

**Ressignificando a**

# **GEOMETRIA PLANA**

**no Ensino Médio, com o auxílio de van Hiele**

Organização: Profa. Mariângela de Castro e Oliveira  
Orientação: Profa. Dra. Eliane Scheid Gazire





**Ressignificando a**  
**GEOMETRIA PLANA**  
**no Ensino Médio, com o auxílio de van Hiele**

Organização: Profa. Mariângela de Castro e Oliveira  
Orientação: Profa. Dra. Eliane Scheid Gazire

Belo Horizonte  
2012

# Créditos

## **Produção Técnica:**

**Mariângela de Castro e Oliveira**

**Eliane Scheid Gazire**

## **Revisão do Texto:**

**Profa. Maria Helena Salgado Gondim**

## **Design e Diagramação:**

**Otávio de Castro e Oliveira**

## **Ilustrações:**

**Otávio de Castro e Oliveira**

**Mariângela de Castro e Oliveira**

# Apresentação

Esta cartilha, fruto de um trabalho de pesquisa sobre as dificuldades do processo de ensino-aprendizagem de Geometria Tridimensional no Ensino Médio, decorrentes, principalmente, do ensino fragmentado e falho da Geometria Plana praticado no Ensino Fundamental, tem como objetivo servir de apoio ao professor, criando alternativas metodológicas, fundamentadas na teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, que favoreçam a avaliação contínua do nível de raciocínio do aluno e a possibilidade concreta de progressão desse aluno, mediante um trabalho sistematizado, envolvendo atividades diversificadas e elaboradas especificamente para aquele nível de raciocínio.

Apresentamos, inicialmente, uma breve descrição do Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de van Hiele, a fim de elucidar os princípios que sustentam esta teoria e dar ao professor os subsídios necessários para fazer uso das atividades sugeridas, com liberdade e autonomia, uma vez que todas elas podem ser modificadas e/ou adaptadas para atender às particularidades de cada turma.

A seguir, são apresentados cinco módulos de atividades, os quais têm como referência o trabalho de alguns dos mais importantes pesquisadores da teoria de van Hiele, como David Fuys, Dorothy Geddes, Rosamond Tischler, William F. Burger, J. Michael Shaughnessy e outros.

Por fim, algumas sugestões de softwares, links, jogos e outras atividades complementares são propostas com o intuito de enriquecer o programa de trabalho. Apostamos na diversificação de experiências como fator motivador e acreditamos que a produção de um conhecimento com compreensão é sempre possível. Demanda tempo, dedicação, planejamento, desenvolvimento de mecanismos de controle, enfim, muito trabalho. Mas a satisfação de ver emergir a luz do entendimento nos olhos dos nossos alunos é algo que não tem preço. Vale todo e qualquer esforço.



# Sumário

<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	3
<b>1. O MODELO VAN HIELE DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO EM GEOMETRIA</b> .....	7
<b>1.1 Existência de Níveis</b> .....	8
<b>1.2 Propriedades dos Níveis</b> .....	9
<b>1.3 Movimento de um Nível para o Próximo</b> .....	10
<b>2. MÓDULOS INSTRUCIONAIS</b> .....	13
<b>MÓDULO 1 - CONHECENDO O UNIVERSO TRIDIMENSIONAL</b> .....	16
<b>Atividade 1: “Sólidos Geométricos? Muito prazer”</b> .....	16
<b>Atividade 2: “Descobrimo formas”</b> .....	17
<b>Atividade 3: “Agrupando formas”</b> .....	17
<b>Atividade 4: “Identificando os grupos de formas”</b> .....	18
<b>Atividade 5: “Dissecando formas”</b> .....	20
<b>Atividade 6: “Integrando saberes”</b> .....	21
<b>MÓDULO 2 - A COEXISTÊNCIA DOS DOIS UNIVERSOS: O BI E TRIDIMENSIONAL</b> .....	22
<b>Atividade 1: “Diagnosticando”</b> .....	22
<b>MÓDULO 3 - FORMAS BIDIMENSIONAIS - Identificação e definição</b> .....	25
<b>Atividade 1: “Jogando com as semelhanças e as diferenças”</b> .....	25
<b>Atividade 2: “Figuras em fotos”</b> .....	27
<b>Atividade 3: “Nome &amp; Figura”</b> .....	28
<b>Atividade 4: “Ao telefone!!!”</b> .....	28
<b>Atividade 5: “Quem é e por quê?”</b> .....	29
<b>MÓDULO 4 - FORMAS BIDIMENSIONAIS - Classificação</b> .....	31
<b>Atividade 1: “Adivinhando a regra”</b> .....	31
<b>Atividade 2: “Identificando e definindo - quadrilátero”</b> .....	33
<b>Atividade 3: “Quadriláteros - características &amp; propriedades”</b> .....	34
<b>Atividade 4: “Estabelecendo relações de inclusão de classes”</b> .....	35
<b>Atividade 5: “Descobrimo ou adivinhando”</b> .....	36

Atividade 6: “Quem sou eu?” .....	37
Atividade 7: “Lista Mínima de Propriedades - LMP” .....	38
<b>MÓDULO 5 - FORMAS BIDIMENSIONAIS - Outros conceitos .....</b>	<b>40</b>
Atividade 1: “Festa de aniversário sem chapéu? Não é festa! .....	40
Atividade 2: “Feito sob medida” .....	42
<b>3. ATIVIDADES COMPLEMENTARES .....</b>	<b>44</b>
3.1 Batalha Naval Geométrica .....	44
3.2 Investigando Triângulos e Quadriláteros .....	46
3.2.1 Triângulos .....	46
3.2.2 Quadriláteros .....	47
3.2.3 Investigando Áreas e Perímetros .....	47
3.3 Jogo: Eu tenho, quem tem? .....	48
<b>4. SUGESTÕES DE LEITURA .....</b>	<b>49</b>
<b>5. SUGESTÕES DE APPLETS E SITES .....</b>	<b>50</b>
<b>6. ANEXOS .....</b>	<b>51</b>

## 1. O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento em geometria

A teoria de van Hiele, que pode, também, ser considerada um modelo de aprendizagem, descreve o processo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos ao evoluírem de uma simples percepção holística de formas geométricas até uma refinada compreensão de provas e demonstrações geométricas.

Pierre Marie van Hiele e sua esposa, Dina van Hiele-Geldof, desenvolveram esta teoria a partir das frustrações, tanto deles quanto dos seus alunos, vivenciadas na relação ensino-aprendizagem de geometria. P.M. van Hiele explica que a dificuldade dos seus alunos em aprender geometria era tão grave que ele se sentia como se estivesse falando uma língua diferente. Afirma ainda que, apesar de sua insistente procura por formas diferentes de explicar os conteúdos geométricos, a dificuldade persistia.

Seguiram-se, então, as pesquisas sobre a aprendizagem matemática, o papel da compreensão em Geometria e a busca por metodologias capazes de garantir um ensino com produção de significados. Os trabalhos de pesquisa do casal iniciaram-se no final dos anos 50 e a dificuldade apresentada por seus alunos em atividades que envolviam o desenvolvimento e a utilização de habilidades geométricas foi tema de todos eles, inclusive dos trabalhos de doutoramento de ambos, concluídos na Universidade de Utrecht em 1957.

Estudos sobre a aquisição da compreensão, à luz de diversas psicologias de aprendizagem e de pensamento, levaram P.M. van Hiele a considerar a existência de diferentes níveis de pensamento sobre conceitos geométricos, sugerindo que os estudantes passam por vários níveis de pensamento no seu progresso, desde o mero reconhecimento de formas geométricas até serem capazes de construir provas geométricas formais. Assim, surgiu a “teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele”.

Segundo Usiskin (1982), três aspectos básicos devem ser considerados no desenvolvimento desta teoria: a existência de níveis, as propriedades dos níveis e o movimento de um nível para o próximo, os quais estão sintetizados a seguir:



## **1.1. EXISTÊNCIA DE NÍVEIS**

Para van Hiele, segundo o modelo original, as pessoas desenvolveriam o pensamento geométrico de acordo com cinco níveis, enumerados de 0 a 4. Atendendo às críticas dos pesquisadores americanos sobre a relevância do nível zero, no qual se enquadra a maioria dos alunos que iniciam o Ensino Médio, em 1986, ele escreveu o livro “Structure and Insight”, propondo uma simplificação do modelo original, com os níveis enumerados de 1 a 5, descritos em termos gerais e comportamentais como se segue:

### **1.1.1 Nível 1: (Reconhecimento ou Visualização)**

Os alunos são capazes de reconhecer e nomear as figuras geométricas, mas o fazem apenas pela sua “aparência”, mostrando-se incapazes de identificar alguma propriedade das mesmas. Apesar de serem capazes de reconhecer algumas características das figuras, não conseguem se valer delas para reconhecer ou classificar as figuras sob análise.

### **1.1.2 Nível 2: (Análise)**

Os alunos começam a identificar as propriedades das figuras geométricas e aprendem a utilizar um vocabulário apropriado, relacionado com essas propriedades. No entanto, são incapazes de fazer correlações entre propriedades, não veem inter-relações entre figuras e não entendem definições.

### **1.1.3 Nível 3: (Dedução Informal)**

Os alunos são capazes de estabelecer relações entre propriedades de uma figura ou classe de figuras, indicando que a inclusão de classes já é compreendida neste nível. São capazes de acompanhar argumentos informais numa demonstração, mas não conseguem criar uma nova prova partindo de premissas diferentes.

### **1.1.4 Nível 4: (Dedução Formal)**

Os alunos vão além de identificar as características das figuras geométricas e são capazes de construir provas usando postulados ou axiomas e definições. Um curso de geometria de nível superior deveria ser ministrado nesse nível.

### **1.1.5 Nível 5: (Rigor)**

Este é o nível de pensamento mais elevado na hierarquia de van Hiele. Alunos neste nível podem trabalhar em diferentes sistemas geométricos ou axiomáticos e provavelmente estariam matriculados na disciplina Geometria de um curso de nível superior.

## **1.2 PROPRIEDADES DOS NÍVEIS**

É inerente à teoria que uma pessoa seja capaz de “caminhar” através dos níveis ordenadamente e segundo alguns critérios especiais:

### **1.2.1 Propriedade 1: (Hierarquização e sequencialidade dos níveis )**

Um aluno não pode atingir o nível  $n$  sem ter passado pelo nível  $(n-1)$ .

### **1.2.2 Propriedade 2: (Adjacência)**

Em cada nível de pensamento, o que era intrínseco no nível precedente torna-se extrínseco no nível atual. O produto do nível  $n$  torna-se o objeto de estudo do nível  $(n+1)$ .

### **1.2.3 Propriedade 3: (Distinção)**

Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relações conectando esses símbolos, ou seja, cada nível tem uma linguagem própria.

### **1.2.4 Propriedade 4: (Separação)**

Duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes não conseguem se entender. É o que muitas vezes ocorre na relação professor-aluno.

## 1.3 MOVIMENTO DE UM NÍVEL PARA O PRÓXIMO

Van Hiele é mais otimista que Piaget, acreditando que o desenvolvimento cognitivo em geometria pode ser acelerado através de instruções adequadas. Pode-se dizer que o modelo de van Hiele é composto de duas partes: a primeira, totalmente descritiva, procura explicar como se processa a evolução do raciocínio geométrico dos alunos através da descrição dos níveis de pensamento identificados; a segunda, prescritiva, dá indicações de como um professor pode ajudar o seu aluno a alcançar um nível superior de raciocínio.

Temos, então, que os estudantes progredem de um nível para o próximo, como resultado da instrução proposital, planejada e organizada em cinco fases das atividades sequenciadas, que enfatizam a exploração, a discussão e a integração dos saberes adquiridos. As cinco “fases de aprendizagem”, que podem ser vistas como passos a serem seguidos pelo professor para auxiliar seus alunos no trânsito entre os níveis, são as seguintes:

### 1.3.1 Informação

Os alunos experimentam um primeiro contato com o conteúdo a ser trabalhado. O professor apresenta materiais e informações sobre eles, dando ao aluno a oportunidade de adquirir conhecimentos básicos indispensáveis ao trabalho matemático propriamente dito. Por outro lado, o professor aproveita a oportunidade para se informar sobre o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto tratado.

### 1.3.2 Orientação Dirigida

Os alunos, devidamente orientados pelo professor, executam tarefas simples que lhes permitem explorar as relações implícitas dos elementos trabalhados. As tarefas devem ser cuidadosamente preparadas, de modo que os novos conceitos e estruturas possam ser assimilados de forma progressiva e efetiva, já que servirão de base para o nível superior.

### 1.3.3 Explicação

O professor deve estimular seus alunos a expressarem suas descobertas e a participar de diálogos em que a defesa ou contestação de ideias, próprias ou de outros, se manifestem e impulsionem o desenvolvimento do raciocínio. Iniciam-se, assim, os trabalhos de desenvolvimento

de uma linguagem técnica específica. A utilização de termos técnicos e de uma simbologia própria deve promover uma boa comunicação entre o grupo e uma consolidação dos conceitos adquiridos na fase anterior.

### **1.3.4 Orientação Livre**

Nesta fase, propõem-se aos alunos tarefas mais complexas, onde todo o conhecimento já adquirido deverá ser posto em prática. Tais tarefas devem fugir aos padrões e modelos tradicionais, podendo ter mais de uma forma de resolução, o que exigirá do aluno um bom domínio da rede de relações já estabelecida, capacidade de raciocinar, investigar e deliberar sobre as melhores estratégias de solução.

### **1.3.5 Integração**

Tudo o que foi trabalhado nas fases anteriores, o conhecimento adquirido, as habilidades e competências desenvolvidas devem, nessa fase, passar por processo de “sedimentação”. O professor deve estimular o aluno a ter uma visão global de tudo o que aprendeu, estabelecendo uma nova rede de relações mentais, mais ampla, mais abrangente e capaz de lhe servir de base para o novo nível a que pretende ascender. A redação de um resumo de tudo o que foi aprendido pode ser uma boa forma de reflexão e integração de conceitos. “No final da quinta fase os alunos alcançaram um novo nível de pensamento. O novo domínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizagem no nível seguinte” (CROWLEY, 1994, p.8).

Apesar de evidências de pesquisas atestarem o caráter hierárquico dos níveis de van Hiele, há dúvidas quanto à discretização (descontinuidade) dos mesmos, conforme a proposta de P.M. van Hiele. (USISKIN, 1982; BURGER & SHAUGHNESSY, 1986; FUYS, GEDDES, & TISCHLER, 1988).

Burger e Shaughnessy (1986), por exemplo, observam que, embora os van Hiele tenham apresentado os níveis como estruturas discretas, o seu estudo não detectou essa característica. Alguns alunos chegaram, inclusive, a oscilar de um nível para outro na mesma tarefa.

Jaime e Gutiérrez (1990) também contestam essa proposição e destacam o processo contínuo vivenciado por eles em suas pesquisas usando o modelo citado, onde as fases 4 e 5 de um nível se confundem com as fases 1 e 2 do nível seguinte. A figura 1, abaixo, ilustra a visão destes pesquisadores sobre a continuidade dos níveis.

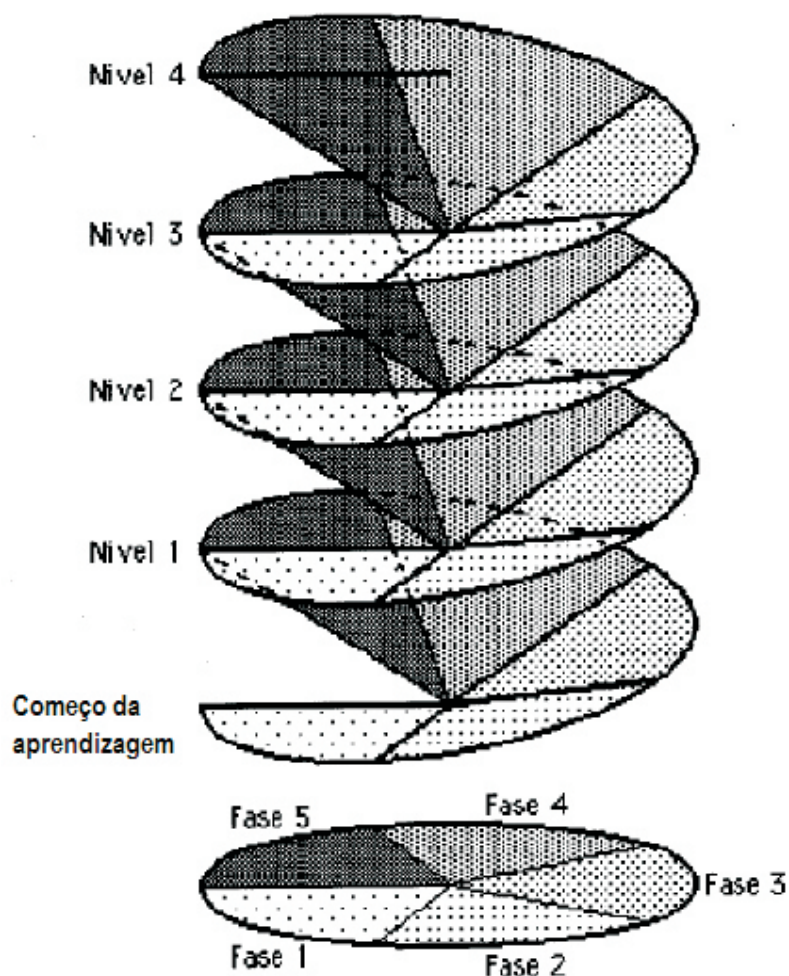


Fig. 1 - A continuidade dos níveis de van Hiele

Nas páginas finais desta cartilha o professor encontrará uma sugestão de leituras complementares que poderão lhe fornecer maiores informações sobre a Teoria de van Hiele, através de alguns trabalhos relacionados ao seu desenvolvimento e utilização no ensino de Geometria.

## 2. Módulos instrucionais

Os módulos elaborados têm por objetivo introduzir o aluno no estudo dos Sólidos Geométricos, conteúdo previsto na matriz curricular do 2º ano do Ensino Médio e que, por ser um conteúdo não abordado nas últimas séries do Ensino Fundamental, desperta, nos alunos, dois sentimentos conflitantes e que merecem a nossa atenção. O primeiro deles, extremamente positivo, é a curiosidade e o desejo de lidar com o novo, principalmente por estarem trabalhando com a Álgebra durante boa parte do ano letivo. O segundo, negativo, é o medo do desconhecido, frente às lembranças desmotivadoras da Geometria Plana com a qual tiveram contato no Ensino Fundamental.

Nossa pesquisa sobre o conhecimento dos alunos do 2º EM acerca dos conceitos básicos de Geometria Plana, considerados indispensáveis a um desenvolvimento consistente e significativo da Geometria dos Sólidos, conduziu-nos à elaboração de um programa de estudos que abordasse tais conceitos, mas que fosse fiel a três premissas:

### ***1ª) A característica revisional deve ser abolida.***

A tradicional “Revisão de Tópicos Importantes da Geometria Plana” que precede, na maioria dos livros didáticos de que dispomos, os capítulos referentes à Geometria dos Sólidos, tem se mostrado incapaz de resgatar este conteúdo e, muito menos, de motivar a produção de significados. “Rever” pressupõe ver algo que já foi visto, não importando quão superficialmente o objeto do conhecimento tenha sido abordado. Assim, para o aluno, a simples menção de uma “revisão” já o leva a crer que o que virá será repetitivo, desgastante e irá acrescentar muito pouco a “tudo” o que ele sabe, ou pensa que sabe.

### ***2ª) O estudo dos Sólidos Geométricos deve estar sempre vinculado às atividades desenvolvidas.***

Esta segunda premissa reforça, de certa forma, a primeira. É importante mantermos acesa a chama da curiosidade sobre o novo e tirarmos dela a motivação para a construção de novos significados ou para ressignificar os conceitos geométricos básicos que desejamos resgatar. Todas as atividades planejadas devem ter como núcleo motivador um sólido geométrico a ser trabalhado posteriormente.

### ***3ª) O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele deve servir de suporte ao desenvolvimento das atividades propostas.***

Existem inúmeras evidências de que a teoria dos van Hiele pode nos auxiliar a promover a construção da compreensão em Geometria. Será à luz desta teoria que buscaremos ressignificar alguns conceitos básicos da Geometria Plana e, portanto, adequar as atividades propostas ao nível do aluno é fator essencial a ser respeitado.

#### **Organização dos Módulos**

Os módulos instrucionais foram elaborados de forma a promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos de forma natural. Tanto a sequência dos módulos, quanto das atividades dentro de cada módulo, obedece aos princípios da teoria de van Hiele.

Iniciamos sempre com atividades que buscam fornecer ao professor subsídios para classificar seus alunos segundo os cinco níveis de pensamento de van Hiele e, a seguir, são propostas atividades que favoreçam o desenvolvimento de habilidades e competências que permitam aos alunos transitar de um nível para o nível seguinte, sempre em consonância com as fases de aprendizagem propostas por van Hiele.

Difícilmente encontraremos uma sala de aula com todos os alunos enquadrados em um mesmo nível de raciocínio e caberá ao professor a difícil tarefa de lidar com as diferenças e explorar o conhecimento dos mais avançados em favor dos outros.

Buscando padronizar a apresentação dos módulos e facilitar a execução de cada atividade, optamos por iniciá-las com passos instrucionais sequenciais dirigidos ao professor, orientando-o quanto à “organização” do cenário de trabalho — são indicados por letras minúsculas do nosso alfabeto.

Alguns ícones também foram utilizados para destacar o que deve ser executado e/ou produzido pelo aluno, além de sugestões exclusivas para o professor, visando a ampliar as possibilidades de exploração de cada atividade. São eles:



***“Vamos trabalhar?”***: Destaca as propostas de trabalho dirigidas diretamente ao aluno, sob a orientação do professor.



**“Produzindo”:** Indica que algum material concreto (ficha de registro, cartaz, gráfico, tabela, etc.) deve ser produzido pelo aluno ou por um grupo de alunos, conforme instrução.



**“Conversando com o educador”:** Destaca detalhes a serem observados na execução de cada tarefa, sugere alterações de procedimentos ou adaptações das atividades conduzidas com objetivos específicos, propõe atividades extras, avaliações, etc.

Sendo esta cartilha um apêndice da dissertação de mestrado da autora, sugerimos a leitura integral do referido documento. Ali, o professor poderá encontrar alguns testes para a avaliação do nível de raciocínio geométrico dos alunos utilizados pela autora nos seus trabalhos de pesquisa. A aplicação e a avaliação desses testes, baseadas nos descritores comportamentais de cada nível e descritas minuciosamente, poderão vir a esclarecer alguma dúvida que possa surgir.



## Módulo 1 - Conhecendo o universo tridimensional

### Visão Geral:

Este módulo tem como objetivo fazer com que o primeiro contato do aluno do 2º ano do Ensino Médio com a Geometria dos Sólidos seja motivador e prazeroso. As atividades propostas procuram levar o aluno a investigar, compartilhar idéias e materiais, conjecturar, discutir, aceitar ou refutar, mediante argumentação, idéias diferentes das suas, além de permitir ao professor uma primeira avaliação do conhecimento prévio dos alunos sobre este assunto.

### Descritores:

Identificar, agrupar e classificar sólidos geométricos.

### Contexto/Objetivo:

As atividades foram elaboradas considerando-se a dificuldade de muitos alunos em “visualizar” as formas geométricas tridimensionais que lhes são descritas. O contato com a forma física e a sua manipulação representa, neste momento, uma forma de aproximação da matemática com o mundo real, tridimensional.

Busca, ainda, desenvolver (ou valorizar) o raciocínio espacial de cada aluno que, ao contrário do que muitos pensam, não tem um caráter inatista, podendo ser estimulado e desenvolvido por meio de experiências ricas com formas e relações espaciais.

#### • **ATIVIDADE 1- “Sólidos Geométricos? Muito prazer...”**

a) Apresentar à turma uma coleção de sólidos geométricos de formas variadas (prismas e pirâmides de bases quadrangulares, triangulares ou hexagonais; cilindros e cones de tamanhos diferentes). Esclarecer que aquele material será o objeto de estudo daquela unidade — Geometria Tridimensional, Geometria dos Sólidos ou Sólidos Geométricos.

b) Deixar os alunos manipularem aquele material livremente e observar que tipo de comentário eles fazem sobre esses sólidos. Para o professor, é importante identificar as características consideradas relevantes para os alunos (o todo; as partes; a “aparência”; o nome do sólido; a linguagem utilizada; alguma propriedade facilmente observável; as relações entre propriedades, etc.). Esses elementos ajudarão o professor no reconhecimento do nível de raciocínio dos alunos relativo àquele assunto e o que os alunos sabem sobre ele.

- **ATIVIDADE 2 - “Descobrimo as formas”**

- Dividir a turma em grupos de 4 ou 5 alunos.
- Distribuir, entre os grupos, todos os sólidos geométricos disponíveis, procurando diversificar as formas tanto quanto possível.
- Fazer com que os alunos manipulem o maior número de sólidos possível e discutam, entre si, os prováveis nomes das formas, suas partes, em que aspectos se assemelham ou se diferenciam, etc.



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Cada aluno escolherá um sólido e, um a um, conforme uma sequência previamente combinada, dirá ao grupo algumas características daquele sólido.



*Construir ficha para o registro das características observadas. Se o grupo souber o nome do sólido, pode escrevê-lo antes de iniciar a lista de características. (Ver modelo no anexo 1)*

**Proposta 2:** Cada aluno escolhe, ao acaso, dois sólidos. Todos deverão dizer ao grupo uma característica em que eles se assemelham e uma que os diferencia. Repetir a proposta com outros pares de sólidos.



*Construir ficha para o registro das semelhanças e diferenças observadas. (Ver modelo no anexo 1)*

- **ATIVIDADE 3 - “Agrupando as formas”**

- Manter os grupos já formados.



### *Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Um aluno do grupo escolhe um sólido e o coloca no centro da mesa. Outro aluno observa a figura e cria uma regra, que pode ser explícita ou oculta, a ser observada na comparação daquela forma com as demais. A partir daí, todos devem procurar na coleção do seu grupo (ou em outros grupos, se isso for combinado) formas que sejam como a que está em destaque, segundo a regra estabelecida.



*Construir fichas para registro das formas destacadas, das regras criadas e das formas que atendem à proposta da atividade. (Ver modelo no anexo 1)*

## • ATIVIDADE 4 - “Identificando os grupos de formas”



### *Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Juntar todas os sólidos disponíveis no grupo e separar os que, de alguma forma, se assemelham, procurando formar outros pequenos grupos.



*Construir ficha para o registro das regras estabelecidas para a formação dos grupos. (Ver modelo no anexo 1)*

**Proposta 2:** “Condensar” as regras anteriormente estabelecidas e criar uma nova regra de forma a se obter apenas dois grandes grupos.



*Construir ficha para o registro das semelhanças e diferenças observadas. (Ver modelo no anexo 1)*



*Deixar que vários critérios de classificação se manifestem, mas guiar os grupos para que a classificação “poliedros” e “sólidos redondos” apareça. Aproveitar o momento para reforçar alguns conceitos advindos dos critérios de classificação criados pelos alunos.*

**Proposta 3:** Construir um cartaz “nomeando” os dois grupos criados e listar as características marcantes de cada um deles.



*Juntar todos os grupos e pedir para colarem no quadro os cartazes produzidos com as características dos dois grupos. Discutir as idéias de cada grupo e produzir um cartaz, nos moldes dos cartazes dos grupos, que consense a idéia de toda a turma.*

• **ATIVIDADE 5 - “Dissecando as formas”**

- a) Separar apenas os poliedros para trabalhar esta atividade;  
 b) Manter os grupos já formados; distribuir um questionário 1.5.1 para cada componente (ver modelo abaixo).



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Cada aluno deve escolher um sólido (poliedro) e analisar as partes que o compõem, respondendo ao questionário abaixo:

**Questionário 1.5.1**

- 1) O sólido que vocês têm em mãos já é conhecido de vocês? Que nome ele tem? A que grupo (dos estabelecidos pela turma) ele pertence?
- 2) De que partes ele é composto?
- 3) Quais delas poderiam ser chamadas de Faces?
- 4) Descreva as Faces que você identifica no seu sólido. Quantas são elas?
- 5) Como se dá o encontro de duas faces? Que nome recebe esse elemento?
- 6) Quantas arestas tem o seu sólido?
- 7) Como se dá o encontro de duas arestas? Que nome recebe esse elemento?
- 8) Quantos vértices têm o seu sólido?
- 9) Alguém consegue estabelecer alguma relação numérica entre os elementos “faces”, “vértices” e “arestas”?



*Este questionário pode ser preenchido sob a orientação do professor ou não, conforme o nível da turma. Alunos do nível 1 sentirão a necessidade de estímulos e, neste caso, o professor pode ser muito útil na condução do processo. Lembrar que a linguagem do aluno é um dos maiores referenciais do seu nível de raciocínio, portanto, estimular a fala, além da escrita, é tarefa fundamental.*

## • ATIVIDADE 6 - “Integrando Saberes”

a) Manter os grupos já formados; distribuir para o grupo um guia para a elaboração da ficha-resumo (ver modelo abaixo).



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Preparar uma ficha-resumo (texto) de tudo o que foi discutido sobre Sólidos Geométricos. O seu texto deve “responder” aos questionamentos apresentados na ficha abaixo:

### Guia para a elaboração da ficha-resumo 1.6.1

- 1) Quantas dimensões podem ser observadas num Sólido Geométrico? Quais são elas?
- 2) Caso você queira separá-los em dois grandes grupos, que critério você usaria? Que nome você daria a um sólido pertencente a cada um desses grupos? Destaque as características (propriedades) fundamentais desses grupos.
- 3) Dentre os dois grupos já definidos, você seria capaz de fazer, ainda, alguma subdivisão? Como seria e quais os critérios utilizados?
- 4) Para cada grupo (e subgrupo) definido, desenhe um representante e defina o número de faces, arestas e vértices.
- 5) Incluir, no seu resumo, qualquer outra observação que considerar útil, pertinente e esclarecedora.
- 6) Se preferir, faça uma representação pictórica ou um diagrama que ilustre este grupo (Sólidos Geométricos) e as suas subdivisões.



*Incentivar a subdivisão dos poliedros em prismas e pirâmides e a dos corpos redondos em cilindros e cones (lembrar que a esfera faz parte do segundo grande grupo). Como fator motivador; o professor pode propor que as melhores fichas-resumo sejam condensadas, dando origem a um material de estudo para toda a turma (apostila; ficha-resumo; etc.), com todo o mérito para os autores.*

## Módulo 2 - A Coexistência dos dois universos: o Bi e o Tridimensional

### Visão Geral:

Neste módulo o aluno será levado a refletir um pouco mais sobre a atividade “dissecando as formas” onde ele, brevemente, pôde constatar que as figuras geométricas tridimensionais são formadas por elementos já conhecidos do universo bidimensional. Após vivenciar experiências com o “todo” no módulo I, o aluno será conduzido ao estudo das “partes” para que, através da compreensão das suas propriedades e das relações entre as mesmas, possa entender como se dá a composição das figuras planas na formação dos sólidos geométricos.

Em respeito à proposta de sempre usar o sólido como elemento motivador, não trabalharemos com a sua construção a partir de figuras planificadas. Ao contrário, os sólidos serão desmontados, dando origem às planificações que constituirão o principal objeto de análise deste módulo.

### Descritores:

Identificar, agrupar e classificar figuras geométricas planas.

### Contexto/Objetivo:

Respeitando a noção do “todo” que representa o sólido geométrico, faz-se necessário a compreensão dos conceitos de Geometria Plana que permeiam o universo tridimensional. Enxergar as partes que compõem esse organismo, o dinamismo de sua estrutura, bem como as relações entre as propriedades das figuras planas que os compõem e os seus próprios elementos, é fundamental nesta hora.

#### ● ATIVIDADE 1- “Diagnosticando...”

- a) Dividir a turma em grupos de 4 ou 5 alunos.
- b) Distribuir, entre os grupos, alguns poliedros retos, de bases triangulares, quadrangulares e hexagonais.
- c) Fazer com que os alunos manipulem esse material.
- d) Estimular a troca de ideias sobre os conceitos de poliedros, prismas, pirâmides e suas partes.
- e) Colocar todos os sólidos sobre a mesa do professor e pedir para que cada grupo escolha quatro poliedros, sendo dois prismas e duas pirâmides.



### *Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Identificar cada um dos poliedros (A, B, C e D) e planificá-los. Para cada um deles, preencher a ficha 2.1.1 (ver modelo abaixo), com dados sobre as suas características e alguns questionamentos adicionais:

*(usando o sólido A como exemplo)*

#### **Ficha de Identificação 2.1.1**

- a) A qual grupo (classe) de poliedros pertence o sólido A?
- b) Quantas faces tem? Quantas arestas tem? Quantos vértices tem?
- c) A qual figura plana corresponde cada uma das suas faces laterais?
- d) Enumere todas as características (propriedades) observáveis ou dedutíveis nessas figuras planas.
- e) Calcule o perímetro e a área dessas faces.
- f) A qual figura plana corresponde(m) a(s) sua(s) base(s)?
- g) Enumere todas as características (propriedades) observáveis ou dedutíveis nessa figura plana.
- h) Calcule o perímetro e a área dessa(s) base(s).
- i) É possível dividir essa figura em outras figuras conhecidas? Que nome elas recebem? Calcule a área dessa(s) figuras(s).
- j) É possível se chegar à área da base, através das áreas das suas partes? Se sim, mostre como.
- k) As faces laterais e as bases dos seus sólidos apresentam alguma característica comum? Essas figuras poderiam ser agrupadas, constituindo uma categoria ou “classe” de figuras planas? Se sim, dê nome(s) e enumere as características que justificam essa “classificação”.
- l) Elabore uma ficha resumo que contenha todas as informações que o grupo conseguiu consensar, destacando conceitos e exemplificando sempre que possível.





*O módulo 2 certamente evidenciará a necessidade de uma ressignificação de conceitos básicos da Geometria Plana. (Que propriedades foram listadas? A altura dos triângulos foi obtida por medição? Usou-se o Teorema de Pitágoras?). Alguns alunos conhecem as figuras planas, mas têm certa familiaridade apenas com a sua “aparência” (nível 1); outros conhecem algumas propriedades, mas não conseguem relacioná-las (nível 2); poucos fazem emergir algum conceito a partir de relações entre propriedades (nível 3 ou superior).*

## Módulo 3 - Formas Bidimensionais - Identificação e definição

### Visão Geral:

Este módulo trata particularmente das formas bidimensionais. Compõe-se de atividades que permitem ao professor avaliar o conhecimento prévio e o nível de raciocínio apresentado pelo aluno em relação às formas geométricas bidimensionais e suas propriedades. Baseado nessa avaliação, que acontece continuamente durante todo o processo, propõe medidas e instruções a serem seguidas a fim de que o processo de construção de conceitos atenda aos pressupostos deste trabalho.

### Descritores:

Identificar, agrupar, classificar e relacionar figuras geométricas planas.

### Contexto/Objetivo:

Conscientes da importância de uma base conceitual sólida de Geometria Plana, para a consolidação dos novos conceitos da Geometria Tridimensional que estão começando a se formar, professores e alunos se veem diante da possibilidade de uma efetiva ressignificação dos conceitos básicos da primeira. Desta forma, este módulo tem como objetivo identificar e corrigir falhas de compreensão e formação de conceitos relacionados às figuras planas e suas propriedades, além de fornecer instruções para o acompanhamento da evolução do aluno dentro de um nível ou entre níveis de van Hiele.

- **ATIVIDADE 1- “Jogando com as semelhanças e as diferenças”**

Trata-se de um jogo que tem duas funções básicas: primeiro, criar uma atmosfera acolhedora e motivadora, capaz de favorecer a comunicação entre o professor e os alunos e entre os próprios alunos; depois, permitir ao professor avaliar a linguagem matemática (formal ou informal) do aluno.

a) Organizar os alunos em duplas.

b) Distribuir, entre as duplas, pelo menos cinco pares de figuras planas previamente separadas.



## Vamos trabalhar?

**Proposta 1:** Um dos alunos da dupla deve pegar o primeiro par de figuras e dizer ao outro uma semelhança entre elas. O outro aluno, por sua vez, diz uma diferença entre as mesmas.

Para o segundo par a regra deve se inverter, ou seja, quem relatou uma semelhança deve relatar, agora, uma diferença. Continuar, revezando a regra, até que todos os pares disponíveis tenham sido discutidos.

O aluno que conseguir apontar uma semelhança ou diferença, com clareza de argumentos, ganha um ponto. O que não conseguir cumprir a tarefa, não marca ponto.

**Proposta 2:** Misturar todas as figuras e fazer novos pares. Repetir a proposta 1.

**Obs.:** Ganhará o jogo quem marcar mais pontos. (Em caso de empate, retomar pares já analisados e descobrir outras semelhanças e diferenças até que se esgotem as possibilidades da dupla)



*É importante que o professor tenha a oportunidade de acompanhar algumas etapas de cada dupla de alunos. Só assim ele poderá avaliar não só a linguagem utilizada, como também o comportamento dos alunos (se toma iniciativa ou se tende a repetir a ação do parceiro; se usa gestos ao invés de palavras para se expressar; se só observa e quase não se manifesta; etc.).*

*Neste momento o professor não deve introduzir um vocabulário formal. Ao contrário, deve usar termos comuns (informais) como “laterais” (lados), “cantos” (ângulos), “mesma medida” (congruentes), etc. “Mostrar” algumas propriedades, como sobrepor ângulos e lados, para mostrar que eles têm a mesma medida, também podem trazer resultados muito positivos.*

## • ATIVIDADE 2 - “Figuras em fotos????”

Nesta atividade o professor poderá observar que conceitos geométricos básicos são familiares aos alunos. Serão abordados os conceitos de algumas figuras planas como o triângulo, o quadrado, o retângulo e o paralelogramo, além dos conceitos de alguns elementos que compõem essas figuras: ângulos, ângulos retos, lados e ângulos opostos, lados e ângulos congruentes.

- a) Pedir à turma que se organize formando um semicírculo em frente ao quadro, onde serão expostas as fotos a serem analisadas. (O uso do data-show pode ser um grande facilitador).
- b) Expor fotos de cidades, monumentos, paisagens, etc.



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Analisar cada foto e buscar, nelas, algumas idéias geométricas que deverão ser listadas no quadro. Para cada uma delas, discutir o seu conceito e apontar outros exemplos contidos nas fotos.



*Propor contra-exemplos, fazendo com que a discussão se enriqueça.*

**Proposta 2:** Confeccionar vários cartazes (meia cartolina) com cada conceito mencionado, contendo uma possível definição. Colar os cartazes no quadro e discuti-los.



*Caso alguns dos conceitos que se deseja enfatizar não tenha sido mencionado (posição relativa entre retas, ângulos, etc.), o professor deve abordá-lo, mostrar alguns exemplos, questionar os alunos sobre eles e, depois, acrescentá-lo aos outros que já se encontram no cartaz.*

*Esclarecer aos alunos que alguns conceitos serão investigados com maior profundidade no momento e os demais serão abordados oportunamente.*

- **ATIVIDADE 3 - “Nome & Figura”**

a) Organizar os alunos em duplas. Eles podem ficar lado a lado no semicírculo já formado e cada um trabalhará com o seu colega (da direita ou da esquerda, conforme combinarem).

b) Distribuir entre os alunos fichas NOME & FIGURA (Ver modelos no anexo 2), com diversos exemplos associando estes dois elementos para triângulos, quadrados, retângulos, trapézios, paralelogramos, etc. Deixar que as fichas circulem pela sala e que todos tenham acesso a elas.



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Analisar cada ficha e discutir com o seu parceiro, que características distinguem uma classe de figuras da outra.



*Construir ficha para o registro das observações feitas.*

**Proposta 2:** Colar todas as fichas no quadro e estender a discussão para toda a sala.



*Ficar atento à linguagem utilizada pelos alunos. Não inibir as discussões com termos técnicos, mas valorizar a utilização dos mesmos pelos alunos.*

- **ATIVIDADE 4 - “Ao telefone !!!”**

a) Organizar os alunos em duplas.

b) Distribuir para cada dupla uma placa de isopor (meia placa por dupla), canudinhos cortados em dois tamanhos diferentes e algumas tachinhas ou alfinetes.



### *Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Construir quadriláteros sobre o isopor, usando os canudinhos como lados e as tachinhas como vértices. Anotar, para cada quadrilátero formado, caso saibam:

1.a) o seu nome, que tipos de ângulos são observados, como se posicionam os lados das figuras formadas?

1.b) que relação existe entre o tamanho dos lados e os ângulos formados? Sob que condições os lados serão paralelos? Perpendiculares?



*Construir ficha para o registro das observações feitas.*

**Proposta 2:** Escolher 4 duplas que estejam com quadriláteros diferentes montados sobre o isopor. Uma das duplas escolhidas deve ir à frente da sala e, sem revelar a sua figura aos colegas, irá descrevê-la, como se estivesse falando com um amigo ao telefone (sem usar gestos). Quanto mais precisa for esta descrição, mais fácil a identificação.

2.a) Repetir a atividade com outras três duplas.



*A título de motivação, deixar que a turma eleja a melhor descrição.*

### • **ATIVIDADE 5 - “Quem é e por quê?”**

a) Apresentar aos alunos um cartaz contendo diversas figuras geométricas planas e com um cabeçalho a ser preenchido com tiras de papel contendo o nome de diversos quadriláteros ou outras figuras que se pretenda trabalhar, como retas paralelas e perpendiculares; ângulos retos, obtusos ou agudos, etc. (Ver modelo no anexo 2)



### *Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Iniciar a tarefa com um dos componentes do grupo, preenchendo, inicialmente, o espaço em branco da questão que se encontra no cabeçalho da ficha:

“Quais dessas figuras são (retângulos; quadrados; etc)? Por quê?”

“Quais dessas retas são (paralelas; perpendiculares)? Por que?”

“Quais desses ângulos são (retos; agudos; obtusos)? Por que?”



*O professor deve estar atento e manter o controle da compreensão dos alunos dos conceitos apresentados, estimulando a clareza de idéias, reformulando respostas, etc. O vocabulário “técnico” deve começar a ser introduzido, embora isso deva ser feito após a exposição do vocabulário próprio do aluno. O professor deve fazer referência aos termos não formais utilizados, seguidos da linguagem formal, até que o aluno se sinta seguro para fazer esta transposição espontaneamente: “canto = ângulo”; “ponta = vértice”; “característica = propriedade”; “igual = congruente”; etc. Uma análise posterior, desta atividade, pode ser interessante para a coleta de dados sobre os atributos (propriedades) e linguagem usada. Neste caso, sugerimos a sua gravação (áudio ou vídeo) ou mesmo uma ficha de registro de observações.*

## Módulo 4 - Formas Bidimensionais - Classificação

### Visão Geral:

Neste módulo, o enfoque está na percepção que os alunos têm das figuras geométricas planas e das suas propriedades. Compõe-se de atividades que se valem da orientação guiada para avaliar que tipo de raciocínio os alunos apresentam ao tentarem agrupar figuras, permitindo ao professor distinguir se os alunos raciocinam, sobre os grupos de figuras, em termos de suas propriedades ou se o aspecto relevante é apenas a sua aparência.

Trataremos, especialmente, dos quadriláteros. A escolha desta figura plana foi feita, principalmente, por questões didáticas, devido à possibilidade de uma maior diversificação no estudo das suas propriedades, criando espaço para que o conceito de inclusão de classes pudesse ser abordado.

### Descritores:

Agrupar, classificar e relacionar figuras geométricas planas.

### Contexto/Objetivo:

Após todo o trabalho realizado nos módulos precedentes, abordando aspectos relacionados ao reconhecimento, identificação e definição de figuras planas, contemplando, principalmente, alunos que operam nos níveis 1 e 2 de van Hiele, faz-se necessário avaliar, não apenas até que ponto as atividades propostas conseguiram favorecer o seu progresso, em termos de raciocínio geométrico, mas, também, dar sequência ao processo instrucional, visando a atingir o nível 3 onde a classificação de figuras e a inclusão de classes já são compreendidas.

- **ATIVIDADE 1- “Adivinhando a regra”**

Apresentar aos alunos uma coleção de polígonos recortados em papel cartão, retirada, propositadamente, de um envelope grande, no qual está escrito, em “letras garrafais”, a palavra POLÍGONOS e algumas folhas de papel A3 em branco que servirão de suporte para a formação dos grupos de figuras.

a) Dizer aos alunos que todas aquelas figuras estavam separadas em grupos e que foram misturadas e colocadas num único envelope, pois todas eram polígonos (se necessário, discuta este conceito). Para levá-las de volta aos grupos a que pertenciam, alguém fez uma primeira tentativa, colocando duas figuras de cada grupo sobre uma folha branca que, por sua vez, servirá de suporte para todo o grupo.





*O professor deve iniciar a atividade usando uma regra qualquer, como “figuras que apresentam: pelo menos um ângulo reto, ou o mesmo número de lados, ou lados opostos paralelos, ou lados congruentes, etc.”.*

*Introduzir a noção de “classe de figuras” em substituição ao “grupo de figuras”, para facilitar a compreensão do termo “classificação”.*



### ***Vamos trabalhar?***

**Proposta 1:** Adivinhar a regra utilizada para a formação daquele grupo (classe) de figuras. Sem revelá-la, mas de acordo com ela, continuar colocando as peças no seu devido lugar.



*Construir fichas para registro das regras criadas e das formas que atendem à proposta da atividade.*

**Proposta 2:** Mudar a regra e repetir a tarefa tantas vezes quantas julgar necessário.



*Caso queira, o professor pode deixar o estabelecimento da regra em aberto. Os próprios alunos podem criar regras e dar prosseguimento à tarefa. O único problema é o tempo demandado, pois os alunos tendem a demorar na escolha de uma regra que realmente estruture uma possível classificação.*

*Durante o estabelecimento das regras, ficará bem claro o nível de pensamento dos alunos. Os que operam no nível 1 usarão muito a expressão “porque parece com” e os que operam em níveis mais elevados procurarão justificar suas escolhas baseando-se nas características comuns que puderam observar.*

*Finalizar a atividade com a regra: “todas as figuras apresentam o mesmo número de lados” e discutir a nomenclatura utilizada para cada classe.*

- **ATIVIDADE 2 - “Identificando e definindo - Quadriláteros”**

Esta atividade contempla apenas os quadriláteros. Segue os mesmos moldes da atividade 1, porém deve ser mais aberta (os alunos ficam mais livres para definir as regras).

a) Apresentar aos alunos uma coleção de quadriláteros recortados em papel cartão e algumas folhas de papel A3 em branco que servirão de suporte.



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Separar os grupos de figuras que apresentam características comuns. Explicar o critério usado na formação dos grupos (classes) e escrevê-lo no cabeçalho da folha em branco. Se aquele grupo de figuras possuir um nome específico e este for do conhecimento de vocês, podem usá-lo como “título”.



*Certamente a classificação padrão (quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios, etc.) aparecerá. Caso isso não aconteça, estimula-la com uma atividade adicional do tipo “adivinhandando a regra”, vista na atividade 1 deste módulo, onde o professor pode “guiar” o processo. Se alguma regra diferente aparecer, elogiar os alunos e discuti-la brevemente.*

*Não estimular, neste momento, a compreensão da inclusão de classes, que será abordada em tarefas posteriores.*

*Notar que o contexto para a classificação, nesta tarefa, é bem mais direcionado. Alunos que operam no nível 1 farão julgamento visuais e os que operam nos níveis 2 ou 3, certamente invocarão as propriedades dos grupos de figuras (todas as que apresentam lados iguais, todas as que apresentam os quatro ângulos retos, etc.).*

**Proposta 2:** Elaborar pequenos cartazes com os grupos de figuras formados, destacando a regra estabelecida e as propriedades diretamente observadas e, depois, colá-los no quadro.

### • ATIVIDADE 3 - “Quadriláteros - Características & Propriedades”

Esta atividade tem o propósito de avaliar a habilidade do aluno na caracterização dos grupos de formas em termos de propriedades e, também, através de uma orientação guiada, levar o aluno a progredir neste campo conceitual.

a) Preparar cinco cartazes, um para cada tipo de quadrilátero (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios). Cada cartaz deve conter, na sua parte superior, desenhos dos quadriláteros correspondentes em diversas posições e tamanhos. A parte inferior da cartolina ficará reservada para que os alunos afixem tiras de papel com o nome do quadrilátero e suas respectivas propriedades. O número de tiras com as propriedades deve ser suficiente para todos os cartazes, lembrando que uma mesma propriedade será usada em vários quadriláteros. (Ver modelo no anexo 3)

b) Dividir os alunos em 5 grupos. Cada grupo de alunos ficará responsável por um tipo de quadrilátero. (Fazer sorteio ou designar o quadrilátero a ser tratado).



*Vamos trabalhar?*

**Proposta 1:** Montar um cartaz sobre o quadrilátero que lhe foi destinado. Escolher dentre as diversas tiras, o nome do quadrilátero e, a seguir, as propriedades que ele apresenta.

**Proposta 2:** Colar o seu cartaz no quadro e fazer uma breve exposição do seu trabalho para toda a turma. Discutir exemplos e contra-exemplos, a (ir)relevância da orientação da figura, etc.



*Deixar que os alunos sugiram alguma propriedade que não esteja nas tiras de papel, aproveitando para esclarecer a equivalência entre algumas delas.*

**Proposta 3:** Reproduzir, no caderno, os cartazes apresentados.

**Proposta 4:** Preparar um quadro-síntese (Ver modelo no anexo 3) com as propriedades dos quadriláteros contemplados.



*Uma tabela de dupla entrada, com os nomes dos quadriláteros e as propriedades observadas, servirá para sistematizar a aprendizagem. O quadro-síntese pode ser de grande valia na compreensão das propriedades que são comuns a mais de um tipo de quadrilátero. Uma reflexão sobre a inclusão de classes pode emergir da discussão desse quadro.*

*Sabemos que muitos alunos aprenderam e aplicam definições não padronizadas, ou seja, incluem propriedades incorretas em suas descrições (nos retângulos, um lado é maior do que o outro; lados de comprimentos diferentes não é condição necessária para retângulos; ter os quatro ângulos retos, sim. ). Sempre que possível, aproveitar a oportunidade para corrigir este tipo de equívoco, o qual conduz à má formação de conceitos.*

#### • ATIVIDADE 4 - “Estabelecendo relações de inclusão de classes”

Esta atividade pretende, além de avaliar se os alunos conseguem identificar e explicar as relações de inclusão de classes possíveis, promover esse entendimento.

a) Preparar uma coleção de quadrados, uma de retângulos, uma de losangos e uma de paralelogramos, de tamanho, orientação e cores diferentes.

b) Lembrar da atividade 1 deste módulo, em que várias figuras foram retiradas de um envelope e agrupadas segundo algumas características apresentadas (quadriláteros, triângulos, pentágonos, etc.). Todas aquelas figuras voltaram para o envelope grande, onde estava escrito o quê? Por quê?

c) Incentivar a discussão até que a resposta correta seja dada. Em seguida, mostrar, aos alunos os quatro grupos de figuras preparados e questioná-los: Posso mover um desses quadrados para o grupo dos quadriláteros da atividade 1? Por quê? E para o grupo dos retângulos? Por quê? (ou por que não?) Posso mover um desses retângulos para o grupo dos paralelogramos? Por quê? (ou por que não?)



*Usar esse tipo de questionamento e argumentação, diversificando os exemplos e contra-exemplos, até que os alunos que operam nos níveis 1 ou 2 mostrem sinais de progresso na compreensão dessas relações. É conveniente deixar os cartazes com as listas de propriedades daquelas figuras ao alcance de todos, como forma de encorajá-los a usar as propriedades como argumento. Se ainda for necessário, continuar com a proposta que se segue.*

d) Certo dia, li em um livro que "um quadrado é um retângulo de lados iguais". Você concorda? E que um retângulo é "um paralelogramo de ângulos retos". "Um quadrado é um losango de ângulos retos". O que você tem a dizer sobre essas ideias?



*Esse tipo de questionamento pode levar os alunos a aceitarem a lógica da relação de inclusão, mesmo que as suas próprias definições das formas não previssem, anteriormente, a interseção desses grupos. Ainda podemos trabalhar mais essa ideia com a subtarefa a seguir.*

e) Coloque os quatro conjuntos de figuras sobre a mesa e proponha movimentos entre os elementos desses grupos: separe o grupo dos quadrados, questione sobre as suas propriedades e pergunte se algum elemento dos outros grupos pode ser transferido para ele. Por quê? Depois faça o mesmo com os outros grupos (losangos, retângulos e paralelogramos), até que se perceba uma compreensão efetiva da inclusão de classes.



***Vamos trabalhar?***

**Proposta 1:** Construir algum material que ilustre a inclusão de classes dentro dos quadriláteros.



*Deixar os alunos livres para criarem. Diagramas de Venn, esquemas com setas indicando as relações de inclusão ou qualquer outra forma de manifestação desse entendimento deve ser elogiada.*

### • **ATIVIDADE 5 - "Descobrimo ou adivinhando?"**

Essa atividade deve ser feita individualmente. Pode ser proposta como um "jogo" cujo objetivo é o reconhecimento de figuras geométricas através de seus elementos, a partir de um cartaz em que apareçam gradativamente partes de uma figura a ser descoberta. (Ver modelo no anexo 4)

Neste caso, pode-se avaliar como o aluno utiliza informações parciais de uma figura (vista parcial ou algumas propriedades) para fazer julgamentos sobre que figura aquela poderia ou não poderia ser.

a) O cartaz deve conter cinco ou seis sequências de figuras a serem descobertas. Cada sequência apresenta a figura em quatro estágios (I, II, III e IV), com detalhes que vão se acrescentando na medida em que se caminha do estágio I para o IV, onde a figura está totalmente à mostra.



*Criar uma ficha de registro de possibilidades de a figura ser ou não o que se espera, de acordo com as propriedades observadas. (Ver modelo no anexo 4)*

b) Inicialmente o cartaz é apresentado com as figuras encobertas, as quais vão sendo descobertas uma a uma, iniciando pela primeira sequência, do estágio I para o II, do II para o III e do III para o IV. A cada figura descoberta, os alunos são questionados sobre que figura poderia ser aquela, devendo justificar suas respostas e fazer o registro das informações obtidas na “ficha de possibilidades”.

c) Após ter analisado a “figura” exposta no estágio III e com base nas características e propriedades observadas até então, o aluno tenta identificá-la, escrevendo o seu nome no espaço reservado para este fim, na ficha de possibilidades.

d) Finalmente, alcança-se o estágio IV e a figura fica totalmente à vista. Cada um pode, então, verificar se havia indicado a figura correta.



*As dúvidas e questionamentos que surgirem devem ser discutidos com a turma, toda para que a socialização do conhecimento seja mais efetiva.*

- **ATIVIDADE 6: “Quem sou eu?”**

Essa tarefa é semelhante à anterior. Embora, na primeira, o tratamento seja totalmente visual, nessa explora-se a abstração.

a) Preparar pequenos cartazes com propriedades de certa figura. (Ver modelo no anexo 5, para o retângulo)

b) Os alunos devem descobrir a que figura se refere o professor, somente com as dicas que ele fornecer.

- c) As dicas sobre as figuras serão as propriedades apontadas nos cartazes, que o professor irá revelando uma por uma, sempre questionando sobre que figura poderia ser ou não ser e o que justifica a resposta dada.
- d) Quanto menor o número de dicas necessárias, melhor o nível de abstração do aluno.



*Cuidar para que a revelação da figura não seja fruto de uma simples adivinhação. Alguns alunos (nível 2 ou superior) conseguem perceber que, se uma figura não pode ser definida como tal, após a não verificação de duas propriedades, então não o será, mesmo que outras dicas venham a ser dadas. Para alunos do nível 1, as dicas anteriores não são consideradas quando uma nova dica é revelada, indicando a necessidade de um trabalho diferenciado.*

- **ATIVIDADE 7: “Lista Mínima de Propriedades (LMP)”**

O objetivo é criar Listas Mínimas de Propriedades para alguns quadriláteros. Explicar aos alunos que uma LMP contém o menor número possível de propriedades de uma figura (mínima) que são capazes de defini-la (necessárias e suficientes).

- a) Retomar as listas de propriedades já elaboradas para os quadriláteros.



***Vamos trabalhar?***

***Proposta 1:*** Construir uma LMP para o quadrado.

De posse da lista de propriedades dos quadrados, construída na atividade 3 deste mesmo módulo, faça a seguinte colocação: suponha que você precise dar algumas pistas (dicas) para um amigo sobre uma figura desconhecida (no caso, o quadrado). Seria necessário listar todas essas propriedades para que ele descobrisse que você estava se referindo a um quadrado? Que propriedades você poderia retirar sem prejuízo para o seu amigo? Por quê? Que propriedades não poderiam, de forma alguma, ser retiradas? Por quê?



*Criar uma LMP para o quadrado.*

**Proposta 2:** Teste a lista de propriedades formada e certifique-se de que ela é mínima (nenhuma propriedade pode ser retirada) e que é definidora (nenhuma forma diferente do quadrado pode ser produzida usando apenas as propriedades da lista)

**Proposta 3:** Repita o processo e construa a LMP das outras figuras (retângulos, losangos e paralelogramos).



*Trata-se de uma atividade onde o raciocínio lógico (se . . . então) começa a ser trabalhado. Alunos que operam no nível 2 ou acima dele, certamente terão mais facilidade em elaborar uma LMP, pois saberão reconhecer e estabelecer relações entre propriedades.*

*Uma LMP é uma definição em potencial. Com elas os alunos aprendem sobre a natureza de uma definição e o valor dos contra-exemplos.*



## Módulo 5 - Formas Bidimensionais - Outros conceitos

### Visão Geral:

Este último módulo trabalhará os conceitos de geometria plana, identificados em nossa pesquisa como objeto de ressignificação neste estudo, mas que não foram abordados nos módulos anteriores: circunferência, círculo e suas partes.

Atividades abordando o conceito de perímetro e área também serão introduzidas.

### Descritores:

Reconhecer os elementos e as partes do círculo. Medir comprimentos e superfícies de figuras geométricas planas. Diferenciar perímetro de área.

### Contexto/Objetivo:

O fato de os círculos serem partes constituintes dos sólidos redondos nos leva a considerar o seu estudo e a compreensão da sua dimensão, fatores essenciais para o entendimento das propriedades desses sólidos. Sabemos que, neste caso, medidas envolvendo números irracionais, em especial o número  $\pi$ , resultam sempre numa dificuldade para o aluno.

Portanto, este módulo tem como objetivo trabalhar o significado do número  $\pi$ , além de ressignificar os conceitos de perímetro e área, com atividades que imprimam sentido às fórmulas já conhecidas e decoradas para o seu cálculo.

- **ATIVIDADE 1- “Festa de aniversário sem chapéu? Não é festa!”**
  - a) Dividir a turma em grupos de 4 ou 5 alunos.
  - b) Distribuir, entre os grupos, alguns cilindros e cones,
  - c) Fazer com que os alunos manipulem esse material.
  - d) Estimular a troca de ideias sobre o conceito de sólidos redondos, destacando as semelhanças e diferenças entre estes e os poliedros.
  - e) Recolher o material, deixando um cilindro e um cone em cada grupo.



## Vamos trabalhar?

**Proposta 1:** Planificar os dois sólidos recebidos e, para cada um deles, descrever as figuras planas que os constituem.



Construir uma ficha para o registro das observações feitas.



*A planificação do cilindro não revelará nenhuma figura plana desconhecida, mas a do cone pode gerar dúvidas. O nível de raciocínio do aluno indicará se temos um setor circular ou um “pedaço de círculo”? Aproveite, também, para discutir os conceitos de circunferência, círculo, raio, diâmetro, corda, setor circular, segmento circular, etc. Pedir para que guardem as planificações para futuros trabalhos.*

**Proposta 2:** Desenhar, numa cartolina, cinco círculos que apresentem raios de medidas diferentes e, com o auxílio de um barbante e uma régua, medir o comprimento de cada circunferência. Preencher a tabela (Ver modelo no anexo 5) com os dados obtidos: raio (R) e comprimento da circunferência (C) e calcular o valor da razão C/R para cada figura. Sendo  $D = 2R$ , calcular também a razão C/D.



*Será um bom momento para ressignificar o número irracional  $\pi$ . Na 1ª série do Ensino Médio, durante as aulas de trigonometria, fica muito evidente como alguns alunos não conseguem associar o símbolo  $\pi$  a um número. Motive-os a deduzir, a partir da razão  $C/D = \pi$ , a fórmula do comprimento da circunferência:  $C = 2\pi R$ .*

**Proposta 3:** Desenhar um círculo de 20 cm de raio. Cortar este círculo ao meio, formando dois semicírculos. Repetir o processo até obter 16 “fatias” de círculo. Dispor essas fatias de forma a obter uma figura que se assemelhe, o máximo possível, a um retângulo (ou paralelogramo). Estabelecer uma relação ou fórmula para o cálculo da área do círculo, usando aproximações observáveis para as medidas do comprimento e largura do “retângulo” formado (ver modelo no anexo 5). Escrever a “fórmula” obtida no quadro e explicar o seu raciocínio para toda a turma.



*Não interfira nas discussões. Deixe que os alunos busquem caminhos alternativos livremente.*

**Proposta 4:** Usando as figuras planificadas na proposta 1, calcular o perímetro e a área de cada uma delas.



*Verifique se há ou não alguma falha conceitual que dificulte a diferenciação entre perímetro e área. Lembre os alunos de que a medição feita com o auxílio do barbante está associada ao perímetro. Deixe, também, que eles discutam as possíveis formas de se calcular as áreas pedidas e ressalte a importância da utilização correta das unidades de medidas.*

## • ATIVIDADE 2 - “Feito sob medida...”

Esta atividade, de aplicação de conceitos, busca consolidar ou integrar o conhecimento produzido. Deve ser realizada individualmente.



***Vamos trabalhar?***

**Proposta 1:** Medir o perímetro da sua cabeça (na altura da testa, onde se apoiam os chapéus). Construir, em cartolina, um chapéu cônico que lhe sirva com exatidão (feito sob medida). A altura deve ser definida pelo aluno, mas sugerimos que não seja inferior a 30 cm.



*Observe como foram efetuados os cálculos para a obtenção do setor circular que deu origem a cada cone. Explore o conceito de proporcionalidade entre áreas e perímetros, o Teorema de Pitágoras e insista na utilização das unidades de medida.*

*Nas atividades desse módulo, o uso da calculadora deve ser incentivado. Aproveite a oportunidade para rever e/ou esclarecer as regras de arredondamento e, se possível, alguns detalhes operacionais das calculadoras comuns.*

## 3. Atividades complementares

### 3.1 BATALHA NAVAL GEOMÉTRICA

#### Descrição:

Trata-se de um jogo similar ao jogo Batalha Naval. Os alunos deverão identificar e plotar pontos (pares ordenados) no primeiro quadrante, desenhando figuras geométricas planas e se valendo de suas propriedades para identificá-las. (Esta atividade pode ser estendida para incluir todo o plano cartesiano)

#### Objetivos:

Os alunos deverão:

- identificar pontos num plano cartesiano usando o conceito de pares ordenados;
- plotar pontos no plano cartesiano;
- usar as propriedades das figuras planas para identificar polígonos como triângulos e quadriláteros (quadrados, retângulo, paralelogramo, trapézios, etc.)

#### Materiais e Equipamentos:

- papel quadriculado
- lápiz colorido
- retroprojektor

#### Motivação e introdução:

- Pergunte aos alunos se eles já jogaram o jogo Batalha Naval. Caso algum aluno já o conheça, peça a ele (ou ela) que fale à classe sobre o jogo. Diga aos alunos que eles irão participar de um jogo semelhante à Batalha Naval.
- No retroprojektor, ou em papel quadriculado grande, desenhar o primeiro quadrante do plano cartesiano. Peça aos alunos, individualmente, para plotarem alguns pontos e, em seguida, identificar o par ordenado correspondente. Faça isso algumas vezes; se ninguém escolher a origem  $(0,0)$ , coloque um ponto lá e peça aos alunos que identifiquem as suas coordenadas.
- Desenhe alguns polígonos no plano cartesiano disponível (retângulo, triângulo, quadrado, paralelogramo, trapézios isósceles, etc.). Peça aos alunos para identificar as figuras e identificar as coordenadas dos vértices.

### **Desenvolvimento:**

1. Divida a classe em pares. Instrua seus alunos para colocarem as mesas de modo que eles fiquem de frente um para o outro. Os alunos devem fazer uma pilha de livros entre eles para que um não possa ver o papel de seu parceiro.
2. Distribua a cada aluno uma folha de papel quadriculado, com o gráfico do primeiro quadrante na metade superior do papel e outro na metade inferior do papel.
- 3 Cada aluno irá desenhar um polígono (triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézios, etc.) na grade superior. Discuta algumas propriedades dessas figuras que possam ajudar os alunos a identificá-las.
4. Cada aluno vai, então, tentar adivinhar a forma que o seu parceiro desenhou. Para isso os alunos se revezam perguntando se a figura do seu parceiro tem ou não um ponto marcado em determinada localização. Quando um aluno sugere um ponto e ele é um dos vértices da figura do seu parceiro, ele deve colocar um ponto naquela posição, na grade inferior da sua folha; caso contrário, ele coloca um X. (Isso permite ao aluno acompanhar as suas tentativas de localização).
5. Quando um aluno achar que já é capaz de identificar a figura do parceiro, deverá dizer o seu nome e as coordenadas de todos os seus vértices. Teremos, então, um vencedor.
6. Repetir, se o tempo permitir.

### **Resumo e Encerramento:**

1. Peça aos alunos para compartilharem algumas das estratégias que usaram para descobrir a forma do seu parceiro. Incentive-os a falar sobre as propriedades das figuras que os ajudaram nessa tarefa.
2. Peça aos alunos para plotar e unir alguns pontos que formem mensagens (FIM, EU TE AMO, etc.) ou imagens (estrela, hexágono, etc.)

### **Avaliação:**

Observar os alunos durante a atividade, para se certificar de que eles estão jogando o jogo corretamente e ver se eles estão fazendo apenas tentativas aleatórias, ou se estão realmente usando o seu conhecimento das propriedades das figuras geométricas planas para identificar a forma do seu parceiro.

## 3.2 INVESTIGANDO TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

### 3.2.1 TRIÂNGULOS

#### Material Necessário:

- a) Dois triângulos retângulos de tamanhos e cores diferentes, de cartolina.
- b) Régua;
- c) Papel milimetrado e
- d) Lápis e marcadores coloridos.

#### Desenvolvimento:

No meio da folha, trace uma linha horizontal e, tomando-a como referência, trace figuras diferentes usando o triângulo menor como molde, de modo que cada novo triângulo toque o anterior no lado de mesmo tamanho. Reforce o traço entre eles.

#### • *Nível 1*

- 1) Você deslizou, girou ou refletiu e girou o triângulo que você estava desenhando?
- 2) Que figuras você vê? Vértices? Lados?
- 3) Esboce algumas dessas figuras. São polígonos? Côncavos ou convexos?

Obs: A habilidade de focar apenas nas linhas que são importantes para o seu caso em particular e bloquear, em sua mente, as linhas que não lhe interessam é importante em todos os níveis da Geometria. Esboçar figuras retiradas de um padrão complicado ajuda a desenvolver essa habilidade, levando o aluno a se fixar mais nas partes do que no todo, além de reforçar a importância do conceito de simetria.

#### • *Nível 2*

Investigar propriedades das figuras planas a partir do desenho para responder sempre, às vezes e nunca às questões:

- 1) Um triângulo \_\_\_\_\_ tem três lados.
- 2) Um triângulo \_\_\_\_\_ tem um ângulo reto.
- 3) Um triângulo \_\_\_\_\_ tem dois ângulos retos.
- 4) Um triângulo \_\_\_\_\_ tem um lado horizontal.

### 3.2.2 QUADRILÁTEROS

Use o triângulo maior como molde e desenhe quadriláteros diferentes.

- **Nível 1**

Observe se você teve que girar ou girar e deslizar o triângulo para desenhar os seus quadriláteros.

- **Nível 2**

1) Dê nome e faça uma lista de propriedades para cada um dos seus quadriláteros.

2) Responda sempre, às vezes e nunca às questões:

- Quadriláteros \_\_\_\_\_ têm dois pares de lados congruentes.
- Paralelogramos \_\_\_\_\_ têm dois pares de lados congruentes.
- Paralelogramos \_\_\_\_\_ têm diagonais congruentes.
- Retângulos \_\_\_\_\_ têm diagonais congruentes.

- **Nível 3**

Associe Verdadeiro (V) ou Falso (F) às afirmações abaixo:

- ( ) Se ABCD é um quadrado, então as suas diagonais são perpendiculares.  
 ( ) Se as suas diagonais são perpendiculares, então ABCD é um quadrado.  
 ( ) Em todo paralelogramo as diagonais se cortam ao meio.

### 3.2.3 INVESTIGANDO ÁREAS E PERÍMETROS

Use o triângulo maior como molde e desenhe um retângulo.

- **Nível 1**

- Você teve que girar ou girar e deslizar o triângulo? Use o papel milimetrado para investigar a área do triângulo e do retângulo.
- Desenhe uma figura usando 2 retângulos e 3 triângulos. Qual seria a sua área? É possível fazer figuras diferentes usando esses mesmos módulos? E quanto às suas áreas? Seriam as mesmas?

- **Nível 2**

- Use a técnica do ladrilhamento e tente obter a fórmula da área do triângulo, retângulo e paralelogramo.



2) Responda “**sempre, às vezes e nunca**” às questões:

- a) Triângulos que têm áreas iguais \_\_\_\_\_ têm perímetros iguais.
- b) Triângulos que têm a mesma base e a mesma altura \_\_\_\_\_ têm a mesma área.
- c) Triângulos que têm a mesma base e a mesma altura \_\_\_\_\_ são congruentes.

3) Charadas: “**Quem sou eu?**”

Prepare algumas charadas para os alunos solucionarem, como: “Eu sou um polígono; tenho quatro lados de mesmo tamanho, mas os meus quatro ângulos internos não são de mesma medida. Quem sou eu?”

Obs.: Peça aos alunos para criarem suas próprias charadas e compartilhá-las com os colegas.

### 3.3 JOGO: “EU TENHO, QUEM TEM?”

Prepare uma série de cartas contendo, cada uma, uma afirmação e uma pergunta (uma carta para cada aluno). A afirmação declara que o aluno tem uma determinada figura geométrica; a pergunta descreve as características de uma outra figura. A primeira carta deve ter apenas uma pergunta, para começar o jogo. Veja o exemplo:

Carta 1: Quem tem uma figura com três lados?

Carta 2: Eu tenho um triângulo.

Quem tem o nome de duas figuras que têm o mesmo tamanho e forma?

Carta 3: Eu tenho figuras congruentes.

Quem tem uma figura com cinco lados?

Obs.: As cartas dadas aos alunos não identificam a ordem. A última carta deve responder uma questão e afirmar: “Este é o fim do jogo”.

#### **Desenvolvimento:**

Distribuir uma carta para cada aluno. O aluno que sair com a carta contendo apenas uma questão começa o jogo. Os outros ouvem, processam e respondem, dando sequência ao jogo.

## 4. Sugestões de Leitura

BURGER, William. F. ; SHAUGHNESSY, J. Michael. **Spadework prior to deduction in geometry**. Mathematics Teacher - NCTM, Reston, VA (USA), v. 78, n.5 p. 419- 427. May.1985.

BURGER, William. F. ; SHAUGHNESSY, J. Michael. **Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry**. Journal for Research in Mathematics Education - NCTM. Reston, VA (USA). v. 17, n.1, p. 31-48, Jan.1986. Disponível em: <http://links.jstor.org/sici?sici=0021-8251%28198601%2917%3A1%3C31%3ACTVHLO%3E2.0.CO%3B2-G>

CROWLEY, M.L. O Modelo van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. In: **Aprendendo e ensinando geometria**, Lindquist, M.M.; Shulte, A.P., traduzido por Hygino H. Domingues, São Paulo: Saraiva, p. 1-20. 1994.

FUYS, D.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. **An investigation of the van Hiele model of thinking in geometry among adolescents**. (Final report of the Investigation of the van Hiele Model of Thinking in Geometry Among Adolescents Project). Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education. 1985.

FUYS, D. et al. **The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents**. Journal for Research in Mathematics Education - Monograph Series, nº 3 - NCTM, Reston, VA (USA). 1988.

JAIME, A.; GUTIERREZ, A.: **Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de van Hiele**, en S. Llinares, M.V.Sánchez (eds), Teoría y práctica en educación matemática (Alfar: Sevilla, Spain), p.295 -384 (fragmentos). 1990.

NASSER, Lílian. **Using the van Hiele theory to improve secondary school geometry in Brazil**. 1992. 397 f. Tese de Doutorado. University of London. King's College. Centre for Educational Studies. London.

NASSER, Lílian. **A teoria de van Hiele: pesquisa e aplicação**. Rio de Janeiro: UFRJ. 1992. 16p.

NASSER, Lílian; SANT'ANNA, Neide P. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Rio de Janeiro. IM/UFRJ - Projeto Fundação. 2004.

NASSER, Lílian; TINOCO, Lúcia (coord.). **Curso básico de geometria: enfoque didático**. 3. ed. Rio de Janeiro: IM/ UFRJ – Projeto Fundação. 2004. 3v.

USISKIN, Zalman. **Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry**. CDASSG Project. The University of Chicago. Chicago (USA). 1982.

VAN DE WALLE, John A. O pensamento e os conceitos geométricos. In: VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Cap. 21, p.438-484.

VAN HIELE, Pierre Marie. **Structure and insight: a theory of mathematics education**. Orlando, USA: Academic Press, Inc. 1986. 246 p.

## 5. Sugestões de Applets e Sites

### Planificações do cubo:

[http://illuminations.nctm.org/tools/tool\\_detail.aspx?id=84](http://illuminations.nctm.org/tools/tool_detail.aspx?id=84)

### Planificações para cortar:

[www.fi.uu.nl/toepassing.wisweb.en.html](http://www.fi.uu.nl/toepassing.wisweb.en.html)

### Geoplanos:

<http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>

### Jogo labirinto:

[www.shodor.org/interactive/activities/coords/index.html](http://www.shodor.org/interactive/activities/coords/index.html)

### Poliedros:

[http://www.uff.br/cdme/poliedros\\_platão\\_dual/index.html](http://www.uff.br/cdme/poliedros_platão_dual/index.html)

<http://www.leoakio.com/poliedros.html>

### Tangrams:

[www.nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_292\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://www.nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_292_g_3_t_1.html)

[www.redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/mate.htm](http://www.redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/mate.htm)

[http://centrovirtualgoeldi.com/paginas.aspx?Menu=areaedu\\_atividades&opcao=Tangram](http://centrovirtualgoeldi.com/paginas.aspx?Menu=areaedu_atividades&opcao=Tangram)

<http://ensinarevt.com/jogos/tangram/index.html>

Tangram Pro – versão 2.0. Shareware

### Relação Pitagórica:

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap6/6.5/index.htm>

### Geometria Dinâmica:

Cabri-Géomètre II e 3D - <http://www.cabri.com.br/index.php>

C.a.R. -Régua e Compasso - <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/>

Geogebra - <http://www.geogebra.org/cms/index.php?lang=pt>

Poly Pro 1.11 - [www.peda.com/polypro](http://www.peda.com/polypro)

## 6. Anexos

### Anexo 1

#### Fichas de registro de observações

**Módulo:** \_\_\_\_\_ **Atividade:** \_\_\_\_\_ **Proposta:** \_\_\_\_\_

**Forma (figura):** \_\_\_\_\_ (\*)

#### CARACTERÍSTICAS OBSERVADAS:

- 
- 
- 
- 
- 

ou

#### SEMELHANÇAS

#### DIFERENÇAS



ou

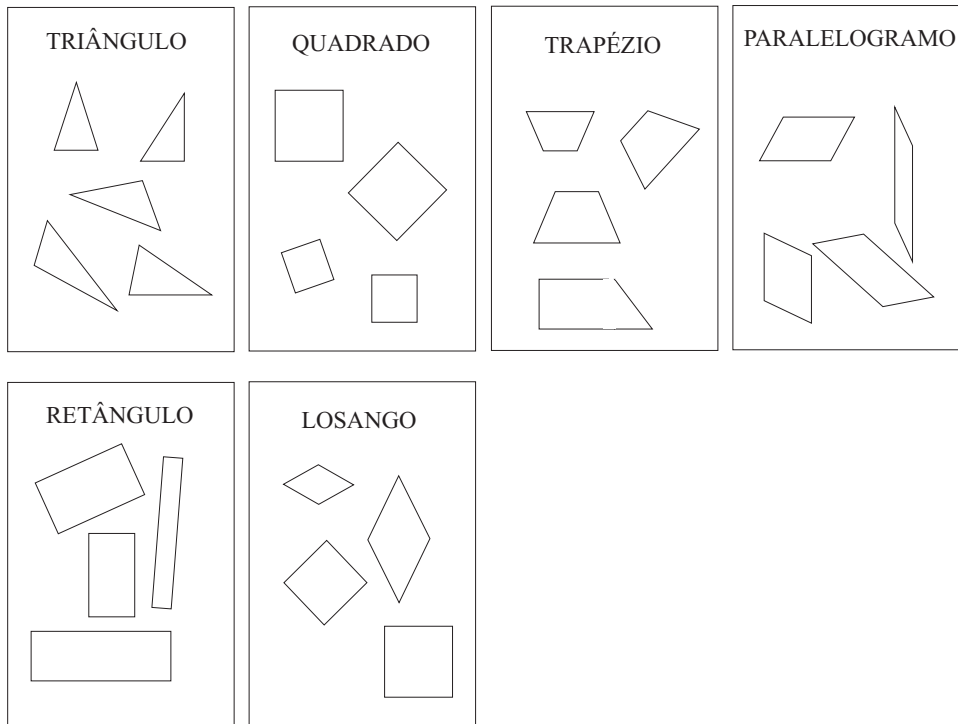
**REGRA ESTABELECIDADA:** \_\_\_\_\_

- 
- 
- 
-

## Anexo 2

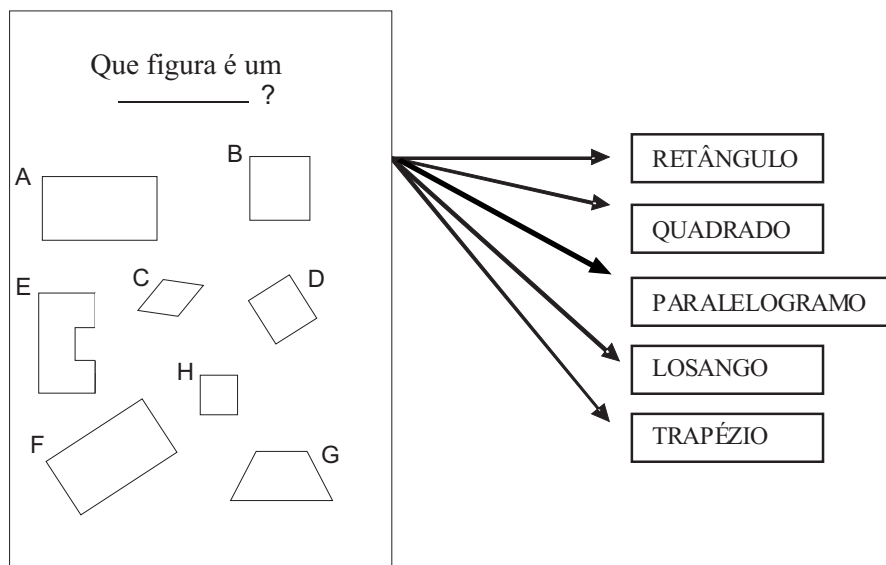
### Modelos de fichas

#### Módulo: 3 Atividade: 3 “Nome & Figura”



### Modelo de ficha

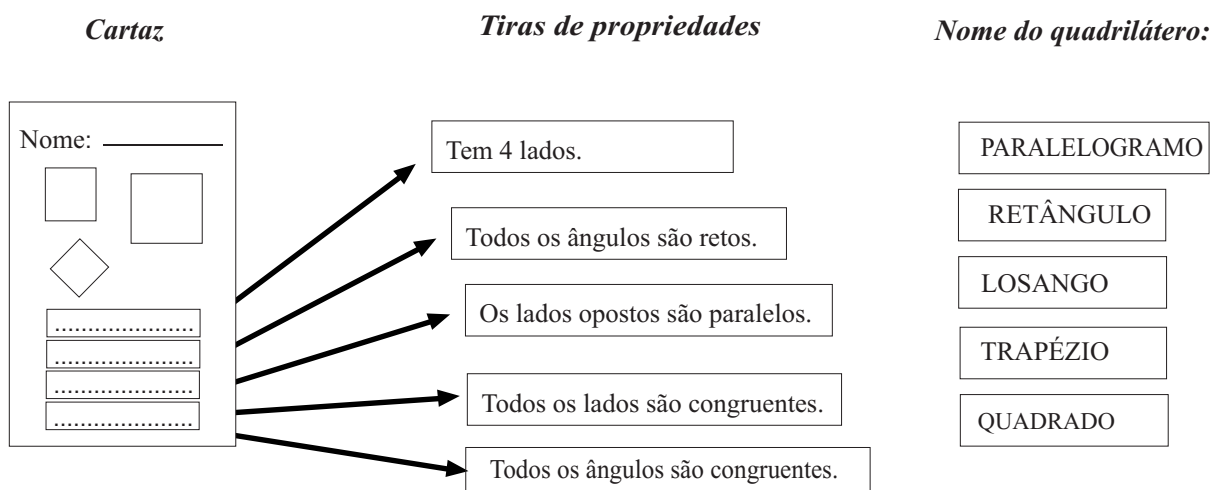
#### Módulo: 3 Atividade: 5 “Quem é e por quê?”



## Anexo 3

### Modelos de cartaz e fichas de propriedades

#### Módulo: 4 Atividade: 3 “Quadriláteros - características & propriedades”



### Modelo de quadro de síntese de propriedades





















#### Módulo: 4 Atividade: 3 “Quadriláteros - características & propriedades”

Nome das figuras \ Propriedades	QUADRILÁTERO	TRAPÉZIO	LOSANGO	PARALELOGRAMO	RETÂNGULO	QUADRADO
Tem quatro lados.	X	X	X	X	X	X
Tem quatro lados iguais.			X			X
Tem quatro ângulos.	X	X	X	X	X	X
Apenas um par de lados opostos paralelos		X				
Lados opostos paralelos.			X	X	X	X
Lados opostos congruentes (iguais).			X	X	X	X
Ângulos opostos congruentes.			X	X	X	X
Quatro ângulos retos.					X	X

## Anexo 4

### Modelo de cartaz para reconhecimento de figuras

#### Módulo: 4 Atividade: 5 “Descobrimdo ou adivinhando?”

	I	II	III	IV
Grupo 1				
Grupo 2				
Grupo 3				
Grupo 4				
Grupo 5				

**Obs.: A primeira seqüência de figuras está totalmente exposta apenas para exemplificar.**

### Modelo de ficha de possibilidades

#### Módulo: 4 Atividade: 5 “Descobrimdo ou adivinhando?”

Figura	I		II		III		IV
	Pode ser	Não pode ser	Pode ser	Não pode ser	Pode ser	Não pode ser	Nome da figura
Grupo 1							
Grupo 2							
Grupo 3							

## Anexo 5

### Modelo de cartaz de propriedades (quadrado)

#### Módulo: 4 Atividade: 6 “Quem sou eu?”

A)	Tem quatro lados.
B)	Os lados opostos são iguais.
C)	Tem pelo menos um ângulo reto.
D)	Um lado é maior do que o outro.
E)	As diagonais se cruzam ao meio.
F)	As diagonais são congruentes.

### Modelo de tabela de identificação do Número $\pi$

#### Módulo: 5 Atividade: 1 “Festa de aniversário sem chapéu? Não é festa!”

RAIO (R)	COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA (C)	C/R	C/D

### Modelo: Cálculo da área do círculo

