INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

PRODUTO EDUCACIONAL

Instrumento de Avaliação: PROVA EM FASES PARA O ENSINO DE CONCEITOS DE LOGARITMOS

Elias Angelo Bonfim

Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni

São Paulo (SP)

2016

Produto Educacional apresentado como requisito à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do Instituo Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus São Paulo. Defesa realizada em 15/03/2016.

AUTORES

Elias Angelo Bonfim: Licenciado em Matemática e Especialista em Educação Matemática pela Universidade Nove de Julho (UNINOVE), Especialista em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP). Atualmente é professor da Secretaria Estadual da Educação de São Paulo.

Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni: É Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP-2002), Mestre em Computação Aplicada pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE-2005), Doutora em Computação Aplicada pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE-2009) com período saduíche na Université Libre de Bruxelles (ULB) e realizou estágio de pós-doutoramento em Matemática Aplicada na Universidade Federal do ABC (UFABC-2010). Atualmente é professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP). Tem experiência na área de Matemática Aplicada e Ensino de Matemática, atuando nos seguintes temas: física computacional, simulação e análise de sistemas espaço-temporais, solução numérica da equações diferenciais parciais lineares e não-lineares, análise de padrões espaço-temporais, dinâmica de fluidos em meios porosos, avaliação da aprendizagem e novas tecnologias para o ensino de matemática.

SOBRE A PROVA EM FASES

A prova em fases é um instrumento de avaliação que pode ser utilizado em vários momentos do processo de ensino e aprendizagem. Nesse modelo o estudante tem contato com a prova em várias fases, podendo fazer exercícios em uma fase e na outra, refazê-los considerando o que aprendeu entre uma fase e outra. Durante as fases, o professor não corrige a prova de uma maneira “certo ou errado”; quando há erros nas resoluções dos exercícios, o professor intervém com considerações e reflexões para que o estudante tome consciência para entender o que falta para a resolução estar correta.

SOBRE A PROVA EM FASES DE LOGARITMOS

A prova foi elaborada com exercícios de diferentes níveis de complexidade, distribuídos de forma aleatória, sobre o conteúdo de logaritmos. A ordem dos exercícios não é exatamente a ordem em que as aulas ocorrem/ocorrerão. Assim, os estudantes têm liberdade de ler todas as questões da prova e respondê-las na ordem em que achar conveniente.

Consideramos que as questões contidas nessa prova tem as seguintes características:

- questões com diferentes tipos de dificuldades, considerando as habilidades do domínio cognitivo da Taxonomia de Bloom;
- questões abertas que requerem investigação e reflexão; e
- questões escolhidas pelo professor responsável pela avaliação interna.

A proposta de avaliação utilizando a prova em fases como instrumento de avaliação é desenvolvê-la em três fases:

- 1ª fase: nessa fase, é explicado aos estudantes como será a execução dessa prova e ainda terão o primeiro contato com a prova. Eles já podem resolver os exercícios, mas espera-se que os estudantes resolvam os exercícios que contemplem os conteúdos que são pré-requisitos para o entendimento de logaritmos, uma vez que esses exercícios estão na prova com o objetivo de realizar uma abordagem diagnóstica;

- 2ª fase: essa fase ocorre no decorrer do processo de ensino e aprendizagem. Nessa fase, os estudantes têm novamente acesso à prova. Ela virá com comentários e considerações nas questões resolvidas na primeira fase. Nessa fase, os estudantes podem resolver tanto exercícios que se sentirem confortáveis em resolver quanto refazer os exercícios da primeira fase. Essa fase tem uma abordagem diagnóstica e formativa, pois está no decorrer do processo de ensino e aprendizagem e o professor, de acordo com as respostas dos estudantes, pode replanejar suas aulas. Como vantagem para o estudante, questões que criaram dúvidas durante a resolução da 1ª. fase podem servir de ponto de partida para a investigação e estudo para a resolução da 2ª. fase;
- 3ª fase: nessa última fase, os estudantes recebem novamente a prova, com comentários relativos as questões já respondidas nas outras duas fases anteriores. Nessa fase ainda há uma abordagem formativa na avaliação pois novamente os estudantes têm acesso a prova com comentários e ainda podem refazer os exercícios resolvidos na primeira ou segunda fases e fazer os que ainda não foram resolvidos. Entretanto, após o término dessa fase, há uma abordagem somativa, pois o professor fará uma correção, agora sim utilizando termos como certo ou errado (ou atingiu ou não o objetivo da questão).

Os comentários do professor em cada fase devem ser feitos utilizando cores de tinta diferentes:

- Respostas dos estudantes: lápis ou azul;
- Comentários da fase 1: vermelha;
- Comentários da fase 2: verde;
- Correção após a fase 3: preta.

A prova apresenta o objetivo educacional de cada questão, baseado na Taxonomia de Bloom[3], uma possível solução e uma sugestão de análise da resposta utilizando a Escala de Avaliação em Matemática[4].

---

[3] FERRAZ, A. P. C. M; BELHOT, R. V. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetos instrucionais. **Gestão & Produção**. São Carlos. v. 17. n. 2. p. 421-431, 2010.

[4] DANTE, L. R. **Matemática**: contextos e aplicações. 2 ed. São Paulo: Ática, 2013.

Com relação aos comentários produzidos pelo professor entre as fases, elaboramos o seguinte quadro, como exemplo, onde são destacados elementos que consideramos importantes nesse momento da avaliação.

Enunciado: *Usando a definição de logaritmos, calcule* $\log_3 27$.

1ª fase	2ª fase	3ª fase
Possível apresentação de solução pelo estudante: $\log_3 27$ Fatorar 27: 27 | 2 13 | 2 6 | 2 3 | 3 1 $2^3 * 3$ $3^x = 2^3 * 3$ Observações: reconheceu que se trata de conceitos de logaritmos, utilizou uma estratégia coerente, entretanto, não a utiliza de forma correta nem apresenta uma resposta. Logo, ele apresenta o pensamento matemático e começa a delinear estratégias para resolução. Ainda não apresenta a comunicação matemática a contento. Sugestão: o professor deve interferir no ponto onde a resolução não está correta e indicar o que pode ser feito para	Possível apresentação de solução pelo estudante: $\log_3 27$ Fatorar 27: 27 | 3 9 | 3 3 | 3 1 3^3 $3^x = 3^3$ R: $x = 3$ Observações: como sequência da primeira fase, dessa vez o estudante realizou a decomposição em fatores primos e utilizou estratégias coerentes em busca da resolução. Entretanto, ele indica o valor numérico de x como resolução do exercício, fato esse que não foi solicitado no enunciado. Logo, o estudante apresenta o pensamento matemático, traçou uma estratégia de resolução coerente e apresenta uma dificuldade em sua comunicação matemática. Sugestão: como nessa segunda fase o aluno já	Possível apresentação de solução pelo estudante: $\log_3 27 = x$ Fatorar 27: 27 | 3 9 | 3 3 | 3 1 3^3 $3^x = 3^3$ $x = 3$ Portanto, se: $\log_3 27 = x \rightarrow \mathbf{\log_3 27 = 3}$ Observações: na terceira fase, em sequência à segunda fase, o estudante se comunica matematicamente de forma coerente e atinge o objetivo educacional esperado: Aplicar a definição de logaritmos. Logo, o estudante apresentou a contento os três itens da escala de avaliação em Matemática. Sugestão: nesta etapa o professor pode elogiar o desempenho do aluno, como por exemplo: “Muito bem”, “Parabéns”, ou algum sinal de correto.

resolver o exercício. Como por exemplo: "Reflita sobre a fatoração efetuada. O fator 2 é a melhor escolha para esse caso?"	mostrou uma evolução em relação à resolução apresentada na primeira fase, o professor sugere colocar o resultado de uma forma comumente encontrada, como por exemplo: "Reflita: o exercício pode o valor de x?"	

Os itens/questões que compõem essa prova em fases foram extraídos do livro: DANTE, L. R. **Matemática**: contextos e aplicações. 2 ed. São Paulo: Ática, 2013; e do SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno**/ coordenação geral, Maria Inês Fini; elaboração: Lino de Macedo, Maria Eliza Fini; Zuleika de Felice Murrie. São Paulo: SEE, 2015.

Vale salientar que esses itens/questões são sugestões ao professor, e podem ser trabalhados ou modificados de acordo com a necessidade do professor e dos alunos.

Prova de Matemática

Instruções:

Esta prova contém 16 exercícios que contemplam o conteúdo estudado durante esse bimestre. A prova será resolvida em três fases. Você é quem decide por qual questão irá começar a resolver. A cada fase a prova será recolhida pelo professor e será devolvida a você na próxima fase, então você pode refazer os exercícios quantas vezes forem necessários nessas três fases. Não será permitido anotações em relação às questões dessa prova.

A prova é individual, sem consulta e sem uso de calculadora.

Use somente caneta de tinta azul ou lápis. As resoluções devem estar acompanhadas de seus devidos cálculos e respostas.

Boa prova!

17. (OE: APLICAR a definição de logaritmos para logaritmos de diferentes valores de base e de logaritmandos)
    Usando a definição de logaritmos, calcule:
    e) $\log_3 27$

$$3^x = 27$$

$$3^x = 3^3$$

$$x = 3$$

$$\log_3 27 = 3$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição : $\log_{b} a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução: $3^x = 27$ $3^x = 3^3$ $x = 3$	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua: $\log_3 27 = 3$

f) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 32$$

$$2^{-x} = 2^5$$

$$-x = 5$$

$$x = -5$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução: $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 32$ $2^{-x} = 2^5$ $-x = 5$ $x = -5$ A estratégia citada acima mostra que o aluno domina conceitos anteriores aos de logaritmos, como por exemplo $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}$	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua: $\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$

g) $\log_2 0{,}5$

$$2^x = 0{,}5$$

$$2^x = \frac{1}{2}$$

$$2^x = 2^{-1}$$

$$x = -1$$

$$\log_2 0{,}5 = -1$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição: $$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução: $$2^x = 0{,}5$$ $$2^x = \frac{1}{2}$$ $$2^x = 2^{-1}$$ $$x = -1$$ A estratégia citada acima mostra que o aluno domina conceitos anteriores aos de logaritmos, como por exemplo $0{,}5 = \frac{1}{2} = 2^{-1}$. Mesmo sendo uma simples conversão entre números decimais e fracionários, é um elemento importante para resolução do item.	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua: $$\log_2 0{,}5 = -1$$

h) $\log_2 \sqrt{8}$

$$2^x = \sqrt{8}$$
$$2^x = (2^3)^{\frac{1}{2}}$$
$$2^x = 2^{\frac{3}{2}}$$
$$x = \frac{3}{2}$$
$$\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2}$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição: $$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução: $$2^x = \sqrt{8}$$ $$2^x = (2^3)^{\frac{1}{2}}$$ $$2^x = 2^{\frac{3}{2}}$$ $$x = \frac{3}{2}$$ A estratégia citada acima mostra que o aluno domina conceitos anteriores aos de logaritmos, como por exemplo $\sqrt{8} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$.	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua: $$\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2}$$ ou $$\log_2 \sqrt{8} = 1{,}5$$ Assim, há vários modos de apresentar a resposta de forma coerente.

18. (OE: CALCULAR o valor de uma variável na base a partir dos valores do logaritmo e logaritmando)
Determine o valor da base a nas igualdades a seguir:
d) $\log_a 8 = 3$

$$a^3 = 8$$

$$a^3 = 2^3$$

$$a = 2$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição: $$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução: $$a^3 = 8$$ $$a^3 = 2^3$$ ou	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua: $$a = 2$$

	$a^3 = 8$ $a = \sqrt[3]{8}$	

e) $\log_a 1 = 0$

$$a^0 = 1$$

$$\forall\, a \in R_+^* - \{1\}$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução: $a^0 = 1$ Esse item remete às condições de existência de logaritmos: "$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0\ e\ a \neq 1 \end{cases}$".	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua: $\forall\, a \in R_+^* - \{1\}$ ou $a > 0\ e\ a \neq 1$

f) $\log_a \frac{1}{16} = 2$

$$a^2 = \frac{1}{16}$$

$$a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada e os processos envolvidos para se encontrar a solução:	Utilizar a notação apropriada e apresentar a resposta completa e não ambígua:

	$a^2 = \frac{1}{16}$ $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$ ou $a^2 = \frac{1}{16}$ $a = \sqrt{\frac{1}{16}}$ Como pelas condições de existência dos logaritmos, a base dos logaritmos tem que ser maior que zero e diferente de um, então: $a = \frac{1}{4}$	$a = \frac{1}{4}$

19. (OE: DETERMINAR o valor de uma variável em diferentes posições da notação de logaritmo – logaritmando e base do logaritmo)
Determine o valor numérico de x das igualdades:
e) $\log_2 64 = x$

$$2^x = 64$$

$$2^x = 2^6$$

$$x = 6$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada: $2^x = 64$ $2^x = 2^6$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $x = 6$

b) $\log_x 125 = 3$

$$x^3 = 125$$

$$x^3 = 5^3$$

$$x = 5$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada: $x^3 = 125$ $x^3 = 5^3$ ou $x^3 = 125$ $x = \sqrt[3]{125}$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $x = 5$

c) $2 = \log_x 625$

$$x^2 = 625$$

$$x = \sqrt{625}$$

$$x = 25$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada: $x^2 = 625$ $x^2 = 25^2$ ou $x^2 = 625$ $x = \sqrt{625}$ Como pelas condições de existência dos logaritmos, a base dos logaritmos tem que ser maior que zero e diferente de um, então: $x = 25$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $x = 25$

d) $\log x = 0$

$$10^0 = x$$

$$x = 1$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$	Indicar a estratégia apropriada: $$10^0 = x$$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $$x = 1$$

20. (OE: ANALISAR o valor de uma variável encontrada para inequações de primeira e segunda ordem que encontram-se na posição de logaritmando, para que o logaritmo exista, ou seja, não seja uma indefinição)
Ache os valores reais de x para os quais é possível determinar:
c) $\log_{10}(x-3)$

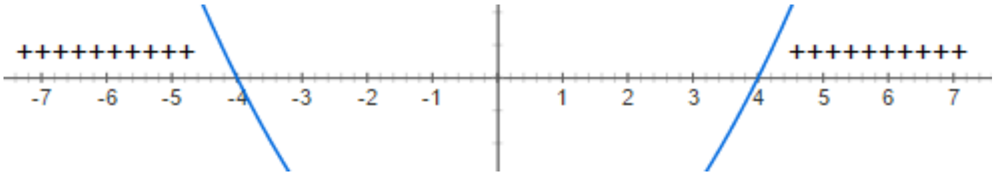
$$x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$$

$$\{x \in R | x > 3\}$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as condições de existência dos logaritmos: “$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0 \; e \; a \neq 1 \end{cases}$”	Identificar qual condição de existência é usada em cada caso, usar dados relevantes para resolução e indicar a estratégia apropriada para resolução: $$x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$$ Além do uso das propriedades dos logaritmos, é necessário que os estudantes saibam realizar cálculos de inequação.	Usar terminologia e notação apropriadas e a possibilidade de utilizar diagramas ou representações como suporte para seus argumentos: $$\{x \in R \vert x > 3\}$$ Nesse item são várias as possibilidades de comunicar a resposta: pode ser com uma reta numérica ou com a notação de intervalos com colchetes, por exemplo.

d) $\log_4(x^2 - 16)$

$$x^2 - 16 > 0 \rightarrow x^2 > 16$$
$$x > \sqrt{16} \rightarrow x > \pm 4$$



Os valores onde $x^2 - 16 > 0$ são: $x_1 < -4 \; e \; x_2 > 4$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer quais são as condições de existência dos logaritmos: “$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0 \; e \; a \neq 1 \end{cases}$”	Identificar qual condição de existência é usada em cada caso, usar dados relevantes para resolução e indicar a estratégia apropriada para resolução: $x^2 - 16 > 0 \rightarrow x^2 > 16$ $x > \sqrt{16}$ $x < -4 \; e \; x > 4$ Além do uso das propriedades dos logaritmos, é necessário que os estudantes saibam realizar cálculos de inequação.	Usar terminologia e notação apropriadas e a possibilidade de utilizar diagramas ou representações como suporte para seus argumentos: $x_1 < -4 \; e \; x_2 > 4$ Nesse item são várias as possibilidades de comunicar a resposta: pode ser com uma reta numérica ou com a notação de intervalos com colchetes, por exemplo.

21. (OE: ANALISAR o valor de uma variável encontrada para inequações de primeira ordem, na posição de base, para que o logaritmo exista, ou seja, não seja uma indefinição)
Determine os valores de x para que exista:
c) $\log_{x-5} 10$

$$Condição\ 1: x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$$

$$Condição\ 2: x - 5 \neq 1 \rightarrow x \neq 6$$

$$\{x \in R | x > 5 \; e \; x \neq 6\}$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer quais são as condições de existência dos logaritmos:	Identificar qual condição de existência é usada em cada caso, usar dados relevantes para resolução	Usar terminologia e notação apropriadas e a possibilidade de utilizar diagramas ou

"$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0 \; e \; a \neq 1 \end{cases}$"	e indicar a estratégia apropriada para resolução: $Condição\ 1: x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$ $Condição\ 2: x - 5 \neq 1 \rightarrow x \neq 6$ Além do uso das propriedades dos logaritmos, é necessário que os estudantes saibam realizar cálculos de inequação.	representações como suporte para seus argumentos: $\{x \in R \mid x > 5 \; e \; x \neq 6\}$ Nesse item são várias as possibilidades de comunicar a resposta: pode ser com uma reta numérica ou com a notação de intervalos com colchetes, por exemplo.

d) $\log_{2x-1} \sqrt{3}$

$$Condição\ 1: 2x - 1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$Condição\ 2: 2x - 1 \neq 1 \rightarrow x \neq 1$$

$$\{x \in R \mid x > \frac{1}{2} \; e \; x \neq 1\}$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer quais são as condições de existência dos logaritmos: "$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0 \; e \; a \neq 1 \end{cases}$"	Identificar qual condição de existência é usada em cada caso, usar dados relevantes para resolução e indicar a estratégia apropriada para resolução: $Condição\ 1: 2x - 1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2}$ $Condição\ 2: 2x - 1 \neq 1 \rightarrow x \neq 1$ Além do uso das propriedades dos logaritmos, é necessário que os estudantes saibam realizar	Usar terminologia e notação apropriadas e a possibilidade de utilizar diagramas ou representações como suporte para seus argumentos: $\{x \in R \mid x > \frac{1}{2} \; e \; x \neq 1\}$ Nesse item são várias as possibilidades de comunicar a resposta: pode ser com uma reta numérica ou com a notação de intervalos com colchetes, por exemplo.

	cálculos de inequação.	

22. (OE: ANALISAR o valor de uma variável encontrada a partir de um sistema de inequações de primeira ordem formado a partir das condições de existência do logaritmo para a base e para o logaritmando)
Determine o conjunto dos valores reais de x para que seja possível definir:

c) $\log_x(x-3)$

$$Condição\ 1: x > 0$$

$$Condição\ 2:\ x \neq 1$$

$$Condição\ 3: x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$$

$$\{x \in R | x > 3\}$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as condições de existência dos logaritmos: "$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0\ e\ a\ \neq 1 \end{cases}$"	Identificar qual condição de existência é usada em cada caso, usar dados relevantes para resolução e indicar a estratégia apropriada para resolução: $Condição\ 1: x > 0$ $Condição\ 2:\ x \neq 1$ $Condição\ 3: x - 3 > 0 \rightarrow$ $x > 3$ Além do uso das propriedades dos logaritmos, é necessário que os estudantes saibam realizar cálculos de inequação.	Usar terminologia e notação apropriadas e a possibilidade de utilizar diagramas ou representações como suporte para seus argumentos: $\{x \in R \| x > 3\}$ Nesse item são várias as possibilidades de comunicar a resposta: pode ser com uma reta numérica ou com a notação de intervalos com colchetes, por exemplo.

d) $\log_{x-1}(x+4)$

$$Condição\ 1: x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$$

$$Condição\ 2: x - 1 \neq 1 \rightarrow x \neq 2$$

$$Condição\ 3: x + 4 > 0 \rightarrow x > -4$$

$$\{x \in R | x > 1\ e\ x \neq 2\}$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as condições de existência dos logaritmos: "$\log_a N$ existe quando e somente quando $\begin{cases} N > 0 \\ a > 0 \; e \; a \neq 1 \end{cases}$"	Identificar qual condição de existência é usada em cada caso, usar dados relevantes para resolução e indicar a estratégia apropriada para resolução: $Condição\ 1: x - 1 > 0 \rightarrow$ $x > 1$ $Condição\ 2: x - 1 \neq 1 \rightarrow$ $x \neq 2$ $Condição\ 3: x + 4 > 0 \rightarrow$ $x > -4$ Além do uso das propriedades dos logaritmos, é necessário que os estudantes saibam realizar cálculos de inequação.	Usar terminologia e notação apropriadas e a possibilidade de utilizar diagramas ou representações como suporte para seus argumentos: $\{x \in R \| x > 1 \; e \; x \neq 2\}$ Nesse item são várias as possibilidades de comunicar a resposta: pode ser com uma reta numérica ou com a notação de intervalos com colchetes, por exemplo.

23. (OE: CLASSIFICAR em verdadeiro ou falso o valor de um logaritmo utilizando a definição de logaritmos e suas propriedades)
Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F). Justifique:

f) $\log_5 1 = 1$

$$\log_5 1 = 1$$
$$5^1 = 1$$
$$5 = 1\ (falso)$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Utilizar a definição dos logaritmos e executar de forma correta os algoritmos: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Utilizar os dados do exercício de forma coerente: $\log_5 1 = 1$ $5^1 = 1$ $5 = 1$	Indicar a justificativa para a reposta (por cálculos, por exemplo) e classificar em verdadeiro ou falso: $5 = 1$ $falso$

		Assim, no item é necessário que o aluno comunique a sua resposta utilizando a definição dos logaritmos e ainda classificar se a afirmação que o item traz é verdadeira ou falsa.

g) $\log_1 5 = 5$

$$1^5 = 5$$

$$1 = 5\ (falso)$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Utilizar a definição dos logaritmos e executar de forma correta os algoritmos: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Utilizar os dados do exercício de forma coerente: $1^5 = 5$ $1 = 5$	Indicar a justificativa para a reposta (por cálculos, por exemplo) e classificar em verdadeiro ou falso: $1 = 5$ $falso$ Assim, no item é necessário que o aluno comunique a sua resposta utilizando a definição dos logaritmos e ainda classificar se a afirmação que o item traz é verdadeira ou falsa.

h) $\log_5 1 = 0$

$$5^0 = 1$$

$$1 = 1\ (verdadeiro)$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Utilizar a definição dos logaritmos e executar de forma correta os	Utilizar os dados do exercício de forma coerente:	Indicar a justificativa para a reposta (por cálculos, por exemplo) e classificar

algoritmos: $$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$	$$5^0 = 1$$ $$1 = 1$$	em verdadeiro ou falso: $$1 = 1$$ $$verdadeiro$$ Assim, no item é necessário que o aluno comunique a sua resposta utilizando a definição dos logaritmos e ainda classificar se a afirmação que o item traz é verdadeira ou falsa.

i) $\log_7 3^7 = 3$

$$7^3 = 3^7$$

$$343 = 2187\ (falso)$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Utilizar a definição dos logaritmos e executar de forma correta os algoritmos: $$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$	Utilizar os dados do exercício de forma coerente: $$7^3 = 3^7$$ $$343 = 2187$$	Indicar a justificativa para a reposta (por cálculos, por exemplo) e classificar em verdadeiro ou falso: $$343 = 2187$$ $$falso$$ Assim, no item é necessário que o aluno comunique a sua resposta utilizando a definição dos logaritmos e ainda classificar se a afirmação que o item traz é verdadeira ou falsa.

j) $2^{\log_2 5} = 5$

De acordo com a propriedade dos logaritmos $a^{\log_a b} = b$, então $5 = 5\ (verdadeiro)$.

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Utilizar a definição dos	Utilizar os dados do	Indicar a justificativa para

logaritmos e executar de forma correta os algoritmos: $$a^{\log_a b} = b$$	exercício de forma coerente: $$a^{\log_a b} = b \rightarrow 5 = 5$$	a reposta (por cálculos, por exemplo) e classificar em verdadeiro ou falso: $$5 = 5$$ $$verdadeiro$$ Assim, no item é necessário que o aluno comunique a sua resposta utilizando uma propriedade dos logaritmos e ainda classificar se a afirmação que o item traz é verdadeira ou falsa.

24. (OE: CALCULAR o valor de uma expressão numérica utilizando a definição de logaritmos e propriedades de potenciação)
Calcule o valor das expressões: (os itens que compõem esse exercícios utilizam a seguinte propriedade dos logaritmos: $a^{\log_a b} = b$)

d) $10^{\log_{10} 3} = 3$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer as definições e propriedades dos logaritmos para o exercício: $$a^{\log_a b} = b$$	Indicar a estratégia apropriada e mostrar o processo de resolução, nesse caso é apenas uma aplicação da propriedade: $$10^{\log_{10} 3} = 3$$	Indicar a resposta de forma mais simples possível: $$10^{\log_{10} 3} = 3$$

e) $3^{\log_2 7 \cdot \log_3 2} = 3^{\log_3 2 \cdot \log_2 7} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_2 7} = 2^{\log_2 7} = 7$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer as definições e propriedades dos logaritmos para o exercício: $$a^{\log_a b} = b$$	Indicar a estratégia apropriada e mostrar o processo de resolução: $$3^{\log_3 2 \cdot \log_2 7} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_2 7} =$$ $$= 2^{\log_2 7}$$ O item requer do estudante realizar alguns traquejos que	Indicar a resposta de forma mais simples possível: $$3^{\log_2 7 \cdot \log_3 2} = 7$$

	tornam possível a aplicação da propriedade dos logaritmos, como por exemplo, a propriedade associativa da multiplicação $(x \cdot y = y \cdot x)$ e uma propriedade da potenciação $(a^{x \cdot y} = (a^x)^y)$.	

f) $2^{1+\log_2 3} = 2^1 \cdot 2^{\log_2 3} = 2 \cdot 3 = 6$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer as definições e propriedades dos logaritmos para o exercício: $$a^{\log_a b} = b$$	Indicar a estratégia apropriada e mostrar o processo de resolução: $$2^1 \cdot 2^{\log_2 3} = 2 \cdot 3$$ Esse item ainda requer dos estudantes que se recordem e apliquem a seguinte propriedade das potências: $$a^{x+y} = a^x \cdot a\text{^}y$$	Indicar a resposta de forma mais simples possível: $$2^{1+\log_2 3} = 6$$

25. (OE: CALCULAR o valor de um logaritmo utilizando a definição de logaritmos e propriedades operatórias a partir de valores de algébricos de logaritmos)
Dados $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, determine em função de a e b:

c) $\log 6$

$$\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = a + b$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as propriedades dos logaritmos e executá-las de forma correta: $$\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $$\log 6 = \log(2 \cdot 3) =$$ $$= \log 2 + \log 3$$ Assim, um ponto	Determinar o valor do logaritmo em função das variáveis indicadas, utilizando terminologia e notação apropriadas: $$\log 6 = a + b$$

	importante para destaque nesse item é a possibilidade de utilizar a fatoração, para após isso, utilizar as propriedades operatórias dos logaritmos para calcular o valor do logaritmo solicitado.	

d) $\log 24$

$$\log 24 = \log(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) = \log 2 + \log 2 + \log 2 + \log 3 = a + a + a + b = 3a + b$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer quais são as propriedades dos logaritmos e executá-las de forma correta: $\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $\log 24 = \log(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) =$ $= \log 2 + \log 2 + \log 2 +$ $+ \log 3 = a + a + a + b$ Assim, um ponto importante para destaque nesse item é a possibilidade de utilizar a fatoração, para após isso, utilizar as propriedades operatórias dos logaritmos para calcular o valor do logaritmo solicitado. O estudante também pode relacionar esse item com o resultado do item anterior uma vez que $\log(24) = \log(4 \cdot 6) =$ $\log 4 + \log 6$, e o resultado algébrico de $\log 6$ já é conhecido.	Determinar o valor do logaritmo em função das variáveis indicadas, utilizando terminologia e notação apropriadas: $\log 24 = 3a + b$

26. (OE: CALCULAR o valor de um logaritmo utilizando a definição de logaritmos e propriedades operatórias a partir de valores de algébricos de logaritmos)
Dados $\log 2 = x$ e $\log 3 = y$, determine em função de x e y:

c) $\log 5$

$$\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - x$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as propriedades dos logaritmos e executá-las de forma correta: $\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) =$ $= \log 10 - \log 2$ Nesse item é necessário utilizar a estratégia de que $5 = \frac{10}{2}$, e a partir disso, desenvolver a propriedade operatória dos logaritmos. Além de lembrar que $\log 10 = 1$.	Determinar o valor do logaritmo em função das variáveis indicadas, utilizando terminologia e notação apropriadas: $\log 5 = 1 - x$

d) $\log 0{,}06$

$$\log 0{,}06 = \log\left(\frac{2 \cdot 3}{100}\right) = \log 2 + \log 3 - \log 100 = x + y - 2$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as propriedades dos logaritmos e executá-las de forma correta: $\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$ $\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $\log 0{,}06 = \log\left(\frac{2 \cdot 3}{100}\right) =$ $= \log 2 + \log 3 - \log 100$ O estudante deve utilizar os conceitos de números decimais para converter o 0,06 em um número que seja possível operar	Determinar o valor do logaritmo em função das variáveis indicadas, utilizando terminologia e notação apropriadas: $\log 0{,}06 = x + y - 2$

	utilizando as propriedades operatórias dos logaritmos com os valores algébricos dados. O estudante também precisa recordar que $\log 100 = 2$.	

27. (OE: CALCULAR o valor de um logaritmo utilizando a definição de logaritmos e propriedade de mudança de base)
Escreva usando logaritmos de base 10.

c) $\log_2 5$

$$\log_2 5 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} = \frac{\log 5}{\log 2}$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as definições e propriedades relacionados com o exercício: $\log_b m = \frac{\log_k m}{\log_k b}$	Utilizar as definições e propriedades de forma coerente: $\log_2 5 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2}$	Apresentar a resposta na forma que se pede usando terminologia e notações apropriadas. Inclusive, demonstra conhecer que nessa situação pode ocultar a base 10 do logaritmo. $\log_2 5 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2}$ ou $\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2}$

d) $\log_x 2$

$$\log_x 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} x} = \frac{\log 2}{\log x}$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Reconhecer quais são as definições e propriedades relacionados com o exercício	Utilizar as definições e propriedades de forma coerente	Apresentar a resposta na forma que se pede usando terminologia e notações apropriadas. Inclusive, demonstra

$\log_b m = \dfrac{\log_k m}{\log_k b}$	$\log_x 2 = \dfrac{\log_{10} 2}{\log_{10} x}$	conhecer que nessa situação pode ocultar a base 10 do logaritmo. $\log_x 2 = \dfrac{\log_{10} 2}{\log_{10} x}$ ou $\log_x 2 = \dfrac{\log 2}{\log x}$

28. (OE: DETERMINAR através da definição de logaritmos, entre quais inteiros consecutivos os logaritmos, tanto de base dez como de outra base, se localizam)
Determine entre quais inteiros consecutivos fica cada logaritmo:

d) $\log 279$

$$\log 100 < \log 279 < \log 1000$$

$$2 < \log 297 < 3$$

$\log 279$ está entre 2 e 3.

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Identificar as definições relacionadas ao exercício. $a < b < c$ $\log a < \log b < \log c$	Utilizar elementos coerentes para a resolução, usar informação exterior ao enunciado relevante e indicar estratégia apropriada: $\log 100 < \log 279 < \log 1000$ $2 < \log 297 < 3$ Nesse caso, o estudante deve recordar quais logaritmos têm resultados inteiros próximos ao do logaritmo solicitado no item.	Apresentar a resposta de forma completa e não ambígua: $\log 279$ está entre 2 e 3

e) $\log 0{,}071$

$$\log 0{,}01 < \log 0{,}071 < \log 0{,}1$$

$$\log \frac{1}{100} < \log 0{,}071 < \log \frac{1}{10}$$

$$-2 < \log 0{,}071 < -1$$

$\log 0{,}071$ está entre -2 e -1.

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Identificar as definições relacionadas ao exercício. $a < b < c$ $\log a < \log b < \log c$	Utilizar elementos coerentes para a resolução, usar informação exterior ao enunciado relevante e indicar estratégia apropriada: $\log 0{,}01 < \log 0{,}071 < \log 0{,}1$ $\log \frac{1}{100} < \log 0{,}071 < \log \frac{1}{10}$ $-2 < \log 0{,}071 < -1$ Nesse caso, o estudante deve recordar quais logaritmos têm resultados inteiros próximos ao do logaritmo solicitado no item.	Apresentar a resposta de forma completa e não ambígua: $\log 0{,}071$ está entre -2 e -1

f) $\log_7 2$

$$\log_7 1 < \log_7 2 < \log_7 7$$

$$0 < \log_7 2 < 1$$

$\log_7 2$ está entre 0 e 1.

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Identificar as definições relacionadas ao exercício. $a < b < c$ $\log a < \log b < \log c$	Utilizar elementos coerentes para a resolução, usar informação exterior ao enunciado relevante e indicar estratégia apropriada: $\log_7 1 < \log_7 2 < \log_7 7$ $0 < \log_7 2 < 1$ Nesse caso, o estudante deve recordar quais logaritmos têm resultados inteiros próximos ao do logaritmo solicitado no item.	Apresentar a resposta de forma completa e não ambígua: $\log_7 2$ está entre 0 e 1 ou $0 < \log_7 2 < 1$

29. (OE: UTILIZAR propriedades de potenciação para calcular o valor de logaritmos com base e logaritmando de base 10)
Calcule:

d) $\log 100$

$$10^x = 100$$
$$10^x = 10^2$$
$$x = 2$$
$$\log 100 = 2$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada: $10^x = 100$ $10^x = 10^2$ $x = 2$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $\log 100 = 2$

f) $\log 0{,}001$

$$10^x = 0{,}001$$
$$10^x = \frac{1}{1000}$$
$$10^x = 10^{-3}$$
$$x = -3$$
$$\log 0{,}001 = -3$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada: $10^x = 0{,}001$ $10^x = \frac{1}{1000}$ $10^x = 10^{-3}$ $x = -3$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $\log 0{,}001 = -3$

e) $\log 10\,000\,000$

$$10^x = 10\,000\,000$$
$$10^x = 10^7$$
$$x = 7$$
$$\log 10\,000\,000 = 7$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer que se trata de um exercício sobre logaritmos e utilizar a definição de forma correta: $\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$	Indicar a estratégia apropriada: $10^x = 10\,000\,000$ $10^x = 10^7$ $x = 7$	Utilizar notação apropriada e apresentar resposta completa e não ambígua: $\log 10\,000\,000 = 7$

30. (OE: CALCULAR o valor de um logaritmo utilizando a definição de logaritmos, propriedades operatórias e valores aproximados de logaritmos dados)
Dados $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 7 = 0{,}85$, determine:

d) $\log 14$

$$\log 14 = \log(2 \cdot 7) = \log 2 + \log 7 = 0{,}30 + 0{,}85 = 1{,}15$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer qual das propriedades dos logaritmos deve utilizar e executá-las de forma correta: $\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $\log 14 = \log(2 \cdot 7) =$ $= \log 2 + \log 7 =$ $= 0{,}30 + 0{,}85$ Nesse item, é possível a utilização da fatoração, para após isso, utilizar as propriedades operatórias dos logaritmos para calcular o valor do logaritmo solicitado.	Determinar o valor numérico aproximado do logaritmo, utilizando terminologia e notação apropriadas: $\log 14 = 1{,}15$

e) $\log 50$

$$\log 50 = \log(5 \cdot 10) = \log 5 + \log 10 = \log\left(\frac{10}{2}\right) + \log 10 = \log 10 - \log 2 + \log 10$$
$$= 1 - 0{,}30 + 1 = 1{,}70$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer quais são as propriedades dos logaritmos e executá-las de forma correta: $\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$ $\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $\log 50 = \log(5 \cdot 10) =$ $= \log 5 + \log 10 =$ $= \log\left(\frac{10}{2}\right) + \log 10 =$ $= \log 10 - \log 2 + \log 10 =$ $= 1 - 0{,}30 + 1$ Nesse item, é possível a utilização da fatoração, para após isso, utilizar as propriedades operatórias dos logaritmos para calcular o valor do logaritmo solicitado. O estudante ainda precisa lembrar que $\log 10 = 1$, sendo uma informação alheia ao enunciado do exercício.	Determinar o valor numérico aproximado do logaritmo, utilizando terminologia e notação apropriadas: $\log 50 = 1{,}70$

f) $\log 70$

$$\log 70 = \log(7 \cdot 10) = \log 7 + \log 10 = 0{,}85 + 1 = 1{,}85$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Reconhecer quais são as propriedades dos logaritmos e executá-las de forma correta: $\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$	Utilizar informações dadas pelo exercício de forma apropriada: $\log 70 = \log(7 \cdot 10) =$ $= \log 7 + \log 10 =$ $= 0{,}85 + 1$	Determinar o valor numérico aproximado do logaritmo, utilizando terminologia e notação apropriadas:

	Nesse item, é possível a utilização da fatoração, para após isso, utilizar as propriedades operatórias dos logaritmos para calcular o valor do logaritmo solicitado. O estudante ainda precisa lembrar que $\log 10 = 1$, sendo uma informação alheia ao enunciado do exercício.	$\log 70 = 1{,}85$

31. (OE: CALCULAR o valor de uma variável utilizando propriedades de equações exponenciais)
Resolva as seguintes equações:
e) $2^x = 4$

$$2^x = 2^2$$

$$x = 2$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Identificar quais itens serão resolvidos com conceitos de logaritmos ou com conceitos de equações exponenciais.	Utilizar estratégias coerentes para cada item: $2^x = 2^2$ A estratégia mais comum para esse item é a fatoração.	Indicar a resposta de forma completa e não ambígua: $x = 2$

f) $10^x = 1\,000$

$$10^x = 10^3$$

$$x = 3$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Identificar quais itens serão resolvidos com conceitos de logaritmos ou com conceitos de equações exponenciais.	Utilizar estratégias coerentes para cada item: $10^x = 10^3$ A estratégia mais comum para esse item é a	Indicar a resposta de forma completa e não ambígua: $x = 3$

	fatoração.	

g) $2^x = 5$

$$2^x = 5$$

$$x = \log_2 5$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Identificar quais itens serão resolvidos com conceitos de logaritmos ou com conceitos de equações exponenciais:	Utilizar estratégias coerentes para cada item: $2^x = 5$ Nesse item, conceitos de exponenciais não são suficientes para calcular o valor numérico de x, então, conceitos de logaritmos serão utilizados.	Indicar a resposta de forma completa e não ambígua: $x = \log_2 5$

h) $10^x = 990$

$$10^x = 990$$
$$x = \log_{10} 990$$

Conhecimento matemático	**Estratégias, processos e modos de pensar**	**Comunicação matemática**
Identificar quais itens serão resolvidos com conceitos de logaritmos ou com conceitos de equações exponenciais.	Utilizar estratégias coerentes para cada item: $10^x = 990$ Nesse item, conceitos de exponenciais não são suficientes para calcular o valor numérico de x, então, conceitos de logaritmos serão utilizados.	Indicar a resposta de forma completa e não ambígua: $x = \log_{10} 990$

32. (OE: APLICAR o conceito de logaritmos para resolver uma situação problema sobre a decomposição de uma substância radioativa no tempo (meia-vida))
Certa substância radioativa decompõe-se de forma que sua massa m reduz-se à metade do valor inicial a cada 4 horas, ou seja, $m = m_0 . 2^{-0,25t}$, sendo m_0 o valor inicial da massa. Partindo-se de 60 gramas da substância, pergunta-se:

c) Qual será a massa restante após 8 horas?

Sendo m_0 o valor inicial da massa sendo 60 gramas, sua massa restante após 8 horas será de:

$$m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$$
$$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 8}$$
$$m = 60 \cdot 2^{-2}$$
$$m = 60 \cdot \frac{1}{2^2}$$
$$m = \frac{60}{4}$$
$$m = 15\ g$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Identificar quais são os conceitos e princípios matemáticos envolvidos no problema.	Utilizar fórmulas e dados do exercício de forma coerente, identificar elementos importantes para a resolução e indicar a estratégia de forma coerente: $$m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$$ $$m = 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 8}$$ $$m = 60 \cdot 2^{-2}$$ $$m = 60 \cdot \frac{1}{2^2}$$ $$m = \frac{60}{4}$$ Esse item requer do estudante a utilização dos dados fornecidos pelo enunciado, substituí-los na expressão dada e realizar os cálculos de forma correta.	Indicar a resposta de forma correta, não ambígua, podendo apresentar como suporte, argumentos coerentes e completos: $$m = 15\ g$$

d) Após quanto tempo a massa restante será igual a 12 gramas? (Utilize o valor aproximado $5 \cong 2^{2,32}$.)

$$m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$$
$$12 = 60 \cdot 2^{-0,25t}$$

$$\frac{12}{60} = 2^{-0,25t}$$

$$\frac{1}{5} = 2^{-0,25t}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{2^{0,25t}}$$

$$5 = 2^{0,25t}$$

Como $5 \cong 2^{2,32}$, temos que:

$$2^{2,32} = 2^{0,25t}$$

$$2,32 = 0,25t$$

$$t = \frac{2,32}{0,25}$$

$$t = 9,28\ horas$$

Conhecimento matemático	Estratégias, processos e modos de pensar	Comunicação matemática
Identificar quais são os conceitos e princípios matemáticos envolvidos no problema.	Utilizar fórmulas e dados do exercício de forma coerente, identificar elementos importantes para a resolução e indicar a estratégia de forma coerente: $m = m_0 \cdot 2^{-0,25t}$ $12 = 60 \cdot 2^{-0,25t}$ $\frac{12}{60} = 2^{-0,25t}$ $\frac{1}{5} = 2^{-0,25t}$ $\frac{1}{5} = \frac{1}{2^{0,25t}}$ $5 = 2^{0,25t}$ Como $5 \cong 2^{2,32}$, temos que: $2^{2,32} = 2^{0,25t}$ $2,32 = 0,25t$ $t = \frac{2,32}{0,25}$ Esse item requer do estudante a utilização dos	Indicar a resposta de forma correta, não ambígua, podendo apresentar como suporte, argumentos coerentes e completos: $t = 9,28\ horas$

	dados fornecidos pelo enunciado, substituí-los na expressão dada e realizar os cálculos de forma correta.	

A partir da literatura sobre a Taxonomia de Bloom foi elaborado o quadro a seguir onde foram classificadas as questões presentes na prova em fases. Note que, com essa classificação, nenhum exercício se enquadrou nas características das categorias "lembrar", "sintetizar" e "criar", enquanto a maioria das questões foram classificadas na categoria "aplicar".

CATEGORIAS	**VERBOS DE AÇÃO**	**EXERCÍCIO**
1. Lembrar – Buscar conhecimento relevante na memória de longo termo	Reconhecer Lembrar	Nenhum exercício
2. Entender – Determinar o significado de mensagens instrucionais, incluindo comunicação oral, escrita e gráfica	Interpretar Exemplificar Entender Classificar Resumir Inferir Comparar Explicitar	12
3. Aplicar – Executar ou usar um procedimento em uma dada situação	Aplicar Executar Implementar	1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15 e 16
4. Analisar – Quebrar o material em suas partes constituintes e detectar como as partes se relacionam entre si e com o da estrutura ou propósito do todo	Diferenciar Interpretar Analisar	4, 5, 6 e 7

5. Sintetizar/ Avaliar – Fazer julgamentos baseados em critérios e padrões	Checar (Verificar) Criticar	Nenhum exercício
6. Criar – Unir elementos para formar um todo coerente e novo ou fazer um produto original	Gerar Planejar Produzir	Nenhum exercício

Uma estratégia para não permitir que a prova em fases se limite é acrescentar novas questões a cada fase. Desse modo, os estudantes teriam as questões comentadas da fase anterior e as novas questões para responder[5]. Essas novas questões inclusive podem trazer categorias da Taxonomia de Bloom ainda não utilizadas nessa primeira versão da prova em fases, como LEMBRAR, SINTETIZAR e CRIAR.

[5] TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. A Prova Escrita como Instrumento de Avaliação em Aulas de Matemática. **Educação Matemática em Revista.** São Paulo. v. 45, p. 48-55, 2015.