



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO INSTITUTO DE  
EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA**

**CONHECENDO E EXPLORANDO MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO  
CEDERJ:**

**Roteiro com fichas tarefas**

**NEIVA FERREIRA ALVES**

*Sob a orientação da Professora Doutora*  
**DORA SORAIA KINDEL**

Seropédica, RJ  
2019

## **APRESENTAÇÃO**

O presente trabalho se caracteriza como um produto educacional, desenvolvido a partir da pesquisa e fruto de uma dissertação de Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT). O produto é constituído por um conjunto de fichas com tarefas e a sugestão de um roteiro, elaborados como recurso didático para auxiliar na exploração e uso de materiais manipuláveis de natureza física disponíveis no laboratório de Matemática dos polos Angra dos Reis e Paracambi do Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro (CEDERJ).

## **PÚBLICO ALVO**

Licenciandos, mediadores e professores do curso de Licenciatura em Matemática do Cederj.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	3
<b>FICHAS COM TAREFAS</b>	
Tarefa 1 - Exploração livre .....	6
Tarefa 2 - Exploração orientada .....	7
Tarefa 3 - Exploração complementar .....	8
Blocos lógicos .....	9
Caixa tátil .....	11
Caixa visual de representações geométricas .....	12
Conjunto das áreas e potências .....	14
Conjunto de equivalência de frações .....	16
Conjunto do equilíbrio .....	18
Fracsona .....	20
Material dourado .....	21
Mosaico .....	23
Quadro trigonométrico .....	25
Réguas fracionais .....	26
Sequências de numerais .....	28
Sólidos geométricos (em acrílico) .....	30
Tangram .....	32
Triângulos construtores .....	34
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	35

## INTRODUÇÃO

Esse produto educacional consiste num conjunto de fichas com propostas de tarefas para exploração de cada um dos 15 tipos de materiais manipuláveis disponíveis no laboratório do CEDERJ dos dois polos pesquisados, Angra dos Reis e Paracambi.

Elaboramos um roteiro organizado por tarefas como estratégia pedagógica para que os licenciandos de um curso a distância semipresencial, sem a presença de professores/mediadores nos laboratórios, possam conhecer e usar os materiais manipuláveis de natureza física como auxílio no progresso dos seus estudos e nas suas futuras práticas pedagógicas.

Na elaboração do recurso optamos por utilizar tarefas que orientassem licenciandos de um curso a distância ou mesmo presencial, a conhecerem e explorarem materiais manipuláveis físicos, de forma autônoma, ou seja, de maneira independente, propiciasse descobertas e desenvolvesse conhecimentos didáticos sobre o uso dos materiais e sobre o ensino da matemática. E ainda, que as tarefas realizadas pelos mesmos pudessem refletir uma metodologia para suas futuras práticas pedagógicas.

Apresentamos, no Quadro 1, a organização dos três tipos de tarefas que compõem o conjunto de fichas.

**Quadro 1:** Tarefas e seus respectivos objetivos.

Tarefas	Objetivos
1 - Exploração livre	Escolher e manipular o material livremente.
2 - Exploração orientada	Descrever o material escolhido e as reflexões e descobertas realizadas durante a exploração livre.
3 - Exploração complementar	Refletir e responder questões envolvendo conteúdo(s) matemático(s).

Fonte: Elaborado pela autora.

Começamos pela proposta de *exploração livre*, expressão cunhada por Kindel e Oliveira (2017), que significa disponibilizar um momento inicial e fundamental para explorar espontaneamente os materiais, ou seja, uma interação livre com o material, que Dienes (1975) chamou de "jogo livre" e configura-se como primeira etapa, uma adaptação para desencadear um processo de aprendizagem em matemática. Para Lorenzato (2012), trata-se da importância de

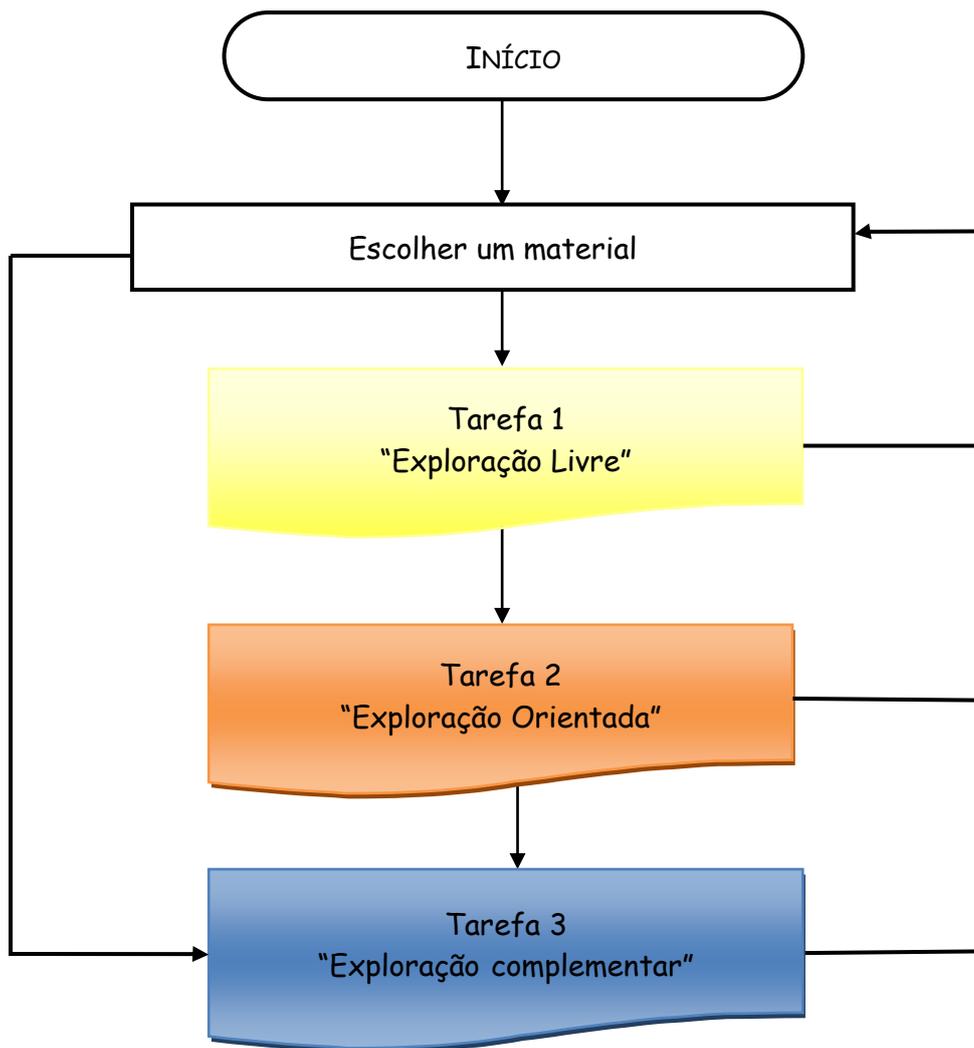
manusear livremente materiais didáticos que sejam considerados como uma novidade ou que não têm, por momento, reconhecidas as suas estruturas.

Como a primeira tarefa de exploração é livre, ocorre a possibilidade de se pensar e observar alguns aspectos e outros não. Assim sendo, para estimular e direcionar a reflexão dos futuros professores para uma prática pedagógica consciente e crítica a partir do recurso didático, os materiais manipuláveis, propomos um segundo momento que chamamos de “Tarefa 2: exploração orientada” que consiste no registro, ou melhor, na escrita do que foi realizado ou observado na exploração livre. Sugerimos a elaboração de um texto orientado, isto é, com a indicação para descrever determinadas características observadas ou também aquelas não pensadas no primeiro momento, que consideramos relevantes para um breve processo analítico do material quanto às suas potencialidades e fragilidades e desse modo contribuir para formação profissional dos licenciandos.

A terceira tarefa, última do conjunto de fichas, nomeamos como “Tarefa 3: exploração complementar”, foi elaborada exclusivamente para cada material e consiste em apresentar, pelo menos, duas questões envolvendo conteúdo(s) matemático(s) ou questões para classificação ou estruturação das propriedades do material, visando complementar o estudo, descobertas e reflexões em relação ao material e suas possibilidades pedagógicas.

As questões propostas na Tarefa 3 tiveram como suporte conteúdos desenvolvidos em duas disciplinas obrigatórias voltadas para o ensino da Matemática na educação básica do curso a distância de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Fluminense (UFF), que são: Instrumentação do Ensino da Geometria (IEG) e Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra (IEAA). Ou melhor, uma articulação, sempre que possível, com atividades propostas nas aulas que orientavam o uso ou confecção de determinados materiais manipuláveis como recurso didático para o ensino e aprendizagem da matemática.

Levando em consideração que não possuem mediadores/professores específicos para o atendimento nos laboratórios dos polos, sugerimos um roteiro para realização das tarefas, que de forma organizada propicie interesse, (re)descobertas e reflexões para o aprendizado e ensino da Matemática utilizando materiais manipuláveis. Segue abaixo um esquema, Figura 1, que ilustra a ideia do roteiro que traz como base a escolha do material, porém não há obrigatoriedade em segui-lo verticalmente na realização de cada tarefa.



**Figura 1:** Roteiro para explorar os materiais.

O esquema aponta a possibilidade de escolher o material e seguir direto para a Tarefa 3 que é constituída por questões específicas para cada material, ou ainda, após a realização de cada tarefa, sem completar o roteiro, escolher outro material e recomeçar pela Tarefa 1.

A seguir, apresentamos as fichas com as respectivas tarefas que estão disponíveis nos laboratórios dos polos supracitados.

## TAREFA 1: EXPLORAÇÃO LIVRE

Escolha um dos materiais disponíveis.



Agora, explore-o. Você pode fazer montagens, classificações, enfim, a ideia é brincar e criar o que quiser, enquanto manipula o material.

Refleta e divirta-se com o material escolhido.

## TAREFA 2: EXPLORAÇÃO ORIENTADA

Passado SEU tempo de exploração e reconhecimento sobre o material selecionado, sigamos para uma nova etapa, *a reflexão com uma descrição* das impressões sobre o material.

Faça um registro do que fez e das suas descobertas sobre o material. Este registro pode ser uma redação, um relatório e procure incluir imagens por desenho(s) ou foto(s). No seu texto, procure contemplar os seguintes itens ou questões:

a) uma identificação do material escolhido, pelo seu nome e/ou imagem;

b) descrever o que fez e como: qual a montagem, criação ou classificação;

c) Identificou algum conteúdo matemático que pode ser abordado com o material? Qual(is)?

d) Você saberia dizer em que ano de escolaridade ou segmento da educação você o usaria?

e) Como você avalia sobre a potencialidade do material? Comente sobre algumas características (físicas e outras que considere), ou seja, pontos positivos e negativos do material.

O texto não precisa ser descrito item por item, pode ser um texto corrido, contemplando os pontos destacados e pode incluir ou complementar com outros itens a seu critério, enriquecendo o registro das suas reflexões.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

Nesta tarefa você tem, pelo menos, duas questões para cada material, envolvendo conteúdos matemáticos que podem ser investigados com o mesmo. São simples, não esgotam o potencial do material e foram pensadas para que possam ser realizadas individualmente ou em grupo, estimulando a realização de forma autônoma com base na autoaprendizagem.

Caracteriza-se por ser complementar às tarefas anteriores, contribuindo para novas descobertas e reflexões para a prática pedagógica.

Encontre a ficha do material escolhido e explore cada questão proposta.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### BLOCOS LÓGICOS



#### UM POUQUINHO DE HISTÓRIA

Associam o surgimento dos Blocos Lógicos ao matemático húngaro Zoltan Paul Dienes por ter elaborado um método para exercitar a lógica e desenvolver o raciocínio abstrato. Dienes na década de 1950, demonstrou que as crianças de 5 anos poderiam chegar a um pensamento lógico mais elevado através do uso de material concreto, bem adaptado à sua idade.

Os Blocos Lógicos apesar de extremamente utilizados nas classes de Educação Infantil, ainda não têm todas as suas formas de exploração conhecidas, visto que, bem articulada permite um desenvolvimento aprimorado do raciocínio lógico, edificando uma estrutura sólida para as demais aprendizagens.

Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Blocos\\_logicos](https://pt.wikipedia.org/wiki/Blocos_logicos)

#### 1. Agrupando e Classificando.

O material pode ser agrupado de diferentes formas.

- Se as peças forem separadas por cor, quantas e quais são as cores de cada grupo?
- E se forem separadas por forma?
- E quantos tamanhos diferentes existem?
- Quais espessuras possuem as peças de cada grupo?
- Considere todas as peças e separe-as por tamanho ou espessura. Quantas peças possui cada grupo encontrado após a separação?
- Com as respostas dos itens anteriores, complete a tabela a seguir:

Atributos	Cor	Forma	Tamanho	Espessura
Valores (nomes)				

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### 2. Refletindo sobre o material

- a) Pegue dois blocos que apresentem duas diferenças entre eles;
- b) Pegue dois que apresentem três diferenças entre eles;
- c) Pegue outros dois blocos com quatro diferenças
- d) Pegue outros dois que possuam cinco diferenças.
- e) Foi possível fazer todos os pares solicitados? Justifique.

### 3. Pensando em sequências

*Vamos jogar?* Dominó de uma diferença com blocos lógicos.

Material necessário: uma caixa de blocos lógicos.

Regras do jogo ou da sequência:

- escolha uma peça para começar;
- a próxima peça a ser colocada ao lado da peça anterior deverá ter apenas uma única diferença, ou seja, como os blocos têm quatro atributos, a próxima peça para formar a sequência precisa ter três atributos iguais e apenas um diferente;
- o jogo ou a sequência termina quando todas as peças tiverem sido colocadas na mesa, ou quando não for mais possível continuar.
- Caso esteja em grupo, vence o jogo quem ficar sem peças, ou seja, colocar todas que possui na sequência. Ou vence quem ficar com menos peças.

Pense em mudar alguma(s) regra(s) no jogo ou sequência: o que você mudaria ou incluiria? Por quê?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### CAIXA TÁTIL



#### 1. Tateando e desvendando os sólidos

Essa caixa é composta por pequenos e vermelhos sólidos geométricos de madeira e cada sólido apresenta três tamanhos (volumes) diferentes.

- a) Colocar alguns desses sólidos na caixa, ou solicitar que outra pessoa coloque-os sem que você veja; ponha uma das mãos no interior da caixa e escolha um dos sólidos para tatear.
  - Descreva algumas características do sólido escolhido, considerando sua(s) base(s), faces laterais, formato, volume e outras;
  - Usando papel e lápis, desenhe uma ou mais faces do sólido que você tateou;
  - Qual o nome do sólido tateado? Você consegue desenhá-lo sem retirá-lo da caixa? Tente um esboço.

#### 2. Misturando os materiais

Você pode usar outros materiais para colocar na caixa e realizar a Atividade 1: algumas peças dos blocos lógicos, do Tangram, do Mosaico, ou ainda os sólidos verdes, que compõem a Caixa Visual.

- a) Usando os blocos lógicos, por exemplo, quais características poderiam ser identificadas pelo tato? Existe alguma(s) característica(s) desse material que não seria possível identificar pelo tato?
- b) Pense em outro material que poderia ser colocado na caixa para tatear e ser desvendado a partir de suas características táteis. Qual seria o material? E como seriam suas características, possíveis ou não, de serem exploradas pelo tato?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### CAIXA VISUAL DE REPRESENTAÇÕES GEOMÉTRICAS



#### ENTENDENDO A CAIXA

Pegue a caixa desse material:

- 1- Retire, na parte superior da caixa, suas tampas de madeira e de vidro;
- 2- Observe que nas laterais da sua região interna, existem duas saliências de madeira (uma em cada lateral), que serve de suporte para apoiar uma das tampas, a de madeira ou a de vidro (a escolher) e formar um 'andar' no seu interior. Apoie a tampa escolhida nesse local;
- 3- Feche a parte superior da caixa com a outra tampa.



#### 1. Entendendo os sólidos (usando o conjunto de sólidos verdes de madeira)

- a) Separe os sólidos, em dois grupos. Explique qual foi o critério que usou na separação.
- b) Existem outras formas de separação dos sólidos, em 2 grupos? Qual(is)?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### 2. Vendo os sólidos

Agora, coloque um sólido dentro da caixa, no andar criado pela tampa de madeira ou de vidro, escolhendo uma posição para apoiá-lo e vamos estudar as "vistas" desse sólido.

*Perceba que existem furos nas laterais e na parte superior da caixa. Para a visualização em cada um dos furos, sugerimos que feche os demais furos para escurecer a parte interna da caixa.*

- a) Escolha um furo pra visualizar o sólido e desenhe o que vê;
- b) Essa vista é frontal, lateral ou superior?
- c) A partir dessa parte que visualiza, consegue desenhar (ou descrever) o sólido que está no interior da caixa? Por quê?
- d) Escolha outro sólido e repita a atividade ou explore as demais vistas do mesmo sólido e suas características.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---



### CONJUNTO DAS ÁREAS E POTÊNCIAS

#### 1. Agrupando e Classificando.

As peças podem ser agrupadas de diferentes formas.

- Se as peças forem separadas por cor, quantas e quais são as cores de cada grupo?
- E se forem separadas por forma, quais são?
- Separe as figuras verdes do conjunto. Quais e quantas são as figuras com a mesma forma?

#### 2. Explorando potências e áreas com os quadrados

- Utilizando o quadradinho amarelo como unidade de medida de área (u.a.), verifique e responda:
  - Qual a área do menor quadrado verde? Ou seja, quantos quadradinhos amarelos "cobrem" o menor quadrado verde?
  - Qual a área do segundo menor quadrado verde? E do terceiro menor?
- Utilizando o triângulo amarelo como unidade de medida (u.a.), verifique e responda:
  - Quantos triângulos amarelos cabem num quadradinho amarelo?

Qual a área do menor quadrado verde? Ou seja, quantos triângulos amarelos "cobrem" o menor quadrado verde?

- Qual a área do segundo menor quadrado verde? E do terceiro?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

### 3. Comparando as unidades de área

- a) Sem conferir com o material, podemos determinar a área do maior quadrado verde usando as duas unidades consideradas (triângulo e quadrado amarelo)?
- b) Existe alguma relação entre essas duas unidades de medidas de área? Qual (is)?
- c) Considere os quadrados verdes numerados de 1 a 10, do menor para o maior, e complete a tabela abaixo:

Unidade de área	Número (nome dos quadrados verdes)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrado amarelo										
Triângulo amarelo										

### 4. Explorando potências e áreas com outras figuras

Escolha uma ou mais peças do conjunto, diferentes dos quadrados explorados nas questões 2 e 3.

- Utilizando o quadrado e/ou triângulo amarelo como unidade de medida de área (u.a.), cubra a superfície de cada peça e identifique, pelo menos, duas relações com essas unidades de medida (u.a.).
- Descreva as relações observadas, informando quais foram a(s) peça(s) escolhida(s).  
Use desenho ou esquema.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### CONJUNTO DE EQUIVALÊNCIA DE FRAÇÕES



O conjunto trata-se de um mini armário composto por 6 gavetas, contendo em cada gaveta um conjunto de 6 figuras planas fracionadas e/ou unitária para equivalências entre si.

#### 1. Identificando as figuras e suas partes

a) Faça uma tabela, identificando todas as figuras que aparecem nas gavetas com suas respectivas partes.

#### 2. Explorando e operando com equivalências

➤ Usando os círculos:

a) Pegue a metade do círculo e verifique quantas e quais são as partes do círculo (frações equivalentes) que preencheriam essa metade.

b) E com dois terços do círculo, quantas e quais são as partes do círculo (frações equivalentes) que preencheriam essa fração?

c) Considerando o círculo inteiro (figura branca), ilustre dois exemplos de preenchê-lo usando partes diferentes, ou seja, que as partes não sejam todas iguais, mas pode repetir algumas partes.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

➤ Usando os quadrados:

- a) Pegue duas peças de  $1/10$ , ou seja,  $2/10$  para sobrepor uma única peça. Qual seria essa peça?
- b) Escolha outras duas partes iguais e faça a mesma composição. Escreva como ficou a sua comparação.
- c) Seria possível sobrepor uma única peça com três ou mais partes iguais? Exemplifique.
- d) Usando duas ou mais partes diferentes entre si, é possível sobrepor uma única peça? Justifique com exemplo(s).

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### CONJUNTO DO EQUILÍBRIO



O Conjunto do equilíbrio é um kit que contém potes, pesos e balança de dois pratos.

#### 1. Calculando pesos, usando a balança de dois pratos

*O kit é composto por 5 pesos em MDF na cor verde, em formato de blocos retangulares, com referências do 1 ao 5, variando do mais leve ao mais pesado, respectivamente.*

a) Descubra a relação entre os pesos, comparando-os com o peso de referência 1 ( $P_1$ ):

$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$

*O conjunto possui 14 potes pequenos com legenda alfabética (incógnita) de A até N e 6 potes grandes com legenda de O até T, totalizando 20 potes que têm pesos diferentes.*

b) Escolha 3 potes e encontre o peso de cada um. Quais foram os pesos encontrados? Explique como fez.

#### 2. Equilibrando em função de $P_1$

Quanto deve pesar cada pote, em função de  $P_1$ , para que a balança permaneça em equilíbrio?

$$2P_2 + M = 6P_3$$

$$A + B = P_1 + P_4$$

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### 3. Desequilibrando

a) Qual o peso de Q?

$$Q < 3P_5 + 5P_3$$

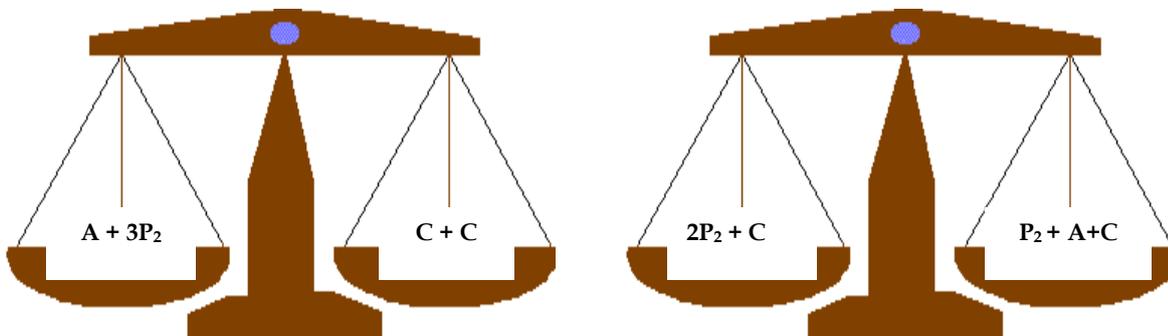
b) Qual o peso de D + E?

$$D + E > 2P_2 + P_1$$



### 4. Desafio (Adaptado da atividade 3 da Aula 23\*)

Sabendo que a balança está em equilíbrio nas duas maneiras, representadas a seguir, descubra a relação que existe entre os pesos dos potes C e A.



---

\*SILVA, Ana Lúcia V. da, et al. *Instrumentação do Ensino da Aritmética e Álgebra*. V. 3. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 58-61.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

### FRACSOMA



#### 1. Equivalência de frações

- Monte com as peças, três exemplos de equivalência a  $1/2$ .
- É possível montar, com as peças disponíveis do material, três exemplos de equivalência a  $1/3$ ? Por quê?
- É equivalente a  $1/5$ ? Quantos exemplos podem-se obter com as peças?

#### 2. Somando e subtraindo

- Represente com as peças do Fracsoma as seguintes operações com frações e use o desenho para registrar a solução e explicar como resolveu cada operação usando o material.

$$1/2 + 1/3$$

$$1/2 - 1/3$$

$$1/4 + 2/3$$

$$1/2 - 2/5$$

- Existe somente uma possibilidade de resolver essas operações com o material? Justifique.
- Crie uma conta que possa ser desenvolvida com as peças do Fracsoma.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

### MATERIAL DOURADO

#### UM POUQUINHO DE HISTÓRIA

O Material Dourado é um dos muitos materiais idealizados pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o trabalho com matemática.

Montessori foi a primeira mulher a graduar-se em medicina na Itália, em 1896, pela Universidade de Roma.

O nome "Material Dourado" vem do original "Material de Contas Douradas". Em analogia às contas, o material apresenta sulcos em forma de quadrados.

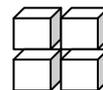


Fonte: <http://labemfeuff.blogspot.com/2012/08/maria-montessori-e-o-material-dourado.html>

#### 1. Potências douradas

a) Veja, organizamos 4 cubinhos em forma de um "quadrado".

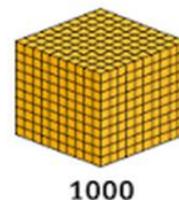
Organize outros "quadrados" com os cubinhos.



Quais os números que podem ser organizados na forma de um "quadrado"? Explique que números são esses.

b) Com 1000 cubinhos é possível montar um cubo maior, que chamamos de 'cubo grande' no material dourado.

Quantos e quais são os números que podem ser organizados na forma de um cubo, até o cubo grande (1000)? Experimente usando o material e responda se conseguiu montar todos.



## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

2. Pense, crie uma atividade.

Descreva sua proposta de atividade, o conteúdo previsto de ser explorado e o ano de escolaridade que pode ser usada.

*Outras atividades com material dourado, ver Aulas 3 e 4\*.*

---

\*SILVA, Ana Lúcia V. da, et al. *Instrumentação do Ensino da Aritmética e Álgebra*. V. 1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 92-95.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

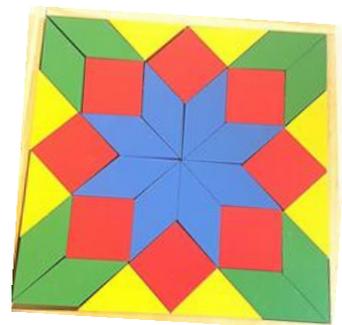
### MOSAICO

#### UM POUQUINHO DE HISTÓRIA

*Mosaico* é possivelmente uma palavra de origem grega, *mousaikón*, "obra das musas". É uma modalidade de arte decorativa milenar, que nos remete à Antiguidade greco-romana, quando teve seu apogeu.

É um encaixe de pequenas peças de pedra, plástico, madeira, vidro, papel ou outros materiais, formando determinado desenho. O objetivo do desenho é preencher algum tipo de plano.

Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Mosaico>



#### 1. Criando mosaicos

a) Observe, na figura acima, que os losangos azuis estão em torno de um ponto.

- Dado o ponto A (abaixo), cubra toda a região em volta desse ponto, usando somente peças de mesma cor.
- Verifique a possibilidade de encontrar mais de uma solução com peças de mesma cor. Justifique a sua investigação.

A ●

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

b) Crie um mosaico, uma pequena faixa, com a quantidade de peças a sua escolha. Registre por desenho ou foto o seu modelo.

➤ Seria possível ou não, repetir infinitamente, o seu modelo criado?

### 2. Polígonos e ângulos

a) Encontre o valor dos ângulos internos de cada polígono que aparece no material Mosaico.

b) Existe algum polígono regular? Qual(is)?

c) Monte, pelo menos, um retângulo usando peças de mesma cor. Desenhe-os, identificando as peças no desenho.

d) É possível montar outro polígono convexo com duas ou mais peças? Qual(is)?

### 3. Conceituando os mosaicos

Com as peças desse material seria possível construir um mosaico regular ou semirregular? Por quê?

*Pesquise mais sobre mosaicos e aproveite a Aula 27\*.*

---

\*BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. V. 2. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 206-207.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

### QUADRO TRIGONOMÉTRICO



#### 1. Descobrimos simetrias no ciclo trigonométrico

a) A partir dos arcos do primeiro quadrante, usando o quadro trigonométrico, identifique os arcos simétricos nos demais quadrantes.

Sistema							
Sexagesimal (grau)				Circular (radiano)			
IQ	IIQ	IIIQ	IVQ	IQ	IIQ	IIIQ	IVQ
30°							
45°							
60°							

#### 2. Congruência nos arcos

a) Utilizando o recurso do quadro trigonométrico, identifique o valor de:

$$\text{sen } 840^\circ$$

$$\text{cos } (13\pi/6)$$

$$\text{tg } (-405^\circ)$$

#### 3. Estudando a paridade nos arcos

a) Exemplifique, com o ciclo trigonométrico que:

$$\text{sen } (-\alpha) = -\text{sen } \alpha \quad \text{e} \quad \text{cos } \alpha = \text{cos } (-\alpha)$$

Construa seu próprio quadro trigonométrico no tamanho de uma folha de papel ofício. Veja orientações na Aula 21\*, p. 87 e 88.

\* BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. V.2. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010, p. 69-89.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### RÉGUAS FRACIONAIS



#### 1. Identificando as frações nas régua

- a) Usando as observações realizadas na sua exploração livre, identifique quantas e quais são as partes fracionadas representadas no material.

#### 2. Comparando frações com as régua

- a) Considerando o lado menor, como a largura de cada retângulo, que representa uma parte nas régua, escolha cinco peças diferentes e ponha-as em ordem crescente, da menor largura para a maior;
- b) Escreva como frações, as peças escolhidas, na ordem crescente. O que você observa?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### 3. Vamos multiplicar?

a) Separe as peças azuis, ou melhor, todas as partes que estão representadas pela cor azul e preencha a seguinte tabela, na ordem decrescente de tamanho.

<b>Cor</b> (Identifique a tonalidade )	<b>Fração</b>	<b>Desenho da peça</b> (Faça o contorno da peça na horizontal)

b) O que cada parte é de  $1/2$ ? Como fez para descobrir?

c) O que  $1/2$  é de  $1/8$ ?

d) O que  $1/12$  é de  $1/7$ ? Usando as régua, descreva como fez para descobrir.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### SEQUÊNCIA DE NUMERAIS

#### 1. Quantificando os discos

a) Inicialmente, vamos preencher a tabela, considerando que cada número está representado por seu valor absoluto numa quantidade de discos que determina o tamanho (altura) do pino e são diferentes por cor.

Cor dos discos	branca	preta	roxa	laranja	verde	amarela	azul marinho	azul claro	vermelha
Número (quantidade de discos)									

b) Existe algum pino que se pode preencher com um disco de cada cor, usando todas as cores? Qual(is)?

#### 2. Trabalhando com possibilidades: usando a mesma cor

a) De quantas formas diferentes podemos preencher o pino do número 3, usando discos de uma mesma cor?

b) De quantas formas diferentes podemos preencher o pino do número 7, usando discos de uma mesma cor?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### 3. Trabalhando com possibilidades: misturando as cores

- a) Escolha duas cores. De quantas maneiras diferentes pode-se preencher o pino do número 3? Registre o que fez.
  
- b) Represente cinco possibilidades de preencher o pino do número 2 com discos de cores diferentes, sem repetir as cores.
  
- c) Considerando o pino de altura 4, encontre quantas são as possibilidades de preenchê-lo com discos de cores diferentes. Explique como chegou ao resultado.
  
- d) No pino de altura 5, quantas são as possibilidades de preenchê-lo com discos de cores diferentes, sendo um dos discos de cor vermelha?

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---



### SÓLIDOS GEOMÉTRICOS (EM ACRÍLICO)

Escolha, aleatoriamente, alguns sólidos. Pelo menos, dez (10).

#### 1. Classificando os sólidos

- a) Separe os sólidos em grupos. Descreva como ficou a sua separação, identificando o critério que escolheu.
- b) Faça um esquema ou uma tabela com o nome de cada sólido pertencente a cada grupo.
- c) Algum sólido pertenceria a mais de um grupo, ao mesmo tempo, na sua separação? Qual(is)? Por quê?

#### 2. Medindo os sólidos

- a) Usando uma régua, meça em cada sólido: as arestas, a altura, o raio ou outros elementos que considerar necessário. Faça um esboço de cada sólido escolhido, anotando suas medidas.
- b) Quais foram os sólidos medidos? Com essas medidas, conseguiria estabelecer alguma(s) relação(ões) entre eles? Descreva(as).

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

---

### 3. Explorando outras regiões

- a) Observe que alguns sólidos apresentam em seu interior uma placa vermelha. Separe esses sólidos e identifique o que a placa em cada sólido quer mostrar sobre o sólido. Registre as suas conclusões.

### 4. Agora é com você. Crie!

Pense em alguns conceitos geométricos que podem ser explorados e analisados com esses sólidos. Faça uma lista deles e escolha, pelo menos um, e elabore uma atividade que envolva a manipulação do sólido com o conceito a ser investigado.

#### ***Aventure-se!!***

Você encontra outras atividades nos cadernos didáticos\* de Instrumentação do Ensino da Geometria:

- Aula 8 – Poliedros regulares e convexos;
- Aula 9 – Estudo do hexaedro regular (cubo);
- Aula 10 - Explora o tetraedro e o octaedro;
- Aula 11 - Estuda as relações no icosaedro e dodecaedro e
- Aula 13 – Relação de Euler.

---

\* BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. V. 1. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

### TANGRAM

#### Uma lenda:

*"Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar ao Imperador uma placa de jade, mas, no meio do caminho, o sábio tropeçou e deixou cair a placa que se partiu em sete pedaços geometricamente perfeitos. Eis que o sábio tentou remendar e, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar ele, finalmente, conseguiu formar novamente o quadrado e levou ao seu imperador. Os sete pedaços representariam as sete virtudes chinesas onde uma delas com certeza seria a paciência. O sábio mostrou a seus amigos as figuras que havia conseguido montar e cada um construiu o seu tangram."*

Fonte: <http://porteiros.s.unipampa.edu.br/pibid/files/2014/07/A-LENDA-DO-TANGRAM-2.pdf>



Existem muitas teorias sobre o nome Tangram e muitas lendas sobre a sua origem. Pesquise e compartilhe.

*Viva a magia e a matemática  
do quebra-cabeça!*

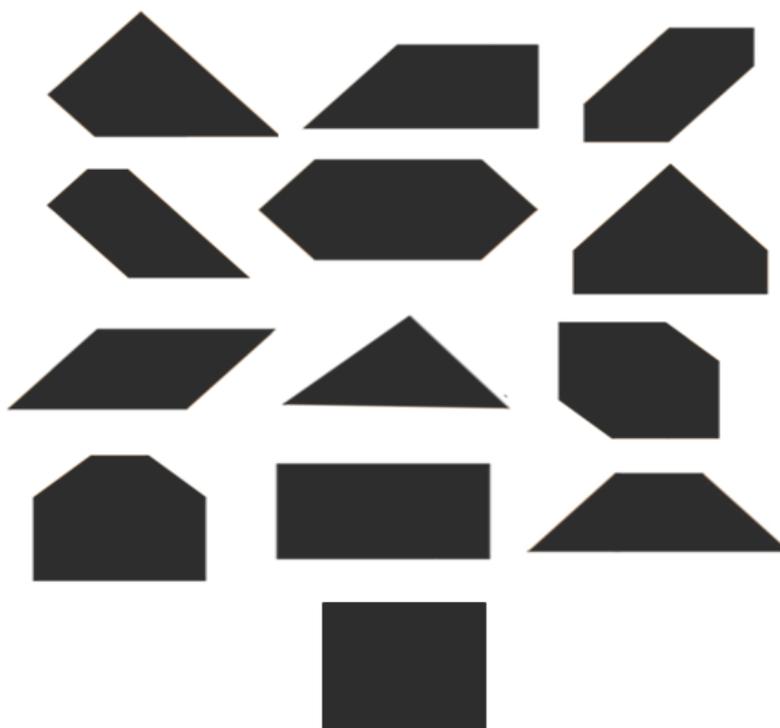
#### 1. Descobrindo os ângulos

- a) Identifique os ângulos internos dos triângulos usando as próprias peças do Tangram. Quais são as medidas? Explique como fez para verificar cada ângulo. (Pode ilustrar a explicação com desenhos)
  
- b) Quais são as medidas dos ângulos internos do paralelogramo? Justifique como verificou as medidas. Use desenhos, se possível.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR

### 2. Explorando polígonos convexos no Tangram

- Usando as sete peças do Tangram quadrado, monte os 13 polígonos (Figura 1).
- Explique porque não existem outros polígonos convexos (da figura 1) usando as sete peças do Tangram.



**Figura 1:** Polígonos convexos construídos com as 7 peças do Tangram

*Outras atividades com o Tangram quadrado e outros quebra-cabeças, ver Aulas 4, 20 e 23\*.*

\*BAIRRAL, Marcelo A. e SILVA, Miguel A. *Instrumentação do ensino da Geometria*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 2 v.

## TAREFA 3: EXPLORAÇÃO COMPLEMENTAR



### TRIÂNGULOS CONSTRUTORES

É um conjunto composto por três caixas.

*Esse material foi idealizado por Maria Montessori (1870-1952), uma pedagoga, pesquisadora e médica italiana, a criadora do “Método Montessori”.*

#### 1. Montando figuras geométricas com os triângulos

*Obs.: Usando as três caixas diferentes.*



- Que figuras geométricas diferentes você consegue montar usando dois ou mais desses triângulos? Registre por desenhos.
- Descreva as figuras encontradas informando algumas características observadas e quantidade de triângulos usados.

#### 2. Explorando cada caixa do conjunto

- Utilizando os 3 triângulos isósceles (vermelhos) da caixa hexagonal, monte um triângulo equilátero de mesma área que o amarelo.
- A partir da montagem do item anterior, consegue identificar qual a medida de cada ângulo interno do triângulo isósceles? Caso seja possível, explique como.
- Utilizando-se dos triângulos retângulos (vermelhos), monte um triângulo equilátero.
- Quantos triângulos você usou para a montagem do item c? Explique como comprovar que o triângulo montado é equilátero.
- Utilizando-se os triângulos equiláteros (azuis), verifique que tipos de triângulos podem ser formados e qual a quantidade usada para cada um deles. Registre por desenhos.

## REFERÊNCIAS

ALVES, Neiva Ferreira. **Conhecendo e explorando materiais manipuláveis: uma perspectiva para um Laboratório de Educação Matemática no CEDERJ**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática). Instituto de Educação/Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2019.

BAIRRAL, Marcelo Almeida; SILVA, Miguel Angelo da. **Instrumentação do Ensino da Geometria**. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 2 v.

DIENES, Zoltan Paul. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. Tradução: Maria Pia Brito de Macedo Charlier, René François Joseph Charlier. São Paulo: EPU, 1975.

KINDEL, Dora Soraia; OLIVEIRA, Rosana de. O uso de materiais manipuláveis na alfabetização Matemática. *In*: MAIA, Madeline G. B.; BRIÃO, Gabriela F. (Org.). **Alfabetização matemática: perspectivas atuais**. Curitiba, PR: CRV, 2017, p. 61-81.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012, p. 3-37.

SILVA, Ana Lúcia Vaz da *et al.* **Instrumentação do Ensino da Aritmética e da Álgebra**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2005-2010. 3 v.