Katy Kenyo Ribeiro

Produção e Divulgação

Programa Educimat, Ifes.



Instituto Federal do Espírito Santo

DENIO REBELLO ARANTES

Reitor

MÁRCIO ALMEIDA CÓ

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação

RENATO TANNURE ROTA DE ALMEIDA

Pró-Reitor de Extensão

ARACELI VERÓNICA FLORES NARDY RIBEIRO

Pró-Reitora de Ensino

LEZI JOSÉ FERREIRA

Pró-Reitor de Administração

ADEMAR MANOEL STANGE

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional

Ifes - *Campus* VITÓRIA

RICARDO PAIVA

Diretor Geral

MÁRCIA REGINA PEREIRA LIMA

Diretora de Pesquisa e Pós-Graduação

HUDSON LUIZ COGO

Diretor de Ensino

SERGIO CARLOS ZAVARIS

Diretor de Extensão

ROSENI DA COSTA SILVA PRATTI

Diretora de Administração

MINICURRÍCULO DOS AUTORES



Rúbia Carla Pereira. Professora efetiva de Matemática da rede estadual do Espírito Santo desde 2008. Atua como técnica pedagógica na Unidade Central da Secretaria de Estado da Educação, na área de Formação de Professores de Matemática e em Tecnologias Educacionais, desde 2012. Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do

Espírito Santo (2003) e especialista em Logística de Produção Integrada pela Universidade Federal do ES (2005) e em Novas Tecnologias Educacionais pela Faculdade Integrada de Jacarepaguá – RJ (2010).

Maria Auxiliadora Vilela Paiva. Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (1972), mestrado em Matemática pela Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (1980) e doutorado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1999). Atualmente é professora efetiva do Cefor/Reitoria/Ifes – Instituto Federal do ES, atuando no programa Educimat do Ifes como professora/pesquisadora e Coordenadora Geral de Ensino do Cefor/Ifes.



Rony Cláudio de Oliveira Freitas. Doutor em Educação (2010) e mestre em Informática (2004), ambos pela Universidade Federal do ES. Atualmente é professor no Instituto Federal do ES, atuando no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática e na Licenciatura em Matemática.

À minha família, namorado, amigos e professores
pelo incentivo, paciência e apoio.

Aos amigos e colaboradores desta
pesquisa, Sabrine, Lourenço, Cláudio,
Morgana, e Organdi pelo envolvimento
e dedicação nas atividades.

Aos meus orientadores Dôra Paiva e
Rony Freitas, pelo aprendizado.

Aos professores-amigos, Alex Jordane e
Sandra Fraga pelo carinho e
aprendizado.

*“Nunca consideres o estudo como uma
obrigação, e sim como uma
oportunidade para penetrar no belo e
maravilhoso mundo do saber.”*

Albert Einstein

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	11
INTRODUÇÃO	12
ANTES DE TUDO, UMA BREVE ABORDAGEM TEÓRICA	14
SITUAÇÕES DIDÁTICAS VIVENCIADAS	19
PRIMEIRA ETAPA – SITUAÇÃO DE AÇÃO	19
SEGUNDA ETAPA – SITUAÇÃO DE FORMULAÇÃO	22
TERCEIRA ETAPA – SITUAÇÃO DE VALIDAÇÃO	26
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA O PROFESSOR	32
REFERÊNCIAS	34
ANEXOS	36

APRESENTAÇÃO

Este material destina-se aos professores de Matemática da Educação Básica, estudantes e professores de Licenciatura Plena em Matemática que desejam trabalhar com atividades de validação e de indução em Divisibilidade no ensino fundamental, de forma a aproximar a Matemática escolar da Matemática científica.

As atividades presentes neste guia didático encontram-se na linha da Didática da Matemática e é uma proposta de Transposição Didática que inter-relaciona o conteúdo de Divisibilidade no 6º ano do ensino fundamental com a área de Teoria dos Números. Para isso, nos orientamos pela Teoria da Transposição Didática, de Yves Chevallard, que estuda a trajetória do saber – do científico ao escolar, e na Teoria das Situações Didáticas, de Ruy Brousseau, que aborda as formas de apresentação dos conteúdos matemáticos. Ambos os pesquisadores são franceses e desenvolvem trabalhos na linha da Didática da Matemática. Além disso, as atividades foram desenvolvidas na perspectiva da resolução de problemas, evidenciando a característica da natureza da descoberta matemática.

Esperamos que este guia seja um material de apoio para complementar as atividades de ensino e aprendizagem em divisibilidade para o ensino fundamental, e também seja inspiração para fomentar novas atividades.

Para isso, nas seções a seguir abordaremos brevemente a pesquisa de mestrado que culminou na construção deste guia, e também, as teorias que a subsidiaram, finalizando com as situações didáticas vivenciadas.

INTRODUÇÃO

Os números têm grande destaque na história e no desenvolvimento da humanidade. Além disso, é um dos conceitos fundamentais da Matemática, que atravessou os séculos e inquietou muitos matemáticos e leigos na busca por respostas para várias questões relacionadas ao assunto, fomentando o desenvolvimento científico dessa área do conhecimento, entre elas, a Teoria dos Números.

Nessa perspectiva, o estudo dos conceitos matemáticos deve considerar a sua especificidade científica e educacional, pois a natureza da Matemática, moldada pela sua trajetória histórica, determina formas específicas para trabalhar a dimensão educacional, o que insere a prática da experimentação, observação, dedução, demonstração, análise dos porquês dos algoritmos e regras, elaboração de conjecturas e processos de raciocínio como práticas da evolução histórica da Matemática e, portanto, importantes para o desenvolvimento do saber matemático escolar, recriando um ambiente de descoberta na sala de aula.

Contudo, não ocorre uma inter-relação entre a Matemática escolar e a Matemática desenvolvida na academia e nos cursos de formação inicial de professores, visto que a Matemática escolar, no modelo tradicional, não explora as características científicas dessa disciplina, mas sim beneficiam a memorização, o tecnicismo e as repetições. E também as disciplinas de Matemática, como Teorias dos Números, dos cursos de Licenciatura em Matemática não trabalham a didática específica para ensinar esse conteúdo e sua complexidade pedagógica.

Nesse sentido, situações de ensino, tanto na Matemática acadêmica como na escolar, desenvolvidas por meio da resolução de problemas, cooperam na descoberta do saber pelo aluno e recriam o ambiente favorável para formular ideias, estabelecer relações e significados, desenvolver formas de raciocínio, generalizar e propor novas

conjecturas, hipóteses ou situações problemas, trabalhando assim, as características do raciocínio científico na Matemática escolar.

Nessa perspectiva que se desenvolveu a pesquisa de mestrado realizada por Rúbia Carla Pereira e orientada pelos professores doutor Rony Cláudio de Oliveira Freitas e doutora Maria Auxiliadora Vilela Paiva, cujo produto final originou este guia didático. O principal objetivo da pesquisa foi analisar o processo de construção didática do conceito de Divisibilidade na educação básica e suas interações com a disciplina de Teoria dos Números no curso de Licenciatura em Matemática, com foco na relação professor-aluno-saber.

O embasamento veio da Didática da Matemática, mais especificamente da Teoria da Transposição Didática, que explica os processos de transformações adaptativos que um objeto de saber científico atravessa para torná-lo objeto de ensino. Nesse caso, o objeto de saber escolhido foi o conteúdo de Divisibilidade, por ser um conceito trabalhado em Teoria dos Números e na Matemática básica. Além disso, esse conteúdo apresenta grande potencialidade em desenvolver a prova matemática na construção dos critérios de divisibilidade.

Junto com a Teoria da Transposição Didática, nos apoiamos na Teoria das Situações Didáticas e na metodologia de resolução de problemas para apresentar o conteúdo aos alunos de 6° ano do ensino fundamental.

Assim, este guia apresenta algumas situações didáticas para a construção do conceito de Divisibilidade no 6° ano do ensino fundamental utilizando resolução de problemas, indução e validação, como proposta de tratamento científico à Matemática escolar.

ANTES DE TUDO, UMA BREVE ABORDAGEM TEÓRICA

Como um conteúdo científico como, por exemplo, o conceito de Divisibilidade escrito por Euclides no século 300 a. C., chega à sala de aula? Para percorrer essa trajetória, o saber passa por um conjunto de transformações, cujo fenômeno é denominado de **Transposição Didática**, presente nos currículos, programas de ensino, livros didáticos e na relação professor-aluno-saber.

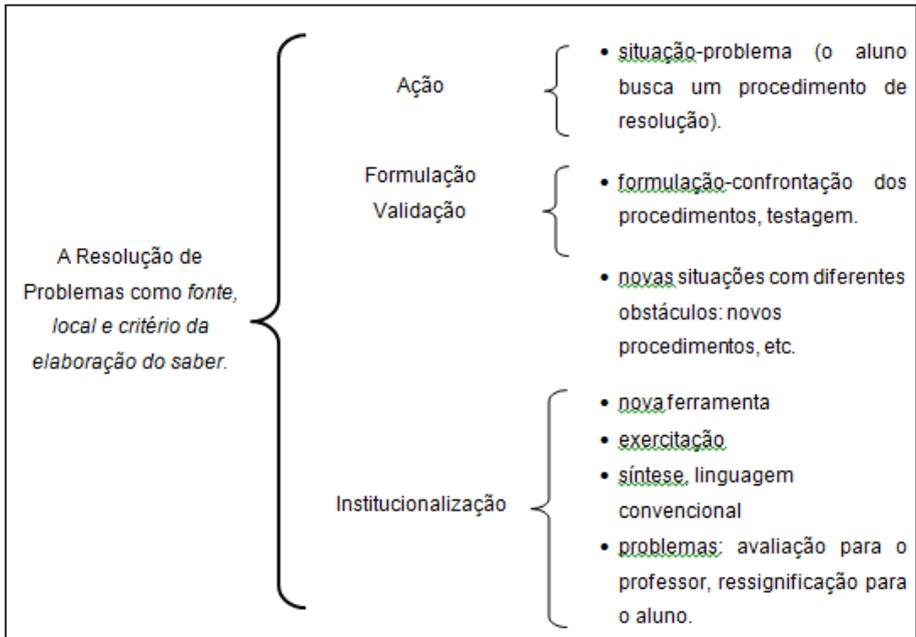
Conhecer esse fenômeno é importante para estabelecer relações entre a Matemática científica e a escolar e adequar o conteúdo às estratégias metodológicas, trazendo a abordagem científica para a realidade do aluno e assim possibilitar o acesso à ciência, que é o papel da escola e direito do estudante.

Desse modo, entre as abordagens metodológicas destaca-se a resolução de problema, uma vez que o problema é o elemento propulsor do saber matemático. Portanto, essa metodologia encontra-se presente tanto na produção como no processo de ensino e aprendizagem do saber matemático.

Nessa perspectiva da resolução de problemas, a situação de ensino é iniciada com um problema que envolve o conteúdo a ser trabalhado e pode sofrer modificações. Esse método didático está centrado na construção do saber pelo aluno e está representado no esquema a seguir.

Este esquema associa a resolução de problemas às situações de ensino: de ação, formulação, validação e institucionalização, que são apresentadas na Teoria das Situações Didáticas.

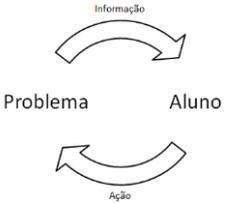
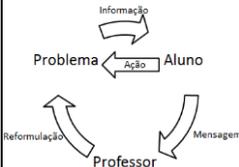
Esquema Apropriativo

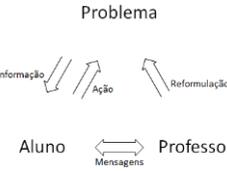


(CHARNAY, 1996, p.48)

Nessa teoria, “uma *situação* é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. O recurso de que esse sujeito dispõe para alcançar e conservar um estado favorável nesse *meio* é um leque de decisões que dependem do emprego de um conhecimento preciso” (BROUSSEAU, 2008, p. 21). O quadro a seguir resume cada tipologia.

Tipologia das Situações

Tipologia/ Nomenclatura	Descrição	Esquematisação
<p style="text-align: center;">Situação de Ação</p>	<p>Nessa situação, o professor escolhe dados para que o aluno tenha possibilidade de agir em busca de uma solução para o problema proposto no meio, predominando a característica experimental do conhecimento. Assim o aluno aplica o procedimento que, por sua vez, fornece uma resposta (feedback) ao experimento. Se essa resposta não for a solução do problema, o aluno aplicará outra ação, até que o problema seja resolvido.</p>	 <p style="text-align: center;"> Informação Problema → Aluno Ação ← </p>
<p style="text-align: center;">Situação de Formulação</p>	<p>Acontece quando o aluno utiliza modelos, linguagens e informações da teoria para resolver um problema proposto no meio. No entanto, nessa situação não existe a intenção de validação dos porquês, embora contemple implicitamente essa etapa do pensamento matemático. Para que o aluno avance na resolução do problema, é necessário que ele assuma uma atitude reflexiva. Nesse caso, o professor atua modificando o meio de forma a provocar a reflexão sobre o pensamento matemático.</p>	 <p style="text-align: center;"> Informação Problema → Aluno Ação ← Mensagem ← Professor → Reformulação </p>

Tipologia/ Nomenclatura	Descrição	Esquematisação
Situação de Validação	<p>Ocorre quando o aluno utiliza mecanismos de prova e em que o saber é usado com essa finalidade.</p> <p>Nessa situação, o trabalho do aluno não se refere somente às informações sobre o saber, mas às elaborações de prova (validação) das afirmações.</p>	
Situação de Institucionalização	<p>É o momento de passagem do saber de um plano individual para a dimensão histórico e cultural do saber científico. Nessas situações o saber supera a subjetividade e se torna uma referência para o aluno.</p> <p>Esta tipologia tem o objetivo de suprir as exigências de reconhecimento da aprendizagem. Tal exigência é do próprio sujeito que aprende e também do meio externo como, por exemplo, professores e instituições de ensino.</p>	

Fonte: PEREIRA, 2016, p.108.

O significado conferido pelo aluno da educação básica ao saber matemático é influenciado pela didática de apresentação do conteúdo. Assim, o envolvimento do aluno com o saber dependerá da estruturação das situações didáticas. Por isso, é importante que o professor saiba o conteúdo matemático e as estratégias para seu ensino.

A Teoria da Transposição Didática e a das Situações Didáticas são importantes para o desenvolvimento didático do saber matemático. Por isso, sugerimos a você, professor, que leia a dissertação de mestrado Transposição Didática: interações entre o sexto ano do ensino fundamental e a disciplina de Teoria dos Números em

Licenciatura Matemática sobre o conceito de divisibilidade¹, disponível no site do Educimat² – Ifes.

¹ PEREIRA, R. C. Transposição Didática: interações entre o sexto ano do ensino fundamental e a disciplina de Teoria dos Números em licenciatura Matemática sobre o conceito de Divisibilidade. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

² http://educimat.vi.ifes.edu.br/?page_id=2935.

SITUAÇÕES DIDÁTICAS VIVENCIADAS

Nesta seção, pretendemos compartilhar as experiências e motivar os professores a aplicarem as atividades descritas, ou ainda, estimular a adaptação ou a elaboração de novas atividades sobre o conteúdo de Divisibilidade. Informamos que tais atividades foram praticadas com uma turma de 6º ano de uma escola municipal de ensino fundamental em sete aulas, mas que podem ser adaptadas a outras etapas de ensino, incluindo a de licenciandos em Matemática.

Primeira Etapa – Situação de Ação

Na primeira situação trabalhamos a base procedimental da ideia de decomposição dos números naturais. Os problemas trabalhados nesse contexto, não seguiram situações contextualizadas, mas como os cálculos foram realizados no coletivo, surgiram debates e argumentações que trabalharam a epistemologia do saber (Vide PEREIRA, 2016, capítulo 6).

Essas atividades são importantes para desenvolver procedimentos e habilidades que se tornaram base para algumas induções posteriores. Caso os alunos já tenham construído essa competência, sugerimos revisar, ou seguir para a próxima situação.

Atividade 1 – Decomponha os números abaixo:

a. $372 =$ _____

b. $701 =$ _____

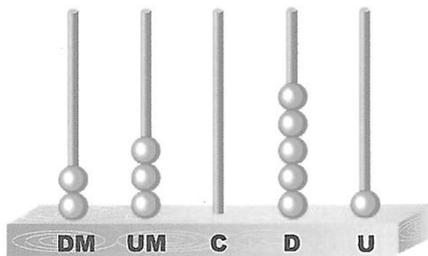
c. $1120 =$ _____

Professor, nesta atividade, estimule os alunos a fazerem a decomposição dos números livremente e depois discuta coletivamente as resoluções.

A segunda atividade proposta é um problema que trabalha a noção de decomposição e do valor posicional do número. Nesse problema, é possível propor variações, como alterar o número de bolinhas.

Atividade 2 – O ábaco é um instrumento de cálculo muito antigo que os egípcios, romanos, hebreus e hindus utilizavam, quando não existiam calculadoras, para realizar operações de adição, subtração e multiplicação, entre outras utilidades.

Observe o ábaco:



- Qual o número representado no ábaco?

- Utilizando o mesmo número de bolinhas, qual o maior e menor número possível de ser formado, com cinco algarismos diferentes?

Fonte: (PROEJA – GEPEM-ES, 2012; p.12)

A próxima atividade tem o objetivo de empregar a decomposição como alternativa para facilitar as operações de adição, multiplicação e divisão. Nesse contexto, é importante que o aluno dê significado à mudança dos algoritmos; por isso, o professor deve questionar todos os processos e evitar fornecer respostas.

Adição - Vamos calcular

$$67 + 84.$$

Temos que:

$$67 = 60 + 7$$

$$\underline{84 = 80 + 4}$$

$$\begin{aligned} 67 + 84 &= (60+80) + (7+4) \\ &= 140 + 11 \\ &= 151 \end{aligned}$$

Multiplicação – Vamos calcular

$$12 \times 53.$$

Vamos decompor o maior número:

$$53 = 50 + 3$$

Temos que

$$\begin{aligned} 12 \times 53 &= 12 \times (50+3) \\ &= (12 \times 50) + (12 \times 3) \\ &= 600 + 36 \\ &= 636 \end{aligned}$$

Divisão – Vamos calcular $1755 \div 17$.

Vamos decompor o número 1755 em

$$1700 + 55. \text{ Temos que}$$

$$\begin{aligned} 1755 \div 17 &= (1700 + 55) \div 17 \\ &= (1700 \div 17) + (55 \div 17) \\ &= 100 + 3 \\ &\quad \text{e sobra 4} \end{aligned}$$

Logo $1755 \div 17$ resulta em 103 e sobra 4.

Professor questione os alunos sobre o motivo da decomposição (por que ele separou os números para somar/multiplicar/dividir?)

É preciso especial atenção ao utilizar a propriedade distributiva nas operações de multiplicação e divisão, pois os alunos podem apresentar alguma dificuldade. Contudo, é importante desenvolver essa propriedade para o raciocínio algébrico.

As figuras a seguir ilustram a solução empregada pelos alunos de 6º ano do ensino fundamental:

a. $102 + 37 = 139$

$$102 + 37 = (100 + 30) + 2 + 7$$
$$130 + 9$$
$$139$$

b. 43×71

$$71 = 70 + 1$$

$$43 \times 71 = 43 \times (70 + 1)$$

$$(43 \times 70) + (43 \times 1)$$

$$3010 + 43$$

$$3053$$

c. $3374 = 3300 + 74$

$$3374 \quad | \quad 33$$

$$\begin{array}{r} 3300 \\ \underline{74} \\ -66 \\ \hline 08 \end{array}$$

Segunda Etapa – Situação de Formulação

Nesta atividade trabalha-se a resolução de problemas no coletivo. Por isso, sugerimos que organize os alunos em semicírculo, para que eles possam ver uns aos outros, ouvir e dialogar sobre a resolução dos problemas apresentados.

Esta situação é de formulação, isto é, o aluno passa a utilizar, na resolução de problema, algum esquema de natureza teórica. Assim, o

objetivo da atividade é o aluno construir o conceito de múltiplo e divisível.

Jogo dos múltiplos

1. Pergunte aos alunos o que eles sabem sobre as palavras múltiplos e divisíveis, e sintetize as respostas apresentadas por eles.
2. Prepare algumas fichas com números naturais aleatórios (não sequenciais) e limitados.
3. Distribua as fichas aos alunos. A regra do jogo consiste em apresentar um número e os alunos que possuem as fichas com números que são múltiplos devem se manifestar.

Professor é comum os alunos associarem múltiplo com multiplicar e divisível com dividir. Sugerimos que trabalhe em situações diferentes o significado matemático dessas palavras e aproveite as respostas dos alunos para sintetizar o conceito de divisibilidade. Após essa etapa, explique o jogo e permita que os alunos criem suas próprias estratégias para encontrar os múltiplos. Caso fique algum número de fora ou que não é múltiplo/divisível, não corrija, peça a um aluno para analisar e faça intervenções até que eles percebam o erro.

A alteração do problema é parte da situação didática de formulação para uma nova formulação de conceito. Dessa forma, o aluno questiona seus métodos e raciocínios, e procura novas resoluções para o problema criando a necessidade de novos conceitos.

Este guia didático propõe um diferencial que é o trabalho com as propriedades de divisibilidade. Desse modo ocorre uma aproximação da Matemática escolar com o raciocínio científico, além de um aprofundamento no conceito de Divisibilidade. As atividades a seguir, abordam algumas propriedades desse conteúdo.

Atividade 1 – Pense em um número natural e escreva no retângulo:

a. Esse número é divisível por ele mesmo? _____

b. O número que você escolheu é divisível por 1? _____

Verifique se o número que os seus colegas escolheram são iguais os seus, se forem diferentes, compare as respostas dos itens.

Com base na sua observação, é verdadeiro afirmar que **todo** número natural é divisível por 1 e por ele mesmo?

Professor, esta atividade é de observação e experimentação. Estimule a comparação das respostas entre os alunos.

Na atividade a seguir, a resolução deve ser motivada pela experimentação. Sugerimos que aplique a propriedade de transitividade em outras relações numéricas.

2.



Sem efetuar a divisão, conseguimos saber se 144 é divisível por 6?



12 divide 144, pois 12×12 é 144. Essa informação ajuda?

Qual seria sua resposta? _____

Como você calculou? _____

A atividade 3 encontra-se no livro didático do 6° ano do ensino fundamental Imenes e Lellis, 2010.

Atividade 3 – Na atividade da aula passada, conhecemos um modo simplificado para fazer soma e multiplicação. Agora veja como Susana fez para verificar a divisibilidade entre dois números naturais:



Fazendo cálculos mentais (não resolva usando calculadoras e nem algoritmos), responda:

- a. 612 é divisível por 6? _____.
Como você calculou? _____.
- b. 836 é divisível por 8? _____.
Como você calculou? _____.

A expressão:

“Uma soma é divisível por um número natural se as parcelas dessa soma forem divisíveis por esse mesmo número.”

é verdadeira ou falsa? _____.

Professor, a síntese feita no final dessa atividade pode ser substituída por uma situação de formulação pela análise verbal dos itens a e b, mas é importante que seja feita a sistematização como parte da institucionalização do saber.

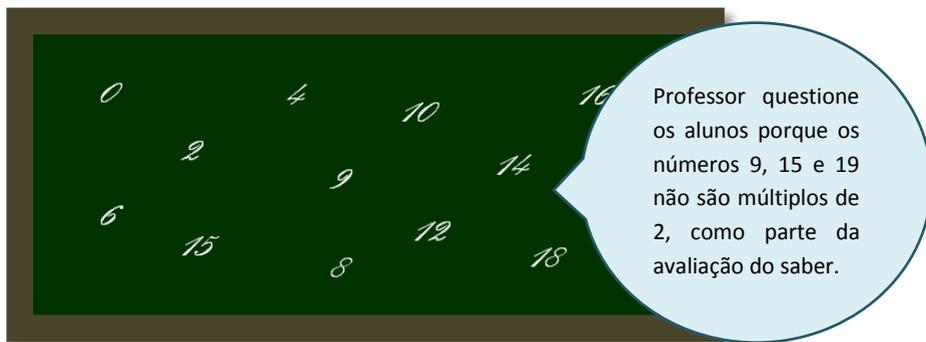
Terceira Etapa – Situação de Validação

Nesta etapa, o aluno deve utilizar o conceito matemático para provar ou validar relações, teoremas e novos conteúdos de saber.

O raciocínio de indução, argumentação e validação aproxima o aluno da dimensão científica da Matemática e finaliza processos de memorização de conceitos, representações e procedimentos rotineiros. No caso do conteúdo de divisibilidade na escola básica, a validação pode conferir significação aos critérios de divisibilidade, além de desenvolver a capacidade de raciocinar matematicamente.

Na primeira situação de validação, é preciso trabalhar o meio com problemas para que os alunos concluam o Critério de Divisibilidade por 2. Para isso, é necessário que os alunos conheçam o conceito de número par³.

Preferencialmente, organize os alunos em semicírculo e escreva no quadro todos os números pares até 20 e alguns ímpares. Depois peça para identificarem os números que são múltiplos de 2.



Em seguida questione a relação dos números identificados, como por exemplo, “Vocês perceberam algum padrão nos múltiplos de 2?”. É possível que a percepção de que esses números são pares, ou que são

³ São os números formados pela sequência $2n$, para $n \in \mathbb{N}$. A definição trabalhada nos anos iniciais do ensino fundamental (um número é par se é possível fazer dupla ou casal) deve ser reconstruída.

terminados em 0, 2, 4, 6 e 8, não seja imediata, por isso, é importante a reformulação das perguntas e até da atividade.

Atividade 1 - Pense em um número natural de 3 algarismos e escreva-o no retângulo:

Agora, faça a decomposição desse número em centena, dezena e unidade:

_____ + _____ + _____

O número que você escreveu é múltiplo de 2?

Experimente colocar zero, 2, 4, 6 ou 8 no algarismo das unidades.

Verifique se os números que você escreveu são múltiplos de 2?

O que você concluiu?

Esta atividade facilita a descoberta para a próxima atividade que é o critério de divisibilidade por 5, pois a dedução ocorre por analogia, que é parte do pensamento indutivo e ocorre frequentemente durante a resolução de problemas.

Atividade 2 - O conjunto dos múltiplos de 5 é: $M(5) = \{ 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, \dots \}$

Quando podemos afirmar que um número é divisível por 5, somente observando seus algarismos 5?

Professor, antes de desenvolver essa atividade, explique aos alunos que a notação $M(n)$ é o conjunto de todos os múltiplos de n .

Alguns alunos já demonstram a curiosidade sobre a existência de outros critérios de divisibilidade e isso pode ser explorado para a criação e o teste de hipóteses.

A próxima atividade trabalha o raciocínio indutivo e é uma adaptação didática do teorema: *Para todo número natural $n \geq 1$, 10^n é da forma $3q + 1$, onde $q \in \mathbb{N}$.* A demonstração deste teorema é por indução finita e propomos aqui uma adaptação tanto para o enunciado como para a demonstração.

Atividade 3 – As potências de 10 são 10, $10^2 = 100$ e $10^3 = 1000$, etc.

- Toda potência de 10 pode ser escrita como produto de um número natural por 3, mais um?
- E toda potência de 10 pode ser escrita como produto de um número natural por 4, mais 2?

Professor pode acontecer que os alunos concluam que o item b é verdadeiro, por analogia ao item a. Incentive o teste da hipótese.

O desenvolvimento do pensamento indutivo esperado aqui acontece por teste da hipótese do enunciado para 10, depois para 100 etc. É importante que os alunos alcancem a generalização e expliquem, por meio de argumentação, como ocorre para todas as potências de 10.

Esse teorema é utilizado na demonstração do critério de divisibilidade por 3, que é a próxima situação desta etapa.

Para a formulação do critério de divisibilidade por 3, escolha um número divisível por 3, por exemplo, 168, e proponha aos alunos que verifiquem se o número escolhido é divisível por 3. Observe a

estratégia desenvolvida para esta situação (é possível que eles efetuem a divisão).

Feita a verificação, estimule a curiosidade e a descoberta de um critério de divisibilidade por 3.



Existem alguns critérios que simplificam a verificação se um número é divisível por outro. Na atividade anterior nós vimos que os números divisíveis por 2 são os números pares. Já os números divisíveis por 5 são os números terminados em zero ou 5. Vamos descobrir

É importante que os alunos expressem hipóteses sobre a divisibilidade por 3 e testem essas hipóteses.

Professor, nesta situação de validação, a proposta é fazer a demonstração, mas aplicada a casos particulares.

Como forma de ilustração, faremos a proposta de validação com o número 168:

1. Decomponha o número

$$\begin{aligned}168 &= 100 + 60 + 8 \\ &= 100 + 6 \times 10 + 8\end{aligned}$$

2. Utilize o teorema da atividade anterior para escrever as potências de 10.

$$= (99 + 1) + 6 \times (9 + 1) + 8$$

Obs.: É importante ressaltar o uso do teorema nesta situação para os alunos se familiarizarem com a característica científica da

matemática.

3. Aplique a propriedade distributiva e reorganize a equação.

$$\begin{aligned} &= 99 + 1 + 6 \times 9 + 6 \times 1 + 8 \\ &= 99 + 6 \times 9 + 1 + 6 + 8 \end{aligned}$$

4. Utilizando perguntas, estimule os alunos a concluírem que as duas primeiras parcelas são múltiplos de 3 e que a soma das três últimas parcelas é um número múltiplo por 3. Aplicando a propriedade de divisibilidade já trabalhada, conclua a relação de divisibilidade do número 168 por 3.

5. Agora, peça aos alunos que escolham qualquer número e repitam o procedimento, conduzindo a conclusão.

Professor é possível que seja preciso fazer mais de uma vez esse procedimento até que os alunos verifiquem o padrão embutido na ideia da demonstração e conclua o critério.

As atividades a seguir são uma proposta de aplicação e consolidação da aprendizagem.

Atividade 6 – Utilizando o critério que você observou nos exercícios anteriores, circule os números que são divisíveis por 3 na tabela abaixo:

12	11101	0
78	1	3347
102	1234	555
134	3	13890

Atividade 7 – Que algarismo você colocaria para ocupar o lugar das unidades no número 123_? , de forma que o número formado seja divisível por:

a. 2? _____

b. 3? _____

c. 5? _____

Com essas duas atividades, é possível avaliar a aprendizagem e verificar se o aluno desenvolveu a capacidade de aplicar os critérios nos problemas propostos.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA O PROFESSOR

Conforme exposto, as situações didáticas e as atividades foram aplicadas em uma turma de 6º ano do ensino fundamental de uma escola municipal de Vitória.

Assim, na sequência, apresentaremos alguns resultados e as conclusões obtidas.

- O número de aulas foi reduzido e isso afetou a construção do conceito de Divisibilidade, pois alguns alunos apresentaram dificuldades, principalmente na aprendizagem da propriedade distributiva. Contudo, a maior parte dos alunos acompanhou o desenvolvimento do conteúdo, e auxiliou aqueles com dificuldade. Percebeu-se que com a colaboração houve aprofundamento do conceito.
- Os alunos conseguiram desenvolver o pensamento matemático, o que pôde ser observado pela capacidade de argumentação nas situações de ensino e aprendizagem.
- Com as atividades e situações desenvolvidas, foi possível aproximar a Matemática escolar e a científica, visto que ocorreu o processo de adaptação do saber pelo fenômeno da Transposição Didática das propriedades, critérios e conceitos, sem que estes sofressem distorções conceituais.
- As atividades e situações incentivaram a criação e os testes de hipóteses, caracterizando a autonomia do pensamento científico. Como resultado, um dos alunos da turma formulou, por iniciativa própria, o critério de divisibilidade por 6.

Essas foram algumas das atividades desenvolvidas, mas o professor tem autonomia para criar atividades de acordo com as especificidades e os interesses de sua turma.

Esperamos que as reflexões abordadas neste Guia Didático contribuam para o trabalho com o conteúdo de divisibilidade ao mesmo tempo em

que alertamos sobre a importância dele para o desenvolvimento do pensamento científico.

REFERÊNCIAS

BROUSSEAU, G. Introdução ao estudo das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino. Ática: São Paulo, 2008.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas. Parra, C e Saiz, I (orgs). Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Artmed: Porto Alegre, 1996.

CHEVALLARD, Y. La tranposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. Traduzida por Claudia Gilman. Editora Aique: Buenos Aies. 1991.

DOMINGUES, H. H. Fundamentos da Aritmética. São Paulo: Atual. 1991.

FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. Machado, S. D. A. (org) Educação Matemática: Uma (nova) introdução. EDUC: São Paulo, 2015, p.77-112.

HEFEZ, A. Curso de Álgebra, v.1, 2ªed. Coleção Matemática Universitária. IMPA: RJ, 1993.

LEITE, M. S. Contribuições de Basil Bernstein e Yves Chevallard para a discussão do conhecimento escolar. Dissertação de Mestrado em Educação. PUC: Rio de Janeiro, 2004.

LOPES, A. R. C.. Conhecimento Escolar: ciência e cotidiano. EdUERJ: Rio de Janeiro, 1999.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Coleção Explorando o Ensino: Matemática - Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2010.

_____. Guia de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2011. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino de quinta a oitava série.

PAIS, L. C. Transposição Didática. Machado, S. D. A. (Org.) Educação Matemática: Uma (nova) introdução. EDUC: São Paulo, 2015, p.11-48.

_____. Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa. Autêntica: Belo Horizonte, 2011.

PEREIRA, R. C. Transposição Didática: interações entre o sexto ano do ensino fundamental e a disciplina de teoria dos números em licenciatura matemática sobre o conceito de divisibilidade. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática). IFES: Vitória, 2016.

PIETROPAOLO, R. C. (Re) Significar a Demonstração nos Currículos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática. Tese de doutoramento em Educação Matemática. PUC: SP. 2005.

Atividades 1

Nome: _____

1. Decomponha os números abaixo:

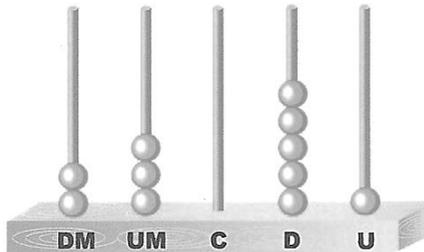
a. $372 =$ _____

b. $701 =$ _____

c. $1120 =$ _____

2. (PROEJA – GEPEN-ES, 2012; p.12) O ábaco é um instrumento de cálculo muito antigo que os egípcios, romanos, hebreus e hindus utilizavam, quando não existiam calculadoras, para realizar operações de adição, subtração e multiplicação, entre outras utilidades.

Observe o ábaco:



a. Qual o número representado no ábaco? _____

b. Utilizando o mesmo número de bolinhas, qual o maior e menor número possível de ser formado, com cinco algarismos diferentes? _____

Usando cálculo mental:

Adição - Vamos calcular

$$67 + 84.$$

Temos que:

$$67 = 60 + 7$$

$$\underline{84 = 80 + 4}$$

$$67 + 84 = (60 + 80) + (7 + 4)$$

$$= 140 + 11$$

$$= 151$$

Multiplicação – Vamos calcular

$$12 \times 53.$$

Vamos decompor o maior número:

$$53 = 50 + 3$$

Temos que

$$12 \times 53 = 12 \times (50 + 3)$$

$$= (12 \times 50) + (12 \times 3)$$

$$= 600 + 36$$

$$= 636$$

Divisão – Vamos calcular $1755 \div 17$.

Vamos decompor o número 1755 em

$$1700 + 55. \text{ Temos que}$$

$$1755 \div 17 = (1700 + 55) \div 17$$

$$= (1700 \div 17) + (55 \div 17)$$

$$= 100 + 3$$

e sobra 4

Logo $1755 \div 17$ resulta em 103 e sobra 4.

3. Utilizando o algoritmo acima calcule as operações:

a. $102 + 37$

b. 43×71

c. $3374 \mid \underline{33}$ _____

ATIVIDADE 2

Nome: _____

Antes de começarmos as atividades, vamos recordar o que é divisibilidade?



Agora que revisamos a divisibilidade nos números naturais, vamos às atividades:

1.



2. O principal negócio da empresa Vale é a mineração. Essa atividade é essencial para a vida moderna. De telefones celulares a aviões, de estruturas de prédios a moedas, os minérios são ingredientes para diversos itens indispensáveis para o nosso dia a dia. A principal extração da Vale é o minério de ferro que é encontrado na natureza na forma de rochas, misturado a outros

elementos e por meio de processos industriais é transformado na pelota.

Um dos pontos de extração de minério de ferro no Brasil fica no interior de Minas Gerais, sendo que esse material é transportado, por trem, para o Porto de Tubarão em Vitória, ES. Um comboio com 23 vagões transporta 805 toneladas de minério e a carga foi distribuída igualmente entre os vagões. O maquinista precisa comunicar ao porto sobre a quantidade de minério em cada vagão. Vamos ajudar o maquinista a fazer os cálculos?

2. Pense em um número natural e escreva no retângulo:

a. Esse número é divisível por ele mesmo? _____.

b. O número que você escolheu é divisível por 1? _____.

Verifique se o número que os seus colegas escolheram são iguais aos seus; se forem diferentes, compare as respostas dos itens.

Com base em sua observação, é verdadeiro afirmar que **todo** número natural é divisível por 1 e por ele mesmo?

_____.

3.



Sem efetuar a divisão, conseguimos saber se 144 é divisível por 6?



12 divide 144, pois 12×12 é 144. Esta informação ajuda?

Qual seria sua resposta? _____

Como você calculou? _____

3. (Imenes e Lellis, 2010; p.116) Na atividade da aula passada, conhecemos um modo simplificado para fazer soma e multiplicação. Agora veja como Susana fez para verificar a divisibilidade entre dois números naturais:



Fazendo cálculos mentais (não resolva usando calculadoras e nem algoritmos), responda:

- a. 612 é divisível por 6? _____.
Como você calculou? _____.
- b. 836 é divisível por 8? _____.
Como você calculou? _____.

A expressão:

“Uma soma é divisível por um número natural se as parcelas dessa soma forem divisíveis por esse mesmo número.”

é verdadeira ou falsa? _____.

ATIVIDADE 3

Nome: _____

1 - Pense em um número natural de 3 algarismos e escreva-o no retângulo:

Agora, faça a decomposição desse número em centena, dezena e unidade:

_____ + _____ + _____

O número que você escreveu é múltiplo de 2?

Experimente colocar zero, 2, 4, 6 ou 8 no algarismo das unidades. Verifique se os números que você escreveu são múltiplos de 2? _____

O que você concluiu? _____

2 - O conjunto dos múltiplos de 5 é: $M(5) = \{ 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, \dots \}$

Quando podemos afirmar que um número é divisível por 5, somente observando seus algarismos 5? _____



Existem alguns critérios que simplificam a verificação se um número é divisível por outro. Na atividade anterior observamos que os números divisíveis por 2, são os números pares. Já os números divisíveis por 5, são os números terminados em zero ou 5. Vamos descobrir outros

4 – As potências de 10 são 10, $10^2 = 100$ e $10^3 = 1000$, etc.

- a. Toda potência de 10 pode ser escrita como produto de um número natural por 3, mais um?

- b. E toda potência de 10 pode ser escrita como produto de um número natural por 4, mais 2?

5 – Utilizando o critério que você observou nos exercícios anteriores, circule os números que são divisíveis por 3 na tabela abaixo:

12	11101	0
78	1	3347
102	1234	555
134	3	13890

6 – Que algarismo você colocaria para ocupar o lugar das unidades no número $123_?$, de forma que o número formado seja divisível por:

- a. 2? _____
- b. 3? _____
- c. 5? _____



EDUCIMAT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – CAMPUS VITÓRIA

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-8263-109-6



9 788582 631096