

NARRATIVAS SOBRE O CONCEITO DE DIVISÃO  
EM GRUPO DE ESTUDOS



ORGANIZADORAS  
Lydia Marcia Braga Bazet  
Sandra Aparecida Fraga da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA  
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

***NARRATIVAS SOBRE O CONCEITO DE  
DIVISÃO EM GRUPO DE ESTUDOS***

ORGANIZADORAS

*Lydia Márcia Braga Bazet*

*Sandra Aparecida Fraga da Silva*

Vitória, Espírito Santo | 2015

# Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - IFES

## Denio Rebello Arantes

Reitor

## Araceli Verônica Flores Nardy Ribeiro

Pró-Reitora de Ensino

## Marcio Almeida Có

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

## Renato Tannure Rotta de Almeida

Pró-Reitor de Extensão e Produção

## Lezi José Ferreira

Pró-Reitor de Administração e Orçamento

## Ademar Manoel Stange

Pró-Reitora de Desenvolvimento Institucional

# Diretoria do Campus Vitória do IFES

## Ricardo Paiva

Diretor Geral do Campus Vitória – IFES

## Hudson Luiz Cogo

Diretor de Ensino

## Márcia Regina Pereira Lima

Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

## Sergio Zavaris

Diretor de Extensão

## Sergio Kill

Diretor de Administração

## Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática

Av. Vitória, 1729 – Jucutuquara. Prédio Administrativo, 3o. andar. Sala do Programa Educimat.  
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040 780

### Comissão Científica

**Dr<sup>a</sup> Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner - D. Ed. - UFES**

**Dr<sup>a</sup> Maria Auxiliadora Vilela Paiva - D. Mat. - IFES**

**Dr. Edmar dos Reis Thiengo - D. Ed. - IFES**

**Dr<sup>a</sup> Dilza Côco - D. Ed. - IFES**

---

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

N234 Narrativas sobre o conceito de divisão em grupo de estudos / Lydia Marcia Braga Bazet, Sandra Aparecida Fraga da Silva, organizadoras. – Vitória : Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2015.

117 p. : il. ; 15 cm.

ISBN: 978-85-8263-070-9

1. Professores de matemática - Formação. 2. Professores – Educação (Educação permanente). 3. Prática de ensino. 4. Educação. I. Bazet, Lydia Marcia Braga. II. Silva, Sandra Aparecida Fraga da. III. Instituto Federal do Espírito Santo. IV. Título.

CDD: 370.71

---

Copyright © 2015 by Instituto Federal do Espírito Santo

Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto No. 1.825 de 20 de dezembro de 1907. O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Observação:

Ebook para livre reprodução desde que citado autoria.

Material bibliográfico eletrônico e impresso.

## Editora IFES

### Pró-Reitoria de Extensão e Produção

Av. Rio Branco, no. 50, Santa Lúcia | Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255 | Tel. (27) 3227-5564

E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Revisão ortográfica

## Maria Queiroz Nader

Capa

## Eglalciane de Lyrio Tongo

## Jesley de Barros

Editoração Eletrônica

## Jesley de Barros

Produção e Divulgação

## Programa Educimat, IFES

# Sumário

Prefácio | 5

Apresentação | 11

Cap 1 - Aprendizagens docentes e práticas pedagógicas no ensino de divisão em grupos de estudos | 17

*Lydia Marcia Braga Bazet, Sandra Aparecida Fraga da Silva.*

Cap 2 - Aspectos da avaliação diagnóstica e da interpretação da divisão nos anos iniciais do ensino fundamental | 33

*Zleinda Schultz Kuster, Jaqueline Magalhães Brum, Jéssica Schulz Kuster, Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.*

Cap 3 - Contribuições do grupo de estudo no planejamento e realização de uma aula sobre divisão | 49

*Carla Augusta de Carvalho, Lauro Chagas e Sá, Lydia Márcia Braga Bazet.*

Cap 4 - A construção do conceito de divisão: estratégias próprias na resolução de problemas | 63

*Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman, Adriana Piumatti de Oliveira, Sheila Rohr de Souza.*

Cap 5 - Estratégias utilizadas por crianças na educação infantil ao resolver um problema de divisão | 85

*Dayane de Souza Gomes, Thamires Belo de Jesus, Daniel Moreira dos Santos.*

Cap 6 - Explorando a resolução de situações-problema do conceito matemático de divisão no ensino fundamental | 99

*Alessandra Senna, Cátia Aparecida Palmeira, Elcio Pasolini Milli, Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner.*

Sobre os autores | 111



## Prefácio

Com entusiasmo introduzimos esta obra realizada colaborativamente por professores participantes do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo [GEEM-ES]. As atividades do GEEM-ES iniciaram-se em 2006 e a trajetória desde o início tem sido de conquistas e desafios. O GEEM-ES é formado por professores da educação básica, por alunos de graduação e pós-graduação e por pesquisadores de educação matemática. Neste grupo professores de educação infantil, ensino fundamental, ensino médio e ensino superior, e estudantes de graduação e pós-graduação estudam e trabalham de forma colaborativa em seus encontros. Os professores reúnem-se semanalmente por cerca de duas horas para trocar ideias, estudar e compartilhar momentos prazerosos e de dúvidas em aulas de matemática.

Assumimos uma postura de respeito pelo trabalho diferenciado, experiência de sala aula, e identidade profissional de cada participante do grupo. Essa nossa postura vem contribuindo para podermos interagir, dialogar, trocar ideias, estudar, aprender, refletir, questionar, criticar, tomar consciência e planejar ações conjuntas como profissionais que são coaprendizes, pois aprendem junto com seus parceiros e refletem criticamente durante os espaços e os tempos criados no grupo de estudos (JAWORSKI, 2001) e que agem como amigos críticos (COONEY & KRAINER, 1996; SILVA, 2009), que compartilham, trabalham e decidem a respeito de ações educativas de modo colaborativo. Assim nós nos aprimoramos como professores que desenvolvem seus conhecimentos

metacognitivos de si próprios enquanto aprendizes e enquanto professores-educadores que pensam a respeito de seus conhecimentos (do que sabem e do que não sabem), refletem acerca de seus conhecimentos e aprendem a gerenciar e avaliar os mesmos (SANTOS, 1997).

No grupo estuda-se e discute-se primordialmente matemática, educação matemática e educação. Dentre os objetivos do grupo destacam-se: (a) estudar em profundidade conceitos matemáticos, temas de educação matemática e temas educacionais; (b) aprender a observar e investigar a própria prática docente; (c) compartilhar situações didáticas, que permitam analisar e refletir a respeito da complexidade dos processos de ensinar, aprender e avaliar matemática; (d) aprender a planejar, implementar, observar, registrar, analisar e redigir relatos de experiência em sala de aula e experimentos de ensino; (e) compartilhar sucessos, anseios, dificuldades e reflexões envolvidas nos processos de ensinar, aprender e avaliar matemática em uma perspectiva de educação inclusiva de qualidade. O GEEM-ES está cadastrado na UFES e no CNPq desde 2006. Atualmente, as reuniões são realizadas às terças-feiras, no Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Vitória.

Desde 2012, os integrantes do grupo têm se preocupado em discutir, estudar e dialogar a respeito de divisão e de como ensinar este conteúdo, que consideram complexo, para seus alunos. Em 2014, os participantes do grupo entusiasmar-se em trocar ideias a respeito de situações escolares onde ensinassem o conceito de divisão. As conversas e estudos que se iniciaram nos encontros do grupo motivaram a todos os participantes a decidirem investir mais tempo em estudar as duas ideias de divisão e a experimentarem algumas tarefas em salas de aula desde a educação infantil. Por termos experiências profissionais diferentes, formações distintas e atuarmos em níveis escolares distintos fomos experimentando sentimentos diversos neste caminhar e passamos por alguns momentos de espanto, deslumbramento, aprendizagem, dúvida, confusão de ideias, esclarecimento e aprofundamento a respeito das duas ideias de dividir e de como explorar, ensinar e avaliar as mesmas.

Assim, neste percurso colaborativo fomos esclarecendo, aprofundando e tomando consciência dos conceitos envolvidos na ideia de dividir uma determinada quantidade numérica em partes iguais, que é chamada por alguns de divisão partitiva, equitativa ou distributiva. Por exemplo, quando temos uma determinada quantidade de balas e desejamos repartir

esta quantidade de balas igualmente entre um dado número de crianças (Aqui repartiremos balas por crianças e podem ser usadas diversas estratégias de repartição.). Uma situação seria: Temos 24 balas e queremos distribuir igualmente estas balas por 3 crianças. Quantas balas cada criança vai receber? E também fomos clareando, aprofundando, compreendendo e tomando consciência da outra ideia de dividir como medida, em que procuramos identificar quantas vezes uma determinada unidade ou quota numérica fixa cabe em outra dada quantidade numérica da mesma espécie. Como, por exemplo, quando queremos dar a cada criança uma quantidade fixa ou quota fixa de balas e temos um total de balas (Verificar quantas vezes esta quota fixa de balas cabe dentro do total de balas.). Por exemplo, uma situação associada a esta ideia de dividir seria: Temos um total de 24 balas e queremos dar 3 balas a cada criança. Quantas crianças podem receber balas?

Também nos deparamos em momentos de questionamentos a respeito do que compreendemos e explicamos em tarefas de divisão com resto e que significado o resto tem nesta divisão. Aconteceram vários movimentos de idas e vindas em nossos entendimentos e compreensões acerca das duas ideias básicas que formam o conceito de divisão e dos significados associados a dividendo, divisor, quociente e resto. Este processo dinâmico no GEEM-ES, onde somos coaprendizes durante o caminhar e onde atuamos como amigos críticos, permitiu que todos fossem crescendo e aprofundando seus conhecimentos matemáticos e seus conhecimentos pedagógico matemáticos a respeito de divisão. Assim, fomos nos desenvolvendo profissionalmente e fomos desenvolvendo nossa metacognição.

O presente livro está composto por seis capítulos que foram escritos pelos participantes do grupo e retratam um pouco deste caminhar colaborativo. Uma jornada que envolveu estudos, diálogos, compartilhar de experiências em sala de aula, e desafios de que detalhes registrar e como registrar trechos relevantes dos diversos momentos de sala aula ao procurarem ensinar o conceito de divisão. Estes desafios ampliaram-se quando resolvemos relatar em detalhes para um leitor neutro o que aconteceu nas aulas, e redigimos narrativas que traduzissem um pouco o longo processo de redigir colaborativamente os diferentes capítulos. Enfim ajudamos uns aos outros para redigir as narrativas, fomos tornando público nossos conhecimentos, aprendizagens e dúvidas, fomos esclarecendo e aprofundando ideias a respeito de divisão e



matemática, para com isso irmos nos desenvolvendo e nos formando profissionalmente neste processo colaborativo.

Nesta trajetória fomos todos aprendendo a nos respeitar profissionalmente, a escutar uns aos outros, a procurar compreender ideias diferentes e/ou apresentadas de outras formas e aprendendo uns com os outros um pouco mais a respeito de várias temáticas que permeiam nossa vida profissional. Ressaltamos aprendizagens a respeito de nove destas temáticas, que são: 1) matemática, 2) como ensinar matemática, 3) como nossos alunos pensam e aprendem, 3) como avaliar se ocorreu alguma aprendizagem matemática, 4) como avaliar nossos procedimentos de ensino e se estes favorecem que nossos alunos aprendam matemática de forma relacional ou de forma instrumental (SKEMP, 1976), 5) possíveis motivos para os acertos e erros de nossos alunos em tarefas matemáticas, 6) como incluir todos os alunos em sala de aula, independentemente de suas especificidades e particularidades, para que de fato sempre ocorram aprendizagens matemáticas, 7) como usar e integrar em aulas materiais concretos e manipuláveis, 8) como pensar em organizar um currículo de matemática de modo integrado e possibilitando que os conceitos matemáticos sejam aprendidos de forma significativa, e 9) como aprender a notar e refletir de modo consciente a respeito de nossos conhecimentos de matemática, de nossos conhecimentos de como ensinar matemática e de como observar e analisar nossas práticas docentes (Ou seja, irmos desenvolvendo nossa metacognição como comenta Santos (1997)). Foi este processo colaborativo, de respeito a todos os participantes do GEEM-ES, que possibilitou a escrita deste livro com narrativas de professores com foco em divisão.

Nós fomos tomando consciência de como crescemos profissional e pessoalmente neste caminhar colaborativo. Isso ocorreu durante esta jornada de redigir capítulos, conferir registros de sala de aula, estudar e aprofundar conceitos a respeito de divisão, colocar ideias de forma clara para um leitor que nem nos conhecesse, reler, e editar várias vezes os textos. Notamos nossos papéis de amigos críticos no GEEM-ES ao irmos compondo o mosaico de nossas aprendizagens a respeito de como alunos em diferentes níveis escolares aprendem o conceito de divisão. Além disso, foi ficando claro para todos que ainda precisamos investir mais tempo de estudo e diálogos entre nós para seguirmos aprofundando nossas compreensões acerca das ideias básicas de divisão. Temos consciência de que necessitamos experimentar, registrar

e refletir novamente sobre algumas das ações abordadas neste livro e que precisamos aprofundar estudos em todas as quatro operações aritméticas básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Ao trabalharmos com a divisão temos que compreender bem e saber operar com adições, subtrações e multiplicações. Ademais, nós devemos explorar com nossos alunos que as operações de adição e subtração são operações inversas e que devem ser trabalhadas simultaneamente. De modo semelhante, também devemos explorar com os alunos que as operações de multiplicação e divisão são operações inversas e devem ser trabalhadas simultaneamente. Desejamos que este livro deixe todos com vontade de rever seus conhecimentos acerca de divisão e que sintam-se curiosos a estudar, rever e aprofundar conhecimentos matemáticos e pedagógico matemáticos sobre divisão.

*Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner*

## Referências

COONEY, Thomas J.; KRAINER, Konrad. Inservice mathematics teacher education: the importance of listening. In: BISHOP, A. J. et al. (Ed.). **International handbook of mathematics education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996, p.1155–1185.

JAWORSKI, Bárbara. Developing mathematics teaching: teachers, teacher educators, and researchers as co-learners. In: LIN, L.; COONEY, T. J. (Ed.). **Making sense of mathematics teacher education**. Netherlands: Kluwer Academics Publishers, 2001, p. 295-320. Disponível em: <[http://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=3uDyWYB7U0MC&oi=fnd&pg=PA295&dq=Journal+of+Mathematics+Teacher+Education++Barbara+Jaworski+&ots=cHtx7\\_mzKA&sig=M-ANYgDnzByOBsT-FtMUvZjBedU#PPA319,M1](http://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=3uDyWYB7U0MC&oi=fnd&pg=PA295&dq=Journal+of+Mathematics+Teacher+Education++Barbara+Jaworski+&ots=cHtx7_mzKA&sig=M-ANYgDnzByOBsT-FtMUvZjBedU#PPA319,M1)>.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Instituto de Matemática, Projeto Fundação: Rio de Janeiro, 1997.

SILVA; Sandra Aparecida Fraga da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 2009,

364f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

SKEMP, R. R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics Teaching**, 77, p. 20-26, 1976.

# Apresentação

A formação de professores, que ensinam matemática para crianças, está sendo discutida em diferentes âmbitos educacionais, nacional ou internacionalmente. Ressaltamos a formação continuada como uma proposta para colaborar com o processo formativo amplo do professor. Formações em grupos de estudos são apresentadas como indicativos de um tipo de atuação na qual o professor se torna agente do seu próprio desenvolvimento profissional ao lidar com seus pares em discussões comuns, num processo reflexivo sobre suas próprias práticas.

O Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Educimat – do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – Campus Vitória – em sua linha de pesquisa ‘formação de professores’ vem discutindo premissas relacionadas ao tema abordado. Nesse sentido, este livro é resultado como produto final de uma pesquisa de mestrado situada nessa linha de formação de professores com ênfase em narrativas de professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental e na educação infantil sobre abordagens com divisão. O trabalho foi construído com práticas colaborativas no Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES.

Defendemos uma formação continuada de professores, necessitamos dar espaço para esses profissionais participarem ativamente, de modo que possam refletir criticamente sobre si, suas ações, os espaços-tempos nos quais estão inseridos e em todo o processo de ensino, aprendizagem e avaliação, no nosso caso de matemática. Esse processo contínuo de formação deve

contribuir para que ocorram mudanças no seu próprio desenvolvimento profissional assim como no processo no qual está inserido.

A formação continuada nessa direção torna-se uma possibilidade para a melhoria na atuação do professor. Assim sendo, o debate em estudos realizados no GEEM-ES, cujo trabalho acontece uma vez por semana em encontros de duas horas, aproximadamente- quando se discutem diferentes estratégias e se validam práticas docentes -, contribui a uma formação reflexiva e sistemática, configurando-se o grupo como um caminho viável ao processo formativo individual e coletivo.

Partindo do princípio de que todos constroem conhecimentos ao interagirem com o outro, buscamos construir com o grupo de formação de professores (que ensinam matemática, em diferentes níveis de ensino), um espaço de diálogo aberto no qual compartilhar descobertas, angústias, sucessos, dificuldades e acertos possibilitou aos integrantes a oportunidade de aprender com seus parceiros e com suas próprias reflexões. Esse espaço corrobora com uma concepção de trabalho com ações colaborativas. A proposta da escrita deste livro foi de aproveitar narrativas das próprias experiências vividas e compartilhadas por professoras que ensinam matemática para crianças e que participam do GEEM-ES. Narrativas de suas práticas pedagógicas em sala de aula se constituíram instrumento da investigação que resultou na organização deste livro. A apropriação dessas narrativas permitiu identificar aprendizagens das professoras participantes, mais especificamente, quanto à operação de divisão. O assunto foi escolhido pelas próprias professoras, autoras deste livro, para ser o foco de escrita de suas narrativas. Isto se deu ao fato de termos estudado o conteúdo divisão, amplamente e em grupo, em encontros durante os anos de 2012 e 2013.

A escrita de narrativa exige o encontro daquele que narra consigo mesmo, antes de se dirigir ao outro, possibilitando um autoconhecimento. O processo em si de narrar a experiência vivida provoca reflexões sobre a prática e, também, uma nova experiência. Ao narrar o vivido, quem narra ressignifica a própria experiência pela reflexão que a narração provoca.

Nos encontros e na produção de narrativas, experiências são vivenciadas e inúmeras lições são aprendidas. Essas experiências são compartilhadas, retratam desafios e o trabalho realizado pelos professores, em suas salas de aula, evidenciam questões problematizadas no grupo de estudos que contribuem também para as histórias de vida pessoal e profissional. Trocas de experiências também foram potencializadas, ao

selecionarmos colaboradores para a escrita das narrativas. Durante os encontros, as professoras autoras dos capítulos escolheram professores de matemática participantes do grupo, para atuarem como coautores de seus trabalhos, numa perspectiva colaborativa.

Trazemos à tona, nesta publicação, o resultado desta proposta junto ao GEEM-ES, parte da pesquisa de mestrado e relatos de experiência escritos a várias mãos, numa proposta colaborativa sobre diferentes ações, envolvendo divisão com alunos da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental. Cabe ressaltar a parceria com o Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática – Grupem – do qual as organizadoras deste livro fazem parte.

Destacamos que este livro está estruturado em seis capítulos que abordam as “Narrativas sobre divisão em grupos de estudos”. Cada capítulo apresenta uma experiência do ensino de divisão, em sala, de aula em diferentes níveis da iniciação escolar. O livro tem como proposta discutir aprendizagens de professores no processo de escrita de narrativas sobre divisão, em especial relatando suas próprias experiências sobre o assunto. Portanto, o que trazemos ao alcance do leitor é resultado de um processo de formação continuada de professores com atuação num grupo de estudos – GEEM-ES – a partir de ações colaborativas vivenciadas e partilhadas em estudos entre 2012 e 2013, sobre divisão e escritas, em forma de narrativas, no ano de 2014.

No primeiro capítulo, intitulado Aprendizagens docentes e práticas pedagógicas no ensino de divisão em grupo de estudos, Lydia M. B. Bazet e Sandra A. Fraga da Silva trazem parte da pesquisa de mestrado defendida no Educimat. Fizeram um recorte da investigação, sobressaindo narrativas de práticas pedagógicas realizadas em sala de aula, com foco nas aprendizagens matemáticas das professoras ao ensinar o conteúdo de divisão. Identificaram-se aprendizagens na sala de aula, relacionando-se com a prática pedagógica. Os avanços na trajetória da pesquisa apontaram para o amadurecimento do grupo, do trabalho coletivo com práticas colaborativas e do crescimento profissional de seus participantes. O capítulo destaca narrativas da aprendizagem docente no ensino de divisão aos alunos dos anos iniciais e conclui que as professoras aprenderam tanto sobre o conteúdo divisão como sobre o processo de escrita de narrativas.

A partir do capítulo dois, registramos as experiências das professoras em suas narrativas escritas a muitas mãos. No capítulo 2, intitulado Aspectos da avaliação diagnóstica e da interpretação da divisão nos anos

iniciais do ensino fundamental, as autoras Zleinda S. Kuster, Jaqueline M. Brum, Jéssica S. Kuster e Vânia M. P. dos Santos-Wagner mencionam um trabalho que foi realizado com 21 alunos, em uma turma de quarto ano do ensino fundamental, no município de Vila Velha – ES. A professora fez um diagnóstico com os alunos para reconhecer seus conhecimentos prévios do conteúdo de divisão e, a partir de suas descobertas e da identificação das estratégias adotadas por seus alunos, organizou novas atividades. A proposta desse capítulo foi revelar como uma organização de uma avaliação diagnóstica pode contribuir para o aprofundamento de determinado conteúdo, no caso a divisão, com base em exemplos e situações significativas para os alunos.

No capítulo 3, os autores Carla A. de Carvalho; Lauro C. e Sá e Lydia M. B. Bazet, apresentam a narrativa com título Contribuições do grupo de estudo no planejamento e realização de uma aula sobre divisão. Carla em sua participação no GEEM-ES, vivenciou experiências desafiantes, para a narrativa; ela traz um estudo que foi vivenciado em cinco aulas não consecutivas e em semanas diferenciadas. As situações-problema sobre divisão foram trabalhadas pela professora em uma turma, composta por 21 (vinte e um) alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, no município de Vitória – ES. A proposta expõe situações em que a professora regente, primeira autora do capítulo, compartilha experiências de uma atividade que foi planejada, fundamentadas em discussões no GEEM-ES como avaliação diagnóstica sobre divisão. É interessante dar destaque a essa narrativa que mostra como o processo de discussões e reflexões em grupo provoca mudanças de atitudes em sala de aula. Vale destacar que, neste capítulo, é apresentada uma parte em que a professora regente cita reflexões sobre o processo vivido durante a proposta.

Relacionando divisão com resoluções de problemas, temos o capítulo 4, escrito por Bernadete V. S. Hoffman, Adriana Piumatti de Oliveira e Sheila Rohr, intitulado A construção do conceito de divisão: estratégias próprias na resolução de problemas. O estudo teve por objetivo repensar a forma como a divisão é ensinada, adotando-se uma perspectiva em que procedimentos e conceitos se articulam. A experiência foi concretizada em uma turma de 5º ano, com 27 (vinte e sete) alunos, em uma escola do Município de Vitória, no mês de março de 2014. Os alunos foram estimulados a resolverem os problemas de divisão com diferentes estratégias, seja por meio de tabelas, retas, seja por cálculos alternativos. As autoras notaram que eles se sentiram motivados para aprenderem

o algoritmo formal, após essa ação mais livre. Como estratégia de ação, a professora regente utilizou o conteúdo já adquirido pelo aluno para sugerir outras formas de pensar e organizar as resoluções.

Em sequência, temos o capítulo 5, cujo título *Estratégias utilizadas por crianças na educação infantil ao resolver um problema de divisão* de autoria de Dayane de Souza Gomes; Thamires B. de Jesus; Daniel M. dos Santos, que apresenta o relato de experiência de uma professora da educação infantil que narrou uma experiência com alunos de 2 e 3 anos sobre as estratégias demonstradas por eles ao resolverem um problema de divisão. O objetivo do relato foi identificar e refletir sobre diferentes estratégias utilizadas pelas crianças pequenas na resolução de um problema de divisão e enfatizar a importância do ensino da matemática na educação infantil. Após análise da experiência vivenciada, notamos que as crianças possuem estratégias diferenciadas para a resolução, partindo de materiais concretos e que nós, professores, precisamos estar abertos às diferentes possibilidades não pensadas anteriormente e que são relatadas no momento da atividade, em especial com crianças da educação infantil.

O capítulo 6, com título *Explorando a resolução de situações-problema de divisão no ensino fundamental*, teve como autores Alexandra L. M. Senna da Silva; Cátia A. Palmeira; Elcio P. Milli e Vânia Maria P. dos Santos-Wagner. A narrativa trata de uma experiência sobre divisão no ensino fundamental, desenvolvida em 2013, com alunos do 4º ano de uma escola da rede pública municipal de Vitória. A professora regente apresentou uma proposição de duas situações-problema, as quais foram analisadas estratégias desenvolvidas por dois alunos na busca de respostas à questão. Os autores selecionaram análises de estratégias de divisão com o conceito de partilha e com o conceito de medida. Os autores destacam a necessidade de estudar e discutir a respeito do ensino da operação de divisão na educação básica, além de ter um olhar crítico e minucioso sobre o seu fazer matemático.

Desejamos que os leitores se percebam em ações e situações narradas pelos autores ou que esta leitura provoque reflexões sobre o processo de escrita de relatos de experiências por meio de narrativas, do processo de ensino, aprendizagem e avaliação de divisões e, ainda, sobre a possibilidade de formações continuadas em grupo de estudos. Ressaltamos que o grupo se fortaleceu a partir desta proposta de escrita coletiva, favorecendo aprendizagens, salientadas neste trabalho, assim como nas mudanças de práticas em aulas de matemática. Discussões



sobre o ensino e aprendizagem de divisão não se esgotam, nem se esgotaram ao término desta produção, mas ainda está presente em discussões no grupo. Desejamos uma boa leitura e que as ideias discutidas e apresentadas possam fomentar outras tantas.

**As organizadoras**

*Sandra Aparecida Fraga da Silva*

*Lydia Márcia Braga Babet*

# CAP 1

## Aprendizagens docentes e práticas pedagógicas no ensino de divisão em grupo de estudos

*Lydia Marcia Braga Bazet  
Sandra Aparecida Fraga da Silva*

### 1. Introdução

O presente trabalho refere-se a um recorte dos resultados da dissertação de mestrado, junto ao Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Educimat – no Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – Campus Vitória, intitulada “Aprendizagens docentes em grupo de estudos sobre divisão: narrativas de práticas pedagógicas com crianças”, na qual foram analisadas aprendizagens das professoras participantes do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo - GEEM-ES, realizada no período de 2012 a 2014. Nesse grupo, essas aprendizagens foram evidenciadas em narrativas das professoras participantes, que trabalham com crianças, ao ensinar o conteúdo de divisão. A pesquisa se propôs analisar aprendizagens docentes e suas contribuições à formação continuada de professoras polivalentes que atuam na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental.

Apresentamos narrativas de práticas pedagógicas das professoras ao ensinar o conteúdo de divisão, em sala de aula, como nosso foco para evidenciar aprendizagens matemáticas. É na sala de aula que essa aprendizagem se relaciona com sua prática pedagógica e na perspectiva da formação continuada de professores em grupo de estudos. Os avanços nessa trajetória da pesquisa contribuíram, significativamente, para o

amadurecimento e crescimento profissional das colaboradoras deste estudo. Acreditamos que reflexões críticas sobre experiências ocorridas em sala de aula e aprendizagens delas decorrentes possam evidenciar caminhos outros a percorrer, que permitam avanços na formação de professores, para a melhoria da qualidade do ensino e do desempenho escolar dos alunos da educação fundamental em matemática.

Para este texto, escolhemos o objetivo específico: Analisar como o processo de reflexões e a produção de narrativas no GEEM-ES sobre práticas pedagógicas, envolvendo divisão, contribuíram para aprendizagens docentes.

Além do objetivo apontado anteriormente, ressaltamos que a pesquisa visa a responder à seguinte questão: Que aprendizagens docentes, professoras participantes do GEEM-ES explicitam em narrativas e reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem de divisão com crianças?

Desenvolvemos uma pesquisa qualitativa, com práticas colaborativas, com corpus de análise baseado em gravações, narrativas orais e escritas e registros escritos, nos encontros semanais dos relatos de trabalho, acontecidos no GEEM-ES e em suas salas de aula, nos anos de 2013 e 2014. Na pesquisa, investigadores e professores, trabalharam com ações colaborativas tanto na produção de conhecimentos referentes à pesquisa em si quanto no desenvolvimento profissional, sempre em interação com o microcontexto escolar e o macrocontexto sóciopolítico e histórico vivido (IBIAPINA, 2008).

O intento da pesquisa foi o de realizar reflexão conjunta com os pares, com a construção de uma aprendizagem significativa, para pensar mudanças na sala de aula, a partir dos problemas concretos vividos. Ibiapina (2008) destaca esse aspecto ao afirmar:

Os processos de pesquisa construídos colaborativamente oferecem um potencial que auxilia o pensamento teórico, fortalece a ação e abre novos caminhos para o desenvolvimento pessoal e profissional. Na pesquisa em educação, motivar colaboração envolve também a reflexividade conjunta de conhecimentos, práticas, atitudes e valores, trajetória em que os parceiros em momentos inter e intrasubjetivos interpretam o material que obtêm do mundo externo, transformando-o internamente (IBIAPINA, 2008, p.55).

Desse modo, a pesquisa supõe contribuição das professoras no processo de investigação e a contribuição de conhecimentos ligados à prática de

ensino, efetivadas, interativamente, pela pesquisadora e pelas professoras com o objetivo de transformar determinada realidade educativa. Para a nossa fundamentação teórica, trouxemos os trabalhos de Schön (1992), Freire (1996), Benjamin (1994), Mizukami (2002; 2004), além de outros que nos ajudaram a empreender a trajetória da investigação. Com isso, três eixos foram organizados para tratar deste estudo: narrativas de práticas pedagógicas e formação de professores; formação de professores: práticas reflexivas; e aprendizagens docentes e práticas pedagógicas no ensino de matemática. Para fundamentarmos essas abordagens no GEEM-ES, trabalhamos com autores mencionados neste parágrafo.

Encontramos, em Benjamin (1994), o suporte teórico para empreender essa tarefa em relação à narrativa. Consideramos relevante realizar uma escuta qualificada desses sujeitos, como sujeitos históricos que estão inseridos dentro de um contexto, porém, trazendo suas singularidades em seus saberes e fazeres. Nessa perspectiva, Benjamin (1994) traz a ideia de utilização de narrativas como experiência que, em diálogo com outras experiências, propicia construção de conhecimentos reflexivos e crítico. Defendemos que para o professor organizar essas experiências em conhecimentos, ele precisa entender como elas ocorrem.

Freire (1996) enfatiza que para um educador é necessário estar de acordo que só é possível ensinar em processo obtido socialmente e não se trata de um ato de transmissão de conhecimentos, mas sim, criação de oportunidades para a construção dos saberes, representando um processo de formação, na qual o educando se torna sujeito de seu conhecimento, porém, ambas as partes desse processo passam por um aprendizado.

Para abordagem de práticas reflexivas, apoiamo-nos em Schön (1992), Serrazina (2003) e Freire (1996) e outros autores. Schön (1992, p. 85), diz, que “um professor reflexivo tem a tarefa de encorajar e reconhecer, e mesmo de dar valor à confusão dos seus alunos. Mas também de encorajar e dar valor à sua própria confusão”. Essa afirmativa nos remete ao que cumprimos em nossos estudos, pois é devido às confusões que nos deparamos em nossas práticas, que precisamos identificar onde intervir para a compreensão dos alunos, no nosso caso, no ensino de divisão.

Essa construção diária implica na compreensão de que um “aprender contínuo é essencial e se concentra em dois pilares: a própria pessoa, como agente, e a escola, como lugar de crescimento profissional permanente” (NÓVOA, 2002, p. 23). Nessa perspectiva, o autor ressalta que a formação pode estimular o desenvolvimento profissional e o mais

importante é que “promovam a preparação de professores reflexivos, que assumam a responsabilidade do seu próprio desenvolvimento profissional e que participem como protagonistas na implementação das políticas educativas” (NÓVOA, 2002, p.27). Essas reflexões são realizadas no GEEM-ES, promovendo aprendizagens e formação continuada que permitem o desenvolvimento profissional de todos os professores deste estudo, participantes do grupo de estudo.

## **2. Aprendizagens docentes e práticas pedagógicas no ensino de matemática**

A intenção de realizar no grupo momentos de discussão sobre o que acontecia em sala de aula ocorreu por acreditarmos, assim como Mizukami (2004), que a aprendizagem ocorre a partir da reflexão sobre experiências vividas e, não apenas, pelo fato de vivermos experiências. Nós aprendemos após experiências ao termos que parar para lembrar o que houve e tentar relatar de forma clara para os outros membros do grupo, pois precisamos reviver, analisar e reconstruir experiências vividas. Consideramos que esse processo de aprendizagens docentes sobre o ensino e aprendizagem da divisão, importante em nossa análise. Para Mizukami (2002), é relevante a reflexão sobre a própria prática e ainda o conhecimento do conteúdo a ser trabalhado, para refiná-lo e, assim, melhorar o trabalho realizado. Segundo a autora,

Realizar um ensino voltado para os alunos exige compreensão das diferenças derivadas da cultura, da linguagem, da família, da comunidade, do gênero, da escolarização, entre outros que forjam as experiências pessoais. Exige, nessa mesma perspectiva, por exemplo, identificar as estratégias que os alunos preferem e suas dificuldades. Para tanto, esses profissionais devem ser capazes de inquirir de maneira sensível e produtiva as experiências e compreensões dos alunos sobre conteúdos específicos, favorecendo a interpretação do currículo sob a perspectiva dos mesmos (MIZUKAMI, 2002, p.122).

Destarte, o contexto da pesquisa foi o GEEM-ES (Grupo de estudos de educação matemática do Espírito Santo). O grupo iniciou em 2006, com reuniões semanais de duração de duas horas e foi coordenado pelas

professoras idealizadoras do projeto Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner e Sandra Aparecida Fraga da Silva. Neste estudo, focalizamos em cinco professoras que fazem parte do grupo e que são identificadas no quadro, a seguir.

Quadro 1 – Perfil das professoras participantes da pesquisa

Colaboradoras	Idade	Formação Profissional	Tempo de Experiência	Vínculo empregatício e regime de trabalho	Ano que atua em 2014	Tempo de trabalho com ensino de matemática nos anos iniciais	Tempo de participação no GEEM-ES
Alice	42	Graduada em Geografia Mestre em Educação e Linguagens PPGE/UFES	22 anos	Efetiva 25h	4º ano	21 anos	Desde 2011
Bárbara	54	Graduada em Letras Português/UFES, Especialista em Planejamento Educacional Mestre em Educação e Linguagem PPGE/UFES	35 anos	Efetiva 40h	5º ano	35 anos	Desde 2006
Cássia	38	Graduada em Pedagogia/FAESA Especialista em Psicopedagogia	15 anos	Efetiva 25h	4º ano	15 anos	Desde 2012
Débora	24	Graduada em Pedagogia/UFES	3 anos	Celestista 25h	Ed Infantil Grupo 4	3 anos	Desde 2010
Zenaide	47	Graduada em Pedagogia/UFU	27 anos	Efetiva 40h	5º ano	27 anos	Desde 2012

Fonte: Questionário aplicado em dez/2012 – quadro organizado pela primeira autora.

Os dados expostos - no quadro 1 - retratam aspectos relevantes da formação inicial e trajetória profissional das cinco colaboradoras da pesquisa. Também apresentam que, por suas formações iniciais, elas não são habilitadas para ensinar matemática. Porém, nos desafios diários da prática pedagógica de cada professora e, em suas participações no GEEM-ES, observamos que se organizam e constroem conhecimentos matemáticos necessários para suas atribuições como professoras polivalentes.

Fez-se necessário ouvir as professoras colaboradoras desta pesquisa sobre o envolvimento e a participação do grupo nesse processo de aprendizagem docente, na influência do grupo e nas suas aprendizagens no conteúdo de divisão.

Em todo encontro **quando paramos para dizer algo sobre o processo de aprendizagem na nossa sala de aula é o momento em que penso e analiso o que estou fazendo ou o que eu fiz que pode contribuir para o grupo ou o que preciso melhorar. Esse momento é o momento em que mais aprendo com a prática dos outros e revejo a minha** (Débora – questionário Dezembro/2012)

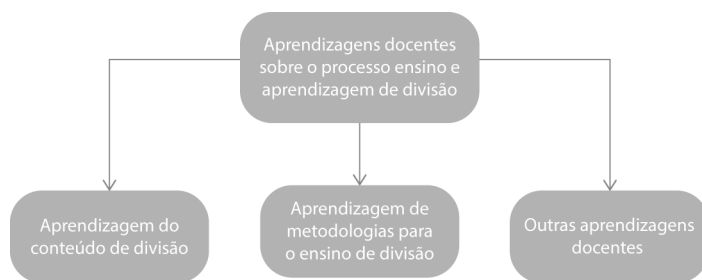
Os trechos destacados em negrito, na narrativa da professora Débora, indicam a tomada de consciência de sua reflexão sobre a ação pedagógica desenvolvida. Ou seja, indicam que a prática pedagógica compartilhada produz efeitos significativos e produtivos, de ação-reflexão-ação docente, como pensado por Schön (1992), Freire (1996), Santos (1997) e Serrazina (2003). A reflexão da participação no GEEM-ES resulta numa (re)significação da experiência de sala de aula, visto que é o momento de avaliar o seu fazer pedagógico, inclusive a partir de outras experiências.

A narrativa da professora Bárbara também traduz essa influência. Encontramos um fortalecimento de sua tomada de consciência em sua participação, no grupo de professores dos anos iniciais que não estão preparados para ensinar matemática. Ela destaca o papel da reflexão sobre a prática que ocorre dentro do grupo e reconhece que:

Ao participar do grupo percebi que nós professores de séries iniciais não estamos preparados para ensinar matemática. **A reflexão sobre a prática foi um novo começo** (Bárbara, questionário Dezembro/2012, grifos nossos).

Identificamos, na fala da professora Bárbara, conscientização referente à sua formação inicial, revelando dificuldades com conhecimentos do conteúdo matemático necessários para o trabalho com os anos iniciais. Creio estar a professora inserida no processo identificado por Schön (1992) como ação-reflexão-ação dentro de uma prática discursiva e desenvolvendo seu conhecimento metacognitivo a respeito do que sabe ensinar de matemática (SANTOS 1997).

Figura 1 – Aprendizagens docentes sobre o processo de ensino e aprendizagem de divisão.



Fonte: Acervo pessoal das pesquisadoras.

A figura 1 retrata a organização da categoria das aprendizagens docentes sobre o processo ensino e aprendizagem de divisão. Dividimos em subcategorias que tratam do conteúdo e da metodologia no ensino da divisão e outras aprendizagens ocorridas no processo.

No tratamento dos dados, usamos as narrativas realizadas no grupo de discussão, apenas com as professoras dos anos iniciais, as colaboradoras da pesquisa. Não houve uma separação nesses registros em relação as subcategorias, pois foi solicitado às professoras que narrassem sobre aprendizagem do conteúdo de divisão e aprendizagem da metodologia de divisão. Portanto, em suas falas e escritas essas vertentes não estão isoladas. Assim, vamos apresentar suas narrativas, identificando com sublinhado seus registros sobre o conteúdo de divisão e **negrito sobre a metodologia**.

Descrevemos, a seguir, documentadas nas falas e narrativas das professoras, algumas aprendizagens de conteúdo e metodologia de divisão.

Por muitos anos ensinei seguindo o índice do livro didático que situava a divisão para os últimos meses do ano. Com leituras, reflexões, discussões têm enriquecido minhas ideias e conhecimentos sobre divisão. **Hoje, ensinar divisão é criar caminhos diferentes para resolver a mesma situação.** Valorizar as estratégias de cálculo seja com representações icônicas ou simbólicas até formalizar o algoritmo (Alice, áudio de 20/02/14).

Constatamos que a fala de Alice tem peso de uma ação libertadora, pois com segurança e confiança, a professora realiza uma prática que transforma sua maneira de abordar o conteúdo, considerado de difícil compreensão. Isso fortalece nossa análise no que se refere à aprendizagem de Alice na metodologia e no conteúdo, trazendo para suas aulas os resultados desses estudos e reflexões praticados no GEEM-ES. Também na narrativa de Bárbara, identificamos suas aprendizagens, como segue.

Ensinar divisão é uma aventura que só se torna frutífera se tomar como base o sentido de número. Ensinar divisão se tornou uma aventura fascinante, mas às vezes ainda cansativa, porque cada aluno tem o seu próprio ritmo e é preciso sentar com ele, até que chegue a formalização. **Hoje ensino com prazer a divisão, não tenho pressa e fico feliz cada vez que alunos me mostram como a compreendem** (Bárbara, áudio de 20/02/2014).



Conforme expusemos - no quadro 1 - perfil das professoras colaboradoras, Bárbara é a professora mais experiente de GEEM-ES, participa direto dos encontros por oito anos e trabalha com seus alunos com muita eficiência. Em sua narrativa oral, ela identificou como a leveza e a confiança no que faz torna o ensino prazeroso. Se ela está feliz com os resultados, acreditamos que, para os alunos, o sentimento é recíproco. O que não é diferente da narrativa oral de Débora, ao comentar:

Ensinar a divisão entendo, que seja **possibilitar ao aluno diferentes formas para que o aluno compreenda e assim utilize o que compreendeu com consciência**. Porque, em todo processo de ensino-aprendizagem a compreensão do saber ocorre de formas diferentes em cada sujeito. Na sala de aula, há uma mistura de personalidades, de saberes prévios, de vários fatores que influenciam na aquisição do conhecimento. Logo, **se eu ensinar apenas de uma forma, algum sujeito pode ficar sem compreender**. E a divisão engloba várias ideias como cotas, partição e proporção, além das naturezas contínua e discreta. O que torna o processo de ensino mais trabalhoso, pois, o educador deve ter consciência do que envolve a compreensão da divisão, as várias ideias que estão embutidas no ato de dividir. (Débora, áudio de 20/02/2014)

Diferente de Bárbara, Débora é a professora com menos experiência de docência e atua com a educação infantil, trabalha com a matemática desde sua graduação e explora em turmas de educação infantil, os conceitos matemáticos, provocando nas crianças o desenvolvimento de raciocínio e lógica matemática. Na sua aprendizagem, ela evidenciou inclusive a ideia do conteúdo da divisão, que faz toda a diferença, no sentido de saber o porquê e que conceitos estão envolvidos em cada situação trabalhada. Em relação à professora Zenaide, trata-se de uma oportunidade enriquecedora na formação continuada poder apresentar a narrativa desta professora, quando ela mesma assevera que:

Ensinar divisão significa mergulhar, **buscar diferentes formas para facilitar a aprendizagem do aluno**. Para isso o professor precisa estar seguro e ter confiança na proposta do trabalho. Geralmente ensinamos como sabemos e esse saber não tem sido o anseio, (a sede do professor) o objetivo de muitos profissionais da educação. Muitos se sentem inseguros, enquanto deveríamos **estar em busca constante do saber**. (Zenaide, áudio de 20/02/2014).

É possível que Zenaide tenha incorporado uma nova concepção no ensino de divisão, não priorizando o trabalho apenas com o algoritmo, mas valorizando a construção de conceitos. Essa busca direciona para uma autonomia que reflete na ação de ensinar e aprender o que traduz como necessário para dar significado à docência ao saber e ao fazer pedagógico.

Acreditamos que podemos perceber que aprendizagens podem ser constatadas, se houver mudança de atitude e de ação. Defendemos que no caso desta pesquisa a aprendizagem aconteceu, pois, ao ouvir a professora relatando sobre suas mudanças na prática e deixando claro que teve influência do grupo. Encontramos apoio em Lorenzato (2010), ao afirmar que,

[...] ninguém vai a lugar algum sem partir de onde está, toda aprendizagem a ser construída pelo aluno deve partir daquela que ele possui, isto é, para ensinar, é preciso partir do que ele conhece, o que também significa valorizar o passado do aprendiz, seu saber extraescolar, sua cultura primeira adquirida antes da escola, enfim, sua experiência de vida (LORENZATO, 2010, p. 27).

De acordo com este autor, consideramos que as professoras estão buscando um melhor desempenho na realização de suas atribuições docentes, valorizando o que o aluno já sabe e conhece sobre os conteúdos e, assim, elas trazem para suas aulas de matemática o diferencial, resultante de suas participações em grupo de estudos. Espaço onde oportunizam trocas de experiências e questionamento de suas próprias práticas, trazendo para os estudos suas inquietações e seus desafios.

Esses desafios são superados na conscientização de reais necessidades de transformação na ação docente. Pelas suas participações no GEEM-ES, as professoras podem revisar suas possibilidades e seus limites, estimuladores de uma aprendizagem permanente na formação continuada.

Outra metodologia demonstrada pela professora Bárbara é narrada, passo a passo, para a explicação do conteúdo da divisão, com seus 28 alunos do quinto ano do ensino fundamental, trabalhando a divisão em resolução de problemas com as ideias da divisão: por partição e por quotas.

Os objetivos foram: construir o conceito de divisão; perceber as ideias envolvidas no processo de divisão; e experimentar diferentes algoritmos.

Quando solicitamos às professoras que trouxessem uma experiência vivenciada em sala de aula, somente Bárbara trouxe algo escrito. Mostramos,

a seguir, o registro apresentado pela professora, destacando um problema que propôs à sua turma, assim como as soluções a seus alunos.

Quadro 2 – Registro apresentado pela professora Bárbara.

*Tio Fabio está arrumando a biblioteca. Ele ainda precisa distribuir igualmente 79 livros em 6 estantes. Quantos livros colocará em cada estante?*

a) *20 alunos armaram a operação pelo algoritmo:*

$$79 \div 6 \rightarrow 79 \overline{) 6}$$

*8 fizeram corretamente a operação pelo processo longo:*

$$\begin{array}{r} 79 \overline{) 6} \\ \underline{6} \phantom{13} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

b) *E 8 alunos usaram a distribuição que já sabem fazer:*

$$79 \div 6$$

10	10	10	10	10	10	60
1	1	1	1	1	1	66
1	1	1	1	1	1	72
1	1	1	1	1	1	78
13	13	13	13	13	13	+1=79

*Mostrei a seguinte possibilidade:*

$$\begin{array}{r} 79 \overline{) 6} \\ \underline{60} \phantom{10+3} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

No quadro 2, a professora Bárbara apresenta uma aula, simulando diferentes soluções que abordou. Evidenciamos aprendizagem de Bárbara na metodologia do ensino de divisão com sua turma. Em outros momentos, a professora atribui esse incentivo como motivador em sua participação no GEEM-ES. Ao explicar os procedimentos dessa aula, a professora detalhou, para ficar mais fácil, a compreensão do desenvolvimento desse processo.

No exemplo da letra “c”, a professora interpela os alunos: Preciso distribuir os livros em seis grupos (estantes), quantos livros posso distribuir para cada grupo, se tenho 79 livros? Poderia distribuir de 10 em 10? Eles concluem que, nesse caso, teriam distribuído 60 livros. Sobrariam 19. E agora, quantos grupos poderiam fazer com 19? Os alunos percebem que

podem colocar mais 3 em cada grupo e assim teriam distribuído 18 livros e que sobraria somente 1. Logo  $10 + 3 = 13$ . Essa forma de dividir é chamada por Dante (2000) de divisão por estimativa, e é mais um recurso que deve ser explorado antes de chegar ao algoritmo formal. A professora acredita que quanto mais o aluno é estimulado a pensar em formas diferentes de distribuição mais facilmente compreenderá a ideia de partição.

Reconhecemos, em seu exemplo, diferentes maneiras de resolver um problema proposto, a saber, preocupação em analisar o que os alunos fizeram, retorno ao que já tinham desenvolvido e que é valorizado pela professora. Por último, sua intervenção, mostrando outras maneiras que não a do algoritmo formal. A professora observou ainda não estarem claros os procedimentos que deveriam adotar no cálculo. A sequência de passos no algoritmo da divisão é uma das coisas que mais demora a se consolidar na aprendizagem dessa operação. Cremos que os estudos, a respeito de divisão, nos encontros do GEEM-ES, têm sido fundamentais para que a professora, juntamente com os colegas, refletissem sobre maneiras variadas de desenvolver no aluno o conceito de divisão. Ela sabe que essa operação pertence ao campo multiplicativo, mas explora o raciocínio aditivo porque reconhece que essa estratégia de cálculo ajuda a aluno a construir o conceito de divisão.

Para Mizukami (2002), esses momentos de estudos e reflexões ocorridos no GEEM-ES, parecem ser compatíveis com a natureza dos processos de construção dos saberes docentes. O espaço do GEEM-ES, que é o nosso lócus de pesquisa, é entendido como reduto de reflexão e fundamentação que articula a relação entre a teoria e a prática. A autora reforça ao dizer que:

A formação docente como processo relacionado ao conceito de aprendizagem permanente, envolvendo os saberes e as competências docentes como resultados de aprendizagens realizadas ao longo da vida, dentro e fora da escola, considerando outros espaços de conhecimento (MIZUKAMI, 2002, p. 192).

Conforme a autora, consideramos que as aprendizagens oportunizadas nos estudos realizados no GEEM-ES são fundamentais para o fortalecimento dos saberes docentes e suas formações profissionais. Essas aprendizagens são contribuições do grupo para cada um de seus participantes, numa perspectiva de aprendizagem permanente.

Na terceira categoria, trabalhamos com as narrativas das professoras num momento de fechamento dos trabalhos que realizaram com seus relatos, em grupos de três ou quatro professores. Em cada grupo, tínhamos uma professora dos anos iniciais e mais dois ou três professores participantes. Após um período de escrita e reescrita dos relatos de experiência em trios, nós organizamos um encontro, realizado dia 10 de junho de 2014, no qual cada professora participante desta pesquisa deveria apresentar reflexões sobre o processo de escrita coletiva vivenciado, pontuando considerações sobre suas aprendizagens. Os ciclos de reflexão que ocorreram no GEEM-ES, reforçam a ideia de que o uso da linguagem favorece ações sistematizadas de reflexividade, “contribuindo para a construção de pensamentos e práticas que priorizem a dimensão criativa da profissão e a possibilidade de sua reconstrução dialética” (IBIAPINA, 2008, p. 56).

O exercício de construção de pensamentos e práticas, como descreve a Ibiapina (2008), são praticados pelas professoras e demais participantes do GEEM-ES, ao cumprirem o processo de reflexão de seus registros das narrativas, envolvendo divisão em suas salas de aula. Nessa direção, provocamos a produção das professoras, explanando suas ações e práticas de divisão em detalhes e, também, realizando reflexões nesse processo de consolidação dos relatos. As narrativas das professoras explicitam o processo de suas escritas. Trazemo-las aqui no sentido de traduzir suas dificuldades e seus avanços a partir dessa prática. Suas falas demonstram esse trabalho. Tal processo nos desafia a colaborar com a qualificação profissional delas pela via da formação continuada. Nesse sentido, buscamos promover uma reflexão-colaborativa com as professoras e pesquisadores, priorizando, no GEEM-ES, a produção de conhecimentos e saberes sobre divisão.

### **3. Considerações importantes**

Verificamos que a sistematização de reflexões por meio da produção, a escuta dos relatos, da leitura e a análise dos mesmos traziam para o grupo segurança sobre a reconstituição docente de cada um e sobre a transformação de seus saberes, a respeito de divisão. Portanto, as narrativas, como estratégia de formação, deixaram marcas dessas mudanças, pois os componentes do grupo sentiram-se contagiados pela necessidade

de compartilhar, de conviver e de vivenciar experiências autênticas de transformação de sua formação e alcançar o saber profissional.

Nesse movimento, sem dúvida, desenvolveram-se profissionalmente, ressaltando-se que as evidências das análises aqui realizadas podem ser constatadas em diferentes narrativas que constituíram objeto de reflexão na pesquisa efetivada, bem como nos encontros do grupo de estudos.

Como podemos observar, essa estratégia de formação por meio das narrativas ocorreu mediante um processo reflexivo e investigativo, mediado por aportes teóricos e práticos, para retratar indícios de como o professor se forma e se constitui profissionalmente.

A pesquisa contribuiu para uma discussão acerca da divisão entre os professores dos anos iniciais e os professores de matemática. Enfim todos os professores, integrantes do grupo, passaram a repensar seus próprios conhecimentos matemáticos a respeito de divisão e seus conhecimentos de como ensinar este conceito para seus alunos. Outro aspecto marcante na pesquisa foi a ampliação das ideias de divisão pelas professoras, pois elas passaram a compreender que existem duas ideias distintas de divisão e que o algoritmo formal deve ser explorado e trabalhado depois que os alunos tenham compreendido as ideias de divisão e tenham explorado algumas etapas com uso de outros registros e algoritmos.

Para alguns professores a divisão envolvia apenas a ideia de repartir em partes iguais, que é a ideia de divisão como partição ou repartição em partes iguais ou de distribuição equitativa. Portanto, ocorreram aprendizagens matemáticas neste processo de narrativas, estudos, releituras, reflexões, pois as professoras dos anos iniciais e todos os outros integrantes do grupo passaram a conhecer e compreender os significados das duas ideias de divisão. Durante os encontros de estudos, trocas de ideias sobre divisão desde 2012 e neste período desde 2014 de narrativas todos passaram a observar que a ideia de divisão como medida ou como quantos cabe de uma determinada cota não tinha sido explorada em suas aulas da formação inicial ou nem tinha percebido que a operação de divisão possuía duas ideias, a ideia de repartir ou distribuir em partes iguais (partes equitativas) e a ideia de dividir como medida de quantas vezes uma cota cabe dentro do dividendo. Vale destacar que este tipo de aprendizagem matemática não acontece em outra formação com tanta ênfase como o GEEM-ES oportunizou. Foi possível nas ações do grupo que essas professoras aprendessem e aprofundassem seus conhecimentos matemáticos de divisão, que é um conteúdo complexo para ensinar. Essas

aprendizagens foram evidenciadas em suas narrativas e mostram como a interação e participação no grupo podem servir de molas propulsoras de compreensão, aprendizagem, colaboração e respeito profissional.

Assim, destacamos que outro aspecto marcante na pesquisa foi a ideia da divisão aprendida pelas professoras, visto que isso não aconteceu em outra formação com tanta ênfase como ocorreu no GEEM-ES. A formação aconteceu no grupo porque oportunizou a essas professoras aprender um conteúdo complexo para ensinar por meio de interação e participação no grupo, e essas aprendizagens puderam ser evidenciadas em suas narrativas.

Uma nova proposta pedagógica poderá surgir, a partir desse resultado, dando ao GEEM-ES, esse lugar de promotor de aprendizagens docentes para ensinar a divisão suas ideias e concepções, ensinando professores a trabalhar em suas salas de aula com esse conteúdo. Valorizar os conhecimentos prévios dos alunos é uma recomendação didática, mas com muitas resistências na prática educativa. Porém, observando-se, nas análises desse estudo, essa prática é realizada pelas professoras que ensinam matemática, o conteúdo de divisão para crianças e participam do GEEM-ES.

Na interlocução, que projetamos nossa pesquisa, ressaltamos não existir um ponto final de chegada, mas conquistas que se fazem cotidianas. Há de se confirmar que se trata de um processo sempre inacabado. Processo esse que se mostra em constante construção; o que determina os limites é a nossa capacidade de investigação, assim como a certeza da dinâmica ao fazer ciência, sem reduzi-la ao conhecimento tácito.

## Referências

BENJAMIN, Walter. **Magia e técnica, arte e política**: ensaios sobre literatura e história da cultura. 7. ed., São Paulo: Brasiliense, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000. (Série Educação)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. **Pesquisa colaborativa investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília: Líber Livro Editora, 2008.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP:

Autores Associados. 2010. (Coleção Formação de Professores).

MIZUKAMI, Maria das Graças Nicoletti. **Aprendizagem profissional da docência, saberes, contextos e práticas**, São Carlos: EdUFSCar, 2002.

\_\_\_\_\_. **Aprendizagem da docência**: algumas contribuições de L. Shulman. Educação, Santa Maria, RS, vol. 29, n. 2, 2004.

NÓVOA, Antonio. **Formação de professores e trabalho pedagógico**. Lisboa: Educa, 2002.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SCHÖN, Donald. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, Antônio. (Org.). **Os professores e a sua formação**. 3. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SERRAZINA, Lurdes. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. **Quadrante**, 9, 139-167, 2003.





# CAP 2

## Aspectos da avaliação diagnóstica e da interpretação da divisão nos anos iniciais do ensino fundamental

*Zleinda Schultz Kuster*

*Jaqueline Magalhães Brum*

*Jéssica Schultz Kuster*

*Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner*

### 1. Introdução

Em nossas reuniões no Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM-ES), temos trabalhado com o tema divisão, há algum tempo, ao percebermos que a operação de divisão seja talvez a mais complexa das operações para as crianças compreenderem, se apropriarem de seus significados e saberem como efetuar o cálculo. Dessa forma, surgiu, no grupo, o desafio inicial de aplicarmos, nos anos iniciais do ensino fundamental, atividades relativas a essa operação e de refletirmos a respeito de como ensinar divisão. Assim, formaram-se grupos menores com três ou quatro componentes para discutir, planejar e redigir relatos de experiência sobre o assunto. Nosso grupo foi composto por uma professora dos anos iniciais do ensino fundamental, uma professora das séries finais do ensino fundamental e duas professoras do ensino superior.

Após discussão nesses grupos menores, fomos a campo aplicar atividades que envolvessem a operação de divisão. Não nos foi dada uma direção a respeito do que relatar ou investigar. Cada grupo tinha autonomia para pesquisar o que mais lhe interessasse sobre o tema, bem como decidir que situações-problema gostaria de trabalhar com os alunos. Mediante esse contexto, as quatro autoras deste estudo decidiram

que suas inquietações e suas impressões iniciais é que iriam determinar o rumo de investigação, a partir de questões e hipóteses que despertassem o olhar investigativo do grupo.

Lançada a proposta do GEEM-ES, em nossa primeira reunião, perguntamos à professora dos anos iniciais sobre o que gostaria de investigar em relação ao tema, já que ela seria a professora que estaria em contato direto com a turma para a realização da pesquisa. Segue relato e observação da professora:

Leciono em uma escola da prefeitura no município de Vila Velha e neste ano atuo com o 4º ano do ensino fundamental. Não havia estudado divisão este ano com essa turma e não sabia o nível de conhecimento que eles tinham sobre esse assunto. Pensei então em fazer uma avaliação diagnóstica para que a partir dela, eu pudesse preparar uma melhor introdução e metodologia para o ensino.

Ao trazer essa preocupação para o grupo, ela evidenciou o desejo de iniciar este estudo, fazendo um diagnóstico do conhecimento de divisão que seus alunos tinham. Após a reflexão do grupo, colocamos em forma de objetivos específicos, nossas inquietações e ideias para este estudo:

- a) Diagnosticar o que os alunos compreendiam sobre o significado da divisão em problemas.
- b) Experimentar estratégias metodológicas em aulas de divisão que auxiliem o processo de aprendizagem de alunos com evidentes dificuldades de compreensão.

## **2. É caminhando que se faz o caminhar**

Ao pensarmos na importância de uma avaliação para o aluno, em nosso entender, a mesma deve ser um processo que, além de envolver o ensino-aprendizagem, deve também incluir e acolher o aluno e, não, o contrário. Dessa forma, "... o não-saber é entendido como ainda não-saber, pois revela novos conhecimentos que se fazem não só necessários como também possíveis" (ESTEBAN, 2001, p. 147). Além disso, nas palavras de Afonso (2008, p. 75)

Avaliar o aluno deixa de significar fazer um julgamento sobre a aprendizagem do aluno, para servir como momento capaz de revelar o que o aluno já sabe, os caminhos que percorreu para alcançar o conhecimento, demonstrando, seu processo de construção de conhecimentos, o que o aluno não sabe, o que pode vir a saber, o que é potencialmente revelado em seu processo, suas possibilidades de avanço e suas necessidades para que a superação, sempre transitória, do não saber, possa ocorrer.

Em relação à aquisição de significado para a operação de divisão, Saiz (2001, p. 160) em seu artigo “Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir”, diz que Guy Brousseau (1987)<sup>1</sup> fala da existência de dois componentes para a compreensão: “... - ‘Compreender’ é ser capaz de reconhecer as ocasiões de utilizar o conhecimento e de aplicá-lo em novos domínios; - o aluno que pode compreender, pode ‘raciocinar’ a respeito de seu saber, analisá-lo ou combiná-lo com outros”. Temos constatado que muitos alunos não compreendem que devem efetuar uma divisão dentro de uma situação-problema. Diante de um algoritmo de divisão, mesmo com dificuldade ou alguns erros, eles realizam a conta solicitada. Quando a operação está envolvida num problema com texto que requer mais interpretação, muitos se confundem e, às vezes, até testam as outras operações conhecidas, apenas para chegar a algum resultado plausível ou não deixar o exercício em branco. De acordo com Brousseau (1987), isso não é ‘compreender’; talvez seja apenas ‘reproduzir’ algo aprendido mecanicamente.

Outro argumento foi o da professora do ensino superior, ao relatar que aplicou uma atividade com problemas de divisão não rotineiros, em sua turma no Curso de Pedagogia e percebeu que alguns alunos não utilizaram o algoritmo de divisão para solucionar os problemas. Mas os estudantes (futuros professores dos anos iniciais) resolveram os problemas, aplicando outras operações, de forma que encontrassem a situação correta, sem darem evidência que tinham concluído pelo texto do problema que a situação envolvia uma situação de divisão. Provavelmente, isso signifique que eles entenderam, de alguma forma, o enunciado do problema e souberam relacioná-lo a outros conhecimentos

---

1 Guy Brousseau – obra original “Representations et didactique du sens de la division”, em Didactique et Acquisitions des connaissances scientifiques, Paris, Actes du Colloque de Serves, 1987.

matemáticos já estudados, porém ficamos sem falar com cada um deles e não sabemos os motivos concretos.

Se considerarmos diagnosticar como um processo de mediação do ainda não saber para um saber, o processo de compreensão do aluno é uma etapa esperada para professores comprometidos com o processo de ensino-aprendizagem de matemática. Concordamos com Santos (1997, p. 12), ao argumentar que: “A avaliação pode e deve acontecer no início do processo educativo (como uma diagnose) [do que os alunos já sabem e do que os alunos não sabem]”. Com esse pensamento, foi preparada uma atividade, envolvendo a divisão que foi aplicada em uma turma de 4º ano do ensino fundamental, em abril de 2014. Eis a situação problema:

*Na decoração do pátio de uma escola para a Copa, foram cheios 575 balões.*

*a) Quantos alunos participaram, se cada um deles encheu apenas 5 balões?*

*b) Sobrou algum balão vazio?*

O objetivo era verificar o que os alunos sabiam sobre divisão dentro de um problema com texto não rotineiro. A professora lhes disse que tinha um desafio a ser resolvido e perguntou quem poderia ajudá-la. Todos se prontificaram. Orientou-os para que resolvessem sem lhe pedir auxílio ou aos colegas. Os alunos foram colocados em fila, em mesas individuais. Logo que distribuiu o problema, ela percebeu que alguns sentiam dificuldade e tentavam pedir ajuda. Mas, lembrou-lhes que, pela regra estabelecida, nesse primeiro momento, na primeira aula do dia 02 de abril de 2014, os alunos resolveriam a atividade sem interferências e buscariam estratégias para solucionar a atividade com tranquilidade e confiança. Mesmo assim, alguns se sentiram desconfortáveis. Foi dado um tempo limite, e a atividade foi recolhida. Seguem alguns exemplos de soluções equivocadas de dois alunos neste primeiro momento:

Figura 1 - Aluno "K" - 1ª atividade

K 4=D

Leia, pense e resolva.

Na decoração do pátio de uma escola para a Copa, foram cheios 575 balões.

- Quantos alunos participaram se cada um deles encheu apenas 5 balões? 25 alunos
- Sobrou algum balão vazio? Sim

⊙

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{CDU} \\ 575 \\ \times 5 \\ \hline 025 \end{array}$$

CDU = 575 / 5 = 115

575 - 115 \* 5 = 5

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Figura 2 - Aluna "A": 1ª atividade

Na decoração do pátio de uma escola para a Copa, foram cheios 575 balões.

- Quantos alunos participaram se cada um deles encheu apenas 5 balões?
- Sobrou algum balão vazio? nao

$$\begin{array}{r} 575 \\ - 5 \\ \hline 570 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Podemos observar que esses dois alunos e outros da turma leram e compreenderam algo que ficamos sem condições de inferir o que foi, olharam para os números envolvidos e fizeram algum cálculo com esses números. Como comentamos antes, nas palavras de Brousseau, parece que os alunos leram e ficaram sem compreender o texto do problema, e o que era solicitado para calcular. Informamos que o desafio foi aplicado para 21 alunos presentes naquele dia. Todos os alunos tentaram resolver, aplicando algum método (nenhum deles deixou a atividade em branco ou se recusou a fazer). Apenas quatro alunos tentaram resolver com divisão. Por não saberem qual operação utilizar, notamos que a maioria dos alunos empregou a operação com a qual estavam mais familiarizados,

a que tinham mais facilidade. Essa parece ter sido a estratégia do aluno K e da aluna A. Em conversa com o grupo mais tarde, a professora relatou:

Fazendo uma análise, dessa vez com olhar diferenciado, observei cada detalhe das resoluções apresentadas pelos alunos. Visto que, antes de participar do GEEM-ES, eu não tinha esse olhar e certamente diria que todos erraram e talvez rotulasse a turma, pois ainda trabalhava na perspectiva de uma avaliação classificatória.

Sabemos que a estratégia aplicada foi importante como uma avaliação diagnóstica, mas temos consciência de que ela por si só não favorece o processo de ensino-aprendizagem de divisão e, em nosso caso, o processo de ensino-aprendizagem de matemática. Smole e Diniz (2001) dizem que alunos sentem dificuldade de interpretar tarefas matemáticas por falta de conhecimento de algum conceito matemático envolvido e por falta de compreensão do enunciado. Essas autoras relatam que uma forma de superar essa dificuldade é o professor trabalhar de modo que seus alunos identifiquem o que está sendo solicitado. Para isso, o professor deve procurar ler junto com os alunos, esclarecer possíveis dúvidas, fazer perguntas para ajudá-los a refletir sobre o quê está sendo trabalhado, e empregar palavras e frases que tenham significado, dentre outras possibilidades.

Para exemplificar as tentativas que nós, professores, temos desenvolvido para minimizar as possíveis dificuldades de interpretação, a professora nos recordou de um relato sobre uma aula de reforço realizada, anteriormente, com uma aluna que tinha dificuldades de aprendizagem. Ela nos contou que desenvolveu o seguinte processo:

Ao constatar que uma aluna não tinha nenhuma compreensão do algoritmo de divisão, já que a mesma dizia não saber como dividir nada, a professora pensou em usar outras estratégias. Ela viu que, naquele momento, era necessário e ideal partir para o material concreto, a fim de facilitar o raciocínio dessa aluna. Então, tomou as divisões que ela havia solicitado para a aluna resolver como tarefa de casa (algoritmos), recortou papéis na quantidade do divisor de cada operação e, enquanto a aluna a observava, preparando o material, ia dizendo que divisão é repartir em partes iguais e distribuir, igualmente, as partes. A professora usou essa ideia de divisão como partilha por achá-la mais fácil para fazer uma revisão inicial sobre divisão, visto que trabalhar, na divisão, a ideia

de quantos cabem, torna o entendimento do que está sendo solicitado um pouco mais complicado.

Depois, pegou palitos de dentes e disse que iria dividir, repartir igualmente a quantidade de 34 palitos para 5 pessoas. Pediu que a aluna colocasse um nome em cada pedaço de papel e que pensasse em nomes de pessoas de quem ela mais gostasse. Perguntou para a aluna que número deveria formar com os palitos de dentes. A aluna disse 34, e, calmamente, separou essa quantidade de palitos. A partir daí, pediu que a aluna distribuísse igualmente para cada pessoa, ou seja, em cima de cada papel que estava na frente dela sobre a mesa. Ela foi colocando, um por um, os palitos para cada nome de pessoa escolhida. Ao final, a aluna notou que não dava, com os 4 palitos que sobraram, dar um para cada pessoa. Ela lembrava-se de que todas as pessoas deveriam ganhar a mesma quantidade de palitos inteiros. Então, a aluna recolheu os últimos 4 palitos de volta e perguntou: *E agora, o que faço com esses que sobraram?* A professora disse que, ao dividirmos inteiros, pode acontecer de termos resto, algo que sobra, isso na divisão se chama resto.

Partiram, então, para registrar no algoritmo a conta armada, que era a proposta da atividade de casa. À medida que era explicado, a aluna fazia os registros. Calmamente, foi efetivado esse processo com todas as operações, uma a uma. A aluna foi se empolgando e realizou as atividades sem reclamar. Num dado momento, ela exclamou 2 vezes seguidas: *Isso que é divisão, tia? Sim, você está fazendo continhas de dividir*, disse-lhe, considerando: *Então é fácil, agora eu sei o que é dividir*. A professora confessou sentir uma satisfação emocionante ao participar desse momento tão lindo e especial no processo de aprendizagem dessa aluna, que, no início, chegou triste, cabisbaixa, desanimada e que, em poucos momentos, foi erguendo a cabeça e, no final, estava radiante. Como nossos alunos têm sofrido com nossa maneira, às vezes, limitada de ensinar. Nessa ocasião, foi possível inferir que a maior dificuldade não era a criança assimilar o que é divisão, essa operação tão temida por muitos, mas sim, a interpretação de um problema e registro do algoritmo. Essa aluna precisava de um olhar atento do professor e de um diálogo diferenciado com a professora, a respeito de como dividir, a fim de poder resolver, com sucesso, essas tarefas de casa e, posteriormente, as outras tarefas de aula.



Figura 3 - Momentos de aprendizado



Fonte: Arquivo pessoal.

A professora nos relatou que se recordou do episódio na aula de reforço com essa aluna e de alguns comentários de colegas do grupo de estudos, sobre como interpretar erros e dificuldades dos alunos. Enfim, devemos interagir várias vezes com nossos alunos e tentar outras estratégias de ensino, ao verificarmos que eles ficaram sem entender alguma atividade. Depois que a professora olhou as resoluções dos alunos da turma, no primeiro momento, em relação ao problema de divisão dos balões, ela decidiu usar uma estratégia semelhante à utilizada acima com aquela aluna.

Nesse segundo momento de aula (02 de abril), após o recreio, perseguindo a ideia de auxiliar os alunos a se identificarem com o enunciado do problema, a professora agiu de outra forma. A professora percebeu, ao olhar as resoluções dos 21 alunos, que alguns equívocos aconteceram e, provavelmente, eles tenham lido sem alcançar a situação-problema não rotineira. Ela aplicou a avaliação diagnóstica inicial como uma diagnose para suas estratégias de ensino, como sugere Santos (1997), e entregou a mesma atividade de divisão de balões e, dessa vez, leu com eles e levantou questionamentos para que entendessem a história do problema, tentando trazer o enunciado do mesmo para a realidade deles, da própria escola. Procurou conversar como se eles fossem os alunos ajudantes na ornamentação do pátio escolar:

Vamos imaginar que o tio Abner vai convidar alguns alunos de cada turma para fazer a decoração do pátio. Ele tem 575 balões e no pátio, dará 5 balões para cada aluno convidado. Vamos imaginar que nenhum balão vai estourar. Eu quero saber e vocês, quantos alunos tio Abner levou pro pátio. É isso que eu quero que vocês me ajudem a descobrir porque eu não estou conseguindo.

Em um encontro posterior do GEEM-ES, ao nos reunirmos para discutir as ações realizadas de forma colaborativa, a professora relatou:

Foi interessante ver o envolvimento e empolgação deles na ânsia de compreender o problema e me ajudar a resolvê-lo, já que da outra vez tiveram mais dificuldade. Eles diziam: Cada um ganhou 5, então os balões foram “repartidos”, “distribuídos”, “divididos” entre as crianças. Em momento nenhum, ela disse ser uma divisão, deixou que eles fizessem a operação pelo algoritmo e, dessa vez, notou que estavam bem mais animados; todos tentavam resolver. Dos 21 alunos que participaram dos dois momentos dessa atividade, tivemos um retorno positivo depois da interação e dos diálogos com a professora para que se ambientassem com o enunciado do problema e com o que deveriam fazer. Em um segundo momento: 17 alunos resolveram, usando o algoritmo da divisão, sendo que 5 chegaram à resposta pretendida e os demais cometeram pequenos erros. Isso já era esperado pela professora, uma vez que ainda não havia sido trabalhado em 2014, com esse algoritmo de divisão e com eles, de forma mais precisa. A seguir, incluímos as resoluções do mesmo problema, alcançadas pelo aluno K e pela aluna A, no segundo momento:

Figura 4 - Aluno “K” – 2ª atividade

Handwritten solution for Aluno K. The problem is: "Na decoração do pátio de uma escola para a Copa, foram cheios 575 balões." The questions are: "Quantos alunos participaram se cada um deles encheu apenas 5 balões?" and "Sobrou algum balão vazio?". The student has written "115 alunos" and "Sim". The long division algorithm is shown as follows:

$$\begin{array}{r} 115 \\ 5 \overline{) 575} \\ \underline{-5} \phantom{0} \\ 07 \phantom{0} \\ \underline{-05} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Figura 5 - Aluna “A”: 2ª atividade

Handwritten solution for Aluna A. The problem is: "Na decoração do pátio de uma escola para a Copa, foram cheios 575 balões." The questions are: "Quantos alunos participaram se cada um deles encheu apenas 5 balões?" and "Sobrou algum balão vazio?". The student has written "Sim 15 balões". There is a drawing of balloons and a long division algorithm. The long division algorithm is shown as follows:

$$\begin{array}{r} 115 \\ 5 \overline{) 575} \\ \underline{-5} \phantom{0} \\ 07 \phantom{0} \\ \underline{-05} \phantom{0} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Ao analisarmos as atividades desenvolvidas pelos dois alunos, no mesmo dia de aula, a professora relatou como foi importante o segundo momento. Ela constatou que valeu a pena investir em diagnosticar os conhecimentos dos alunos a respeito de divisão, usando outras estratégias e auxiliando-os a compreender o enunciado do problema. Ela nos afirma: *Depois de compreenderem o que o problema estava propondo, recordaram que a ideia de dividir igualmente, distribuir estava associada com a divisão. Isso tornou a resolução mais eficaz. Fiquei muito feliz com os resultados.*

Santos (1997) sugere que o professor recorra às formas alternativas para avaliar conhecimentos e aprendizagens matemáticas e dar oportunidades para que o aluno reflita sobre o que faz. Essa atitude de reapresentar a tarefa de divisão em um texto não rotineiro e de torná-la compreensível e agradável ao aluno, motivou-os a resolvê-la em um segundo momento e fez com que os alunos se sentissem mais seguros em relação ao conhecimento matemático. Pelos exemplos dos dois momentos, reconhecemos que, de fato, isso aconteceu, uma vez que, nos exemplos dos alunos “K” e “A” notamos, que, de início, simplesmente fizeram cálculos com os números envolvidos, sem nenhuma relação ao problema proposto e depois, demonstraram ter conhecimento da operação e do algoritmo da divisão.

Segundo Dante (2000, p. 22), fazendo menção ao método de Polya, as etapas para a resolução de problemas são: “compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e fazer o retrospecto ou verificação”. E, de certa forma, a execução da primeira etapa – compreender o problema – foi o que aconteceu no segundo momento dessa avaliação diagnóstica. Encerrada a atividade, foi feita uma autoavaliação sobre a atividade aplicada. Eis alguns relatos dos alunos:

A aluna “J” relatou que, como sentiu muita dificuldade no primeiro momento, prestou mais atenção e ficou curiosa em compreender a atividade.

A aluna “L” e o aluno “T” disseram que, na segunda vez, prestaram mais atenção na explicação da professora e assim ficou bem mais fácil.

O aluno “J” disse que ficou em dúvida, no primeiro momento, quanto ao tipo de operação a utilizar na resolução do problema.

O aluno “K” revelou que “na primeira vez eu não estava preparado para o exercício e não consegui entender o tipo de operação que seria utilizada. Já na segunda vez, entendi bem melhor com o exemplo e perguntas da professora, que me ajudaram a entender melhor”. Disse isso com brilho nos olhos e alegria no coração.

A professora perguntou o que acharam sobre o tipo de atividade como desafio e quanto à dinâmica de aula desenvolvida nesse segundo momento e relatou que: *Foi emocionante ouvir a resposta da turma, pois disseram ter sido muito legal, diferente e envolvente, afinal conseguiram refletir melhor sobre uma situação-problema de divisão. Sentiram-se de fato, desafiados, já que foi um início de trabalho com esse tema.*

Ao levarmos o problema para o cotidiano das crianças, induzindo-as à compreensão do que fazem é, segundo Diniz (2001, p. 92), uma das características da resolução de problemas não tradicionais, porquanto além de “... propor situações-problema e resolver as situações propostas” também procura “... questionar as respostas obtidas e questionar a própria situação inicial” o que faz com que o aluno sinta prazer ao tentar resolver a situação proposta, como observado pela fala do aluno “K”.

Durante a atividade, estava na sala de aula uma estagiária que cursava o 2º período de Pedagogia. Foi-lhe pedido que escrevesse algo sobre como observou o desenvolver da proposta, e ela relatou o seguinte:

Estagiária: “Foi constatado que após a professora ler e discutir o problema, os alunos apresentaram menos dificuldades em resolver a questão. Portanto, esse método funcionou como termómetro, ou seja, proporcionou a professora medir o grau de dificuldade de cada aluno e pode-se analisar que alguns obtiveram dificuldade em interpretar, outros em calcular, outros não conseguiam se concentrar. Todas essas conclusões relatadas pelos próprios alunos em sala de aula. Enfim, a prática aplicada atuou de maneira positiva, uma vez que foi possível mapear as verdadeiras dificuldades dos alunos, possibilitando ao professor, realizar um trabalho pedagógico mais específico”.

A partir dessa avaliação diagnóstica da aluna do Curso de Pedagogia, observamos o quanto é importante esse tipo de avaliação. Luckesi (2000, p. 2) nos diz que: “... o ato de avaliar implica dois processos articulados e indissociáveis: diagnosticar e decidir. Não é possível uma decisão

sem um diagnóstico, e um diagnóstico sem uma decisão é um processo abortado". A professora relatou que durante as aulas assistidas, a estagiária sempre comentava como aprendia com sua forma de ensinar, pois via um diferencial entre a teoria e a prática. Realmente, aprendeu que, com uma atividade diagnóstica, ela poderia melhor preparar a forma de ensinar e avaliar seus futuros alunos.

Notamos que os alunos tiveram muita dificuldade em interpretar o problema. Ao ler sozinhos, não conseguiram descobrir que operação caberia para resolvê-lo e talvez nem soubessem o que o enunciado do problema significava. Após a leitura mediada pela professora, com discussão e interpretação do problema, conseguiram associar a ideia de 'repartir e distribuir' com a operação de divisão. Nossa proposta futura é de trabalhar com as ideias de divisão nos diferentes níveis de educação em que cada uma das autoras atua. Pretendemos usar a prática aliada às discussões do GEEM-ES, a respeito de como ensinar as ideias de divisão e o algoritmo, para verificar e acompanhar o processo de compreensão e aprendizagem dessa operação. Também almejamos registrar alguns episódios de aulas para refletirmos acerca dos mesmos, em termos dos processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

### **3. Considerações finais**

A partir das reflexões e estudos que realizamos sobre divisão no GEEM-ES, reconhecemos que o algoritmo não é o fim em si mesmo. Podemos e devemos utilizar inúmeras formas de levar a criança, o jovem ou o adulto a compreender essa operação e seus significados. Realmente, percebemos ao aplicar, analisar e relatar a atividade citada, que os alunos, em sua maioria, sabem que a situação-problema deve ser resolvida por meio de uma divisão, porém mostram dificuldades diferentes. Alguns alunos não sabem como resolver por meio do algoritmo, quando, na maioria das vezes, foi a única forma a lhes ser apresentada, e alguns alunos nem conseguem interpretar um enunciado de problema, se este aparece de forma não rotineira. E como nos diz Charnay (2001), "identificar um ferramental possível é apenas um dos aspectos para se chegar à construção de significado e conseqüentemente à compreensão de uma situação-problema". Concluímos nossas discussões com breves relatos e reflexões sobre nossos aprendizados e novas práticas:

Como professora dos anos iniciais, tenho-me deparado com muita dificuldade ao trabalhar a divisão com os alunos. Constato que as crianças têm facilidade ao utilizar materiais concretos e objetos como brinquedos e outros para repartirem, dividirem. Ao partirem para o algoritmo de divisão, não conseguem, de imediato, registrar esse conhecimento e ter habilidade em dividir, ou seja, operar. O GEEM-ES me levou a uma maior reflexão sobre o significado da divisão e de como ensinar. Na verdade, eu utilizava sempre uma única estratégia de ensinar dividir, como repartir em partes iguais e ia, rapidamente, para o ensino do algoritmo. Desde as discussões no grupo de estudos e para redigirmos juntas este relato, tenho refletido sobre a minha prática e emprego outras formas e metodologias. Passei a acreditar que cada aluno tem uma maneira de aprender, e eu, enquanto professora, preciso oferecer outros caminhos para o aprendizado dele.

Como professora do ensino superior em relação à execução da divisão, tinha como premissa que os alunos sabiam identificar um problema de divisão, bem como resolvê-lo usando o ferramental correto – seu algoritmo. Foi uma surpresa constatar que alguns estudantes de pedagogia não identificavam ser um problema de divisão ou resolviam envolvendo outras operações. Antes de nossas reuniões no GEEM-ES, em relação à elaboração de problemas de divisão, pensava que as ideias de partição e de medida que fazem parte dessa operação estavam claras para professores e alunos, assim como elaborar problemas de divisão era uma coisa simples, mas não é verdade! Estamos acostumados a trabalhar mais com a divisão em partes iguais. Ao solicitar aos alunos de pedagogia a elaboração de um problema com enfoque na ideia de partição e outro problema com a ideia de medição, constatei que nenhum aluno soube criar, corretamente, um problema com a segunda ideia, apesar de ter dado exemplos antes de solicitar a atividade. Dessa forma, o estudo sobre divisão no grupo me fez perceber que preciso abordar a operação de divisão de maneira diferente da que vinha trabalhando até então. Talvez trabalhar, de forma sistemática, com a metodologia de resolução de problemas, seja um caminho possível para explorar em aulas não só a operação de divisão mas também outros conteúdos matemáticos (DANTE, 2000; ONUCHIC; ALEVATTO, 2004; SANTOS, 1997; SMOLE; DINIZ, 2001).

Na qualidade de professora de ensino fundamental II, formei-me acreditando que o aluno já deveria chegar à minha sala, sabendo a divisão,

pelo menos, entre números inteiros. Através das discussões no GEEM-ES, pude observar o quão comum é a dificuldade nessa operação. Eu mesma sabia muito bem resolver o algoritmo, porém sem pensar sobre o que ele significava. A partir das discussões em nosso grupo de estudos e pesquisas relacionadas à divisão, quando um aluno (em qualquer ano escolar) fala que não sabe fazer divisão, não mais começo, explicando direto o algoritmo (prática comum nos professores de matemática e minha até o início do estudo sobre divisão). Agora eu avalio, primeiro, o conhecimento prévio do aluno sobre o assunto, o que ele já sabe e, a partir daí, procuro desenvolver uma forma eficaz de explicar essa tão temível operação. Ao corrigir algum exercício que envolve divisão, tenho mais cuidado ao resolver o algoritmo com as turmas. Também procuro trabalhar, primeiramente, o cálculo mental para estimar um plausível resultado aproximado e dialogar mais com os alunos a respeito de suas estratégias de resolução.

Como dissemos no início deste relato, foi após as reuniões no Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM-ES) que constatamos ser a divisão, entre as operações, talvez a mais complexa para a compreensão e apropriação de significados pelas crianças. E é a partir de nossas discussões semanais sobre nossa prática; trazendo para o grupo nossas dificuldades, anseios, dúvidas, sonhos e pensando em outras possibilidades para o processo de ensino-aprendizagem de matemática, que fazem do GEEM-ES um grupo crítico. Enfim, cada um de nós, professores participantes do grupo, não só sonha com uma escola de qualidade, mas aposta e pratica outras formas de ensinar, de aprender e de avaliar matemática.

## Referências

AFONSO, Almerindo Janela. Escola pública, comunidade e avaliação: resgatando a avaliação formativa como instrumento de emancipação. In: ESTEBAN, Maria Teresa (Org.). **Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos**. 6. ed. Petrópolis: DP at Alii, 2008, p. 67-80 (Coleção Pedagogias em Ação)

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In: PARRA, Cecília; DINIZ, Irma (Orgs.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 36-47.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000. (Série Educação)

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 87-97.

ESTEBAN, Maria Teresa. **O que sabe, quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

LUCKESI. Cipriano Carlos. O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem? Disponível **Pátio On-line** Pátio. Porto Alegre: ARTMED. Ano 3, n. 12 fev./abr. 2000.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

SAIZ, Irma. Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. In: PARRA, Cecília; DINIZ, Irma (Orgs.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 156-185.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.





# CAP 3

## Contribuições do grupo de estudo no planejamento e realização de uma aula sobre divisão

*Carla Augusta de Carvalho  
Lauro Chagas e Sá  
Lydia Márcia Braga Bazet*

### 1. Introdução

Neste trabalho, registramos reflexões sobre como a participação em grupo de estudo pode contribuir na prática de professores que ensinam matemática. Tomamos, como plano de fundo, o relato de experiência da primeira autora, que apresenta reflexões possibilitadas pelos demais autores do trabalho em momentos de discussão. Por vezes, utilizamos a primeira pessoa do plural para narrar atividades e apresentar inferências relacionadas a nosso relato. Também fazemos uso da primeira pessoa do singular, ao tratarmos de ações individuais da professora regente.

Inicialmente, expomos uma breve trajetória da professora regente, desde sua formação inicial na escola básica até sua chegada no grupo de estudo. Em seguida, damos destaque à metodologia deste estudo e um relato de uma sequência didática para o ensino da divisão nos anos iniciais do ensino fundamental. Analisamos, na seção seguinte, algumas das práticas que foram orientadas pela sua participação no GEEM-ES. Por meio da seção “Com a palavra, a professora”, valemo-nos das reflexões da docente sobre o processo de planejamento e realização da aula, com a participação do grupo de estudos. Por fim, fazemos algumas considerações sobre o processo de pesquisa durante atividades de ensino.

## **2. Uma breve trajetória da professora regente**

Nos anos iniciais da minha vida escolar, gostava muito das atividades propostas pelas professoras, mas lembro-me, em especial, da professora de matemática na minha terceira série. Lembro-me de que era meu caderno o mais bonito e a disciplina da qual eu mais gostava, apesar de ter um pouco de dificuldade para distinguir se um problema era de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Na quinta série, mudei de escola e passei a ter dificuldade na resolução de expressões numéricas. Nesse momento, recebi significativas contribuições de minha tia, que também era professora de matemática das turmas de quinta a oitava séries. Acredito que sua forma de ensinar me despertou, novamente, para a matemática.

Não me recordo das aulas de matemática no curso de Pedagogia e, por isso, penso que não contribuíram muito para minha formação. Quando comecei a lecionar em uma escola particular de Vitória, tive a oportunidade de ser muito bem assistida pelas supervisoras e pela própria dona da escola. Trabalhei durante 8 anos com turmas de 1ª série, e isto me deu muita base para o que sei hoje. Já faz 8 anos que trabalho com educação no Ensino Municipal de Vitória, e a partir da minha vivência como professora, fui aprendendo cada dia mais com a prática cotidiana da sala de aula.

Em 2012, fui convidada por um colega para participar dos encontros do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES). Há dois anos que participo das reuniões e, desde então, percebo que a prática realizada no cotidiano de sala de aula se modifica, principalmente, na aula de matemática. Algumas dessas mudanças se encontram neste texto.

## **3. Pressupostos teóricos e metodológicos**

Por considerar a importância do processo de reflexões sobre sua prática, iniciamos nosso estudo solicitando à professora regente um relato escrito sobre uma experiência vivenciada em sala de aula. Essa estratégia é defendida por Schön (1992, p. 83), ao afirmar que “refletir sobre a reflexão-na-ação é uma ação, uma observação e uma descrição, que exige o uso de palavras”. Solicitamos que a narrativa deveria informar sobre os alunos, turma, objetivo de aprendizagem sobre divisão, quantas

aulas foram necessárias e a metodologia aplicada pela professora.

Ao observar os itens norteadores para a produção do relato, a professora regente se mostrou apreensiva, pois não esperava que conseguisse escrever um texto com tal estrutura. Nesse sentido, empregamos uma estratégia auxiliar para escrita do relato. Sem que a professora percebesse, iniciamos uma gravação de áudio, de modo que os tópicos orientadores se tornassem perguntas de uma entrevista semiestruturada. Após discussão, a gravação foi reproduzida para a professora, que se mostrou surpresa com o detalhamento apresentado. Em casa, a docente transcreveu o que havia relatado oralmente, acrescentando mais detalhes, e encaminhou esse registro aos dois outros autores deste trabalho.

Apoiamo-nos em Benjamin (1986) para realização desse resgate de autoria da memória individual e coletiva. Isso reforça nossos procedimentos neste estudo, possibilitando aprendizagens docentes nessas reflexões. Por isso, no segundo momento, essa narrativa foi discutida juntamente com os dois outros autores do trabalho, que comentaram sobre os exemplos utilizados, o contexto e outros aspectos para ensino de divisão em sala de aula. Como Colinvaux (2007, p. 31), concebemos “aprendizagem como um processo que se organiza e realiza em torno de significações”, que envolve e atua em movimentos individuais e coletivos. Nessa reflexão, aprendizagens são construídas desde a realização dos momentos de discussão com a professora dos anos iniciais e com os demais autores do trabalho.

Na próxima seção, traremos o relato de experiência de uma sequência didática para o ensino de divisão nos anos iniciais do ensino fundamental. Evidenciamos, em **negrito**, as práticas da professora regente que foram orientadas pela sua participação no GEEM-ES. Os trechos em **negrito** serão analisados na seção seguinte.

#### **4. Implicações em sala de aula**

A sequência didática apresentada neste relato foi desenvolvida em cinco aulas de matemática não consecutivas e em semanas diferentes, compreendidas entre os dias 29 de abril e 09 de maio de 2014. A turma acompanhada era composta por vinte e um alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, em sua maioria com idade de dez anos, mas havia também alguns em defasagem idade/série (ano), chegando à

idade máxima de quinze anos. Conforme orienta Gil (2008), durante a realização da dinâmica, a professora regente fez uso de três instrumentos para coleta de dados: observação participante, registros fotográficos e registros escritos das resoluções dos alunos.

A divisão é assunto que ainda é muito discutido nos nossos encontros do GEEM-ES. Desde o ano de 2013, passamos a aprofundar e socializar os estudos nesse tema e, em 2014, iniciamos uma reflexão a respeito do que nossos alunos traziam em suas aprendizagens de divisão (ou do que nossos alunos sabiam a respeito de divisão). A partir daí, algumas experiências com resolução de problemas foram socializadas e vivenciadas em diferentes turmas do Ensino Fundamental. Com base nessas discussões sobre divisão que uma lista de problemas de divisão foi elaborada pela professora regente.

Na primeira aula, a professora regente orientou aos alunos para que apenas resolvessem os problemas de divisão. Nessa primeira etapa, sem intervir, pediu que solucionassem da maneira que soubessem, podendo utilizar formas variadas de registros. É uma maneira habitual de desenvolvermos as atividades em sala. Primeiro, as atividades são entregues ou descritas para os alunos, estes fazem sua leitura prévia e depois resolvem as questões. Geralmente, a professora reserva um tempo para que eles possam ler, interpretar e resolver os exercícios de forma autônoma e, só depois, faz uma leitura e interpretação coletiva para discutirmos as possíveis soluções. Esclarecemos que essa rotina é usada para assuntos trabalhados anteriormente, pois, quando se trata de novos assuntos, geralmente, discutimos e lemos juntos antes, para depois resolvê-los. Contudo, na experiência aqui documentada, *mesmo não tendo abordado divisão, a professora regente, influenciada pelo grupo de estudo, não interveio, de modo a identificar como seus alunos entendiam o processo de divisão.*

O primeiro problema foi escolhido pela professora, por acreditar ser de mais fácil compreensão dos alunos visto que revela aspectos matemáticos do cotidiano deles. Levamos em consideração que, pelo fato de envolver quantia em dinheiro e de pouco valor, os alunos não teriam dúvidas para resolvê-lo.

## Quadro 1 - Primeiro problema proposto aos alunos

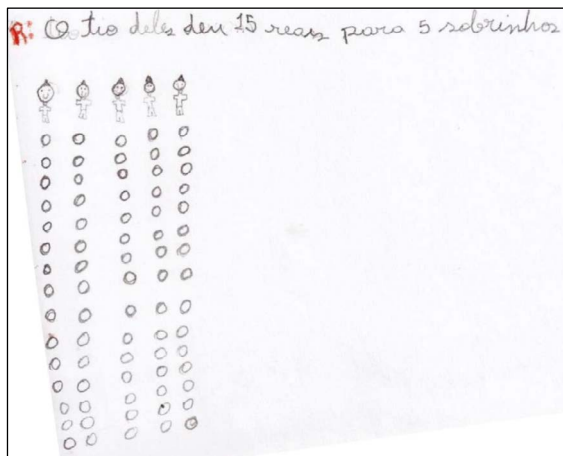
### PROBLEMA 1:

*Um tio muito gentil quer repartir igualmente 75 reais entre seus sobrinhos para que possam comprar seu lanche no passeio que farão à Vale. Se der 15 reais a cada um, quantos sobrinhos receberão dinheiro?*

Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

Notamos que, para o primeiro problema, alguns alunos fizeram tentativas de cálculos em rascunhos e registraram apenas as respostas. Ainda assim, eles apresentavam dificuldades em fazer registros e por isso, foi necessário informá-los de que poderiam fazer desenhos para registrar o que pensavam. Dessa forma, alguns fizeram uso desta estratégia de resolução, como podemos observar no registro abaixo.

Figura 1 - Desenho realizado por um aluno para solucionar o problema



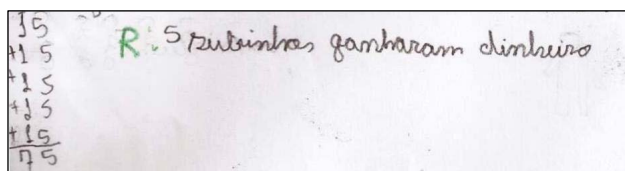
Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

A solução apresentada acima pode ser caracterizada como icônica, por usar linguagem pictórica para resolver o problema matemático proposto. Enquanto o aluno desenhava, foi possível visualizar que a distribuição das unidades era feita por pessoa, de modo a garantir igualdade entre as parcelas. É interessante notar que, em momento algum, o algoritmo da divisão foi empregado para desenvolver o cálculo

dos alunos, ainda que saibamos que as ideias de divisão estão implícitas em suas resoluções. Sobre a compreensão do problema, observamos que o aluno compreendeu a natureza da pergunta, pois mostra, ao final de seu registro, uma resposta escrita para a atividade proposta.

Além dos recursos icônicos, foram estabelecidas várias estratégias de resolução, utilizando algoritmos, das quais podemos destacar a adição de parcelas iguais “15 + 15 + 15 + 15 + 15”, conforme ilustra a figura a seguir. Essa solução foi a mais empregada pelos alunos da sala, havendo algumas variações entre o cálculo escrito ou mental.

Figura 2 - Aluno que resolveu o problema com soma de parcelas iguais

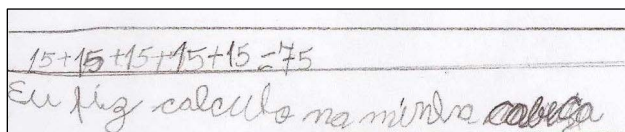


Handwritten student work showing a vertical addition of five 15s, resulting in 75. To the right, there is a handwritten note in green ink: "R: 5 zuzinhos ganharam dinheiro".

$$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ +15 \\ +15 \\ +15 \\ \hline 75 \end{array}$$

Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

Figura 3 - Aluno que resolveu o problema com cálculo mental



Handwritten student work showing a mental calculation: "15+15+15+15+15=75". Below it, there is a handwritten note: "Eu fiz calculo na minha cabeça".

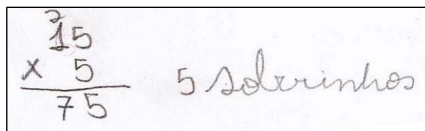
$$15+15+15+15+15=75$$

Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

Os alunos das figuras 2 e 3 conciliam o registro de parcelas iguais e o cálculo mental. Em função do dinamismo da aula, não pudemos acompanhar como se processou a soma de parcelas de 15. Quanto à solução registrada na figura 2, podemos verificar que o aluno utilizou o algoritmo formal da adição, mostrando domínio sobre o conteúdo em questão. Portanto, valorizamos os alunos ao fazerem uso de conhecimentos apropriados, a fim de solucionar um novo problema. Observamos que, enquanto o aluno da figura 2 apresenta resposta por extenso para a atividade, o aluno da figura 3 não nos permite interpretar que compreendeu a natureza da pergunta, pois apesar de realizar

cálculos corretos, não esclarece nenhuma solução em forma de resposta para a questão proposta.

Figura 4 - Aluno que resolveu o problema com uma multiplicação


$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 5 \\ \hline 75 \end{array} \quad 5 \text{ solzinhos}$$

Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

Em se tratando dos cálculos da figura 4, podemos inferir que o aluno identificou a multiplicação como operação inversa da divisão. Quanto à compreensão do problema, verificamos que o aluno também identificou o valor e a natureza do que era solicitado na pergunta, porquanto considera resposta para a atividade.

Em geral, os alunos não demonstraram dificuldades de compreensão para resolução, apenas em fazer o registro do que pensavam sem a intervenção da professora. Cremos que esse comportamento decorra do nível simples do problema, que compreende uma única pergunta. Constatamos também que a maioria dos alunos da turma apresentou a solução para essa pergunta, o que nos permite concluir que a maioria assimilou a natureza do problema proposto.

O segundo problema foi escolhido por conter mais de uma questão e também por envolver uma quantidade maior. Nesse problema, a professora regente fez adaptações nos nomes citados, na tentativa de tornar o problema mais atrativo aos alunos.

Quadro 2 - Segundo problema proposto aos alunos

PROBLEMA 2:

Larissa tem 325 clips coloridos para fazer brinquinhos. Ela quer distribuir entre ela e suas amigas: Débora, Jéssica e Maria.

Quantos clips receberá cada uma?

Sobrarão clips?

Se forem necessários 12 clips para um par de brincos, quantos pares poderão fazer com a quantidade que cada uma receber?

Fonte: Acervo pessoal da professora regente.



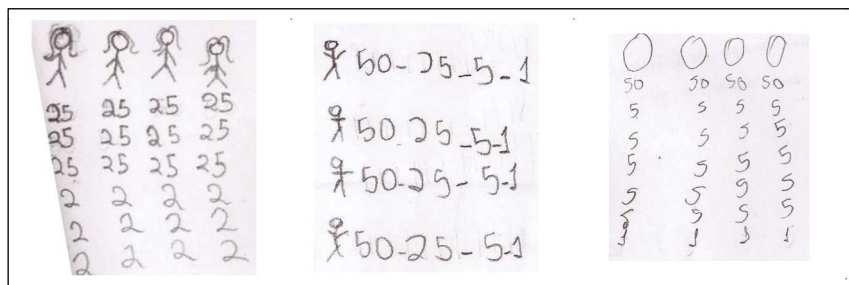
A princípio, os alunos não conseguiam perceber que a quantidade de clips era dividida por quatro pessoas (Luiza e suas três amigas). Foi somente depois de recorrer à professora - que fez a releitura do problema, questionando os alunos sobre a quantidade de pessoas para a divisão-, que os alunos reconheceram a situação proposta. Sobre essa dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas matemáticos, Smole e Diniz (2001) afirmam que o professor pode auxiliar os alunos na leitura, “garantindo que todos compreendam o problema” (p. 72).

Após esse momento, cada um realizou suas tentativas, e um aluno bem astuto logo começou a indagar suas estratégias de resolução: “Professora posso distribuir de 10 em 10?” Após a confirmação da professora e ainda refletindo, insiste: “E de 20 em 20, também?”. Destacamos que o diálogo entre a professora e o aluno para distribuição equitativa das quantidades exemplifica uma heurística proposta por Smole e Diniz (2001), com o objetivo de conduzir o aluno à resolução correta do problema:

Outra possibilidade é propor o problema escrito e fazer questionamentos orais com a classe, como é comum que se faça durante a discussão de um texto, o que auxilia no trabalho inicial com problemas escritos (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 73).

A partir do diálogo realizado com o aluno citado, outros alunos deduziram que poderiam seguir, dividindo, empregando quantidades maiores, conforme quadro a seguir.

Figura 5 - Resoluções de alunos para o primeiro item do segundo problema.



Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

O terceiro item do problema 2 foi o que mais desafiou os alunos da turma, por não conseguirem solucioná-lo sem intervenção da professora. Estamos convictos que isso ocorreu porque o problema até então apontava a ideia de divisão como distribuição em partes iguais e, no item três, era a ideia de divisão de medida ou de quantos cabem. Inicialmente, os alunos diziam: “esta terceira pergunta está muito difícil!” ou “não estou entendendo nada!”. Mas mesmo assim, a professora deixou que cada um buscasse suas soluções, pois acreditava que não poderia negar ao aluno o sabor da descoberta. Ademais, queria compreender como seus alunos pensavam. Por fim, alguns colocaram a resposta de forma aleatória, já que não acharam o resultado correto.

Com as quantidades empregadas pelos alunos no Quadro 3 para resolver o primeiro item do problema, pudemos compreender que o primeiro aluno foi mais prudente ao trabalhar grupos de 25 e, em seguida, grupos de 2. O segundo aluno entendeu, com mais facilidade, a composição do número 325, o que o permitiu utilizar menos grupos. O terceiro aluno, inicialmente, formou grupos de 50 para, posteriormente, fazer uso de grupos de 5 e 1. Isso nos permite acreditar ter ele compreendido, a princípio, que 200 unidades poderiam ser divididas, porém não lhe ocorreu como poderia proceder com as demais unidades, obrigando-se assim a operar com grupos de 5 unidades e grupos de 1 unidade.

*Os registros dos alunos foram socializados e debatidos posteriormente com os participantes do GEEM-ES, que analisaram algumas das soluções dadas pelos alunos e sugeriram que as situações-problema fossem retomadas com quantidades menores.*

Desde então, se sucederam as demais quatro aulas com a resolução dos seguintes exemplos de problemas:

Quadro 3 - Terceiro problema proposto aos alunos

Problema 3: Neste mês, o pai de João quer repartir igualmente 25 reais entre seus filhos para dar a mesada de cada um. Ele quer dar 5 reais para cada filho. Quantos filhos receberão a mesada?
--

Fonte: Acervo pessoal da professora regente.

Em nenhum dos dois problemas de divisão já comentados foi aproveitado nenhum material didático complementar. Na resolução do primeiro problema, muitos alunos não tiveram dificuldades de interpretação, entretanto, tiveram dificuldades nos procedimentos

de cálculo. Solicitaram a aprovação da professora para desenvolver desenhos, enquanto buscavam um algoritmo para representar a solução do problema. Reconhecemos que os alunos já tomavam a iniciativa de assumirem as suas próprias representações, embora ainda dependessem da aprovação da professora.

Cada aluno que ia ao quadro demonstrar sua solução, explicava aos demais colegas os procedimentos de cálculo que usara para achar a solução. Uns puderam auxiliar os outros a descobrir que existem variadas possibilidades de se chegar a um mesmo resultado e puderam arriscar mais tentativas para desenvolver seu raciocínio. Percebeu o quanto a aula foi produtiva?! Outros problemas foram redigidos sempre com o mesmo procedimento de cálculo para que os alunos pudessem se sentir seguros em relação às suas soluções, com todos participando e refletindo sobre como eram resolvidos.

## 5. Algumas reflexões

O registro escolar apresentado, inicialmente, destaca os momentos da escolaridade da professora nos quais ela se identificou com a matemática. Nessa observação, verificamos que ela não apresenta memórias significativas sobre o ensino de matemática durante sua formação para pedagogia, o que nos faz acreditar que a sua prática no ensino de matemática, hoje, tem uma expressiva contribuição do GEEM-ES.

Conforme descrito na seção anterior, apontamos três momentos onde há explícita participação do grupo na prática da professora. No primeiro trecho, a professora narra que a lista de problemas foi elaborada, com base nas discussões sobre divisão no GEEM-ES. Esse fragmento mostra que as atividades planejadas e realizadas pela professora são influenciadas por aprendizagens apropriadas no grupo, por troca de experiências e por contribuições de professores que já realizaram determinadas atividades. Verificamos/constatamos na prática da professora, as potencialidades da articulação entre ensino e pesquisa, defendidos anteriormente por Freire (1999, p. 29):

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e

me indago. Pesquisa para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquisa para conhecer e o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.

Nesse sentido, concluímos que os compartilhamentos de atividades e ideias relacionadas à divisão, promovidos no grupo, provocam na professora uma atitude de validá-los também com seus alunos, de forma a melhorar o desempenho dos mesmos em relação à matemática.

No segundo trecho que destacamos, a professora comenta que, mesmo não começando a trabalhar, especificamente, com a divisão, ela, influenciada pelo grupo de estudos, não realizou intervenção, uma vez que seu objetivo para a atividade era identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação ao processo de divisão. Esse processo de avaliação diagnóstica favorece a exploração dos conhecimentos já trazidos pelos alunos em suas experiências no seu contexto de vida. Logo, é possível partir do que os alunos já sabem e conhecem para ampliá-los e aprofundá-los nos assuntos a serem trabalhados nas próximas aulas.

Para realizarmos uma reflexão sobre o terceiro trecho concluído, precisaremos dividi-lo em duas partes. Na primeira, temos que os registros dos alunos foram socializados e debatidos com os participantes do GEEM-ES, que analisaram algumas das soluções dadas. Essa prática mostra que os participantes podem ser vistos como “amigos críticos”, tendo olhares e agindo como mediadores, como observadores, como profissionais ou como participantes” (SILVA, 2009, p. 318). Além disso, o exercício de discutir sobre o que é trabalhado por professor, faz de suas aulas momentos mais ricos de aprendizagem tanto para os alunos como para o docente. Outro aspecto é a familiarização das questões pertinentes de cada turma se fazerem presentes nas reuniões de estudos do GEEM-ES, o que aproxima os participantes do grupo da realidade de cada uma das salas de aula.

Na segunda parte do terceiro trecho, a professora comenta que os participantes do grupo sugeriram que os problemas fossem retomados durante a aula, mas com quantidades menores. Nesse sentido, verificamos influências por estudos realizados a partir de Serrazina (2012), que sugere que o professor “desmonte” o conhecimento matemático, ou seja, torne-o acessível, de modo que os seus alunos possam compreendê-lo. Destacamos também que a experiência mostra que é preciso flexibilizar as atividades, de acordo com o nível de entendimento dos alunos. E esta

se constituiu em uma tomada de consciência do fazer pedagógico pelos demais participantes do grupo.

## **6. Com a palavra, a professora regente**

Com a participação no grupo de estudos, cada dia reflito sobre como melhorar a maneira de ensinar, ainda que isso não tenha sido tão perceptível aos olhos de alguns. Descobrir novas maneiras de ensinar, discutir e refletir sobre as dificuldades no ensino matemático que enfrentamos na sala de aula, enquanto tento aprender sempre mais.

Lembro que, ao iniciar os estudos no grupo, abordei a temática da divisão e relatei que ensinava aos alunos (na época, da quarta série) a dividir, separando “palitinhos, risquinhos” em determinados grupos como, por exemplo: 12:4, fazia quatro círculos e ia colocando um risquinho em cada grupo. Se sobrasse algum e não desse para distribuir igualmente, deixava de fora, simbolizando assim o resto. Isso acontecia porque eu achava que poderiam compreender melhor a divisão e conseguir efetuar a operação. Não me recordo em quantas aulas trabalhava assim, contudo dessa forma introduzia o ensino da divisão, partindo para o algoritmo e aplicando a ideia de divisão como repartir ou distribuir em partes iguais. Trabalhava, em seguida, com o algoritmo.

Com a participação no grupo de estudos, penso em como abordar melhor o processo da divisão. De início, questionando o que pensam e sabem sobre a divisão, o que significa dividir, em que momentos a utilizam, como dividem, quais sinônimos podemos dar à palavra divisão. Observo agora que sigo outro rumo em minha prática de ensino de divisão.

Trabalhar as diferentes estratégias de resolução de problemas não é tarefa fácil, demanda tempo, análise de resultados, compreensão do pensamento matemático do aluno e estruturação desse pensamento. Tudo isso envolve prática e reflexão diária do nosso trabalho em sala de aula, embora crendo que os resultados são muito eficazes, tanto para nós professores quanto para os alunos. Estes últimos descobrem como a matemática é fácil e gostosa de praticar, descobrem que são capazes de vencer desafios e buscam mais saberes.

Destaco que muitos alunos acreditam não saber matemática por uma série de fracassos e decepções ao longo da sua vida escolar. No entanto, ao verem valorizadas as suas estratégias de resolução de problema,

eles se percebem construindo aprendizagens e descobrem o quanto são capazes de aprender. Por isso, destaco a importância do trabalho de construção do pensamento lógico matemático, do uso contínuo de materiais concretos e vivência em vários enfoques dos conteúdos matemáticos, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Isso sem falar da preparação que deve acontecer desde a educação infantil, pois desde a tenra idade já conseguem desenvolver ideias matemáticas.

## **7. Considerações finais**

Ao analisar as ações da professora regente, constatamos a disponibilidade e aprendizagem da professora em ensinar o conteúdo de divisão. Esse assunto em particular reflete a grandeza de suas participações no GEEM-ES, que podemos considerar em todos os conteúdos a serem trabalhados, passando pelas discussões, trocas de experiências e estudos realizados no grupo.

A ausência em alguns encontros por um período de um semestre, fez a professora voltar ao grupo com a convicção de que não deve se afastar, para não comprometer seu desempenho docente em suas aulas de matemática. As discussões fomentam atitudes motivadoras para ensinar essa disciplina, considerada por muitos colegas dos anos iniciais como o terror. E a professora, que participa do grupo exercita em suas aulas - com prazer e alegria -, as discussões elencadas, vendo seus alunos participarem e estimulados a aprender. O fato é que esse dinamismo tem o GEEM-ES como uma fonte de abastecimento.

Ainda que pareçam voluntárias, as participações no grupo envolvem afetividade e vão além da carga horária e de uma titulação. Nesse sentido, destacamos que os membros do grupo possuem, sim, certo tipo de interesse ao participar dele. Possuem interesse em compreender mais conteúdos matemáticos, em melhorar sua prática, seu crescimento profissional, conhecer a realidade de outras escolas e envolver-se em pesquisa. Assim, concluímos que as contribuições do grupo de estudo vão além do planejamento e da realização de uma aula sobre divisão.

## Referências

BENJAMIN, Walter. O narrador: considerações sobre a obra de Nicolai Leskov In: BENJAMIN, Walter. **Magia e técnica, arte e política: ensaios sobre literatura e história da cultura**. São Paulo: Brasiliense, 1986. (Obras escolhidas, v. 1),p. 201-213

COLINVAUX, D. Aprendizagem e construção/constituição de conhecimento: reflexões teóricometodológicas. **Proposições**, Campinas, FE/UNICAMP, 2007, v. 18, n. 3 (54), set./dez. p. 31.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática docente**. 12. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999. (1996).

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

SCHÖN, D. A.. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação**. Publicações Dom Quixote: Lisboa, 1992. v. 2, p. 77-91.

SERRAZINA, M. de L. M.. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p. 266-283, mai. 2012.

SILVA, S. A. F. da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 364 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. de S. V. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

# CAP 4

## A construção do conceito de divisão: estratégias próprias na resolução de problemas

*Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman  
Adriana Piumatti de Oliveira  
Sheila Rohr de Souza*

### 1. Introdução

Abordamos neste artigo algumas reflexões nascidas em experiências sobre o ensino e aprendizagem do conceito de divisão, subsidiadas por estudos realizados no GEEM-ES, em 2013/2014. A experiência aconteceu em uma turma de 5º ano, com 27 alunos, em uma escola municipal da Grande Vitória, em algumas aulas de 50 minutos, no mês de março de 2014. O texto tem por objetivo repensar a forma como ensinamos a divisão, adotando uma perspectiva em que se articulem a construção de conceitos e procedimentos de cálculo.

Em nossos estudos, a partir de trocas de experiências e leituras no grupo de estudos acima citado, constatamos que uma das etapas mais complexas para o aluno dos anos iniciais é a compreensão do conceito de divisão e o domínio da operação. Segundo alguns pesquisadores (CORREA; SPINILLO, 2004; SPINILLO; MAGINA, 2004; MUNIZ, 2009; SELVA, 2009), isso se deve ao fato de a operação de divisão englobar um campo de conceitos matemáticos, requerendo do aprendiz possuir noções de multiplicação e compreensão de ideias da adição e subtração. Talvez por isso, tradicionalmente, as escolas introduzissem essa operação somente após a multiplicação, ao acreditarem que o aluno já dominasse



os procedimentos de cálculo das operações do campo aditivo (adição e subtração). Ou seja, o aluno aprendia pela ordem, adição e subtração, para depois aprender a multiplicação e divisão. Pesquisadores, como os anteriormente citados, afirmam que essa ordem linear não facilita a aprendizagem do algoritmo da divisão, muito menos a compreensão do conceito. A linearidade é questionada, porque em suas vivências, as crianças repartem, entre si, elementos ou conjuntos de elementos em partes iguais e o fazem com justiça; logo, possuem a noção de divisão. Portanto, a construção do conceito de divisão deveria ser iniciada na escola muito mais cedo e com atividades menos formais, explorando conhecimentos já estruturados, como o conceito de metade, por exemplo. Este pode servir de ponto de referência ou âncora para algumas divisões mais complexas, ao utilizarmos as ideias de composição e decomposição, como mostraremos neste trabalho.

Pensamos estar por trás da aparente dificuldade em compreender o processo de divisão na escola, a ânsia do professor em introduzir procedimentos de cálculo, eliminando etapas mais lúdicas, na expectativa de que o aluno pense com a lógica do adulto. Assim, o professor espera que o estudante se aproprie de procedimentos algorítmicos abstratos, quando nem mesmo ainda possui clareza das ideias envolvidas nas operações básicas. Em nossos estudos, apostamos em um trabalho que priorize o uso de estratégias próprias dos alunos, como caminho para o algoritmo formal, em situações contextualizadas, com ampla reflexão sobre ideias e significados dessa operação.

## **2. Pressupostos teóricos e metodológicos**

Como os alunos já vêm dos anos anteriores com algum conhecimento sobre a divisão, selecionamos duas situações-problema para serem exploradas, em uma turma de 5º ano. Tínhamos o objetivo de diagnosticar o que já sabiam e o que não sabiam, em uma relação dialógica durante a resolução, de forma que se evidenciassem potencialidades e fragilidades. Durante esse processo, além de sondar conhecimentos, esperávamos oportunizar a esses estudantes a ressignificação do conceito de divisão que começavam a construir ou a reconstruir. Isso vai ao encontro do que nos diz Santos (1997), quando afirma que

esse processo mais eclético e global de avaliação ocorre de forma continuada e integrada [...] de modo a minimizar a ênfase na avaliação da etapa terminal. [...] valoriza o processo de encontrar a solução e o raciocínio utilizados para resolver problemas matemáticos tanto quanto o resultado final (SANTOS, 1997, p. 6).

Nesse sentido, alguns objetivos específicos foram elencados, levando em consideração os seguintes aspectos:

- a) Distinguir as Ideias envolvidas na divisão (partitiva e por quotas), identificando estratégias de resolução que melhor se adaptem na resolução de problemas que as envolvem.
- b) Estimular as representações pessoais e o algoritmo alternativo, confrontando-o com o algoritmo formal durante a avaliação em processo.

E para alcançar esses objetivos, subsidiamos nossos estudos, buscando o diálogo com Muniz (2009), que versa sobre problemas e situações-problema. Realmente, não concebemos a resolução de problemas apenas como a atividade que centra o oferecimento de textos elaborados pelo professor ou pelo livro didático ao aluno. Entendemos que a proposição de situações-problema é muito mais rica, quando parte de discussões construídas junto com os estudantes, com base em temas de interesse dos mesmos. Entretanto, nada impede que os textos escritos de problemas matemáticos tradicionais, de diferentes fontes, não sejam disparadores dessas novas situações, dependendo da mediação feita pelo professor, transformando-se em verdadeiras situações-problema. Ademais, compreendemos que a atividade matemática seja para fins avaliativos seja construção de conceitos, não deve abandonar o aluno à sua solidão. Muniz (2009), enumerando questões que devem ser repensadas pelo professor, em atividades de resolução de problemas, assim se expressa:

Um segundo aspecto é o fato de a escola supervalorizar a resolução solitária do problema, por vezes, crendo que a aprendizagem matemática só é possível por meio da atividade individual. Na situação-problema, a atividade matemática é, sobretudo, uma atividade de troca, de confronto, de experimentação, de validação, de discórdias e de argumentações (MUNIZ, 2009, p. 113).

Nessa perspectiva, centramos o nosso olhar sobre as estratégias dos estudantes na resolução dos problemas propostos. Estarmos juntos ao aluno - instigando-o a pensar e a arriscar formas de raciocínio com auxílio das representações pessoais -, era uma de nossas formas de atuação, enquanto lhe desafiávamos a pensar, sem utilizar o algoritmo formal da divisão.

Para compreender os esquemas de ação que os alunos empregam ao fazer divisões, dialogamos com Selva (2009) que discute cálculo numérico e cálculo relacional. Segundo a autora, que é seguidora de Vergnaud<sup>1</sup>, o cálculo numérico se refere às operações matemáticas com os números envolvidos, para chegar à solução do problema; e o cálculo relacional busca a compreensão das relações implicadas no problema, induzindo o aluno a realizar operações de pensamento. Logo, antes de pensarmos em que estudantes desenvolvam técnicas operatórias, é preciso desenvolver operações mentais. E, para isso, nada melhor do que partir de seus conhecimentos prévios, permitindo que criem seus próprios esquemas de ação até que se sintam seguros para compreender outras formas de cálculo que viermos a lhes oferecer.

Selva (2009), assim como Silva (2009), discute a resolução de problemas de divisão, enfocando as duas ideias: divisão partitiva ou por distribuição equitativa; e divisão por quotas ou com ideia de medida. Problemas de divisão partitiva são aqueles em que o todo deve ser distribuído em um número de partes iguais, tendo como resultado uma quota para cada parte. Problemas de divisão por quotas são os em que o todo deve ser dividido de acordo com uma quota ou medida dada, tendo como resultado a quantidade de partes. A autora ressalta que ambas as situações devem ser oferecidas ao aluno porque “apresentam relações intrínsecas diferentes, que precisam ser compreendidas pelas crianças e integradas à mesma operação de divisão” (SELVA, 2009, p. 121). Afirma ainda que, em pesquisas anteriores realizadas por ela (SELVA, 1998), não observou estranhamento de estudantes ao se depararem com as duas situações. Enquanto Nunes e Bryant (1997)<sup>2</sup>, citados pela autora, afirmam que os problemas de partição são mais fáceis para as crianças porquanto se baseiam no esquema da distribuição. Em síntese, resolvemos, em nosso

---

1 VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983, p.127-174.

2 NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.


estudo, trabalhar, simultaneamente, com as duas ideias e observar como os alunos se comportariam diante dessas situações, sendo estimulados por nós a explorarem seus próprios esquemas, antes de lhes ensinarmos o algoritmo convencional.

### 3. A experiência: estratégias próprias do aluno como caminho para o formalismo

#### 3.1 - A ideia de partição ou distribuição equitativa

O primeiro problema que oferecemos aos estudantes envolveu a ideia de partição ou ideia de distribuir em partes iguais, com resultado exato, como podemos ver abaixo.

Figura 1

	Cláudia está arrumando seus 186 livros em 6 prateleiras. Quantos livros colocará em cada prateleira, se quiser que cada uma fique com o mesmo número de livros? (Acervo da professora).
---	---

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Durante o primeiro momento, queríamos ver se tinham a compreensão de que a situação-problema incluía a ideia de partição ou distribuição equitativa, ou seja, queríamos observar se os alunos entenderiam que precisariam distribuir, igualmente, 186 livros em 6 prateleiras. Pudemos perceber que, entre os 27 alunos, quase todos compreenderam que teriam que efetuar um cálculo de divisão, armando a operação corretamente. Contudo, como prevíamos, entre eles, poucos dominavam o processo de cálculo numérico pelo algoritmo formal. Foram, então, estimulados a imaginar que nunca ouviram falar em “conta de dividir”, e assim, lhes indagávamos: como fariam para distribuir 186 livros em 6 prateleiras? Dramatizamos a situação: poderíamos colocar um livro de cada vez em cada prateleira, poderíamos colocar 3 ou 5... E deixamos que dessem sugestões, sempre tomando como parâmetro que teriam que distribuir 186 livros em 6 prateleiras igualmente. Ao percebermos que se perdiam no cálculo mental, sugerimos que usassem a escrita para resgatar a distribuição já efetuada. Aproveitamos o desenho da estante de um aluno que fazia a representação icônica para sugerir que, ao

invés de fazer vários tracinhos, usassem números. Dessa forma, obtivemos uma das primeiras tentativas mediada por nós, transcrita no quadro abaixo, nos quais orientamos que fizessem colunas, representando as prateleiras e linhas para registro dos livros distribuídos por vez. Além de outra coluna, à direita, para registro das somas dos livros já distribuídos.

Quadro 1 - Transcrição de estratégias de divisão com ideia de distribuição

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	Livros distribuídos
6	6	6	6	6	6	36
6	6	6	6	6	6	72
6	6	6	6	6	6	108
6	6	6	6	6	6	144
3	3	3	3	3	3	162
3	3	3	3	3	3	180
1	1	1	1	1	1	186
31	31	31	31	31	31	

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

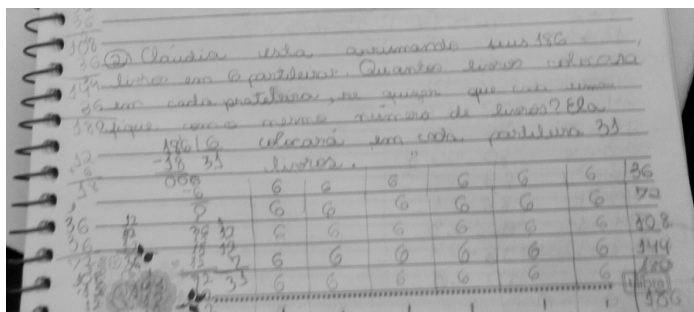
À medida que distribuía 6 livros para cada prateleira, tinham que somar e raciocinar se seria possível continuar a distribuição. Na primeira distribuição, os alunos colocaram 36 livros, até a segunda 72, até a terceira 108, e assim por diante. Ao chegarem em 144 livros distribuídos, experimentaram colocar 3 em cada prateleira e chegaram a um total de 162, continuando a distribuição até totalizarem aos 180 livros. Nesse momento, perceberam que agora só precisariam distribuir mais 6. E a essa altura, quase automaticamente, terminaram a distribuição de 1 em 1 para chegar a 186. Finalmente, somaram o total de livros em cada prateleira e concluíram que seriam 31 em cada uma, sem que sobrasse nenhum. Ao proceder dessa maneira, os alunos desenvolveram o sentido numérico, porque trabalharam com as ideias de composição, complementação, comparação e inclusão hierárquica (CORREA; SPINILLO, 2004), operações de pensamento necessárias para a compreensão do algoritmo da divisão. Estimulados pelo raciocínio do primeiro grupo, outros alunos se aproximavam e se apropriavam da mesma ideia para fazerem a sua distribuição, como vemos na figura 1.

A aluna Gaby, como vemos, seguiu o mesmo raciocínio, mas percebeu que poderia encurtar o processo, distribuindo 6 vezes 6 livros

e, depois, mais 1 para cada estante. Como mostramos, ela controlava a distribuição, adicionando a quantidade já distribuída, o que também atesta o desenvolvimento de sentido numérico dessa aluna por fazer comparações e antecipações.

Circulávamos entre os alunos e os instigávamos a testar novas composições, até chegarem a cálculos mais rápidos, sempre adicionando as quantidades já distribuídas e fazendo registros, para maior controle da distribuição parcial. Ao trabalharem com números mais fáceis de fazer contagens, de 10 em 10 e de 5 em 5, exploravam regularidades numéricas que lhes permitiam mais agilidade de cálculo, o que é essencial para compreender o algoritmo formal. Abaixo, transcrevemos uma dessas resoluções na tabelinha na qual alunos distribuíam os livros, inicialmente de 10 em 10, depois de 5 em 5 e, finalmente, distribuíam 1 para completar as 6 prateleiras com 186 livros.

Figura 2 - Raciocínio de distribuição construído por Gaby



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

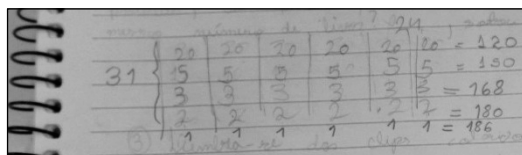
Quadro 2 - Distribuição com aproveitamento de regularidades numéricas

Prateleira 1	Prateleira 2	Prateleira 3	Prateleira 4	Prateleira 5	Prateleira 6	Total de livros distribuídos
10	10	10	10	10	10	60
10	10	10	10	10	10	60
5	5	5	5	5	5	30
5	5	5	5	5	5	30
1	1	1	1	1	1	6
31	31	31	31	31	31	186

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Organizamos as tabelas para melhor compreensão do leitor sobre o que os alunos nos explicavam, oralmente, sobre suas representações. Cremos nessa forma de construir o conceito de divisão por partição, porque, ao mesmo tempo, em que faziam as distribuições, precisavam estimar quantos grupos ainda podiam distribuir, desenvolvendo as ideias de complementação, comparação e composição, conceitos básicos para a construção da ideia de número e fundamentais para a compreensão de qualquer operação numérica. E esse pensamento é corroborado por McIntosh, Reys, Reys (1992). Sabemos que a divisão não pode apenas ser vinculada ao campo aditivo, entretanto, aqui explorávamos os conhecimentos matemáticos prévios do aluno para, depois, em outras etapas, avançarmos no raciocínio multiplicativo. A construção do sentido numérico cria estruturas mentais para melhor compreensão desse raciocínio. À medida que socializavam as diferentes estratégias, observamos que os alunos se sentiam orgulhosos ao constatarem que conseguiriam fazer distribuições mais rápidas ao utilizarem números maiores, como iniciou a aluna distribuição da foto 6, transcrita no quadro 8.

Figura 3 - Resolução da aluna Larissa



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Quadro 3 - Transcrição da estratégia de Larissa

31	{	20	20	20	20	20	20	120
		5	5	5	5	5	5	150
		3	3	3	3	3	3	168
		2	2	2	2	2	2	180
		1	1	1	1	1	1	186

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Após compartilhar as estratégias, envolvíamos toda a turma, no quadro, construindo o algoritmo formal pelo processo longo, como mostramos. É desnecessário dizer que o algoritmo formal precisa ser

ensinado ao aluno, como uma forma de agilizar o pensamento, porém refletimos que isso deve ocorrer somente após a apropriação da ideia de divisão. Essa etapa é mais abstrata e exige memorização de alguns procedimentos. Logo, deve ser o último passo e não o primeiro. Foi muito interessante participar da alegria dos alunos ao descobrirem que o resultado por eles obtido, por diferentes caminhos era alcançado pela operação. Essa percepção tornou a operação mais significativa e despertou o interesse dos alunos em querer aprendê-la.

Figura 4 - Algoritmo longo

C D U	6
1 8 6	C D U
-1 8	0 3 1
0 0 6	
-6	

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Para efetuar a divisão pelo algoritmo, fizemos a localização dos termos, marcando as centenas, dezenas e unidades no quadro, como registrada a operação, no quadro 4. Para efetuar, nos valem da ajuda do material dourado. Em seguida, dissemos aos alunos que iríamos começar a nossa distribuição pelas centenas, mostrando a plaquinha de 100 do material dourado. Poderíamos dividi-la em 6 partes? Como? Os alunos concluíram que não poderiam quebrá-la, então colocariam zero nas centenas no espaço reservado ao quociente. Para eles continuarem, teriam que agrupar as dezenas e, portanto, trocar a barra de 100 por 10 barrinhas de dez, agrupando-as com as 8 dezenas, teriam 18 dezenas. Em seguida, não foi difícil lhes mostrar que poderiam fazer corresponder 3 dezenas para cada uma das 6 prateleiras, pois tinham 3 vezes 6 dezenas e não sobraria nenhuma. Agora, faltava dividir somente as unidades. E, novamente, com o material dourado compreenderam que com 6 cubinhos seria possível distribuir 1 para cada uma das 6 prateleiras e não sobraria nenhum. Logo, formariam o número 31 no final.

Nesse exercício, os alunos começavam a observar que a divisão podia ser resolvida com o raciocínio aditivo, mas, na verdade, não se tratava de uma relação de elementos da mesma natureza. Era uma relação entre livros e estantes, que resultava em outro elemento: livros por estante.

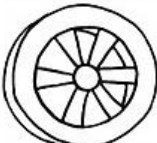


Tínhamos aqui uma relação de muitos (livros) para muitas (estantes) segundo (GUERIOS; AGRANIONI; ZIMER, 2014) que caracteriza o raciocínio multiplicativo. Contudo, o raciocínio aditivo ajudou o aluno a compreender essa estrutura mais complexa ao empregar suas próprias estratégias de cálculo.

Alguns alunos, depois das experiências acima mostradas, agora se mostravam felizes por perceberem que conseguiam fazer operações de divisão, sem fazer a continha e nos solicitavam novos exemplos. Aproveitamos e atendemos suas solicitações, oportunizando-lhes novos desafios, deixando-os mobilizar seus esquemas de ação até que estivessem preparados para compreender e aprender o algoritmo formal que introduzimos, gradualmente, de acordo com o tempo de aprendizagem de cada um.

### 3.2 - A ideia de divisão por quotas ou medida

Figura 5

Numa fábrica há 312 rodas. Quantos carros podem ser montados?		
<b>Operação</b>	<b>Resposta</b>	

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

O segundo problema, retirado do acervo pessoal da professora, compreendia a ideia de medida, também com a divisão exata. Podemos observar que o seu formato é tradicional e sugere ao aluno que realize uma operação para obter uma resposta. Deixamos no mesmo formato por desejarmos mostrar como atividades tradicionais podem ser bem aproveitadas, quando a mediação do professor se faz presente.

No primeiro momento, os alunos sentiram estranheza porque não perceberam o divisor que deveria ser inferido por eles. Por isso, foram estimulados a ler novamente o problema e a explicar com suas palavras o que tinham compreendido. À medida que liam, deduziam que, para cada carro precisariam de, no mínimo, 4 rodas. Evidentemente, o problema dava margem a outras interpretações que suscitaram algumas conjecturas, como vemos no diálogo abaixo:

- *Que carro, tia?*
- *Se for um caminhão vai ter um monte de rodas.*
- *E se for uma carroça? A carroça pode ter duas ou três rodas.*

Pudemos notar que não se tratava de uma situação clara que dispensasse a mediação do professor na leitura e interpretação. Porém esses debates, quando problematizados, ampliam a percepção do aluno no que se refere à aplicação da matemática em situações de vivência e transformam o tradicional problema do livro didático em uma verdadeira situação-problema, na acepção de Muniz (2009).

Destarte, observaram que estavam novamente diante de um problema que envolvia uma operação de divisão. Motivados pelo êxito no problema anterior, alguns alunos empregaram a mesma estratégia de distribuição utilizada anteriormente, chegando ao resultado 78. No entanto, para responder, parecia não estar claro que agrupavam 4 rodas para cada carro e, portanto, a cada grupo de 4 rodas corresponderia um carro. Como fizeram uso do método da distribuição, alguns alunos responderam que seriam 78 rodas. Essa resposta ocorreu porque, apesar de a estratégia de cálculo trazer o mesmo resultado, a distribuição não estava correta. Agora teriam que formar grupos de 4, pois tinham quotas ou quantidades preestabelecidas que não poderiam mudar e queriam saber quantos carros e não quantas rodas. Logo, não poderiam distribuir em 4 partes.

Estimulamos, então, para que pensassem em agrupamentos de 4, por etapas, considerando que a cada 4 rodas correspondesse um carro. O número 312 a ser agrupado de 4 em 4 era muito alto. E logo nos diziam que iria demorar muito. Percebemos que outra mediação era necessária: e se fossem 20 rodas? Com ajuda de uma tabela, conduzimo-los a registrar o cálculo mental, iniciando a contagem na proporção de 4 para 1, como vemos na tabela da figura 3, organizada por um aluno.

E se fossem 100 rodas? Com ajuda da contagem de dedos, aliada ao cálculo mental, descobriram que com 20 rodas, fariam 5 carros; com 40, fariam 10; com 60, fariam 15; com 80, fariam 20; e com 100 fariam 25. Então, com 200, fariam mais 25; e, portanto, seriam 50; para 300, precisariam mais 100 rodas e fariam mais 25 carros, logo teriam 75 carros. Agora só faltava descobrir quantos carros fariam com as 12 rodas restantes e adicionar aos 75, assim seriam  $75 + 3 = 78$ .

Figura 6 - Ideia de proporção na resolução de problema com divisão por quotas

	rodas
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
<hr/>	
carros	rodas
10	40
15	60
20	80
25	100
<hr/>	
50	200
20	100
12	3

$25 + 3 = 28$

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Para facilitar a compreensão e não perder os agrupamentos, também exploramos o uso do, quadro, simplificando os números, sempre resgatando o raciocínio matemático falado pelo registro escrito associado a esse raciocínio, como mostramos, a seguir. Constitui-se em um excelente recurso para desenvolver as ideias de proporção. Quantos carros fariam com 100 rodas?

Quadro 4 - 1ª etapa de simplificação do raciocínio

Rodas	Carros
20	5
20	5
20	5
20	5
20	5
100	25

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Então, quantos carros fariam com 300 rodas?

Quadro 5 - 2ª etapa de simplificação do raciocínio

Rodas	Carros
100	25
100	25
100	25
300	75

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

E quantos carros fariam com 12 rodas?

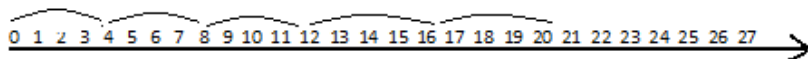
Quadro 6 - 3ª etapa de simplificação do raciocínio

Rodas	Carros
4	1
8	2
12	3

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Logo,  $75 + 3 = 78$  carros

Ainda utilizamos, com alguns alunos, a reta numerada para mostrarmos, por etapas, os agrupamentos de 4 em 4, representando 20 rodas, como a seguir.



Facilmente, os alunos verificaram que com 20 rodas, fariam 5 carros, pois constatavam que “cabia” 5 vezes o 4 no 20. Depois foi só seguir o raciocínio feito, anteriormente, com a ajuda do quadro que auxiliava na compreensão da proporção.

### 3.3 - Simplificação de situações

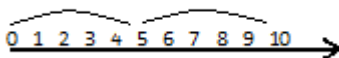
Nos primeiros exemplos dos problemas apresentados, trabalhávamos com números elevados, mas sempre que notávamos que alguns alunos

não estavam acompanhando o raciocínio, em outras experiências os simplificávamos e oferecíamos vários pequenos problemas para que compreendessem a ideia de dividir como medir. E, para isso, nos valíamos das cartinhas levadas por eles para jogarem “bafo”. Mostramos uma dessas estratégias, com os diferentes procedimentos que estimulamos.

a) Tenho 40 cartinhas e quero dar 5 a cada um de meus amigos. Quantos amigos receberão cartinhas?

### Uso da reta numerada

Aqui simplificamos a situação, induzindo o aluno a pensar, inicialmente, em 10 para mostrar na reta numerada, como vemos a seguir.



Repetindo a régua 4 vezes para alcançar 40, chegaram à conclusão que cabem 8 vezes o 5 em 40. Mais uma vez, eles eram inseridos em atividades em que precisavam desenvolver o sentido numérico antes de pensar em algoritmos.

Alguns alunos, que já tinham mais maturidade, preferiam fazer uma única reta, enumerando-a até 40. Respeitávamos assim os diferentes ritmos, deixando que uns sugerissem aos outros, caminhos mais rápidos. Aos poucos, todos se apropriavam das ideias envolvidas na divisão.

### Uso das subtrações sucessivas

Outra boa estratégia recorrida por nós para o desenvolvimento da ideia de medida foi efetuar o cálculo das subtrações sucessivas em que perguntamos aos alunos: quantas vezes cabem 5 em 40, vamos medir, retirando sempre 5 cartinhas?

$$40 - 5 = 35, 1 \text{ amigo}$$

$$35 - 5 = 30, 2 \text{ amigos}$$

$$30 - 5 = 25, 3 \text{ amigos}$$

$$25 - 5 = 20, 4 \text{ amigos}$$

$$20 - 5 = 15, 5 \text{ amigos}$$

$$15 - 5 = 10, 6 \text{ amigos}$$

$$10 - 5 = 5, 7 \text{ amigos}$$

$$5 - 5 = 0, 8 \text{ amigos}$$

Quantas vezes pudemos retirar 5 cartinhas? Os alunos verificavam que 5 está contido 8 vezes em 40. Chegamos à conclusão que esta era uma das formas mais acessíveis para a compreensão da ideia do “cabem”, porque se podemos tirar, é por estar contido em.

### Uso da operação inversa

Consistiu em fazer os alunos perceberem a relação entre multiplicação e divisão. Escrevemos a tabuada de 5 e procuramos o número que vezes 5 dá 40 ou se aproxima dele, sem ultrapassá-lo, como vemos abaixo.

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$5 \times 7 = 35$$

$$5 \times 8 = 40$$

$$5 \times 9 = 45$$

### Uso da tabelinha com raciocínio de proporção

A tabelinha com a ideia de proporção é um dos recursos mais rápidos, quando o aluno já começa a reconhecer a ideia de associar um para muitos. Ela facilita a compreensão do princípio multiplicativo que está na essência da divisão.

Quadro 7

Cartinhas	Amigos
5	1
10	2
15	3
20	4
25	5
30	6
34	7
40	8

## O conceito de metade como âncora

As salas de aula nunca são homogêneas, então, exploramos a divisão com números grandes e os simplificamos sempre que sentimos que há alunos que ainda não conseguem operar mentalmente, como mostramos. Mediamos a reestruturação do sentido de número, trazendo as ideias de composição, complementação e comparação para flexibilizar o pensamento matemático do aluno. Para exemplificar essa ação, relatamos um caso em que mediamos a compreensão da divisão com um aluno autista. Tratava-se de uma atividade em que os alunos tinham que decifrar uma mensagem em código, a partir da resolução das 4 operações. Ao sentar ao lado do aluno Felipo, percebemos que a comunicação não era nada fácil, parecia, inicialmente, que não gostaria de interagir conosco, enquanto se debruçava sobre a seguinte divisão:  $180:2$ . “Eu não sei fazer continha de dividir”, dizia sem nos olhar. Então, problematizamos: você sabe o que está representado aqui? Se eu e você tivermos que dividir entre nós 180 bolinhas de gude, quantas vão ficar para mim e quantas vão ficar para você? Usamos a ideia de partição, porque imaginamos que lhe seria mais fácil. Ele pensou, mas repetiu que não sabia. Contudo, observamos que agora começava a pensar nas bolinhas. Insistimos, dizendo que deveria fazer algum tipo de cálculo para descobrir. Ele perguntou se poderia fazer tracinhos. Dissemos que sim e deixamos que começasse, porém logo desistiu (como esperávamos), porque disse que iria demorar muito. Concordamos e perguntamos se não teria outro jeito de descobrir. Como ele nada dizia, simplificamos os números envolvidos na situação problema, como no diálogo que segue:

- E se fossem 10 bolinhas de gude?

- Ia dar 5 para cada um... - Ele respondia corretamente.

- E se fossem 20 bolinhas para dividir entre mim e você?

- Ia dar 10, tia.

Continuamos explorando números como 30, 50 e outros até a centena. Quando ele hesitava, dizíamos que, como era para dividir entre nós dois, igualmente, teríamos que dividir pela metade! Ao introduzir a palavra metade, constatamos que ele respondia rapidamente, pois era um conceito que já possuía. Depois de várias explorações assim, sugerimos: vamos pensar de novo no número 180 (do exercício proposto anteriormente)? Podemos fazer isso da seguinte forma, são 100 e mais 80, não são? Então, vamos dividir 100 pela metade primeiro e depois 80

e juntar (tentávamos dramatizar a situação). Notamos que, rapidamente, ele dividiu pelo raciocínio da composição:

- *Metade de 100 é 50 e metade de 80 é 40...*

- *Então, agora é só juntar, não é?*

- *Já sei, então é  $50 + 40 = 90$*

A partir daí, o aluno sentiu-se estimulado a resolver outras divisões, aproveitando o mesmo raciocínio:  $160:2$ ;  $130:2$  e outras. Observamos que é de grande ajuda explorar o conceito de metade nas divisões, associando-o aos processos de composição e decomposição de números, quando exploramos a ideia de partição. Notamos ainda que, problematizando a situação de divisão, dando sentido aos números, foi fácil fazer o aluno avançar. É o que alguns autores (SPINILLO, 2006) chamam de pontos de referência ou âncoras para avançar em estudos de outros conceitos matemáticos. Nesse caso, o conceito de metade funcionou como referência, para esse aluno avançar nos cálculos de divisão. Portanto, o conceito de metade no exercício do cálculo mental de divisão é mais um recurso que pode ser explorado com êxito, na construção do conceito e na apropriação dos procedimentos de cálculo.

Outro exemplo de como a ideia de metade ajuda na compreensão da divisão, veio-nos por meio de um relato de uma das autoras, colega do GEEM-ES. A professora se questionava sobre como incluir um aluno com síndrome de Down em aulas que abrangiam divisão. No grupo, ouvindo as experiências de colegas, notou que, intuitivamente, agiu corretamente, ao usar o conhecimento de metade, já da vivência do aluno, a fim de que este compreendesse o que significava dividir.

Nesse caso, o aluno em questão foi motivado a experienciar a ideia de partilha ao meio, oferecendo-lhe um ovo de Páscoa para que o dividisse, igualmente entre ela, a professora, e ele, o aluno. Como vemos, tratava-se de uma divisão de natureza contínua (a partilha do ovo). Em seguida, a professora aproveitou a oportunidade e introduziu a divisão de elementos enumeráveis, ou seja, conjunto de natureza discreta - os 10 bombons no interior do ovo de Páscoa (SANTOS, 1997).

A professora pediu que o aluno executasse a divisão dos bombons, dividindo-os igualmente, entre ela e ele. Explorando a ideia de distribuição, o aluno separava os bombons em dois grupos, colocando um de cada vez até que acabassem. A professora pediu que visualizasse os grupos para ver se, pelo simples senso numérico, o aluno saberia dizer se fora feita a divisão equitativa. Para isso, questionava-o sobre



se os grupos estariam iguais, e se a partilha seria justa. Em seguida, motivava-o a fazer a contagem dos elementos de cada grupo, ressaltando que dividira os bombons pela metade. E dando continuidade, ofereceu-lhe outros exercícios escritos, envolvendo o conceito. A professora ainda ressaltou que, somente teve essa ideia, a partir das discussões realizadas no GEEM-ES, em que fazíamos reflexões sobre o ensino e aprendizagem da divisão. Tinha em suas mãos um aluno no ensino médio, que não compreendia as noções básicas das operações. Era momento de agir e partir das primeiras noções, como se procede com estudantes no ensino fundamental, oferecendo-lhe atividades compatíveis em atendimento individualizado. E mais uma vez, concluímos como a exploração do conceito de metade auxiliou na compreensão da divisão.

#### **4. Considerações finais**

Ao introduzirmos o conceito de divisão em uma turma de 5º ano, pudemos inferir pelo relato que a aprendizagem dessa operação, inserida na resolução de problemas, se transformou em um desafio prazeroso para os alunos. Notamos que eles, ao serem estimulados a utilizar suas estratégias na construção do conceito por meio de tabelas, retas e cálculos alternativos para a resolução dos problemas propostos, se sentiram motivados para aprenderem o algoritmo formal. Para isso, a aplicação de estratégias variadas, aproveitando o que o aluno já conhecia foi fundamental. Foi pelo olhar mais cuidadoso sobre o assunto já adquiridos pelos alunos, que ficou mais fácil sugerir outras formas de pensar. Ficou evidente que, ao partirmos para o cálculo pelo algoritmo, os alunos se sentiam mais motivados para aprendê-lo, porque a abstração empírica possibilitou a abstração reflexiva ou construtiva.

Em nossos diálogos no GEEM-ES sobre o ensino de divisão, foi importante pensar e refletir sobre o potencial do uso de diferentes situações para o desenvolvimento da compreensão do conceito de divisão pelo aluno. Dessa forma, decidimos usar uma variação de situações-problema com divisões mais simples e outras mais complexas sempre, envolvendo as duas ideias de divisão (ideia de dividir como partição e ideia de dividir como medida) em nossas aulas. Por exemplo, para distribuir 40 figurinhas entre 5 amigos, o aluno reconheceu que, ao fazer distribuições, podia distribuir diferentes quantidades, desde que, ao final todas as partes,

tivessem o mesmo número de elementos. Nós, professores, constatamos como é importante que deixemos nossos alunos explorarem situações-problema como essas e estimularmos para que realizem distribuições diferentes. Ademais, observamos como é relevante dialogar e registrar, com a turma, as várias formas de resolver os problemas de divisão com ideia de repartir ou distribuir em partes iguais.

Entretanto, isso não acontece quando o aluno resolve um problema de divisão com ideia de medida ou ideia de cotas (ou quotas). Se vai distribuir 40 figurinhas, dando 5 a cada amigo, está estabelecida uma cota fixa que são 5 figurinhas; portanto, não pode dar 1 ou 2 figurinhas (SANTOS-WAGNER, GEEM-ES, 2006-2014). O processo de cálculo pode ser igual, ao se aplicar o algoritmo formal de divisão, todavia a ideia de divisão implicada é bastante diferente.

Destarte, chegamos às seguintes conclusões: (a) é preciso que ambas as ideias de divisão sejam vivenciadas e trabalhadas em sala de aula de forma sistemática; (b) sejam discutidas com os alunos as possíveis formas de resolver os problemas com as duas ideias de divisão; (c) inicie-se com o aluno uma reflexão sobre as diferenças inerentes às duas ideias, mesmo que ainda não consiga percebê-las claramente; e (d) trabalhe-se, também, com o algoritmo formal para efetuar cálculos de divisão, após os alunos terem compreendido e trabalhado com vários problemas e experimentado diversas estratégias de resolução.

Acreditamos que uma forma de aprimorar o ensino de divisão, como mostra este relato, é dar liberdade aos alunos para que desenvolvam, com autonomia e criatividade, métodos próprios, sendo protagonistas de sua aprendizagem. Partir para o ensino do algoritmo formal, antes dessas explorações, pode deixar o aluno frustrado porque este ensino requer memorização de passos que nem sempre é capaz de fazer. A consequência disso é que alguns alunos com capacidade de memorização mais aguçada se destacam e seguem o programa, enquanto outros ficam pelo caminho. Dessa forma, faz-se necessária a mediação do professor no processo de construção do conceito de divisão, mais cuidadosamente para que todos consigam aprender de fato. Assim estimulamos o desenvolvimento do raciocínio individual do aluno, para que estabeleça caminhos diferentes de resolução de problemas, mas sem deixá-lo a sós. Nossa experiência mostra como a mediação do professor, atuando de diferentes maneiras, interagindo e dialogando com cada aluno, ajudou para que este desse um passo à frente daquilo que percebia por si só e foi

fundamental para que atingisse estágios mais avançados de pensamento (VYGOTSKY, 2007/1984).

Ainda destacamos que o diálogo reflexivo sobre o ensino de divisão, realizado pelas professoras durante a escrita deste relato, foi muito produtivo, no sentido de compartilhar experiências e pensar novas formas de reintroduzir esse conteúdo sempre que necessário. Concluímos que a ideia de metade, que é simples e da vivência do aluno, é fundamental para introdução da divisão. O sentido de justiça durante uma partilha, também, é considerado relevante para que o aluno desenvolva sentimentos humanitários durante a divisão e os articule ao raciocínio matemático.

## Referências

CORREA, Jane; SPNILLO, Alina G. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: PAVANELLO, Regina M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**, v. 2. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, Coleção SBEM, 2004, p. 103-127.

GUERIOS, Ettiene C.; AGRANIONI, Neila T. ZIMER, Tânia T. Ao chegar à escola... In: Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

MCINTOSH, Alistair; REYS, Barbara J.; REYS, Robert E. A proposed framework for examining basic number sense. **For the learning of mathematics**, 12, 3. Wile Rock, British Columbia, Canadá, nov. 1992. p. 1-10.

MUNIZ, Cristiano A. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. In: GUIMARÃES, Gilda; BORBA, Rute. (Org.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM, 2009, p. 101-118.

SANTOS, Vânia M. P. (Coord.) **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SANTOS-WAGNER, Vânia M. P. dos. **Comentários, reflexões e sugestões de trabalho em sala de aula a respeito das quatro operações aritméticas e discussões específicas a respeito das ideias de divisão** em diferentes encontros do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) de 2006 a 2014.

SELVA, Ana Coelho V. A resolução de problemas de divisão: o que já sabemos? Como podemos contribuir para a sala de aula? In: GUIMARÃES, Gilda; BORBA, Rute. (Org.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM, 2009. p. 119-129.

SILVA, Sandra A. Fraga da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 2009. 364f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

SPINILLO, Alina G. O sentido de número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, Márcia R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 83-111.

SPINILLO, Alina G.; MAGINA, Sandra. Alguns “mitos” sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental. In: PAVANELLO, Regina M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. v. 2. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, Coleção SBEM, 2004, p. 7-35.

VYGOTSKY, Levy S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Organizado por Michel Cole et al. Tradução de José Cipolla Neto; Luiz Silveira Menna Barreto; Solange Castro Afeche. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007 (Publicado pela primeira vez no Brasil em 1984).



# CAP 5

## Estratégias utilizadas por crianças na educação infantil ao resolver um problema de divisão

*Dayane de Souza Gomes  
Thamires Belo de Jesus  
Daniel Moreira dos Santos*

### 1. Introdução

Em conformidade com o relato de experiência de uma professora da educação infantil, com alunos de 2 e 3 anos, registramos as estratégias apresentadas por eles ao resolverem um problema de divisão. A experiência e as reflexões neste texto foram estimuladas e possibilitadas por meio das aprendizagens compartilhadas em um grupo de estudos. Destacamos que a experiência foi vivenciada pela primeira autora, e as reflexões e os apontamentos relacionados aos resultados encontrados foram partilhados pelos três autores: O objetivo da proposta foi o de identificar e refletir sobre as diferentes estratégias utilizadas pelas crianças pequenas ao resolverem um problema de divisão e destacar a importância do ensino da matemática na educação infantil.

### 2. Onde tudo começou

Participamos do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) e nesse, compartilhamos aprendizagens sobre diversos conteúdos matemáticos da educação básica, dentre eles, o tema divisão. Estudamos alguns textos (TOLEDO; TOLEDO, 1997) e

debateamos conceitos importantes que envolvem a divisão, por exemplo, as ideias de “repartir igualmente” e “quantos cabem”. Estes estudos motivaram alguns membros a desenvolver atividades sobre o assunto em suas salas de aulas.

Ao ouvirmos os relatos dessas experiências, nas reuniões do grupo, surgiu a motivação de realizar uma atividade, envolvendo divisão com crianças na educação infantil. Nossa primeira preocupação foi pensar em algo que fosse adequado à idade das crianças e que pudesse contribuir com as questões pontuadas, a respeito de como ensinar divisão nas discussões vivenciadas. Escolhemos, uma turma do Grupo 2, composta por crianças de 2 e 3 anos. Iniciamos o planejamento da tarefa escolar com os objetivos de identificar: como poderíamos trabalhar problemas de divisão com crianças de educação infantil, e quais estratégias seriam aplicadas pelos pequeninos.

### **3. O que dizem as diretrizes e as pesquisas sobre a divisão...**

Segundo o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI), (BRASIL, 1998) as noções matemáticas são construídas pelas crianças, a partir das experiências compartilhadas com pessoas mais experientes. As aprendizagens também são proporcionadas pelo contato com objetos presentes no ambiente em que as crianças vivem. Também a interação, entre as próprias crianças por meio de jogos, brincadeiras e suas regras, favorece a aprendizagem de ideias matemáticas.

Essas interações ocorrem e devem ser estimuladas no cotidiano das crianças, sejam elas voltadas para noções de quantidades ou formas. Quando uma criança divide a quantidade de balas com os amigos, seleciona a quantidade de figurinhas para compor um álbum ou forma grupos para jogar futebol, ela está interagindo com pessoas e objetos e está adquirindo noções matemáticas de forma intuitiva. Segundo Smole (2000, p. 62),

É sabido que as crianças não entram na escola sem qualquer experiência matemática, e desenvolver uma proposta que capitalize as ideias intuitivas das crianças, sua linguagem própria e suas necessidades de desenvolvimento intelectual requer bem mais que tentar fazer com que os alunos recitem corretamente a sequência numérica.

Os procedimentos pedagógicos do professor, e a maneira como ele interage com as crianças no ambiente da educação infantil devem estimular a criança a querer pensar na situação proposta e resolver a mesma de forma autônoma (KAMII, 1984). Ou seja, o professor de educação infantil precisa se colocar no pensar de uma criança, de forma a fantasiar quais estratégias elas utilizariam. Este professor precisa e deve ser curioso, observar, enxergar e auscultar, atentamente, como os pequeninos reagem, falam, pensam e exibem sentimentos nas diferentes situações e interações que ocorrem em sala de aula na educação infantil (LORENZATO, 2006, 2008).

Moraes e Pirola (2005, p. 09) concordam com o documento do RCNEI (BRASIL, 1998) ao afirmarem:

A Educação Infantil constitui-se em um momento em que as crianças começam a construir as primeiras ideias básicas da matemática, partindo de seus conhecimentos prévios adquiridos no próprio ambiente familiar e nas interações com seus amigos e brinquedos.

É, pois, com base nos conhecimentos prévios das crianças que o professor pode trabalhar a matemática por meio de resolução de problemas. Segundo o RCNEI (BRASIL, 1998), o papel do professor da educação infantil é propor situações que possibilitem as crianças usar as suas estratégias e conhecimentos prévios. Uma vez que, conforme Carvalho (2007, p. 17):

Possibilitar o aluno lançar mão de diferentes estratégias para resolver problemas propostos é permitir que use os seus conhecimentos e a sua criatividade. Escolher diferentes recursos para resolver o problema, como desenhos, gráficos, tabelas, esquemas, apoio de materiais concretos e se for o caso, aplicando a operação, possibilita o rompimento de um trabalho linear no ensino da matemática.

Ao propor a resolução de problemas na educação infantil, o professor precisa observar as estratégias usadas pelas crianças e o momento ideal para fazer as intervenções pedagógicas, de forma a não desestimular a criança a defender as suas próprias formas de resolver a situação.

É importante que o professor estimule a criação de diferentes estratégias para que as crianças observem, desde pequenas, que, em muitos casos, não existe apenas um caminho de resolução para uma situação-problema. Porém, segundo Carvalho (2007, p. 20). “Isso não



significa que o professor deva considerar corretas todas as soluções apresentadas pelo aluno para o problema proposto”. Entretanto, após uma resolução, um diálogo deve acontecer entre o professor e as crianças para validar ou não essa resolução. Quando o aluno apresenta uma solução para um problema proposto, é incompatível com a resposta correta, ele deve ser questionado sobre as estratégias empregadas, a fim de repensar e rever sua resposta (CARVALHO, 2007).

Segundo os autores já citados neste texto, a matemática na educação infantil pode ser abordada com o uso da resolução de problemas de forma lúdica, onde o professor possa criar momentos de descontração e, ao mesmo tempo, aprendizagens. Desde interação entre alunos e professor é possível trabalhar alguns conceitos matemáticos iniciais importantes, para possibilitar em outros anos escolares a construção de conceitos matemáticos mais complexos e/ou o aprofundamento de conceitos.

Fundamentados nesses argumentos, elaboramos a tarefa de divisão para analisarmos as estratégias aplicadas pelas crianças. A tarefa foi realizada em uma aula de trinta minutos, com crianças de dois e três anos, do segundo segmento da Educação Infantil, em uma escola da rede privada de ensino. Os registros foram feitos por meio de fotos, filmagens e reflexões registradas no diário de campo da professora regente e pesquisadora (primeira autora). Para análise das estratégias apresentadas pelas crianças, fizemos uso de uma metodologia pautada no estudo interpretativo das ações desempenhadas por eles e pelas estratégias de intervenção concretizadas pela professora regente. Na sessão seguinte, descrevemos o relato da experiência e as reflexões que suscitaram dessa prática.

#### **4. Mãos à obra...**

Quando a professora<sup>1</sup> pensou na aplicação dessa atividade, de origem na proposta do grupo de abordar divisão em sala de aula, precisou analisar quais materiais seriam precisos, para que o objetivo da atividade fosse alcançado. Como se tratava de crianças de 2 ou 3 anos, teria de trabalhar com materiais manipulativos. E, após verificar seus materiais,

---

<sup>1</sup> A professora-pesquisadora na qual estamos relatando a experiência refere-se à primeira autora deste artigo. Por esse motivo, alguns trechos do texto aparecem na primeira pessoa do singular.

decidiu separar porquinhos de plástico, já conhecidos pelas crianças, para serem utilizados na atividade de divisão. Além disso, tinha uma quantidade de porquinhos, de mesmo formato e cores diferentes.

Destacamos que a professora cuidou para que os alunos não associassem as cores na divisão, visto que esse tipo de classificação, por cor, já foi realizado pelos mesmos em outra atividade. (Ver figura 1). A professora separou 9 porquinhos e pensou em dividi-los, igualmente, em 3 grupos. Para que os alunos pudessem visualizar essa divisão mais facilmente, a professora fez marcações no chão da sala (ver figura 2). Conforme pretensão inicial da professora, ela trabalharia somente com divisão exata, e as quantidades em cada grupo não ultrapassariam as 10 unidades, quantidades compatíveis com o entendimento dos alunos de dois e três anos.

Figura 1 - Caixa com porquinhos



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Figura 2 - Retângulos desenhados no chão da sala



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Em Toledo e Toledo (1997), a divisão está ligada a duas diferentes ideias: medir e repartir igualmente. A divisão no sentido de “repartir igualmente”, significa que se procura o maior número de elementos em cada um dos grupos fixados (o divisor) (TOLEDO; TOLEDO, 1997). A professora utilizou a ideia de repartir em partes iguais por facilitar a visualização do processo de divisão para as crianças. Ao longo da atividade, a professora percebeu que os alunos aplicavam estratégias diversas para solucionar o problema proposto, assim, começou a questionar os alunos, oralmente, sobre seus processos de resolução. Apresentamos, a seguir, o desenvolvimento da atividade e nossas considerações.

A professora iniciou a atividade em roda de conversa na qual abordou o tema “divisão”, articulando-o com conhecimentos/noções prévias dos alunos, exemplificando situações e mostrando como é possível dividir certa quantidade de objetos em partes iguais. A roda de conversa é reconhecida na Educação Infantil como meio de dialogar com os alunos. Conforme Ryckebusch (2011, p. 39)

a “Roda de Conversa” é uma prática educativa essencial no desenvolvimento das crianças. Estudos têm apontado sua importância como um momento privilegiado para a promoção da socialização, do desenvolvimento de afetividades, de construção de vínculos e de constituição de sujeitos críticos (autonomia e pensamento divergente) e criativos (ressignificações) (cf. Rossetti-Ferreira e cols, 2009; Motta, 2009; Ângelo, 2006; Costa, 2009, Brito, 2005). Nas instituições educativas infantis, aparece referendada no currículo, assumindo status de situação de ensino-aprendizagem indispensável no planejamento das educadoras (RYCKEBUSCH, 2011, p. 39).

No dia da atividade, no momento da Roda de Conversa, a professora introduziu algumas noções de divisão, relacionando com situações cotidianas como: “Quando você está com dois carrinhos, você pode dividi-los com o colega e assim vocês podem brincar juntos. Podemos dividir também o biscoito na hora do lanche, assim todo mundo pode experimentar”. A proposta foi levar situações conhecidas das crianças na qual a divisão em partes iguais fosse entendida por todos, com base em suas experiências pessoais.

Após essa discussão inicial na Roda de Conversa, a professora mostrou os materiais, previamente preparados para a atividade. Uma caixa com porquinhos de plástico (figura 1), que seriam divididos

nos retângulos, desenhados no chão da sala (figura 2). Ela utilizou as representações no chão por acreditar que a visualização dos pequeninos seria mais adequada.

A professora representou três retângulos com fita crepe no chão para delimitar a região, onde as crianças iriam colocar seus porquinhos (figura 2). Cabe ressaltar que os alunos já conheciam os porquinhos, pois faziam parte de diferentes brincadeiras de seu cotidiano. Depois da apresentação, a professora pediu que todos ficassem sentados no tapete, para que ela mostrasse ser possível dividir objetos, de forma que todos os grupos ficassem com a mesma quantidade.

Ela chamou a atenção de todos para olharem para os retângulos no chão, os quais denominou de “casas”. Continuou apresentando a atividade, a partir do seguinte questionamento: “Tenho que dividir nestas três casas todos os porquinhos, de forma que não fique nenhum na caixa e que todas as casas tenham a mesma quantidade de porquinhos. Então, vou começar assim, um porquinho pra cada casa” (figura 3).

Figura 3 - Desenvolvimento da atividade



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

A professora lhes perguntou se todas as casas tinham porquinhos, e a resposta foi afirmativa. Perguntou ainda se tinha sobrado porquinhos na caixa, e alguns disseram que sim, novamente. Então, ela fez outra pergunta: “Dá para dividi-los de novo?” Com a afirmação positiva dos alunos, continuou a divisão, colocando um porquinho de cada vez. Realizamos a divisão partitiva dos porquinhos, contando um a um por acreditar que seria, facilmente, compreendido pelas crianças. Outras maneiras poderiam ser trabalhadas em momentos posteriores

com as crianças. Nessa fase inicial, queríamos apenas que os alunos organizassem a ideia de repartição um a um.

Depois que colocou todos os porquinhos, a professora falou com as crianças para contar quantos porquinhos ficaram em cada casa. Alguns alunos constataram que tinham 3 porquinhos em cada casa. Outros, porém, não conseguiram ter essa percepção nos diferentes agrupamentos. E, para tentar ajudar esse grupo de crianças que ainda não tinha conseguido realizar a contagem, a professora assumiu outra postura. “Íamos contando e colocando dentro da caixa novamente. Com essa nova atividade, descobrimos que ficaram três porquinhos em cada casa”.

Após a realização dessa atividade, a professora pediu que cada criança dividisse os porquinhos em partes iguais, em cada casa da forma que eles quisessem. O objetivo dessa nova proposta foi identificar, se eles compreenderam o que ela havia realizado. É importante destacar que a realização da tarefa de maneira oral é uma maneira de aproximação do que os alunos nessa idade conseguem compreender, visto que eles ainda não dominam a escrita.

A seguir, apresentamos alguns resultados interessantes<sup>2</sup>. Pontuamos algumas estratégias utilizadas pelas crianças ao resolver o mesmo problema de dividir 9 porquinhos em 3 casas, de maneira que ficassem repartidos igualmente. Registramos também o que fomos aprendendo sobre a forma de raciocinar e as estratégias usadas por cada uma dessas crianças ao resolver esse problema.

A aluna Lara<sup>3</sup> dividiu 2 porquinhos na casa do meio e 1 porquinho em cada casa lateral. Depois foi acrescentando 1 a 1 até terminarem os porquinhos. Reparamos que ela iniciou por cores, mudou depois que entendeu que a quantidade de porquinhos da mesma cor não permitia a repartição do total de porquinhos em partes iguais. É importante notar que a separação por cores revela um primeiro nível de abstração, denominada “abstração empírica”, isto é, ocorrida na observação imediata de uma propriedade física; nesse caso, a cor do objeto. Enquanto que a repartição da quantidade de porquinhos em partes iguais está associada a um nível de abstração reflexiva, quando a criança inicia a coordenação de relações entre propriedades; nesse caso, o número de

---

2 As análises realizadas daqui em diante foram realizadas por todos os autores. Portanto, utilizamos o verbo na terceira pessoa do plural.

3 Nomes fictícios para preservar a identidade dos alunos.

porquinhos em cada casa (KAMII, 1984).

O aluno Beto colocou todos os porquinhos na primeira casa. Ao observar que nem todas as casas haviam recebido porquinhos, ele foi redistribuindo de 1 em 1 até ficarem todas as casas com a mesma quantidade de porquinhos (figura 4).

Figura 4 - Estratégia do aluno Beto



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Luciano: Começou distribuindo de dois em dois. Ele mudou a estratégia ao ser questionado sobre a quantidade de porquinhos em cada casa; juntou os que estavam nas casas laterais na casa do meio; e parou de dividi-los. Percebemos que Luciano começou, de forma prática, a resolução do problema, no entanto ao ser questionado sobre a quantidade de porquinhos que restaram na caixa e como ele ia dividi-los, Luciano teve dificuldades em continuar a divisão (fig. 5). Ficou claro que a fala da professora atrapalhou o pensamento desse aluno. Provavelmente, a fala da professora desequilibrou o aluno em nível cognitivo e emocional, e desistiu da forma como estava pensando para resolver a situação e nem quis experimentar outra estratégia.

Figura 5 – Estratégia do aluno Luciano



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Daniel: Iniciou dividindo de dois em dois e depois juntou todos na casa do meio. Quando a professora perguntou se todas as casas tinham porquinhos, ele percebeu que não tinha, e dividiu o número de porquinhos da casa do meio com as casas laterais. Dois porquinhos amarelos para um lado e 2 porquinhos verdes para o outro lado. Podemos notar que a estratégia inicial de Daniel foi parecida com a de Luciano, porém, ao ser questionado, ele passou a selecionar por cores os porquinhos e, assim, dividi-los. Observamos que, nesse caso, a fala da professora não desequilibrou o aluno Daniel e, sim, provocou-o a procurar outra estratégia, para finalizar a resolução do problema de dividir, igualmente, os 9 porquinhos em 3 casas.

Gustavo: Dividiu de um em um inicialmente. Depois, começou de novo, colocando dois na primeira casa, um na segunda e um na terceira. Acrescentou mais um na terceira e na segunda casa. Ficando cada casa com dois porquinhos. Logo, viu que havia sobrado porquinhos, então, resolveu dividi-los um a um novamente, finalizando com 3 em cada casa. Gustavo usou diferentes estratégias para chegar ao resultado final (figura 6).

Figura 6 – Estratégia do aluno Gustavo



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Juliana: Começou selecionando por cores e colocando na casa do meio. Quando questionada sobre as casas que estavam vazias, ela separou 3 e colocou na 1ª casa, 4 na 3ª e a 2ª casa com dois porquinhos. Nota-se que, inicialmente, Juliana adotou uma nova estratégia, agrupando na casa central e desagrupando para as casas laterais com valores diferentes. Ela também realizou uma distribuição dos 9 porquinhos nas casas, sem obter uma divisão em partes iguais.

Lorraine: Realizou o processo, dividindo por cores, efetuando a

contagem de um a um. Ao terminar, a professora verificou que a quantidade de porquinhos não era a mesma em cada casa. Constatamos que esta aluna fixou seu olhar, classificando os porquinhos por cor, aplicando assim uma estratégia diferente para resolver o problema apresentado.

Belinda: Iniciou colocando todos os porquinhos na primeira casa, repartido 1 a 1 com as demais, de forma que todas as casas ficaram com a mesma quantidade. A estratégia utilizada pela aluna foi a mesma do aluno Beto.

A professora finalizou, dizendo às crianças que existem diferentes maneiras de dividir os porquinhos em três casas e que eles haviam demonstrado isso durante a atividade. Disse também que, para dividir, não precisamos distribuir um por um, contudo podemos distribuir de dois em dois, três em três.

## **5. Considerações finais**

Concluimos que a atividade permitiu alcançar os objetivos propostos, pois as crianças que participaram usaram diferentes estratégias para resolver o mesmo problema de divisão. Vale ressaltarmos que apenas uma criança resolveu o problema por meio da classificação dos porquinhos por cores, e duas crianças utilizaram a mesma estratégia. Isso demonstra que, em alguns momentos, ocorreram resoluções diferentes ou semelhantes de um mesmo problema, independente do grau de dificuldade dele ou até mesmo da faixa etária dos envolvidos na resolução. Sendo assim, algumas estratégias empregadas pelas crianças podem ser iguais ou diferentes, e isso foi possível observarmos nessa atividade.

O educador precisa ter um olhar mais atento aos diferentes caminhos que levam o aluno a chegar ao resultado. A mediação do professor neste tipo de situação é um grande aliado no encaminhamento ao resultado. Porém, pode interromper o pensamento e atrapalhar em alguns casos, como aconteceu com o aluno Luciano. E também pode funcionar como algo que provoque e estimule a criança a buscar outros caminhos como ocorreu com o aluno Daniel.

Nesse momento de reflexão sobre tudo o que foi feito, cogitamos em fazer a próxima experiência de modo diferente. Pensamos em utilizar materiais de fácil manipulação, porém, pretendemos usar material que seja neutro ou de apenas uma cor. Assim sendo, a atividade ficará centrada



apenas na quantidade de objetos a serem distribuídos pelas crianças.

## 6. Aprendizagens do grupo

Após a experiência de escrever e refletir sobre as diversas ações apresentadas pelas crianças ao resolverem o problema de divisão, torna-se necessário descrevermos as aprendizagens que culminaram neste estudo para os três autores visto que realizamos um trabalho conjunto entre uma professora de educação infantil, um professor de ensino fundamental e superior e uma professora de ensino superior.

A professora de Educação Infantil pôde notar a importância que foi compartilhar os processos de ensino e aprendizagem com crianças de 2 e 3 anos com os outros professores participantes do grupo de estudos. Os autores deste estudo participam do grupo de estudos que proporciona a interação e o compartilhamento de práticas entre os diferentes níveis escolares e as didáticas aplicadas no ensino da matemática desde a educação infantil até a formação de professores. Por ser um grupo com professores regentes de diversos níveis e seguimentos da educação, as discussões e os trabalhos são pensados de forma que contemplamos todo o processo de ensino de matemática. E este trabalho não foi diferente, foi pensado e discutido no grupo, saindo então da discussão para ver o efeito na prática.

A professora que, atualmente, trabalha no ensino superior, destaca a importância do diálogo com profissionais da educação infantil. Uma vez que as atividades trabalhadas com as crianças de 2 e 3 anos de idade precisam ser pensadas, discutidas e refletidas por professores que ensinam matemática nos outros níveis escolares. Ademais, também precisam e devem ser discutidas no ensino superior, especificamente, no curso de licenciatura em Matemática, porquanto seja este futuros professores de matemática.

Além disso, as estratégias utilizadas pelas crianças para resolverem o problema de divisão, e as metodologias apresentadas pela professora regente nos mostram como problemas matemáticos podem ser discutidos sob diferentes olhares. Essa rica variedade de estratégias de resolução de problemas tende a perder espaço para os diversos algoritmos e procedimentos apresentados no ensino fundamental II, médio e superior. Assim sendo, os professores de ensino médio e superior precisam dialogar com os professores de Educação Infantil para

aprenderem como as crianças (futuros jovens e adultos) investigam a matemática. Temos muito a aprender com as crianças!

## Referências

BRASIL. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas?!**: estratégias de resolução de problemas em sala de aula. 3 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

KAMII, Constance. **A criança e o número**. Papyrus, São Paulo, 1984.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

\_\_\_\_\_. **Educação infantil e percepção matemática**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

MORAES, Mara Sueli Simão; PIROLA, Nelson Antônio (org). **Matemática e educação Infantil**. Bauru, FC: CECEMCA: Brasília: MEC/SEF, 2005.

RYCKEBUSCH, Claudia Gil. **A roda de conversa na educação infantil**: uma abordagem crítico-colaborativa na produção de conhecimento. 2011. Tese (Doutorado em linguística aplicada e estudos da linguagem) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, 2011.

TOLEDO, M; TOLEDO, M. **Didática da matemática – como dois e dois**: construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.



# CAP 6

## Explorando a resolução de situações-problema do conceito matemático de divisão no ensino fundamental

*Alexsandra Senna*

*Cátia Aparecida Palmeira*

*Elcio Pasolini Milli*

*Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner*

### 1. Introdução

Neste trabalho, relatamos uma experiência sobre divisão no ensino fundamental, desenvolvida em 2013, com alunos do 4º ano de uma escola da rede pública municipal de Vitória. A investigação integra um estudo maior sobre a operação de divisão em que um dos autores é o pesquisador. O relato teve como foco identificar quais estratégias os alunos formulam para resolver tarefas de divisão antes de um experimento de ensino. A partir da proposição de duas situações-problema, analisamos as estratégias desenvolvidas por dois alunos na busca de respostas a esses problemas. Apresentamos a análise das estratégias de divisão com o conceito de partilha<sup>1</sup>, e as estratégias de divisão com o conceito de medida<sup>2</sup>.

Os autores deste texto integram o Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES. Um dos objetivos do grupo é aprender a conduzir e registrar experimentos de ensino realizados em sala de aula e aprender a se conhecer profissionalmente, por meio de um

---

1 O conceito de divisão como partilha também é conhecido como repartir em partes iguais, distribuir em partes iguais, divisão equitativa, divisão partitiva ou partição.

2 O conceito de divisão como medida também é conhecido por quantos cabe, divisão quotativa, divisão quotitiva ou quotição.

fazer pedagógico reflexivo. Foi então, que surgiu em nossos encontros, a necessidade de estudarmos e discutirmos a respeito do ensino da operação de divisão na educação básica. Segundo Serrazina e Oliveira (2010), as discussões realizadas por professores que ensinam matemática na formação continuada são essenciais

por criarem um ambiente propício à partilha de conhecimento sobre o pensamento matemático dos alunos e à construção de sequências de tarefas matemáticas conducentes a um ensino efectivo e, também, por permitirem a construção de um suporte social e emocional para lidar com a incerteza (p.56).

Por pensar nessas contribuições para nossa prática pedagógica de sala de aula em matemática, foi proposto, em nosso grupo de estudos, que fizéssemos um relato de atividades escolares que abordasse o conceito de divisão. Pesquisas revelam que o ensino das operações fundamentais deve acontecer interligado num movimento de avanço e retorno. Em outras palavras, quando o professor percebe que o aluno aprendeu um conceito em determinada tarefa, é o momento de rever esse conceito e a aprendizagem dele, propondo o mesmo em tarefas e situações diferentes. Por isso, compreendemos que as quatro operações devem ser trabalhadas integradas, durante todo o ano letivo e devem ser apresentadas em diversos contextos e tarefas.

No que tange ao conteúdo de divisão, precisamos apresentar as diferenças entre as duas ideias que envolvem essa operação. Além disso, é necessário estimular os alunos a criarem estratégias de resolução na busca de suas soluções para as situações-problema. Nas discussões realizadas no GEEM-ES, compreendemos que ensinar a operação de divisão requer um planejamento pautado na construção do conceito e na exploração de possíveis estratégias de resolução.

## **2. Pressupostos teóricos**

A operação de divisão é de grande complexidade a nível cognitivo, quando está relacionada a situações, onde o aluno representa com material manipulativo e não apenas do ponto de vista, estritamente, do cálculo. Ou seja, a divisão requer que se relacione a representação concreta - com material manipulativo - e o cálculo escrito. Além disso,

ela exige que se estabeleça conexão entre os termos (dividendo, divisor, quociente e resto) e se utilizem as operações de multiplicação e subtração. Por todos esses aspectos, a operação de divisão requer que os alunos focalizem e compreendam vários conceitos.

Alguns autores (FISCHBEIN; DERI; MARINO<sup>3</sup>, 1985 apud SELVA, 1998) argumentam que o conteúdo de divisão deve ser iniciado, abordando a ideia de dividir como repartir em partes iguais. Tal argumento decorre das observações realizadas com crianças, quando o conceito de repartir em partes iguais acontece, naturalmente, em atividades de brincadeiras ou outras ações do cotidiano delas. Esses autores enfatizam que o professor deve iniciar o estudo de divisão, sugerindo problemas de partição – onde o tamanho das partes deve ser encontrado.

Maldaner (2011) comenta em seu texto que existem autores que não apoiam essa ideia (DICKSON; BROWN; GIBSON, 1984<sup>4</sup>), afirmando que problemas de medida – em que deve ser calculado quantas vezes uma dada quantidade cabe dentro de outra – podem ser compreendidos mais facilmente pelas crianças. Diante dessas duas abordagens encontradas na literatura para explorar divisão, nós concordamos com Selva (1998) e os autores Fischbein; Deri e Marino (1985), citados por ela, e iniciamos com uma situação-problema, envolvendo a ideia de repartir em partes iguais.

É fundamental que o professor entenda como os alunos elaboram estratégias para solucionar tarefas de divisão. Aprender a compreender o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos pode favorecer nas decisões pedagógicas de ensino e de avaliação que precisam ser realizadas pelo professor (SANTOS, 1997). Essas escolhas, certamente, refletirão na atuação do professor em sala de aula e servirão de bônus na aprendizagem dos alunos. Importa que se oportunizem, entre os profissionais da educação, momentos de reflexão, de estudo e discussão da prática pedagógica, buscando reconhecer as prioridades do processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos.

---

3 FISCHBEIN, E.; DERI, M.; MARINO, M. The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division, **Journal for Research in Mathematics Education** 16, pp. 3-17, 1985.

4 DICKSON, L.; BROWN, M. e GIBSON, O. *Children learning mathematics*. Londres: Cassel for the Schools Council, 1984.

Ao pensar nas ideias de divisão, o conceito de repartir em partes iguais possibilita a distribuição por correspondência termo a termo. Por exemplo, se é necessário distribuir 30 figurinhas entre três crianças (nós temos duas grandezas de tipos diferentes: figurinhas por crianças) e é preciso determinar quantas figurinhas serão distribuídas por criança. Esta situação-problema é chamada de divisão por partição ou partitiva ou equitativa ou como partilha. Tal situação de divisão recebe um nome, porque neste problema conhecemos o número total de elementos - 30 figurinhas - que deverão ser distribuídos igualmente para as 3 crianças; e desejamos saber o número de elementos (aqui o número de figurinhas) de cada parte, ou seja, deve ser calculado o tamanho de cada parte (10 figurinhas). Por outro lado, se nós temos outra situação com 30 figurinhas e queremos distribuir 5 figurinhas para cada criança (mesma grandeza: figurinhas), é preciso determinar o número de crianças que irão receber as figurinhas, essa divisão é chamada de medida, quantos cabe ou quotativa (TOLEDO & TOLEDO, 1997; MALDANER, 2011; NUNES; CAMPOS; MAGINA; BRYANT, 2005; CARVALHO, 2010; SENNA, 2013). Nesse segundo exemplo, o todo conhecido - 30 figurinhas - é dividido, sabendo-se uma quantidade de elementos a ser retirada de cada vez, quantidade previamente preestabelecida - 5 figurinhas -, devendo-se calcular o número de partes (crianças) que receberão cada vez esta quota ou esta medida ou esta quantidade fixa de figurinhas - 6 crianças.

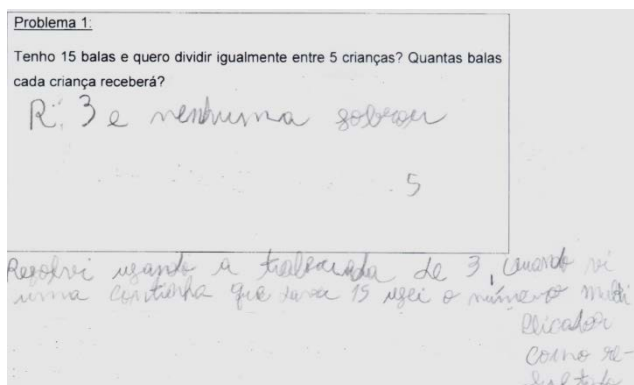
Considerar as estratégias de resolução das crianças, antes mesmo de ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo de divisão é relevante, porque estas se relacionam com os seus esquemas mentais já aprendidos em matemática, utilizando material manipulável, ou não. Porém, é fundamental que a criança tenha liberdade e autonomia para explorar estratégias de resolução de diversos problemas de divisão, podendo confrontar as suas soluções com as dos colegas. A criança precisa vivenciar uma variedade de situações de divisão antes da apresentação formal do algoritmo de cálculo. Isso é necessário para que ela possa verbalizar o que fez, como pensou e, além disso, a professora ou professor deve dialogar com os alunos, a respeito de seus raciocínios, estratégias e hipóteses.

### 3. Metodologia e desenvolvimento

Ao aplicarmos a atividade na turma de 4º ano, composta por 25 alunos com idades variando de 9 e 11 anos, verificamos que eles ainda não utilizavam o algoritmo formal da divisão como ferramenta para resolver as situações-problema. Dessa forma, foram incentivados a desenvolver estratégias próprias. A fim de que pudéssemos registrar os diálogos com os alunos e suas respectivas soluções para as tarefas, observamos, gravamos e fizemos algumas anotações. Neste texto, trazemos detalhes de duas situações resolvidas por alguns alunos. Desenvolvemos as duas situações em uma aula de 50 minutos. A situação-problema 1 envolveu a ideia de repartir em partes iguais e usou números menores que 20 no dividendo, que fossem múltiplos do divisor, conforme os autores Toledo e Toledo (1997) sugerem para a primeira etapa do trabalho com a divisão. No problema aplicado, há uma relação estabelecida entre grandezas distintas. Temos uma relação de correspondência entre balas e crianças. Veja a situação-problema que, inicialmente, propusemos: Tenho 15 balas e quero dividir igualmente entre 5 crianças. Quantas balas cada criança irá receber?

Apresentamos a estratégia do aluno Lucas, um aluno que se destacava na turma, pois finalizava as atividades, rapidamente, e com autonomia. Quando expusemos os problemas, Lucas chegou a comentar que esses eram fáceis de resolver, porque os números eram “pequenos”. Eis a estratégia elaborada por Lucas:

Figura 1 - Estratégia de Lucas para o problema, envolvendo a ideia de repartir em partes iguais



Fonte: Arquivo pessoal da autora.



A estratégia utilizada por Lucas foi classificada por nós como procedimento de cálculo mental de multiplicação. Consideramos neste texto “estratégia de cálculo mental” como as soluções sem o uso de algoritmo convencional. Esclarecemos ao leitor que compreendemos ser cálculo mental

o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações (PARRA, 1996, p. 189).

Como recurso, o aluno Lucas informou ter usado a tabuada de multiplicação para descobrir o resultado. Esclarecemos que, nesse período, a operação de multiplicação já havia sido apresentada pela professora regente da turma, embora os autores Toledo & Toledo (1997) salientem que o conceito de divisão em partes iguais não exige que o aluno saiba a tabuada de multiplicação. Isso decorre pelo fato de a distribuição poder ser feita por correspondência um a um. Todavia, o aluno Lucas demonstrou habilidade com a multiplicação e reconheceu esse processo como o meio mais rápido de resolver a situação-problema.

Durante a nossa observação à ação de Lucas, verificamos que ele demonstrou compreensão do enunciado do problema, aspecto já enfatizado por Polya (1995/1945). Para resolver um problema, segundo o autor, é preciso compreendê-lo e, para isso, é fundamental identificar o elemento desconhecido – a pergunta, a situação envolvida, os dados fornecidos pelo problema e fazer a relação entre esses dados. E mais, Lucas notou que fazer agrupamentos auxilia contagem e evidenciou sua compreensão do sentido de número.

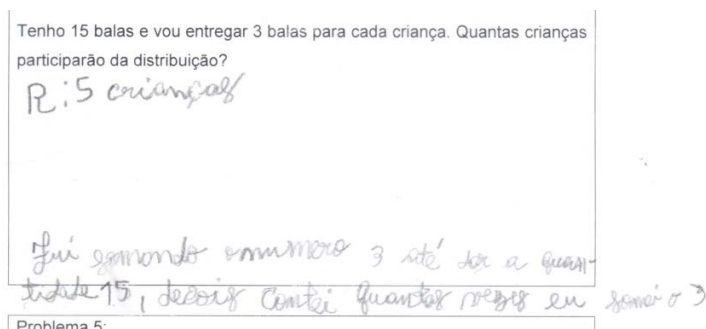
O esquema mental elaborado pelo aluno mostrou compreensão do conceito de repartir em partes iguais. Assim, o aluno identificou o produto dos fatos da multiplicação como o resultado da questão problema. Ao analisarmos, por extenso, a resposta do aluno, observamos que ele compreendeu o pensamento reversível entre as operações de multiplicação e divisão.

Para resolver a tarefa, Lucas realizou seu esquema mental de distribuição, fazendo a operação de multiplicação. Ele mostrou que já conhecia como repartir e, por isso, não teve dificuldades em visualizar, rapidamente, a quantidade para cada parte. Destacamos que o conhecimento prévio -

que Lucas tinha -, foi fundamental na escolha da operação realizada para solucionar o problema. Em seguida, ele registrou por escrito sua estratégia, revelando detalhadamente que utilizou a tabuada de multiplicar por 3.

No problema de medida: Tenho 15 balas e vou entregar 3 balas para cada criança. Quantas crianças participarão da distribuição? Lucas desenvolveu a estratégia de cálculo mental de adição. Apresentamos sua solução:

Figura 2 - Estratégia de Lucas para o problema, envolvendo a ideia de medida



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Empregou o procedimento de fazer agrupamentos com parcelas de igual valor para solucionar o problema. De acordo com Jesus (2005), nesse tipo de problema, a estratégia de contagem de múltiplos ou contagem por saltos pode ser utilizada em situação que abranja o conceito de medida. A ideia central nesse tipo de problema é quantas vezes uma grandeza cabe em outra. Ele se valeu de uma estratégia aditiva para solucionar a situação, envolvendo a divisão com o conceito de medida. A ideia de medida implica que o tamanho das partes já está definido. Assim, há uma regra de distribuição. Podemos notar que Lucas elaborou uma estratégia alternativa de divisão, fazendo adição de parcelas repetidas sem que, para isso, recorresse às representações icônicas, ou seja, ao desenho.

A divisão por meio de agrupamentos repetidos também é baseada na distributividade (CARRAHER; CARRAHER; SCHILIEMANN, 1995) em que multiplicamos as partes do número por um fator sucessivo e depois somamos os vários produtos. Tal estratégia depende, segundo esses autores “do conhecimento da tabuada de multiplicar, do mesmo modo que o algoritmo escolar” (idem, p. 154), por exemplo, uma

situação de divisão  $424 \div 4$ . Sem usar o algoritmo de divisão, fazendo a decomposição dos números, a resolução pode se apresentar assim:

$$424 : 4 = (400 : 4) + (20 : 4) + (4 : 4)$$

$$424 : 4 = (100) + (5) + (1)$$

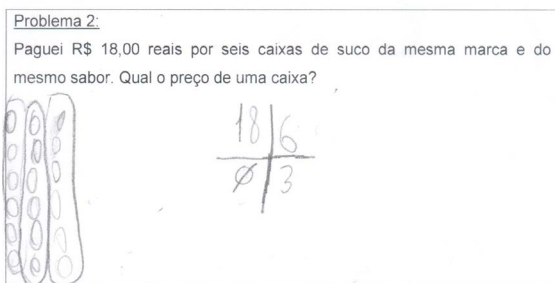
$$424 : 4 = 100 + 5 + 1$$

$$424 : 4 = 106$$

Notamos que o aluno compreendeu a situação-problema, identificando o tamanho das partes e desenvolvendo uma estratégia apropriada para solucionar a tarefa. Os registros mostram que Lucas teve autonomia em articular os esquemas mentais referentes às quatro operações, desenvolvendo procedimentos necessários para a solução das situações-problema. Mas também, os dois problemas envolviam os mesmos números pequenos e o aluno já conhecia bem tanto a tabuada de multiplicação por 3 quanto como efetuar adições repetidas simples.

A seguir, analisamos as estratégias de Rui, um aluno participativo, que gostava de fazer monitorias, auxiliando os colegas com dificuldades. Efetuando os cálculos independentes de auxílio da professora, sua estratégia de cálculo para um outro problema de repartir em partes iguais foi a seguinte:

Figura 3 - Estratégia de Rui para o problema, envolvendo a ideia de repartir em partes iguais



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

O aluno apresentou estratégias combinadas, empregando o registro icônico e um algoritmo não convencional. Ele não detalhou por escrito como desenvolveu a estratégia, o que nos levou a levantar algumas hipóteses de como Rui pode ter desenvolvido seu raciocínio. Ele nos

relatou que, inicialmente, utilizou o desenho. Acreditamos que o aluno agrupou de seis em seis, porque, no enunciado, fazia referência a seis caixas de suco ou porque se lembrou da multiplicação de 3 grupos de seis elementos como ele já sabia. Rui sabia que precisava fazer a contagem até 18. Constatamos que ele não fez relação entre a pergunta do problema e o registro icônico. Entretanto, através de seu algoritmo, ele apresentou, corretamente, os termos da divisão, estabelecendo relações entre eles. cremos que Rui desenvolveu seu algoritmo, a começar por imagens e/ou experiências vividas anteriormente. O aluno não respondeu por extenso a questão do problema. Afirmamos isto ao nos basearmos em Polya (1995/1945), ao esclarecer que identificar o elemento desconhecido, a incógnita, é necessário para finalizar a resolução de um problema. Rui não demonstrou que identificou o preço da caixa de suco. Para uma outra situação-problema de divisão com o conceito de medida, o aluno Rui realizou a seguinte solução (colocar o enunciado do problema de Rui):

Figura 4: Estratégia de Rui para o problema, envolvendo a ideia de medida

The image shows a hand-drawn mathematical solution. On the left, there are 15 vertical tick marks arranged in 5 groups of 3. On the right, there is a division algorithm written as follows:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal da autora.

É possível lembrar, pelas marcas apagadas no original, que o aluno Rui iniciou seus cálculos, registrando  $15 - 3 = 12$ . Depois, se ancorou em uma notação gráfica em forma de risquinhos, fazendo a correspondência termo a termo, um risquinho para cada bala e formou 5 grupos de 3 balas cada um. No diálogo com a professora pesquisadora, o aluno relatou que fez conta de “menos”. Sabemos que dentro da operação de divisão está implícita a subtração. É provável que, mentalmente, ele tenha feito algumas subtrações depois de ter apagado  $15 - 3 = 12$ , mas representou, corretamente, a resposta com o símbolo icônico e também com um algoritmo não convencional, representando a divisão. Por esse algoritmo, Rui demonstra que tem de memória alguma experiência com o algoritmo da divisão ou já viu o mesmo em outro momento.

## 4. Considerações finais

Diante das soluções elaboradas pelos dois alunos, confirmamos a importância de embasar o ensino de divisão por meio da construção do conceito e da resolução de problemas. Os registros efetuados pelos alunos nos oferecem pistas de que eles se apoiam no conhecimento intuitivo para desenvolver estratégias e resolver problemas de divisão. Consideramos que valorizar o uso de estratégias próprias para resolver situações de divisão é fundamental para os alunos.

Na análise das respostas dos alunos destacamos que, de modo geral, quando solicitados para resolver situações de divisão, eles aplicavam recursos auxiliares como lápis e papel, no qual traçavam riscos ou bolinhas e utilizavam o princípio fundamental da contagem, efetuando com os dedos das mãos. Observamos que os alunos controlavam os resultados com adições. Os resultados revelaram que os alunos utilizaram estratégias de resolução, recorrendo aos conhecimentos informais assimilados em outros espaços e tempos. Entendemos que, para analisar as soluções dos alunos em atividades matemáticas, precisamos ter um olhar cauteloso na interpretação do que o aluno apresenta como resposta, evitando equívocos em nossas conclusões relacionados à ocorrência ou não de aprendizagem.

## Referências

CARRAHER, Terezinha N.; CARRAHER, David W.; SCHLIEMANN, Analúcia D. Matemática escrita versus matemática oral. In: CARRAHER, Terezinha N.; CARRAHER, David W.; SCHLIEMANN, Analúcia D. **Na vida dez, na escola zero**. 10 ed. São Paulo: Cortez, 1995, p. 143-165.

CARVALHO, Mercedes. **Números: conceitos e atividades** para Educação Infantil e Ensino Fundamental I. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

JESUS, A. M. Construir o conceito de divisão, resolvendo problemas: um estudo de caso. In: GTI (Org.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática - APM, 2005. p. 91-111.

MALDANER, Anastácia. **Educação Matemática: fundamentos teóricos-práticos para professores dos anos iniciais**. Porto Alegre: Mediação, 2011.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia M. M.; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação matemática**: os números e as operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

PARRA, Cecília. Cálculo mental na escola na escola primária. In: PARRA, Cecília; Saiz, Irma (org). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. p. 186-235.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. (A obra foi publicada originalmente em 1945.).

SANTOS, Vânia M. P. dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundação/ Instituto de Matemática, UFRJ, 1997.

SELVA, Ana Coelho V. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In: SCHLIEMANN, A. e CARRAHER, D. W. (Org). **A compreensão de conceitos aritméticos**: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998. p. 95-119.

SENNA, Alexsandra. Um olhar na formação do conceito de divisão. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XVII, 2013, Ifes – Campus Vitória. **Anais eletrônicos**. Vitória-ES, 2013.

SERRAZINA, Maria de Lurdes M.; OLIVEIRA, I. Trajectória de aprendizagem e ensinar para a compreensão. Em GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.). **O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2010. p. 43-59.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Teoria e prática de matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 1997.



# Sobre os autores

## 1. Organizadoras

### *Lydia Márcia Braga Bazet*

Mestre em Educação em Ciências e Matemática (2014) pelo Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Campus Vitória). Graduada em Pedagogia, especialista em gestão educacional, todos pela UFES (1980) e, membro do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2012. Atua como Pedagoga do Ifes Campus Serra desde Fevereiro/2006. Atuou como professora das redes pública e privada nos anos iniciais e como pedagoga do ensino fundamental dos anos finais e no ensino médio.

E-mail: [lydiabraga@ifes.edu.br](mailto:lydiabraga@ifes.edu.br)

### *Sandra Aparecida Fraga da Silva*

Doutora em Educação (2009) com ênfase em Educação Matemática e licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2000). Professora do Instituto Federal do Espírito Santo - IFES/ Campus Vitória (desde 2010), atuando na licenciatura em matemática e no mestrado profissional em Educação de Ciências e Matemática EDUCIMAT. É coordenadora de área do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à docência - subprojeto Matemática (desde 2011)



e do Laboratório de Matemática do Ifes/Vitória. É editora geral da revista Sala de Aula em Foco do Ifes. Líder do Grupo de Pesquisa em Prática Pedagógica em Matemática – GRUPEM, desde 2011, e vice-líder do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo - GEEM-ES, desde 2006.

E-mail: sandrafraga7@gmail.com

## **2. Parcerias**

### ***Adriana Piumatti de Oliveira***

Mestre em Educação em Ciências e Matemática no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (Programa EDUCIMAT-Ifes em 2012). Licenciada em Matemática pelo Cesat - ES (2009) e Bacharel em Administração de Empresas – UFES – ES (1991). Especialista em PROEJA pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2011). Atuou como Professora de Matemática na Prefeitura Municipal de Vitória-ES, em tempo integral (2015). Membro do GEEM-ES desde 2012.

E-mail: adripiumatti@gmail.com

### ***Alexsandra Lucia Miranda Senna da Silva***

Mestre em Educação, sublinha Linguagem Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES, 2014). Licenciada em Geografia pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES, 2006). Professora das séries iniciais do Ensino Fundamental na rede pública municipal de Vitória/ES (desde 1991). Membro do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2011. Membro do Fórum Permanente de Alfabetização, Leitura e Escrita do Espírito Santo (UFES) desde 2007.

E-mail: alexsandrasenna@gmail.com

### ***Bernadete Verônica Schaeffer Hoffman***

Mestre em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (2012). Graduada em Letras-Português pela Universidade Federal do Espírito Santo (1990), especialista em planejamento educacional pela

Universidade Salgado de Oliveira (1992). Atua como professora dos anos iniciais do ensino fundamental na rede municipal de Vitória, é formadora do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa [PNAIC] - UFES e é membro do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo GEEM-ES desde 2006.

E-mail: bernahoffman@yahoo.com.br

### ***Carla Augusta de Carvalho***

Especialista em Psicopedagogia pela Faculdade SABERES. Graduada em Pedagogia pela Faculdade de Educação e Comunicação Social FAESA. Professora e pedagoga da Rede Municipal de Ensino de Vitória. Atualmente, atua como Assessora Técnica Pedagógica na Gerência do Ensino Fundamental da Secretaria Municipal de Educação de Vitória. Membro do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2012.

E-mail: cacarvalhon@gmail.com

### ***Cátia Aparecida Palmeira***

Mestre em Educação na linha Educação e Linguagens, Linguagem Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo (2012). Graduada em matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES (1999). Atualmente é professora da rede pública estadual do ES e professora supervisora do Programa de Iniciação à Docência - PIBID de matemática do Instituto Federal de Educação do Espírito Santo - Campus Vitória (desde 2012). Membro do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2008.

E-mail: catiapalmeira@yahoo.com.br

### ***Daniel Moreira dos Santos***

Mestre em Educação (Linguagem Matemática) pela UFES (2014) com bolsa de mestrado acadêmico fomentada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES). Graduado em Licenciatura plena em Matemática (2011) pela Universidade Federal do Espírito Santo/UFES. Membro do Grupo de Estudos em Educação Matemática

do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2012. Professor efetivo de Matemática da Prefeitura municipal de Vitória/Espírito Santo desde fevereiro de 2014, atuando no Ensino Fundamental. Trabalhou na Equipe de Implantação das Escolas em Tempo Integral de Vitória de outubro de 2014 à fevereiro de 2015. Atualmente é professor, nesta rede, em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental em Tempo Integral, lecionando Matemática para os anos finais e Protagonismo Infante-Juvenil para turmas dos anos iniciais e finais.

E-mail: daniel-hm@hotmail.com

### ***Dayane de Souza Gomes***

Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES 2011). Atua como professora da Educação Infantil na rede privada (2010 a 2014). Membro do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde (2011). Professora efetiva da rede pública do Município da Serra (desde 2014).

E-mail: dayane.desouza@yahoo.com.br

### ***Elcio Pasolini Milli***

Graduado em Licenciatura plena em Matemática (2014) pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES; Atuou como bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID no subprojeto de matemática da Universidade Federal do Espírito Santo – UFES (de 2012 a 2014). Membro do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2014.

E-mail: elciomilli@gmail.com

### ***Jaqueline Magalhães Brum***

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (2010). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (2003). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (1984). Professora Adjunta do Departamento de Teorias do Ensino e Práticas Educacionais da Universidade Federal do Espírito Santo (2014)

Membro do grupo de pesquisa em Currículos, cotidianos, culturas e redes de conhecimentos (2006) e do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES, desde 2013). Áreas de atuação: Matemática; Educação Matemática, Currículo; Formação de Professores; Aprendizagem-ensino; Cotidiano escolar.

E-mail: jackie\_magalhaes@hotmail.com

### ***Jéssica Schultz Küster***

Graduada em matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES (2012); Atualmente é professora em uma escola privada de Vitória; e professora efetiva da rede municipal de Vitória, ES desde 2012 e supervisora do Programa de Iniciação à Docência - PIBID de matemática da Universidade Federal do Espírito Santo (2014).

E-mail: jessicaskuster@gmail.com

### ***Lauro Chagas e Sá***

Mestrando em Educação em Ciências e Matemática pelo Ifes. Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (2014), especialista em Tecnologia Educacional pelo Centro de Estudos Avançados em Pós-Graduação e Pesquisas (Cesap). Já atuou no Programa Mais Educação (FNDE/Mec), no Programa de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid/Capes) e no Programa de Iniciação Científica (Pibic/Facitec/Vitória e Pivic/Ifes), pelos quais investigou ensino de Matemática na Educação Básica. É Primeiro Secretário da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional Espírito Santo (SBEM-ES), no triênio 2013-2015. Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Linhares, desde setembro de 2014. Participa do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2012.

E-mail: profklaurosa@gmail.com

### ***Scheila Rohr***

Especialista em Magistério e Orientação Educacional Pedagoga, graduada pela UFES em Pedagogia. Pós-graduada em Supervisão Escolar pela Universo. Desde 1987 atua como regente de classe, em

regime estatutário pelo Governo do Estado até 2001 e de 2002 até a presente data atua como professora regente na Prefeitura Municipal de Vitória. Também em 1991 ingressou como pedagoga na Prefeitura Municipal de Vitória, onde atua até a presente data. Participou do GEEM-ES (de 2006 a 2009; 2011; 2014 a 2015).

E-mail: sheila.rohr@yahoo.com.br

### ***Thamires Belo de Jesus***

Mestre em Educação em Ciências e Matemática (2014) pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Graduada em Matemática (2011) pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática (2012) pelo Instituto Superior de Educação de Afonso Claudio. Professora Titular do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do campus Cachoeiro de Itapemirim. É membro do Grupo de Pesquisas de Educação Matemática, História e Diversidades (GPEMHD) e do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2012. Desenvolve pesquisas na área de Educação Matemática Inclusiva, analisando os processos de ensino e aprendizagem junto a alunos surdos com o auxílio de materiais pedagógicos.

E-mail: thamiresbelo@yahoo.com.br

### ***Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner***

Doutora em Educação Matemática por Indiana University em fevereiro de 1993. Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro em 1980. Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro em 1976. Professora primária formada no Instituto de Educação do Rio de Janeiro em 1972. Professora aposentada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IM/UFRJ) desde agosto de 1997. Atuou como professora efetiva do IM/UFRJ de 1978 até 1997. Foi membro atuante do Projeto Fundão, setor matemática no IM/UFRJ de 1980 a 1988 e de 1993 a 1997. Atuou como professora efetiva do estado da Guanabara e do município do Rio de Janeiro de 1973 até julho de

1988. Foi bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) durante o curso de mestrado de 1977 a 1980 e durante o curso de doutorado de agosto de 1988 a fevereiro de 1993. Atua como professor colaborador voluntário do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Federal do Espírito Santo (PPGE/CE/UFES) desde 2005. Desde esta data tem orientado trabalhos de pesquisa de mestrado e doutorado em educação matemática e em educação e linguagens, sublinha de linguagem matemática. Também atuou, de 1997 a 2004, como professor visitante voluntário no PPGE/CE/UFES e foi coorientador de algumas pesquisas de mestrado em educação matemática. Áreas de interesse em pesquisa: resolução de problemas, ensino de frações, ensino de números e quatro operações, formação inicial e continuada de professores, avaliação, conhecimento matemático e conhecimento pedagógico matemático, educação matemática inclusiva, pensamento matemático avançado, estudo de padrões matemáticos, e metacognição.

E-mail: profvanciasantoswagner@gmail.com

### ***Zleinda Schultz Kuster***

Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU, 2005) e Pós-Graduada em educação pela FADMINAS (Faculdade Adventista de Minas Gerais, 2009). Nos anos de 2001 a 2009 trabalhei em escola particular – rede Adventista nas séries iniciais. De 2006 a 2009 em Colatina –ES nas séries iniciais. Atualmente é professora nos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede pública estadual e municipal de Vila Ve-lha/ES (2012). Membro do Grupo de Estudos de Educação Matemática do Espírito Santo (GEEM-ES) desde 2012.

E-mail: zleindask@hotmail.com

Trazemos à tona, nesta publicação, o resultado de uma pesquisa realizada no Programa de Mestrado Profissional em Educação de Ciências e Matemática – Educimat – elaborado a partir de práticas colaborativas com professores no Grupo de Estudos em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES. Evidenciamos aprendizagens de professoras sobre o processo de ensino e aprendizagem de divisão a partir de narrativas. Os relatos de experiência foram escritos a várias mãos, numa proposta colaborativa sobre diferentes ações, envolvendo divisão com alunos da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental.

Realização



Apoio

Ministério da  
Educação



ISBN

ISBN 978-85-8263-070-9



9 788582 630709