

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA**

Saraí Oliviera Silva

PRODUTO EDUCACIONAL

UMA PROPOSTA PARA O USO DE TABELAS NO ESTUDO DE FUNÇÕES

Orientadora: Profa. Dra. Dora Soraia Kindel

Produto educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação em Matemática e Ciências.

Seropédica (RJ)
Agosto, 2017

Sumário

❖ Introdução.	1
❖ Compartilhando experiências	4
❖ Sugestões de tarefas	13
❖ Nota das pesquisadoras	15
❖ Referências	21

Introdução

A proposta deste trabalho resulta de um estudo realizado com estudantes do Ensino Médio para identificar quais eram suas concepções sobre o conceito de função, e que revelou que para esses estudantes função era uma conta. Uma concepção muito limitada do conceito e que pode implicar em dificuldades à sua aplicação em determinados problemas, por exemplo, os de variação.

É importante frisar, que por definição, função é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento x , de um determinado conjunto X , um único elemento y , também designado por $f(x)$, pertencente a um conjunto Y , onde X e Y são dois conjuntos quaisquer, distintos ou não (LIMA et. al., 2006, p. 38). E que esta definição é fruto de mais de três séculos de tentativas de se elaborar uma definição para um conceito, que como bem nos lembra Caraça (1951), surgiu da necessidade do homem de elaborar explicações para variações de ordem qualitativa, decorrentes de variações de ordem qualitativa, observadas nos fenômenos de diversas naturezas, os físico principalmente.

A inserção do tema função entre os temas a serem abordados no ensino secundário, de acordo com Braga (2006), está diretamente relacionada com a implantação da Matemática na grade de disciplinas do curso secundário. O autor relata que a Matemática enquanto disciplina escolar foi instituída no Brasil na primeira metade do século XX, a partir da unificação de três outras disciplinas escolares daquela época: Álgebra, Aritmética e Geometria. Implantada primeiro no curso secundário do Colégio Pedro II, do Rio de Janeiro, no ano de 1929, e posteriormente nas demais escolas do país, a partir de uma portaria ministerial publicada em 30 de junho de 1931, a nova disciplina tinha a função de promover no Brasil concepções de um movimento reformista internacional, do ensino de matemática, no secundário, cujas ideias já vinham sendo difundidas e adotadas também em outros países.

O autor esclarece que esse movimento em prol da modernização do ensino de matemática no secundário, ocorrido no início do século XX, tinha suas raízes principalmente na Alemanha, na Inglaterra, na França e nos Estados Unidos, e que um de seus principais líderes era o matemático prussiano-alemão Christian Felix Klein (1849 – 1925), cujas ideias para a reforma do ensino da Matemática no secundário incluíam:

Introduzir noções do Cálculo Infinitesimal entre os conteúdos da escola secundária;

Incluir o conceito de função com o papel de ideia coordenadora das diversos assuntos da matemática escolar;

Procurar desenvolver o pensamento funcional do aluno desde as séries iniciais;

Fomentar as conexões entre as diversas partes da matemática (BRAGA, 2006, p.57).

Embora essas ideias não tenham vingado de todo, elas deixaram um legado. Passado mais de oitenta anos, a noção de função continua desempenhando papel importante no ensino secundário brasileiro, como mostra Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, PCN+(2002).

O estudo de funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das Ciências, necessárias para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo varias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p. 121).

No que se refere ao ensino de funções no PCN recomenda-se que:

o ensino pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado (BRASIL, 2002, p.121).

Ainda sobre o ensino de funções, no documento são apresentadas as seguintes considerações:

se o único caso de funções inversas que os alunos verão no ensino médio forem as funções exponencial e logaritmo, não há necessidade de todo o estudo sobre funções injetoras, sobrejetoras e inversíveis, assim como se o foco do estudo estiver na análise de gráficos e nas aplicações da função logarítmica, podemos questionar por que estudar cologaritmos, característica e mantissa (BRASIL, 2002, p.121).

Cabe mencionar, que função é o tema principal do programa de Matemática da primeira série do Ensino Médio, como nos recorda Elon Lages Lima (2013).

Na investigação que realizamos com um grupo de estudantes a primeira série do Ensino Médio (SILVA, 2017), identificamos que a principal concepção sobre função dos estudantes investigados, era de que se tratava de uma conta, que reflete, no nosso entender, uma “concepção operacional do conceito”, isto é, função “é concebida como um produto de certo processo” (SFARD, 1991, 1992, 1994 apud MOURÃO¹, 2002, p.276).

¹ Para saber mais sobre *concepção operacional*, leia o artigo *A teoria de reificação de Anna Sfard: O caso das funções*, de Ana Paula Mourão (2002), disponível em: http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_17_APMourao.pdf.

Para Dewey (apud GUIMARÃES, 2010), concepções no caráter de “significados estabelecidos” se constituem, para um indivíduo, em instrumentos empregados na identificação, suplementação e sistematização das coisas, daí a importância que o autor atribui as concepções, conforme explica Guimarães (2010):

Da estabilidade com que as concepções são estabelecidas decorre a sua importância que Dewey caracteriza por uma tripla qualidade instrumental, quando as apresenta como instrumentos de “identificação” (identification), de “suplementação” (supplementation) e de “sistematização” (placing in a system). Enquanto instrumentos de identificação, as concepções possibilitam-nos distinguir, por exemplo, um objecto de outros objectos e reconhecê-lo como membro de uma determinada classe de objectos. Uma vez realizada a identificação, as concepções, como instrumentos de suplementação, permitem que todo o património conceptual de que dispomos possa ser aplicado sobre esse objecto e que lhe atribuamos as qualidades dos objectos da classe a que pertence, mesmo que ainda não observadas. Por fim, como instrumentos de sistematização, as concepções permitem inserir o objecto identificado num sistema global de relações e de interações com outros objetos (GUIMARÃES, 2010, p. 85, aspas do autor).

Para Spangler (apud SEGURADO E PONTE, 1998) a relação existente entre concepções e aprendizagem traz à tona a questão de se saber como influenciar essas concepções.

Acreditamos que sondar o estudante a respeito das suas concepções e do seu conhecimento, talvez deva ser a primeira medida a ser adotada nessa direção.

Nesse sentido, as palavras de Rômulo Lins (1999) revelam aspectos realtivos à adoção dessa medida, que estão para além da simples escuta, ou leitura, daquilo que os estudantes têm a informar, revelam, antes, a nossa disposição para conhecê-los um pouco melhor, e levarmos isso consideração no planejamento do trabalho que temos a intenção de desenvolver com eles.

Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); Preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (LINS, 1999, p. 85).

Ponte (1992), no entanto, revela que as concepções “não se reduzem aos aspectos mais imediatamente observáveis do comportamento e não se revela com facilidade – nem aos

outros nem a nós mesmos”. E que, portanto, identificar-lhes “exige uma abordagem especialmente imaginativa”. Para o autor, “mais do que fazer perguntas directas, é preciso propor tarefas, situações e questões indirectas mas reveladoras que ajudem as concepções a evidenciar-se” (PONTE, 1992, p. 34-35).

Nesse sentido, neste trabalho buscamos compartilhar com o leitor, a maneira que nós encontramos para sondar as concepções sobre função, de um grupo de estudantes da primeira série do Ensino Médio. E, também, apresentar algumas sugestões de tarefas matemáticas, sobre funções, que propõem mobilizar algumas noções já familiares para os estudantes, como a de efetuar cálculos, por exemplo.

A nossa prerrogativa é o uso de tarefas, talvez, não convencionais no ensino de Matemática – como solicitar que *escreva sobre* – porém, com as quais os estudantes já se encontram familiarizados, afinal, quem nunca *escreveu sobre* algo.

Em seguida, compartilhamos a nossa experiência de levar os estudantes a escreverem sobre função.

Compartilhando experiências

Tempestade de Ideias: Uma maneira encontrada para levar os estudantes a escreverem sobre função

O que faremos a seguir é apresentar um relato detalhado da nossa experiência com uma atividade, denominada Tempestade de Ideias, que usamos no levantamento realizado com os estudantes para sondar suas concepções sobre função.

Cabe mencionar esta atividade é uma adaptação de uma atividade homônima, realizada por que Kindel (2012), ao investigar as concepções de infinito de um grupo de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. Na versão da pesquisadora, realizada em um ambiente virtual, esta convidou cada licenciando que tomou parte do estudo, a postar a primeira palavra que lhe veio a mente ao ler a palavra infinito quando esta foi escrita no “whiteboard” de uma sala de aula virtual. A autora avaliou que esta atividade, a qual nomeou como Tempestade de Ideias, foi de grande proveito para seu trabalho, pois contribuiu inclusive para ampliação do rol de metáforas para infinito, em seu trabalho. Assim, com base na experiência de Kindel (2012), decidimos usar essa atividade em nossa pesquisa.

Descrevendo as nossas Tempestades de Ideias.

Antes de realizarmos a Tempestade de Ideias para levantarmos os significados da

Palavra função para os estudantes, consideramos oportuno realizar uma primeira experiência com a essa atividade, com o propósito de fazer com que os alunos e a professora se familiarizassem com a dinâmica da atividade, além de avaliar seu potencial junto às turmas participantes, verificar quais seriam suas fragilidades, naquele contexto; e se os alunos entenderiam a proposta e participariam de forma a colaborar com a pesquisa.

Primeiras experiências com a tempestade de ideias

Demos início à atividade explicando para os alunos como esta ocorreria isto é, informando que uma palavra seria escrita no quadro e que a partir dela cada aluno deveria escrever outra, aquela que viesse a mente, enfatizando não haver a necessidade de se preocuparem com o fato de a palavra fazer ou não sentido; e que esse procedimento ocorreria em dois momentos: depois de ter lido a palavra escrita pela professora e depois ter lido todas as palavras ditas pela turma e escritas no quadro pela professora. Foi informado ainda que ao final todos deveriam entregar a professora um texto com aquelas palavras que estavam no quadro, e que objetivo daquela atividade era o de identificar o significado de determinadas palavras naquele meio.

Como era a sua primeira experiência com a Tempestade de Ideias, e havia o receio de que os alunos não quisessem participar, a professora preocupou-se em escolher palavras sobre as quais os alunos tivessem algo a dizer, palavras que de alguma forma estivessem presentes no cotidiano desses alunos. Desse modo foram escolhidas as palavras BOLA para a turma T4, CONJUNTO para a T3 e ROSA para a T2.

A turma T3 foi a primeira a realizar a Tempestade de Ideias e com a palavra CONJUNTO, que foi escrita pela professora no quadro branco da sala de aula. No papel, cada estudante, como solicitado, escreveu uma palavra a partir da palavra dada. As palavras escritas foram: *as 3 marias, conjunto de estrelas, roupas, galáxia, mochila, maçã e nada*. Os sete (7) estudantes que estavam presentes na sala de da turma T3, na ocasião, participaram desta atividade.

No quadro, ao redor da palavra conjunto CONJUNTO, a professora escreveu todas as palavras que estavam nos papéis recolhidos e pediu então que os estudantes as lessem e que se tivessem interesse apresentassem mais palavras para juntar as que lá estavam. Assim, ao redor das primeiras palavras escreveu as outras palavras que foram ditas pelos estudantes: *mundo, preto e branco, eternidade, amor, infinito, universo, material, planetas, estrelas, jamelão, pessoas*. Terminada a fase das sugestões, a professora solicitou que escrevessem o texto, informando que poderia ser feito em qualquer formato e com qualquer quantidade de linhas. Recolhidos os textos a atividade foi dada por encerrada.

Todos os procedimentos relacionados ao desenvolvimento da atividade foram repetidos também nas outras duas turmas.

A turma T2 foi a segunda a realizar a Tempestade de ideias e com a palavra ROSA. Os procedimentos iniciais foram os mesmo que foram feitos com a turma T3.

As primeiras palavras que surgiram foram: *flor, pétala, cor, perfume, flor*. Depois surgiram as palavras: *pixador, lápis, giz de cera, apontador, carro, hidrocor, cama, lâmpada, guarda-vestido, mochila, iogurte, caderno, maquiagem, caneta, batom, roupa, armários de quarto, borracha, planta, esmalte, lápis*. Terminada a fase das sugestões de palavras, iniciou-se a escrita do texto. A atividade foi dada como encerrada quando os textos foram recolhidos.

Na turma T4, a Tempestade de Ideias foi realizada com a palavra BOLA. As primeiras palavras que surgiram foram: *extrovertido, chutar, falta, sair, pôquer, correr, jogar, queimada, pênalti*. Depois surgiram as palavras: *x-tudo, emoção, easy, ao cubo, royal-flush, alegria, sentimento, árduo, amizade*.

Assim como nas duas outras turmas em que a atividade foi realizada foi solicitado que os estudantes elaborassem um texto em formato livre e com qualquer quantidade de linhas e após recolhido o texto a atividade foi encerrada.

No dia em que a tempestade de ideias foi realizada, havia sete (7) estudantes na turma T3, seis (6) na T2, e nove (9) na T4. Estes estudantes demonstraram haver entendido a proposta da atividade, foram participativos e de maneira espontânea sugeriram as palavras e a elaboraram seus textos.

Diante do exposto pudemos avaliar o potencial da Tempestade de Ideias enquanto metodologia didática, e tendo esta atividade se mostrando adequada aos objetivos da nossa investigação, decidimos que no dia 01/03/2016 seria feita a próxima Tempestade de Ideias e com a palavra FUNÇÃO.

A Tempestade de Ideias com a palavra função

Como planejado anteriormente, a Tempestade de Ideias com a palavra FUNÇÃO seria realizada com as turmas T2, T3 e T4, no dia 01/03/2016. No entanto, em virtude de problemas relacionados à rotina escolar, a atividade só ocorreu na turma T4.

As turmas T2 e T3 só vieram a fazer a Tempestade de Ideias com a palavra função no início do mês de abril.

As primeiras gotas

Aos estudantes foi entregue um pedaço de papel retangular com a orientação de nele escrever a primeira palavra que viesse a mente ao ler a palavra escrita no quadro pela professora, FUNÇÃO.

Recolhidos os papéis com as primeiras palavras que os estudantes haviam escrito ao ler a palavra FUNÇÃO, estas foram transcritas pela professora no quadro. As palavras foram: *expressão, vulcão, espaço, dever, tranquilo, nada, jogar bola, dormir, exercício, cabrito, equação, empresário, trabalho, chato, emotiva, porque essa idiotice? e trabalhar.*

Os estudantes manifestavam diferentes reações à medida que as palavras iam sendo escritas: surpresa, diversão, estranhamento, rejeição, questionamento, negação. E a professora aproveitou para lembrá-los que o objetivo era levá-los a falar livremente sobre a palavra FUNÇÃO, e que, portanto cada um poderia falar/escrever aquilo que quisesse desde que não fossem palavras ofensivas ou de baixo calão. Foi dado então prosseguimento a dinâmica e as palavras seguintes foram: *estudar, determinação, favorável, tranquilo, todo-mundo-odeia-Cris, objetivo, raiz quadrada e motivação.*

O primeiro passo no sentido de analisar os significados da palavra função para os estudantes foi listar essas palavras e agrupá-las de acordo com algum significado comum que possuísem.

As palavras *jogar bola, dormir, trabalhar, estudar, exercício, trabalho e empresário* foram classificadas como *ação* ou *atividade*; *tranquilo, chato emotiva, porque essa idiotice?, todo-mundo-odeia-Cris e determinação* como *sentimentos* ou *emoções*; e, *expressão, equação e raiz quadrada*, como *cálculo* ou *operação matemática*.

Desse modo foi possível distinguir três categorias de significados:

- Ação/atividade
- Sentimento/emoção
- Cálculo/ operação matemática

Os termos: *vulcão, espaço* e *cabrito* não foi possível enquadrar em nenhuma das três categorias acima citadas.

Quanto aos textos elaborados pelos estudantes, estes acabaram por ficar sem nexo e difíceis de compreender. Acreditamos que isso ocorreu por conta de termos solicitados que tentassem elaborá-los usando, se não todas as palavras citadas, ao menos uma boa parte delas. Por conta desse resultado, nas duas outras Tempestades de Ideias realizadas com a palavra função, nas turmas T2 e T3, apesar de mantermos a coleta de palavras soltas, não solicitamos que escrevessem um texto com todas elas, e sim que a usassem ao completar a frase: função é...,

Cabe mencionar, que uma das principais características da metodologia que usamos na pesquisa que realizamos, a Design-Based Research², são os chamados ciclos iterativos, por meio dos quais o pesquisador tem a possibilidade de promover ajuste na sua proposta de intervenção. Por isso, uma vez identificado elementos que pudessem comprometê-los, nós optamos por excluí-los.

² Para saber mais sobre a metodologia Design-Based Research (DBR), ler MATTA, A.; SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século XXI. Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade v. 23, n. 42, p. 23–36, 2014. Disponível em:< <http://www.revistas.uneb.br/index.php/faeeba/article/view/1025>>.

Outra principal característica desse tipo de metodologia, é o fato de que seja “orientada à solução de problemas específicos, [e] não necessariamente buscando a solução ótima, mas a solução satisfatória para situação”, como pontuam Dresch et. al. (2008, p. 68).

Aquilo que por meio do estudo pode-se verificar se presta a criação de um quadro geral do conhecimento a respeito de determinado tema, porém um quadro formado a partir de múltiplos contextos, onde não se tem a pretensão de ajuizar valor sobre um ou outro quadro, mas compreendê-los do ponto de vista da contribuição que cada um tem a oferece.

Em nosso caso esses ciclos se configuraram a partir de cada implementação da atividade Tempestade de Ideias, realizada em diversos momentos com as três turmas, sendo cada um desses momentos essenciais para sua adequação ao trabalho que tínhamos a intenção de desenvolver.

A Tempestade de Ideias sobre função nas outras duas turmas

A exemplo do que ocorreu na turma T4, nas turmas T2 e T3 os estudantes também participaram ativamente da atividade e colaboraram de forma significativa para que tomássemos conhecimento dos significados da palavra função que circulavam no contexto em a pesquisa estaria sendo desenvolvida. Quanto à decisão de solicitar que completassem a frase esta se mostrou adequada ao nosso objetivo e nos ajudou a elucidar o sentido com que as palavras soltas foram usadas.

Na Tempestade de Ideias com a turma T2, surgiram, primeiro, as seguintes palavras/expressões: *contas, dedicação, resolver uma conta, fazer algo, nada, dedicação ao compromisso, contas e resolver uma conta*; e depois: *compromisso, cumprir algo, conta e contar*.

Na turma T3 surgiram as seguintes palavras: *escola, importante na matemática, obrigação, trabalho, cumprir algo, ordem, cumprir um dever e trabalho*. Nessa turma, houve só um momento de coleta de palavras de palavras soltas, porque os estudantes alegaram não ter mais o que falar. Contudo, todos completaram a frase: função é... .

Quanto à classificação das palavras/expressões mencionadas pelos estudantes dessa turma: *resolver uma conta, fazer algo, nada cumprir algo, trabalho, cumprir um dever, e obrigação* foram classificadas como *ação/atividade*; *dedicação, dedicação ao compromisso, compromisso e*

importante na matemática, como sentimentos/emoções; e contas, resolver uma conta, conta e contar , como cálculo/operação matemática.

Há palavras que podem, no entanto, ser enquadradas tanto na categoria ação/atividade quanto na categoria cálculo/operação matemática, como: *resolver uma conta e contar*. Isso nos levou a questionar se ao invés de três não deveríamos manter apenas duas categorias. Porém, considerando que, o cálculo e operação matemática são ações muito específicas, decidimos manter as três categorias como estavam.

Uma síntese de tudo que foi escrito pelos estudantes sobre função, nesta atividade, é apresentada na figura abaixo, conhecida popularmente por *nuvem de palavra*. A *Nuvem de palavras* é um recurso bastante utilizado no meio digital, principalmente na Internet, e consiste de colocar em evidência palavras que apareçam como maior frequência num texto. Quanto maior a frequência com que determinada palavra aparece no texto, maior é o tamanho da fonte usada na sua exibição.

Essa explicação a respeito da nuvem de palavras pode ser obtida no site da Universidade Federal Fluminense, no endereço: <http://www.uff.br/cdme/lpp/lpp-html/lpp-d-br.html>. Neste endereço, inclusive, pode-se criar nuvens de palavras a partir da inserção de textos numa caixa e dando o comando.

Nós, entretanto, construímos a nuvem de palavras exibida, na página, na internet, do Tagexdo®, um dispositivo on line, que permite a criação, gratuitamente, de nuvens de palavras. O endereço da página é o www.tagexdo.com. Lá se encontram disponíveis todas as instruções para o uso do recurso.

Na figura abaixo (figura 1) apresentamos a *nuvem de palavras* construída a partir de tudo que foi escrito pelos estudantes sobre função, e na qual aparece em destaque os termos empregados com maior frequência.

Este levantamento serviu para que tomássemos conhecimento das idéias dos estudantes sobre o conceito de função, e levou-nos a elaborar tarefas que priorizassem as noções que lhes eram familiares. Ou seja, a idéia de operação e de contas, embora antes do levantamento, tivéssemos pensado em partir de situações problemas.

Outro ponto levado em consideração na elaboração das tarefas é algo pontuado por Ponte (2005) sobre a relação entre atividades realizadas pelos estudantes e aprendizagem. Para o autor, o que os estudantes aprendem resultam, principalmente, de dois fatores: “a atividade que realizam e a reflexão que sobre ela efetuam” (PONTE, 2005, p.1). Assim, no conjunto de tarefas sugeridas, procuramos induzir o estudante à observação e ao relato das suas observações.

Dito isso, segue um roteiro de desdobramento com enfoque nas duas principais ideias manifestadas pelos estudantes sobre função: contas ou operações, e considerando ainda as principais dificuldades identificadas por nós e por outros autores, como o problema de operar com o zero, com números negativos, entre outros.

Com base nessas respostas mantivemos a tarefa a seguir, completar as tabelas das funções dadas, pois ela condiz com as percepções dos estudantes acerca de funções. Ou seja, de que funções é fazer contas.

Entretanto, as tarefas trazem propostas de reflexão sobre este fazer.

Sugestões de tarefas

Tarefa 1: Complete a tabela abaixo, da função $y = x$, para os seguintes valores de x : $x = -3$, $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$.

$y = x$	
X	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Responda:

- O que observou, ao comparar os valores de x com os de y ?
- O que pode afirmar sobre os valores de y , quando os valores de x aumentam?
- Você identifica alguma regularidade na forma como variam os valores de x e de y ?
Caso tenha identificado, registre aqui, ou na própria tabela, o que identificou.

Tarefa 2: Agora, usando o modelo da Tarefa 1, monte a tabela das seguintes funções usando os mesmos valores para x :

a) $y = x^2$

b) $y = x^3$

c) $y = 2^x$

Tarefa 3: Compare os dados das tabelas das funções $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$ e $y = 2^x$ escreva pelo menos cinco características de cada função, com base no que observou.

Tarefa 4: Classifique como Verdadeira ou Falsa cada uma das premissas a seguir, sobre as funções $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$ e $y = 2^x$.

- Cada função apresenta uma regra para se obter um valor de y para x partindo-se de um determinado valor de x . ()
- Tanto na função $y = x$ quanto na função $y = x^3$, quando os valores de x aumentam, os valores de y também aumentam. ()

- c) Na função $y = x^2$ à medida que o valor de x aumenta o valor de y também aumenta. ()
- d) Na função $y = x^2$, o valor de y será sempre um valor positivo independente do valor de x ser positivo ou negativo. ()
- e) Para qualquer das funções: $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$ e $y = 2^x$ quando x é um valor negativo, y também é um valor negativo ()

Tarefa 5: Usando uma calculadora científica construa como na da Tarefa 2, tabelas para as seguintes funções. Depois escreva a respeito do que observa:

- a) $y = 10^x$ b) $y = \log_{10} x$ c) $y = \sin(x)$

Tarefa 6: Construa o gráfico das funções $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = 10^x$, $y = \log_{10} x$ e $y = \sin(x)$.

Nota das pesquisadoras

O trabalho desenvolvido pelos professores em suas respectivas salas de aula é por vezes solitário, sem que tenham com quem compartilhar as suas dúvidas e inquietações. Pensando nisso nós reservamos esse espaço para pontuar algumas questões relativas à aplicação do conjunto de tarefas apresentadas, que decorrem da aplicação destas (ou de similares) durante a pesquisa em que investigávamos as concepções sobre função, de estudantes da primeira série do Ensino Médio, e que podem ser uteis aos professores que desejarem as propor em suas turmas.

A tarefa 1_ Tempestade de idéias _ se configura como uma oportunidade para o professor conhecer melhor o que os estudantes sabem sobre determinados conceitos. Cabe ressaltar que sempre existe a possibilidade de que estes façam outros tipos de associações, como o descrito no nosso trabalho. Por outro lado, estas associações conferem riqueza e diversas possibilidades para a discussão e o desenvolvimento do trabalho.

Evidentemente que o professor pode usar outras estratégias e situações problemas que possam auxiliá-lo nesta tarefa de ouvir seus alunos.

A primeira observação diz respeito ao contexto em que se inserem as tarefas. Aqui são propostas num *contexto*³ *puramente matemático*, mas podem também ser propostas num *contexto da vida real*, partindo da resolução de problema concretos. Caberá ao professor pensar em situação que possa ser modelada por cada função.

A segunda observação é que hoje dispomos de uma série de recursos tecnológicos que podem ser usados no ensino da Matemática, como os programas que geram e formatam tanto tabelas como gráficos, ou ambos, como o Excel®, o Geogebra®, as calculadoras gráficas. Com exceção do Excel, que exige a licença para uso, o Geogebra e os diversos aplicativos de calculadoras gráficas (nós utilizamos a da Matlab⁴), são disponibilizados gratuitamente para celular, tablete e computadores em geral. Há ainda vários tutoriais disponíveis na internet, para quem os queira utilizar. O site do grupo de pesquisa Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática (GEPETICEM), por exemplo, oferecer várias informações sobre o uso do Geogebra. O endereço do grupo, na internet, é o <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/>.

³ Contextos, puramente matemático e da vida, são termos empregados por Ponte (2005) ao referir-se ao teor das tarefas matemática.

⁴ Calculadora gráfica da Matlab, aplicativo disponível para celulares e tablets no Google Play, endereço: <http://play.google.com/store/apps/details?id=us.mathlab.android&hl=pt>

No estudo, quando utilizamos a calculadora científica dos celulares dos estudantes, ocorreram algumas situações que consideramos pontuar e que servem de alerta para cuidados que se deve ter ao propor o seu uso. O primeiro ponto é que algumas calculadoras estão programadas para trabalhar com medida de ângulos em grau e outras em radiano (figura 1). O que nos possibilitou observar essa particularidade foram divergências nos valores informados pelos estudantes para o seno de um (1) (uns informaram 0,8414709848 e outros, 0,0174524064). No entanto levou algum tempo até a professora-pesquisadora aventar essa possibilidade, constatada a partir do cálculo do seno de 30, que em graus, deveria resultar em 0,5. Foi uma situação inusitada, que serve para ressaltar a importância de nos preparar para fazer uso dos recursos tecnológicos, por mais simples que eles possam nos parecer, como é o caso da calculadora.

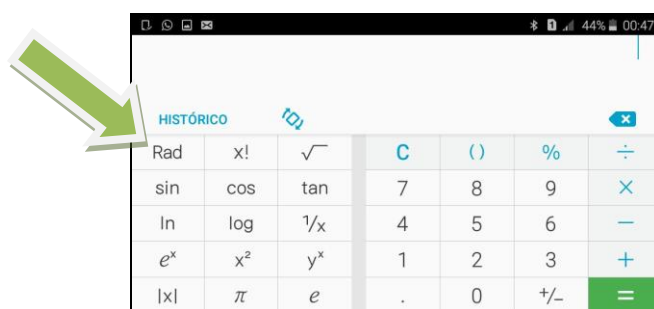


Figura 1: a tecla radiano
Fonte: elaborada pelas autoras

No canto superior esquerdo há a tecla com a inscrição *rad*. Isso já é um indicativo de que a calculadora está programada para trabalhar com o grau. Ao clicar sobre ela a unidade é convertida automaticamente de grau para radiano.

Outra situação que decorreu desse uso da calculadora científica, foi que muitos estudantes tendo identificado a tecla da função logaritmo (ver figura 2), a utilizaram para preencher a tabela dessa função.

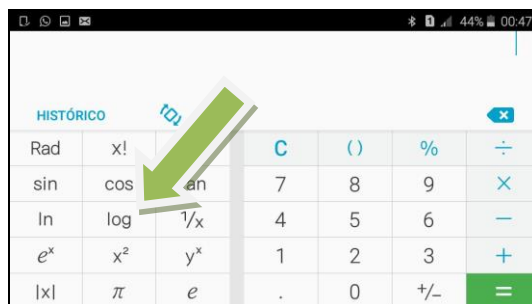


Figura 2: a tecla da função logaritmo
Fonte: elaborada pelas autoras.

Ocorreu, no entanto, dos valores obtidos estarem errados, visto que a o logaritmo fornecido pela calculadora é o da base 10, e o exercício que propusemos a eles era o da base 2. Esse inclusive é o motivo pelo qual, aqui, sugerimos o logaritmo na base 10.

Cabe mencionar que uma das estudantes possuía um aparelho cuja tela da calculadora era a mostrada na figura 3.

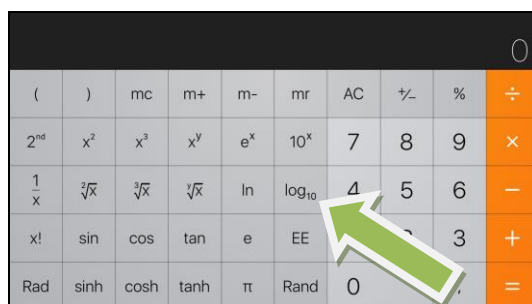


Figura 3: tecla logaritmo com menção a base, 10.
Fonte: elaborado pelas autoras.

Observem que nela a tecla do logaritmo informado a base, 10, ao contrário da mostradas nas figuras 1 e 2. Tendo a estudante se atentado para este detalhe foi consultar a professora-pesquisadora, para saber se “podia” ou não usar aquela tecla. Foi o único caso registrado, no entanto. E é bom dizer que a própria estudante intuiu que não se tratavam da mesma coisa logaritmo na base 2 e logaritmo na base 10, sendo ela e a sua dupla, as únicas que não preencheram a tabela da função logaritmo n base 10.

Todos esses são pequenos detalhes, mas que conferem muitas oportunidades para discussão. No nosso caso, durante a correção coletiva, todas as questões foram pontuadas e discutidas com os estudantes.

O uso da calculadora gráfica (Mathlab) também se revelou muito profícuo. Não se tratou, porém, de uma atividade da pesquisa, mas uma de uma atividade que a professora usou em sala de aula para apresentar aos estudantes os gráficos de todas as funções, com exceção da $y = x$.

A professora-pesquisadora optou pelo uso da calculadora gráfica por acreditar que seria mais rápido para os estudantes aprenderem a manuseá-la, pelo menos, para os exemplos dados. Bastava que o estudante inserisse a função usando as próprias teclas, e ainda definisse o intervalo que queria verificar (figura 4).

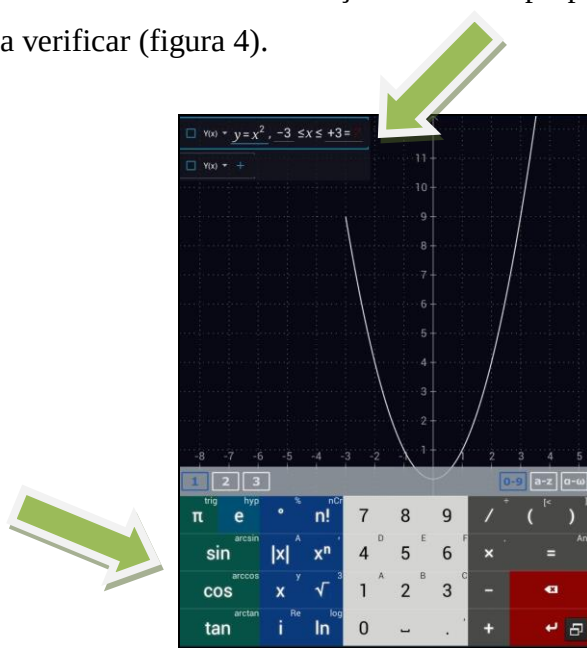


Figura 4: recurso da calculadora gráfica da Mathlab.
Fonte: elaborado pelas autoras

Outro recurso que a calculadora também disponibiliza é uma tabela, contendo uma infinidade de valores para x , e os respectivos valores para y (figura 5).



var	x^2	+
-0.4	0.16	
-0.3	0.09	
-0.2	0.04	
-0.1	0.01	
0.0	0.0	
0.1	0.01	
0.2	0.04	
0.3	0.09	
0.4	0.16	
0.5	0.25	
0.6	0.36	

Figura 4: tabela da calculadora gráfica da Matlab.
Fonte: elaborado pelas autoras

Para mudar de uma tela para outra, basta clicar no ícone assinalado pela seta, na figura 6.

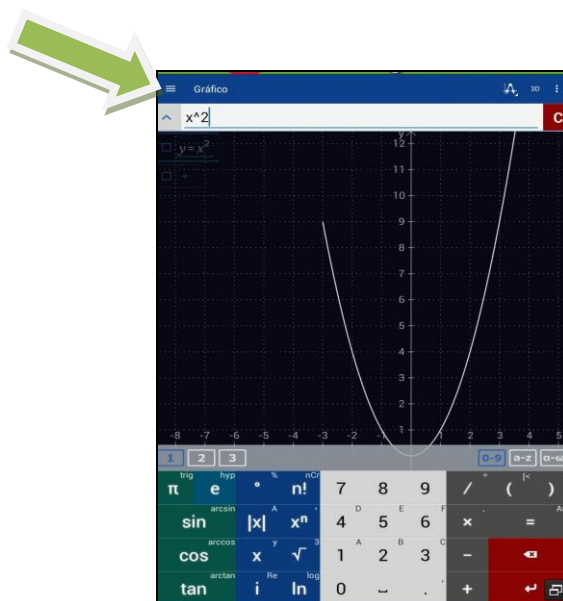


Figura 4: ícone da calculadora gráfica da Matlab para alterar a representação da função.
Fonte: elaborado pelas autoras.

A terceira observação diz respeito a que x^2 , $2x$ e $x + x$, para x valendo 0 ou 2 apresentam o mesmo resultados. É uma boa questão para começar problematizar a ideia de que quadrado nem sempre é dobro, o que parece ocorrer para alguns estudantes.

Estas são apenas algumas poucas observações que servem para alertar o professor quanto a atenção de avaliar cuidadosamente cada atividade, tentando antever sua aplicação e os desdobramentos que podem suscitar.

Esperamos, ainda que de maneira simples, contribuir com professor, e que possa ele fazer bom proveito das “dicas” e das atividades apresentadas, a título de sugestão, para introduzir o estudo de funções.

Referências

- BOTELHO, L., REZENDE, W. Um Breve Histórico do Conceito de Função. Caderno Dá-Licença. Instituto de Matemática. Universidade Federal Fluminense, v. 6, p. 63-76, Niterói, 2007. Disponível em: http://www.uff.br/dalicensa/images/stories/caderno/volume6/UM_BREVE_HISTÓRICO_DO_CONCEITO_DE_FUNÇÃO.pdf. Acesso em: 16/01/2016.
- BRAGA, Ciro. *Função: a alma do ensino da Matemática*. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006. 172 p.
- BRASIL. Guia de livros didáticos: PNLD 2015: matemática: ensino médio. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014. 108p.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Básico. Parâmetros Curriculares do Ensino. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Orientações educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002.
- DANTE, L. R.; Matemática: contexto & aplicações/ Luiz Roberto Dante. - 2. ed. – São Paulo: Ática. 2013.
- IEZZI, G., DOLCE, O., DEGENSZAJN, D., PÉRIGO, R. e ALMEIDA, N. de. Matemática ciência e aplicação 1º ano. Ed. Saraiva, 2011.
- MENDES, F. Uma experiência de ensino centrada na multiplicação: especificidades e desafios. Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática, p. 29-31, 2014
- KINDEL, D. S. Um Ambiente Colaborativo a Distância: licenciandos dialogando sobre os infinitos. 280 fls. Tese Doutorado em Educação Matemática. São Paulo: Universidade Bandeirante. 2012.
- KINDEL, D.S. Um ambiente colaborativo a distância: Licenciandos Dialogando sobre os Infinitos. 2012. 280fls. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.
- LIMA, E. L. Números e Funções Reais. Rio de Janeiro: SBM, 2013 (Coleção PROFMAT)
- MATTA, A.; SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século

XXI. Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade v. 23, n. 42, p. 23–36, 2014. Disponível em:< <http://www.revistas.uneb.br/index.php/faeeba/article/view/1025>>. Acesso em: 14/12/2015.

MATTA, A.; DE ALMEIDA SANTIAGO, R. C. C. O contexto e sua relevância numa pesquisa Design-based research. ARTEFACTUM-Revista de estudos em Linguagens e Tecnologia, v. 12, n. 1, 2016. Disponível em <<http://artefactum.rafrom.com.br/index.php/artefactum/article/view/926>>. Acesso: 10/02/2016.

MOURÃO, Ana Paula. A teoria da reificação de Anna Sfard: O caso das funções. In: Ponte, J. P. et al (Orgs.) Actividade de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professore. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da SPCE (Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação), 2002: pp. 275 – 289.

OLIVEIRA, P. C.; PIRES, R. F. O conceito de função na Educação Básica via registros de representação semiótica. Reflexão e Ação (Online), v. 20, p. 215-239, 2012. Disponível em: <https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/3038/2246>.

PIRES, R. F. (2014). Função: Concepções de professores e estudantes dos ensinos Médio e Superior. Tese de doutorado em Educação Matemática, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PIRES, R. F. ; MERLINI, V. ; MAGINA, S. M. P. . Função: Concepções manifestadas por um grupo de professores. Educação Matemática em Revista, v. 20, p. 21-29, 2015. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/431/pdf>. Acesso: 10/02 /2016.

PIRES, R. F. ; SILVA, B. Função: Concepção daquele que ensina e daquele que aprende. EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 5, p. 1-25, 2015. http://www.gente.eti.br/revistas/index.php/emteia/article/download/241/pdf_61. Acesso: 10/02 /2016.

RIO DE JANEIRO. Secretaria de Estado de Educação. Currículo Mínimo Estadual: Matemática. Rio de Janeiro, SEEDUC, 2012. 24p.

PONTE, J. P. da (1992). Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In M. Brown; D. Fernandes; J. F. Matos & J. P. Ponte, Educação Matemática: Temas de Investigação. Lisboa: IIE, p. 185-239.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de Matemática. Revista Educação e Matemática, APM, Portugal, n. 15, p. 3-9, 1990.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento Curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

SANTIAGO, R. C. C. de A., MATTA, A. E. R., da Silva, F. P. S (2016). Metacognição: Construindo conhecimento sobre a metodologia Desing-based research- DBR e sua utilização na educação a distância. Associação Brasileira de Educação à Distância – ABED – Congresso Internacional ABED de Educação a Distância – CIAED. Disponível em: <http://http://www.abed.org.br/congresso2016/trabalhos/63.pdf>. Acessado: 15/09/2016.

SFARD, A. Operational origins of mathematical objects and reification – The case of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). The concept of function – Aspect of epistemology and pedagogy, *MMA Notes* 25, p. 59 – 84, 1992.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). The concept of function – Aspect of epistemology and pedagogy, *MMA Notes* 25, p. 25 - 58, 1992.

REZENDE, Wanderley Moura ; PESCO, D. U. ; BORTOLOSSI, H. J. . Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, v. 1, p. 74-89, 2012.

SOUZA, V. M. ; MARIANI, V. C . Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função. In: V EDUCERE, 2005, Curitiba. Anais...Curitiba. 2005. p. 1-12. Disponível em: <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/com/TCCI021.pdf>>. Acesso: 20 jul. 2016.

ZUFFI, E. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. Educação Matemática em Revista, 8, no 9/10, abril, 2001. Biografia de James Gregory. Disponível em: <http://www.sobiografias.hpg.ig.com.br/JameGreg.html>. Acesso: 20 jul. 2016.