

Série Guias Didáticos de Matemática

18

**Atividades Exploratórias Investigativas
Com uso do Computador:**
Possibilidades para Produções de
Conhecimentos Acerca do Assunto Semelhança

**Solange Sardi Gimenes
Rony Cláudio de Oliveira Freitas**

**Editora Ifes
2014**



Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Solange Sardi Gimenes
Rony Claudio de Oliveira Freitas

**ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS INVESTIGATIVAS COM USO DO
COMPUTADOR: POSSIBILIDADES PARA PRODUÇÕES DE
CONHECIMENTOS ACERCA DO ASSUNTO SEMELHANÇA**

Série Guias Didáticos de Matemática – Nº 18

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo**

2014

FICHA CATALOGRÁFICA

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

G491c Gimenes, Solange Sardi.

Atividades exploratórias investigativas com o computador: possibilidades para produções de conhecimentos acerca do assunto semelhança / Solange Sardi Gimenes, Rony Cláudio de Oliveira Freitas. – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2014.

ix, 64 p. : il. ; 15 cm. – (Série guias didáticos de matemática ; 18)

ISBN: 978-85-8263-062-4

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Geometria. 3. Programas de computador. 4. Matemática (Ensino fundamental). 5. Triângulo. I. Freitas, Rony Claudio de Oliveira. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título.

CDD: 510.7

Copyright @ 2014 by Instituto Federal do Espírito Santo

Depósito legal na Biblioteca Nacional conforme Decreto No. 1.825 de 20 de dezembro de 1907. O conteúdo dos textos é de inteira responsabilidade dos respectivos autores.

Observação:

Material Didático Público para livre reprodução.

Material bibliográfico eletrônico e impresso.

Realização





Instituto Federal do Espírito Santo
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática

Solange Sardi Gimenes
Rony Claudio de Oliveira Freitas

**ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS INVESTIGATIVAS COM USO DO
COMPUTADOR: POSSIBILIDADES PARA PRODUÇÕES DE
CONHECIMENTOS ACERCA DO ASSUNTO SEMELHANÇA**

Série Guias Didáticos de Matemática – Nº 18

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Vitória, Espírito Santo
2014

Editora do IFES

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo
Pró-Reitoria de Extensão e Produção
Av. Rio Branco, no. 50, Santa Lúcia
Vitória – Espírito Santo - CEP 29056-255
Tel. (27) 3227-5564
E-mail: editoraifes@ifes.edu.br

Programa de Pós-graduação em
Educação em Ciências e Matemática

Av. Vitória, 1729 – Jucutuquara.
Prédio Administrativo, 3o. andar. Sala do Programa Educimat.
Vitória – Espírito Santo – CEP 29040 780

Comissão Científica

Dr. Rony Claudio de Oliveira Freitas, D.Ed.- IFES
Prof. Dr. Alex Jordane de Oliveira, D.Ed.- IFES
Dr. Maurício Rosa, D.Ed. - UFRJ
Dra. Sandra Aparecida Fraga da Silva, D.Ed. - IFES

Revisão

Renata Favarato

Produção e Divulgação

Programa Educimat, IFES



Instituto Federal do Espírito Santo

Denio Rebello Arantes

Reitor

Araceli Verônica Flores Nardy Ribeiro

Pró-Reitora de Ensino

Márcio Almeida Có

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-graduação

Ricardo Tannure Rotta de Almeida

Pró-Reitor de Extensão

Lezi José Ferreira

Pró-Reitor de Administração e Orçamento

Ademar Manoel Stange

Pró-Reitor de Desenvolvimento Institucional

Diretoria do *Campus* Vitória do Ifes

Ricardo Paiva

Diretor Geral do Campus Vitória – Ifes

Hudson Luiz Cogo

Diretor de Ensino

Viviane Azambuja

Diretora de Pesquisa e Pós-graduação

Sergio Zavaris

Diretor de Extensão

Roseni da Costa Silva Pratti

Diretora de Administração

MINICURRÍCULO DOS AUTORES

Solange Sardi Gimenes: Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Especialista em Novas tecnologias no Ensino da Matemática pela Universidade Federal Fluminense e em Psicopedagogia pela Fundação Educacional da Região dos Lagos. Graduada em Licenciatura em Informática a distância pelo Ifes e Licenciatura em Matemática pela UNIG (Universidade de Nova Iguaçu). É professora de Matemática da Rede Municipal de ensino de Vila Velha/ES e do Governo do Estado do ES.

Rony Cláudio de Oliveira Freitas: Concluiu Doutorado em Educação em 2010 e Mestrado em Informática em 2004, ambos pela Universidade Federal do Espírito Santo, e com pesquisas no campo da Educação Matemática. Atualmente é professor no Instituto Federal do Espírito Santo, atuando no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática e na Licenciatura em Matemática. É membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - GEPEM-ES e tem focado suas pesquisas e trabalhos em recursos didáticos de Matemática em mídias diversas e práticas pedagógicas de professores que ensinam Matemática na Educação Básica, na Educação de Jovens e Adultos e na Educação a Distância.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	11
1.1 CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO.....	13
1.2 SEMELHANÇA.....	14
1.3 OS RECURSOS COMPUTACIONAIS	15
1.3.1 O programa Geogebra.....	16
1.3.2 Superlogo.....	18
2. ATIVIDADES.....	20
2.1 ATIVIDADE 1: ATIVIDADE HOMOTETIA (GEOGEBRA)	21
2.1.1 Método de realização.....	21
2.1.2 Objetivo de ensino.....	25
2.1.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	26
2.1.4 Considerações.....	26
2.2 ATIVIDADE 2: ATIVIDADE COM TRIÂNGULOS SEMELHANTES (SUPERLOGO).....	27
2.2.1 Método de Realização.....	27
2.2.2 Objetivos de ensino.....	28
2.2.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	28
2.2.4 Considerações.....	28
2.3 ATIVIDADE 3: ATIVIDADE –TRIÂNGULOS SEMELHANTES (SUPERLOGO)	29
2.3.1 Método de realização.....	29
2.3.2 Objetivos de ensino	31
2.3.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	31
2.3.4 Considerações.....	31
2.3 ATIVIDADE 4: ATIVIDADE – CLASSE DE FIGURAS (GEOGEBRA)	32
2.4.2 Método de realização	32
2.4.2 Objetivos de ensino	33
2.4.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	34
2.4.4 Considerações.....	34
2.5 ATIVIDADE 5: ATIVIDADE – RETAS PARALELAS (GEOGEBRA)	34
2.5.2 Métodos de realização	34
2.5.2 Objetivo de ensino.....	35
2.5.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	35
2.5.4 Considerações.....	36
2.6 ATIVIDADE 6: ATIVIDADE – RETAS PARALELAS (GEOGEBRA)	36
2.6.1 Método de realização.....	36
2.6.2 Objetivos de ensino	38
2.6.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	38

2.6.4 Considerações	39
2.7 ATIVIDADE 7: ATIVIDADE –TEOREMA DE TALES (GEOGEBRA)	39
2.7.1 Método de realização	39
2.7.2 Objetivo de ensino	40
2.7.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	40
2.7.4 Considerações.....	41
2.8 ATIVIDADE 8: ATIVIDADE –RELAÇÕES MÉTRICAS (GEOGEBRA)	41
2.8.1 Método de realização	41
2.8.2 Objetivos de ensino	42
2.8.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	42
2.8.4 Considerações.....	42
2.9 ATIVIDADE 9: ATIVIDADE – RELAÇÕES MÉTRICAS (GEOGEBRA)	43
2.9.1 Método de realização	43
2.9.2 Objetivos de ensino	44
2.9.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	45
2.9.4 Considerações.....	45
2.10 ATIVIDADE 10: ATIVIDADE – ÁREA E PERÍMETRO (GEOGEBRA)	45
2.10.1 Método de realização.....	45
2.10.2 Objetivos de ensino	46
2.10.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	46
2.10.4 Considerações.....	47
3. ATIVIDADES EXTRAS	47
3.1 ATIVIDADE 1– ATIVIDADE – PROPORÇÃO (SUPERLOGO)	47
3.1.1 Método de realização	47
3.1.2 Objetivos de ensino:	49
3.1.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	49
3.1.4 Considerações.....	50
3.2 ATIVIDADE 2: ATIVIDADE –ALTURA DE TRIÂNGULO (GEOGEBRA)	50
3.2.1 Método de realização	50
3.2.2 Objetivos de ensino	51
3.2.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	51
3.2.4 Considerações.....	51
3.3 ATIVIDADE 3: ATIVIDADE – SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO (GEOGEBRA)	52
3.3.2 Método de realização	52
3.3.2 Objetivos de ensino	54
3.3.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	54
3.3.4 Considerações.....	54
3.4 ATIVIDADE 4: ATIVIDADE –NÚMEROS IRRACIONAIS (GEOGEBRA).....	55
3.4.1 Método de realização	55
3.4.2 Objetivos de ensino	55
3.4.3 Considerações.....	55

3.5 ATIVIDADE 5: ATIVIDADE- CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM TRIÂNGULO (GEOGEBRA)	56
3.5.1 Método de realização	56
3.5.2 Objetivos de ensino	57
3.5.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	57
3.5.4 Considerações.....	57
3.6 ATIVIDADE 6: ATIVIDADE- CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS (GEOGEBRA).....	57
3.6.1 Método de realização.....	57
3.6.2 Objetivos de ensino	58
3.6.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	58
3.6.4 Considerações.....	59
3.7 ATIVIDADE 7: ATIVIDADE- CLASSE DE FIGURAS (GEOGEBRA)	59
3.7.1 Método de realização	59
3.7.2 Objetivos de ensino	60
3.7.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	60
3.7.4 Considerações.....	60
3.8 ATIVIDADE 8: PROBLEMA ENVOLVENDO ÁREA E PERÍMETRO (GEOGEBRA)	60
3.8.1 Método de realização	60
3.8.2 Objetivos de ensino.....	61
3.8.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele	61
3.8.4 Considerações.....	62
REFERÊNCIAS.....	64

APRESENTAÇÃO

Caro professor,

A ideia de organizar esse conjunto de atividades em forma de um Guia surgiu de um trabalho de pesquisa realizado para conclusão do curso de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, o qual investigou as possíveis contribuições que atividades exploratórias investigativas com uso do computador podem ter na produção do conhecimento geométrico. As atividades exploratórias investigativas que procuramos nos aproximar podem ser conceituadas conforme Fiorentini (2008, p.16) “[...] aquela que mobiliza e desencadeia tarefas e atividades abertas, exploratórias e não-diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação”.

Trata-se, portanto, de atividades que na primeira versão foram sendo organizadas conforme as oportunidades surgidas, mas que, após a experimentação das tarefas em aulas, passaram por alguma reformulação no sentido de complementá-las de acordo com o retorno dado pelos alunos. O objetivo em divulgar tais atividades é oferecer aos professores um material de consulta, no caso daqueles que se aventuram em desenvolver nas suas aulas processos exploratórios investigativos com o computador. Contudo, vale destacar que não se trata de uma receita pronta, pois cada professor tem sua forma de desenvolver estratégias de ensino, cada turma de alunos representa um cenário e cada cenário tem suas peculiaridades que geram diferentes oportunidades de aprendizagem. Nesse caso, esse material pode significar somente um ponto de partida, já que as oportunidades que irão aparecer em processos investigativos dependerão dos momentos de dúvidas e incertezas que surgem no decorrer do processo.

Sendo assim, esperamos que este material de alguma forma ofereça alguma colaboração em torno de sua atuação pedagógica e consiga encorajá-lo a enfrentar situações desafiantes que a proposta de ensino voltada para atividades exploratórias investigativas com o computador provoca, ou mesmo possa gerar uma reflexão acerca da melhor forma de abordar geometria na educação básica.

Desejamos um bom trabalho a todos!

*Solange Sardi Gimenes
Rony Cláudio de Oliveira Freitas*

1. INTRODUÇÃO

Investigar, na perspectiva que aqui se apresenta, baseia-se nos estudos de Ponte, Oliveira e Brocardo (2009) e Skovsmose(2001) e significa trabalhar com questões que nos chamam a atenção e saber que, ao buscar respostas para situações de dúvidas que inicialmente nos parecem confusas, produzimos conhecimento. “Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis” (PONTE; OLIVEIRA; BROCADO, 2009, p. 9), trata-se de investigar propriedades e relações partindo do conhecimento de que já se dispõe, e, conforme surgem as incertezas e as dúvidas, busca-se por novas informações, criando-se, assim, oportunidades de produção de conhecimento.

As tarefas exploratório investigativas têm como ponto de destaque o fato de não limitar uma questão a uma determinada resposta, já que trata-se de questões abertas que podem comportar diferentes possibilidades. Assim, essa forma de abordar um assunto pode ser encarada, de acordo com Brocardo (2011, p. 132), “[...] como uma primeira experiência que permite ter uma visão geral de um contexto que será trabalhado posteriormente”, o que nesse caso possibilita explorar uma ideia antes que se apresente uma definição. Contudo, essa pode ser explorada após a construção de determinados conceitos, o que nesse caso pode ampliar o conhecimento ou dar um novo sentido ao conhecimento que o aluno já produziu.

Sendo assim, em uma proposta investigativa, as possibilidades de aprendizagem geradas dependem do interesse e do conhecimento que o aluno já construiu, já que essa não segue de forma linear determinados procedimentos. Logo, investigar envolve formular questões, “[...] propor conjecturas, realizar testes para validar ou rejeitar essas conjecturas, avaliar da sua plausibilidade, encontrar provas da sua correção e levantar novas questões para investigar” (PONTE ; ROCHA, 2006, p. 3).

Além disso, por tratar-se de uma atividade de aprendizagem no campo da geometria, consideramos importante avaliar alguns aspectos no processo de produção de conhecimento geométrico. Pensando nisso, esse trabalho em algumas situações orientou-se nos estudos do modelo de níveis de pensamento geométrico do casal van Hiele, cuja principal propriedade é descrever características do processo de pensamento, o qual está organizado em diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca da geometria. Vale citar que esse modelo surgiu ao tentarem entender o porquê das dificuldades dos alunos em aprender geometria.

Porém, apesar da orientação desse modelo, alguns pontos defendidos na pesquisa de Gimenes (2014) que definiu esse produto final distanciam-se dele, já que o aspecto prescritivo relacionado ao conteúdo de geometria não dialoga com atividades que não seguem uma estrutura pré determinada, como as atividades investigativas que ocorrem de forma não linear e cujo objetivo não é chegar a um resultado, mas aproveitar as diferentes possibilidades que surgem no decorrer do processo. Assim, em uma proposta investigativa, lançam-se possibilidades e cabe ao aluno por meio de suas motivações explícitas ou implícitas aproveitá-las ou não, sendo o professor o mediador no processo, procurando conduzir o discente de acordo com seus objetivos de ensino e aproveitar os momentos de dúvidas e incertezas para levantar discussões, provocar o aluno, chamar sua atenção e assim criar um ambiente propício para produção do conhecimento geométrico.

Não obstante, há orientações nesse modelo que podem ser usadas para auxiliar o professor de matemática a conhecer características no processo de pensamento e assim avaliar as habilidades do aluno e entender dificuldades que geram desinteresse, não provocando o que há de fundamental em uma proposta investigativa, que é o envolvimento do aluno em seu processo de aprendizagem. Assim, o modelo de van Hiele discute aspectos no processo educativo de geometria que podem colaborar no planejamento das atividades a serem propostas, contribuir no entendimento de reações dos alunos diante das atividades e fornecer informações que auxiliam o professor a conhecer o nível de desenvolvimento de raciocínio geométrico em que o aluno se encontra.

A seguir apresento de forma sucinta as características do pensamento geométrico discutidos nessa teoria. Essa análise está baseada nos estudos de De Villiers (2010) e de Crowley (2004).

1.1 CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Reconhecimento ou visualização: São características que consideram o reconhecimento de figuras geométricas por meio da visualização, pela aparência global, mas não identificam, propriedades, relações.

Análise: Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras e passam a utilizar um vocabulário mais adequado para descrevê-las.

Dedução informal: Os alunos são capazes de estabelecer inter-relações de propriedades dentro da própria figura geométrica e entre figuras.

Dedução: Os alunos compreendem uma dedução geométrica como uma forma de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático e passam a realizar uma ordenação lógica das propriedades por meio de pequenas sequências de dedução.

Rigor: Os alunos passam a entender e utilizar uma sequência de deduções, e são capazes de trabalhar em vários sistemas axiomáticos.

Neste Guia, buscamos realizar uma análise explicativa de características do processo de pensamento verificada nas turmas de modo geral, em cada atividade proposta.

O assunto escolhido para aplicar as atividades e analisar possíveis contribuições na produção de conhecimento geométrico foi semelhança. As atividades desenvolveram-se num ambiente de sala de aula e laboratório de informática, em uma unidade municipal de ensino fundamental da rede de Vila Velha/ES, e fizeram parte dessa pesquisa alunos do 9º ano do ensino fundamental, turmas A e B.

1.2 SEMELHANÇA

Semelhança de Triângulos é um importante conceito dentro do programa de matemática no ensino fundamental. Esse conceito nos permite calcular, por meio da proporcionalidade, distâncias inacessíveis, ampliar e reduzir imagens, e, na Matemática, estabelecer conexões com conteúdos como números racionais e irracionais, razão e proporção, estando também na base de compreensão de assuntos como relações métricas no triângulo, trigonometria, entre outros.

Além disso, o estudo de semelhança em matemática também pode justificar-se pela possibilidade de tratar as propriedades geométricas de figuras sob o ponto de vista da transformação geométrica homotetia. Nessa transformação é possível verificar as propriedades fundamentais de semelhança por meio da redução e da ampliação de figuras, e reconhecê-las como figuras semelhantes à figura original ao identificar seus elementos variantes, a medida dos lados, e invariantes, a medida dos ângulos.

Em geometria, dois triângulos são semelhantes quando possuem os ângulos respectivamente congruentes e os lados homólogos proporcionais. Portanto, o processo de produção de conhecimento de semelhança pode envolver:

- Definição de figuras semelhantes;
- A razão de semelhança entre figuras semelhantes;
- Identificação de triângulos semelhantes;
- Aplicação da propriedade fundamental de semelhança para resolver problemas;
- Verificação do teorema de Tales a partir da semelhança de triângulos;
- Aplicação do Teorema de Tales para resolver problemas;
- Aplicação da propriedade fundamental de semelhança para encontrar as relações métricas no triângulo retângulo.

Para, além disso, a experiência desenvolvida mostrou também a necessidade de se abordar conceitos básica de geometria, como reta, ângulo, polígono, soma dos ângulos

internos de um polígono, retas paralelas, retas perpendiculares, altura de um triângulo, classificação de triângulos quanto à medida dos lados e quanto à medida dos ângulos, proporção, números racionais e números irracionais, área e perímetro, entre outros assuntos.

A geometria pode ser abordada de diferentes formas, neste trabalho optou-se pelos recursos computacionais por acreditar que estes podem enriquecer os processos investigativos oferecendo oportunidade ao aluno de analisar resultados por meio das próprias construções.

1.3 OS RECURSOS COMPUTACIONAIS

A maior contribuição dos recursos tecnológicos nessa pesquisa foi oferecer ao aluno a possibilidade de *experimentar*. Para Borba e Villarreal (2005), uma abordagem experimental em Educação Matemática significa oferecer ao aluno a possibilidade de fazer uso de procedimentos de tentativas que gerem conjecturas, descoberta de resultados matemáticos e oportunidade de testar modos diversos de coletar resultados.

Dentre os recursos tecnológicos, destacamos os ambientes de Geometria Dinâmica, pois esses incentivam o espírito de investigação, já que possibilitam ao aluno realizar um grande número de testes, de forma dinâmica e ágil, e por meio das próprias construções o aluno tem condições de refinar ou corrigir conjecturas. Além disso, eles apresentam uma interface interativa, a qual permite que o aluno analise suas construções, oferecendo retorno rápido em uma exploração experimental. Gravina (2001) em seus estudos destaca as contribuições desses recursos no processo de aprendizagem, pois, segundo essa autora, o aluno manipula “diretamente os objetos na tela do computador, e com realimentação imediata, os alunos questionam o resultado de suas ações/operações, conjecturam e testam a validade das conjecturas inicialmente através dos recursos de natureza empírica” (GRAVINA, 2001, p. 89-90).

Outro recurso tecnológico utilizado são os ambientes de desenvolvimento que utilizam linguagem de programação para realizar construções geométricas. Esses programas

utilizam a linguagem Logo, a qual surgiu com as ideias de Papert. Para Papert (2008), a construção de um conhecimento não se dá em função do desenvolvimento físico, mas, sobretudo, por meio da forma de relacionamento das pessoas com o meio. Para Papert, o objetivo principal ao utilizar uma linguagem Logo é tornar o aluno agente ativo de sua aprendizagem.

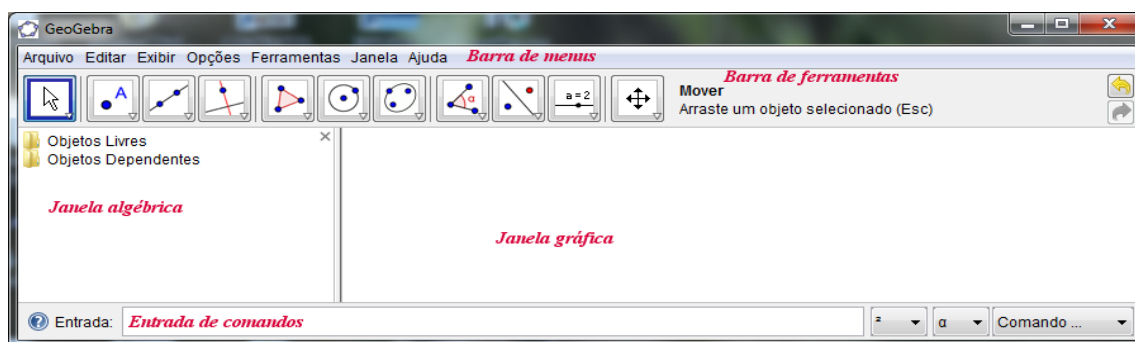
Ao pensar na tecnologia nas aulas de matemática, temos uma grande gama de possibilidades. Assim, vale destacar que a pesquisa que culminou com esse produto final, sob o título “Contribuições de atividades de investigação e exploração com o computador na produção de conhecimento acerca do assunto semelhança”, utilizou dois programas específicos, quais sejam, o Geogebra e o Superlogo, na intenção de ampliar as oportunidades de exploração, já que são programas que apresentam perspectivas diferentes na resolução de um mesmo problema.

1.3.1 O programa Geogebra

O programa Geogebra é um programa livre, desenvolvido por Markus Hohenwarter, disponível, em português, no endereço eletrônico <http://www.geogebra.at>. O Geogebra é mais do que um software de geometria dinâmica, pois, além dos recursos de Geometria, oferece também recursos de Álgebra e Cálculo.

O programa apresenta duas janelas de visualização: a janela algébrica e a janela geométrica. Os objetos geométricos visualizados na janela geométrica têm sua representação algébrica mostrada na janela algébrica, conforme figura 1.

Figura 1- Janela Geogebra



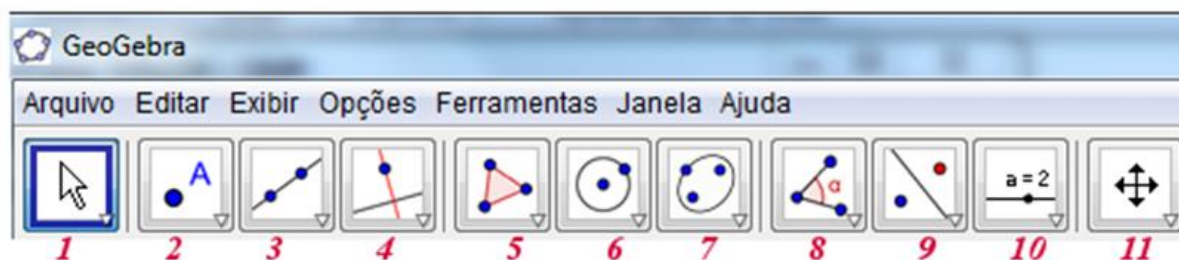
Fonte: A pesquisa

Esse programa dispõe de ferramentas que podem enriquecer a prática de ensino. A seguir descreveremos as ferramentas que contribuíram para esta pesquisa e outras que não foram utilizadas, mas que podem colaborar em uma construção geométrica.

Na tela de apresentação, na parte superior, temos uma barra de menus: Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda. Em seguida, abaixo da barra de menus, na barra de ferramentas, estão dispostos onze comandos, sendo que, ao se clicar na seta vermelha, surgem novas opções de trabalho.

Esses comandos estão agrupados de acordo com sua função e, para chamá-los, observe onde se encontram conforme ordenamento em colunas:

Figura 2 – Barra de ferramentas



Fonte: A pesquisa

Figura 3 – Ferramentas do Geogebra

Primeira coluna:



Mover

Segunda coluna:



Novo ponto



Interseção de dois objetos

Terceira coluna:



Reta definida por dois pontos



Segmento com dado comprimento a partir de um ponto

 Semirreta definida por dois pontos

Quarta coluna:

 Reta perpendicular

 Reta paralela

Quinta coluna:

 Polígono

Sexta coluna:

 Círculo definido pelo centro e um de seus pontos;

 Círculo dados centro e raio Círculo definido por três pontos –

Oitava coluna:

 Ângulo

 Distância Comprimento ou comprimento

 Área

Décima coluna:

 Seletor

Fonte: A pesquisa

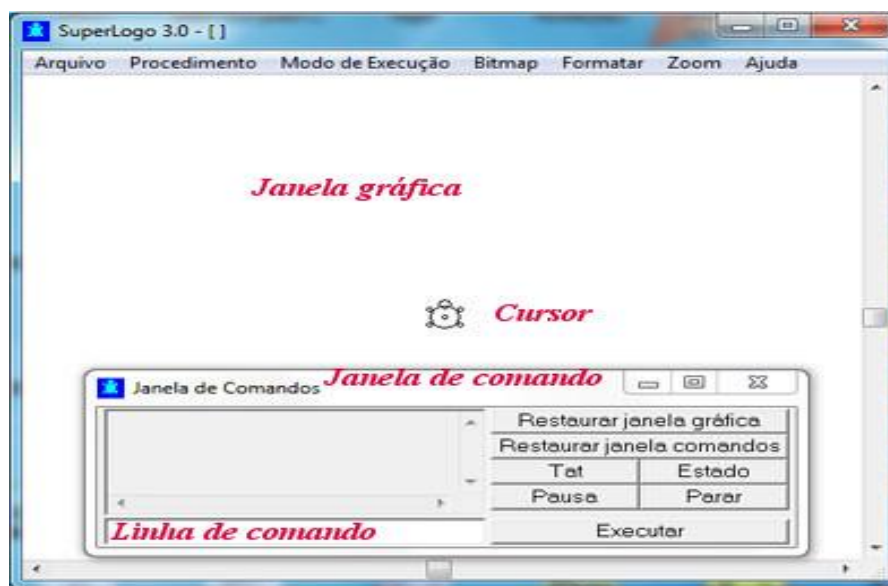
Um recurso que pode ser utilizado nesta proposta é o Protocolo de construção, o qual apresenta uma tabela com todos os passos da construção descritos. Para utilizá-lo selecione no Menu Exibir o item Protocolo de Construção.

1.3.2 Superlogo

O Superlogo também é um programa livre, desenvolvido no Massachusetts Institute of Technology (MIT) a partir de pesquisas feitas pelos matemáticos Seymour Papert e

Wallace Feurzeig. Esse programa utiliza a linguagem de programação Logo, a qual foi desenvolvida para ser utilizada com finalidades educativas. O programa Superlogo dispõe de duas janelas: a Gráfica e a de Comandos.

Figura 4 - Janela inicial do Superlogo



Fonte: A pesquisa.

O Superlogo possui um cursor gráfico (tartaruga) que permanece no centro da tela e, conforme os comandos são inseridos na janela, o cursor realiza movimentos construindo desenhos a partir de seus rastros. Os comandos básicos para movimentação do cursor nesse programa são: para frente (pf) e para trás(pt), nesse caso deve-se indicar quantos passos (50 passos equivale a 1 cm), e para a direita(pd) ou para esquerda(pe). Ao girar para direita ou para esquerda deve-se indicar qual o valor em graus do giro (amplitude do ângulo).

A seguir os principais comandos de movimentação do cursor, nesse programa:

Quadro 01 – Quadro de comandos do programa Superlogo

Comando	Mnemônica	Função
para frente n°	pf n°	Faz com que o cursor caminhe para frente, no sentido que o cursor está apontando o número de passos digitados (n^o).

paratras	pt n°	Faz com que o cursor caminhe para trás, no sentido que o cursor está apontando o número de passos digitados (n°).
paraesquerda	pe n°	Faz com que o cursor gire para esquerda, a partir do sentido que o cursor se encontra. O valor digitado é a medida do ângulo em graus.
paradireita	pd n°	Faz com que o cursor gire para direita, a partir do sentido que o cursor se encontra. O valor digitado é a medida do ângulo em graus.
tat		Coloca o cursor na posição inicial (0,0), e apaga a tela.
Arco ângulo raio		Constrói um arco com ângulo (em grau) e raio.
Circunferência raio		Constrói uma circunferência com a medida do raio.
usenada	Um	O cursor anda sem deixar registro gráfico.
uselápis	Ul	O cursor anda com registro gráfico.
useborracha	Ub	Coloca borracha no cursor.
mudecl n°		Muda a cor da linha traçada pelo cursor.
mudexy x y		Muda a coordenada.
paracentro	Pc	Retorna o cursor para o centro.
Rotule [palavra] ou rotule [n°]		Escreve palavras ou números na tela.
Comando repita repita n [lista de comandos]		Executa n vezes os comandos contidos em lista.
Comando espere		Provoca uma pausa antes de executar o próximo comando.

Fonte: A pesquisa

2. ATIVIDADES

Nesse tópico apresentaremos algumas atividades que podem ser utilizadas em sala de aula com objetivo de contribuir para a construção de conceitos geométricos, cujo foco é semelhança de triângulos.

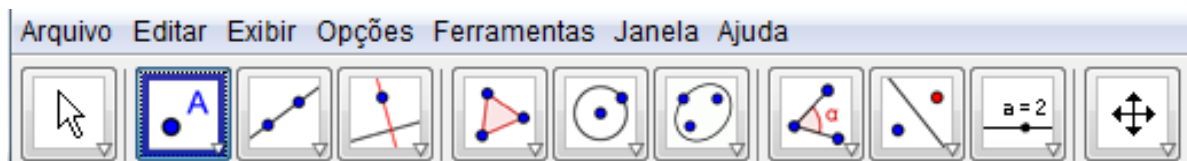
Exibiremos para cada atividade os objetivos de ensino, métodos de realização, e características do processo de pensamento geométrico discutidos pelos van Hiele e algumas considerações pedagógicas.

2.1 ATIVIDADE 1: ATIVIDADE HOMOTETIA (GEOGEBRA)

2.1.1 Método de realização

1. Marque na origem do sistema de eixo e insira o ponto A (botão ) na barra de ferramentas conforme figura 5:

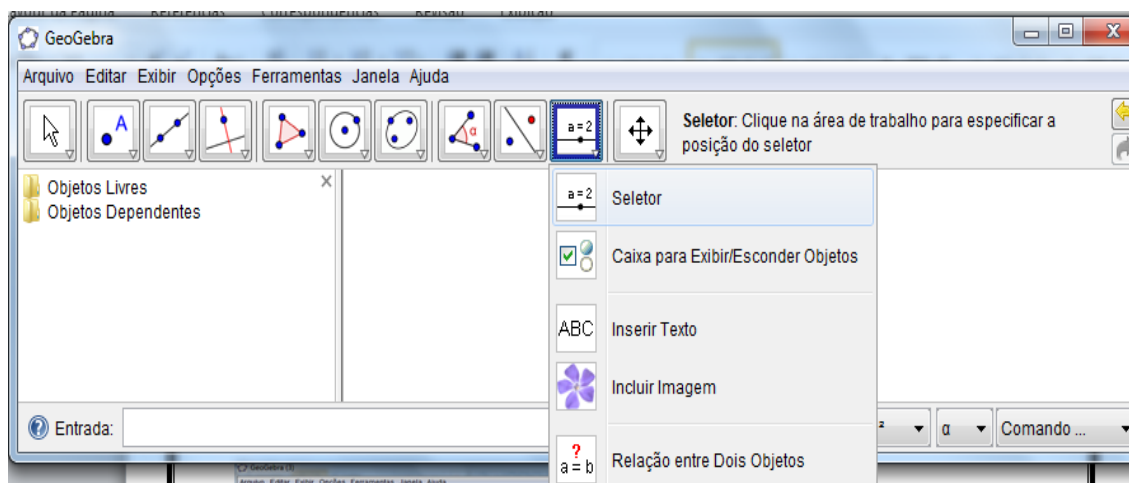
Figura 5 – Barra de Menus e ferramentas do programa Geogebra



Fonte: A pesquisa

2. Utilize a ferramenta seletor de acordo com a figura 6. Ao abrir a caixa de diálogo, marque **a** para número, mínimo: 0 e máximo: 15 (utilize o botão ).

Figura 6 - Processo de desenvolvimento da atividade 1



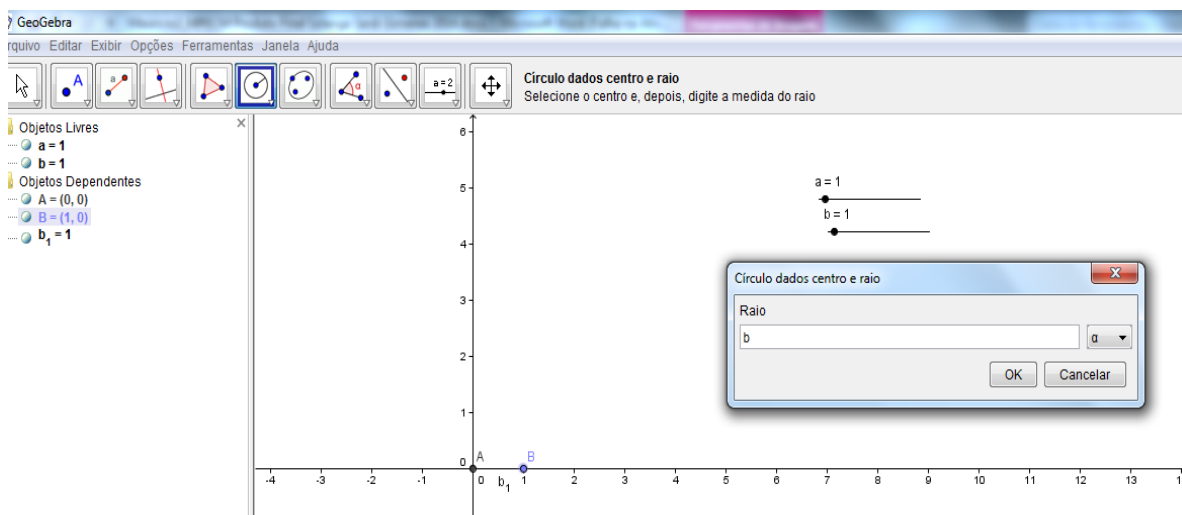
Fonte: A pesquisa

3. Escolha a ferramenta segmento com comprimento fixo (utilize a opção ) , clique na origem do sistema de eixo da área de trabalho no ponto A e insira **a** na caixa de diálogo.

4. Utilize a ferramenta seletor, marque **b** para número, mínimo: 0 e máximo: 15.

5. Escolha a ferramenta círculo dado centro e raio, de acordo com a figura 7 e clique no ponto B e insira **b**.

Figura 7 - Processo de desenvolvimento da atividade 1



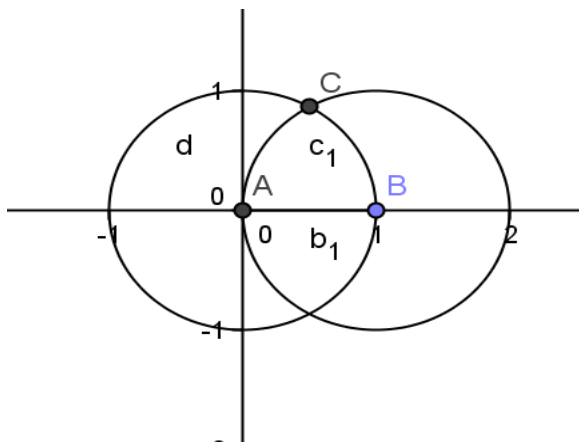
Fonte: A pesquisa

8. Utilize a ferramenta seletor, marque **c** para número, mínimo: 0 e máximo: 15

9. Escolha a ferramenta círculo dado centro e raio, clique no ponto A e insira **c** na caixa de diálogo.

10. Na interseção dos círculos Marque o ponto C, conforme figura 8.

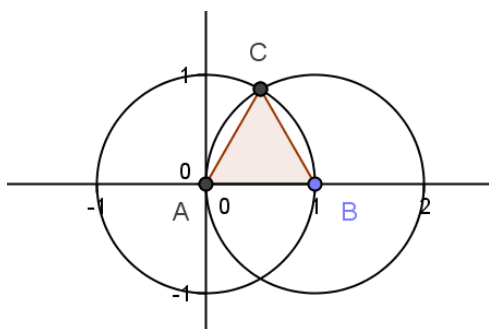
Figura 8 – Construção no programa Geogebra



Fonte: A pesquisa

14. Construa o triângulo ABC (use a opção ) , utilizando como lado o segmento AB, BC e CA, conforme figura 9.

Figura 9 – Construção no programa Geogebra

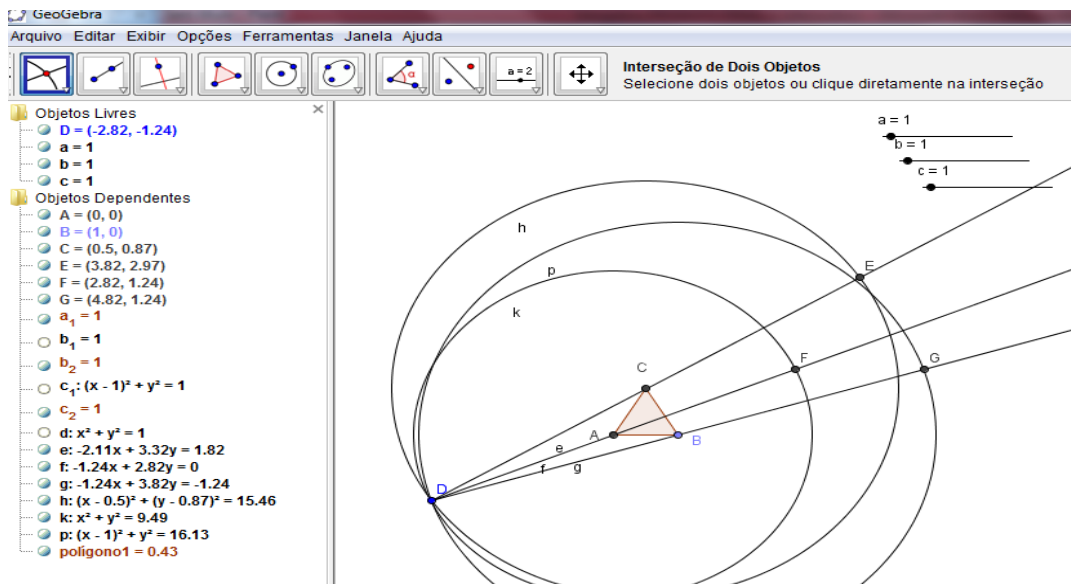


Fonte: A pesquisa

10. Desmarque na janela de visualização o sistema de eixos e os círculos.
11. Marque o ponto D exterior ao triângulo construído como foco e com a ferramenta semirreta (utilize a opção ) trace as semirretas AD, CD, BD.
12. Em seguida, utilize a ferramenta 'Círculo Definido pelo Centro e um de seus Pontos'.
13. Marque o primeiro ponto (centro do círculo) no vértice B e o outro ponto no foco D, marque a interseção do círculo com a semirreta e assinale E.

14. Realize a mesma construção para encontrar os pontos F e G, conforme figura 10. Construa o triângulo EFG.

Figura 10 - Processo de desenvolvimento da atividade 1



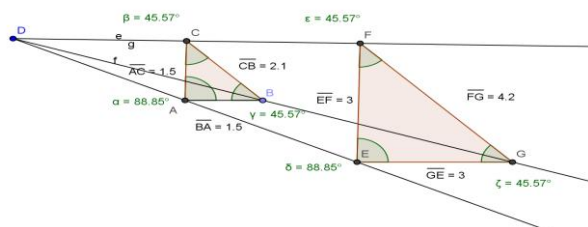
Fonte: A pesquisa

15. Desmarque os círculos.

16. Utilize a ferramenta Ângulo (use a opção ) , clique dentro do triângulo ABC e do triângulo EFG.

17. Utilize a ferramenta Distância, Comprimento ou Perímetro (utilize a opção ) e encontre a medida dos lados dos triângulos ABC e EFG.

Figura 11 - Processo de desenvolvimento da atividade 1



Fonte: A pesquisa

18. Manuseie o seletor de forma a encontrar diferentes triângulos, eleja dois triângulos diferentes e complete a tabela a seguir:

Quadro 02 – Dados da construção geométrica

Triângulo	Lado 1		Lado 2		Lado 3		Ângulo 1		Ângulo 2		Ângulo 3	
	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor
$\triangle ABC$	$\overline{AB}$		$\overline{BC}$		$\overline{AC}$		$\hat{A}$		$\hat{B}$		$\hat{C}$	
$\triangle EFG$	$\overline{EF}$		$\overline{FG}$		$\overline{EG}$		$\hat{E}$		$\hat{F}$		$\hat{G}$	
Elementos que variam						Elementos que não variam						

Fonte: A pesquisa

Vamos a nossa investigação:

- a) O triângulo ao ser ampliado apresentou elementos que variaram e outros que não variaram. Como você descreveria esse fato?*
- b) Investigue possíveis relações entre as medidas dos lados. Que conjectura você pode estabelecer?*
- c) Que conclusão você poderá fazer sobre um triângulo que sofre uma ampliação a partir desse processo?*
- d) Qual a função da ferramenta “Círculo Dados Centro e Raio”, nessa construção?*

2.1.2 Objetivo de ensino

- Realizar uma construção geométrica;
- Analisar características da construção, como medida de lados e medida de ângulos;
- Identificar uma figura ou uma relação geométrica;
- Ampliar homoteticamente e examinar medidas que variam e medidas que não variam.

2.1.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Percebem-se os conhecimentos prévios que os alunos têm do assunto ;
- Identificam formas específicas e reproduzem uma figura dada;
- Familiarizam-se por meio do programa com o vocabulário geométrico e usam a linguagem adequada padronizada e não padronizada;
- Identificam uma figura ou uma relação geométrica dentro de outras configurações;
- Ampliam homoteticamente um triângulo e examinam a medida dos ângulos e a medida dos lados;
- Associam propriedades a tipos de figuras e relações entre figuras de acordo com tais propriedades;
- Estabelecem inter-relações de propriedades tanto dentro de figuras, quanto entre figuras.

2.1.4 Considerações

Nessa etapa é natural que os alunos encontrem dificuldades em concluir as atividades, pois as informações estão confusas e não estão familiarizados com os recursos do programa. Porém, a nomenclatura já deve ser explorada à medida que os alunos utilizam as ferramentas do programa e a forma como são nomeadas.

A investigação inicialmente é centrada nos triângulos semelhantes. Para verificar diferentes triângulos basta arrastar o seletor e modificar a medida do lado, possibilitando ao aluno realizar um grande número de testes.

Nessa construção há oportunidade de interrogar os alunos quanto à invariância da medida dos ângulos na ampliação do triângulo.

Além disso, a ferramenta de compasso (Círculo definido pelo centro e um de seus pontos) pode ser explorada no sentido de conduzir os alunos a perceberem sua utilidade e visualizarem elementos, como raio e diâmetro, de um círculo.

2.2 ATIVIDADE 2: ATIVIDADE COM TRIÂNGULOS SEMELHANTES (SUPERLOGO)

2.2.1 Método de Realização

Para construir um triângulo, utilizando comandos de linguagem de programação, precisamos considerar a medida dos lados e a medida dos ângulos internos e externos desse triângulo. Na janela de entrada de comando conforme figura 12 digitamos a medida da distância que o cursor irá realizar, utilizando termos padronizados de linguagem de programação, como: para frente (pf) ou para trás (pt), dá um espaço e insere o valor referente a distância que pretende utilizar, neste caso, nos lados do triângulo. Utilizamos o mesmo procedimento para girar o cursor e a amplitude do giro (pd n° ou pe n°) necessários para construir um triângulo

Figura 12 - Linha de comando do Superlogo



Fonte: A pesquisa

Agora, utilizando o programa Superlogo, construa diferentes triângulos e anote as medidas dos ângulos internos e externos, e a medida dos lados:

Quadro 03 – Quadro para dados de construção no programa Superlogo

Triângulo	Medida dos lados			Medida dos ângulos internos (a_i) e externos (a_e)					
				a_i	a_e	a_i	a_e	a_i	a_e
ΔABC									
ΔCDE									
ΔFGH									
ΔIJK									

ΔLMN									

Fonte: A pesquisa

Propomos que investigue algumas propriedades dos triângulos:

- a) Compare a medida do ângulo interno e do ângulo externo dos triângulos. Que conjectura você pode estabelecer? Há motivos que o levam a pensar que ela é sempre verdadeira?*
- b) Qual o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo? E a soma dos ângulos externos?*
- c) Nessa atividade você aprendeu algo de novo? Se sim, descreva.*

2.2.2 Objetivos de ensino

- Identificar um ângulo raso ou de meia-volta;
- Construir um ângulo, dada a sua medida;
- Reconhecer, representar e relacionar ângulos suplementares;
- Calcular a medida do suplemento de um ângulo;
- Reconhecer que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° e que ângulos internos e externos são suplementares;
- Resolver problemas aplicando a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo.

2.2.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- A forma não é mais o destaque, mas as propriedades das figuras, pois o aluno passa a dar atenção às propriedades, como medida de lados e medida de ângulos, para construir um triângulo.

2.2.4 Considerações

O aluno pode encontrar dificuldade para perceber que digita a medida da amplitude do ângulo externo para, conseqüentemente, formar o ângulo interno. É oportuno, nesse sentido, deixar o aluno perceber seu erro, a partir de suas construções. Porém, quando a dificuldade se estende, gerando desmotivação nos alunos, é importante discutir sobre ângulo interno e externo, a soma dos ângulos internos de um triângulo e o movimento do cursor gráfico.

O aluno pode construir um triângulo por tentativas, mas não compreender o que fez. Nesse caso, a tabela auxilia na organização das ideias, e muitas vezes o aluno precisa de orientação.

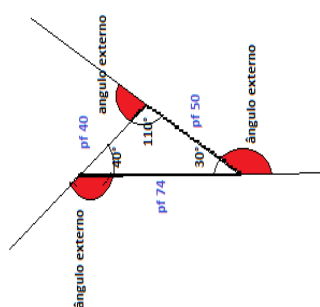
Vale ressaltar que as construções aparentam estar corretas utilizando o programa Superlogo, pois os triângulos se fecham, mas, ao observar as propriedades, ou realizar sua ampliação verifica-se que não condizem com as propriedades de construção de um triângulo. Esta situação pode representar uma nova investigação, utilizar outro programa como o Geogebra para verificar as medidas de lados e ângulos do triângulo.

2.3 ATIVIDADE 3: ATIVIDADE –TRIÂNGULOS SEMELHANTES (SUPERLOGO)

2.3.1 Método de realização

Construa o primeiro triângulo conforme os dados do triângulo ABC que constam no quadro 04. Em seguida, multiplique por dois os lados do ΔABC . Na sequência multiplique por três os lados do ΔABC , e assim sucessivamente. Após isso, complete a tabela.

Figura 13- Representação da construção no Superlogo



Fonte: A pesquisa.

Quadro 04 – Quadro de auxílio para atividade no Superlogo

Triângulo	Ângulo3		Ângulo2		Ângulo1		Lado3		Lado2		Lado1	
	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo	Valor	Rótulo
ΔABC	30°	Â	40°	Ĉ	110°	Ĥ	74	ĈĀ	40	BĈ	50	ĀB
ΔDEF												
ΔGHI												
Triângulo			Elementos em comum entre os triângulos ABC, DEF e GHI				Diferença entre os triângulos ABC, DEF e GHI					

Fonte: A pesquisa.

Agora, responda:

- a) *Encontre a razão entre a medida dos lados correspondentes do primeiro triângulo com os demais triângulos. Você observa alguma regularidade?*
- b) *O que te chamou atenção na ampliação dos triângulos?*
- c) *Descreva a relação entre a medida do ângulo interno e do ângulo externo dos triângulos construídos. Que conjectura você pode estabelecer ao ampliar um triângulo ?*
- d) *E no caso de um triângulo que é reduzido? O que ocorre com a medida dos ângulos internos?*
- e) *Ao fazer uma comparação entre o primeiro triângulo e os demais que foram ampliados, como você descreveria uma regra para a ampliação de triângulos?*

2.3.2 Objetivos de ensino

- Verificar e compreender a relação entre as medidas dos ângulos internos e externos de um triângulo;
- Reconhecer triângulos semelhantes;
- Ampliar triângulos utilizando a propriedade fundamental de semelhança;
- Verificar e compreender triângulos semelhantes.

2.3.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- A atividade oferece possibilidades ao aluno, por meio de uma análise informal, de desenvolver o raciocínio acerca de conceitos geométricos, discernindo características nas figuras geométricas.
- O aluno deduz a partir da observação da construção geométrica a propriedade fundamental de semelhança de triângulos .

2.3.4 Considerações

Há certa dificuldade na construção do primeiro triângulo, pois o aluno precisa entender a propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo e a relação

entre ângulos internos e externos para construí-los. Além disso, para atingir o objetivo de ampliar os triângulos corretamente, o educando precisa ter construído o conceito de semelhança. Nesse caso, na medida em que se observam as dificuldades, o professor, enquanto mediador do processo deve colaborar com os grupos, conduzindo-os a perceberem as propriedades necessárias para atingirem o objetivo da atividade.

Uma informação a considerar nessa construção são as considerações descritas na pesquisa de Gimenes (2014, p. 77) , sobre a medida de lados e ângulos fornecidos para construção deste triângulo: “Ao utilizar o programa Superlogo visualmente o triângulo está correto, ao ampliá-lo é possível perceber que o triângulo não se fecha corretamente”. O programa Geogebra, oferece recursos nos quais é possível detectar o erro desta construção. No entanto, a atividade é válida, pois amplia as possibilidades do aluno em produzir conhecimento acerca de construção de triângulos, numa perspectiva diferente da que é utilizada com o programa geogebra.

2.3 ATIVIDADE 4: ATIVIDADE – CLASSE DE FIGURAS (GEOGEBRA)

2.4.2 Método de realização

Complete o quadro, utilizando o programa Geogebra (Atividade adaptada a partir dos estudos de Crowley, 1994):

Quadro 05 – Quadro de propriedades

Nome da figura	Propriedades	Representação
	4 lados 4 ângulos retos	
	3 lados Três ângulos iguais	
	3 lados 1 ângulo reto	
	4 lados Lados paralelos	
	4 lados	

	2 lados paralelos	
	4 lados iguais Não possui ângulo reto	
	4 lados 4 lados diferentes	

Nome da figura	Propriedades	Representação
Retângulo		
Quadrado		
Triângulo equilátero		
Triângulo isósceles		
Triângulo escaleno		
Triângulo retângulo		
Trapézio		
4 lados, Todos os lados são iguais, Amplitude dos três ângulos internos congruentes, 4 ângulos retos, Três ângulos iguais, 3 lados, 1 ângulo reto, 4 lados, 4 lados paralelos, 4 lados, 2 lados paralelos, 4 lados iguais, Não possui ângulo reto 3 lados, 4 lados, 4 lados diferentes.		

Fonte: A pesquisa

Agora, responda:

- Qual figura te chamou mais atenção?
- Procure descrever o seu conceito sobre quadrilátero, paralelogramo, quadrado e losango, e aponte características que eles têm em comum e características que os diferem.
- Você aprendeu algo de novo nessa atividade?

2.4.2 Objetivos de ensino

- Analisar atributos de um polígono;
- Classificar os polígonos conforme suas características;

- Identificar as características que determinam sua classificação;
- Classificar paralelogramos em retângulo, losango ou quadrado;
- Conhecer as propriedades que constituem um quadrado.

2.4.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Descrevem uma classe de figuras por suas propriedades;
- Identificam e desenha uma figura dada uma descrição oral ou escrita de suas propriedades;
- Classificam e reclassificam figuras por atributos isolados.

2.4.4 Considerações

Essa atividade, por meio do programa Geogebra, o qual dispõe de ferramentas que realizam as construções de figuras geométricas (Polígono e Polígono regular), possibilita ao aluno manipular e investigar as figuras geométricas de forma visual, as ferramentas de medida contribuem na análise de propriedades, como medida de lados e medida de ângulos.

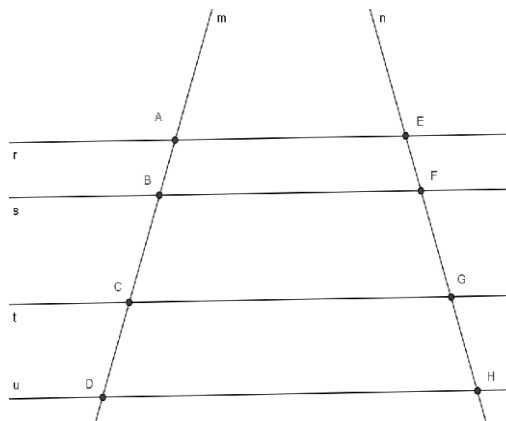
Como forma de enriquecer a atividade, o professor pode conduzi-los a realizar as construções por meio das ferramentas de desenho geométrico. Para isso é interessante considerar o nível de desenvolvimento em que o aluno se encontra, já que para construir um losango, por exemplo, é preciso associar propriedades. Nesse caso é importante provocar os alunos a construírem figuras de forma livre e conduzi-los a perceber a necessidade de conhecer as propriedades e as características que formam tais figuras.

2.5 ATIVIDADE 5: ATIVIDADE – RETAS PARALELAS (GEOGEBRA)

2.5.2 Métodos de realização

Utilize o programa Geogebra e construa um feixe de retas paralelas, com as retas r, s, t e u, e verifique quais das igualdades são verdadeiras.

Figura 14 - Retas paralelas



Fonte: A pesquisa

- a) $AC/BC = EF/EG$
- b) $BC/AB = FG/EF$
- c) $AB/AC = EF/EG$
- d) $CD/AD = FH/EH$
- e) $AC/BD = FH/EG$
- f) $AD/BC = EH/FG$
- g) $AB/BC = FG/EF$
- h) $BD/CD = FH/GH$

Agora, responda:

- a) *Descreva outras igualdades que podem ser obtidas.*
- b) *Em que as igualdades são semelhantes?*
- c) *As distâncias entre os segmentos são iguais ou proporcionais? Por quê?*
- d) *Qual conjectura você pode estabelecer?*
- d) *Investigue agora o que acontece se as retas não forem paralelas. Quais conjecturas você pode estabelecer?*

2.5.2 Objetivo de ensino

- Conduzir o aluno a perceber a formação de padrão quando os segmentos são correspondentes em retas paralelas;
- Preparar para apresentar o teorema de Tales.

2.5.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Identificam uma figura ou uma relação geométrica;

- Oferecem ao aluno a oportunidade de visualizar características da figura importantes para a compreensão de propriedades, como ângulos formados em retas paralelas cortadas por transversal ou segmentos proporcionais em retas paralelas.

2.5.4 Considerações

Podemos destacar as facilidades oferecidas pelo programa na construção de retas paralelas e no rigor nos resultados de medidas dos segmentos fornecidos de forma imediata. No entanto, ao gerar medidas com valores não exatos, a atividade dificulta a verificação da propriedade fundamental da proporção, pois ao multiplicar as razões, o produto dos extremos é aproximadamente igual ao produto dos meios, trazendo dúvidas quanto a serem proporcionais ou não. Por tratar-se de atividades investigativas, esta dificuldade pode gerar diferentes possibilidades de exploração como trabalhar com aproximações, empreender a ideia de números irracionais na reta entre outras possibilidades.

2.6 ATIVIDADE 6: ATIVIDADE – RETAS PARALELAS (GEOGEBRA)

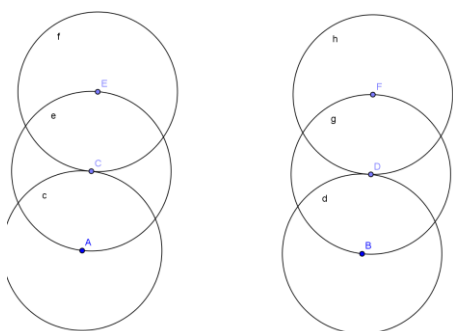
2.6.1 Método de realização

Utilize o programa Geogebra e, com os recursos *Círculo Dados Centro e Raio*, *Reta Definida por dois Pontos* e *Retas Paralelas*, construa, conforme as orientações abaixo, um feixe de retas paralelas, na qual todas as retas sejam equidistantes entre si, e duas retas transversais que cruzem esse feixe de retas.

1. Desmarque a opção *Eixos*.
2. Utilize a opção *Reta Definida por Dois Pontos* e marque o ponto A e o ponto B.
3. Utilize a opção *Círculo Dados Centro e Raio* e marque o ponto A. Ao abrir a caixa de diálogo, insira 2 e clique em OK. Repita a operação marcando o ponto B. formam dois círculos sobre a reta com raio de medida 2, cujo centro é o ponto A e o ponto B respectivamente.

4. Utilize o recurso *Circulo Dados Centro e Raio* e marque o centro sobre a circunferência do primeiro círculo. Ao abrir a caixa de diálogo digite 2. Repita a operação construindo novos círculos, conforme figura 15.

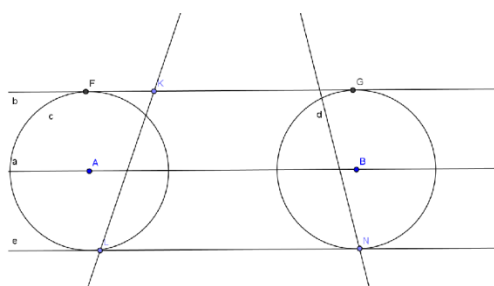
Figura 15 – Etapa de desenvolvimento da atividade 6



Fonte: A pesquisa

5. Utilize a ferramenta *Retas paralelas* e construa as retas paralelas passando pelos pontos de interseção, A, B , C e D, formando um feixe de três retas paralelas equidistantes.
6. Utilize a opção *Reta Definida por Dois Pontos* e trace as retas transversais de acordo com a figura 16.

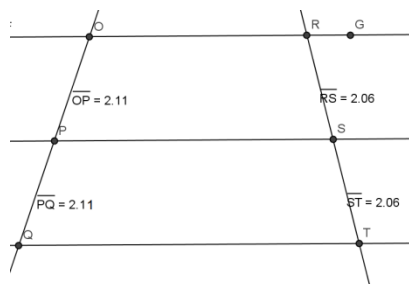
Figura 16 - Retas paralelas cortadas por duas transversais



Fonte: A pesquisa.

7. Encontre a medida dos segmentos, utilizando os recursos *Distância*, *Comprimento* e *Perímetro*, de acordo com a figura 17.

Figura 17 - Reta paralelas equidistante, cortada por transversal



Fonte: A pesquisa.

8. Construa um feixe de retas paralelas, no qual as retas **não** sejam equidistantes entre si, com duas retas transversais que cruzem esse feixe de retas.

Ao analisar sua construção, o que ocorre com a medida dos segmentos formados quando um feixe de retas paralelas divide duas ou mais retas transversais ? Descreva suas conclusões:

- a) Quando as retas paralelas são equidistantes.
- b) Quando as retas paralelas não são equidistantes.
- c) Após realizar essa verificação, que conclusão podes descrever?
- d) Como você descreveria uma “regra” para calcular a medida dos segmentos formados pelas transversais que cortam as retas paralelas sem utilizar os recursos do programa?
- e) Faça uma pesquisa e descreva com suas palavras a definição do Teorema de Tales.

2.6.2 Objetivos de ensino

- Verificar empiricamente o Teorema de Tales;
- Analisar as medidas dos segmentos formados pelas retas transversais, quando as retas paralelas são equidistantes e quando não são equidistantes.

2.6.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Usam propriedades visuais para identificar figuras, comparar, classificar e descrever.

- Deduzem empiricamente, a partir da observação de formação de padrão, após realização de medidas .

2.6.4 Considerações

No primeiro caso, os segmentos são divididos em partes inteiras, nesse caso dizemos que esses segmentos são comensuráveis, há uma unidade de medida inteira que é comum aos dois segmentos de reta. É possível tentar conduzir os alunos a perceberem a formação de triângulos congruentes e conduzi-los para a dedução do teorema de Tales. Na pesquisa de Gimenes (2014, p. 78) encontra-se uma explicação mais detalhada desta possibilidade.

No segundo caso, as retas paralelas têm distâncias aleatórias e, com base obtida nas medições realizadas, encontram-se números com casas decimais que não formam um período. Trata-se de voltar a discutir a questão dos números irracionais.

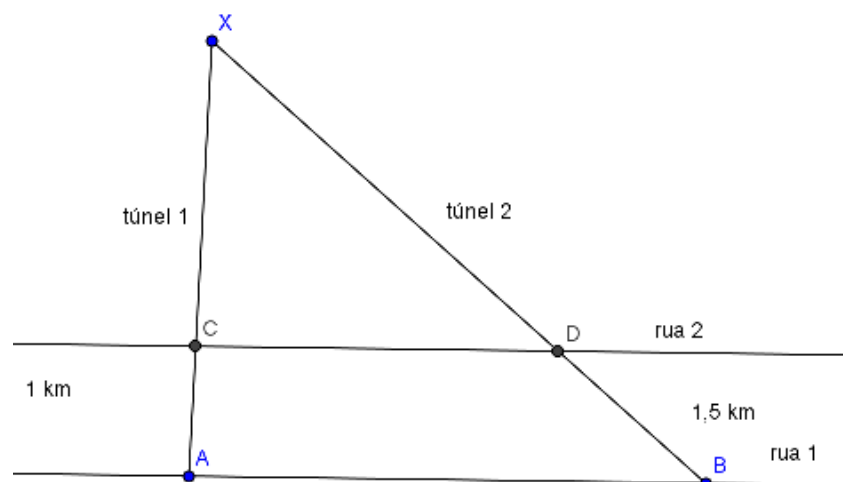
Esta atividade num primeiro momento passou a ideia de ter sido inadequada, pois gerou dúvidas e incertezas na conclusão da mesma. Os alunos encontraram valores aproximados o que dificultou o entendimento da proporção entre os segmentos correspondentes. Entretanto, a atividade pode criar oportunidade para se discutir um pouco da história da matemática, mostrando que conteúdos matemáticos não surgem prontos e acabados. Pode-se, ainda, levantar a questão do que é medir, do que é uma unidade de medida e do que é trabalhar com aproximações. Considero importante o professor estar preparado para esta possibilidade e assim conduzir os alunos para um entendimento mais aprofundado de números irracionais.

2.7 ATIVIDADE 7: ATIVIDADE –TEOREMA DE TALES (GEOGEBRA)

2.7.1 Método de realização

Sob duas ruas paralelas de uma cidade serão construídos, a partir das estações **A** e **B**, e passando pelas estações **C** e **D**, dois túneis retilíneos, que se encontrarão na estação **X**, conforme ilustra a figura abaixo. (Fonte: SOUZA; PATARO, 2012, p. 149)

Figura 18 - Construção no Geogebra



Fonte: A pesquisa.

Agora, responda:

- a) A distância entre as estações **A** e **C** é de 1 km, e entre as estações **B** e **D** é de 1,5 km. Em cada um dos túneis são perfurados 12 m por dia. Sabendo que o túnel 1 demandará 250 dias para ser construído e que os túneis deverão se encontrar em **X**, no mesmo dia, é correto afirmar que o número de dias que a construção do túnel 2 deverá anteceder à do túnel 1 é:*
- b) Ao resolver este problema você utilizou o teorema de Tales ? Explique:*
- c) Você considera importante resolver este problema utilizando o programa Geogebra? Justifique sua resposta:*

2.7.2 Objetivo de ensino

- Aplicar o Teorema de Tales para resolver problemas.

2.7.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Passam a realizar uma ordenação lógica das propriedades por meio de pequenas sequências de dedução;
- Possuem abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, por exemplo, o uso de observação e medição com base em construções;
- Utilizam argumentos dedutivos, utilizando relações desenvolvidas em atividades anteriores.

2.7.4 Considerações

Esse problema pode ser resolvido em sala de aula e em outro momento utilizando o programa Geogebra, ou vice-versa. A ideia é que, ao realizarem a construção no Geogebra, se possa chamar atenção dos alunos acerca da necessidade das retas serem paralelas, reforçando o trabalho sobre proporção, mesmo que esses não cheguem ao resultado final por meio do programa.

Pode ocorrer dificuldade quanto à interpretação do problema e ao entendimento de proporção.

2.8 ATIVIDADE 8: ATIVIDADE –RELAÇÕES MÉTRICAS (GEOGEBRA)

2.8.1 Método de realização

Construa um triângulo retângulo cujos lados meçam: 6 cm, 8 cm e 10 cm . Trace a altura relativa à hipotenusa. Faça um esboço da sua construção, assinalando a medida dos lados e dos ângulos internos.

Agora, responda:

- Quantos triângulos você identifica?*
- Utilize um recurso do programa e encontre a medida dos lados e a medida dos ângulos internos. Existe alguma relação entre os triângulos? Justifique.*

- c) *Encontre as razões entre os lados homólogos. Investigue o que acontece sempre que você traça a altura relativa ao maior lado triângulo retângulo.*
- d) *Como são nomeados os lados de um triângulo retângulo ?*
- e) *Construa um novo triângulo retângulo e trace a altura relativa ao maior lado e verifique a medida dos lados e a medida dos ângulos internos dos triângulos formados. Compare com o primeiro triângulo construído. A que conclusão você pode chegar?*

2.8.2 Objetivos de ensino

- Proporcionar ao aluno a possibilidade de aplicar o conhecimento acerca de semelhança de triângulos;
- Perceber que a altura relativa ao maior lado do triângulo (hipotenusa) divide-o em dois outros triângulos retângulos semelhantes entre si e ao maior.

2.8.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Recorrem ao próprio raciocínio lógico e explicam a situação dada a partir de uma definição;
- Encontram resultados geométricos que requerem o conhecimento das propriedades das figuras e das relações geométricas;
- Encontram resultados em que as propriedades das figuras e as inter-relações são importantes;
- Identificam informações implícitas numa figura ou numa dada informação.

2.8.4 Considerações

Essa atividade pode oferecer oportunidade ao aluno de, a partir do experimental e de processos intuitivos, explorar o raciocínio lógico dedutivo.

De forma implícita os alunos passam a exercer processos nos quais as propriedades foram exploradas com base em propriedades anteriormente apresentadas. As

ferramentas de medidas estão presentes no decorrer de todas as atividades, representando um mecanismo de verificação.

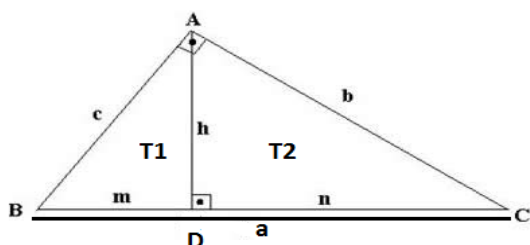
Ao construírem a altura relativa à hipotenusa de forma dinâmica, dispõem de maiores oportunidades de explorarem os triângulos formados, percebendo que se formam triângulos semelhantes, e na sequência podem comparar as relações de semelhança entre os triângulos.

2.9 ATIVIDADE 9: ATIVIDADE – RELAÇÕES MÉTRICAS (GEOGEBRA)

2.9.1 Método de realização

A partir de sua construção (atividade 8), insira nos triângulos a medida da amplitude dos ângulos internos que você encontrou. Escreva como medida de lado as letras **a, b, c, h, m e n**, conforme descrição abaixo:

Figura 19 - Triângulo retângulo



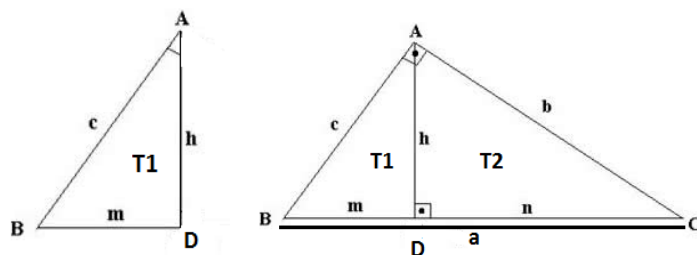
a: medida da hipotenusa;
b e c: medida dos catetos;
h: medida da altura relativa a hipotenusa;
m e n: medida das projeções dos catetos sobre a hipotenusa;

Fonte: A pesquisa.

Em relação aos triângulos ABC e ABD e ADC, encontre as razões dos lados homólogos. Aplique a propriedade fundamental de semelhança e escreva as proporções:

1º) Obtenha as razões a partir dos triângulos T1 e T3:

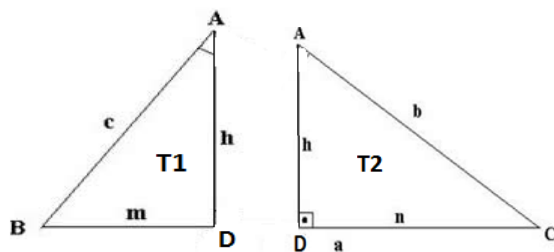
Figura 20 - Triângulos retângulos



Fonte: A pesquisa.

2º) Obtenha as razões a partir dos triângulos T1 e T2:

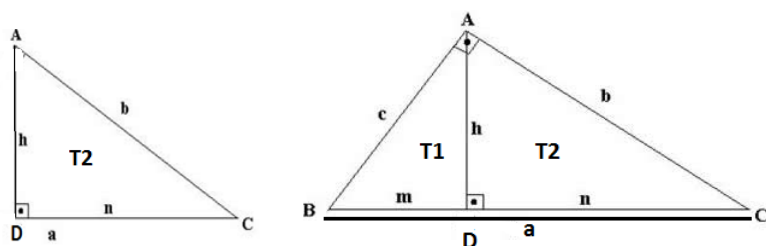
Figura 21 - Triângulos retângulos



Fonte: A pesquisa.

3º) Obtenha as razões a partir dos triângulos T2 e T3:

Figura 22 - Triângulos retângulos



Fonte: A pesquisa.

2.9.2 Objetivos de ensino

- Aplicar propriedades e estabelecer as relações entre figuras utilizando os conceitos estudados acerca de triângulos semelhantes.

2.9.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Analisam as *relações lógicas* entre as propriedades das figuras ;
- Generalizam fórmulas em que as propriedades das figuras e as inter-relações são importantes.

2.9.4 Considerações

Os alunos não encontram dificuldades em generalizar as relações métricas, no entanto é preciso sedimentar conhecimentos em torno dos elementos dos triângulos. É importante também conduzi-los a perceberem a aplicação dessas relações na resolução de problemas.

2.10 ATIVIDADE 10: ATIVIDADE – ÁREA E PERÍMETRO (GEOGEBRA)

2.10.1 Método de realização

Construa um triângulo retângulo ABC cujas medidas sejam: 3 cm, 4 cm e 5 cm. Em seguida, construa três triângulos semelhantes ao triângulo ABC e encontre a área e o perímetro desses triângulos. Na sequência, encontre a razão entre os lados homólogos, entre medida de área e entre medida de perímetros dos triângulos ampliados.

Quadro 6 - Tabela de valores

Triângulo	Hipotenusa	Cateto	Cateto	Área	Perímetro
$\triangle ABC$	5 cm	4 cm	3 cm		
$\triangle CDE$					
$\triangle FGH$					
$\triangle IJK$					

Razões entre lados	Hipotenusa/ hipotenusa	Cateto/ cateto	Cateto/ cateto	Área/ área	Perímetro/ perímetro
$\Delta ABC/\Delta CDE$					
$\Delta ABC/\Delta FGH$					
$\Delta ABC/\Delta IJK$					

Fonte: A pesquisa

Agora, responda:

- a) *Compare as razões entre perímetros e entre áreas dos triângulos. Que conjectura você pode estabelecer?*
- b) *Você tem motivos que o levam a pensar que ela é sempre verdadeira?*
- c) *Qual coeficiente de proporcionalidade você utilizou para encontrar os triângulos semelhantes ao triângulo ABC?*
- d) *No cálculo de área, cuja fórmula é $A = b.h/2$ (metade do produto da medida da base do triângulo pela medida da altura), identifique a altura do triângulo. Descreva essa fórmula utilizando os nomes: catetos, hipotenusa e altura relativa à hipotenusa.*

2.10.2 Objetivos de ensino

- Revisar a ideia de semelhança de triângulos;
- Analisar procedimentos no cálculo de área e perímetro;
- Estabelecer relação de proporcionalidade entre área e perímetro entre triângulos semelhantes;
- Compreender elementos de um triângulo, como base e altura, de forma significativa;

2.10.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Identificam uma relação dentro de outras configurações;

- Deduzem empiricamente, a partir de vários exemplos, o procedimento de cálculo de área ;
- São capazes de explicar, recorrendo ao próprio raciocínio lógico, a situação dada.

2.10.4 Considerações

Essa atividade é rica de possibilidades, no entanto, é preciso interrogar os alunos para que percebam as relações geométricas.

A atividade oferece oportunidade aos alunos para que construam de forma significativa o conceito de área de triângulo e também para perceberem que no triângulo não há somente uma base e uma altura.

3. ATIVIDADES EXTRAS

As atividades a seguir foram aplicadas após a finalização da pesquisa, são atividades extras cujo objetivo é estabelecer uma estratégia de ensino complementar as atividades apresentadas.

Essas atividades procuram sanar algumas lacunas no conhecimento geométrico que merecem uma atenção, já que a dificuldade em avançar em algumas questões mostrou que assuntos como proporcionalidade, números irracionais, perpendicularismo da altura de um triângulo, elementos como base e altura considerados no cálculo de área, classe geométrica, propriedades do quadrado e do losango merecem uma nova oportunidade de exploração.

3.1 ATIVIDADE 1– ATIVIDADE – PROPORÇÃO (SUPERLOGO)

3.1.1 Método de realização

O programa Superlogo apresenta um procedimento no qual não é necessário descrever os mesmos passos várias vezes, bastam utilizar um comando chamado *Repita*. No comando *repita*, repetem-se n vezes os comandos contidos em uma lista. *Repita n [lista de comandos]*. Este procedimento diminui a quantidade de comandos necessários para realizar uma construção geométrica. Por exemplo, por meio do comando *repita 2 [pf 120 pd 90 pf 40 pd 90]*, construímos um retângulo cujas dimensões dos lados são: base 120 e altura 40.

A seguir temos uma tabela, complete-a realizando a ampliação de retângulos:

Quadro 7 - Tabela com retângulos

Figura			Figura ampliada			Multiplique a medida dos lados
Lado a	Lado b	Comandos	Lado a_1	Lado b_1	Comandos	
120	40	Repita 2 [pf 120 pd 90 pf 40 pd 90]	240	80		2
120	40	Repita 2 [pf 120 pd 90 pf 40 pd 90]				3
120	40	Repita 2 [pf 120 pd 90 pf 40 pd 90]				4
120	40	Repita 2 [pf 120 pd 90 pf 40 pd 90]				5
120	40	Repita 2 [pf 120 pd 90 pf 40 pd 90]				6

Fonte: A pesquisa.

Agora, responda:

- a) *O que você encontrou de curioso nessas construções?*
- b) *Com base nos retângulos que já construiu, se você mantivesse o padrão de construção, qual seria a medida dos lados de um retângulo cujo coeficiente de proporcionalidade em relação ao primeiro retângulo fosse 25?*
- c) *Divida o lado **a** pelo lado **a**₁ e o lado **b** pelo lado **b**₁. Que conclusão você poderá escrever acerca de um retângulo que sofre uma ampliação?*
- d) *No lugar de multiplicar as medidas dos lados pelos valores descritos na última coluna, procure somar e diminuir pelos valores apresentados. Construindo esses retângulos, o que você observa?*

3.1.2 Objetivos de ensino:

- Interpretar o conceito de razão;
- Verificar, por meio de uma construção geométrica, lados proporcionais de triângulos semelhantes;
- Verificar, por meio de uma construção geométrica, lados não proporcionais de triângulos semelhantes (contraexemplos);
- Estabelecer relação entre a medida dos lados e a medida dos ângulos de polígonos semelhantes.

3.1.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Classificação de figuras somente com relação a uma propriedade, nesse caso, ângulos retos, enquanto outras propriedades, como lados paralelos e diagonais, são ignoradas.
- Abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, onde o aluno reconhece a figura como retângulo, mas não sabe explicar por que tem esse nome.

- Com o uso de observação e medição com base em diversas construções, o aluno consegue concluir que em uma ampliação mantém-se a medida dos ângulos e se modifica somente a medida dos lados.

3.1.4 Considerações

A ideia é abordar o assunto proporção, conduzindo o aluno a perceber que proporção envolve multiplicação e divisão, e não adição e subtração.

Ao somar ou diminuir um valor, os alunos utilizam valores baixos, não destacando de forma visual a ampliação do triângulo, que não apresenta a mesma forma. Logo, é preciso solicitar que utilizem valores mais altos para obter melhores resultados com o objetivo da questão.

3.2 ATIVIDADE 2: ATIVIDADE –ALTURA DE TRIÂNGULO (GEOGEBRA)

3.2.1 Método de realização

Altura de triângulo é o segmento de reta perpendicular que une um vértice ao lado oposto ou a seu prolongamento. Nesse caso, o lado oposto é chamado base do triângulo.

Acompanhe os passos abaixo, complete a tabela e responda as questões.

- 1) No menu Exibir, desmarque a opção *Eixos*.
- 2) Selecione a ferramenta *Polígono* e construa um triângulo qualquer.
- 3) Trace a altura do triângulo utilizando a ferramenta *Reta Perpendicular*, clicando no lado do triângulo que deseja considerar como base e no vértice do lado oposto.
- 4) Utilize a ferramenta *Interseção de dois objetos* e marque a interseção da altura com o lado considerado como base. Utilize a ferramenta *Distância, Comprimento ou Perímetro* e encontre as medidas da base e da altura do triângulo.
- 5) Repita o procedimento para os demais lados do triângulo e complete a tabela descrita no quadro 08:

Quadro 08 – Tabela para dados das figuras geométricas

Triângulo	Base	Altura	Área= $b.h/2$
ΔABC			
ΔABC			
ΔABC			

Fonte: A pesquisa

Agora responda:

- a) *Para você, qual a definição de altura de um triângulo?*
- b) *Ao modificar a base e a altura do triângulo, os resultados foram alterados ou permaneceram os mesmos? Justifique sua resposta.*
- c) *A qual conclusão você chega após realizar essa atividade? Você aprendeu algo de novo?*

3.2.2 Objetivos de ensino

- Perceber que em um triângulo há três alturas.

3.2.3 Descrição de características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Os alunos partem de um raciocínio indutivo, começa com casos particulares, considera diferentes bases e diferentes alturas e chega a uma ideia geral ao verificar de forma experimental que o produto da base com a altura resulta na área do polígono. Neste caso estabelece relações lógicas entre as propriedades das figuras (a altura é uma reta perpendicular, pode ocupar os três lados do triângulo), relaciona uma determinada propriedade como sequência de outra. Aspectos considerados no nível da dedução formal.

3.2.4 Considerações

A atividade reforça a ideia de área e possibilita ao aluno, por meio da experimentação, perceber diferentes bases e diferentes alturas no triângulo. Conforme a construção, é preciso fazer o prolongamento da base para realizar a medida da altura, situações que enriquecem a atividade.

O programa oferece o recurso de cálculo de área, o qual pode ser utilizado após a realização dos cálculos pelos alunos, como forma de verificação do resultado.

3.3 ATIVIDADE 3: ATIVIDADE – SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO (GEOGEBRA)

3.3.2 Método de realização

Construa os polígonos conforme solicitado no quadro 09, na sequência, a partir de um único vértice, trace as diagonais. Verifique então quantos triângulos são formados, conforme o exemplo abaixo:

Figura 23: Pentágono

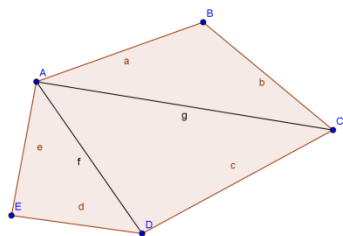


Figura de cinco lados: Pentágono
 $n = 5$.
Número de triângulos: 3
Soma dos ângulos internos: 540°

Fonte: A pesquisa.

Para encontrar a soma dos ângulos internos, o Geogebra dispõe do recurso *Planilha*, por meio do qual é possível realizar cálculos com medidas de figuras construídas no próprio programa. Vamos utilizar esse recurso para encontrar a soma dos ângulos internos de qualquer polígono.

- 1) No Menu Exibir, desmarque a opção *Eixos* e marque a opção *Planilha*.
- 2) Construa os polígonos conforme os dados do quadro 09, utilizando a ferramenta *Polígono*.

- 3) Com a ferramenta *Ângulos* meça e renomeie os ângulos internos do polígono construído.
- 4) Para completar a tabela do quadro 09, observe o exemplo relacionado ao polígono quadrilátero: após abrir a planilha digite nas células A1, A2, A3 e A4, respectivamente: “ângulo[]” (não esqueça o acento). Automaticamente surgirá um espaço entre colchetes, insira nesse espaço a letra na qual o ângulo foi nomeado (ângulo[a]), dê “Enter” e surgirá a medida em graus do ângulo do polígono considerado. Repita o procedimento para os quatro ângulos. Na célula A6, digite “= A1+A2+A3+A4”, dê “Enter” ou SOMA [A1: A4] e então temos a soma dos ângulos internos do polígono. Utilize a ferramenta *Mover* e movimente os vértices, observando o que acontece. Agora que você aprendeu a utilizar a ferramenta, faça a atividade abaixo:

Para completar a tabela, dê o número de lados, em seguida, a partir de um único vértice, trace todas as diagonais possíveis utilizando a ferramenta *Segmento definido por Dois Pontos* e conte o número de triângulos formados.

Quadro 09: Tabela com dados do polígono

Polígono	Número de lados (n)	Número de triângulos decomposto	Soma dos ângulos internos
Triângulo			
Quadrilátero			
Pentágono			
Hexágono			
Heptágono			
Octógono			
Decágono			

Fonte: A pesquisa.

Vamos a nossa investigação:

- a) *Você consegue perceber alguma relação entre o número de lados e o número de triângulos formados? Justifique:*

- b) A partir da soma dos ângulos internos de um triângulo é possível estabelecer alguma relação entre o número de lados(n) e a soma dos ângulos internos de um polígono(S_i)?*
- c) E entre a soma dos ângulos internos do polígono e o número de triângulos, há relação? Justifique:*

3.3.2 Objetivos de ensino

- Identificar os elementos de um polígono;
- Classificar os polígonos de acordo com o número de lados;
- Calcular a soma dos ângulos internos de um polígono;
- Compreender o processo de cálculo da soma dos ângulos internos por meio da decomposição do polígono em triângulos.

3.3.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- A transição do nível do reconhecimento ou visualização para o nível da análise envolve o reconhecimento de algumas novas relações entre conceitos e o refinamento e a renovação de conceitos existentes. O aluno precisa visualizar os triângulos após traçar as diagonais de um único vértice e ter o entendimento de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . No nível da dedução, de acordo com o modelo van Hiele, uma determinada propriedade deve ser sequência de outra ou pode ser deduzida a partir de um subconjunto específico de propriedades.

3.3.4 Considerações

A atividade oferece oportunidade ao aluno de conhecer alguns procedimentos utilizados em planilha. Dependendo do nível de desenvolvimento de raciocínio geométrico, o aluno dispensa a planilha e encontra os resultados por meio da decomposição dos triângulos.

3.4 ATIVIDADE 4: ATIVIDADE –NÚMEROS IRRACIONAIS (GEOGEBRA)

3.4.1 Método de realização

- 1) Mantenha os recursos *Eixo* e *Malha*.
- 2) Selecione a opção *Segmento com comprimento fixo* e marque o ponto A na origem do plano cartesiano. Escreva $\sqrt{3}$ no campo Comprimento e clique em OK. O ponto B marcado na reta representa o número irracional $\sqrt{3}$.

Agora que aprendeu a representar um número irracional da reta, responda:

- a) Encontre os valores $\sqrt{10}$ e $\sqrt{3}$ na reta real. Entre quais números Naturais consecutivos está $\sqrt{3}$ e $\sqrt{10}$?
- b) Sem utilizar os recursos do programa, estime as raízes dos números: $\sqrt{5}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{25}$ e $\sqrt{30}$. Agora, localize esses números na reta real.
- c) Utilizando os recursos do programa Geogebra, encontre as raízes dos números: $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{10}$. Para encontrar o quadrado dos resultados utilize a linha de comando do programa, observe as instruções: digite na entrada de comandos a letra que nomeia o valor no qual pretende encontrar o quadrado seguida do acento circunflexo e do número 2. Exemplo: " a^2 ". Em *Opção – Arredondamentos* selecionem 15 casas decimais, ao dar "Enter" obtém o quadrado do número. Após encontrar os resultados, a qual conclusão você chega?

3.4.2 Objetivos de ensino

- Representar os números irracionais na reta numérica.

3.4.3 Considerações

A atividade oferece a oportunidade de utilizar a reta real para localizar um número irracional. Nesse sentido, a turma deve ser interrogada para que entenda o significado deste número.

3.5 ATIVIDADE 5: ATIVIDADE- CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM TRIÂNGULO (GEOGEBRA)

3.5.1 Método de realização

Utilize a opção *Segmentos com comprimento fixo* e construa os segmentos conforme os valores assinalados no quadro 10. Em seguida utilize a opção *Mover* e procure organizar diferentes triângulos com os segmentos dados.

Marque um x nas medidas que formam um triângulo.

Quadro 10 - Tabela com medidas dos lados do triângulo

Triângulo	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Se formar triângulo marque um x
I	3	4	5	
II	1	4	6	
III	7	9	12	
IV	2	5	8	
V	6	8	10	
VI	10	3	2	
VII	8	8	8	

Fonte: A pesquisa

Agora responda:

- É possível formar um triângulo com qualquer conjunto de três segmentos?*
- Você percebe alguma diferença entre os conjuntos fornecidos, dos quais formaram triângulos e aqueles que não formaram triângulos?*
- Adicione a medida de dois segmentos e compare com o terceiro segmento. A qual conclusão você chega?*
- Descreva uma conjectura acerca da condição de existência de um triângulo.*

3.5.2 Objetivos de ensino

- Observar e analisar a condição de existência de um triângulo.

3.5.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

Os alunos analisam as propriedades das figuras no nível da análise. Surgem então propriedades que são utilizadas para construir uma figura. Assim, reconhece-se que figuras têm características e propriedades que as constituem.

3.5.4 Considerações

A atividade oferece a oportunidade ao aluno de perceber que, para haver a existência de um triângulo, a medida de qualquer lado deve ser menor que a soma das medidas dos outros dois valores, para isso é importante interrogar a turma para que percebam tal característica.

3.6 ATIVIDADE 6: ATIVIDADE- CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS (GEOGEBRA)

3.6.1 Método de realização

Utilize recursos do programa Geogebra e procure construir os triângulos assinalados, conforme as propriedades descritas. Após isso, marque um x de acordo com as propriedades de cada triângulo e dê a definição deles.

Quadro 11 – Tabela com dados do polígono

Triângulo	Três lados iguais	Pelo menos dois lados iguais	Três lados diferentes	Três ângulos agudos	Um ângulo reto	Um ângulo obtuso	Definição
Equilátero							
Isósceles							
Escaleno							
Obtusângulo							
Acutângulo							

Retângulo							
-----------	--	--	--	--	--	--	--

Fonte: A pesquisa.

Baseado nas informações da tabela, responda:

a) Um triângulo equilátero pode ser um triângulo obtusângulo?

() Sim () Não

Justifique:

b) Um triângulo retângulo pode ser um triângulo isósceles?

() Sim () Não

Justifique:

c) Um triângulo retângulo pode ser um triângulo equilátero?

() Sim () Não

Justifique:

d) Um triângulo retângulo pode ser um triângulo escaleno?

() Sim () Não

Justifique:

e) É possível encontrar dois ângulos retos num triângulo?

() Sim () Não

Justifique:

3.6.2 Objetivos de ensino

- Classificar os triângulos de acordo com o número de lados;
- Classificar os triângulos conforme a medida dos ângulos internos.

3.6.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Realizam a ordenação lógica das propriedades das figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem as correlações entre as figuras;
- Identificam propriedades de objetos que os classificam;

3.6.4 Considerações

Os alunos devem ser provocados a realizar as construções, para verificarem as propriedades geométricas. Após algumas construções tem condições de seguirem sem os recursos de medida.

As atividades podem ser desenvolvidas sem o programa de construção geométrica. A recomendação em utilizar tal recurso deve-se ao fato de oferecer maiores oportunidades de desenvolver o processo da visualização de figuras geométricas. Ao construir triângulos isósceles, equiláteros e escalenos o aluno analisa características dentro de sua própria construção. As tentativas de construção geram comentários, dúvidas, provocam curiosidade e principalmente significa o lado concreto de uma figura geométrica.

3.7 ATIVIDADE 7: ATIVIDADE- CLASSE DE FIGURAS (GEOGEBRA)

3.7.1 Método de realização

Utilize os recursos do programa Geogebra e procure construir as figuras assinaladas. Marque um x, de acordo com as propriedades de cada figura e em seguida dê a definição.

Quadro 12 – Tabela com dados do polígono

Nome	Figura de quatro lados	Lados paralelos entre si	Quatro ângulos de 90°	Não possui ângulos de 90°	Lados iguais	Definição
Quadrilátero						
Quadrado						
Paralelogramo						
Losango						
Retângulo						
Trapézio						

Fonte: A pesquisa.

3.7.2 Objetivos de ensino

- Classificar os polígonos de acordo com as propriedades;
- Classificar paralelogramos em retângulo, losango ou quadrado.

3.7.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Realizam a ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem as correlações entre as figuras;
- São capazes de deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras, onde as definições têm significado;
- Não chegam a compreender a interação das condições necessárias e suficientes, mas podem criar oportunidades de levantar questionamentos que contribuam para atingirem esse nível .

3.7.4 Considerações

Esse pode representar um momento de discussão importante relacionadas à classe geométrica, pois na maioria das vezes o aluno utiliza as definições sem compreendê-las e ao fazer as construções provoca-os a um entendimento mais aprofundado das propriedades que caracterizam as figuras, a tecnologia proporciona ao aluno vivenciar uma experiência de construção geométrica.

3.8 ATIVIDADE 8: PROBLEMA ENVOLVENDO ÁREA E PERÍMETRO (GEOGEBRA)

3.8.1 Método de realização

O lado $\overline{AB}$ do triângulo equilátero ABC mede 10 cm. Construa um triângulo DEF unindo os pontos médios do triângulo ABC. Na sequência una os pontos médios do triângulo DEF e construa um terceiro triângulo GHI.

Para construir o triângulo equilátero de lado 10 cm, siga as orientações abaixo:

1. Desmarque a opção *Eixo*.
2. Utilize a opção *Segmento com Comprimento Fixo* e, ao abrir a janela de diálogo, digite 10.
3. Com a ferramenta *Polígono Regular*, clique sobre o ponto A e sobre o ponto B. Ao abrir a caixa de diálogo solicitando o número de pontos do polígono, digite 3.
4. Marque os pontos médios, com a opção *Ponto médios*.
5. Construa um polígono unindo os pontos médios, com a ferramenta *Polígono*.
6. Repita o processo e construa o triângulo GHI.
7. Utilize a ferramenta *Distância, Comprimento ou Perímetro* e faça a medida dos lados. Em seguida, clique dentro dos polígonos e encontre o perímetro.
8. Para realizar a medida da área dos polígonos utilize a ferramenta *Área*.

Baseado na sua construção responda:

- a) Qual é o perímetro dos triângulos ABC, DEF e GHI ? Você percebe alguma regularidade? Justifique.
 - b) Qual é a área dos três triângulos? Você percebe alguma regularidade? Justifique.
 - c) Sem utilizar o programa, qual o perímetro e a área do terceiro triângulo nas mesmas condições descritas no problema se o lado fosse 30 cm?
 - d) O primeiro triângulo ABC é equilátero, logo os triângulos DEF e GHI também são equiláteros? Justifique sua resposta.

3.8.2 Objetivos de ensino

- Identificar figuras congruentes;
- Traçar o ponto médio do lado de um triângulo;
- Observar as propriedades de um triângulo equilátero.

3.8.3 Características do processo de pensamento conforme teoria dos van Hiele

- Veem inter-relações entre figuras.

3.8.4 Considerações

Este problema pode levar o aluno a perceber regularidades e a visualizar a formação de triângulos congruentes. O programa fornece o valor do perímetro e da área, mas o professor pode solicitar que os alunos encontrem esses resultados e apenas confirmem com o programa.

Deixar os alunos livres para construírem o triângulo equilátero pode tornar a atividade mais rica de possibilidades.

RECADO FINAL

Esperamos com esse produto final ampliar as opções de atividades de caráter exploratório investigativa com o computador e assim oferecer a você professor novas oportunidades de estratégias no processo de produção de conhecimento relacionadas ao campo da geometria.

Acreditamos também na importância das discussões e reflexões em torno dessas estratégias. Nesse aspecto consideramos a atuação do professor essencial, pois esse pode modificar e incrementar por meio de suas experiências profissionais tais atividades, promovendo diferentes oportunidades de produção de conhecimento matemático.

E nesse caso as observações e considerações do professor podem trazer novas informações e enriquecer as reflexões acerca desse tema. O aprofundamento de discussões que envolvem processos investigativos exploratórios com o computador pode ser encontrados na pesquisa que resultou esse produto final, sob o título: Contribuições de atividades de investigação e exploração com o computador na produção de conhecimento acerca do assunto semelhança, na qual a autora Gimenes (2014), após aplicação do conjunto de atividades exploratória investigativa com o computador, aponta possíveis contribuições e levanta algumas reflexões na produção do conhecimento geométrico.

Solange Sardi Gimenes
Rony Cláudio de Oliveira Freitas

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

BROCARD, J. **As investigações na sala de aula de matemática**: um projeto curricular no 8º ano. 2001. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa: APM.

CROWLEY, M. L. (Org.). **O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, 1994.

DE VILLIERS, M. **Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele**. São Paulo: Matemática, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010. Disponível em <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/5167/3696>>. Acesso em 04 Set. 2014.

GIMENES, S. S. **Contribuições de atividades de investigação e exploração com o computador na produção de conhecimento acerca do assunto semelhança**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional e Educação Ciência e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo, ES, 2014.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o processo hipotético-dedutivo**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-graduação em Informática na educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2001.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças**: repensando a Escola na Era da Informática. Ed. rev. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008. (Original de 1993)

ROCHA, A.; PONTE, J.P. **Aprender matemática investigando**. Revista Zetetikê, v. 14, n. 26. p. 29-54, 2006.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação**. University of Aalborg, Dinamarca, Bolema, nº 14, p. 66-91, 2000.



Agência Brasileira do ISBN

ISBN 978-85-8263-062-4



9 788582 630624