# TECNOLOGIAS DIGITAIS: O GEOGEBRA NA PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO

**WANESSA COELHO BADKE**

**ALEX JORDANE OLIVEIRA**

VITÓRIA, 2017

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática


*Wanessa Coelho Badke*

*Alex Jordane Oliveira*


# TECNOLOGIAS DIGITAIS: O GEOGEBRA NA PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

B136t Badke, Wanessa Coelho.
Tecnologias digitais : o geogebra na produção do conhecimento matemático [recurso eletrônico] / Wanessa Coelho Badke, Alex Jordane de Oliveira. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2017.
50 p. : il. ; 21 cm

ISBN: 978-85-8263-321-2

1. Professores - Formação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Geometria – Estudo e ensino I. Oliveira, Alex Jordane de II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título

CDD: 370.71

EDUCIMAT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**Editora do IFES**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, nº 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

**Programa de Pós-Graduação em**
**Educação em Ciências e Matemática**
Av. Vitória, 1729 – Jucutuquara.
Prédio Administrativo, 3o. andar. Sala do Programa Educimat.
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040 780

**Comissão Científica**
Dr. Alex Jordane Oliveira – IFES
Dra. Maria auxiliadora Paiva Vilela – IFES
Dr. Rodolfo Chaves – IFES
Dra. Teresinha Fumi Kawasaki – UFMG

**Revisão**
Graziela da Costa Rocha

**Capa e Editoração Eletrônica**
Wanessa Coelho Badke

**Produção e Divulgação**
Programa Educimat, IFES

***Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes***

# *Sobre os autores*

Wanessa Coelho Badke, possui licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação do Espírito Santo - Ifes (2008), mestrado em Educação em Ciências e Matemática também pelo Ifes (2017). Participa do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo – GEPEM – ES. Desde 2016 possui vínculo estatutário na Secretaria Estadual de Educação (SEDU), no município de Serra atuando como professora de Matemática.

Alex Jordane de Oliveira, possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG (2000), mestrado em Educação também pela UFMG (2007) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo. Professor do Instituto Federal do Espírito Santo no Ensino Médio Técnico, na Educação de Jovens e Adultos, na Licenciatura em Matemática e em cursos de Pós-Graduação em PROEJA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - GEPEM-ES. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente com os temas: Educação Matemática, Currículo Integrado, Educação Profissional, EJA, Trabalho Colaborativo e Formação de Professores. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat.

## SUMÁRIO

## Apresentação

Caros colegas, este produto educativo é fruto de uma pesquisa de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática – EDUCIMAT- sob a orientação do professor Alex Jordane. O material se destina a todos os professores que se encontram em processo inicial, contínuo e inacabado de formação que buscam refletir sobre a sua prática a respeito do uso de Tecnologias Digitais na Educação Matemática.

O objetivo desse produto é compartilhar as oficinas desenvolvidas, e suas reflexões, na pesquisa "**MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA"** cujo foco foi analisar e discutir a mobilização de saberes de licenciandos que cursaram a disciplina Informática na Educação Matemática do curso de Licenciatura em Matemática ao utilizarem o software GeoGebra com uma abordagem construcionista.

Acreditamos que este movimento pode contribuir, considerando as especificidades, em outros momentos formativos de professores de Matemática. Apesar deste foco no processo formativo de professores da disciplina, as duas últimas oficinas podem, também, servir de base para o trabalho dos professores em suas aulas de Matemática na Educação Básica.

Trazemos recortes da investigação desenvolvida a fim de levantar questões que permeiam o uso de Tecnologias Digitais na Educação Matemática – TDEM. Também apresentaremos três propostas de oficinas que foram realizadas no processo de formação de licenciandos do 2º período da licenciatura em matemática do Instituto Federal de Educação Tecnológica do Espírito Santo – Ifes.

Vamos começar apresentando algumas ideias iniciais sobre o uso das TDEM. Na sequência apresentaremos algumas oficinas que podem ajudar professores a pensarem o uso de TDEM concomitante à apresentação do GeoGebra, software que dará suporte às oficinas. Em alguns momentos iremos trazer sugestões aos leitores, tanto em relação às atividades quanto em relação a espaços que podem ajudar no aprofundamento e na ampliação das atividades.

Esperamos que este produto promova para os professores e professoras de matemática da educação básica discussões e reflexões a respeito do uso das TDEM. Contribuindo na produção de conhecimentos e pontos de vistas sobre este tema que, a cada dia, está mais presente no meio educacional.

Os autores

## Pensar o uso das Tecnologias Digitais em Educação Matemática - TDEM.

Ao optar pela integração de tecnologias em nossas aulas é preciso que o docente (re)pense a respeito do seu entendimento sobre o uso das TDEM. Pensar nesse uso implica refletir sobre os elementos envolvidos: o professor, o aluno, o computador e o programa/software, as condições do trabalho docente e, como esses elementos se relacionam no processo de ensino-aprendizagem.

Desse modo, antes de elaborar um projeto, é necessário discutir e refletir sobre o papel das TDEM em nossas propostas, de modo que esta esteja alinhada com a nossa percepção de como acontece a produção de conhecimentos (KAWASAKI, 2008).

Nossa reflexão acerca do tema nos impulsionou a escolher, para elaboração da nossa proposta, o construcionismo de Papert (1994) como abordagem metodológica. Tal abordagem compreende o computador[1] como uma ferramenta educacional com a qual o estudante resolve problemas. Nesta perspectiva, o aluno é o sujeito que promove a ação, deixando de ser, o ser passivo para assumir o seu lugar de protagonista na busca pelo conhecimento.

Destacamos que o professor que se propõe a trabalhar numa abordagem construcionista precisa compreender como e qual será o seu papel no processo de ensinar por meio das TD. Precisa compreender que, ele não mais atuará como um instrutor “provedor” do conhecimento. Sua função passa a ser de sujeito que vai mediar e promover um ambiente que estimule o estudante a pensar e construir seu conhecimento. Tarefa esta árdua, na qual estamos constantemente buscando o caminho.

Ressaltamos que, as oficinas que serão apresentadas não foram pensadas para ensinar o cursista a usar programas ou *softwares* que serão utilizados. Mas, para que os estudantes construam esses conhecimentos paralelamente às atividades de natureza matemática. Uma vez que, o foco das oficinas se concentra na mobilização de saberes necessários à docência (PIMENTA,

[1] Neste trabalho entendemos o computador como uma tecnologia digital (TD).

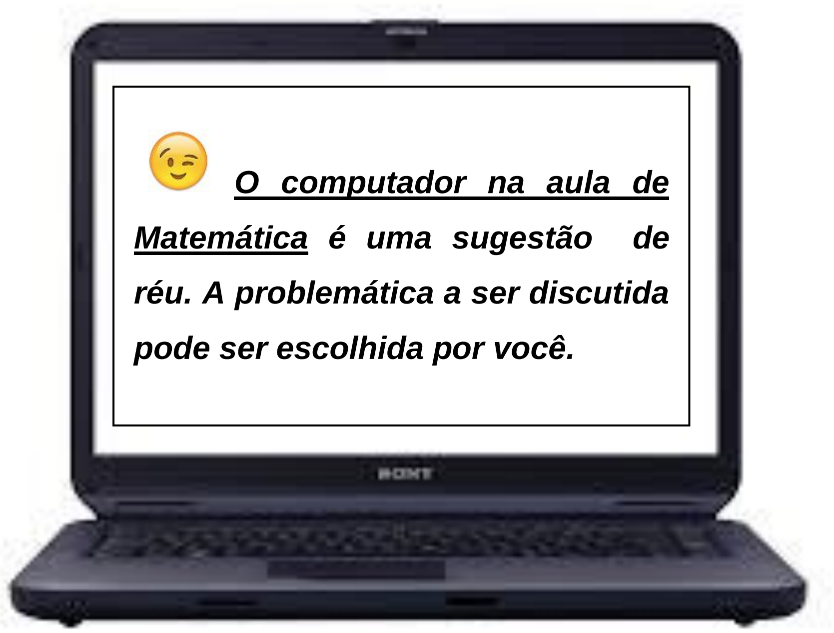
2012) e nos conhecimentos matemáticos produzidos durante o desenvolvimento destas atividades.

## OFICINA: JÚRI SIMULADO.

Esta oficina objetiva fomentar discussões acerca do uso das TDEM. Apesar de não utilizarmos o GeoGebra nesta atividade, ela possibilita ao professor perceber o entendimento dos cursistas a respeito da utilização das TD, promovendo momentos de discussão e reflexão acerca dos sujeitos envolvidos no processo de educação.

Esta atividade sugere uma situação simulando um Júri cujo réu é: **Computador na aula de Matemática** e seus objetivos são:

- ✓ Estudar e debater o tema, levando todos os participantes a se envolverem e tomarem uma posição;
- ✓ Desenvolver o senso crítico dos alunos;
- ✓ Compreender o entendimento dos alunos a respeito desse tema.




Em nossa experiência alunos, professor e as pesquisadoras participaram da atividade. Veja como você pode dividir os participantes e direcionar suas tarefas.

**Participantes da atividade e suas respectivas funções:**

**Juízes**: Dirige e coordena o andamento do júri – *professor formador.*

**Advogado de acusação** (1 ou 2 alunos): Formula as acusações contra o réu, juntamente com as testemunhas de acusação.

**Advogado de defesa** (1 ou 2 alunos): Defende o réu e responde às acusações formuladas pelo advogado de acusação. Prepara a defesa juntamente com as testemunhas de defesa.

**Testemunhas de acusação** (2 alunos): Falam contra o réu, de acordo com o que tiver sido combinado, pondo em evidência as contradições e enfatizando os argumentos fundamentais. Preparam, junto com o advogado de acusação, os argumentos a serem utilizados pela acusação.

**Testemunhas de defesa** (2 alunos): Falam a favor do réu, de acordo com o que tiver sido combinado, pondo em evidência as contradições e enfatizando os argumentos fundamentais, que devem ser preparados em conjunto com o advogado de defesa.

**Estrutura e funcionamento do Júri:**

O júri é composto por alguns momentos de reflexão e discussão. Desse modo é necessário de tempo para sua realização. O tempo estimado de toda atividade é de três encontros de 90 minutos cada. Descrevemos estes momentos:

**Momento 1**: Apresentação da dinâmica, orientação de cada função aos participantes e definição dos participantes.

**Momento 2**: Preparação para o júri (este momento demanda tempo para discussão acerca das ideias da defesa e acusação. Pode ser realizado em sala de aula ou a distância antes da aula).

A discussão das ideias tanto da defesa, quanto da acusação pode ser fomentada através de sugestões de leituras de textos ou vídeos sobre o tema. Em nossa experiência, ao início do Júri, direcionamos dois vídeos para os alunos assistirem que traziam distintos pontos de vista sobre o uso de tecnologias na educação, com a finalidade de provocar a reflexão dos licenciandos sobre o uso do computador na sala de aula.

O primeiro vídeo assistido trouxe a discussão sobre as formas de saber mediada por Pierry Levy. Já o segundo se tratou de uma entrevista com Valdemar Setzer, concedida a um programa televisivo. A partir das ideias apresentadas, os alunos puderam estruturar suas argumentações para apresentação.

O Documentário breve com o pensador filósofo, antropólogo e sociólogo francês Pierry Levy está disponível em: ttps://www.youtube.com/watch?v=WlmSTUMx9ws.

A entrevista do engenheiro eletrônico e Doutor em Matemática Valdemar Setzer concedida ao programa Roda Viva, em 01/12/2008. Está disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=MEC0YsxzV3s.

**Momento 3**: Juiz abre a sessão. Os advogados de acusação acusam o réu (3 minutos) e os advogados de defesa defendem o réu (3 minutos).

**Momento 4**: Intervenção de uma testemunha de acusação, inquerida pelos advogados (3 minutos para cada advogado) e intervenção de uma testemunha de defesa, inquerida pelos advogados (3 minutos para cada advogado).

**Momento 5**: Reuniões dos grupos de defesa e de acusação (5 minutos). Posteriormente, acontece mais uma rodada de intervenções das testemunhas de ambas as partes e repetem para mais uma testemunha (mesmo tempo direcionado no momento 4). Assim como outra reunião de defesa e acusação (5 minutos).

**Momento 6**: Fala de encerramento dos advogados, primeiro o de acusação (5 minutos para cada um).

**Momento 7:** O público (demais alunos), avalia o debate entre os advogados, destacando o que foi bom, o que faltou.

Em nossa experiência, estes momentos da oficina duraram duas aulas com aproximadamente 90 minutos cada. A primeira aula consistiu na apresentação da proposta da atividade, distribuição dos grupos, apresentação dos vídeos e discussão para elaboração da defesa e da acusação. A segunda se concretizou a proposta do Júri com as apresentações.

As discussões provenientes desta atividade são fundamentais para que os alunos confrontem as ideias relacionadas ao uso do computador nas aulas de Matemática.

Em nossa experiência, os argumentos expressados durante a tarefa foram fundamentais para que pudéssemos perceber qual era a primeira concepção de utilização de computador/informática nas aulas de Matemática dos estudantes do curso.

## OFICINA: MANIPULANDO QUADRILÁTEROS

Esta oficina consiste em abordar o tema Geometria Dinâmica (GD) e suas potencialidades por meio da experimentação desse dinamismo. Sugerimos para a realização dessa atividade algumas ações que chamaremos de momentos. Esses momentos caracterizam uma proposta que pode ser adaptada pelo professor que desenvolvê-la. O *software* de GD escolhido para utilizarmos nesta experiência é o GeoGebra.

**Momento 1:** Apresentar a GD aos cursistas.

Os ambientes de Geometria Dinâmica são constituídos a partir de ambientes informatizados que oferecem régua e compasso virtuais, propiciando a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que os definem. Gravina (2001) argumenta que estes ambientes: “São micromundos que concretizam um domínio teórico, no caso a geometria euclidiana, pela construção de seus objetos e de representações que podem ser manipuladas diretamente na tela do computador” (p.82).

Os softwares de GD são aqueles que oferecem a possibilidade de construir e manipular objetos geométricos na tela do computador. Eles possuem ferramentas com as quais os alunos podem realizar construções geométricas, permitindo o desenvolvimento de atividades exploratório-investigativas, nas quais o aluno interage com o computador, podendo constituir suas próprias conjecturas e verificar sua veracidade.

**Ao abordar a GD é interessante que alguns tópicos sejam mencionados como: o surgimento da GD; a incorporação de desta tecnologia à educação; os variados programas de GD existentes; as potencialidades desse tipo de programa.**

O diferencial apresentado pelos softwares de GD é marcado pela possibilidade de “arrastar” a figura construída utilizando o mouse, permitindo a transformação da figura em tempo real. Esta experiência colabora para o processo investigativo no qual o aluno pode perceber a diferença entre desenhar e construir uma figura, vivenciando que, para construí-la, não basta apenas chegar à imagem da figura desejada, mas compreender as propriedades que ela possui, de forma que, ao ser arrastada, mantenha-se como no ínicio.

**Momento 2:** Experimentar a GD

**Neste momento é fundamental que os alunos compreendam a função do recurso arrastar para perceberem o diferencial da GD.**

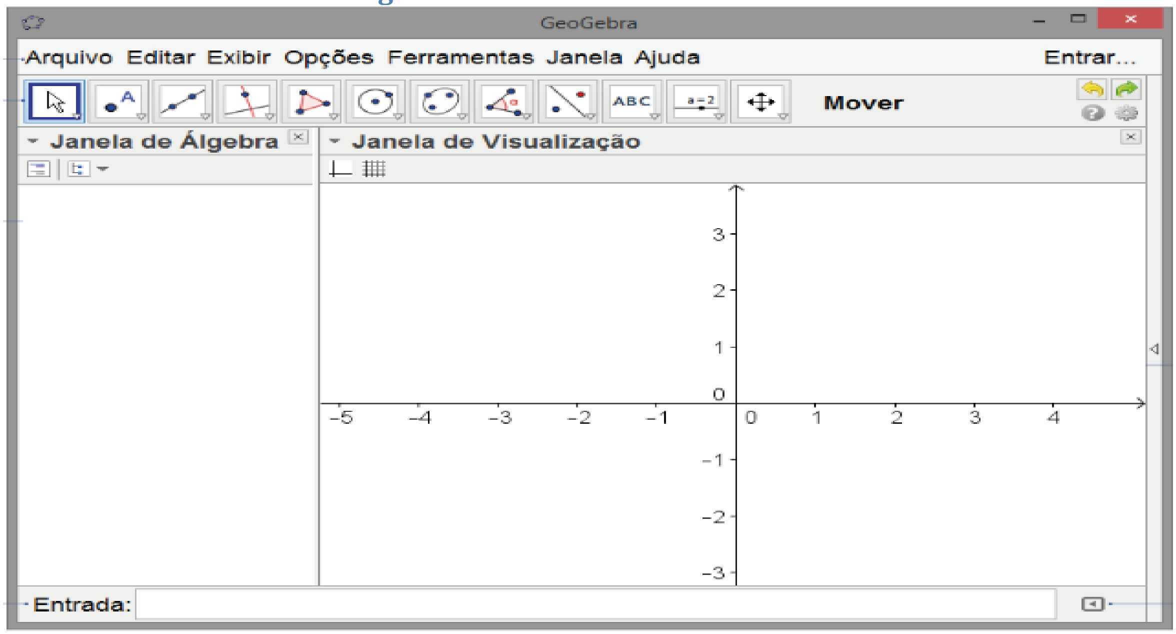
Para esta experiência os alunos realizam uma atividade em um ambiente de GD. Deste modo, é necessária a apresentação do software de GD utilizado e uma breve apresentação das ferramentas e recursos que o mesmo possui. Como já mencionado, utilizaremos o GeoGebra.

## GeoGebra

Para a realização das oficinas que envolvem a exploração das TD, adotamos o GeoGebra como referência por se tratar de um *software* livre escrito em Java e disponível em múltiplas plataformas, permitindo o trabalho com temas de Geometria Plana e Espacial, Álgebra, Cálculo, Estatística, entre outras possibilidades, é considerado como uma ferramenta eficaz no trabalho de forma interativa (SOUTO, 2012). Possui uma interface amigável, possibilidades para produção de aplicativos em páginas web e está disponível em vários idiomas. Além disso, no *website* do projeto (http://geogebra.com/) pode-se adquirir uma série de interações e matérias de ajuda elaborados pela comunidade GeoGebra mundial.

O *software* apresenta ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica (GD) e possui uma vantagem didática: disponibiliza duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: a janela geométrica e a janela algébrica (Figura 1). A janela de geometria é o local destinado aos objetos construídos. É possível modificar e colorir os objetos, alterar a espessura de linhas, medir ângulos, medir distâncias, exibir cálculos, etc. A janela de álgebra exibe a representação algébrica de todo objeto construído. Além disso, o GeoGebra permite o trabalho com planilhas eletrônicas, dados estatísticos e programação, que não iremos tratar neste material.

**Figura 1 - Interface do GeoGebra**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

As características do GeoGebra possibilitam a criação de cenários para atividades investigativas, nos quais o aluno pode verificar propriedades de uma figura em um processo muito rápido e interativo. Entendemos por cenários para atividades investigativas o processo no qual o aluno é despertado a questionamentos do tipo: “O que acontece se...?”, convidando-o a realizar descobertas, formular questões e procurar respostas. Por meio destes questionamentos a sala de aula de Matemática pode se transformar em um ambiente de aprendizagem em que o aluno é levado a um processo de exploração e explicação. (SKOVSMOSE, 2000). Desse modo, as características do *software* potencializam a constituição de cenários para investigação, nos quais o aluno é capaz de experimentar situações em um processo dinâmico.

Vamos conhecer um pouco mais este software?

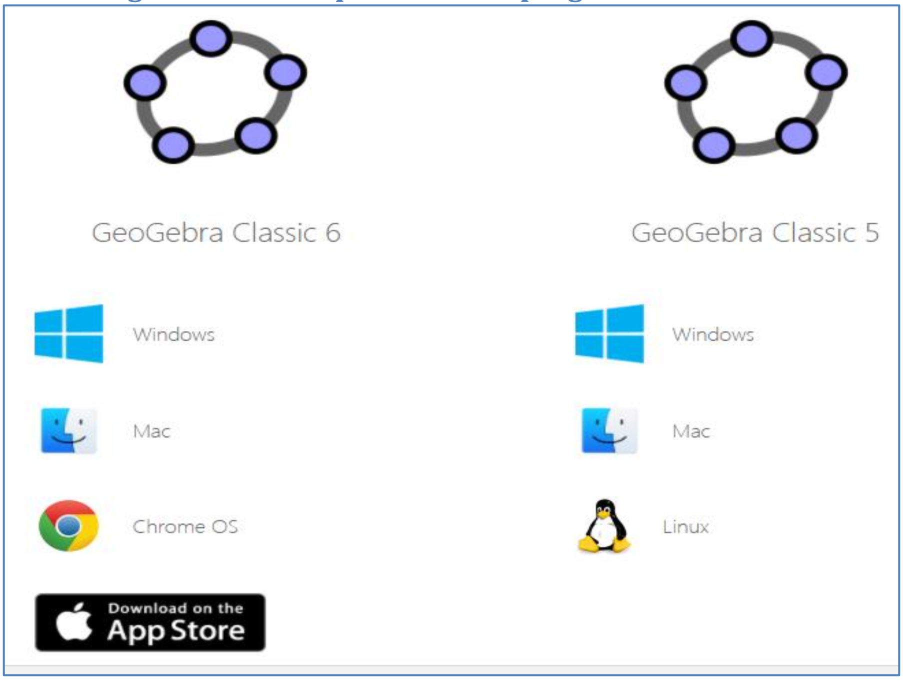
Para fazer a instalação do GeoGebra  você deve acessar o site oficial do site do programa. Na barra de endereços do seu navegador digite [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

**Figura 2 – Página do software.**


**Fonte: www.geogebra.org**

Em seguida procure o ícone *download* e clique. Você encontrará versões do GeoGebra para alguns tipos de sistemas operacionais. Selecione o sistema compatível com seu computador.

Figura 3 – Ícones para baixar o programa GeoGebra.



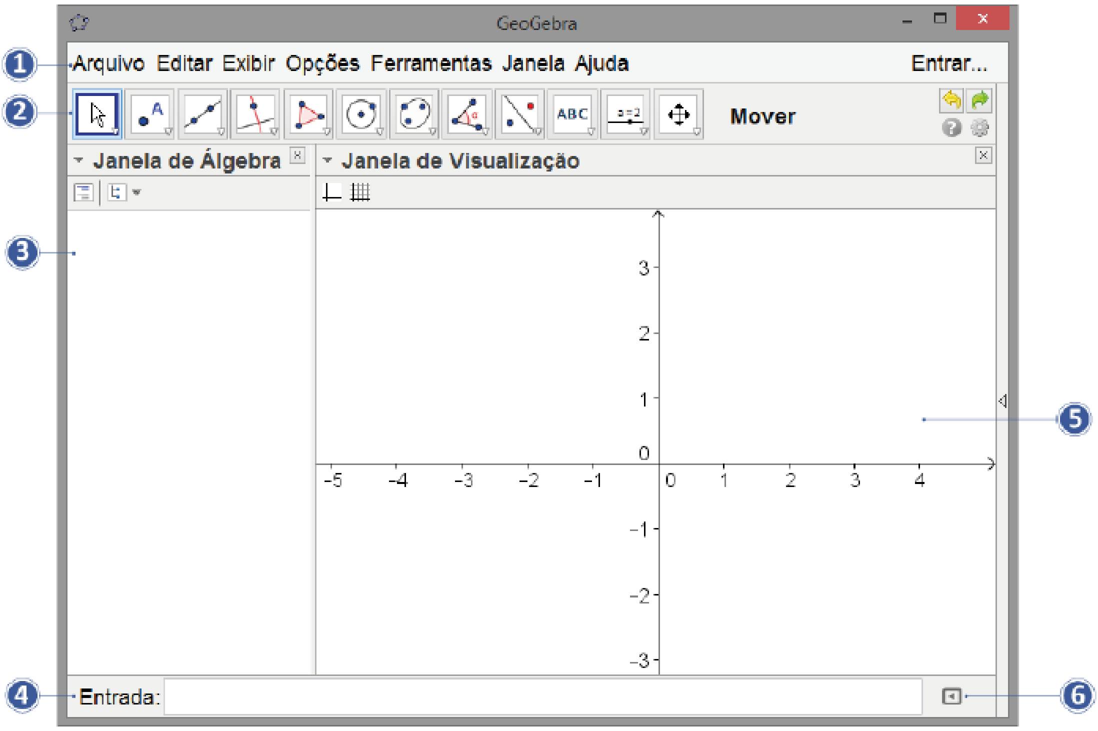

Fonte: www.GeoGebra.org

O arquivo será baixado em uma pasta no seu computador e, instalado em seguida. Você poderá escolher algumas configurações durante a instalação. Após o programa ser instalado um ícone aparecerá em sua área de trabalho para que você possa começa a usar o GeoGebra.

**É importante atualizar sempre o seu software, desse modo, seu programa sofrerá as correções necessárias para que a sua execução ocorra com sucesso.**

Vamos conhecer um pouco mais a interface do GeoGebra e as funções de algumas ferramentas fundamentais para o desenvolvimento das oficinas propostas neste material.

**Figura 4 – Interface do GeoGebra**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

## 1. Barra de Menus

Esta ferramenta disponibiliza opções para salvar o projeto em arquivo (.ggb), abrir outros projetos já construídos em outro momento, editar seu arquivo, selecionar e disponibilizar figuras na área de visualização, alternar janelas de diferentes funções, solicitar ajuda, para controlar configurações gerais, entre outras. Sugerimos uma investigação nesta barra a fim de que você conheça todas as possibilidades disponíveis.

## 2. Barra de Ferramentas

A Barra de Ferramentas localizada na parte superior do GeoGebra é composta de doze conjuntos de ícones com as ferramentas necessárias para o usuário construir, movimentar, obter medidas e modificar atributos de objetos construídos.

Este recurso concentra todas as ferramentas úteis para construir pontos, retas, figuras geométricas, obter medidas de objetos construídos, entre outros. Cada ícone dessa barra esconde outros ícones que podem ser acessados clicando com o mouse em seu canto inferior direito.

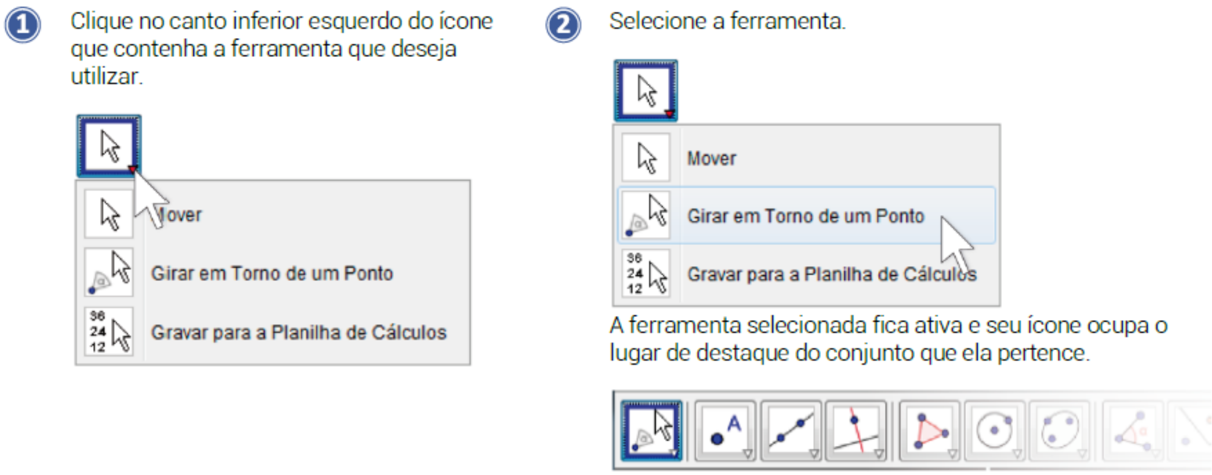
Ao abrir o GeoGebra a Barra de Ferramentas apresenta a seguinte configuração visual.

**Figura 5 – Barra de ferramentas do GeoGebra**


**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Para ativar uma ferramenta clique em seu ícone. No entanto, para cada conjunto de ícones há apenas um visível, veja a seguir como acessar os ícones ocultos.

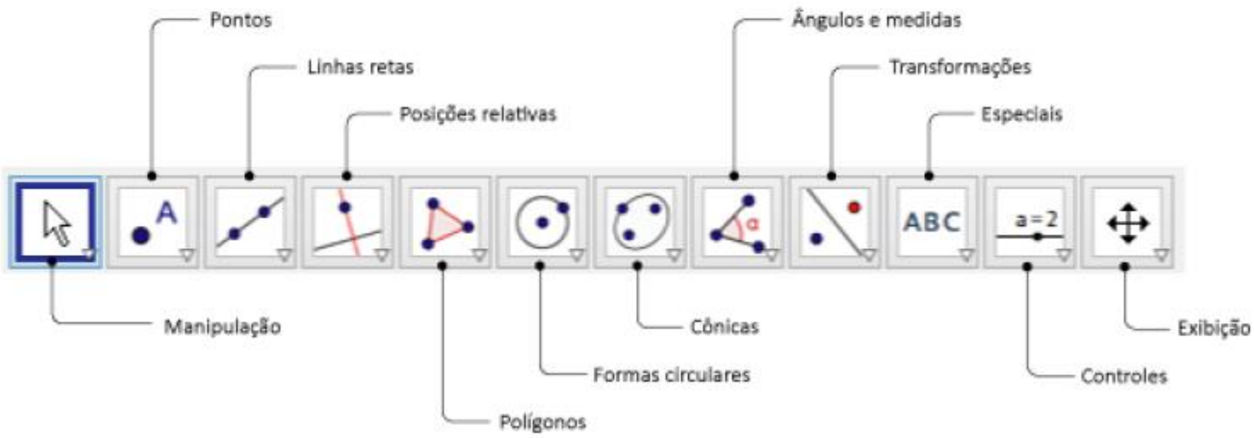
**Figura 6 – Ícones da barra de ferramentas**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Na imagem da Barra de Ferramentas a seguir está indicado como é nomeado nesse texto cada conjunto de ferramentas.

Figura 7 – Ícones da barra de ferramentas




Fonte: Elaborado pela autora.

### 3. Janela de Álgebra

Esta é a área na qual são exibidas as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos.

### 4. Entrada

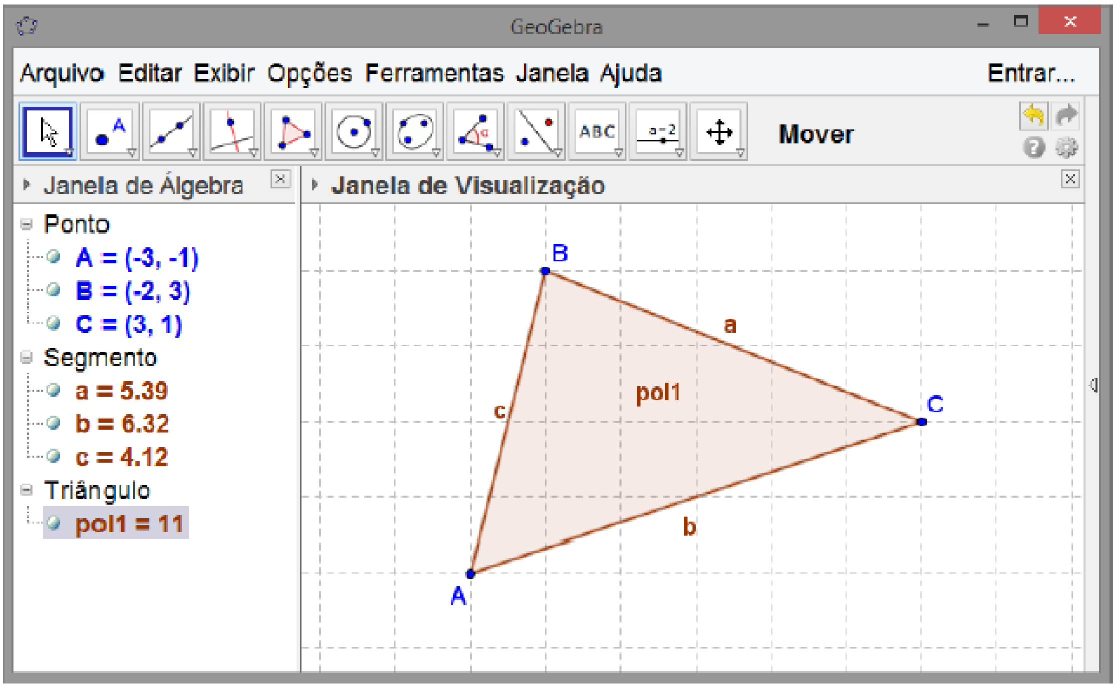
O campo de entrada é o recurso voltado para a digitação de comandos. Neste campo você pode fazer construções somente com comandos de entrada, sem que haja a necessidade do mouse.

### 5. Janela de Visualização

É a área de visualização gráfica de objetos que possuam representação geométrica e que podem ser desenhados com o mouse usando ícones da Barra de Ícones ou comandos digitados na Entrada.

Veja que a Janela de Visualização representada na figura abaixo exibe um triângulo construído em um plano cartesiano.

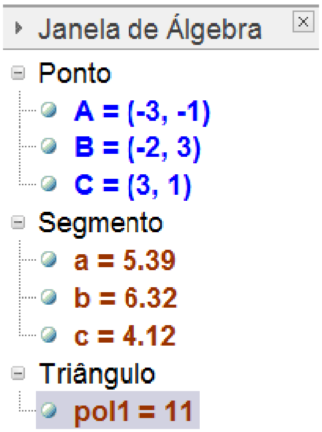
**Figura 8 – Interface do GeoGebra**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Observe que a Janela de Visualização está representado geometricamente um triângulo com vértices A, B e C e lados a, b e c. Observe também que no lado esquerdo da tela, na Janela de Álgebra, são exibidas as coordenadas de cada vértice desse triângulo, a medida de cada um dos lados a, b e c e a área do triângulo (11cm2) que foi nomeado automaticamente pelo GeoGebra de “pol1”.

**Figura 9 – Ícone janela de Álgebra**

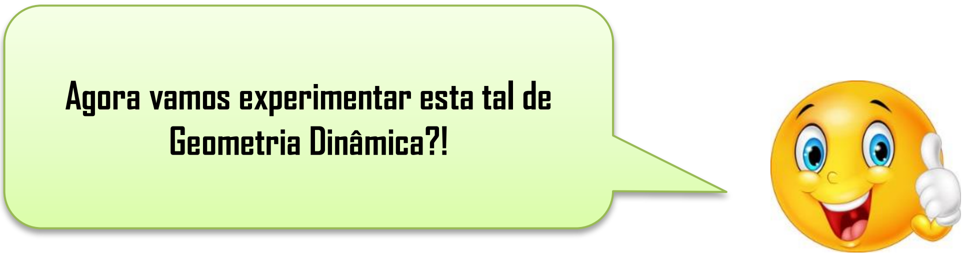



**Fonte: Elaborado pelo autor.**

## 6. Lista de Comandos

Listagem de comandos predefinidos. Entre eles há comandos relacionados aos ícones da Barra de Ferramentas.

***Sugerimos que o professor explore o software, assista aos diversos vídeos tutoriais no YouTube e participe de grupos em redes sociais que disponibilizam materiais explicativos para o público. Na página do instituto GeoGebra Brasil[2] estão disponíveis uma gama de informações sobre o programa, desde tutoriais a pesquisas e publicações.***

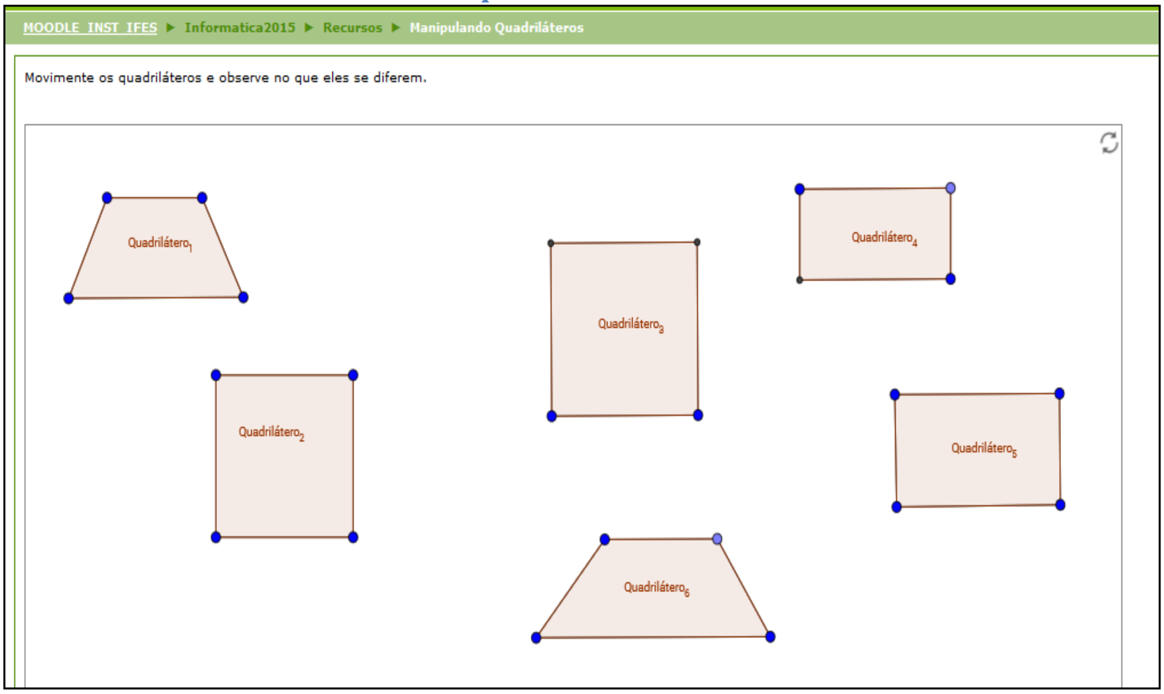



A primeira tarefa para vivenciar a GD é caracterizada pela manipulação de alguns quadriláteros por meio da ferramenta arrastar. Nesta tarefa os quadriláteros em destaque, figura 1, foram construídos previamente pelo mediador da oficina e arquivados em uma plataforma *moodle*.

Mas se você não pretende trabalhar com este tipo de plataforma não se preocupe, o GeoGebra permite que você salve construções realizadas por um usuário de forma que esteja disponibilizada *off line,* em um computador ou *on line,* em plataforma ou em uma página virtual.

[2] Disponível em: http://www.pucsp.br/geogebrasp/

Figura 10 – Quadriláteros construídos no GeoGebra para oficina manipulando quadriláteros.




Fonte: Elaborado pelo autor.

A escolha dos quadriláteros que serão abordados na atividade pode variar de acordo com a intencionalidade do professor-mediador. Na oficina realizada objetivamos discutir as possibilidades da GD. Deste modo, construímos figuras que ao serem arrastadas mantinham as suas propriedades e figuras que não as mantinham, a fim de que os estudantes percebam a diferença entre desenhar (estar) e construir (ser) uma figura no GeoGebra, vivenciando que, para construí-la, não basta apenas chegar à imagem da figura desejada, mas compreender as propriedades que ela possui.

Vamos esclarecer melhor o “ser” e o “estar” em uma figura:

Pense em criar um quadrado em um software de GD...

Primeira ideia que nos vêm à mente é fazer um quadrilátero com os quatro lados contendo a mesma medida e desenhá-lo com ângulos retos. Não é mesmo?

Se nesta figura você não utilizou os instrumentos necessários para garantir as propriedades de um quadrado, a figura que você criou “está” quadrado. Ela parece ser quadrado, mas não possuía as propriedades de quadrado. Ao utilizar a ferramenta arrastar você vai observar que o quadrado se deforma.

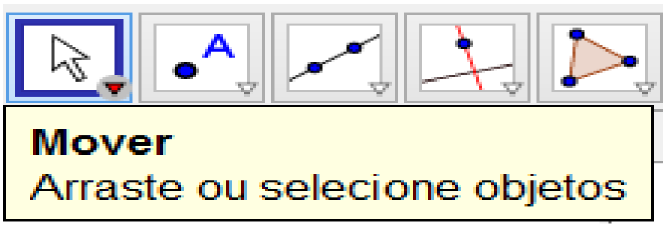
Porém, se na construção do quadrado no ambiente de GD você utilizar as ferramentas adequadas para garantir as suas propriedades, então sua figura "é" quadrado. Ao arrastá-la você observará que não se deformará. Sempre "será" quadrado.

**Experimente vivenciar a criação do quadrado no GeoGebra antes de aplicar esta oficina. A partir do dessa vivência você poderá elaborar a intencionalidade da sua atividade e os questionamentos necessários para que determinados conhecimentos possam ser produzidos.**

**Esclarecido? Então vamos começar a atividade!**

Oriente que alunos movimentem os seis quadriláteros construídos usando o comando mover (ver figura 11).

**Figura 11 – Ícone mover**

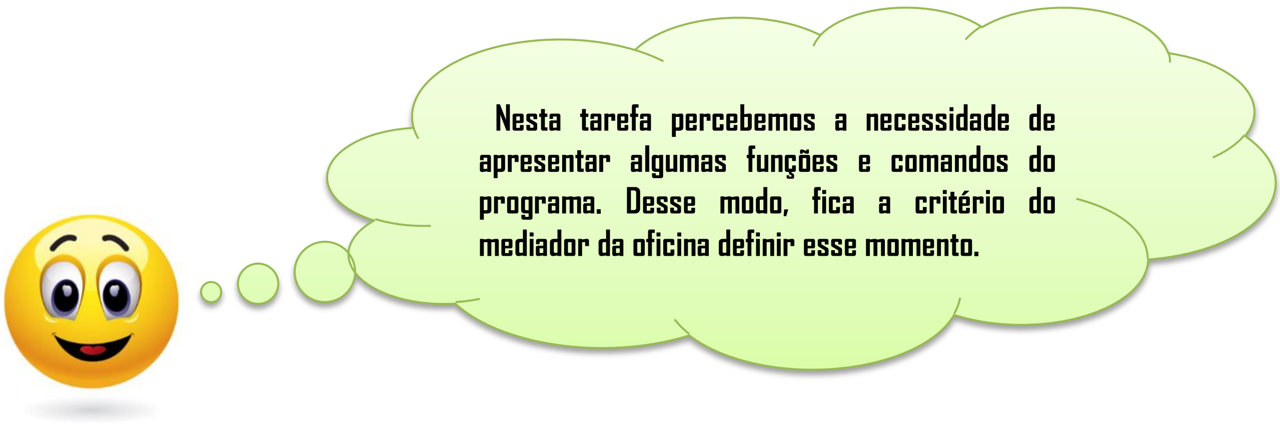



**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Nesta tarefa o cursista pode perceber, ao movimentar os quadriláteros, o comportamento dos objetos.

Assim, é possível compreender o ambiente de GD como um cenário de investigação matemática, no qual o aluno é levado a um processo de exploração e explicação. Para isto, o mediador da oficina precisa fazer questionamentos a fim de levar os cursistas a refletirem sobre a ação da manipulação dos objetos. Desse modo, ao fim da tarefa, sugerimos a realização de uma conversa com a turma sobre a GD e as potencialidades desses recursos na Educação Matemática. Cabe ressaltar que os temas abordados em conversa posterior à oficina devem estar relacionados ao público alvo. Em nossa oficina os temas debatidos se relacionaram aos cursistas em formação docente.

Estes primeiros momentos da oficina foram realizados no período de duas horas aulas.




**Momento 3: Construção dos quadriláteros**

Agora os cursistas são desafiados a construírem quadriláteros no GeoGebra. Pode-se selecionar, por exemplo, um quadrado, um retângulo, um paralelogramo e um trapézio. Estes foram os quadriláteros que os alunos deveriam construir em nossa experiência. Entretanto, a escolha dos quadriláteros estará relacionada aos objetivos da oficina.

O GeoGebra possui uma ferramenta para criar polígonos. Os alunos poderão tomar conhecimento desta ferramenta, mas não poderão utilizá-las nesta tarefa. As criações devem ser realizadas apenas com as ferramentas régua e compasso.

A criação dos objetos geométricos no GeoGebra demanda uma reflexão acerca das suas concepções. Pois, a partir dessas criações a figura criada no software poderá "estar" ou "ser" um determinado objeto geométrico.

**Lembra-se da nossa discussão sobre "ser" e "estar" um quadrado?**
**Se necessário volte no momento anterior e faça a experiência proposta.**

Em nossa experiência os alunos criaram as figuras de forma intuitiva, ou seja, a partir do modo que as construíam em seu cotiando. Fato que já era esperado, pois em nossas vivências, enquanto alunos, fazíamos criações intuitivas.

Você se recorda de suas aulas de matemática no ensino fundamental? As construções geométricas que você realizava eram com o auxílio de régua e compasso? Você tinha conhecimento destas ferramentas? Estes, e outros, questionamentos nos apontam os motivos pelo qual os alunos constroem intuitivamente os quadriláteros neste momento da oficina. Entretanto, é necessário compreensão dessas dificuldades iniciais dos cursistas.

Borba, Silva e Gadanidis (2014), pesquisadores da área de tecnologias educacionais, defendem que uma atividade que propõe a construção de quadriláteros utilizando *softwares* de GD, é um exemplo de problema para se introduzir noções de GD. Deste modo, tal tarefa foi escolhida para este momento da oficia.

Após as criações dos quadriláteros, o aluno deve salvar sua tarefa em alguma plataforma, ou arquivo. E nossa oficina as construções dos alunos foram salvas em uma plataforma *moodle*.

**Momento 4: Investigando os quadriláteros**

Os professores-mediadores selecionam algumas construções e voltam para a sala de aula para refletirem junto aos alunos a forma como elas foram elaboradas.

O mediador projeta, para que todos possam visualizar, uma das construções escolhida. Arrasta a figura e pede que os alunos observem se a figura mantém suas propriedades. Ou seja, se a figura "é" ou "está" um objeto geométrico.

Os alunos observam e inferem sobre as construções.

Em nossa experiência, escolhemos criações que poderiam desencadear reflexões a respeito dos conceitos matemáticos relacionados aos quadriláteros e das percepções do cursistas acerca do GeoGebra.

As discussões decorrentes desse momento podem ser bastante produtivas.

Veja um recorte da dissertação de um trecho dessas discussões.

**Figura 12 – Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**

***Professor-pesquisador 1**: [...] Esse [quadrilátero] aqui então, a gente pode dizer que esse que é um retângulo, tudo bem.*

*[O professor-pesquisador arrasta outra figura.]*

***Professor-pesquisador 1**: Aqui a gente tem um trapézio e... Olha!*

*[Arrasta novamente.]*

***Professor-pesquisador 1**: Já deixou de ser trapézio.*

***Aluno 27:** Dá pra transformar em um paralelogramo.*

***Professor-pesquisador1:** Aí a gente tem uma questão de definição aí né. O que é um trapézio?*

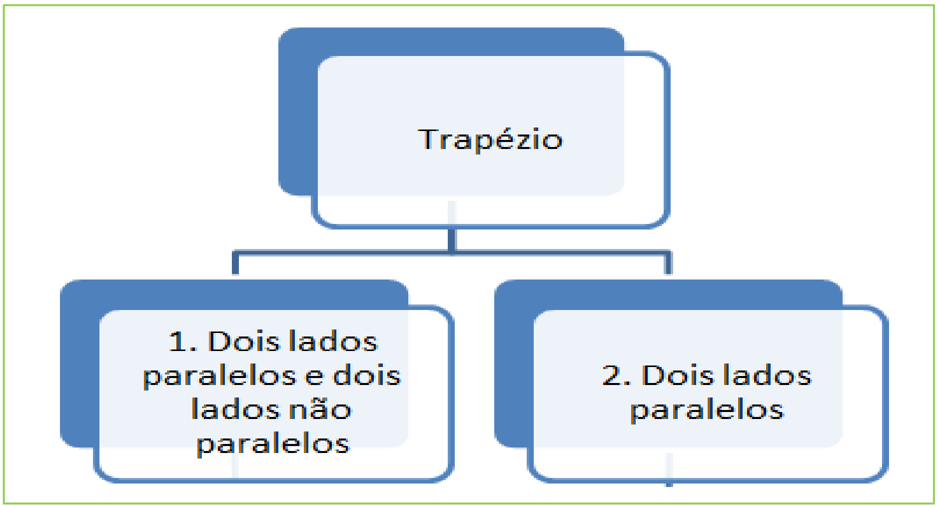
***Aluno 27:** Dois lados paralelos e dois lados não paralelos. [quadrilátero]*

***Professor-pesquisador 1:** Tem duas definições de trapézio, dois lados paralelos e dois lados não paralelos, essa é uma definição. A outra é: dois lados paralelos.*

**Fonte: Elaborada pelo autor.**

A discussão prossegue e professor-mediador se dirige ao quadro e organiza, em diagramas semelhantes ao da figura a seguir, as definições descritas pelos alunos.

**Figura 13 - Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

O diálogo continua e os alunos refletem sobre as definições do trapézio...

**Figura 14 - Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**

**Professor-pesquisador 1:** *Qual é a diferença das duas?*

**Aluno 27:** *A segunda aceitaria o paralelogramo como um trapézio.*

**Professor-pesquisador 1:** *Ah, essa segunda definição me diz que paralelogramo está neste conjunto [2] e trapézio está nesse conjunto: Todo paralelogramo é um trapézio. Na primeira [1] não há intercessão entre eles, aqui [segunda definição] é mais do que intercessão o paralelogramo tá dentro do trapézio. Todo mundo conseguiu entender que essa definição leva a isso?*

**Aluno 27:** *Todas as duas são válidas?*

**Professor-pesquisador 1:** *Todas as duas são válidas.*

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Os alunos começam a refletir sobre o que sabem sobre trapézios...

**Figura 15 - Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**

**Aluno 20:** *Por que convencionalmente então, a maioria dos lugares só usam a segunda?*

**Professor-pesquisador 1:** *A gente usa a segunda mas ninguém vê por aí paralelogramo ser chamado de trapézio. Usa-se a segunda, normalmente.*

**Aluno 13:** *No dicionário 'tá' assim. Quadriláteros que tem dois lados paralelos. [segunda definição]*

*O professor-pesquisador faz outra leitura da primeira definição.*

**Professor-pesquisador 1:** *Só possui dois lados paralelos é a primeira definição. Se ele só possui dois lados paralelos significa que os outros dois não são.*

**Aluno 13:** *Então! Tem dois lados paralelos.*

**Professor-pesquisador 1:** *Quadrilátero que tem dois lados paralelos é essa [aponta para a segunda definição]. Quadrilátero que só tem dois lados paralelos é essa. [aponta para a primeira definição]*

**Aluno 13:** *Então só a 'palavrinha' só, resolve a situação?*

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Outro aluno se manifesta e apresenta sua percepção...

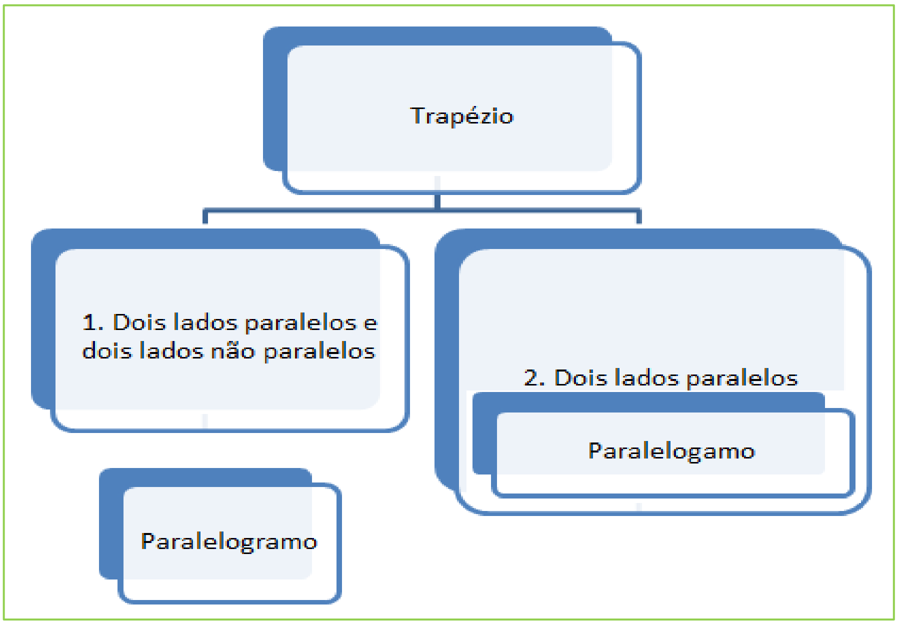
**Figura 16 - Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**

> ***Aluno 27:*** *Resolve não, muda.*
>
> ***Professor-pesquisador 1:*** *Muda as conjunturas. Se eu estou fazendo um diagrama de Vem de quadriláteros, por exemplo, eles tomam configurações diferentes.*

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Então o professor-mediador retorna ao quadro e faz uma nova organização dos quadriláteros abordados na atividade por meio de diagramas.

**Figura 17 - Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Observe que a GD proporcionou uma reflexão acerca dos conceitos matemáticos dos alunos que estavam envolvidos na oficina. Nessa experiência os alunos perceberam contradições entre definições de quadriláteros em livros didáticos, de modo que, os conceitos de alguns quadriláteros foram (re)organizados e um novo conhecimento matemático produzido.

**Momento 5**: **Reconstrução dos quadriláteros**

Este é o momento que o cursista “bota a mão na massa”.

Após as discussões, realizadas no momento anterior, os alunos são convidados a refazerem os quadriláteros no software utilizando as ferramentas régua e compasso.

O cursista deverá abrir o programa GeoGebra. O professor-mediador orienta os alunos que construam os quadriláteros definidos em sua proposta. A partir de tudo que já foi discutido, deve ficar claro que a figura precisa "ser" o objeto desejado.

Já dissemos anteriormente que a proposta do curso foi desenvolvida baseada em uma abordagem construcionista. Esta proposta visa à criação de ambientes facilitadores no ensino-aprendizagem por meio da interação do estudante com o computador. Nessa perspectiva, para que ocorra a aprendizagem do educando é preciso que sejam fornecidas as ferramentas necessárias para que as crianças, em nosso caso, alunos, possam descobrir e explorar o conhecimento (PAPERT, 1994).

Tal abordagem compreende o computador como uma ferramenta educacional com a qual se resolve problemas e "não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador" (VALENTE, 1998, p.12). Desse modo, o aluno é o sujeito que promove a ação, deixando de ser um sujeito passivo para assumir o seu protagonista na busca pelo conhecimento.

Nesta hora, uma simples tarefa passa a ser um problema a ser solucionado. Podendo ocorrer certo desconforto dos alunos ao realizarem esta tarefa. Visto que, a vida inteira eles desenharam os quadriláteros de forma intuitiva.

**Percebemos que alguns estudantes apresentaram dificuldades em trabalhar com as ferramentas régua e compasso durante a (re)construção dos quadriláteros.**
**Deste modo, foi necessário realizar intervenções para auxiliar no processo.**

Uma pessoa que se lança em uma empreitada desconhecida, tende a enxergar uma complexidade nesse processo, entretanto, o medidor do curso deve ficar atento aos momentos de angústias do cursista e fazer as intervenções necessárias para encorajar o aluno a caminhar e encontrar a solução do problema em questão.

**Momento 6: Discussão das (re)construções**

Após a construção das figuras, os alunos salvam suas tarefas de modo que o professor-mediador possa analisar as construções e verificar a forma como foram criadas. Posteriormente, o professor-mediador seleciona algumas construções, volta para a sala de aula e novamente faz uma discussão acerca da construção dos quadriláteros. Entretanto, as criações em questão são aquelas que os cursistas fizeram. Sugerimos que as figuras para este momento sejam previamente selecionadas com uma intencionalidade.

Em nossa experiência selecionamos figuras que “eram” e algumas que “estavam” o objeto em questão. Percebemos, a partir das criações, que alguns cursistas não conseguiram fazer a construção, de modo que as propriedades dos quadriláteros se mantiveram. Então fizemos as intervenções necessárias para que ele conseguisse realizar tal proposta.

Também percebemos durante a discussão que a construção do trapézio é algo complexo, justamente por conta das duas definições que esse quadrilátero pode apresentar.

Para finalizar esta atividade, após as discussões e intervenções, os alunos que apresentaram problemas em suas criações devem refazê-la e enviar para o professor-mediador, para que ele faça novamente a avaliação da figura. Caso algum cursista não consiga criar alguma figura que não mantém suas propriedades ao ser arrastada, os processos de discussão e intervenção devem ser realizados novamente a fim de que, o aluno possa produzir o conhecimento esperado.

No construcionismo, as ações que o aluno realiza na interação com o computador e os elementos sociais que permeiam e suportam a sua interação com a máquina descrevem um ciclo de ações que o aluno realiza na construção do seu conhecimento *descrição-execução-reflexão-depuração-descrição*.

A ação de programar pode ser entendida como uma descrição dos procedimentos que o computador possa executar. O computador por sua vez, é o objeto que vai realizar a execução das instruções e fornecer uma resposta ao comando dado, de modo que o resultado pode ser satisfatório ou não. Quando não satisfatório, é necessário que a solução proposta seja revisada por meio de um movimento de reflexão da sua ação. Movimento esse que leva o aluno a depurar o procedimento descrito e traçar novos caminhos e estratégias para o produto final. Esse procedimento é designado por Papert como depuração.

Valente (1993) esclarece que a *depuração:*

> Permite que o aluno deixe de pensar no correto e no errado e se volte para a busca de uma solução aceitável. O erro passa a ser então um revisor de ideias e não mais um objeto de punição, intimidação e frustração. A forma como o aluno encara a ocorrência de erros, procurando uma melhor compreensão das estratégias e dos conceitos envolvidos na solução adotada, identifica seu estilo de pensar sobre si mesmo e de relacionar-se com o mundo (p.23).

Entretanto, esse ciclo *descrição-execução-reflexão-depuração* precisa ser conduzido por um professor que instigue o aluno, que o conduza a refletir sobre o processo empregado, assim como, conheça o programa no qual propõe uma tarefa, compreenda a psicologia e o aspecto pedagógico do sistema, uma vez que o simples fato do aluno de estar na frente do computador não garante que o ciclo se processe.

Em nosso trabalho inferimos que ao fim da realização desta oficina os alunos se envolveram em uma atividade na qual puderam pensar-com-GeoGebra (SOUTO, 2013). Tal ação viabilizou a reorganização (TIKHOMIROV, 1981) dos seus conceitos de quadriláteros, proporcionando uma nova forma de fazer Matemática e perceber os quadriláteros.

# OFICINA: EXPLORANDO FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Esta é uma oficina que vai trabalhar a representação gráfica da função quadrática e a sua relação com os coeficientes de sua lei de formação por meio da visualização do comportamento de tais objetos no *software* GeoGebra.

Pensamos em propor esta oficina por entender que a abordagem do tema *função* nos cursos de licenciatura muitas vezes acontece em disciplinas denominadas *pré-cálculo* ou *matemática básica* e visam apenas revisar o assunto, que já foi discutido no Ensino Médio do licenciando, visto que este conteúdo é importante na discussão de taxa de variação, no curso de Cálculo I. Deste modo a investigação do comportamento do gráfico da função polinomial do segundo grau, a função quadrática, se limita na compreensão do seu formato de parábola, na localização do vértice do gráfico e, ainda, no estudo concavidade da parábola. Entretanto sobre o estudo da concavidade, limita-se apenas aos argumentos de que ela depende do valor de ***a***, coeficiente do termo de segundo grau.

Ao analisar uma função quadrática do tipo $f(x) = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c}$, questões do tipo *O que acontece quando variamos o coeficiente de segundo grau (a)? Qual a relação entre os valores de **a** e o comportamento da representação gráfica da função?,* podem provocar reflexões capazes de impulsionar um novo conhecimento acerca das funções polinomiais do segundo grau.

Dessa forma, a exploração dos coeficientes dessa função e do comportamento do seu gráfico, no ambiente de GD, permite a produção de registros do processo de elaboração de conjecturas a respeito dos conceitos do gráfico da função. Mais uma vez promovendo o estudante como o protagonista na produção desse conhecimento.

Sabemos que em uma licenciatura, o licenciando carece muito mais do que receber informações. Ele precisa estabelecer relações entre os objetos matemáticos que possibilitem a sua construção naquele conhecimento. Ema vez que, ele está se preparando para ensinar aquilo que ele se propõe a aprender.

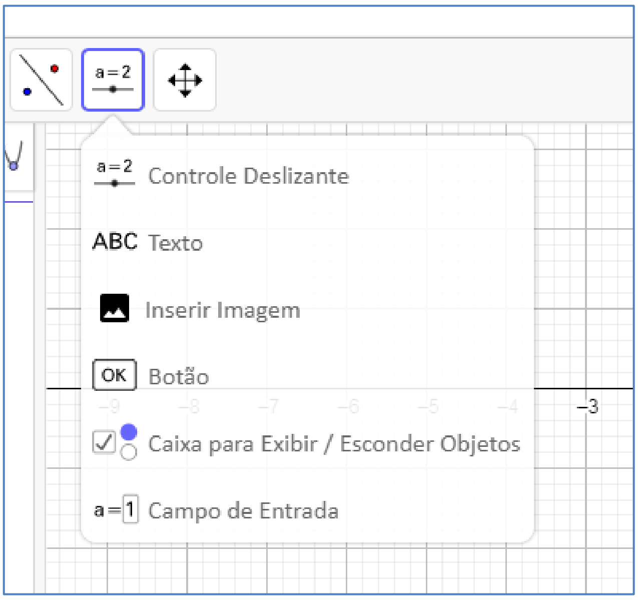
Entretanto, a importância da construção da compreensão do comportamento do gráfico de uma função quadrática e a relação com seus coeficientes não precisa se limitar ao estudante de licenciatura. O estudante da educação básica que irá se deparar com este tema, também é capaz de realizar esta oficina e construir seu conhecimento de modo que este se torne mais significativo.


Para a realização desta atividade, preparamos as seguintes ações (momentos) juntamente ao software:

**Momento 1**: Os alunos abrem o GeoGebra.

Na barra de ferramentas clicam na função **controle deslizante.**

Figura 18 – Ícone da barra de ferramentas do GeoGebra



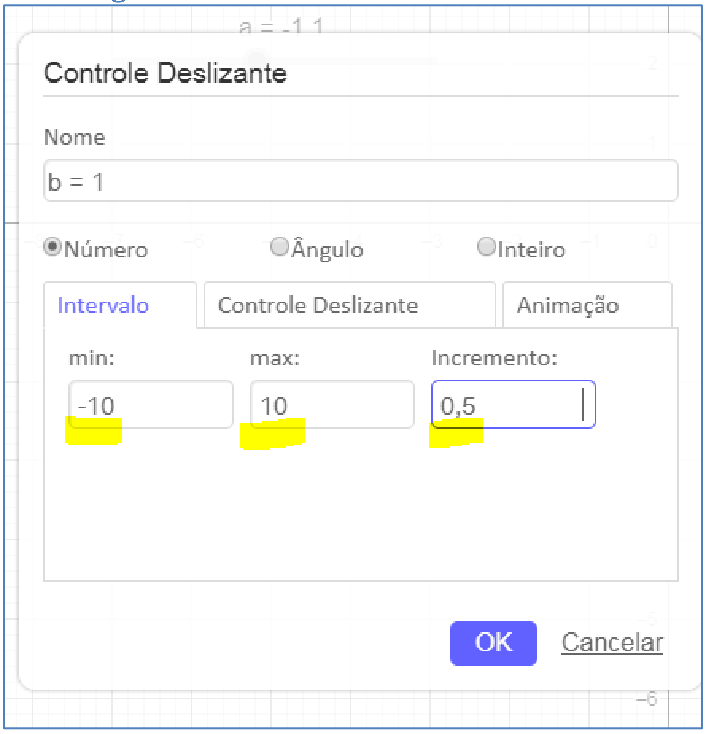

Fonte: Elaborado pelo autor.

Isto permitirá clicar na Janela de Visualização e a criação de um botão rolante, usado para determinar o valor do objeto em si. Ele pode ser configurado para que tenha um valor mínimo, máximo, uma velocidade de variação e a forma como o mesmo varia. Essa ferramenta é útil para criar parâmetros para serem utilizados juntos a outras ferramentas.

Clique e crie três controles deslizantes**: a, b** e **c**.


Na criação do controle deslizante você vai precisar preencher algumas informações para que esta função seja ativada. Vou colocar aqui uma sugestão.

**Figura 19 – Caixa do controle deslizante**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

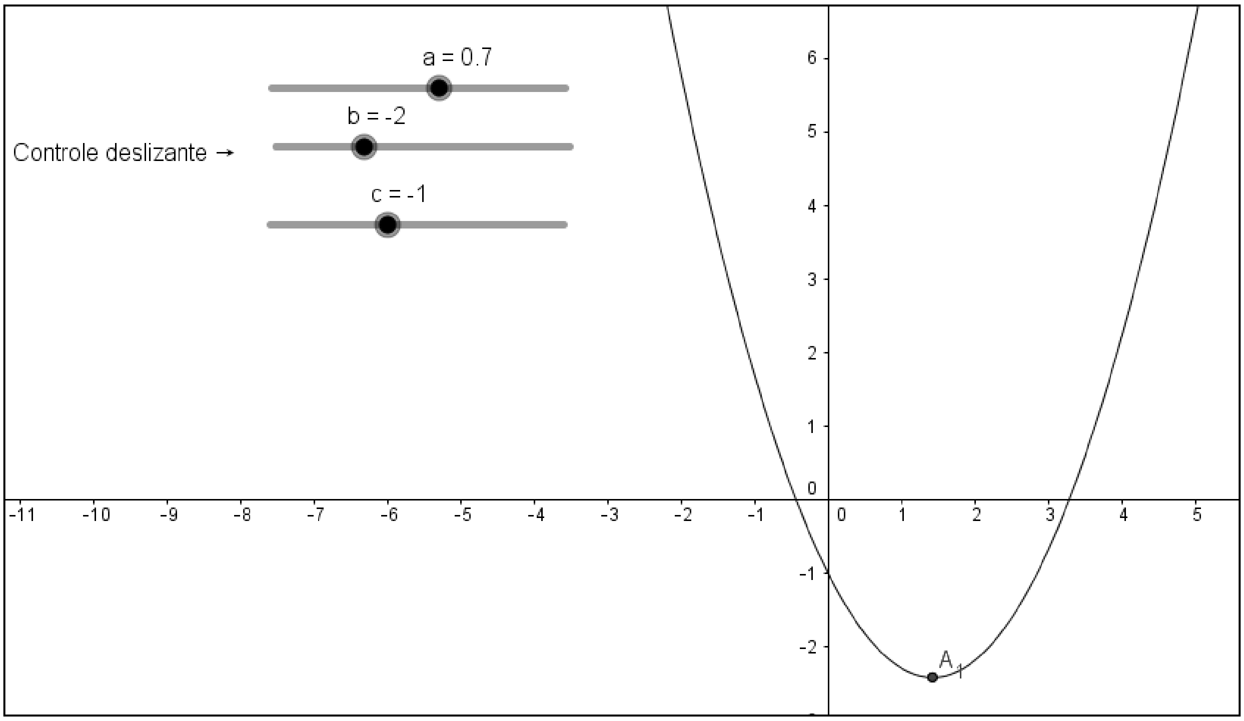
Em seguida vá até o **Campo de Entrada** e digite y = a*x^(2) + b*x + c.

O **Campo de Entrada** funciona de forma semelhante ao **Controle Deslizante**. Ela cria um campo vinculado a uma variável, onde é possível que você insira um novo valor para a mesma, basta selecionar uma legenda e decidir a qual variável o campo vai estar vinculado. É usado para inserir comandos, coordenadas, equações e funções diretamente através do teclado.

Você então terá a visualização do gráfico da função quadrática com uma relação de dependência dos controles deslizantes criados.

Peça para que os cursistas movam os controles deslizantes a, b e c e observem o que acontece com o gráfico. Ele poderá usar a fermenta animar.

**Figura 20 – Gráfico da parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$ sendo variada pelo controle deslizante.**




**Fonte: Elaborado pelo autor.**

**Momento 2: Investigação do comportamento do gráfico**

Oriente os alunos a manipularem, de forma tranquila, e movimentarem os controles deslizantes a, b e c. Variando os coeficientes no intervalo sugerido anteriormente.

O professor-mediador deve instigar os cursistas a refletirem sobre as questões do tipo:

*O que acontece quando variamos o coeficiente de segundo grau (a)? Qual a relação entre os valores de a e o comportamento da representação gráfica da função?*

*O que acontece quando variamos o coeficiente de primeiro grau (b)? Qual a relação entre os valores de b e o comportamento da representação gráfica da função?*

*O que acontece quando variamos termo independente (c)? Qual a relação entre os valores de c e o comportamento da representação gráfica da função?*

Questionamentos como estes, que nós sugerimos, tem o objetivo de colaborar com o processo de produção do conhecimento do aluno. Como Já argumentamos anteriormente é papel do professor mediar e instigar o aprendiz para que ele realize as pontes necessárias da metacognição.

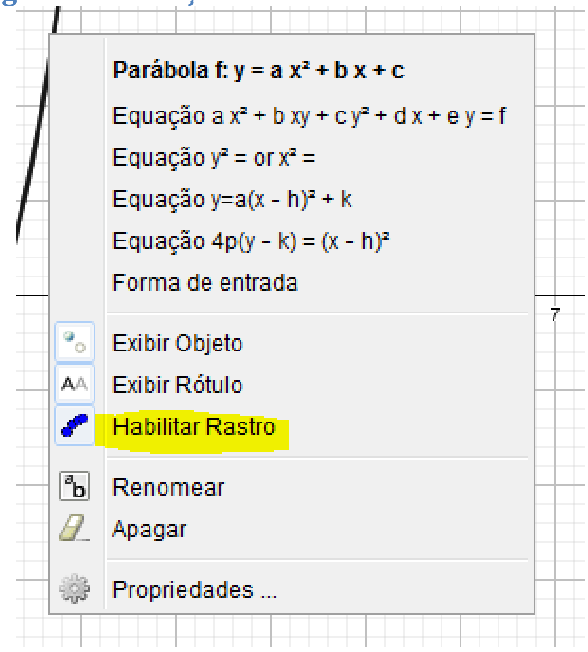
É de extrema importância neste processo o registro das observações dos alunos. Em nossa experiência abrimos fórum de dúvidas na plataforma *moodle* para que os alunos realizassem seus registros.

Deixamos um roteiro para auxiliar nesta atividade lá nos anexos.

**Momento 3: Conhecendo uma nova forma de ver o gráfico**

Os alunos são orientados a identificarem o vértice da parábola e **habilitarem o rastro** desse ponto no *software.*

Figura 21 – Função habilitar rastro do GeoGebra



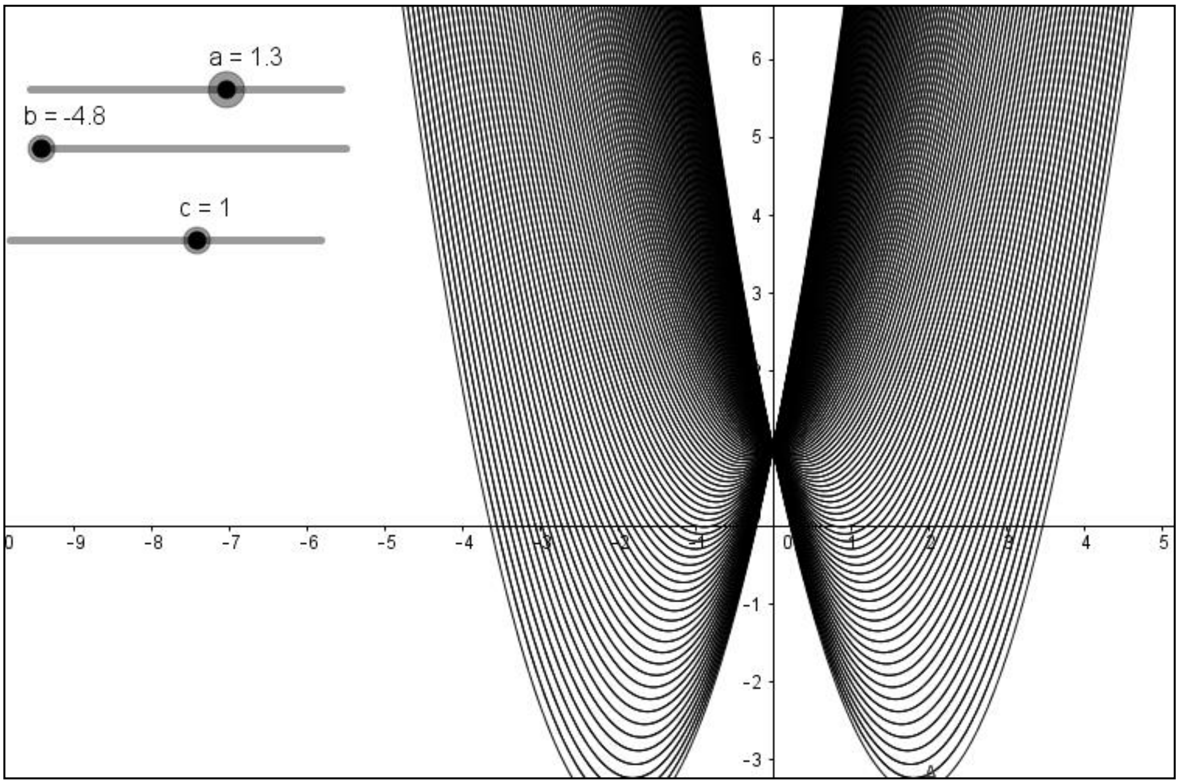

Fonte: Elaborado pelo autor.

Construção do vértice: No campo de entrada, digite a expressão xv = −b/(2 ∗ a), e depois, a expressão yv = − 4 /(4 ∗ a). A seguir, digite no campo de entrada V = (Xv, Yv). O ponto V que aparecerá na parábola é chamado de vértice, e podemos obter as suas coordenadas clicando com o botão direito do mouse sobre o ponto e alterando o estilo do rótulo para nome e valor.

Posteriormente, os cursistas observaram o comportamento do gráfico para descreverem o que acontece com a parábola ao variarmos os coeficientes a, b e c.

Em seguida foram orientados a identificarem e descreverem a equação da função descrita pelo vértice da parábola quando este coeficiente é variado.

**Figura 21 – Visualização da parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$ com a função rastro habilitada.**



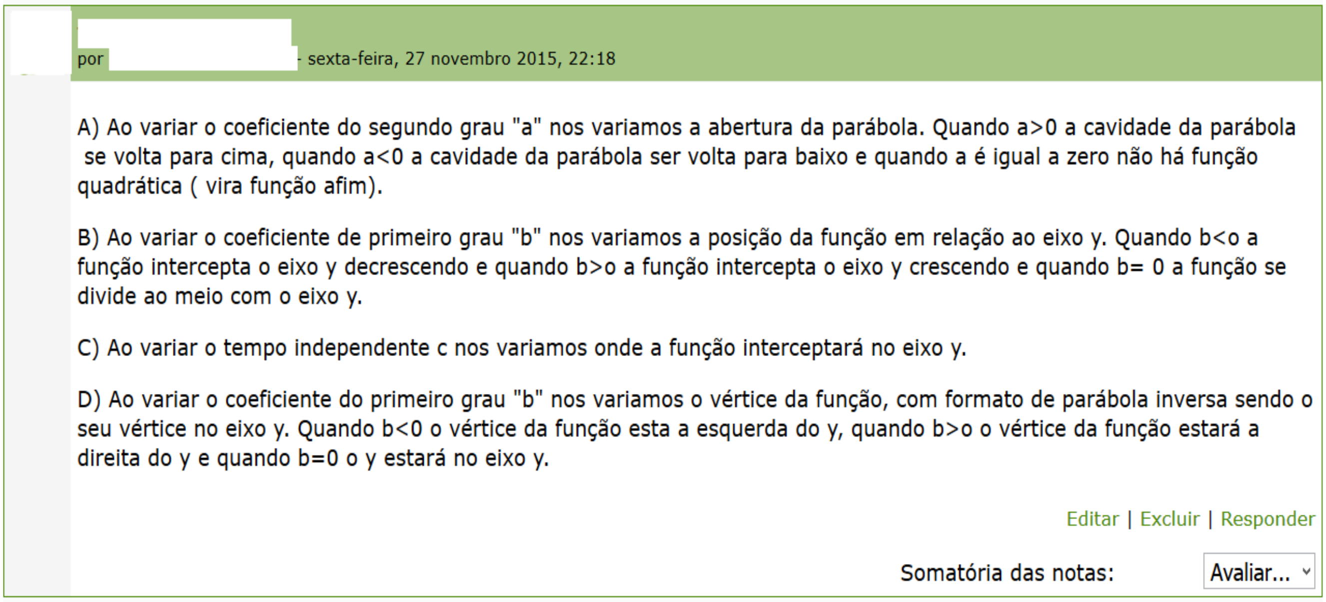

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

É de extrema importante que os estudantes descrevam suas observações para que você, professor, possa analisar essas conclusões, observações e avaliar tanto o aprendizado do aluno naquela atividade, quanto o trabalho que está sendo desenvolvido. Este registro pode ser realizado por meio de relatório.

Em nossa experiência os alunos postaram suas observações em um fórum aberto para todos os participantes da oficina. Deste modo, todos compartilharam suas percepções e puderam compará-las com outros cursistas.

Veja algumas observações e os registros dos alunos que cursaram a oficina:

**Figura 22 – Recorte da dissertação: MOBILIZAÇÃO DE SABERES DE LICENCIANDOS AO UTILIZAREM O GEOGEBRA.**



por - sexta-feira, 27 novembro 2015, 22:18

A) Ao variar o coeficiente do segundo grau "a" nos variamos a abertura da parábola. Quando a>0 a cavidade da parábola se volta para cima, quando a<0 a cavidade da parábola ser volta para baixo e quando a é igual a zero não há função quadrática ( vira função afim).

B) Ao variar o coeficiente de primeiro grau "b" nos variamos a posição da função em relação ao eixo y. Quando b<o a função intercepta o eixo y decrescendo e quando b>o a função intercepta o eixo y crescendo e quando b= 0 a função se divide ao meio com o eixo y.

C) Ao variar o tempo independente c nos variamos onde a função interceptará no eixo y.

D) Ao variar o coeficiente do primeiro grau "b" nos variamos o vértice da função, com formato de parábola inversa sendo o seu vértice no eixo y. Quando b<0 o vértice da função esta a esquerda do y, quando b>o o vértice da função estará a direita do y e quando b=0 o y estará no eixo y.

Editar | Excluir | Responder

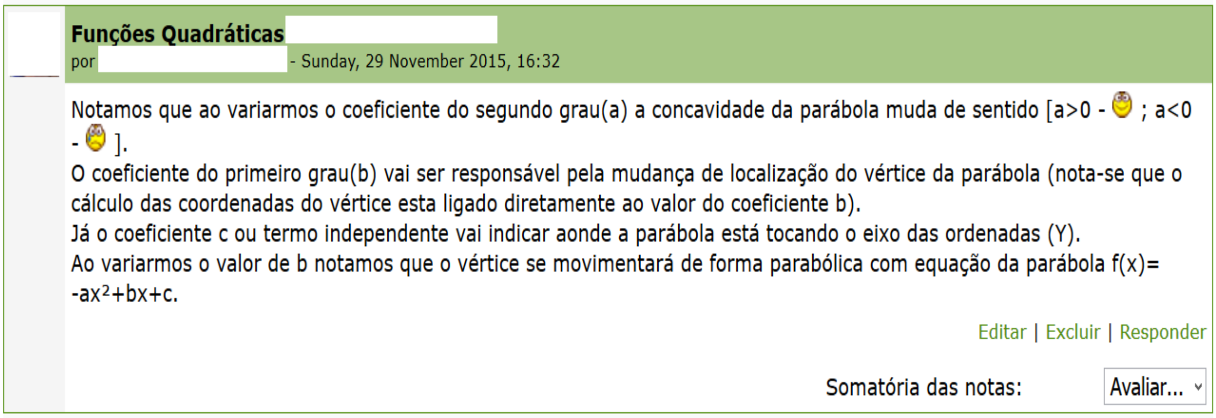
Somatória das notas: Avaliar...

**Fonte: Elaborado pelo autor.**

Por meio da visualização, os licenciandos, em dupla, descrevem suas observações acerca do comportamento do gráfico da função e inferem sobre a variação do coeficiente b. Porém, esses licenciandos não conseguiram determinar a equação da função descrita quando o coeficiente é variado.

As respostas postadas no fórum de outra dupla, apresentadas a seguir, apontam sua percepção da relação existente entre o comportamento do gráfico da função e o coeficiente b. Os estudantes conseguem conjecturar a equação, que descreve o movimento “parabólico” que foi identificado por eles.

Figura 23 - Resposta dos alunos 19 e 26 no fórum de discussão.


**Funções Quadráticas**
por - Sunday, 29 November 2015, 16:32

Notamos que ao variarmos o coeficiente do segundo grau(a) a concavidade da parábola muda de sentido [a>0 - ; a<0 - ].
O coeficiente do primeiro grau(b) vai ser responsável pela mudança de localização do vértice da parábola (nota-se que o cálculo das coordenadas do vértice esta ligado diretamente ao valor do coeficiente b).
Já o coeficiente c ou termo independente vai indicar aonde a parábola está tocando o eixo das ordenadas (Y).
Ao variarmos o valor de b notamos que o vértice se movimentará de forma parabólica com equação da parábola f(x)= -ax²+bx+c.

Editar | Excluir | Responder

Somatória das notas: Avaliar...

Fonte: Elaborado pelo autor, 2015.

Reconhecemos que a correspondência estabelecida entre o gráfico e o coeficiente b, da função quadrática em questão, impulsionou o desenvolvimento do pensamento matemático. Assim, a visualização proporcionada nesta tarefa possibilitou a elaboração de raciocínio que instituiu uma nova forma de pensar a função quadrática. Verificando que, um novo conhecimento matemático adveio das reorganizações do coletivo pensante seres-humanos-com-mídias ao realizarem no GeoGebra na busca das proposições iniciais (BORBA, 2014, TIKHOMIROV, 1981).

Borba e Villarreal (2005) enunciam que diferentes tecnologias da inteligência têm, ao longo da história, condicionado a produção de diferentes tipos de conhecimento. Corroborando estas ideias, entendemos que as hipóteses construídas, acerca do comportamento do gráfico da função quadrática, se tornaram possíveis por meio do movimento pensar-com-GeoGebra.

A visualização permitida pelo software trilhou os caminhos para que os alunos percebessem relações de dependência entre os coeficientes da lei de formação da função e, em alguns casos, conjecturasse uma relação algébrica para descrever o comportamento da parábola na variação do coeficiente b. Desse modo, confiamos que as proposições levantadas pelos licenciandos, dificilmente seriam reveladas com outra tecnologia que não disponibilizasse os mesmos recursos do GeoGebra, como por exemplo, o lápis e papel.

**Sugerimos que os alunos retornem à sala de aula, e juntamente com os professores discutam e apresentem suas percepções.**

Consideramos fundamental a utilização da sala de aula como um espaço de produção coletiva e dialógica que relevam os saberes trazidos pelos estudantes, que promova questionamentos e estimule as alternativas para se resolver um problema (SOUTO, 2013). Deste modo, ressaltamos que, após as postagens no fórum, a tarefa que foi discutida, as observações e hipóteses que foram levantadas pelos licenciandos sejam debatidas em sala de aula, a fim de esclarecer dúvidas e confirmar a veracidade das hipóteses levantadas.

Também percebemos, nesta atividade, que os licenciandos entendem que é necessário pensar a construção do quadrilátero EFGH, de modo que exista uma relação de dependência entre os objetos geométricos. Neste caso, a simples construção de uma figura simétrica se tornou um problema matemático que careceu de uma estratégia para ser solucionado, uma vez que os alunos não puderam utilizar o comando ‘simetria’ no objeto geométrico.

As atividades descritas aqui careceram de tempo aproximado de duas horas aulas.

## Algumas considerações

As experiências, aqui relatadas, são possibilidades para você, professor ou professora, que deseja incorporar as TDEM à sua prática e proporcionar momentos de produção de conhecimento matemático para estudantes de licenciaturas ou para docentes em formação continuada. Contudo, não há intenção em tal material de ser uma proposta fechada.

Ressaltamos que as oficinas ao serem desenvolvidas com licenciandos em matemática, apontaram que os estudantes juntamente com o GeoGebra constituíram um coletivo pensante *homem-GeoGebra*[3] que produziu novos conhecimentos matemáticos. As atividades propostas também permitiram que os licenciandos mobilizassem saberes necessários à docência.

Ao refletirmos sobre a utilização de Tecnologias Digitais educacionais na Educação Matemática, destacamos que os licenciandos perceberam que existe distinção na forma de apropriação de tais tecnologias. De modo que nosso estudo aponta que os estudantes percebem que o uso das TD na produção de conhecimento matemático se relaciona com a perspectiva metodológica que o docente adota em sua prática.

Quanto ao entendimento sobre a incorporação do uso do computador no processo de ensino-aprendizagem, consideramos que alguns alunos conceberam que as TD podem suplementar este processo, ou seja, a tecnologia pode contribuir como um aditivo ao processamento da informação. Entretanto, outros licenciandos discordam deste entendimento e entendem que a produção de conhecimento é modificada quando a TD atua na organização do pensamento humano em coletivos pensantes homem-coisas (TIKHOMIROV, 1981).

Mas nem tudo são flores...

[3] Souto (2012) conjectura que a produção de conhecimento matemático pode ser influenciada diretamente pela comunicação dialógica entre humanos e não humanos (diversos meios de comunicação social, entre os quais incluímos o GeoGebra). Caracterizando assim um coletivo pensante homem-GeoGebra.

Destacamos a importância do espaço com condições favoráveis para o desenvolvimento do trabalho com TD. Durante o semestre no qual estivemos acompanhando a turma da licenciatura investigada, nos deparamos com alguns desafios relacionados à estrutura física, que precisaram ser contornados de modo que, foi preciso improvisar. Assim, relevamos a importância do planejamento ao se propor a trabalhar com recursos tecnológicos.

Enfim, almejamos neste trabalho produzir material didático com foco no uso das Tecnologias Digitais na Educação Matemática, que possa propiciar momentos de formação de professores e também de estudantes da educação básica. Assim, as oficinas ministradas na disciplina compuseram um cenário de múltiplas contribuições para a formação desses licenciandos, para os mestrandos e professores que estavam envolvidos neste trabalho, uma vez que a formação do professor é constante e nunca está acabada.

O produto educacional elaborado estará disponível na página de Produtos Educativos do Programa Educimat, no link http://educimat.vi.ifes.edu.br/?page_id=1409.

Entendemos que este produto é fruto de uma experiência que contribuiu na formação de licenciandos e discentes que participaram da pesquisa na qual este material se origina. Entretanto, estas contribuições não se esgotam com as discussões iniciadas em nossa pesquisa e compartilhadas aqui. Esperamos que essas experiências sejam reflexões e possam incentivar outras experiências  a serem vivenciadas e divulgadas a partir desta.

## Referências


BORBA, M. C. SILVA, R. S.R. GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais emEducação Matemática**. Sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

GRAVINA Maria Alice. **Os Ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** 2001. UFRGS, Porto Alegre, 2001.

KAWASAKI, T. F. **Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudanças na formação continuada de professores**. Universidade Federal de Minas Gerais Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Belo Horizonte – 2008.

PAPERT, S. **Instrucionismo versus construcionismo**. In: S. Papert, A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da Informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PIMENTA, S.G. **Professor: formação, identidade e trabalho docente**. In: S. G. Pimenta, Saberes pedagógicos e atividades docentes. São Paulo: Cortez, 2012.

SOUTO, D. L. P. **Refletindo sobre o papel do *software* GeoGebra na produção de conhecimentos matemáticos construídos por um coletivo pensante formado por humanos e mídias.** 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237-9657, 2012, p.22-36.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. Bolema– Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

TIKHOMIROV, O. K. **The theory of activity changed by information technology**. In Engestrom, Y.; Miettinen, R. Punamaki, R. (Ed.). Perspectives on Activity Theory. New York: Cambridge University Press. pp 347-359, 1989.

VALENTE, José Armando. **Por Quê o Computador na Educação.** Em José Armando Valente (Org.), Computadores e Conhecimento: repensando a educação (pp. 24-44). Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1998.

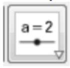
VALENTE, José Armando. **Formação de Profissionais na Área de Informática em Educação**. José Armando Valente (Org.), Computadores e Conhecimento: repensando a educação. Campinas: Gráfica da UNICAMP 1993.

# ANEXOS

## Anexo A – Atividade da oficina “*Explorando funções quadráticas*”

Nesta atividade vamos explorar as funções polinomiais do segundo grau ou funções quadráticas.

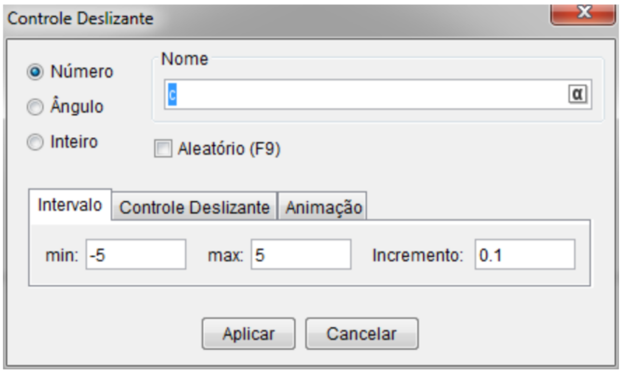
Uma função quadrática tem o formato $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$, onde $a$, $b$ e $c$ são números reais e $a$ é diferente de zero.

A ideia é explorarmos uma função quadrática qualquer e compreender como os coeficientes interferem na função. Vamos fazer isso a partir da representação gráfica da função. Para tanto iremos utilizar um recurso do GeoGebra chamado **Controle Delizante -** 

. Essa ferramenta cria uma variável e permite que possamos alterar o seu valor de forma rápida.

Crie três controles deslizantes: *a*, *b* e *c*.

Ao criar um controle aparecerá a seguinte janela:




Os valores de máximo e mínimo podem ser os que já aparecem na janela, -5 e 5, respectivamente.

O incremento representa o valor de variação do controle, ou seja, a cada variável sofrerá uma variação de 0,1. Cada variável assume, inicialmente, o valor 1. Variando o controle ele assumirá os valores 1,1, 1,2, 1,3, ... ou 0,9, 0,8, 0,7...

Crie a função usando como referência os controles criados. Digite no campo de entrada (parte inferior da janela) a função: **f(x)=a*x^2+b*x+c**

* representa a multiplicação e ^representa a potência.

Daqui pra frente é com você!

A tarefa consiste, portanto em buscar respostas às questões apontadas. Sistematize essas respostas e faça uma postagem no fórum de discussão.

Questões para serem respondidas:

a) O que acontece quando variamos o coeficiente de segundo grau (*a*)? Qual a relação entre os valores de *a* e o comportamento da representação gráfica da função?

b) O que acontece quando variamos o coeficiente de primeiro grau (*b*)? Qual a relação entre os valores de *b* e o comportamento da representação gráfica da função?

c) O que acontece quando variamos termo independente (*c*)? Qual a relação entre os valores de *c* e o comportamento da representação gráfica da função?

d) Habilite o traço do vértice da parábola. O que acontece quando variamos o coeficiente de primeiro grau (*b*)? Determine a equação da função descrita pelo vértice quando *b* é variado.

Agência Brasileira do ISBN
9 788582 633212
ISBN:978-85-8263-321-2