MATEMÁTICA

9º ANO

PANAMBI-RS

FIERGS SESI

A INDÚSTRIA ESTÁ EM TUDO

SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA DO RIO GRANDE DO SUL

PRESIDENTE DO SISTEMA FIERGS/CIERGS

Gilberto Porcello Petry

SUPERINTENDENTE REGIONAL DO SESI-RS

Juliano André Colombo

GERENTE DA DIVISÃO DE OPERAÇÕES DO SESI-RS

Elaine Kerber

GERÊNCIA DE EDUCAÇÃO DO SESI-RS

Sônia Elizabeth Bier

PREFEITURA MUNICIPAL DE PANAMBI

PREFEITO

Daniel Hinnah

SECRETÁRIA DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Marlise Rodrigues

ASSOCIAÇÃO COMERCIAL E INDUSTRIAL DE PANAMBI

PRESIDENTE

Robson Luciano Cordeiro Pazze

EQUIPE TÉCNICA

COORDENAÇÃO
Sônia Elizabeth Bier
Danielle Schio Romeiro Rockenbach

ÁREA DE LINGUAGENS
Joice Welter Ramos – Arte, Educação Física, Língua Portuguesa, Língua Inglesa (Coord.)
João José Cunha – Educação Física - 2º, 5º e 8º anos
Tais Batista - Arte 5º ano

ÁREA DE CIÊNCIAS HUMANAS
Tais Batista – Geografia, História e Ensino Religioso (Coord.)

ÁREA DE MATEMÁTICA
Monica Bertoni dos Santos – Matemática (Coord.)

ÁREA DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
Patrícia Gonçalves Pereira – Ciências (Coord.)

REVISÃO DE LÍNGUA PORTUGUESA
Débora Luíza da Silva
Ive Cristina Trindade Fortes

REVISÃO TÉCNICA
Alain Cassio Luis Beiersdorf
Roberta Triaca

EDITORAÇÃO
Vera Fernandes

S491p

Serviço Social da Indústria. Departamento Regional do Rio Grande do Sul.
Caderno de atividade : 1° ano / SESI/RS. – Porto Alegre : SESI/RS, 2019.
[ca 69 p.] : il.

ISBN

1. Serviço Social 2. Indústria 3. Formação de professores
4. Caderno de atividades 5. Rede municipal de educação I. Título.

CDD 370.71

PROJETO PANAMBI

COORDENAÇÃO DAS ÁREAS DE CONHECIMENTO DA SECRETARIA DA EDUCAÇÃO E CULTURA

EQUIPE DE COORDENADORES DA SMEC

COORDENADORA GERAL E DE LÍNGUA PORTUGUESA
Silvane Costa Beber

COORDENADORA DE ARTES
Nicole Winterfeld Ramos

COORDENADOR DE EDUCAÇÃO FÍSICA
Rogério Fritsch

COORDENADORA DE LÍNGUA INGLESA
Loreni Picinini Lengler

COORDENADORA DE CIÊNCIAS HUMANAS
Tarciana Wottrich

COORDENADORA DE ENSINO RELIGIOSO
Loreni Picinini Lengler

COORDENADORA DE CIÊNCIAS NA NATUREZA
Vânia Patrícia Da Silva

COORDENADOR DE MATEMÁTICA
Rômulo Fockink

COORDENADORAS DA EDUCAÇÃO IINFANTIL
Deise Vincensi Veit
Maraísa Bonini Becker

COORDENADOR GERAL E DOS ANOS INICIAIS
Angela Bresolin

COORDENADORA DA INFORMÁTICA EDUCATIVA
Patrícia Diehl

EQUIPE DE PROFESSORES COLABORADORES DA SECRETARIA DA EDUCAÇÃO E CULTURA

Alberto Karl Barcellos
Alicinéia Bavaresco
Aline Pias Lopes
Amantina de Fátima Mayer Schemmer
Ana Christina Batista Dornelles
Ana Claudia da Silva Avila
Ana Flávia Pavan
Ana Lúcia Pacheco de Souza
Andréa Luciane Lopes
Andrea Schwantes Roth
Andréia Marchesan
Ângela Boldt do Nascimento
Angela Bresolin
Angela Maria Weichung Hentges
Ângela Terezinha Mattos da Motta
Angelita Maria Dudar Selle
Arnildo Rohenkohl
Carla Denize Almeida
Carmem Ester Haushahn Janke
Carmem Lucia da Silva Dos Santos
Carolina Rucks Pithan
Claucen Jurema Mello de Moura
Cláudia Araújo dos Santos Schollmeier
Claudia Simone Ohlweiler
Cléa Hempe
Cleidimar Cíceri Mendonça
Cleonice Rosa Villani
Cornélia Hurlebaus
Crisciana Valentina Cassol dos Santos
Cristiane Raquel Kern
Cristiane de Lurdes Xavier Hagat
Cristiane Schmidt
Daiane Bonini da Luz
Daiane Brandt Graeff
Daiane Schöninger Luza
Daniele Cristiane Monteiro Benetti
Darlin Nalú Ávila Pazzini Lauter
Débora Mücke Pinto
Deise Vincensi Veit
Diogo Soares Krombauer
Dulce Hauenstein
Edenise Correa da Silva
Edi Schmidt
Edilse Sorensen
Eliana da Rosa Scheibe
Erlei Nuglish
Eunice Ciechowicz Poncio
Fernanda Trein
Franciele Zügel da Silva Rosa
Grabriele Soliman
Giane Nogueira da Silva Breunig
Gilvane Freitas de Mello
Giovani Severo da Silva
Gislene Martins Contessa
Graciela Andréia Blume
Graziela Andreola Goelzer
Haidi Loose
Haidi Beatriz Weyrich
Haíssa Santos Martins Pimentel
Iêda Rosimari Binelo Cavalheiro de Oliveira
Ilaine Schmidt
Ilse Heirinch Batista
Ione Sauer
Isabela Barasuol Fogaça
Isolde Behm
Ivanete de Moura Jacques
Ivete da Rocha Mendonça
Janaína de Cassia Martini Devens
Joselan Olkoski de Souza
Juliane Eisen
Kátia Gunsch
Kátia Vilady Ferrão Brandão
Laura Cavalheiro Pedroso
Leane Délia Sinnemann
Leila Beatriz de Oliveira Konrad
Leonice Müller Gruhm
Letícia Mello de Moura Martins
Liane Rahmeier de Paula
Liria Clari Brönstrup
Lisiane Cristina Adam
Lisiani Marceli Mioso
Loreni Picinini Lengler
Lourdes Helena Lopes Pereira
Lúcia Sartori
Marcia Braun
Marcia Helena Reolon
Marcos Cristiano da Silva Fischer
Maria Francisca dos Santos
Maria Odete de Oliveira
Mariane Dagmar Bühring Dessbesell
Marilene Pripp Borsekowski
Marlisa Sartori de Oliveira
Marlise Maria da Costa
Marlene Jungbeck
Marlene Malheiros de Quevedo
Marlí Sauer
Miriam Graeff Stach
Mirian Rosane Dallabrida
Mirna Bronstrup Heusner
Naira Letícia Giongo Mendes Pinheiro
Neidi Cristina Knebelkamp Datsch
Neli Maria Caranhato
Nicole Winterfeld Ramos
Nilce de Paula Almeida
Nilza Lutz Bornhold
Nívia Maria Kinalski
Noelí Stiegemeier Lohman
Odete Kreitlow Löbell
Paula Silvana Pompéo Simon
Raquel Ivania Kruger Ungaratti
Rejane Graeff Guarnieri
Rogério Fritsch
Romi Ohlweiler Rodrigues
Rômulo Fockink
Rosa Maria de Oliveira
Rosani Salete Molinar
Roselaine Colvero
Rosenir Lourdes Dal Molin
Rozana da Silva Castro
Saionara Dias Hagat
Scheila Leal
Sibeli Aparecida de Oliveira Paula
Silvana Cristina Noschang Xavier
Silvane Costa Beber
Silvia Adriana de Ávila
Silvia Atenéia Sarturi Abreu
Silvia Cristina Camargo Hentges
Silvia Elisiane Kersting Klasener
Silvia Garlet
Simone Hahn Breitenbach
Simone Kich Holz
Solange Jung Kerber
Solange Rocha Santana Rabuske
Suzane Ethel Beuter
Taigor Quartieri Monteiro
Tamires Rodrigues Okasezki
Tarciana Wottrich
Temia Wehrmann
Thaniza Corvalão
Tiele Fernanda Silva Rosa
Vania Agnes Matschinske
Vânia Patricia da Silva
Vanuza Simone Bonini da Luz Xavier
Vera Lucia Santos Prauchner
Vivian Schmidt Bock

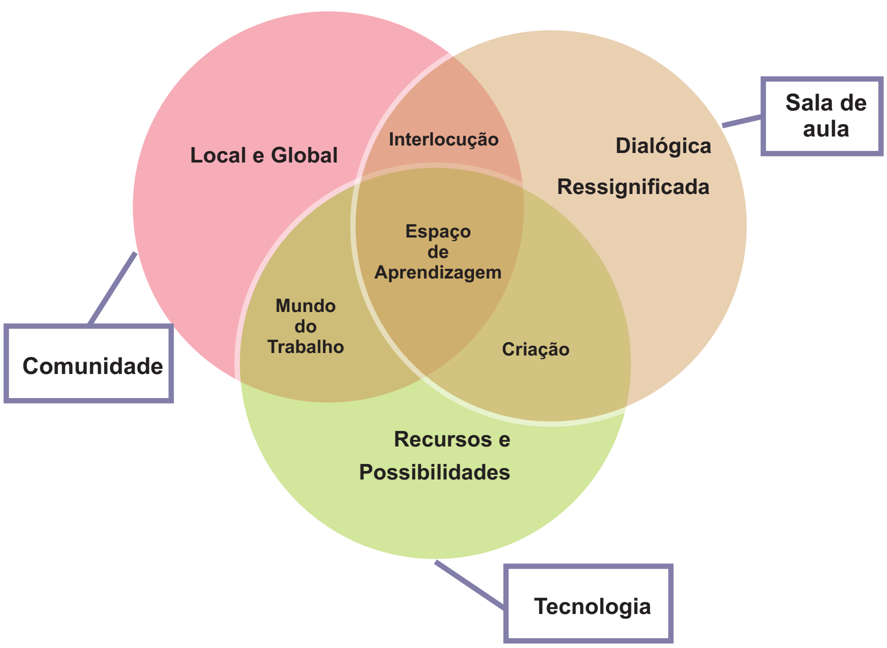
Os Cadernos de Atividades

Os Cadernos de Atividades do Ensino Fundamental de Panambi estão organizados por Áreas do Conhecimento, Ciências Humanas, Ciências da Natureza, Linguagens e Matemática, totalizando oito cadernos, dois para cada área, um destinado aos anos iniciais (1º a 5º anos) e o outro aos anos finais (6º a 9º anos).

As atividades apresentadas foram elaboradas com o intuito de sugerir experiências de aprendizagem relacionadas aos descritores propostos no Referencial Curricular do Município, que, trabalhados em diferentes níveis de complexidade, proporcionam o desenvolvimento de competências, configuradas em habilidades e conhecimentos, que se fundamentam em conceitos estruturantes, e que se objetivam na ação. Em comum, as atividades propostas nos diferentes componentes curriculares contemplam o uso de metodologias ativas e abordagens contextualizadas.

O desenvolvimento de competências pressupõe a interação entre os sujeitos envolvidos em um processo que se efetiva em amplo espaço de aprendizagem. Nesse processo, três aspectos se interseccionam, ampliando possibilidades: a sala de aula, a comunidade e as tecnologias.

Ampliação das Possiblidades de Aprendizagem



Compondo o espaço de aprendizagem, a sala de aula, local primeiro e singular de encontro e trocas, estende-se por toda a escola, amplia-se na comunidade local e global e, mediada pelas tecnologias, rompe limites e ressignifica-se em novas formas de agir e pensar, estabelecendo uma verdadeira comunidade de aprendizagem a partir de um planejamento com clara percepção do que os alunos devem compreender e ser capazes de fazer, bem como sobre quais atividades de aprendizagem propor e como proceder a avaliação.

Provavelmente, você conhece o ditado: "se você não sabe exatamente aonde você quer chegar, então nenhuma estrada levará você lá. Esse é um sério ponto em educação. Nós somos rápidos para dizer quais coisas nós gostaríamos de ensinar, que atividades nós devemos propor e que tipo de recursos devemos usar; mas sem ter clareza dos resultados desejados para o nosso ensino, como podemos saber se nossos planejamentos são apropriados ou arbitrários? Como nós distinguiremos que, mais do que interessantes, as atividades são efetivas de aprendizagem?" (Wiggins, McTighe, 2005, p.14).

As efetivas atividades de aprendizagem provocam o desenvolvimento de habilidades e competências aliadas à construção de um conhecimento integrado e globalizado, "fundamentado no caráter multidimensional do ser humano (biológico, psíquico, social, afetivo e racional) e da sociedade, no qual interagem dialeticamente as dimensões histórica, social, econômica, política, antropológica, religiosa entre outras" (Carbonell, 2016, p. 192).

Um conhecimento integrado e globalizador abre-se para um ensino interdisciplinar, fundamentado em práticas educativas diversas quanto ao grau de relação estabelecida entre as disciplinas, entendidas como "a forma natural de se perceber as coisas e a realidade de maneira global e não fragmentada" (Carbonell, 2016, p.193). Nesse sentido, abre-se a escola para a vida, incorporam-se problemas reais e relevantes, estabelecem-se relações que possibilitam a descoberta de dimensões éticas e sociais do conhecimento. Adota-se "uma visão educativa, que considera a instituição escolar como parte de uma comunidade de aprendizagem aberta, em que os indivíduos aprendem uns com os outros e a pesquisa sobre temas emergentes tem um papel fundamental nesses intercâmbios" (Carbonel, 2016, p.201). Institui-se um singular espaço de aprendizagem, em que distintas rotas de acesso ao conhecimento, materializadas em experiências compartilhadas e refletidas, "vão transformando as vidas de alunos e professores, vão mudando sua visão de mundo". (Carbonel, 2016, p. 208).

Como e o que planejar para manter a curiosidade, atributo inerente à condição humana que se manifesta desde a infância?

O que fazer para incentivar o desejo do saber? A autonomia que gera segurança para criar e extrapolar limites?

Identifique os resultados desejados, tenha clareza a respeito das prioridades para poder fazer escolhas. Pense como um avaliador e determine as evidências aceitáveis que possibilitam saber se os alunos adquiriram os resultados desejados. Então, com clareza dos resultados desejados e das evidências aceitáveis, planeje as experiências de atividades.

Mediando diálogos, compartilhando dúvidas, questionando com intencionalidade e critérios educativos sólidos, constantemente reformulados a partir de uma prática reflexiva, numa trama de relações que requer atenção, cuidados e paixão, seja um constante aprendiz! Compartilhe com os alunos a aventura da aprendizagem, no entendimento de que se aprende juntos em uma "viagem de aventura, em que às vezes se transita por autoestradas e outras por atalhos, embora geralmente, se prefira circular mais lento por estradas secundárias, mais cheias de vida e acontecimentos" (Carbonel, 2016, p.210).

Como valer-se dos cadernos na elaboração do planejamento?

As atividades de 1º a 9º anos, propostas nos diferentes componentes curriculares, não seguem uma ordem de aplicação. Oferecem sugestões para o planejamento a ser realizado com base no Referencial Curricular do Município. Não estabelecem um padrão, no sentido de propor um descritor por atividade, mas, na riqueza e diversidade de linguagens e recursos utilizados, uma atividade pode estar relacionada a diferentes descritores, proporcionar oportunidades de articular conexões entre diferentes componentes de uma mesma área ou diferentes áreas do conhecimento, potencializar a investigação nas trocas e nos trabalhos em pequenos grupos e em duplas, socializar as descobertas no grande grupo, quando os alunos têm a oportunidade de argumentar e sistematizar conhecimentos em diferentes níveis de complexidade.

Apresentada por um título, cada atividade é uma tarefa ou uma sequência de tarefas baseadas na resolução de problemas e, na sua formulação, as reflexões e os alertas propostos são contribuições para que esse material, elaborado com a colaboração do Município de Panambi, a partir da Proposta Pedagógica do SESI/RS, ofereça subsídios para o planejamento.

REFERÊNCIA

CARBONELL, J. *Pedagogia do século XXI*: bases para a inovação educativa. Porto Alegre: Penso, 2016.

WIGGINS, G.P., McTIGHE, J. *Undertanding by Disign*. Alexandria: ASCD, 2005.

MATEMÁTICA – ANOS FINAIS

No Referencial Curricular do Município de Panambi, a cada Unidade Temática de Matemática estão relacionados conceitos estruturantes e objetos de estudo que dão sustentação às aprendizagens e ao desenvolvimento das habilidades e competências. Os descritores, numa gradação de complexidade (noção, ampliação e consolidação), expressam as habilidades relacionadas aos conceitos que os alunos devem construir ao longo do Ensino Fundamental. Propõem o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento lógico-matemático que se alicerçam no desenvolvimento dos pensamentos aritmético, algébrico, geométrico, estatístico/probabilístico e do pensamento computacional.

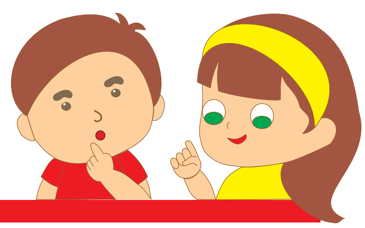
As atividades elencadas nesse caderno de 6º a 9º anos, constituem experiências de aprendizagem coletivas e individuais, envolvendo brincadeiras, jogos, resolução e elaboração de problemas convencionais e não convencionais em contextos cotidianos, relacionados aos diferentes campos da Matemática, às demais áreas do conhecimento e da atividade humana, ao uso de imagens, de tecnologias, da literatura, de materiais manipulativos, geralmente confeccionados pelos alunos em atividades práticas. Diferentes linguagens e recursos, bem como a investigação e os fóruns de discussão e sistematização dos conceitos trabalhados proporcionam o desenvolvimento das competências e habilidades para os estudantes desenvolverem na etapa final do Ensino Fundamental.

As atividades de resolução e elaboração de problemas e as de investigação, socializadas e sistematizadas em fóruns de discussão, realizadas em diferentes ambientes da escola ou em saídas de campo, com o suporte de recursos tecnológicos, constituídos por jogos, materiais manipulativos, tecnologias digitais, registros (espontâneos ou convencionais), bem como uso de tabelas, diagramas, fluxogramas, gráficos e fichas didáticas embasam a construção da linguagem, de conceitos matemáticos.

Ao usar esse caderno em seus planejamentos, leia com atenção as observações que embasam e justificam as atividades propostas e indicam sugestões de como introduzi-las ou ampliá-las. Considere que, em uma atividade, geralmente, estão elencadas mais de uma propostas de trabalho que abordam vários descritores, alguns trabalhados com mais ênfase e na sua totalidade, outros parcialmente. Os diferentes cadernos dessa coleção se complementam e as atividades propostas podem ser adaptadas e utilizadas em diferentes anos.

Lembre que a leitura, a escrita e a resolução de problemas constituem habilidades transversais que devem ser desenvolvidas pelos alunos nas diferentes situações de aprendizagem. As sugestões de atividades pressupõem a contextualização, o uso de metodologias ativas e a participação dos alunos como produtores de conhecimento.

Escute os alunos, valorize as diferentes soluções encontradas por eles. Incentive-os a serem arrojados e criativos, a gostarem de resolver problemas e desafios, compreendendo a Matemática como uma ciência dinâmica, uma construção histórica sempre em evolução.



A problemoteca

A problemoteca é um conjunto de problemas convencionais e não convencionais, relacionados aos descritores indicados para aquele ano escolar.

Ao final das atividades propostas, inserimos a sugestão de alguns problemas para compor uma problemoteca. Você pode utilizá-los como sugestões para iniciar a problemoteca de sua sala de aula. Selecione problemas, organize-os em fichas numeradas colocadas em uma caixa decorada e muito atraente que você tem a mão em sua sala de aula. Oriente que seus alunos tenham uma "pasta de problemas" em que eles registram, colam, copiam, resolvem e comentam os problemas que realizam.

Matemática
9º ano

Sumário

O Conceito de Função.. 10
As Relações Métricas no Triângulo Retângulo.. 16
As Homotetias: a Semelhança de Figuras Planas e o Legado de Tales..................20
As Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo...28
Os Primas e os Cilindros.. 34
A Equação do Segundo Grau e a Função do Segundo Grau................................. 37
O Sistema Cartesiano Ortogonal e a Representação Geométrica de
Pares Ordenados.. 41
Os Problemas de Contagem.. 44
Os Fluxogramas e As Sequências Repetitivas e Recursivas................................ 48
Os Números Reais...51
Ampliando o Jogo Adivinhe a Frase e Representando Graficamente as Funções.. 52
A Matemática e o Lixo..54
Estudando Ângulos: Uma Atividade Prática...58
Estudando os polinômios: uma atividade prática com o material Algeplan........... 60
PROBLEMOTECA...64

O nono ano, o ano de fechamento do Ensino Fundamental, são sistematizados alguns conceitos trabalhados em diferentes níveis de complexidade desde os anos iniciais e que constituem a base para o que será trabalhado no Ensino Médio como fase final da Educação Básica.

Na Aritmética, os Números Reais e as operações são consolidados e representados na reta numérica. Na Álgebra, os conceitos de relação e de função como caso especial de relação são analisados em diagramas de flechas, representados como um conjunto de pares ordenados e no plano cartesiano. Na geometria, o estudo das figuras e das formas, relacionadas ao mundo físico, ampliam os conceitos de espaço e medida e são consolidadas as habilidades relacionadas à resolução de situações-problemas que envolvem medida de comprimento, área e volume e a relação entre o bidimensional e o tridimensional. A partir do conceito de semelhança, embasado na homotetia, são desenvolvidos os conceitos relacionados às relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo e à proporcionalidade.

A partir das regularidades e padrões, da história dá Matemática, da relação da Matemática com o mundo físico e como uma prática social, na resolução de problemas contextualizados na realidade, os alunos a compreendem como uma construção histórica sempre em evolução.

Atividade: O Conceito de Função

Descritores:	**Gradação:**
31-Definir função como uma relação de dependência entre duas variáveis em que as condições de existência e unicidade sejam observadas	Ampliação
32-Analisar situações da realidade envolvam relações funcionais.	Ampliação
33-Representar funções numérica, algébrica e graficamente.	Ampliação

Material: Folhas de trabalho individuais com problemas a serem resolvidas. Um recipiente com água quente e um termômetro para cada grupo.

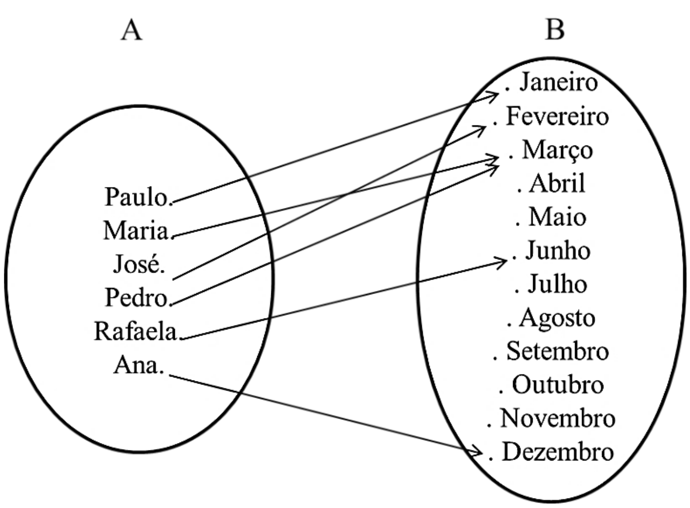
Observação: A Matemática é a ciência das relações. Uma relação é um conjunto de pares ordenados. Dados dois conjuntos A e B quaisquer e uma "lei", os pares ordenados em que a primeira componente pertence ao conjunto A e a segunda ao conjunto B é uma relação de A em B.

Preparação da Atividade: Organize a turma em grupos de 4 a 6 alunos.

Descrição da Atividade

Representando uma relação

Analise com os alunos o seguinte exemplo para representar relações em diagramas de flechas e por pares ordenados. Dada a relação de A em B em que A é o conjunto dos nomes dos colegas de uma equipe, B é o conjunto dos meses do ano e a lei da relação é "... faz aniversário em...," para representá-la em um diagrama de flechas, oriente seus alunos a escreverem os nomes dos colegas do grupo no conjunto A e os nomes dos meses do ano no conjunto B.



Solicite, então, que eles associem os elementos dos conjuntos A e B, traçando uma flecha de A para B, segundo a lei "... faz aniversário em...". Considerando que cada flecha corresponde a um par ordenado. Oriente que representem a relação R de A em B por um conjunto de pares ordenados, R = {(Paulo, janeiro), (Maria, março), (José, fevereiro), (Pedro, março), (Rafaela, junho), (Ana, dezembro)} . Chamaremos essa relação de R1.

Proponha que os alunos representem outras relações de A em B como:

Dados os conjuntos A= {6, 7, 8, 9} e B= {6,7,8}, represente as relações a seguir por um diagrama de flechas e um conjunto de pares ordenados.

a) R_2: a relação de A em B cuja lei é "... é maior do que...".

b) R_3: relação de A em B cuja lei é. "... é menor do que...".

c) R_4 a relação de A em B cuja lei é "... é maior ou igual a...".

d) R_5: à relação de A em B cuja lei é"... é igual a...".

Corrija as relações representadas pelos alunos, analise os diagramas e os conjuntos de pares ordenados. Chame o conjunto A de conjunto de partida e o conjunto B de conjunto de chegada.

Uma relação especial

Observação: Após o estudo das relações e sua representação em diagramas de flechas e por um conjunto de pares ordenados, é o momento de sistematizar o conceito de função que, ao longo dos 8 anos do ensino fundamental, foi desenvolvido no trabalho com regularidades e padrões, em especial, com sequências regulares repetitivas e recursivas.

Proponha o conjunto de atividades a seguir para a construção do conceito de função.

1.Solicite que os alunos:

a) Elaborem um diagrama de flechas conforme os que eles traçaram nas atividades anteriores e determinem para A o conjunto dos colegas de grupo e para B o conjunto dos nomes de todas as irmãs de um mesmo aluno, considerando a lei "... é irmão ou irmã de...". Oriente que, a seguir, copiem o diagrama da 1ª atividade cuja lei é "... faz aniversário em...", comparem os dois diagramas e escrevam algumas semelhanças e diferenças observadas.

b) Tracem o diagrama de flechas, usando os conjuntos A = {2, 3, 5, 7} e B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, considerando a lei "... é divisor de...". Ao lado, copiem o diagrama de 1ª atividade cuja lei é "... faz aniversário em...". Comparem os dois diagramas e escrevam algumas semelhanças e diferenças observadas.

Nesse momento, discuta com os alunos, ouça as observações dos grupos e socialize as suas descobertas. Espera-se que eles observem que, no diagrama da situação da 1ª atividade, por exemplo, de cada elemento do conjunto A partiu uma única flecha para o conjunto B. Assim, a cada elemento do conjunto A está associado um único par ordenado, enquanto, no diagrama das questões 1 e 2, há elementos do conjunto A que estão associados a mais de um par ordenado, ou a nenhum (que parte mais de uma flecha ou nenhuma de A para B no diagrama de flechas), isto é, se o colega tem mais de uma irmã ou nenhuma ou se o elemento de A é divisor de um, mais ou de nenhum elemento de B.

2. Oriente que cada grupo tome uma vasilha com água quente e um termômetro

a) Solicite que meçam a temperatura da água várias vezes, anotando na primeira coluna do quadro, a hora em que realizaram a medição e, na segunda, a temperatura da água verificada no termômetro.

Hora da medida	Temperatura da água

b) Oriente que considerem que os elementos do conjunto A são as horas das medições e os elementos do conjunto B são as temperaturas encontradas em cada medição e respondam: É possível estabelecer uma correspondência entre os elementos dos dois conjuntos? Explique. Se for possível, elaborem um diagrama de flechas da relação que expressa essa correspondência.

3. Proponha uma nova atividade: Sejam os conjuntos:

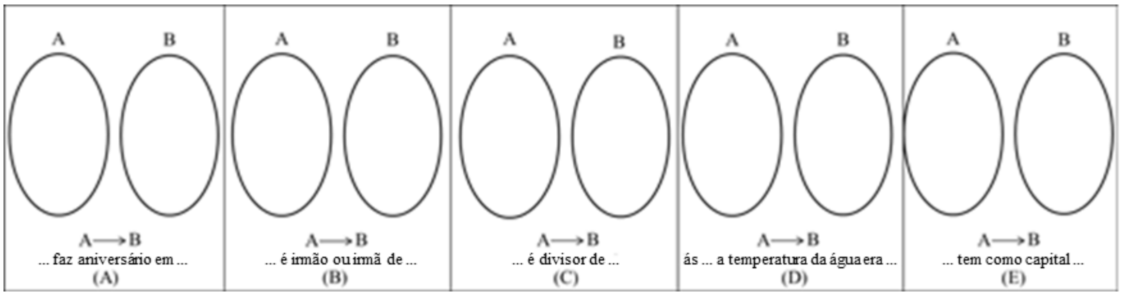
A= {Paraná, Amazonas, Bahia, Goiás}.

B= {Salvador, Curitiba, Goiânia, Recife, São Paulo}.

É possível estabelecer uma correspondência entre os elementos dos dois conjuntos? Expliquem.

Se for possível, elaborem um diagrama de flechas da relação que expressa a correspondência.

4. Solicite que reúnam num quadro comparativo, os diagramas elaborados que representam as relações: A (a relação da primeira atividade) B, C, D e E (as relações 1, 2, 3, dessa atividade).



5. Oriente que leiam com atenção as afirmativas a seguir:

a. Todo elemento do primeiro conjunto tem correspondente no segundo.

b. Qualquer elemento do primeiro conjunto possui um único correspondente no segundo.

E, para cada diagrama A, B, C, D e E, verifiquem se essas afirmativas são verdadeiras ou falsas e preencham o quadro, com as suas conclusões.

Situação	a)	b)
A		
B		
C		
D		
E		

6. Leia com os alunos a seguinte afirmativa:

> A relação entre elementos de dois conjuntos será uma função, somente quando as afirmativas a e b forem verdadeiras.

Solicite, então, que respondam: Quais das situações (A, B, C, D, E) representadas pelos diagramas no quadro anterior são exemplos de funções?

Ao corrigir e comentar os exercícios propostos, questione os alunos a respeito de quando uma relação é uma função de tal forma que eles explicitem que duas condições devem ser verificadas numa relação do conjunto A no conjunto B, para que essa relação seja uma função de A em B:

1. Todo o elemento do conjunto A têm imagem em B (condição de existência).

2. A imagem é única (condição de unicidade).

O Domínio, o Contradomínio e o Conjunto Imagem da Função

Solicite que os alunos, discutindo no grupo, desenvolvam as seguintes atividades:

1) Recorte vários quadrados, de cartolina, com 1 cm2 de área.

a. Forme com eles quadrados de 2 cm, 3 cm, 4 cm, de lado.

b. Determine as áreas das figuras obtidas.

c. Faça uma tabela, colocando numa coluna as medidas dos lados dos quadrados e, noutra, as áreas correspondentes.

d. Essa situação é um exemplo de função? Por quê?

e. Se sim, desenhe o diagrama de flechas e determine o conjunto de pares ordenados da função.

2) Dados os conjuntos $A = \{3, 4, 5\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.

a. Faça uma tabela, colocando na primeira coluna os números de A e, na segunda, os números de B que sejam o dobro dos números de A.

b. Esta relação entre os elementos de A e B é uma função? Por quê?

c. Se sim, expresse a lei, desenhe o diagrama de flechas e determine o conjunto de pares ordenados da função.

3) Sejam $A = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

a. Faça uma tabela, colocando na primeira coluna os números de A e na segunda os números de B que se obtém subtraindo 5 unidades dos números de A.

b. Esta relação é uma função? Por quê?

c. Expresse por uma função analítica e lei da relação.

d. Forme um subconjunto de B, usando somente os elementos obtidos por esta relação.

Corrija as atividades e formalize com os alunos os conceitos de domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função a partir da leitura do quadro.

> O conjunto A é chamado **domínio** e o conjunto B contradomínio da função. O subconjunto de B formado somente pelos elementos obtidos através da função de A em B é o **conjunto-imagem** da função e será representado, por Imf. Assim, $Imf = B$ ou $Imf \subset B$

Retome as atividades 1, 2, 3 e, dialogando com os alunos, determine o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem das funções, analisando as relações de igualdade entre o Conjunto B e o conjunto Imf.

Proponha, então, as atividades:

1). Escreva o conjunto A formado pelos números inteiros de (-3) até 3 e o conjunto B formado pelos números naturais menores que 11.

a. Construa uma tabela, colocando na primeira coluna os elementos de A e na segunda os elementos de B que são quadrados dos elementos de A.

b. Esta relação é uma função de A em B? Justifique a resposta

c. Se sim, Qual é a lei da função? (os alunos podem exprimi-la por palavras ou por uma expressão analítica) Qual é o domínio da função? Qual é o contradomínio? E o conjunto imagem?

2). Considere o conjunto N dos números naturais e o conjunto P dos números naturais pares.

1. A relação que, a todo número natural está associado o seu dobro, é uma função de N em P?

2. Sendo função, diga qual o seu domínio, seu contradomínio e o seu conjunto imagem.

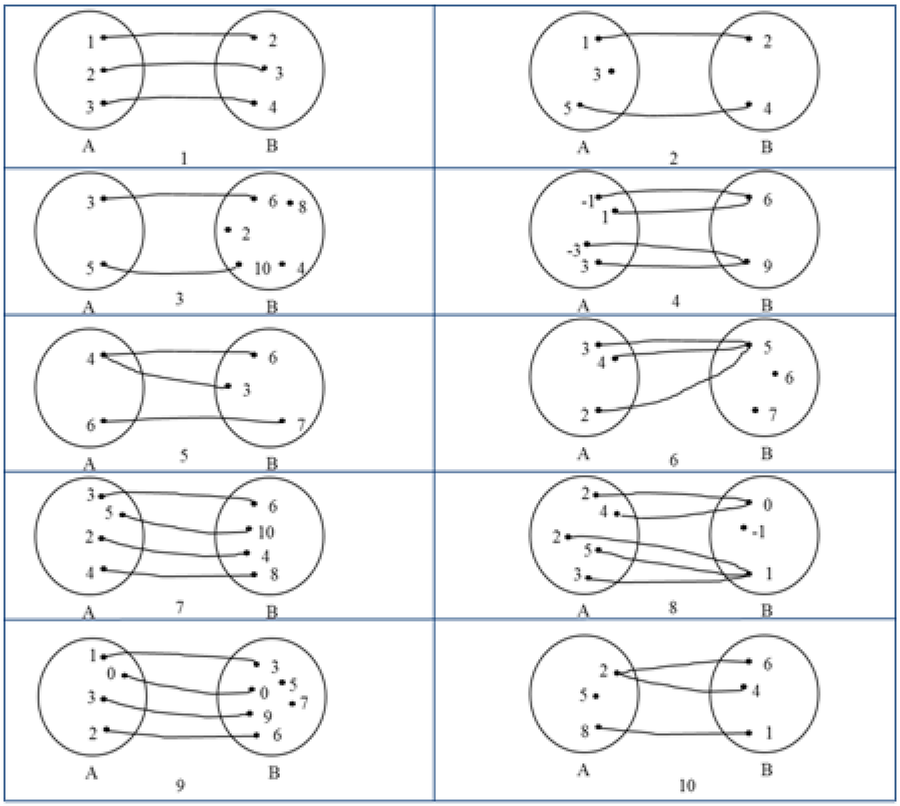
Dados dois conjuntos A e B, chama-se **função de A em B** a toda relação que faz corresponder, a cada elemento de A um único elemento de B.

O **domínio** da função é o conjunto A.

O seu **contradomínio** é o conjunto B.

O subconjunto de B formado somente pelos elementos obtidos através da relação é o **conjunto imagem** da função.

3) Responda as perguntas, analisando o quadro a seguir. Discuta as respostas com seus colegas.



a)Quais diagramas representam uma função de A em B? Escreva a relação que representa cada uma destas funções, usando x para representar os números de A e y para representar os números de B.

b) Escreva o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem para cada função do quadro.

c) Faça o gráfico cartesiano de cada uma das funções do quadro.

d) Apresente pelo menos uma justificativa para os casos em que os diagramas do quadro não representam uma função de A em B.

e) Compare o conjunto B e o conjunto imagem de cada função e indique os casos onde ocorreu lmf = B.

f) Entre as funções do quadro, identifique aquelas em que dois elementos quaisquer de A, têm sempre imagem distintas em B.

g) Dos diagramas do quadro, quais representam uma função de B em A quando invertemos o sentido das flechas?

No grande grupo, com a participação dos alunos, sistematize os conceitos trabalhados. Proponha e desafie os alunos a encontrarem situações–problema contextualizadas na realidade, que envolvam o conceito de função.

Analise com eles alguns exemplos:

1).Para percorrer determinada distância, um automóvel consome certa quantidade de litros de gasolina. A distância percorrida pelo automóvel é diretamente proporcional à quantidade de combustível consumida no percurso, ou seja, essas grandezas variam numa mesma razão: se uma dobra, a outra dobra, se uma cai pela metade, a outra cai pela metade, também, e assim por diante.

Pensem e respondam.

a). Dobrando a distância percorrida pelo automóvel, a quantidade de litros de gasolina consumidos também deverá dobrar?

b). Se percorrer a metade da distância, o automóvel deverá gastar a metade da quantidade de litros de gasolina?

2). Em certa viagem, um automóvel consumiria 47 litros de gasolina. Devido a problemas mecânicos, a viagem terminou 32 quilômetros antes do previsto e o automóvel gastou somente 43 litros de gasolina. Quantos quilômetros teria a viagem toda?

3).Um veículo roda 8 km com um litro de gasolina. Seu tanque comporta 40 litros.

a) Completem a tabela e responda:

Litros	km rodados
0,5	
1,0	
1,5	
2,0	
4,0	
10,0	
25,0	
40,0	
X	

b) Se A é o conjunto dos números da primeira coluna da tabela e B é o conjunto dos números da segunda coluna, a relação que associa aos elementos de A os elementos de B é uma função?

c) Sendo função, construam um diagrama de flechas, escrevam o seu domínio, o seu contradomínio e o seu conjunto imagem.

d) Considerem x os elementos do conjunto A e y os elementos do conjunto B. Observando e relacionando as sequências numéricas constituídas pelos elementos de A e de B, usando x e y generalizem a expressão analítica que possibilita achar y em função de x.

e) O que vocês podem concluir comparando o conjunto-imagem com o conjunto B?

f) Verifiquem se há elementos distintos em A com a mesma imagem em B. O que você conclui?

g) Copie o diagrama construído no item 3, invertendo o sentido das flechas. Este novo diagrama representa uma função de B em A?

Fonte: SOARES, M.G., **PROJETO DE NOVOS MATERIAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA-**

Premen - MEC/IMECC – UNICAMP-IMECC – UNICAMP. São Paulo: 1974.

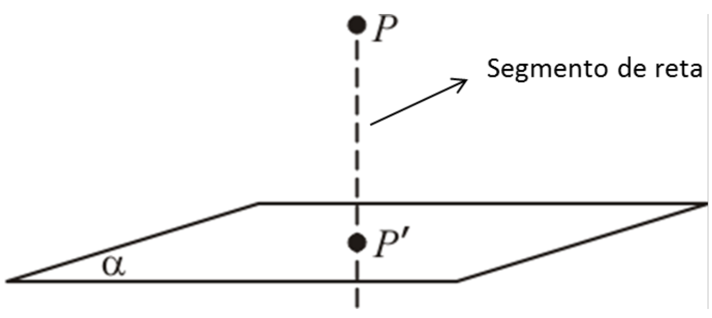
Atividade: As Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Descritores:	Gradação:
47-Demonstrar as relações métricas no triângulo retângulo e, a partir delas, o Teorema de Pitágoras, valendo-se da semelhança de triângulos retângulos.	Ampliação
49- Resolver e elaborar problemas utilizando as relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, bem como as relações de proporcionalidade, envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.	Ampliação
50 -Aplicar o Teorema de Pitágoras e identificar triângulos retângulos, acutângulos e obtusângulos.	Ampliação

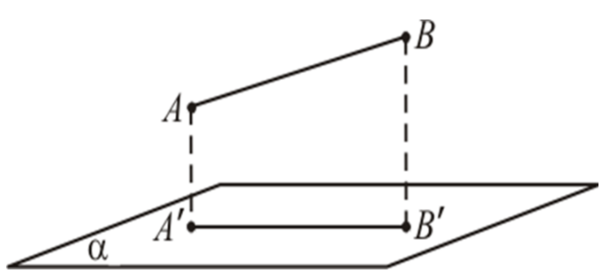
Observação: Para realizar essa atividade é necessário que os alunos tenham presente o conceito de projeção ortogonal de um ponto e de um segmento sobre uma reta. Caso contrário é preciso que, com o uso de régua e de esquadros, eles tracem as projeções de um ponto e de um segmento sobre uma reta, identificando o ângulo reto no pé do perpendicular, reconhecendo e explicitando a ortogonalidade. Ainda, eles já deverão ter relacionado figuras geométricas por semelhança, a partir de experiências de aprendizagem com homotetias, identificando a razão de ampliação e redução de figuras geométricas planas. Você deve retomar, também, a ideia de proporção como a igualdade entre duas razões e a propriedade fundamental das proporções (no caderno de 6º ano, há atividades propostas sobre razões e proporções, você pode retomá-las). É importante que os alunos identifiquem triângulos retângulos em qualquer posição, que reconheçam e saibam traçar a altura em relação à hipotenusa e as projeções ortogonais que ela determina sobre a hipotenusa. O uso do Geoplano e atilhos ou de malhas quadriculadas é recomendado para reconhecer e nomear figuras geométricas planas em qualquer posição, em especial os triângulos retângulos, neles localizando o ângulo reto. Ainda, discuta com os alunos o que é a projeção ortogonal de um ponto e de um segmento sobre uma reta sobre um plano.

O que é projeção ortogonal

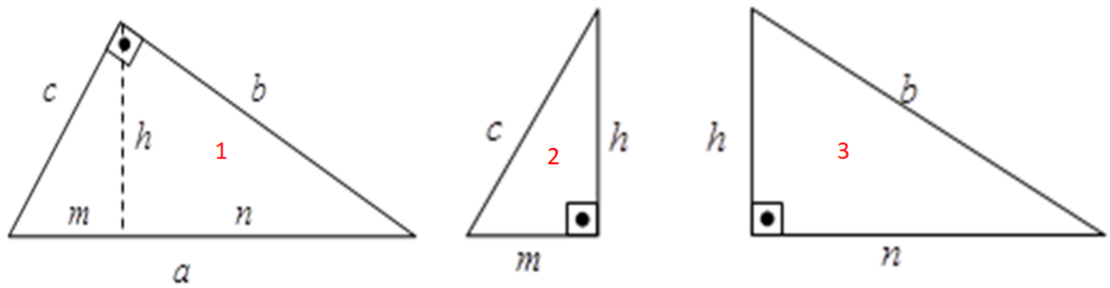
A projeção ortogonal de um ponto P sobre um plano $\propto$ é a imagem do ponto P determinada no plano $\propto$, pelo pé do perpendicular a esse plano que liga o ponto P a sua imagem P'.



A projeção de um segmento de reta (AB), não ortogonal ao plano, sobre um plano $\propto$ é o segmento de reta (A_1' B_1') cujos extremidades são ás projeções ortogonais (A_1' B_2') de suas extremidades pontos A e B.



Material: Uma folha de papel A4 para cada aluno, tesouras. Triângulos em cartolina em tamanho maior do que aqueles construídos a partir de uma folha tamanho A4 que você vai utilizar para orientar os alunos na construção do seu material. Para construir os retângulos (conforme modelos), use os mesmos passos, utilizados pelos alunos.

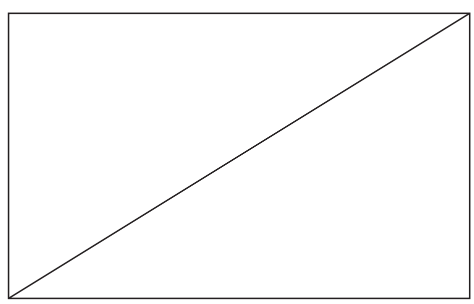


Preparação da atividade: Organize a turma em semicírculo de tal forma que você possa acompanhar as construções dos alunos. Possibilite que eles troquem ideias tanto durante a construção do material manipulativo, quanto na busca das relações métricas no triângulo retângulo.

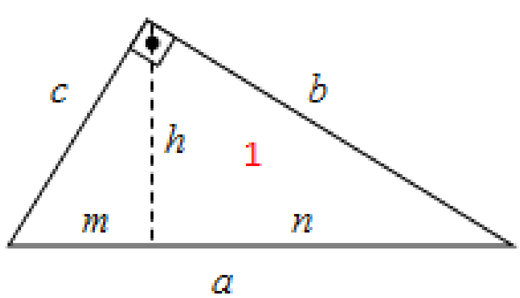
Descrição da Atividade

Dê uma folha A4 para cada aluno e, para construir as relações métricas no triângulo retângulo, solicite que sigam o roteiro da atividade a seguir. Acompanhe a constução passo a passo, verificando que eles nomeiem corretamente os elementos que serão utilizados nas expressões analíticas que expressam as relações métricas no triângulo retângulo.

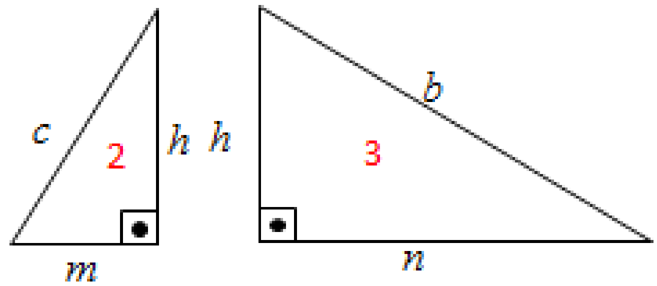
1) Dividam a folha A4 pela diagonal, obtendo dois triângulos retângulos escalenos e congruentes (mesmo tamanho e mesma forma).



2) Identifiquem um dos triângulos com o número 1 (escrevendo o número dos dois lados) e nomeie o cateto menor por c, cateto maior por b, hipotenusa por a, altura relativa à hipotenusa por h e por m e n as projeções ortogonais do cateto menor (m) e do cateto maior (n) sobre a hipotenusa, assinalando o ângulo reto com a notação convencionada.



3) Utilizando as mesmas letras do triângulo 1, nas identificações dos elementos o segundo triângulo retângulo, recortem-no pela altura h, obtendo dois novos triângulos retângulos, um menor que deverá ser identificado pelo número 2 e um maior, identificado com o número 3.



4) Observando os triângulos formados, respondam:

a) Por que se pode afirmar que os triângulos 2 e 3 são retângulos?

b) Os triângulos retângulos 1 e 2; 1 e 3; 2 e 3 são semelhantes dois a dois? Justifiquem as respostas (para responder esta questão, ao justificar as respostas, os alunos poderão sobrepor os triângulos, conferindo a conguência dos ângulos e reconhecendo os lados correspondentes, verificando a sua proporcionalidade).

c) Observando os triângulos 1 e 2, pode-se afirmar que o cateto menor (c) do triângulo 1 é a hipotenusa (c) do triângulo 2, que a altura (h) do triângulo 1 é o cateto maior do triângulo 2 e que a projeção ortogonal (m) do cateto (c) do triângulo 1 é o cateto menor do triângulo 2. Observando os triângulos 1 e 3 que afirmações podem ser feitas?

d) Que relação pode ser estabelecida entre *m, n* e *a*?

Observação: Deixe que os alunos respondam as questões c e d. Verifique as respostas, conferindo que eles entendam que, observando os triângulos 1 e 3 , eles podem afirmar que o cateto maior (b) do triângulo 1 é a hipotenusa (b) do trângulo 3 , que a altura (h) do triângulo 1 é o cateto menor do triângulo 3 e que a projeção ortgonal (n) do cateto maior (b) do triângulo 1 sobre a hipotenusa (a) é o cateto maior do triângulo 3. Ainda, eles podem verificar que, no triângulo 1, a soma das medidas das projeções ortogonais (m e n) dos catetos (b e c) é a medida da hipotenusa (a), isto é: m + n = a.

5) Tomando os triângulos retângulos semelhantes dois a dois, escrevam todas as proporções possíveis e apliquem a propriedade fundamental nas proporções encontradas, expressando relações entre os elementos *a, b, c, m, n, h* dos triângulos retângulos considerados.

Na medida que os alunos executam etapas da construção das relações métricas no triângulo retângulo, com os triângulos retângulos que você construiu, acompanhe as relações estabelecidas pelos alunos e as escreva no quadro da sala, construindo uma tabela que possibilite a análise das relações métricas construídas na instrução passo a passo.

Triângulo 1 é semelhante ao triângulo 2, logo:	Triângulo 1 é semelhante ao triângulo 3, logo:	Triângulo 2 é semelhante ao triângulo 3, logo:
$\frac{a}{c}=\frac{c}{m}\Rightarrow c^2=am$	$\frac{a}{b}=\frac{c}{h}\Rightarrow bc=ah$	$\frac{c}{b}=\frac{m}{h}\Rightarrow bm=ch$
$\frac{a}{c}=\frac{b}{h}\Rightarrow bc=ah$	$\frac{a}{b}=\frac{b}{h}\Rightarrow b^2=an$	$\frac{c}{b}=\frac{h}{n}\Rightarrow bh=cn$
$\frac{c}{m}=\frac{b}{h}\Rightarrow bm=ch$	$\frac{c}{h}=\frac{b}{n}\Rightarrow bh=cn$	$\frac{m}{h}=\frac{h}{n}\Rightarrow h^2=mn$

Concluído o roteiro proposto, explore as relações encontradas e saliente que as relações mais usadas são:

$c^2 = am$ $\quad b^2 = an$ $\quad m+n = a$ $\quad ch = bm$

$ah = bc$ $\quad bh = nc$ $\quad ah = bc$

Proponha que eles somem membro a membro as relações métricas expressas pelas igualdades: $b^2 = am$, $c^2 = an$, conforme mostra a operação a seguir:

$$\begin{array}{r} b^2 = am \\ +c^2 = an \\ \hline b^2 + c^2 = am + an \end{array}$$

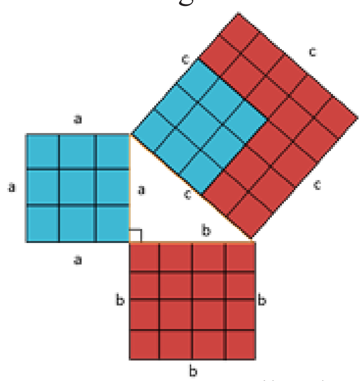
Sugira que coloquem em evidência, o termo a no 2º membro da igualdade, obtendo:

$b^2 + c^2 = a\,(m+n)$

E, substituindo m + n por a na igualdade acima terão: $b^2 + c^2 = a \,.\, a$

Efetuando a operação multiplicação temos: $b^2 + c^2 = a^2$

Desafie que, observando a figura a seguir, eles verbalizem a relação expressa pela expressão algébrica, $b^2 + c^2 = a^2$, entendendo que b e c são os catetos e que a é hipotenusa do triângulo retângulo formado pelos lados dos três quadrados na figura e verbalizem que "a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa".

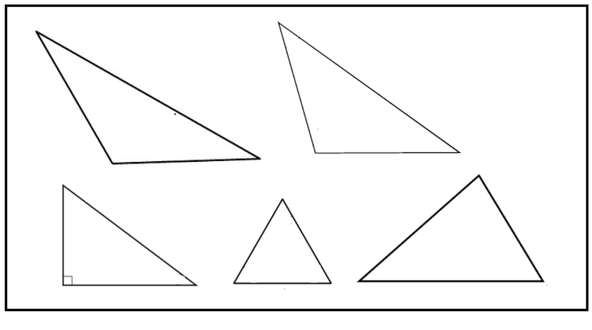


Solicite que os alunos repondam a pergunta: A quem é atribuída esta relação?

Organize a turma em grupos de 4 alunos e proponha que cada grupo pesquise um pouco da história de Pitágoras e sua escola, bem como diferentes representações geométricas de seu famoso teorema e, em cartolina, material emborrachado, sucata de caixas de papelão ou outro material qualquer, elaborem a representação ou as representações pesquisadas. Exponha os trabalhos dos alunos de tal forma que cada grupo tenha oportunidade de explicar as suas produções.

Ampliação da atividade

Material: Meia folha de ofício com triângulos retângulos, acutângulos e retângulos desenhados, (conforme modelo).



Retome o Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo e proponha resolução de alguns problemas que envolvendo esses conceitos. Revise a classificação de triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Dê o material que você organizou a cada dupla de alunos.

Solicite que realizem as seguintes tarefas:

a) Classifiquem os triângulos quanto aos ângulos (se necessário, usem o transferidor para medir os ângulos);

b) Usando a régua, meçam os lados de cada triângulo;

c) Para cada um dos triângulos, (1)- calculem o quadrado do maior lado (2)- calculem a soma dos quadrados dos outros dois lados (3) - comparem o cálculo (1) e o cálculo (2) escrevam as suas conclusões.

Socialize as conclusões das duplas. Espera-se que eles percebam que, se o triângulo for retângulo, confirma-se a relação de Pitágoras, o quadrado do maior lado (a hipotenusa que se opõe ao maior ângulo que, no caso, é o ângulo reto) é igual à soma dos quadrados dos dois lados menores que são os catetos. Se o triângulo for acutângulo, o quadrado do maior lado (o que se opõe ao maior ângulo do triângulo) é menor do que a soma dos quadrados dos outros dois lados e, se o triângulo for obtusângulo, o quadrado maior lado (o que se opõe ao maior ângulo do triângulo) é maior que a soma dos quadrados dos outros dois.

Então, sistematize as conclusões:

Simbolizando por *a* o maior lado e por *b* e *c* os dois lados menores de um triângulo qualquer, tem-se que:

a) Se $a^2 = b^2 + c^2$, o triângulo é retângulo;

b) Se $a^2 < b^2 + c^2$, o triângulo é acutângulo;

c) Se $a^2 > b^2 + c^2$, o triângulo é obtusângulo.

Atividade: As Homotetias: a Semelhança de Figuras Planas e o Legado de Tales

Descritores:	Gradação:
45-Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.	Ampliação
46 - Reconhecer a semelhança entre triângulos retângulos construídos por homotetia.	Ampliação

Material: Folhas de trabalho para a realização das atividades propostas.

Observação: Em anos anteriores, os alunos já ampliaram e reduziram figuras planas, usando malhas quadriculadas. Propor aos alunos a ampliação e redução de figuras planas por homotetia proporciona que consolidem o conceito de semelhança. O estudo de semelhança de figuras planas estabelece conexões com diferentes conceitos como razão, proporção, número racional, relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo entre outros. A homotetia relacionada às figuras geométricas planas é uma transformação no plano que conserva os ângulos, mas não conserva o comprimento dos lados que são ampliados ou reduzidos proporcionalmente, segundo uma razão.

Preparação da Atividade: Organize a turma em grupos de 4 a 6 alunos.

Reconhecendo figuras planas ampliadas ou reduzidas em malhas quadriculadas

Peça que observem os desenhos nas malhas e respondam:

a) Considerando a figura 1 com a figura original, o que vocês observam?

b) Houve ampliação ou redução, se considerarmos a figura 1 como a original?

c) Em caso positivo, identifiquem a figura ampliada e a figura reduzida.

Modelo 1

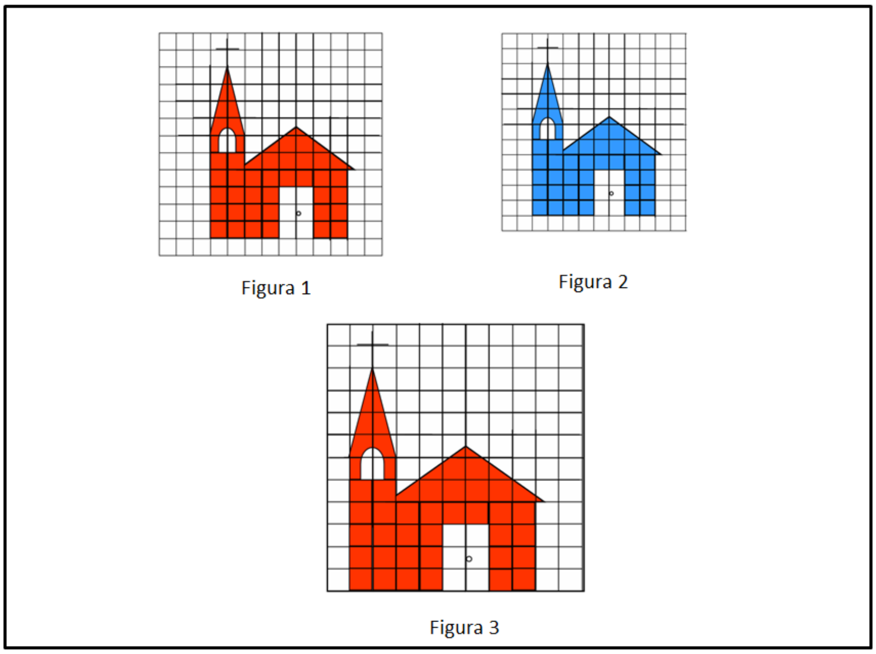


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Comentando as respostas da atividade, certifique-se de que os alunos identificam as figuras ampliadas e as reduzidas em relação a uma considerada a original.

Traçando figuras ampliadas ou reduzidas por hometetia

Oriente os alunos a ampliar (ou reduzir) o polígono ABCD, usando um ponto externo à figura. Dê uma folha com o quadrilátero ABCD desenhado, conforme figura 1.

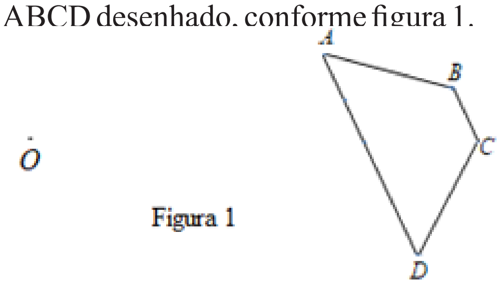


Figura 1

Oriente que, a partir do ponto O, eles tracem semirretas que passam pelos pontos A, B, C, D que são os vértices do polígono. A redução (A'B'C'D') e a ampliação (A"B"C"D") do polígono ABCD são obtidas, marcando os pontos A', B', C', D' e A", B", C"e D", sobre as semirretas traçadas, segundo uma razão, ligando-os na ordem alfabética por segmentos de reta respectivamente paralelos aos lados correspondentes do polígono ABCD.

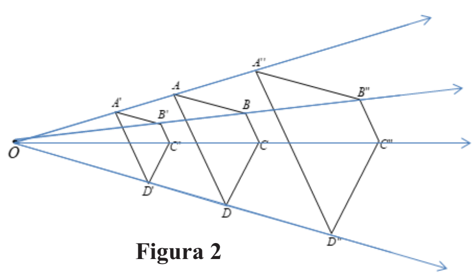


Figura 2

Oriente os alunos a ampliar (ou reduzir) o polígono ABCD, usando um ponto interno à figura. Dê uma folha com o retângulo ABCD desenhado, conforme figura 3.

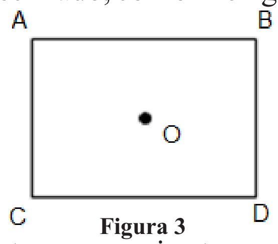


Figura 3

Oriente que, a partir do ponto O, eles tracem semirretas que passam pelos pontos A, B, C, D que são os vértices do polígono. A redução (A'B'C'D') e a ampliação (A"B"C"D") do polígono ABCD são obtidas, marcando os pontos A', B', C', D' e A", B", C"e D", sobre as semirretas traçadas, segundo uma razão, ligando-os na ordem alfabética por segmentos de reta respectivamente paralelos aos lados correspondentes do polígono ABCD.

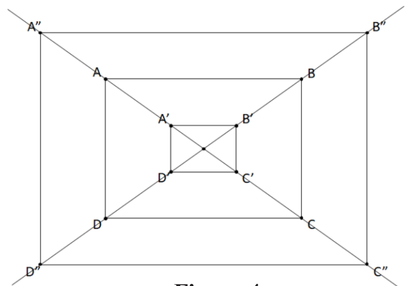


Figura 4

Oriente os alunos a verificarem a proporcionalidade dos lados e a congruência dos ângulos correspondentes dos polígonos ampliados e dos polígonos reduzidos em relação ao polígono tomado como o original, com centro de homotetia externo e interno respectivamente, concluindo que são semelhantes.

Oriente seus alunos a observar que se $0 < k < 1$ obtém-se uma redução e se $k > 1$, uma ampliação.

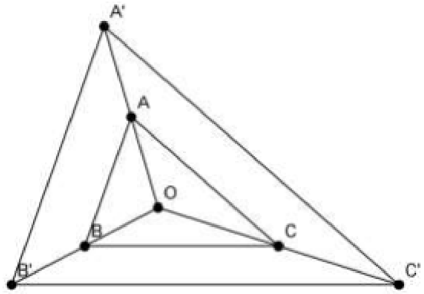
Observação: Se um polígono é obtido de outro através de uma homotetia, os lados correspondentes são paralelos, as medidas dos lados correspondentes são proporcionais de razão k. e os ângulos correspondentes têm a mesma medida.

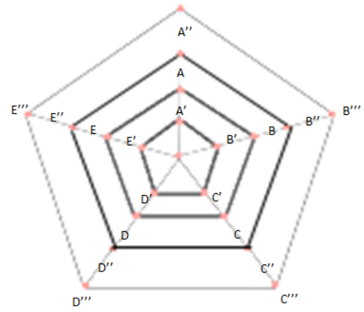
As figuras ampliadas ou reduzidas por homotetia preservam a forma e os ângulos da figura original, mas as medidas dos lados são ampliados ou reduzidos, na razão k.

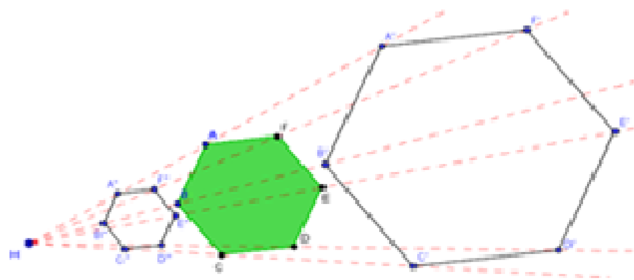
É interessante pedir aos alunos que escrevam o que estudaram a partir do estudo das homotetias.

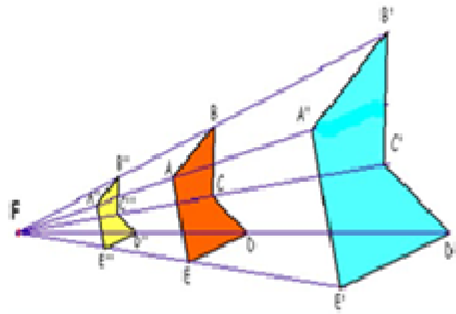
Figuras planas semelhantes traçadas por um ponto auxiliar

Observação: A obtenção de figuras planas semelhantes por um ponto auxiliar interno ou externo corresponde à transformação geométrica chamada homotetia que permite desenhar figuras planas ampliadas ou reduzidas semelhantes outras dadas. Para ampliar esse conceito, você pode, num cartaz ou num slide, apresentar figuras planas aumentadas ou reduzidas por pontos internos ou externos a uma figura original e com os alunos explorar as figuras formadas por um ponto externo ou interno à figura.









Comente que, na natureza, há elementos em que se verificam homotetias e que nas artes, nos logotipos, as homotetias são amplamente utilizadas. Solicite que cada grupo faça uma pesquisa sobre as homotetias e apresente suas pesquisas, usando diferentes recursos: cartazes, apresentações de PowerPoint , vídeos, etc.

O conceito de semelhança

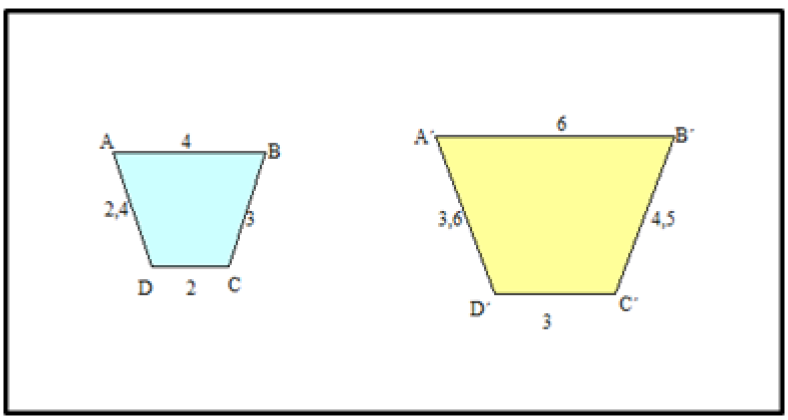
Inicie a sistematização do conceito de figuras planas, comentando que é fundamental considerar a proporcionalidade entre dimensões das figuras ao obter as figuras ampliadas ou reduzidas a partir de uma tomada como a original. É necessário estabelecer certos critérios para obter tais resultados.

A definição de semelhança entre duas figuras planas requer dois fatos:

I. Ângulos correspondentes congruentes.

II. Lados correspondentes proporcionais.

As figuras geométricas são semelhantes se possuem exatamente a mesma forma, independentemente de seu tamanho. Por isso, pode-se dizer que um quadrado é semelhante a todos os outros quadrados. Do mesmo modo, dois círculos, quaisquer que sejam, serão sempre semelhantes.



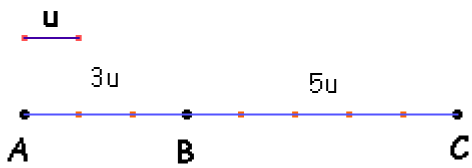
Solicite que os alunos verifiquem se os dois trapézios são semelhantes. Certifique-se de que os alunos reconhecem os seus ângulos e os seus lados correspondentes, que, considerando a igualdade das razões determinadas pelos lados correspondentes, eles verificam que eles são proporcionais. Ainda, recortando os trapézios e sobrepondo os seus ângulos, que eles verificam a congruência dos ângulos correspondentes e, com eles, conclua que:

> Dois polígonos são semelhantes, quando existe uma correspondência entre seus vértices, tal que, os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.

Denomine a razão $\frac{2}{3}$ de razão de semelhança, verificando que é uma constante, simbolizando-a por k .

Retome o conceito de razão, usada em Matemática para indicar a comparação de dois números através de uma divisão, e que, quando referimos a razão entre dois segmentos, queremos dizer a razão entre suas medidas tomadas na mesma unidade. Analise o exemplo, a razão entre os segmentos AB e BC abaixo é 3/5.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{3u}{5u} = \frac{3}{5}$$



É fundamental que você discuta as atividades propostas até esse momento, certificando-se de que os alunos compreenderam o que é uma transformação por homotetia, reconheçam e diferenciem as figuras ampliadas ou reduzidas, compreendam e identifiquem lados e ângulos correspondentes, analisem a congruência dos ângulos e a proporcionalidade dos lados das figuras planas ampliadas ou reduzidas em relação a outra tomada como original, identificando as constantes de proporcionalidade como uma razão de semelhança. É importante, ainda, que reconheçam que o ponto auxiliar, também chamado de centro de homotetia fique fora ou dentro das figuras ampliadas ou reduzidas.

Propor atividades com situações-problema que envolvem o conceito de homotetia é ampliar e aprofundar habilidades relacionadas à semelhança e razão de semelhança de figuras planas, o que fundamenta vários conceitos matemáticos e possibilita o estabelecimento de conexões entre eles.

Exemplos de situações problema que exploram homotetia e o conceito de semelhança de figuras planas.

1)Desenhem numa folha dois retângulos homotéticos de dimensões 2cm x 3,5cm e 4cm x 7cm de modo que:

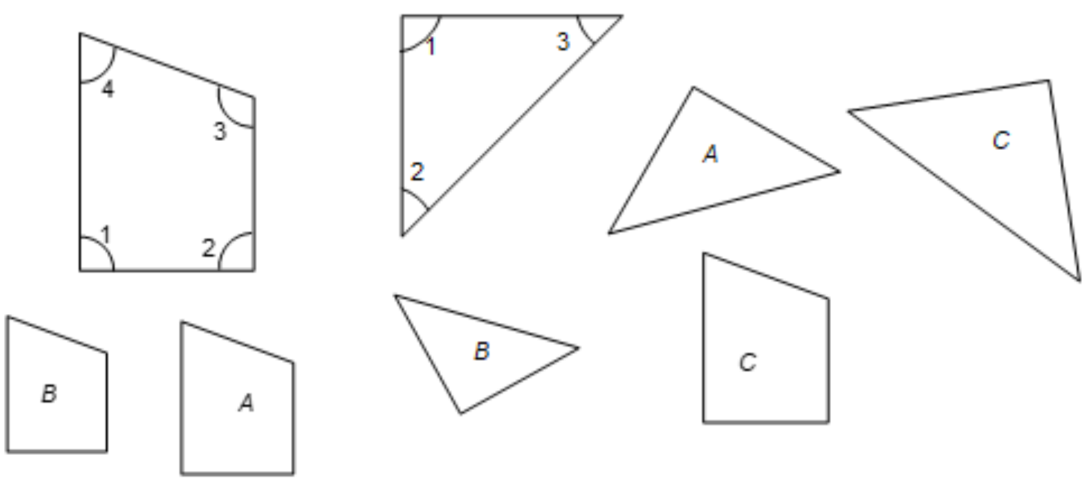
a) O centro de homotetia fique fora dos retângulos.

b) O centro de homotetia fique no centro dos retângulos.

c)Tracem as diagonais dos dois retângulos. O que vocês observam? Discutam as observações e conclusões no grupo e respondam a questão.

d) Isso vale para qualquer par de retângulos? Justifiquem a resposta.

2) Recortem e comparem os quadriláteros. Oriente que respondam as questões propostas, após discuti-las com os colegas no grupo.



2.1) Recortem e comparem os quadriláteros. Respondam as questões propostas, após discuti-las com os colegas no grupo.

a) Verifiquem quais dos quadriláteros A, B ou C são semelhantes ao quadrilátero maior.

b) Estabeleçam a relação entre os lados de cada quadrilátero A, B e C com os lados do quadrilátero maior.

c) Façam o mesmo para os ângulos relativamente aos quadriláteros.

d) Definam polígonos semelhantes.

2.2) Recortem e comparem os triângulos da folha. Respondam as questões propostas, após discuti-las com os colegas no grupo.

a) Verifiquem quais dos triângulos A, B ou C são semelhantes ao triângulo maior.

b) Estabeleçam a relação entre os lados de cada triângulo A, B e C com os do triângulo maior.

c) Façam o mesmo para os ângulos.

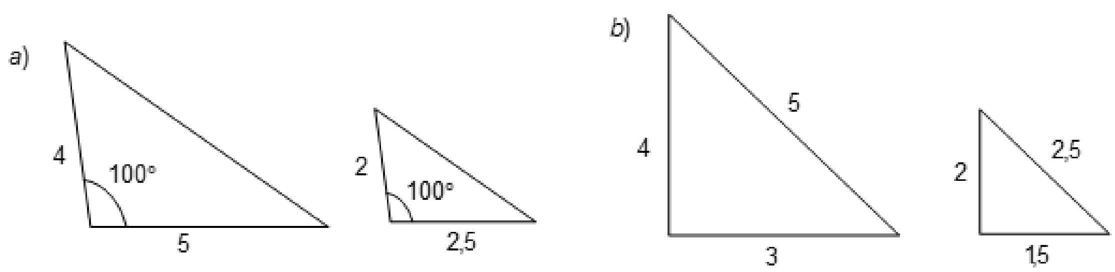
d) Pode haver dois triângulos não semelhantes cujos lados sejam proporcionais?

e) Pode haver dois triângulos não semelhantes cujos ângulos sejam congruentes?

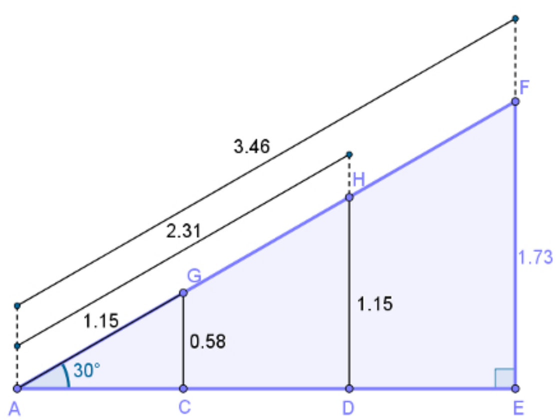
f) Definam triângulos semelhantes.

Analisando e discutindo as questões apresentadas em 2.2 os alunos poderão expressar que dois triângulos são semelhantes quando têm: os ângulos respectivamente congruentes ou os lados correspondentes proporcionais, e que basta uma das duas exigências para que dois triângulos sejam semelhantes.

3) Verifiquem se os pares de triângulos são semelhantes e justifiquem as respostas.



4) Observem os triângulos retângulos construídos por homotetia. Sabendo que o ângulo de 30º é comum a todos os triângulos, e que a soma dos ângulos agudos de um triângulo retângulo é 90º, pode-se afirmar que os ângulos em G, H e F medem 60º . Verifique se os lados correspondentes (ou homólogos) são proporcionais e, trocando ideias com o seu grupo, respondam:

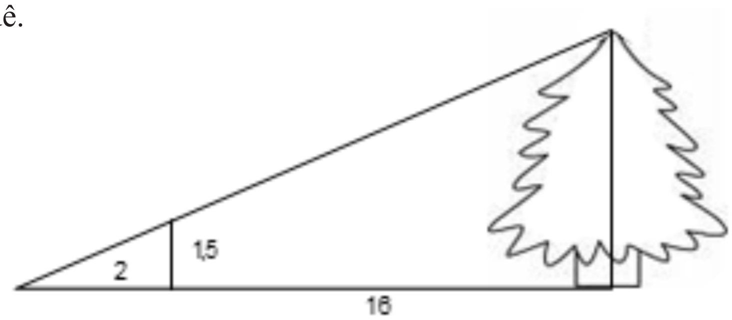


a) Os triângulos retângulos AGC, AHD, AFE são semelhantes?

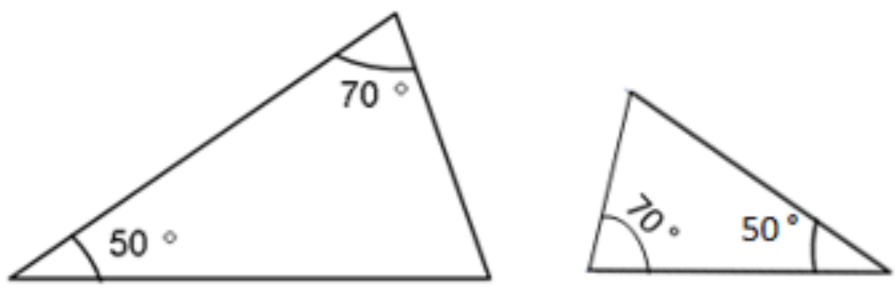
b) Justifiquem a resposta da questão a.

Analise as repostas da questão 4, sistematize a semelhança de triângulos construídos por homotetia e oportunize a ampliação da linguagem matemática.

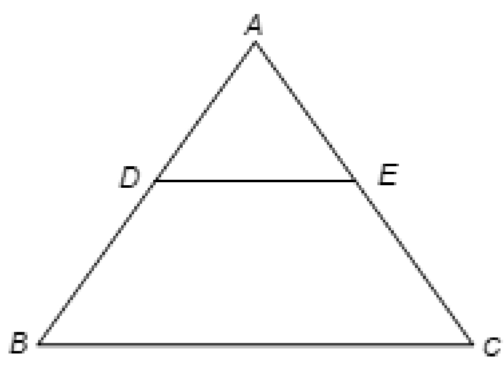
5)Para medir a altura de um pinheiro, Pedro comparou sua sombra com a de um bastão de 1,5m de altura. No momento em que a sombra do bastão média 2m, ele verificou que o pinheiro projetava uma sombra de 16m. Pedro concluiu, então, que a altura do pinheiro era de ______________m. Expliquem o porquê.



6) Os dois triângulos a seguir são semelhantes. Expliquem o porquê.



7) Na figura a seguir, BC//DE, os triângulos ABC e ADE são semelhantes. Justifiquem a afirmativa.



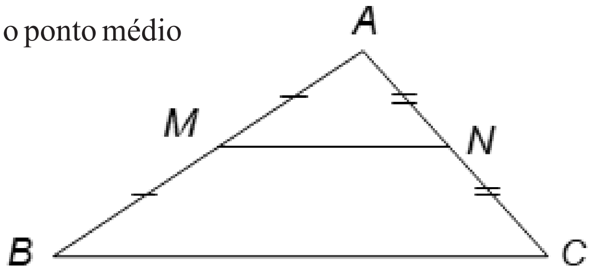
Explore com os alunos a relação desta situação-problema, encoraje-os a relacionar as questões propostas nos exemplos 3, 4, 5, 6 e 7. Incentive os alunos a copiar em papel transparente e sobrepor os triângulos das questões 3, 6 e 7, fazendo-os coincidir em seus ângulos, verificando o que acontece, quando se sobrepõem triângulos, fazendo coincidir os ângulos congruentes.

A partir dessa sequência de problemas, seguida de uma discussão sobre o tema, os alunos poderão concluir que: toda paralela a um lado de um triângulo, que intercepta os outros dois lados em pontos distintos, determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.

Após, propor aos alunos que resolvam problemas como os que seguem.

1)Na figura, M é o ponto médio do lado AB e N é o ponto médio do lado AC.ΔAMN é semelhante ΔABC

Além disso, MN//BC e MN = BC



Justifiquem as seguintes afirmações:

Se um segmento une os pontos médios de dois lados de um triângulo, então:

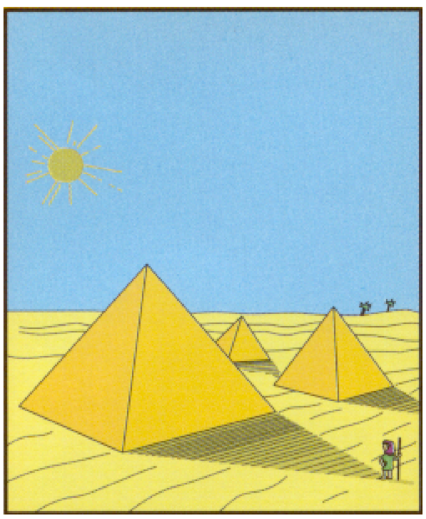
1. Esse segmento é paralelo ao terceiro lado

2. Ele mede a metade do terceiro lado.

A partir desses e outras problemas que você achar necessários, após discuti-los no grande grupo, os alunos poderão concluir que:

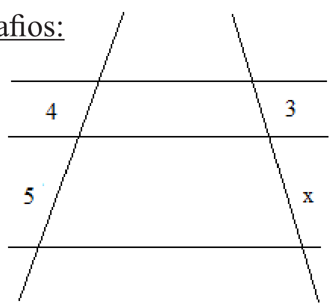
Toda paralela a um lado de um triângulo, que intercepta os outros dois lados em pontos distintos, determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.

Esta é uma aplicação do famoso Teorema de Tales. Aqui se pode trabalhar um pouco de História da Matemática, explorando quem foi Tales e seu legado.

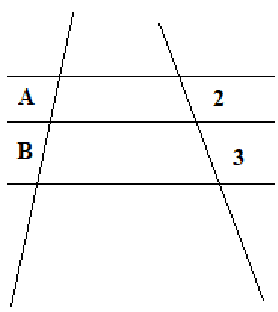


Conta a lenda que, quando o matemático e filósofo grego Tales (século VI a.c.) chegou ao Egito, os sacerdotes pediram-lhe que averiguasse a altura da pirâmide de Quéops. Tales traçou uma linha no solo, marcando nela sua altura e esperou que sua sombra, projetada pelo sol, ficasse igual à sua altura. Nesse momento, ele mediu a sombra projetada pela pirâmide. O matemático, então, respondeu aos sacerdotes: "Agora que minha sombra é igual à minha altura, o comprimento da sombra da pirâmide deve coincidir com o comprimento de sua altura". Podemos, também, medir a altura de edifícios, árvores, postes telefônicos pela sombra que projetam no solo.

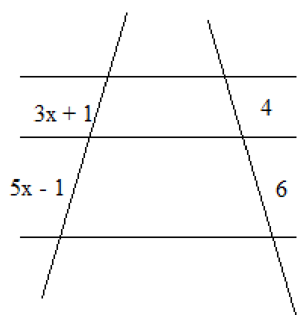
Desafios:



Calcule o valor de x.



Se A + B é 20, calcule A e B.



Calcule o valor de x .

Analisando os desafios, relacionando-os aos conceitos estudados, em especial os de razão e proporção, explore o Teorema de Tales.

Pesquisando e ampliando a atividade

Solicite que os alunos pesquisem os casos de semelhança de triângulos. No dia marcado sistematize as pesquisas dos alunos.

Atividade: As Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Descritores:	Gradação:
48 - Relacionar os lados correspondentes de triângulos retângulos semelhantes, considerando cada um de seus ângulos agudos e perceber as razões constantes existentes entre eles nomeando-as.	Ampliação
49 - Resolver e elaborar problemas utilizando as relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, bem como as relações de proporcionalidade, envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.	Ampliação

Observação: No nono ano, a partir do estudo da semelhança de figuras planas, das razões e proporções são estudadas as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Para que os alunos reconheçam as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) de um ângulo agudo no triângulo retângulo e resolvam situações-problema em contextos da realidade, envolvendo-as, é importante que eles tenham traçado figuras semelhantes por homotetica, ampliando-as ou reduzindo-as, reconhecendo a razão de aumento e diminuição dos lados (a constante k).

Preparação da atividade: Organize os alunos em grupos de 4 e 6 alunos.

Descrição da atividade

Inicialmente, solicite que, no grupo, os alunos leiam e troquem ideias sobre o texto a seguir:

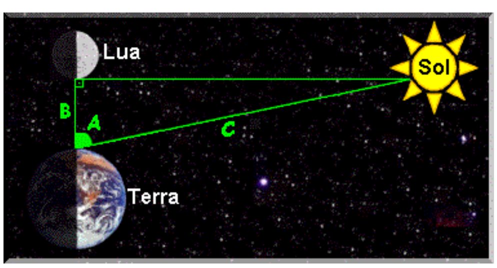
Um pouco de história...

A palavra trigonometria (do grego trigono=triangular e metria=medida) teve origem na resolução de problemas práticos relacionados principalmente à navegação e à Astronomia.

Acredita-se que, como ciência, a Trigonometria nasceu com o astrônomo grego Hiparco de Nicéia (190 a.C.-125 a.C.). Este grande astrônomo criou uma Matemática aplicada para prever os eclipses e os movimentos dos astros, permitindo a elaboração de calendários mais precisos e maior segurança na navegação. Hiparco ficou conhecido como pai da Trigonometria, por ter estudado e sistematizado algumas relações entre os elementos de um triângulo, no entanto, há indícios de que os babilônicos (habitantes da antiga Mesopotâmia, hoje Iraque) também desenvolveram estudos rudimentares de Trigonometria.

Mais tarde, a Astronomia, estudada por egípcios e gregos, foi a grande impulsora do desenvolvimento da Trigonometria.

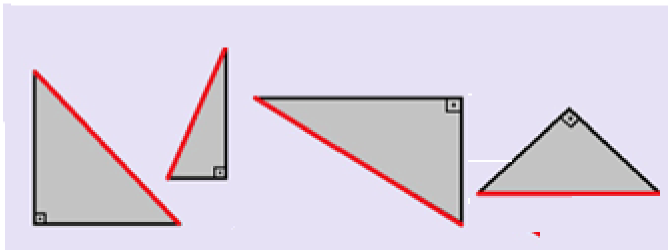
A Trigonometria, que relaciona as medidas dos lados de um triângulo com as medidas de seus ângulos, é de grande utilidade na medição de distâncias inacessíveis ao ser humano, como a altura de montanhas, torres e árvores, ou a largura de rios e lagos. Por esse motivo, a Trigonometria foi considerada em sua origem, como uma extensão da Geometria. Ela não se limita apenas ao estudo de triângulos ou da Matemática. Encontramos aplicações da Trigonometria na Engenharia, na Mecânica, na Eletricidade, na Acústica, na Medicina, na Astronomia e até na Música.



Comente o texto com os alunos, ouvindo o que eles têm da dizer sobre o que leram. Verifique se eles observaram a imagem e perceberam o triângulo retângulo que relaciona as distâncias entre a Lua, o Sol e a Terra e que essas são distâncias inacessíveis. Discuta o sentido e a origem da palavra trigonometria.

O triângulo retângulo

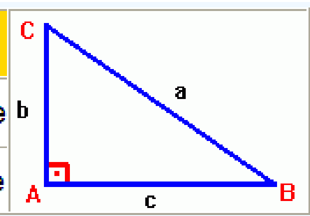
Observação: Retome as propriedades do triângulo retângulo e amplie a significação da linguagem matemática, nomeando seus elementos. É necessário que os alunos reconheçam os triângulos retângulos em qualquer posição, que eles possuem um ângulo reto e o localizem.



Tenham concluído que, se um dos seus ângulos mede noventa graus, os outros dois são agudos e complementares, pois a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Para reconhecer as relações trigonométricas no triângulo retângulo como razões constantes, é importante que os alunos identifiquem e nomeiem seus elementos em relação aos ângulos agudos

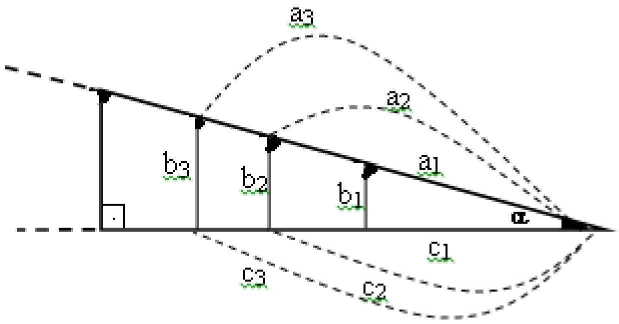
Certifique-se que os alunos dominam a linguagem matemática, e reconheçam que os lados de um triângulo retângulo recebem nomes especiais que lhes são atribuídos de acordo com a sua posição em relação ao ângulo reto e ao ângulo agudo considerado. No triângulo retângulo desenhado a seguir, o lado oposto ao ângulo reto é a hipotenusa, indicado por **a**. Os lados que formam o ângulo reto (adjacentes a ele) são os catetos indicados por **b** e **c**. Os catetos recebem nomes especiais de acordo com a sua posição em relação ao ângulo considerado. Se estivermos operando com o ângulo C, o lado oposto a esse ângulo, indicado por c, é o cateto oposto ao ângulo C e o lado que forma o ângulo C, indicado por b, é o cateto adjacente ao ângulo C. Se estivermos operando com o ângulo B, o lado oposto a esse ângulo, indicado por b, é o cateto oposto ao ângulo B e o lado adjacente ao ângulo B, indicado por c, é o cateto adjacente ao ângulo C.

Ângulo	Lado oposto	Lado adjacente
C	c cateto oposto	b cateto adjacente
B	b cateto oposto	c cateto adjacente



Vamos estudar as relações entre as medidas de ângulos e lados nos triângulos retângulos (a trigonometria). Esse estudo é fundamentado na semelhança de triângulos. Um dos objetivos da Trigonometria é calcular distâncias difíceis ou impossíveis de serem medidas por instrumentos comuns e é muito útil como aplicações de conceitos matemáticos no nosso cotidiano.

Observando os triângulos retângulos construídos por homotetia, oriente que os alunos observem que são semelhantes, pois possuem os ângulos congruentes e os lados correspondentes, ordenadamente proporcionais. Solicite que eles determinem todas as razões possíveis, considerando a figura abaixo, sabendo que, a partir das ternas pitagóricas (3, 4, 5), (6, 8, 10) e (9, 12, 15) temos: $a_1 = 5$, $a_2 = 10$, $a_3 = 15$; $b_1 = 3$, $b_2 = 6$ e $b_3 = 9$; $c_1 = 4$, $c_2 = 8$ e $c_3 = 12$, e, como os triângulos são semelhante, agrupando os lados correspondentes em proporções contínuas, obtemos razões iguais, as constantes de proporcionalidade.



Solicite que os alunos justifiquem a congruência dos ângulos, a semelhança dos triângulos e determinem:

a) as proporções contínuas que relacionam o cateto oposto com a hipotenusa dos triângulos retângulos formados pelas ternas pitagóricas, considerando o ângulo ∝.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \cdots = k = \frac{3}{5}$$

b) as proporções contínuas que relacionam o cateto adjacente com a hipotenusa dos triângulos retângulos formados pelas ternas pitagóricas, considerando o ângulo ∝.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \cdots = k = \frac{4}{5}$$

c) as proporções contínuas que relacionam, o cateto oposto com o cateto adjacente dos triângulos retângulos formados pelas ternas pitagóricas, considerando o ângulo ∝.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \ldots = k = \frac{3}{4}$$

Retome no grande grupo as razões determinadas para α, verifique porque elas são as constantes k e denomine–as razões trigonométricas, definindo o seno, o cosseno e a tangente do ângulo agudo ∝.

Seja α a medida de um ângulo agudo de um triângulo retângulo.

· Seno de α é a razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$$

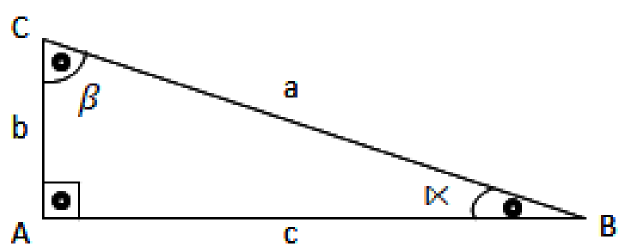
· Cosseno de α é a razão entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa.

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

· Tangente de α é a razão entre o cateto oposto a esse angulo e o cateto adjacente a ele.

$$\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$$

Então, dado o triângulo ABC a seguir, considerando os ângulos agudos ∝ e β abaixo, podemos escrever:



$$\text{sen}\,\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{tg}\,\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\text{sen}\,\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\beta = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{tg}\,\beta = \frac{c}{b} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Concluída essa etapa, dê aos alunos uma tabela de senos, cossenos e tangentes de ângulos agudos e, com eles, localize as razões trigonométricas de alguns ângulos. Então, proponha que resolvam problemas passo a passo, envolvendo as razões trigonométricas e calculando distâncias inacessíveis.

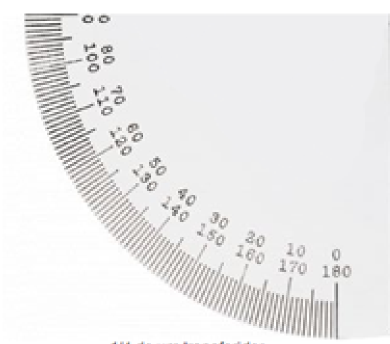
Medindo ângulos e calculando distâncias inacessíveis

Comente com os alunos que, para medir ângulos, usa-se o teodolito. Solicite que leiam o pequeno texto a seguir.

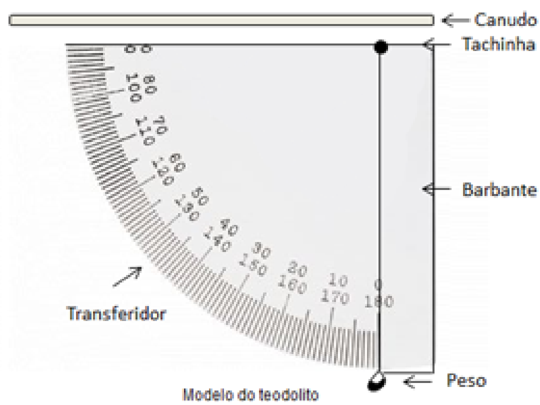
O teodolito é um instrumento de precisão óptico utilizado para medir ângulos verticais e horizontais. É muito usado em diversos setores: na navegação, na metalurgia, na topogametria, na construção civil entre outros. Existem diferentes tipos de teodolitos.

Atividade prática: a construção de um teodolito

Material: Com antecedência, solicite que os alunos tragam de casa os seguintes materiais: um canudo ou uma caneta esferográfica sem a carga, uma tachinha, um pedaço de barbante, um peso, um pedaço de papelão, cola e fita adesiva. Providencie para cada aluno, a cópia do modelo do teodolito que será construído e de $\frac{1}{4}$ de um transferidor, conforme modelos.



1/4 de um transferidor



Modelo do teodolito

No dia marcado, proponha que os alunos construam um teodolito bem simples, seguindo a instrução passo a passo.

Construção do teodolito:

1) Observe o modelo do teodolito que será construido.

2) Cole no papelão, a figura do $\frac{1}{4}$ do transferidor, recortando-o.

3) Com a fita adesiva, fixe o canudo em uma das extremidades do transferidor.

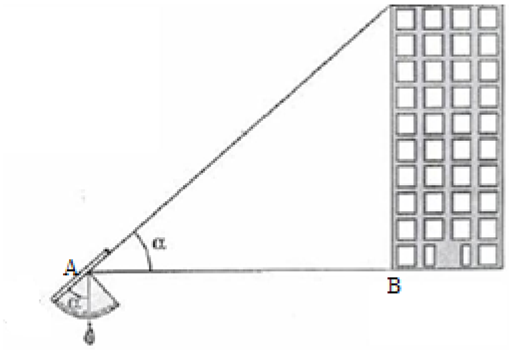
4) Com a tachinha, no vértice do ângulo reto, fixe o cordão com o peso colocado em uma de suas extrermidades.

Medindo e calculando distâncias inacessíveis

Observação: Há distâncias inacessíveis de medir com instrumentos comuns de medida. Medem-se, então, os ângulos com o teodolito e usam-se as razões trigonométricas para calcular essas distâncias.

Solicite que os alunos leiam o texto e observem a figura nele contida.

Para medir o ângulo (α), usando o teodolito construído, com o canudo fixado no transferidor, eles devem mirar o objeto a ser medido de tal forma que, ao inclinar o teodolito, o barbante com o peso indique, no transferidor, a medida do ângulo formado com a horizontal e o ponto de mira, conforme a figura.

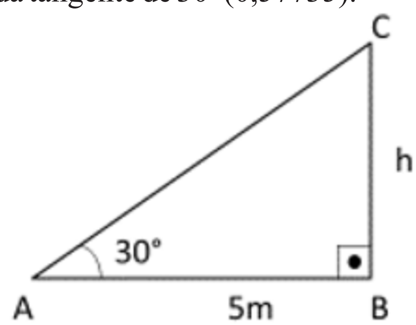


Sabendo o valor desse ângulo (o ângulo ∝) e a medida da distância do observador ao objeto a ser medido (segmento AB), faz-se o desenho de um triângulo retângulo com as medidas e, a partir das razões trigonométricas no triângulo retângulo, calcula-se a medida que se quer achar, que, no caso, é a altura de um prédio, conforme desenho:

Suponha que, no triângulo retângulo ABC, retângulo em B o valor do ângulo agudo em A é 30o e que a distância AB do observador à base do prédio é 5m. Calcula-se, então, a altura (h) do prédio.

Para calcular a altura do prédio (o cateto oposto ao ângulo A), temos o valor do ângulo A e do cateto adjacente AB. A altura do prédio (o lado BC) é o cateto oposto ao ângulo α. Assim, vamos utilizar a relação tangente do ângulo que relaciona o cateto oposto com o cateto adjacente. Procurando na tabela das razões trigonométricas o valor da tangente de 30º (0,57735).

$$\text{Sabe-se tag } 30^{\circ} = \frac{\textit{cateto oposto}}{\textit{cateto adjacente}}$$



Na tabela de razões trigonométricas, tem-se: tag30o = 0,57735 ,

Substituindo tem-se $0{,}57735 = \frac{h}{5}$; então h = 2,88675m

Discuta o texto com os alunos e comunique que eles farão uma saída de campo, para fazer medições com o seu teodolito.

No dia marcado, faça a saída de campo. Cada aluno deve levar o seu teodolito, uma trena ou a fita métrica, uma prancheta com papel para anotações, lápis ou caneta.

Leve os alunos a algum lugar que tenha uma torre ou um edifício bem alto. Oriente-os a medir com o seu teodolito construído, o ângulo a partir do qual eles avistam o ponto mais alto da torre ou do edifício e, com a trena ou a fita métrica, meçam a distância que cada um está da torre ou do edifício. Em sala de aula, oriente que os alunos, conforme o texto lido, desenhem o retângulo e calculem a altura do objeto medido.

Auxilie os alunos e vá acompanhando as etapas da atividade, orientando-os. Oportunize que eles exponham seus trabalhos e comentem como procederam para realizá-lo.

Proponha, então, que eles resolvam alguns problemas envolvendo o tema e que elaborem outros eles devem trocar com seus colegas para que sejam resolvidos.

Uma questão de acessibilidade

Observação: trabalhar esse tema é contextualizar as situações-problema cuja resolução envolve a utilização das razões trigonométricas. Inicie essa atividade lendo o pequeno texto a seguir:

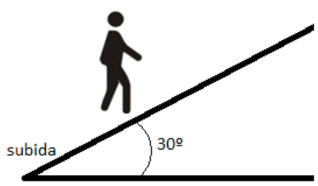
Acessibilidade

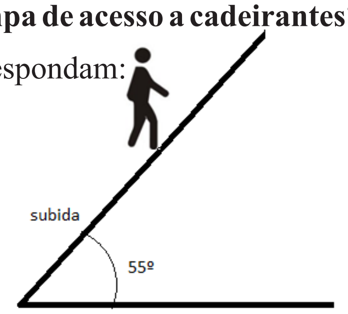
> Hoje em dia, embora ainda pouco discutido, já se percebe, tanto da parte do poder público, como das pessoas em geral, a preocupação de facilitar a locomoção e o acesso às pessoas com deficiências físicas. Para isso, é necessário que se promovam adaptações nas ruas, nas residências, nos prédios públicos, nos transportes, proporcionando melhores condições de acessibilidade e, portanto, de vida às pessoas portadoras de necessidades especiais. Ruas bem pavimentadas com calçadas rebaixadas e rampas de acesso são essenciais para dar acessibilidade aos cadeirantes. Acessibilidade é o direito de todo cadeirante em trafegar pelo mesmo lugar de uma pessoa sem deficiência. Acessibilidade é ter facilidade ao passar em calçadas, ir a banheiros e entrar em estabelecimentos. Atualmente, a presença de rampas de acesso a cadeirantes é uma obrigatoriedade em todos os lugares, em edifícios, em lojas, em escolas, e há uma legislação que orienta a construção das rampas. Segundo alguns arquitetos, nas normas da construção civil, as rampas de acesso para os usuários de cadeiras de rodas devem ter, no máximo, uma inclinação de 8%, isto é 8cm em cada 100cm, o que significa que, quando se sobe uma rampa que tem um deslocamento vertical, para cada 8cm de deslocamento vertical, tem-se um afastamento de 100 cm (1m) na horizontal.

Então, questione os alunos:

Como calcular a inclinação ideal para uma rampa de acesso a cadeirantes?

Solicite que eles observem as imagens a seguir e respondam:



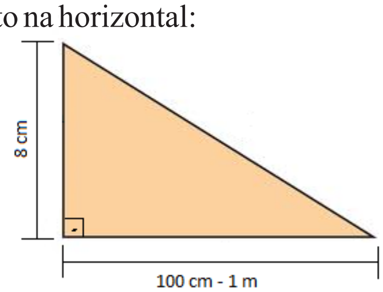


Do que depende a inclinação de uma rampa?

Em qual das duas rampas um cadeirante subiria com mais facilidade, na da esquerda ou na da direita?

Ouça as respostas dos alunos. Eles devem concluir que o cadeirante terá mais facilidade de subir na rampa da esquerda em que o **ângulo** mede 30^0, isto é, em que o ângulo tem a menor medida. Retome a “medida” oficial, que define o ângulo que determina a inclinação ideal de acesso a um cadeirante e que deve ser respeitada. Esta “medida” é a **razão** entre a variação do deslocamento na vertical (a altura da rampa) e do deslocamento na horizontal:

$$\frac{8}{100} = 8\%$$



Analise com eles o desenho, caracterizando o triângulo retângulo em que se define essa relação, entendendo essa razão como a tangente do ângulo que a rampa forma com o chão e, também, como uma porcentagem. Com essas medidas, consultando a tabela de senos, cossenos e tangentes de ângulos agudos, desafie-os a encontrar o ângulo ideal para as rampas de acesso a cadeirantes.

Atividade: Os Prismas e os Cilindros

Descritores:	Gradação:
55a -Expressar expressões de cálculo do volume de prismas e cilindros retos e aplicá-las na resolução de problemas do cotidiano.	Consolidação
55b –Resolver e elaborar problemas em contextos cotidianos e da realidade que envolvem o cálculo perímetro,, área e volume das figuras geométricas planas e espaciais estudadas..	Consolidação

Material: Prepare imagens de cidades e de áreas rurais, conforme modelos apresentados.

Observação: Retome com os alunos o reconhecimento de que os sólidos geométricos são formas tridimensionais que são classificados em poliedros e sólidos de resolução. Que os poliedros quando pousados cuidadosamente numa superfície não rolam porque têm arestas e que os sólidos de revolução como cilindros, cones e esferas, rolam.

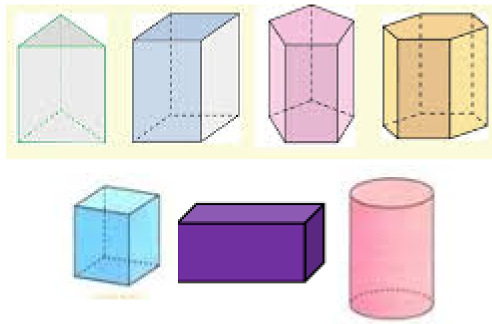
Preparação da Atividade: Para a atividade inicial, organize os alunos em semicírculo. Para a construção e exploração dos sólidos, organize a turma em grupos de 4 a 6 componentes**.**

Descrição da atividade

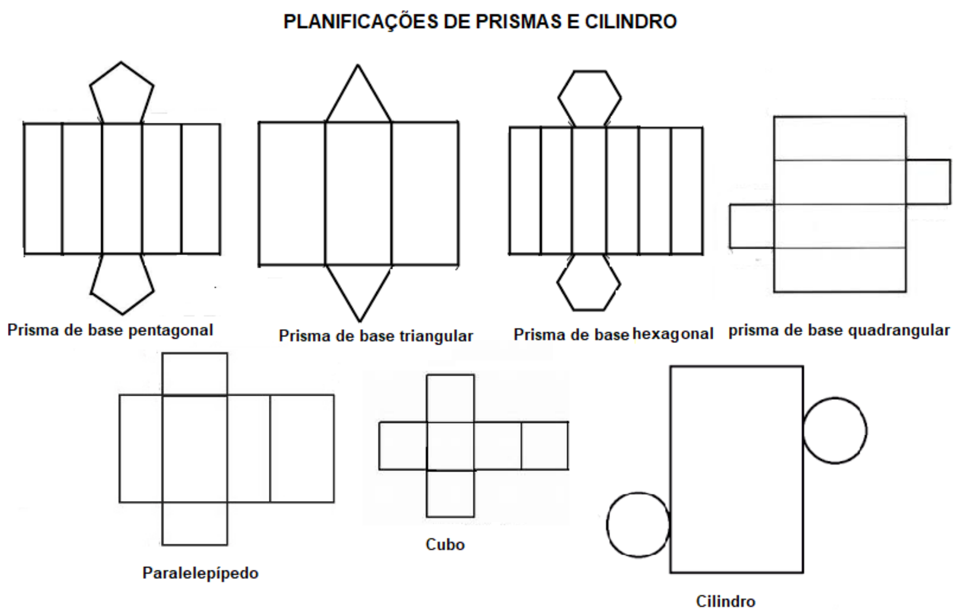
Relacionando os sólidos com a realidade

Mostre as imagens de cidades e de zonas agrícolas, por exemplo e, questionando , promova que os alunos verifiquem que os prismas são muito utilizados nas construções de prédios e que os cilindros, por exemplo, são utilizados na armazenagem de grãos.

Construindo prismas e cilindros a partir a partir de suas planificações



Observação: Em anos anteriores os alunos já planificaram sólidos geométricos. Inicialmente, retome algumas planificações, certificando-se de que os alunos reconhecem as características de diferentes prismas e dos cilindros, nomeando-os, relacionando-os às suas planificações. Proponha que construam prismas regulares com diferentes bases, cubos, paralelepípedos e cilindros, a partir de suas planificações. Proponha que reconheçam e nomeiem a base, os arestas, as faces e os vértices de cada um.



Calculando o volume dos prismas e do cilindro

Observação: Provavelmente, os alunos já têm a noção de que, para calcular o volume de um sólido, multiplicam-se as suas três dimensões.

Para generalizar o cálculo do volume, a partir de um padrão, é importante que os alunos explorem e compreendam que o volume de um sólido é gerado por empilhamento, de polígonos. No caso dos prismas e do cilindro, pelo empilhamento de quadrados, triângulos, retângulos, pentágonos, hexágonos e círculos.

No nono ano, estudamos a forma de calcular o volume do cubo, do paralelepípedo, dos prismas regulares de base triangular e quadrangular e do cilindro.

Questione os alunos: Como podemos descobrir o volume de prismas com bases triangular, quadrangular e retangular, de cubos e do cilindro, usando a área da base (A_b) e a medida da altura (h)?

Proponha que os alunos observem a sequência de figuras a seguir para calcular o volume de um cubo, explorando a ideia de empilhamento para compreender volume e generalizar uma fórmula

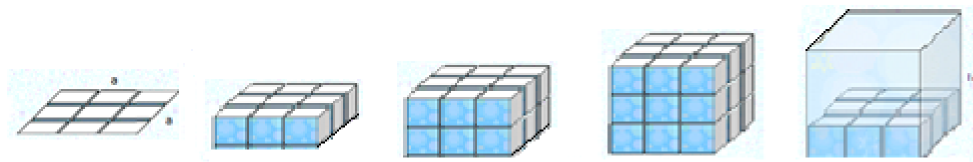


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

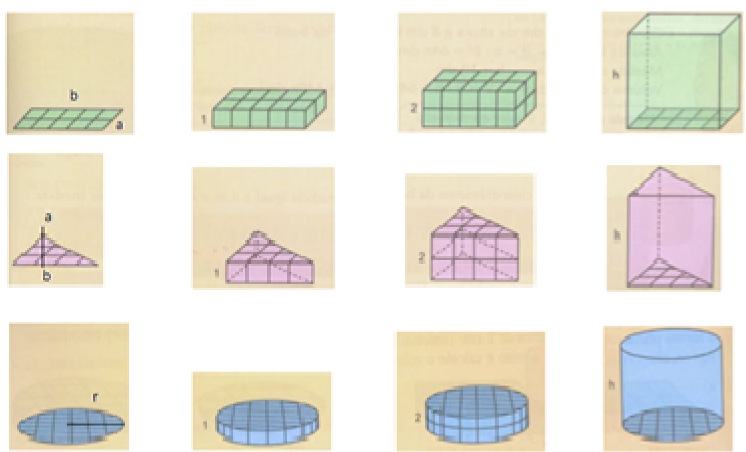
Proponha que os alunos tomem uma figura plana quadrangular como base do sólido e calculem sua área $A_b = a \times a$, $A_b = a^2$ (Figura 1).

Suponham que esse prisma de base quadrangular tenha altura igual a 1 unidade de comprimento. Para calcular o seu volume, multiplicamos a área da base A_b do prisma pela altura: $V = a^2 \times 1$ (figura 2).

Da mesma forma, para calcular o volume desse prisma de base quadrangular com altura de 2 unidades de comprimento, multiplicamos a área da base A_b por 2, a altura do prisma: $V = a^2 \times 2$ (figura 3).

Assim, para calcular o volume de um prisma de base retangular, em particular, de um cubo com a medida da altura igual à medida (a) do lado da base do quadrado, multiplica-se a área da base A_b (a^2) pela altura a, $V = a^2 \times a$, $V = a^3$.

Proponha, então, que os alunos, no grupo, desenvolvam o mesmo passo a passo para calcular o volume de prismas de base retangular (paralelepípedos), supondo, para a figura 1 da sequência passo a passo, uma base retangular e uma altura qualquer para o paralelepípedo ($V = A_b \times h$) , de base triangular e uma altura qualquer para o prisma de base triangular ($V = A_b \times h$) , e um círculo para a base do cilindro e uma altura qualquer ($V = A_b \times h$), $V = \pi r^2 \times h$.



No grande grupo, retome as soluções que os alunos realizaram para as diferentes sequências, tendo o cuidado de retomar as propriedades dos prismas regulares e não regulares, dos cubos dos paralelepípedos e dos cilindros. Desafie-os a, no grupo, generalizar a forma de cálculo de primas quaisquer, particularizando-a para os cilindros. Sugira que eles usem fluxogramas para generalizar as fórmulas.

Como calcular o volume de prismas e cilindros ?

No grande grupo, ouça e discuta as conclusões dos alunos Explore o quadro a seguir, chame a atenção para o padrão do volume dos prismas e do cilindro e, retomando a forma de calcular o volume de cada figura. Sistematize essa discussão com os alunos levando-os a concluir que para calcular o volume de um prisma ou de um cilindro, basta multiplicar a área da base pela medida da altura.

Atividade: A Equação do Segundo Grau e a Função do Segundo Grau

Descritores:	Gradação:
34b - Identificar uma equação do 2º grau e seus coeficientes, reconhecer as incompletas e as completas e diferenciá-las.	Consolidação
35 -Diferenciar incógnita e variável.	Consolidação
37 -Significar o zero das funções de 1º e 2º graus.	Consolidação

Material: Follhas de trabalho, folhas quadriculadas, réguas.

Observação: No nono ano, consolida-se a ideia de função e estuda-se a função polinomial de segundo grau, relacionada à resolução de problemas.

Preparação da atividade: Organize a turma em grupos de quatro a seis alunos.

Descrição da Atividade

Apresente aos alunos o seguinte desafio:Se Alfredo comprou um terreno e nele quer construir uma casa que ocupe um espaço retangular de 64m de perímetro e que tenha $300m^2$ de área, descubram que dimensões poderia ter a casa do Sr. Alfredo, considerando o número de metros de frente e de fundos (largura e profundidade).

Solicitar que registrem na tabela abaixo todas as possibilidades.

Lado maior	Lado menor	Perímetro	Área

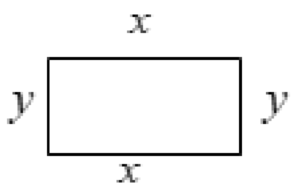
Analise coletivamente as alternativas apresentadas pelos alunos. É possível que encontrem várias maneiras de encontrar o perímetro de 64m mas com uma área diferente de $300m^2$.

Desafie os alunos a encontrarem uma expressão algébrica para representar uma forma geométrica que tenha 64m de perímetro e $300m^2$ de área.

Verifique as respostas dos alunos.

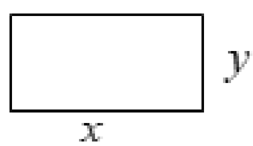
Espera-se que eles cheguem às seguintes expressões algébricas:

Perímetro



$$x + x + y + y = 64$$
$$2x + 2y = 64$$
$$x + y = 32$$

Área



$$xy = 300m^2$$
$$y = \frac{300m^2}{x}$$

A partir das expressões algébricas criadas pelos alunos, dialogando com eles, fazendo substituições, determine uma equação expressa por um polinômio de 2º grau, nomeando-a equação de segundo grau.

$x + y = 32$, como $y = \frac{300}{x}$, substituindo y na adição, temos:

$$x + \frac{300}{x} = 32 \rightarrow x^2 + 300 = 32x$$
$$x^2 - 32x + 300 = 0 \rightarrow \textit{equação de } 2^{\text{o}} \textit{ grau}$$

Construa coletivamente com os alunos a definição de equação de 2º grau. Aproveite essa discussão para estabelecer, apresentando vários exemplos, a comparação entre uma equação de 1º grau e uma de 2º grau, identificando semelhanças e diferenças e, também, entre equações de 2º grau completas e incompletas.

Com os alunos, destaque os coeficientes de x^2, de x e de x^0, denominado-os de coeficientes da equação e identificando-os por a, b e c. Introduza a forma geral para expressar uma equação de 2º grau completa como $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b e c diferentes de zero. Os alunos devem concluir que numa equação do 2º grau o coeficiente a é sempre diferente de zero, para uma equação do segundo grau incompleta em b, o coeficiente b é igual a zero e numa equação do 2º grau incompleta em c, o coeficiente c é igual a zero.

Ainda, numa exposição dialogada, aborde a dedução da fórmula de Bhaskara que permite calcular as possíveis raízes de uma equação de 2º grau, conforme o que segue:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$ax^2 + bx = -c \qquad (\textit{multiplicando ambos os lados por } 4a)$$
$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac \qquad (\textit{adicionando } b^2 \textit{ a ambos os lados})$$
$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$
$$(2ax - b)^2 = b^2 - 4ac$$
$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac} \quad \rightarrow \quad 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Um pouco de História da Matemática

Bhaskara Akaria, também conhecido como Bhaskaracharya, nasceu na cidade de Vijayapura, na Índia, em 1114, e viveu até meados de 1185. Foi professor, astrólogo, astrônomo, um dos mais importantes matemáticos do século XII. Foi também chefe do observatório astronômico de Ujjain, escola de matemática muito bem conceituada no período. Bhaskara morreu aos 71 anos de idade, em Ujjain, na Índia.

Explore e proponha diferentes situações-problema que envolvam a resolução de equações do 2º grau.

O estudo da função polinomial de 2º grau

O estudo da função do 2º grau pode iniciar com um problema. Solicite que, trocando ideias no grupo, os alunos resolvam, por exemplo, o seguinte problema:

O dono de um sítio quer cercar uma área para fazer uma horta de forma retangular. Ele tem 20m de tela para cercar a horta. Ele quer ter a maior área para o plantio. Quais serão as dimensões do retângulo, para que o dono do sítio tenha a maior área?

Encorajar os alunos para que, inicialmente, expressem analiticamente as dimensões do retângulo e da sua área em função de x.

Sabendo que 20m de tela deverão cercar a horta, 20 m será o perímetro. Convencionando por x um dos lados do retângulo, qual será a expressão do outro lado?

O perímetro é 20; um lado é x; o outro é?

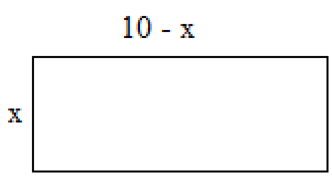
$$\frac{20-2x}{2}=\frac{\cancel{2}(10-x)}{\cancel{2}}=10-x$$

A expressão da área será: $A(x)=x(10-x)=10x-x^2=-x^2+10x, \textit{ com } 0<x<10$

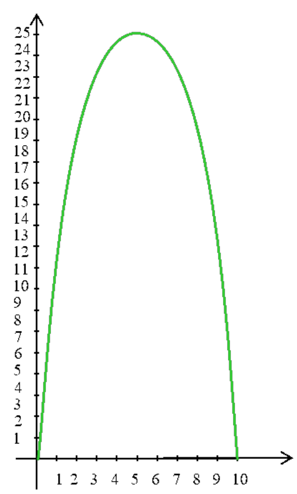
Dada a expressão analítica, solicitar aos alunos que completem a tabela abaixo e construam o gráfico correspondente.

Solicitar que relacionem a tabela, o gráfico e a expressão analítica de A(x) seus coeficientes. Num texto, expressem suas conclusões e respondam a pergunta do problema.

Solicite que os alunos relacionem a tabela, o gráfico e a expressão analítica de A(x) seus coeficientes. Num texto, expressem suas conclusões e respondam a pergunta do problema.



x	10 - x	$A(x)=x^2+10x$
1	9	9
2	8	16
3	7	21
4	6	24
5	5	25
6	4	24
7	3	21
8	2	16
9	1	9



Solicite que os alunos relacionem a tabela, o gráfico e a expressão analítica de A(x) seus coeficientes. Num texto, expressem suas conclusões e respondam a pergunta do problema.

Você pode, então, selecionar problemas cuja solução necessite trabalhar com um polinômio do 2º grau, da forma f(x) = $ax^2 + bx + c$ de tal forma que os alunos, ao resolvê-los passo a passo, percebam o significado dos coeficientes, relacionando-os ao gráfico da função de 2º grau, verificando que os coeficientes do polinômio estão relacionados à concavidade da parábola, ao ponto que ela corta o eixo das ordenadas, que as raízes da equação determinam os pontos em que a parábola corta o eixo das abscissas, pontos em que o y do par ordenado é igual a zero (os zeros da função). Percebam que a parábola tem um eixo de simetria (a reta vertical em relação ao eixo das abscissas que passa pelo vértice (ponto em que a parábola adquire valor mínimo ou máximo) e que a partir das coordenadas do vértice e do eixo de simetria do gráfico da função, determina-se o domínio e o conjunto imagem da função. Com sua mediação, eles podem verificar os intervalos em que a função é crescente ou decrescente, analisando o sinal da f(x).

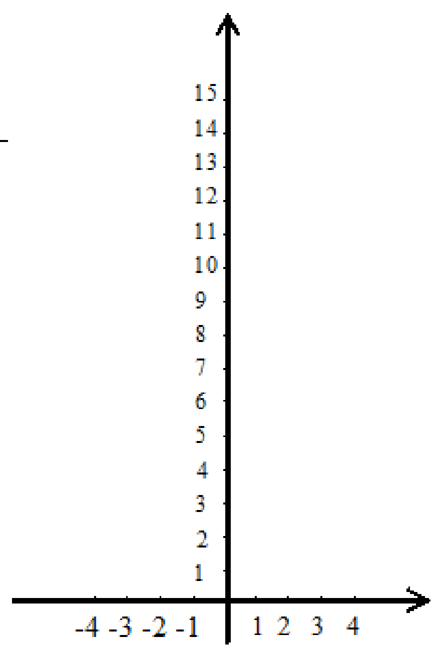
Na medida do tempo e do perfil de sua turma, o professor poderá explorar inequações do 2º grau, a partir de situações-problema. Ao trabalhar inequações do 2º grau, estabelecendo seu conjunto solução, os alunos terão a oportunidade de trabalhar com intervalos e operações com intervalos, aprofundando e significando este tema.

Assim,os diferentes significados das letras que aparecem ora na equação e ora na função do 2º grau, devem ser explorados com os alunos, como já deve ter acontecido no estudo da função polinomial do 1º grau.

Retomando as ideias de variável e de incógnita

Solicite que os alunos completem a tabela a seguir e tracem o gráfico da função de 2º grau $f : R \rightarrow R$ definida pela le

x	y
2	
1	
0	
-3/2	
-2	
-3	
-4	
-5	



Ao discutir os resultados, explore o fato de que o *x* e o *y* na expressão analítica (a lei da função) são variáveis uma vez que o *x* (chamado variável independente) pode assumir qualquer valor real e o *y* (a variável dependente) calculado em função de *x*, também pode assumir qualquer valor real.

Ao calcular as raízes da equação. o valor de *x* quando *y* é igual a zero, no caso, temos a equação $x^2 + 3x + 2 = 0$, então o *x* passa a ser a incógnita cujos valores são -2 e -1.

Fonte;Referencial Curricular – Lições do Rio Grande – Matemática, Ensino Fundamental. Porto Alegre, RS, 2009.

Atividade: O Sistema Cartesiano Ortogonal e a Representação Geométrica de Pares Ordenados

Descritores:	**Gradação:**
24-Reconhecer o plano cartesiano, descrever seus quadrantes e compreender que a cada ponto do plano está associado um par ordenado de números reais.	Ampliação
25- Determinar o ponto médio de um segmento de reta, dadas as coordenadas de dois pontos quaisquer no plano cartesiano.	Ampliação
26-Determinar a distância entre dois pontos quaisquer no plano cartesiano, dadas as suas coordenadas.	Ampliação
40-Traçar polígonos no plano cartesiano, dadas as coordenadas de seus vértices.	Consolidação

Material: Folhas de trabalho individual e malhas quadriculadas

Observação: Desde os anos iniciais os alunos trabalharam com localização e deslocamentos usando malhas quadriculadas e, na medida que ampliaram esses conceitos, localizaram pontos no plano a partir de duas referências (os eixos ortogonais). No 9º ano, são sistematizados e ampliados os conceitos referentes ao plano cartesiano.

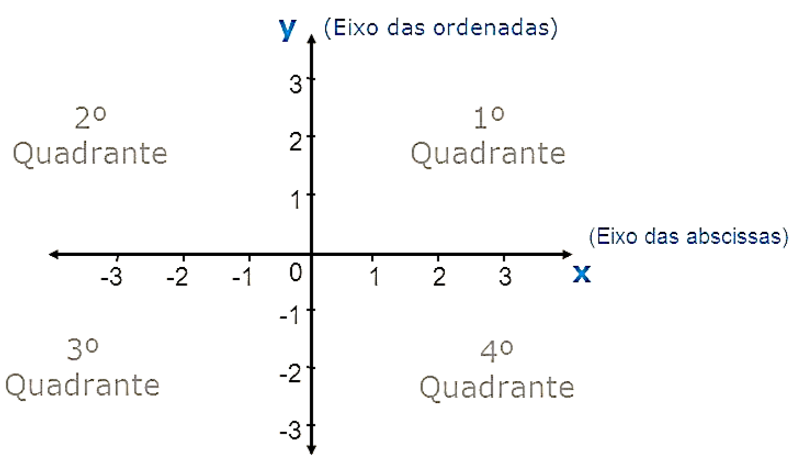
Descrição da atividade

Inicie a atividade com a leitura individual do texto a seguir. No grande grupo retome o plano cartesiano, um pouco de sua história, sua importância e suas características, os quadrantes determinados no plano pelos eixos das abcissas e das ordenadas, destacando a perpendicularidade (ortogonalidade) entre eles e a localização de pontos e segmentos no plano.

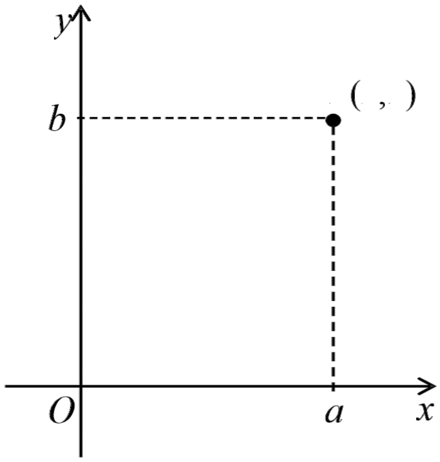
O Sistema Cartesiano Ortogonal e a representação geométrica de pares ordenados

Inicialmente, converse com os alunos sobre Descartes e o Plano Cartesiano, bem como sua importância para o desenvolvimento da Matemática e sua contribuição para o desenvolvimento de outas áreas do conhecimento.

Criado no século XVII por René Descartes, o Sistema Cartesiano Ortogonal ou Sistema de Coordenadas Cartesianas consta basicamente de dois eixos perpendiculares entre si, que se cruzam num ponto denominado origem das coordenadas, ou simplesmente origem.O eixo horizontal (eixo *Ox*) é o eixo das abscissas e o eixo vertical (eixo *Oy*) é o eixo das ordenadas. Os dois eixos determinam um plano, denominado plano cartesiano. Eles dividem o plano em quatro quadrantes numerados no sentido anti-horário.



Numa exposição-dialogada explore as seguintes ideias: a cada um dos eixos associaremos o conjunto de todos os números reais, para representar geometricamente um par ordenado (*a,b*) no Plano Cartesiano, devemos associá-lo a um único ponto desse plano.



No par P(a,b), a é a abscissa de P, b é a ordenada de P e (a,b) são as coordenadas do ponto P

Desafie os alunos a representarem no Plano Cartesiano os seguintes pontos: P(-1,3), Q(0,2), R(-2,-2), S(4,-1) e T(0,0).

Representando figuras no Plano Cartesiano

Solicite que os alunos, usando a malha quadriculada, tracem eixos cartesianos e marquem os seguintes pontos: A=(2,1), B=(4,1), C=(2,3), D=(4,3). Unam esses pontos e respondam as seguintes perguntas:

a) Qual a figura geométrica representada?

b) Qual a u.a. do quadradinho do quadriculado?

c) Qual a área em centímetros quadrados dessa figura?

d) Qual o seu perímetro em centímetros, considerando o lado de um quadrado como 1cm?

e) Duplicando o valor da sua área qual será seu perímetro em centímetros?

Proponha exercícios em malhas quadriculadas em que, no Plano Cartesiano, os alunos tracem diferente figuras geométricas planas a partir de seus vértices, que, com as figuras, componham outras figuras e calculem a área e o perímetro de cada uma, usando, quando possível o cálculo da distância de dois pontos (a medida dos segmentos) no Plano Cartesiano.

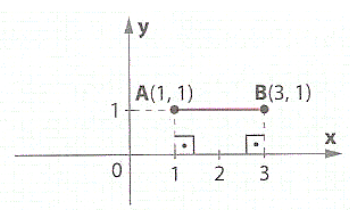
A distância entre dois pontos no Plano Cartesiano

Dados dois pontos, *A* e *B*, a distância entre eles, que será indicada por *d (A,B)*, é a medida do segmento de extremidades *A* e *B*.

Exemplos:

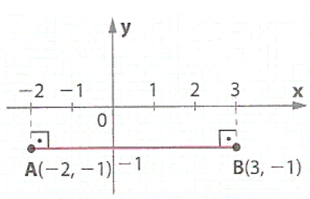
Se o segmento AB é paralelo ao eixo das abscissas e os pontos A e B estão no mesmo quadrante *d (A,B) = 3 - 1 = 2*

.



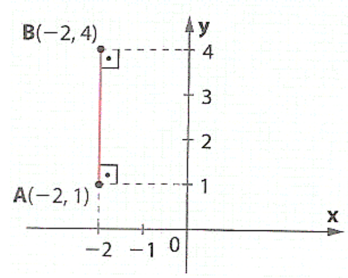
Se o segmento AB é paralelo ao eixo das abscissas e os pontos A e B estão em quadrantes diferentes *d (A,B) = 3 + 2 = 5*

.



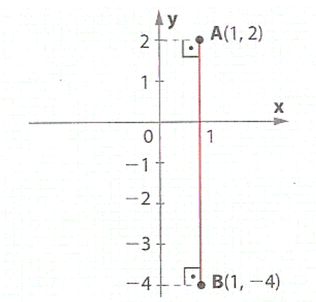
Se o segmento AB é paralelo ao eixo das ordenadas e os pontos A e B estão no mesmo quadrante *d (A,B) = 4 - 1 = 3*

.



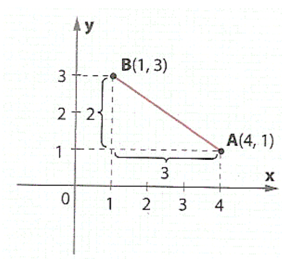
Se o segmento AB é paralelo ao eixo das ordenadas e os pontos A e B estão em quadrantes diferentes *d (A,B) = 2 + 4 = 6*

.



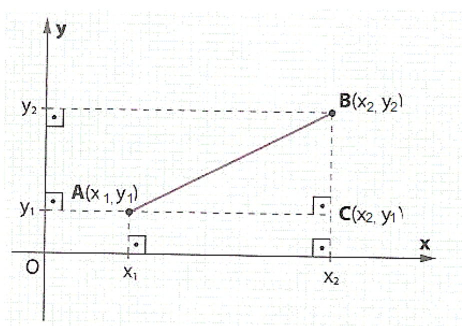
Se o segmento AB não é paralelo a nenhum dos eixos, tem-se

.

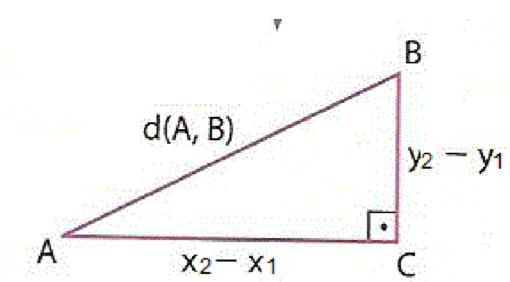


Obsevando o triângulo formado, é possível verificar que é triângulo retângulo em C, que a distância que se quer achar é a hipotenusa e os catetos são as distâncias CA e CB respectivamente paralelas aos eixos das abscissas e das ordenadas.

É possível determinar uma expressão que possibilite calcular a distância entre dois pontos quaisquer A (X_1, Y_1) e B (X_2, Y_2) .



O triângulo *ABC* seguinte é retângulo em *C*, logo é possível usar a relação de Pitágoras:



$$[d(A,B)]^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2$$

$$d(A,B) = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

Ponto Médio de um segmento de reta no Plano Cartesiano

Retome com os alunos o ponto médio de um segmento. Dado um segmento de reta *AB* tal que $A(X_1, Y_1)$ e $B(X_2, Y_2)$, as coordenadas do ponto médio $M(X_M, Y_M)$, desse segmento podem ser calculadas da seguinte forma:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Exemplo. Determine as coordenadas do ponto médio do segmento AB de extremos A(1, 9) e B(7, 5).

Solução: Temos que

$$X_m = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$Y_m = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{9+5}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Portanto, o ponto médio do segmento AB tem coordenadas M(4 , 7).

Atividade: Os Problemas de Contagem

Descritores:	**Gradação:**
5-Resolver problemas de contagem, considerando os agrupamentos dos elementos de dois ou mais conjuntos, com suporte em quadros de dupla entrada ou diagramas de árvore.	Consolidação
6a -Resolver e elaborar problemas de contagem, considerando os elementos de um mesmo conjunto e agrupá-los ora trocando a ordem, ora a natureza dos elementos.	Consolidação

Material: Folhas de trabalho com modelos de problemas.

Observação: Desde os anos iniciais, são propostos problemas envolvendo o princípio da contagem, também chamado princípio multiplicativo, bem como a sua representação em diagramas de árvore e quadros de dupla entrada.

Preparação da atividade: Organize a truma em grupos de 4 a 6 alunos.

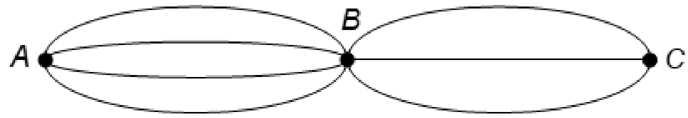
Descrição da Atividade.

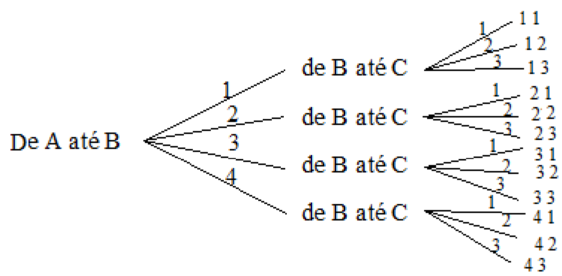
Resolver variados problemas de contagem e discuti-los, analisando suas cracterísticas é a forma de proporcionar que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à resolução de problemas de contagem e percebam que o que interessa na resolução desses problemas, via de regra, é quantos e não quais são os agrupamentos possíveis de acordo com as características de cada situação, o que, geralmente, está presente no seu enunciado,

Inicialmente, proponha aos alunos a resolução do seguinte problema:

Há quatro entradas ligando as cidades A e B e três ligando B e C. De quantas maneiras se pode ir da cidade A até a cidade C, passando pela cidade B?

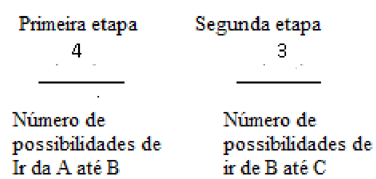
Encorage os alunos a resolvê-lo, fazendo um esquema, um desenho, um diagrama. Ao corrigi-lo e comentá-lo explore as formas de resolução dos alunos, mostre outras formas de resolução e reapresente o problema em um diagrama de árvore (também chamado árvore e possibilidades), em um quadro de dupla entrada, ou em uma forma de reolução por etapas, observando que, em todas, resolve-se o problema por partes. Por exemplo, para ir da cidade A até a cidade B, há quatro caminhos possíveis e da cidade B até a cidade C, há 3 caminhos possíveis. Assim, para cada um dos 4 caminhos para ir da cidade A até a cidade B, há três diferentes caminhos para ir da cidade B até a cidade C.





De A até B \ De B até C	1	2	3
1	1,1	1,2	1,3
2	2,1	2,2	2,3
3	3,1	3,2	3,3
4	4,1	4,2	4,3

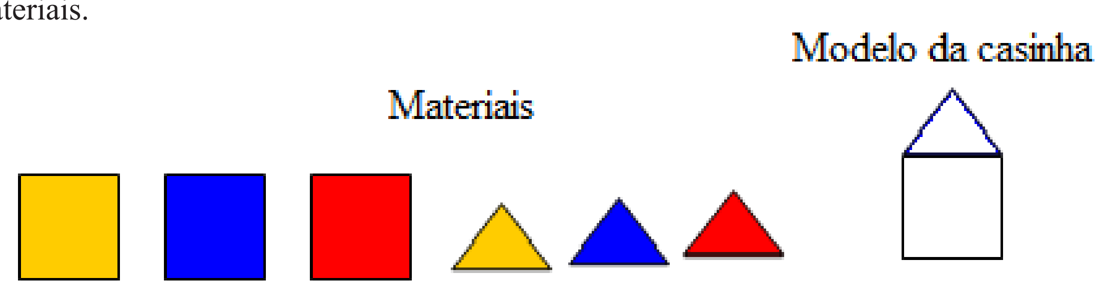
Apresente as diferentes representações, observando em todas que, para ir da cidade A até a cidade B, há quatro caminhos possíveis e que, da cidade B até a cidade C, há 3 caminhos possíveis. Assim, para cada um dos 4 caminhos para ir da cidade A até a cidade B, há três diferentes caminhos para ir da cidade B até a cidade C. Logo, há 3 x 4 = 12 caminhos para ir da cidade A até a cidade C, passando pela cidade B.



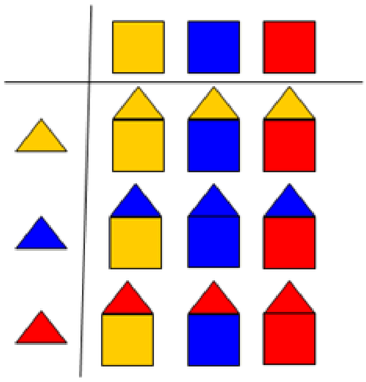
Proponha, então, problemas, desafie-os a resolvê-los discutindo com os colegas do grupo. Nessa atividade, é fundamental que eles se empenhem em resolver os problemas. Circule pelos grupos, sugira o uso de alguma representação e do princípio multiplicativo.

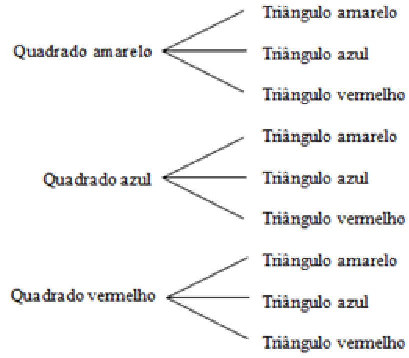
Problema 1

Com três quadrados de cores diferentes (amarelo, azul e vermelho) e três triângulos de cores diferentes (amarelo, azul e vermelho). Quantas casinhas diferentes podemos fazer? Observe os materiais.



Deixe os alunos fazerem suas conjecturas e seus desenhos, buscando a resolução do problema. Na correção, dialogando com os alunos, socializando as suas soluções, mostre como qualquer das três representações facilitam a resolução do problema.





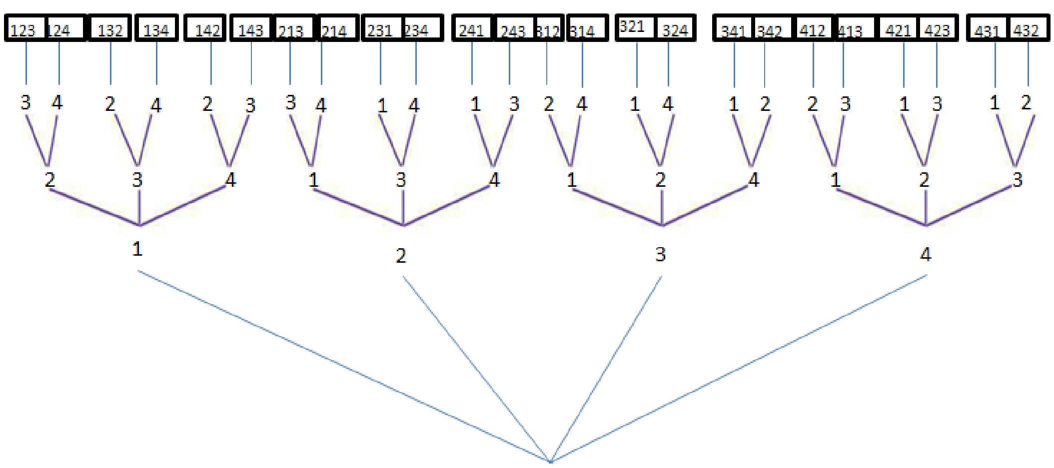
3	x	3
Número de possibilidades de quadrados.		Número de possibilidades de triângulos para cada quadrado.

Nesse problema, por exemplo, temos dois conjuntos diferentes que compõem os agrupamentos dois a dois, um de cada conjunto. Observando o quadro de dupla entrada, o diagrama de árvore e a representação por etapas, verificamos que, em qualquer das três representações, fica claro que, com três quadrados e três triângulos no modelo proposto, pode-se desenhar 9 casinhas diferentes, fazendo o produto 3 x 3 = 9.

Problema 2

Temos algumas placas de azulejo com os algarismos 1, 2, 3 e 4 escritos um em cada placa, conforme modelos a seguir:

Quantas casas de um condomínio podemos numerar, usando três placas de azulejo?



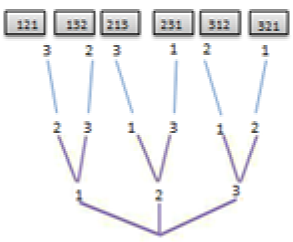
4	x	3	x	2
1º número *4 possibilidades*		*2º número* *3 possibilidades*		*3º número* *2 possibilidades*

Nesse problema, verifique que, tanto usando o diagrama de árvores como a representação por etapas, podemos numerar 24 casas com três placas diferentes de azulejo numeradas com os algarismos de 1 a 4 sem repetir algarismos nos números das casas, fazendo 4 x 3 x 2 = 24, usando o princípio multiplicativo. Observe com os alunos que não utilizamos o quadro de dupla entrada. Solicite que os alunos observem em que esse problema difere do anterior: todos os elementos usados nos agrupamentos pertencem a um único conjunto, que cada agrupamento é formado por um número menor de elementos do que o número de elementos disponíveis (para numerar cada casa usamos apenas 2 dos quatro azulejos) que se pode inverter a ordem de colocação dos azulejos, porque o números 24 é diferente do número 42 na identificação das casas e variar a natureza dos elementos que compõem os agrupamentos.

Problema 3

Temos algumas placas de azulejo com os algarismos 1, 2 e 3 escritos um em cada placa, conforme modelos a seguir:

Quantos números diferentes podemos compor, usando três placas de azulejo?



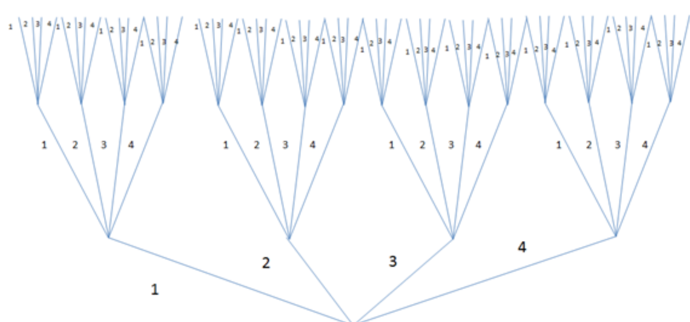
$$\frac{3}{\text{Número de possibilidades Do 1º algarismo}} \times \frac{2}{\text{Número de possibilidades do 2º algarismo}} \times \frac{1}{\text{Número de possibilidades do 3º algarismo}}$$

$$3x2x1 = 6\ números$$

Nesse problema, verifique no diagrama de árvore e na representação por etapas que podemos compor 6 números diferentes de três algarismos sem repetir algarismos. Também, na representação do problema, não usamos o quadro de dupla entrada. Para cada agrupamento, usamos todos os elementos de um conjunto e comparando dois agrupamentos quaisquer verificamos que eles diferem somente pela ordem em que os elementos estão agrupados.

Problema 4

Com os algarismo 3, 4, 5 e 6 , quantos números diferentes de 3 algarismos podemos compor?



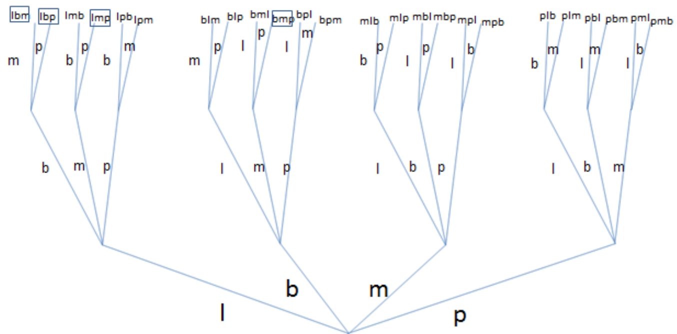
$$\boxed{\frac{4}{\text{1ª posição possibilidades}} \times \frac{4}{\text{2ª posição possibilidades}} \times \frac{4}{\text{3ª posição possibilidades}}}$$

4 x 4 x 4 = 64 números

Verificamos no diagrama de árvore e na representação por etapas que podemos compor 64 números. Nesse problema, também, para compor os agrupamentos, selecionamos números de um único conjunto. Uma diferença em relação aos demais é que podemos repetir os algarismos em um número, o que aumenta as possibilidades de agrupamentos que comparados dois a dois diferem ora na ordem ora na natureza dos elementos.

Problema 5

Com 4 frutas diferentes, laranja, banana, mamão e pera, quantos tipos de sucos podemos fazer com 3 frutas diferentes?



Usando o diagrama de, poderíamos pensar, usando o princípio multiplicativo, que poderíamos fazer 4 x 3 x 2 = 24 sucos diferentes. No entanto, analisando os sucos com duas frutas, verificamos que o suco de laranja, banana e morango é o mesmo que um suco de laranja, morango e banana e que, nessa situação, dois agrupamentos (dois sucos) quaisquer só se diferenciam pela natureza dos seus elementos e nunca pela ordem. Um suco diferente de banana, laranja e morango é, por exemplo, um suco de laranja, *morango e pera variando pelo menos por uma fruta. Assim, só temos quatro sucos diferentes nas 24 possibilidades.* (os que, no final do diagrama, estão nos retângulos). Os demais (que não estão nos retângulos) são repetidos. Assim, de cada 6 sucos encontrados em cada ponta de galho da árvore só vale 1.

Conclui-se que, num problema em que dois agrupamentos só se diferenciam pela natureza dos elementos, deve-se, do total, escolher os diferentes.

Os problemas trabalhados são problemas de contagem que foram resolvidos sem o uso de fórmulas, e que vem sendo apresentados desde os anos iniciais do ensino fundamental. Proponha problemas que os alunos, em grupos, podem resolver, usando diferentes representações, escolhendo a que eles acharem mais converiente. Muitas vezes, ao resolver vários problemas de contagem, alguns são resolvidos de forma análoga a outros já conhecidos.

Atividade: Os Fluxogramas e As Sequências Repetitivas e Recursivas

Descritores:	**Gradação:**
6b - Representar, por meio de um fluxograma, os passos utilizados para resolver um problema ou um grupo de problemas.	Ampliação
30a - Generalizar expressões analíticas que relacionem as variáveis de duas sequências figurais ou numéricas em que se estabelece uma relação funcional.	Ampliação
30b -Descrever ou construir algoritmos por meio de fluxogramas que permitam indicar qualquer elemento em sequências regulares recursivas ou generalizar procedimentos de construção ou de cálculo relacionados à geometria.	Ampliação

Material: Folha de trabalho individual com problemas a serem resolvidos.

Observação: Ao longo dos oito anos do Ensino Fundamental, foram propostas atividades com sequências repetitivas e recursivas. Nessa atividade, propõe-se um conjunto de sequências repetitivas e o uso de fluxograma para representar e generalizar os passos utilizados para resolver um problema ou um grupo de problemas.

Preparação da atividade: organize a turma em grupos de 4 alunos ou em um semicírculo, considerando a forma como você pretende propor a elaboração do fluxograma. Nas duas hipóteses de trabalho, garanta que eles troquem ideias durante a realização das atividades.

Descrição da atividade:

Proponha aos alunos que, discutindo no grupo com os colegas, resolvam as seguintes questões referentes a sequências:

1. Escreva a regra da sequência:

a) Qual o 8° elemento da sequência?

b) Qual o 14° elemento da sequência?

c) Sem desenhar, qual o elemento que ocupa a 20° posição?

1. Observe a sequência abaixo:

235723572357 ...

a) Qual a regra dessa sequência?

b) Qual o 8° elemento da sequência?

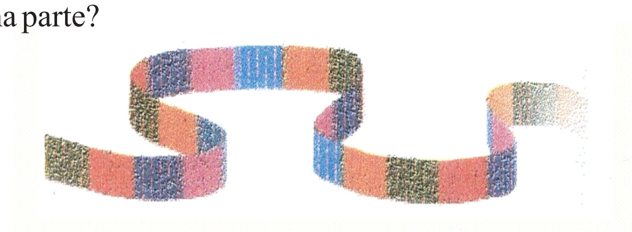
c) Qual o 15° elemento da sequência?

d) Sem escrever os algarismos, qual o elemento que ocupa a 20° posição?

e) Qual é o algarismo referente a uma posição qualquer da sequência?

2. Aqui você está vendo somente o começo da fita. Ela tem 1000 partes e 6 cores (verde, vermelho, roxo, rosa azul, laranja) que se repetem sempre na mesma ordem.

Qual é a cor da última parte?



Concluída essa tarefa num fórum de discussão, ouça os alunos, verifique as soluções encontradas, os padrões, as semelhanças e diferenças descritas por eles.

Espera-se que os alunos tenham percebido que o padrão dessas sequências, é uma sequência regular de 3, 4 ou 6 elementos e que, dependendo do número de elementos da sequência padrão, a sua posição n é um múltiplo de 2, de 3 ou de 6. Assim, se a sequência padrão tiver p elementos, se o número n da posição, for um múltiplo de p, o elemento da sequência e o último elemento da sequência padrão. Dessa forma, a posição do último elemento da sequência padrão é fácil encontrar, pois refere sempre a um múltiplo do número p de elementos da sequência padrão. No caso dos três problemas resolvidos, na primeira sequência, sempre que o número da posição da figura (o número n) for múltiplo de 3 a figura é um hexágono. No caso do problema 2, sempre que o número da posição da figura (o número n) for múltiplo de 4, o elemento da sequência é o 7. No caso do problema 3, sempre que o número da posição da figura (o número n) for múltiplo de 6 a cor da tira é laranja. Analise com os alunos esse fato, relacionando a cada uma das sequências a, b, c.

A seguir, pergunte aos alunos:

1. Como generalizar uma fórmula que permita determinar qualquer termo (n) de uma sequência repetitiva, em que o padrão é a repetição de outra sequência de p termos com p um número natural e $p > 1$?

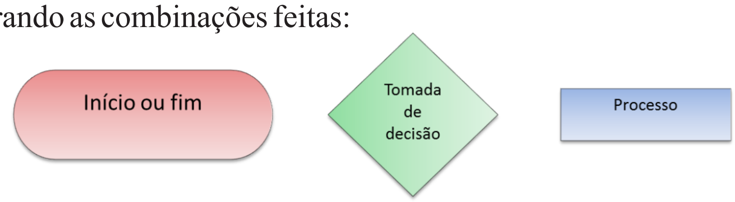
2. Desafie os alunos a generalizar uma forma (uma lei) para calcular qualquer posição dos termos de uma sequência, considerando sequências semelhantes a essas.

Espera-se que os alunos percebam, por exemplo, que, se quiserem saber qual é a figura número 58 na sequência do problema 1, dividimos o 58 por 3(visto que a sequência padrão composta por 3 figuras). Como 58 não é múltiplo de 3, a divisão tem resto 1. Como a figura 57 é um hexágono a seguinte, a 58 é um triângulo, a 59 é um quadrado e a 60, o próximo múltiplo de 3, é novamente um hexágono.

O uso de fluxogramas para generalizar algoritmos

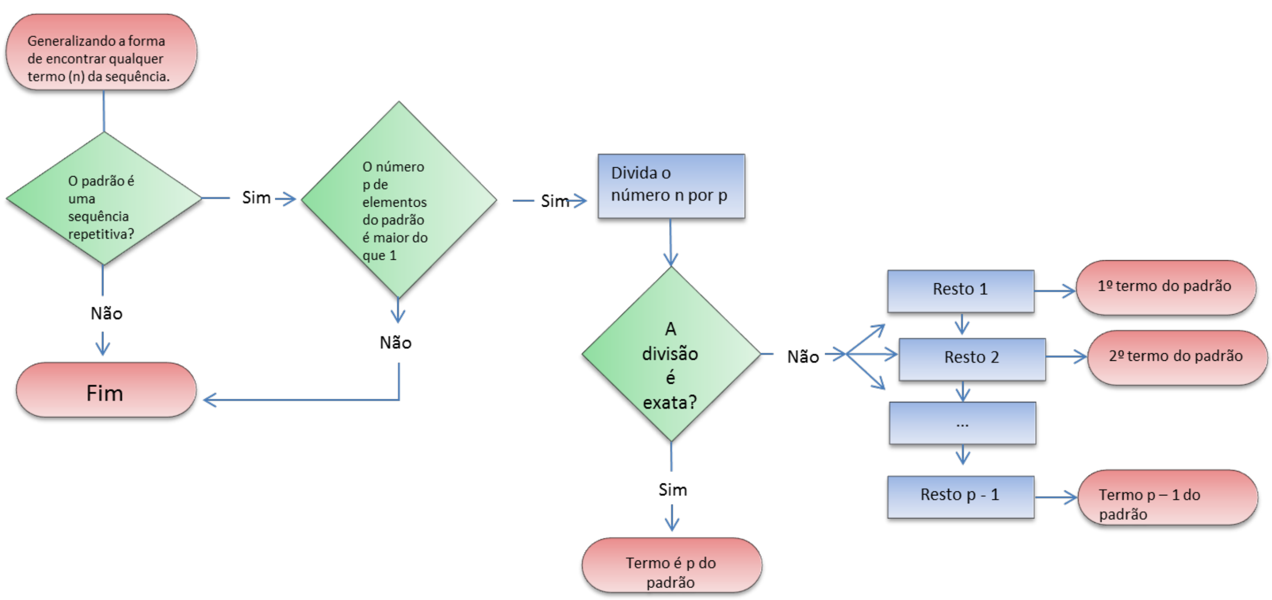
Temos visto que um fluxograma possibilita a análise de situações-problema, considerando-as passo a passo (fracionando o problema a ser resolvido). Pode-se mediar a construção da generalização do padrão das sequências trabalhadas com o uso de fluxogramas.

Retorne a forma de elaborar um fluxograma e o significado das figuras geométricas que o compõem, relembrando as combinações feitas:



Se você quiser acrescentar outra forma geométrica que explicite outra etapa da resolução do problema, combine com os alunos.

Se você achar oportuno, desafie os alunos a criarem o fluxograma e socialize as soluções encontradas. Caso contrário, no grande grupo, vá desenvolvendo o raciocínio e criando o fluxograma com eles.



Usando os passos descritos no fluxograma, oriente seus alunos, usando a forma generalizada, a calcularem uma posição n qualquer das sequências a, b, c. e testar a solução encontrada.

Atividade: Os Números Reais

Descritores:	Gradação:
7 - Reconhecer as dízimas periódicas como decimais cuja representação é infinita e periódica, classificá-las em simples e compostas e reconhecer o período e a parte não periódica nas compostas.	Ampliação
8 - Calcular a fração geratriz das dízimas periódicas, reconhecê-las como números racionais e localizá-las na reta numérica.	Ampliação
9 - Reconhecer e relacionar números naturais, inteiros e racionais com seus respectivos conjuntos numéricos pela relação de pertinência e usar a simbologia.	Consolidação
10 - Relacionar os Conjuntos dos Naturais, Inteiros, Racionais pela relação de inclusão, representá-la por diagrama e usar a simbologia.	Consolidação
12 - Investigar, em diferentes contextos, a presença de números irracionais, como razão áurea (φ) espiral pitagórica, comprimento circunferência (π), diagonal do quadrado ($\sqrt{2}$).	Ampliação
13 - Aproximar a $\sqrt{2}$, representando-a na reta numérica,	Ampliação
14 - Reconhecer que, fixada uma unidade de comprimento, há segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por um número racional.	Ampliação
15 -Compreender que a representação decimal dos números irracionais é infinita e não periódica.	Ampliação
16 -Reconhecer o número irracional como um número real.	Ampliação
17 -Localizar, números irracionais na reta numérica, fazendo aproximações.	Ampliação
18 -Reconhecer que, a cada ponto da reta corresponde um número e que esse número é racional ou é irracional.	Ampliação
19 - Reconhecer a reta como a representação dos números reais, compreendendo que a cada ponto da reta corresponde um número real e que a cada número real corresponde um ponto da reta.	Ampliação
20 - Compreender, de forma intuitiva que o Conjunto dos números Reais é a união do Conjunto dos Números Racionais com o Conjunto dos Números Irracionais.	Ampliação
21 -Comparar, ordenar números reais com ou sem a representação na reta numérica.	Ampliação

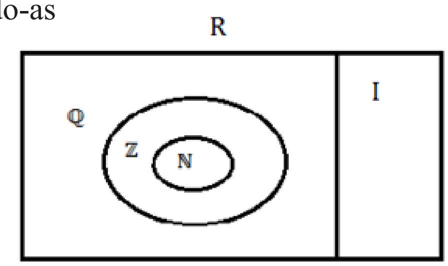
Observação: Nessa atividade, incluímos vários descritores que, em níveis diferentes de complexidade foram trabalhados em atividades apresentadas no sétimo e oitavo anos, em especial, no oitavo ano, quando os números racionais foram complementados com as decimais infinitas e periódicas, o cálculo da geratriz das dízimas periódicas, quando os números irracionais foram construídos e, unidos com os números racionais, constituíram o Conjunto dos Números Reais, apresentados em diagramas e na reta numérica entendida como sua representação. Assim, vale, no nono ano, retomar algumas das atividades apresentadas, em anos anteriores e propô-las em níveis mais complexos em diferentes contextos e complementá-las com atividades e a resolução de problemas apresentados nas problemotecas de oitavo e nono anos.

Descrição da atividade

O conjunto dos números Reais

No oitavo ano, os Números Reais ($\mathbb{R}$) já foram representados na reta e definidos como a União do Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$) com o Conjunto dos Números Irracionais (I) em símbolos: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.

Proponha a representação dos números reais por meio do Diagrama de Venn em que se verificam as relações de inclusão entre os diferentes conjuntos numéricos: Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais, explorando-as



Nessa etapa da reconstrução do Conjunto dos Números Reais, retome os números racionais exatos e periódicos. Por exemplo, com quadriculados de 10 x 10, represente o número ao número 0,25 , considerando a fração ¼ (uma divisão indicada), dividindo-se 1 por 4 quatro, obtemos 0, 25, uma decimal exata, que representada como uma fração decimal, $\frac{25}{100}$ é, também, representada na forma de porcentagem 25%. Retome, também, a fração $\frac{1}{3}$ e, dividindo 1 por 3 verifique com os alunos que se obtém 0,333... uma decimal infinita periódica em que o número 3 se repete infinitamente e é chamado período. Esse número decimal periódico é chamado dízima periódica e, a partir do período, pode-se encontrar a fração geratriz: 0,333...= $\frac{3}{9}$ que, simplificando, $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, localizando-a na reta numérica.

Retome, por exemplo, o número irracional $\sqrt{2}$, relacionando-o à diagonal de um quadrado de lado 1(veja essa atividade descrita numa atividade de oitavo ano). Por meio de aproximações, os alunos podem compreendê-lo como um número decimal cuja representação decimal é infinita e não periódica (um número irracional).

Atividade: Ampliando o Jogo Adivinhe a Frase e Representando Graficamente as Funções

Descritores:	**Gradação:**
10 - Relacionar os Conjuntos dos Naturais, Inteiros, Racionais pela relação de inclusão, representá-la por diagrama e usar a simbologia.	Consolidação
18 -Reconhecer que, a cada ponto da reta corresponde um número e que esse número é racional ou é irracional.	Ampliação
19 - Reconhecer a reta como a representação dos números reais, compreendendo que a cada ponto da reta corresponde um número real e que a cada número real corresponde um ponto da reta.	Ampliação

Material: Tiras com frases (conforme modelo descrito a seguir).

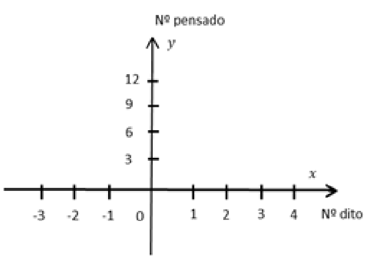
Observação: Essa atividade é feita em duas etapas. Na 1ª etapa, propõe-se o jogo "Adivinhe a Frase" proposto no caderno de 7º ano. A 2ª etapa é a ampliação do jogo que propõe a retomada das" frases" propostas no Jogo e a elaboração de gráficos de funções no plano cartesiano, entendidos os números ditos como as variáveis dependentes e a frase como a lei da função. São atividades fundamentais que devem preceder ou devem serem trabalhadas concomitantemente às atividades de construção do conceito de função, na medida que, a partir de sequências, proporciona-se a generalização de expressões analíticas que são as leis das funções. A elaboração dos gráficos, propostos e analisados em diferentes domínios ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$) consolida a compreensão dos conjuntos numéricos, entendidos como quantidades discretas ou contínuas, fortalecendo a compreensão dos números reais como um conjunto denso e completo cuja representação é a reta.

Preparação da atividade: organize os alunos em duplas e dê para cada dupla as tiras com as frases e as regras do jogo.

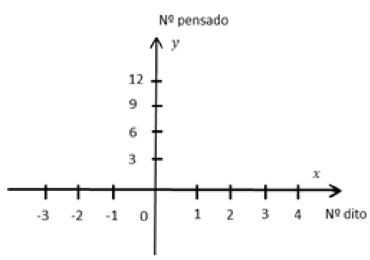
Descrição da atividade:

Na 1ª etapa, os alunos jogam o jogo de tal forma que os números ditos sejam números naturais. Terminado o jogo, faça socialização das soluções e das hipóteses levantadas pelos os alunos (leia as observações propostas no caderno de 7º ano). Ao iniciar a 2ª etapa, retome com os alunos os conjuntos numéricos, entendendo os conjuntos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ como conjuntos discretos (entre dois números naturais ou números inteiros consecutivos não há números naturais ou inteiros) e o $\mathbb{R}$ como um conjunto denso e completo em que, entre dois números reais quaisquer, têm infinitos números reais (racionais ou irracionais) e por isso, sua representação é a reta (a cada ponto da reta está associado, um número real e a cada número real está associado um ponto da reta).

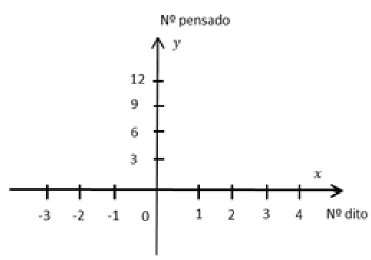
Na 2ª etapa, solicite que os alunos, considerando a lei definida pela expressão matemática da frase 6 (3n), marquem o n para os números ditos no eixo x (o eixo das abscissas), 3n para os números pensados no eixo y (eixo das ordenadas), em que o domínio da função, no primeiro, sejam os números naturais, ($\mathbb{N}$) no segundo os números inteiros ($\mathbb{Z}$) e no 3º, os números reais ($\mathbb{R}$). Alerte-os de que devem considerar a natureza dos três conjuntos numéricos na elaboração dos gráficos, entendendo que os conjuntos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ são discretos.



Domínio N



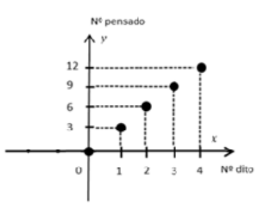
Domínio Z



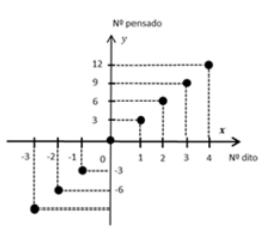
Domínio R

A socialização dos gráficos é um excelente momento para os alunos ampliarem a compreensão da ideia de domínio de uma função e que a natureza dos números determina se o tipo de gráfico é representado por conjunto de pontos ($\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$) ou por uma linha contínua, no caso uma reta que passa pela origem ($\mathbb{R}$).

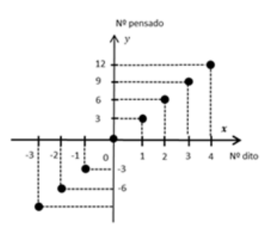
Observe os gráficos a seguir. Espera-se que os alunos tenham elaborado gráficos semelhantes. É importante que fiquem evidenciados os conjuntos imagem da função se o domínio for $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$ (representados por um conjunto de pontos) ou por $\mathbb{R}$ representado por uma reta.



Domínio é N



Domínio é Z



Domínio é Z

Ampliando a atividade

O trabalho com o conceito de função pode ser ampliado com as atividades propostas a seguir.

Descubra a regra para se chegar ao número respondido a partir do número dito. Escreva uma frase e uma expressão que represente a lei de uma função. Trace os gráficos dessas funções no plano cartesiano e determine o domínio e o conjunto imagem de cada uma:

1) Número dito:	4	6	10	15	3	
Número pensado:	8	12	20	30	6	

Frase: ______________________________________

Expressão: ___________________________________

2) Número dito:	1	0	2	8	12	3
Número pensado:	3	0	6	24	36	9

Frase: ____

Expressão: ____

3) Número dito:	2	3	4	7	10
Número pensado:	21	31	41	71	101

Frase: ____

Expressão: _____________________________________

4) Número dito:	1	2	3	-1	-2
Número pensado:	5	7	9	1	-1

Frase: _______________________________________

Expressão: ____________________________________

Atividade: A Matemática e o Lixo

Descritores:	Gradação:
28 - Interpretar gráficos de linha, de barras e de setor e reconhecer as relações entre grandezas representadas e as relações entre elas.	Ampliação
29 -Construir gráficos no plano cartesiano a partir de uma situação-problema ou de dados contidos em tabelas.	Ampliação
30a - Generalizar expressões analíticas que relacionem as variáveis de duas sequências figurais ou numéricas em que se estabelece uma relação funcional.	Ampliação
32- Analisar situações da realidade envolvam relações funcionais.	Ampliação
33 - Representar funções numérica, algébrica e graficamente.	Ampliação
59 -Selecionar o gráfico mais adequado para expressar um conjunto de dados coletados em pesquisas, construí-los, observando seus elementos (título, legenda, fontes de consulta).	Consolidação

Material: Folhas de trabalho com textos e tabelas.

Observação: O tema lixo, por sua relevância no que refere à preservação do ambiente, é amplamente abordado em conferências e seminários nacionais e internacionais, em artigos científicos, na mídia, etc.. A Matemática oferece ferramentas de análise para a compreensão e busca de soluções para os problemas decorrentes.

Preparação da atividade: Organize a turma em grupos de quatro a seis alunos.

Descrição da atividade

Tempo de decomposição do lixo

Solicite que os alunos leiam individualmente o texto e comentem no grupo.

> **O Tratamento do Lixo**
>
> Na natureza, todas as plantas e animais mortos apodrecem e se decompõem. São destruídos por larvas minhocas, bactérias e fungos, e os elementos químicos que eles contém voltam à terra. Podem ficar no solo, nos mares ou rios e serão usados novamente por plantas e animais. É um processo natural de reutilização de matérias. É um interminável ciclo de morte, decomposição, nova vida e crescimento. A natureza é muito eficiente no tratamento do lixo. Na realidade, não há propriamente lixo, pois ele é novamente usado e se transforma em substâncias reaproveitáveis.
>
> Enquanto a natureza mostra-se eficiente no reaproveitamento e reciclagem, os homens o são em produção de lixo.
>
> Os ciclos naturais de decomposição da matéria podem reaproveitar o lixo humano. Contudo, uma grande parte desse lixo sobrecarrega o sistema, uma vez que são diferentes os tipos de lixo e os seus tempos de decomposição. O problema se agrava porque muitas das substâncias manufaturadas produzidas não são biodegradáveis, portanto não se decompõem facilmente. Vidros, latas e alguns plásticos levam muitos anos para se decompor.
>
> Assim, a reciclagem do lixo assume um papel fundamental na preservação do meio ambiente, pois, além de diminuir a extração de recursos naturais, ela também diminui o acúmulo de resíduos nas áreas urbanas. Os benefícios obtidos são enormes para a sociedade, para a economia do país e para a natureza. Embora não seja possível aproveitar todas as embalagens, a tendência é que tal procedimento se concretize no futuro.

No grande grupo, questione o que foi comentado nos grupos de trabalho a respeito do tema e pergunte o que eles sabem sobre o tempo de decomposição do lixo, se os tempos de decomposição são os mesmo ou variam para cada tipo de lixo (papel, pano, borracha, plástico,...). Ouça o que os alunos já conhecem a esse respeito. A seguir, solicite que pesquisem sobre o tema e completem a tabela. Oriente que eles podem acrescentar outros tipos de materiais que encontrarem em suas pesquisas se eles acharem relevante acrescentá-los.

Tempo	Papel	Pano	Filtro de cigarro	Chiclete	Madeira Pintada	Nylon	Plástico	Metal	Borracha	Vidro
De 3 a 6 meses										
De 6 meses a 1 ano										
5 anos										
Mais de 10 anos										
Mais de 30 anos										
Mais de 100 anos										
1 milhão de anos										
Tempo indeterminado										

Confira as informações no grupo e solicite que representem graficamente essas informações, escolhendo o gráfico mais apropriado para representá-las. Aproveite esse momento, dialogue com os alunos e retome os tipos de gráficos que eles já aprenderam (de barras simples e duplas, horizontais e verticais, os gráficos de setor, de linha e os gráficos pictóricos). Retome, também que os elementos dos gráficos, como o título, a legenda a fonte dos dados.

O reaproveitamento do lixo

Ao comentar aos gráficos elaborados questione: Que medidas podem ser adotadas para diminuir a quantidade de lixo produzido?

Proponha um novo texto para leitura e observe a manchete e a notícia publicada em um jornal da cidade.

PRIMEIROS PASSOS: números que mostram uma mudança de atitude**.**

O Brasil deixou de produzir e consumir 3,9 bilhões de sacolas plásticas entre 2008 e 2010.

Para este ano, a redução prevista é de 750 milhões de sacolinhas no varejo brasileiro.

Os dados são das entidades organizadoras do Programa de Qualidade e Consumo Responsável de Sacolas Plásticas, desenvolvido pelo Instituto Nacional do Plástico (INP), pelo Plastivida, Instituto Sócio Ambiental dos Plásticos e pela Associação Brasileira da Indústria de Embalagens Flexíveis (Abief).

Presente nas cidades de São Paulo, Porto Alegre, Salvador, Goiânia, Brasília, Rio de Janeiro, Recife e Florianópolis, o programa também promove o descarte correto, com ênfase na reciclagem. A iniciativa conta hoje com a participação de dezenas de redes pelo Brasil.

A ideia de um grande supermercado presente em três estados do Brasil foi compensar no bolso quem não optar pela embalagem de plástico na hora da compra. Quando o consumidor leva sua sacola retornável, por exemplo, ganha um desconto de R$ 0,03 para cada cinco produtos adquiridos. Nas lojas, também é possível comprar sacolas de pano a preço de custo.

Em 16 meses a rede de supermercados contabilizou mais de R$ 390.000,00 em bônus aos clientes. Esse número representa mais de 13 milhões de sacolas plásticas a menos no ambiente.

Explore o significado da expressão “ganha um desconto de R$ 0,03 a cada cinco produtos comprados”.

Solicite que os alunos identifiquem os dados matemáticos que aparecem no texto.

Questione os alunos a respeito da validade, necessidade e relevância de oferecer ao consumidor, pelo uso de sacolas retornáveis, o desconto de R$ 0,03 a cada cinco produtos comprados.

A partir dessa discussão solicite que os alunos construam um quadro conforme o que está a seguir e, analisando as sequências, proponha que, observando as regularidades e os padrões das sequências produzidas e descubram uma expressão analítica que represente o desconto.

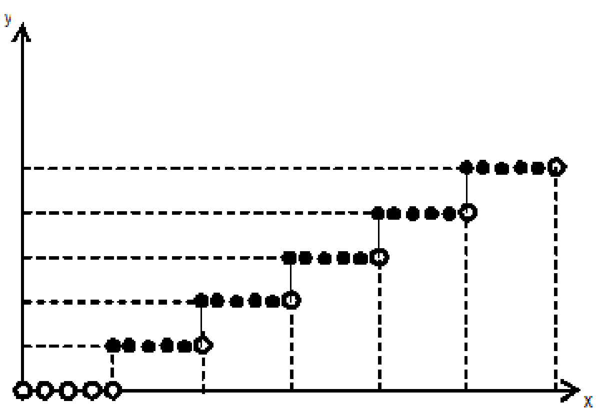
N (número de produtos)	5 produtos	10 produtos	15 produtos	20 produtos	...	50 produtos	n produtos
D (desconto)	1 x 0,03	2 x 0,03	3 x 0,03	4 x 0,03	...	10 x 0,03	$\frac{n}{5}$ x 0,03
D (desconto)	$\frac{5}{5}$ x 0,03	$\frac{10}{5}$ x 0,03	$\frac{15}{5}$ x 0,03	$\frac{20}{5}$ x 0,03	...	$\frac{50}{5}$ x 0,03	x 0,03

$$d = 0{,}03\ \frac{5n}{5}$$

Questione: Quais são as grandezas envolvidas? A relação cuja lei é expressa pela expressão analítica generalizada é uma função? Qual é o seu domínio, contradomínio e imagem?

Considerando n o número de produtos comprados e d o desconto obtido pelo cliente, desafie os alunos a imaginarem como seria um gráfico representado no Plano Cartesiano que relacionasse as duas grandezas. Questione: Seria um gráfico de barras? Seria um gráfico de linhas? Alerte que eles considerem que se o cliente comprar 1, 2, 3, 4 ou 5 produtos, o desconto é o mesmo e corresponde a uma vez o valor do desconto que é R$ 0,03 e se o cliente comprar 6, 7, 8, 9 ou 10 produtos o desconto é o mesmo e é dobrado 2x R$ 0,03, portanto é R$ 0,06. Faça essa análise considerando os dados da tabela. Solicite, então, que eles elaborem o gráfico.

Socialize as produções dos alunos e, então, mostre o gráfico a seguir, analisando-o, que representa os degraus de uma escada. Verifique com eles o significado dos degraus da escada, questione: Porque eles são representados por pontos e não por linhas fechadas Qual é o significado das bolinhas abertas ou fechadas (na compra de 1 até 4 produtos, o desconto é zero, de 5 a 9 inclusive na compra de 5 o cliente recebe R$0,03 de desconto no valor da compra, de 10 a 14 produtos comprados ele recebe R$ 0,06 de desconto no total da compra. Observe que os pontos de troca de valor são os múltiplos 5 representados por 5n).



Proponha problemas como os que seguem, observando e lendo o gráfico:

1. Na compra de 70 produtos, em um rancho mensal, a despesa de uma pessoa seria de R$ 350,00. Considerando a promoção oferecida ao cliente pelo supermercado, se o cliente usar sacolas retornáveis, qual o valor que ele pagará pelas compras?

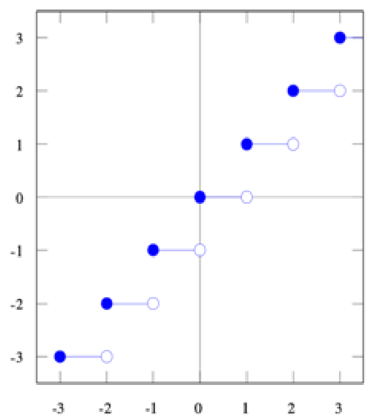
2. Ao realizar a compra de alguns produtos, uma pessoa obteve um desconto de R$ 0,24, por ter

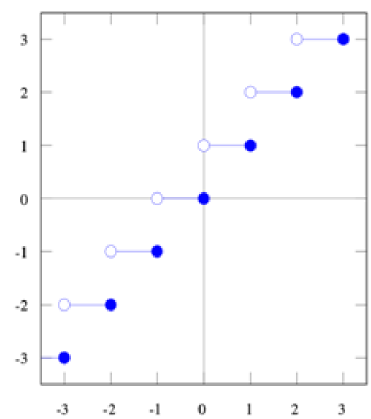
usado sacola retornável. Quantos produtos ela terá comprado?

Ao comentar os problemas, procure socializar as estratégias usadas pelos alunos para resolvê-los, possibilite o confronto de ideias e a análise dos resultados obtidos. Essas são estratégias que contribuem para que os alunos trabalhem as letras ora como variáveis, ora como incógnitas.

Ampliação da atividade

Você pode, se você achar conveniente, mostrar outros gráficos representados por uma escada. Por exemplo, a função maior inteiro associa a cada número real x o maior inteiro menor ou igual a x, enquanto a função menor inteiro associa a cada número real x o menor número inteiro maior ou igual a x. Mostre os gráficos, interprete-os comparando com a anterior.





Atividade: Estudando Ângulos: Uma Atividade Prática

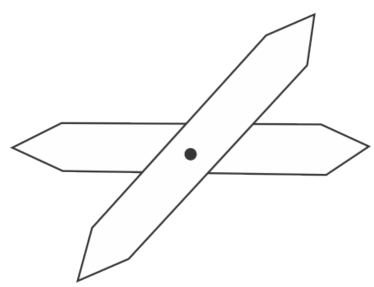
Descritores:	Gradação:
42 - Aplicar em diferentes situações problema, os conceitos geométricos de ângulos agudos, retos, rasos e obtusos, complementares suplementares, opostos pelo vértice.	Consolidação
43 -Demonstrar relações simples entre pares de ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversal, nomeá-los e analisar suas propriedades.	Ampliação

Material: Três tirinhas de cartolina, conforme modelo para cada aluno, uma placa de isopor, taxinhas, martelo, tesouras.

Preparação da atividade: organize a turma em grupos de 4 a 6 alunos.

Descrição da atividade

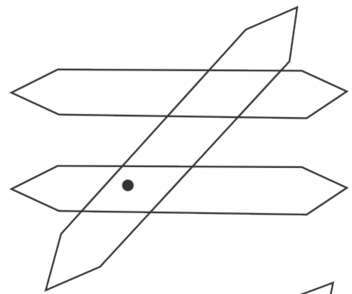
Classificando ângulos



Dê a cada aluno as três tirinhas desenhadas numa cartolina com o ponto central de cada uma marcado. Solicite que recortem as tirinhas. Oriente que tomem duas tirinhas, fixando-as com uma taxinha, rebatendo a ponta da taxinha pelo outro lado com um martelo, de modo que as tiras possam girar uma sobre a outra, tomando diferentes posições. Sugira que os alunos movimentem as tira. Acompanhe essa atividade e oriente que os alunos verifiquem que podem formar ângulos maiores, menores ou iguais a 90°, nomeando-os, retos, agudos, obtusos e rasos. Solicite que, a partir dos ângulos formados, eles nomeiem as posições relativas das duas retas no caso das tirinhas estarem fixadas. As retas são perpendiculares quando formam 4 ângulos retos, oblíquas quando formam 2 ângulos agudos e 2 ângulos obtusos, coincidentes, quando determinam 2 ângulos rasos. Nesse momento, solicite que os alunos façam anotações em seus cadernos, usando simbologia (- retas paralelas *a // b*, - retas perpendiculares $x \perp y$). Localize e nomeie os ângulos opostos pelo vértice, destacando-os em pares. Pergunte o que eles observam. Espera-se que os alunos concluam que os ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Ângulos formados por paralelas cortadas por uma transversal

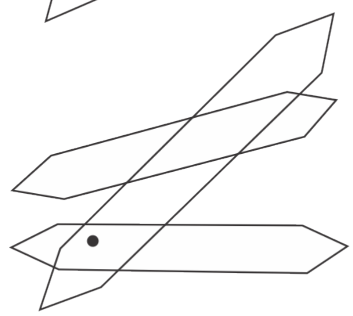
A seguir, fixe uma extremidade da terceira tirinha em uma lâmina de isopor e as duas extremidades de uma das tirinhas anteriores de tal forma que as duas tirinhas fiquem paralelas.



Solicite, então, que:

1-Com a terceira tirinha, cortando transversalmente as tirinhas paralelas, observem os ângulos formados, descrevendo-os, identificando as suas características.

2-Movimentando a terceira tirinha de modo que se desfaça o paralelismo das duas tirinhas, observem os ângulos formados, descrevendo-os, identificando as suas características.



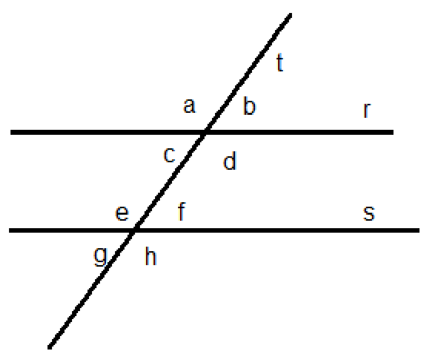
3-. Comparem as duas situações dos ângulos formados pelas as retas paralelas cortadas por transversal e das retas não paralelas cortadas pela transversal e escrevam as suas conclusões.

Ao socializar as conclusões dos alunos conclui-se que:

> Duas retas cortadas por uma transversal formam quatro ângulos agudos congruentes e quatro ângulos obtusos congruentes.

Informe aos alunos que esses ângulos formam pares que tomam nomes especiais de acordo com sua posição em relação às retas paralelas e à transversal. Alguns pares são congruentes e outros são suplementares.

Solicite que os alunos pesquisem os pares de ângulos formados, descrevam-nos, identificando as suas características.



Lembrando que dois ângulos complementares somam 90º e que dois ângulos suplementares somam 180º, os alunos apresentam suas pesquisas e concluem que: dadas duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam 4 ângulos agudos congruentes e 4 ângulos obtusos congruentes tem-se que:

Os pares de ângulos a, d; e, h são opostos pelo vértice obtusos e congruentes.

Os pares de ângulos b, c; f, g são opostos pelo vértice agudos e congruentes.

Os pares de ângulos d, f; c, e são colaterais internos e suplementares.

Os pares de ângulos d, f; c, e são colaterais internos e suplementares.

Os pares de ângulos d, e; c, f são alternos internos e congruentes. Os pares de ângulos b, g; a, h são alternos externos congruentes

Os pares de ângulos a, e; b, f; d, h; c, g são correspondentes congruentes.

Atividade: Estudando os polinômios: uma atividade prática com o material Algeplan

Descritor:
27- Compreender processos de fatoração de expressões algébricas, base em suas relações com produtos notáveis.

Gradação: Consolidação

Material: Geoplanos, folhas quadriculadas, Algeplan (material manipulativo descrito a seguir) .

Observação: Essa atividade possibilita que os alunos reconheçam as propriedades dos polinômios e suas operações e reconheçam os produtos notáveis a partir do manuseio do material concreto, explorando a tanto a representação geométrica quanto a representação algébrica dos polinômios.

Preparação da atividade: Para as atividades iniciais, organize a turma em semicírculo

Descrição da Atividade

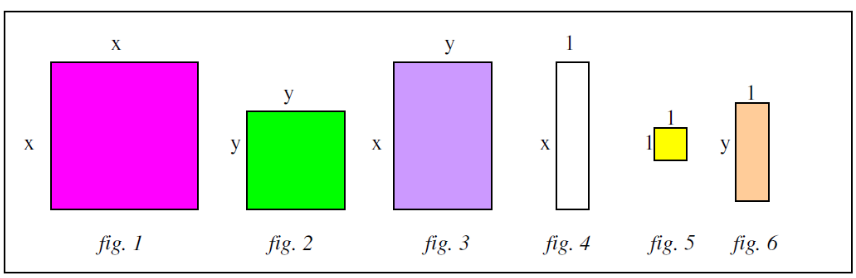
Inicialmente, retome os conceitos de perímetro e área do quadrado e do retângulo, a partir de da exploração do geoplano, solicite que os alunos desenhem em uma folha quadriculada as figuras formadas no Geoplano. Retomando as unidades de medida de comprimento e de área, comparando-as e diferenciando-as, a partir de figuras desenhadas em uma malha quadriculada em que os comprimentos dos lados são letras que representam números quaisquer, questione os alunos: Como saber o perímetro e a área dessas figuras? Solicite então que eles calculem o perímetro e área de cada uma.

Trabalhando com o Algeplan

Preparação da atividade: Solicite que os alunos que se organizem para trabalhar em grupos de 4 ou 5 componentes.

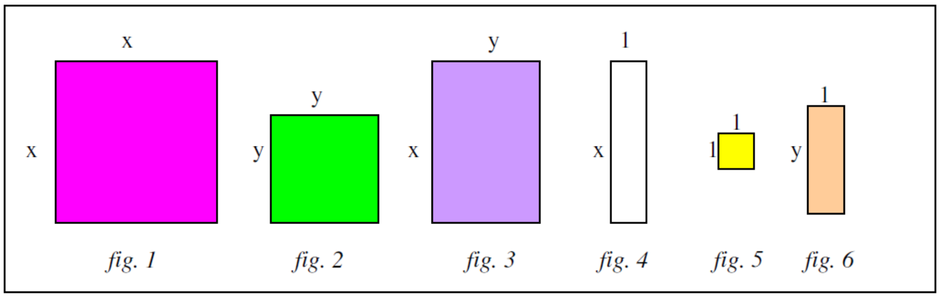
O Jogo Algeplan, confeccionado em papel cartão, é composto por 6 peças nos formatos de quadrados e retângulos (10 peças de cada tipo) com as seguintes medidas:

- Quadrados de lado 10 cm; quadrados de lado 4 cm e quadrados de lado 3 cm (figuras 1, 2 e 5).
- Retângulos com as seguintes medidas: 10 x 4 cm, 10 x 3 cm e 4 x 3 cm (figuras 3, 4 e 6) .
- São necessárias 10 (dez) peças de cada tipo. Pode-se utilizar papel cartão ou qualquer outro material que apresente a cor da frente diferente da cor do verso.
- No material as medidas são as seguintes: x = 10 cm; y= 4 cm; e a medida que corresponde a unidade é 3 cm.
- O verso de cada peça, representado nos desenhos pela cor preta, equivale aos valores negativos.



Apresente para a turma o material concreto, o Algeplan, e dê um jogo para cada grupo, deixando que o explorem livremente e façam algumas constatações de suas características.

Solicite que cada grupo faça a descrição de algumas peças do material, desenhando-as no quadro e, com eles, determine, as expressões algébricas de suas áreas, escrevendo-as nas figuras.

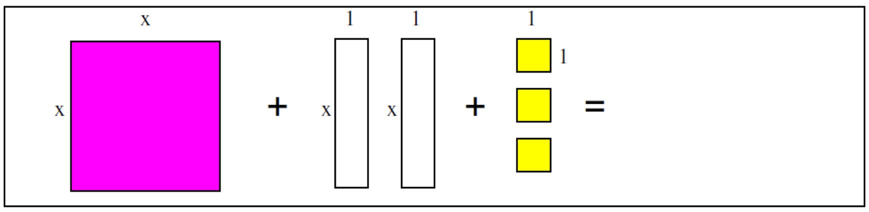


Após o reconhecimento das peças, e do cálculo da área de cada uma, solicite que os alunos realizem atividades, compondo, adicionando e subtraindo os polinômios, representando geométrica e algebricamente as operações e os polinômios resultantes.

Proponha atividades para o grupo, solicitando que resolvam alguns exemplos:

1.Tome 1 quadrado de lado x, 2 retângulos de lados x e 1 e 3 quadrados de lado 1.

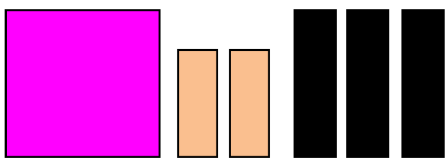
Efetue a soma das áreas das figuras, e expresse o resultado em forma de expressão algébrica.



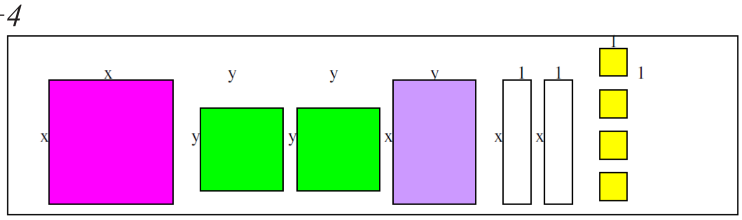
Após fazerem a escolha das peças, os alunos deverão realizar a soma das áreas das figuras para obterem a expressão x2 + 2x + 3, denominando-a polinômio.

2) Representem os polinômios no Algeplan

a) $x^2 + 2y = 3x$



b)$x2+2y2+xy+2x+4$



c) Utilizando o Algeplan, mostre se as igualdades abaixo são verdadeiras:

a) $3xy - 2xy + xy = 2xy$

b) $3x + 2x^2 - x^2 - 2x = x^2 + x$

c) $2y + 1 - 3y - x^2 + 3x^2 = 2x^2 - y + 1$

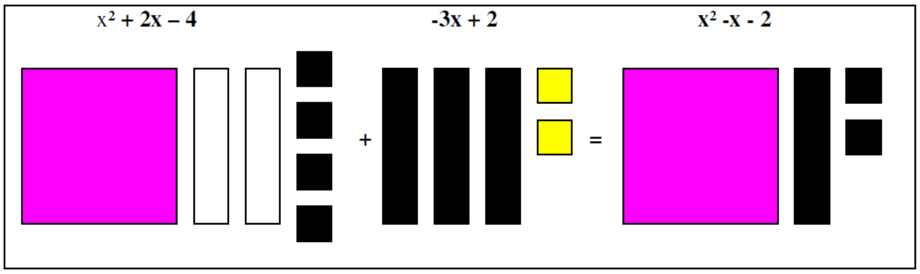
d) $2\,y^2 + 4x \;-(-\,2x) = \;2\,y^2 + 2x$

Operações com polinômios: a representação geométrica e a representação algébrica

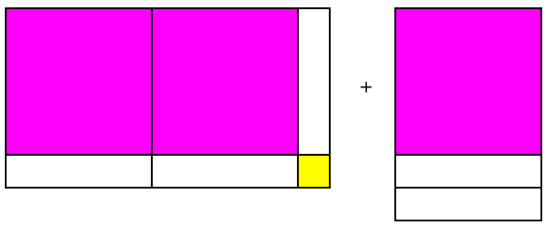
1)A adição de polinômios:

a) $(x^2 + 2x - 4) + (-3x + 2)$

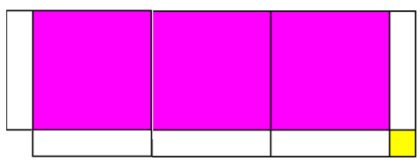
Primeiramente, os alunos devem escolher as peças, considerando que uma peça positiva anula uma peça negativa de igual área (peças opostas se anulam na adição), efetue os cancelamentos obtendo o resultado desejado: $x^2 - x - 2$.



b) Representem cada área por um polinômio e encontrem o polinômio que representa a soma das áreas das figuras:

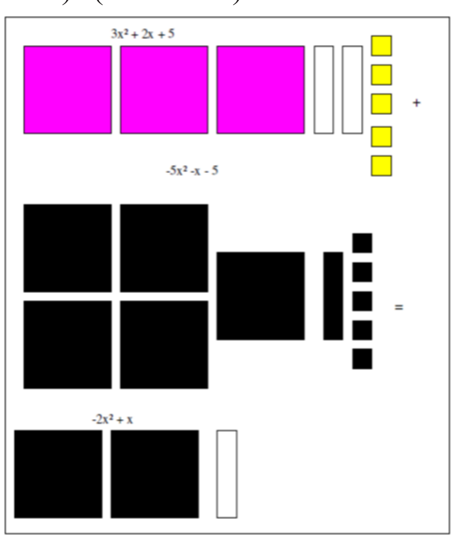


$2x^2 + 3x + 1 + (x^2 + 2x) = 2x^2 + 3x + 1 + x^2 + 2x = 3x^2 + 5x + 1$



2) A diferença de polinômios.

Lembre aos alunos que subtrair dois polinômios numa certa ordem é somar o primeiro com o simétrico do segundo: $(3x^2 + 2x + 5) - (5x^2 + x + 5) = 3x^2 + 2x + 5 - 5x^2 - x - 5 = -2x^2 + x$.



3) A multiplicação de polinômios

Antes de iniciar a atividade com a multiplicação, chame a atenção para os seguintes aspectos:

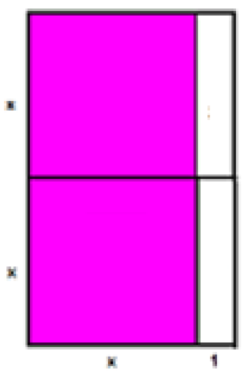
I) Podemos determinar a área de um retângulo e de um quadrado conhecendo os seus lados.

II) Para montar quadrados ou retângulos com o Algeplan, consideram-se as medidas x, y e 1 como as medidas dos lados das figuras do Algeplan.

III) Montados os quadrados e os retângulos, calculam-se e somam-se as áreas internas formadas.

Exemplo:

1) Construa com o Algeplan um retângulo de lados 2x e (x + 1).



Qual é a área do retângulo que você construiu?

$x^2 + x^2 + x + x = 2x^2 + 2x$

Aplique a propriedade distributiva e efetue a multiplicação:

$2x \,.\, (x + 1) = 2x^2 + 2x$

2) Construa com o Algeplan um retângulo de lados 3y e (x + 2).

Qual é a área do retângulo que você construiu?

Aplique a propriedade distributiva e efetue a multiplicação:

$3y \,.\, (x + 2) =$

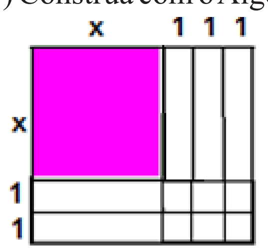
3) Construa com o Algeplan um retângulo de lados x e (x - 2).

Qual é a área do retângulo que você construiu?

Aplique a propriedade distributiva e efetue a multiplicação:

$x \,.\, (x - 2) =$

4) Construa com o Algeplan um retângulo de lados (x +2) e (x +3).



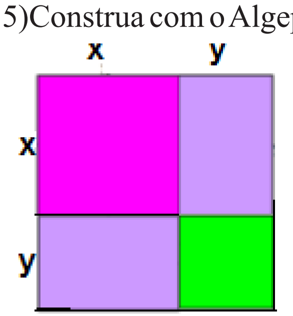
Qual é a área do retângulo que você construiu?

$x^2 + x + x + x + x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = x^2 + 5x + 1$

Aplique a propriedade distributiva e efetue a multiplicação:

$(x + 2). (x + 3) = x \,.\, x + x \,.\, 3 + 2 \,.\, x + 2 \,.\, 3 = x^2 + 5 \,.\, x + 6 = x^2 + 5\,x + .$

5)Construa com o Algeplan $(x + y)^2$

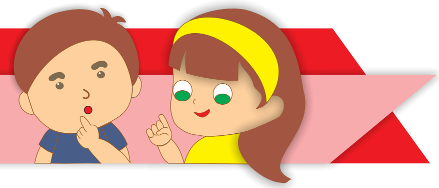


Qual é a área do retângulo que você construiu?

$x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2\,xy + y^2$

Ao corrigir e verificar os padrões em cada atividade, a partir das atividades 3, 4 e 5, explorando a multiplicação de monômios por polinômios e polinômios por polinômios é interessante explorar os produtos notáveis em variadas situações.

PROBLEMOTECA



1.Coloque V nas alternativas verdadeiras e F nas falsas.

a. (   ) Para que uma relação seja função de A em B é preciso que o conjunto A seja igual ao conjunto B.

b. (   ) Em toda função de A em B, Im $\subset$ B.

c. (   ) Em toda função de A em B, Im = B.

d. (   ) Cada elemento do domínio de uma função tem um só correspondente do conjunto-imagem.

e. (   ) Numa função de A em B , o conjunto-imagem pode coincidir com o conjunto B.

f. (   ) Existem funções de A em B nas quais elementos do conjunto A não têm correspondentes no conjunto B.

g. (   ) Em Algumas funções de A em B, existem elementos do conjunto B que não são correspondentes no conjunto B.

h. (   ) Em algumas funções existem elementos do conjunto B que são correspondentes de mais de um elemento do conjunto A.

2.Localize os seguintes pontos no gráfico cartesiano.

a .(3, 4);

b.(-3, 4);

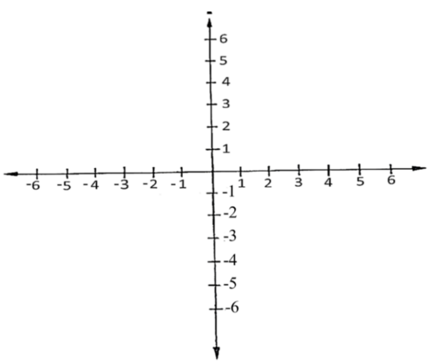
c. (3, -4);

d .(-3, -4);

e.(-6, 0);

f.(0, 5);

g.(2, -6).



3.Um restaurante oferece 3 opções de entrada, 5 de prato principal e 4 de sobremesa. De quantas maneiras diferentes um cliente desse restaurante poderá compor sua refeição com exatamente uma entrada, um prato principal e uma sobremesa? Faça uma árvore de possibilidades para responder a questão.

4.A relação que faz corresponder a cada par ordenado um ponto do plano é uma função? Por quê?

5.Sejam os conjuntos:

A = {0, 1, 2, 3, 4} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

a. Faça uma tabela colocando, na primeira coluna, os números de A e, na segunda os números de B obtidos pela soma de duas unidades aos números de A.

b. Esta relação é uma função?

c. Sendo função, qual é o domínio? E o contradomínio? E o conjunto-imagem?

6. Num edifício público, existem 3 portas de entrada que dão para um amplo saguão no qual existem 5 elevadores. Um visitante deve se dirigir ao 6º andar. Ele pode escolher uma das portas de entrada e utilizar qualquer um dos cinco elevadores. De quantas maneiras diferentes poderá fazê-lo? Faça uma árvore de possibilidades e responda a questão.

7.Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

a. Construa uma tabela, associando a cada elemento de A o seu dobro em B.

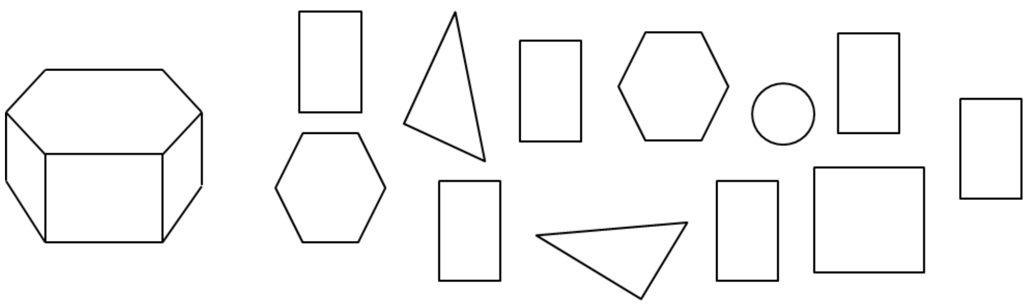
b. Expresse a lei por uma expressão analítica.

c. Sendo função, determine seu domínio, seu contradomínio, seu conjunto-imagem e construa seu gráfico.

8.Mandei fazer quatro quadros diferentes do mesmo tamanho, cada um relacionado a uma cidade que visitei na viagem que fiz nas férias. Quero colocá-los numa das paredes do corredor da minha casa para lembrar dessa viagem que foi muito linda. De quantas maneiras diferentes eu posso organizá-los alinhados no corredor?

9.Os alunos do 8º ano vão participar de um campeonato de futebol. Para comprar uniformes para o time, cada aluno contribuiu com uma mesma quantia, arrecadando no total R$ 175,00. No dia da compra dos uniformes, mais 9 alunos decidiram contribuir e o total arrecadado passou a ser de R$ 238,00. No final, quantos alunos contribuíram para a compra dos uniformes? Que quantia coube a cada um?

10.O sólido desenhado a seguir é um ___________. Para montá-lo você precisa de ______ partes. Marque com um X as partes que você precisa para montá-lo e descreva-as.



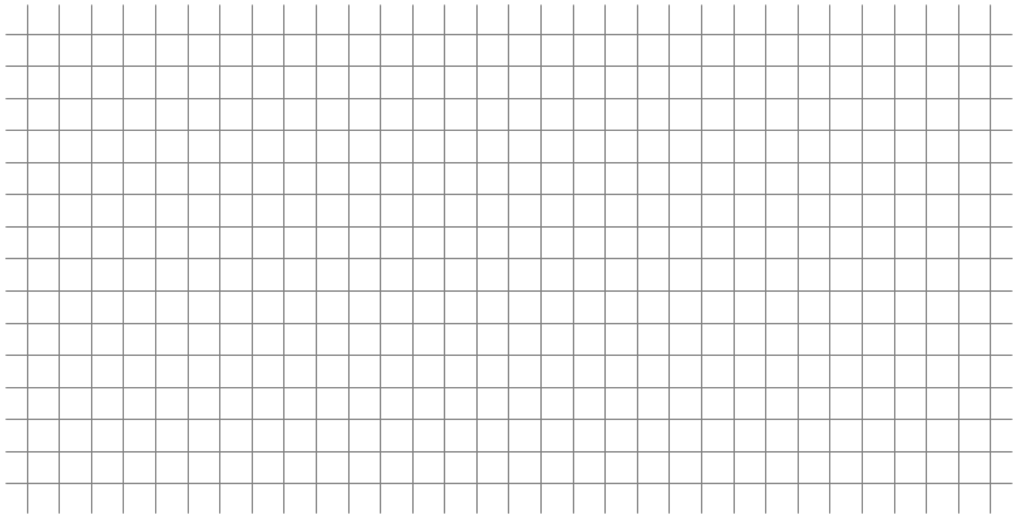
11. Observação: Esse é um problema porcentagem com aumentos sucessivos nas taxas percentuais. Nos acréscimos descontos sucessivos, devemos calcular o primeiro acréscimo sobre o valor inicial e sobre o resultado, determinar o segundo acréscimo. Não somem os aumentos percentuais.

Em virtude da elevação da taxa de inflação semanal, um comerciante atentou-se para a importância de aumentar os preços das mercadorias em 8%, visando à contenção de prejuízos. Na semana seguinte, em decorrência de outro acréscimo no índice inflacionário, o comerciante se viu obrigado a aumentar novamente o preço das mercadorias na faixa de 12%. Determine o preço de uma mercadoria que antes do primeiro aumento custava R$ 55,00.

12. Observação: Esse é um problema porcentagem com descontos sucessivos nas taxas percentuais. Nos descontos sucessivos, devemos calcular o primeiro desconto sobre o valor inicial e sobre o resultado, determinar o segundo desconto. Não somem os decréscimos das taxas percentuais.

Uma loja determinou a venda de todo o estoque de eletrodomésticos, com descontos que atingiram o percentual de 25%. Uma pessoa, ao comprar uma televisão no pagamento à vista, foi premiada com um desconto de 12% sobre a dedução promocional. Se o aparelho sem os descontos era anunciado por R$ 1.200,00, qual o valor final com os descontos recebidos?

13. Na malha quadriculada, desenhe um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, nomeie cada eixo e localize os pontos A(1,1), B(3,1), C(3,3), D(2,5), E(1,3). Ligue os pontos na ordem alfabética e responda as questões propostas.



a)Que figura ficou formada?

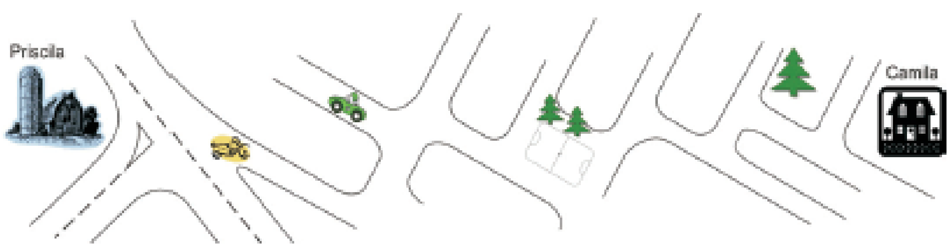
b)Qual é o perímetro e a área da figura plana formada?

14. Leia com atenção e resolva as questões propostas.

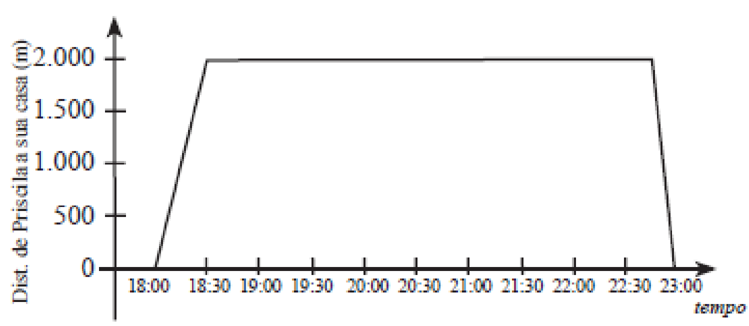
O caminho da festa

Priscila sai de casa para ir à festa de Camila. Camila dá um mapa do caminho, para que Priscila possa chegar a sua casa.

Priscila vai a pé e volta de ônibus.



Observe o gráfico e responda



a) A que horas Priscila saiu de casa?

b) A que horas Priscila chegou a casa?

c) A que horas Priscila chegou à festa?

d) A que distância fica a casa da Camila da casa da Priscila?

e) Quanto tempo Priscila demorou para chegar à festa?

f) Quanto tempo ela ficou na festa?

g) Quanto tempo Priscila demorou para chegar em casa?

h) O mapa mostra que o caminho da casa da Priscila até a casa da Camila é cheio de curvas; como pode o gráfico ser composto de segmentos de reta?

i) Por que no trecho entre 18h e 18h30min, o gráfico sobe?

j) Que grandeza é representada no eixo horizontal?

k) Qual a variação de tempo entre dois pontos consecutivos assinalados?

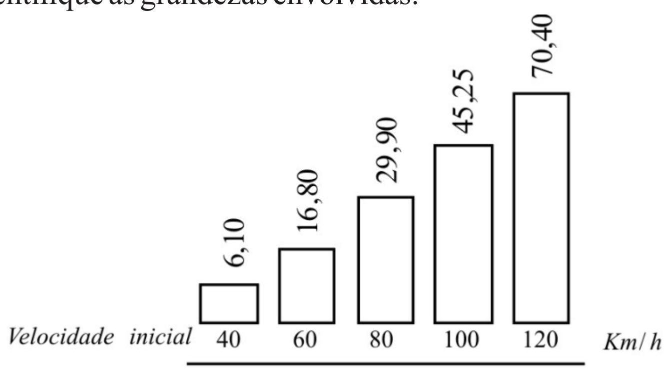
l) Que grandeza é representada no eixo vertical?

Um desafio: Suponha que Priscila já tenha andado 15 minutos em direção à festa, quando descobriu que tinha esquecido o presente da Camila. Teve, portanto, de voltar em casa e depois ir para a festa. Represente em um gráfico sua viagem desde que saiu de casa até chegar à casa de Camila.

Fonte: TINOCO, Lúcia A.A. (Coord.)Construindo o conceito de função.Rio de Janeiro: Universidad Federal do Rio de Janeiro, 2001, p.30

15.Espaço de frenagem para o Automóvel (em metros)

Observe o gráfico, identifique as grandezas envolvidas.



De acordo com esse gráfico, podemos dizer que o espaço necessário para um automóvel parar é uma função da velocidade que ele tem, quando começa a frenagem. A 40 km/h são necessários 6,10 m, a 80 km/h necessita-se de 29,90 m.

a) Segundo o gráfico, qual é o espaço necessário para frear um automóvel que, quando começa a frenagem, está a 120 km/h?

b) Quantas vezes o espaço de frenagem de um automóvel a 120km por hora é maior do que o espaço de frenagem de um automóvel que está a 4 km/h?

Fontes de Materiais

DINIZ, M.J.de S.V., SOUZA, E.R. de**. Uma Reflexão sobre o Ensino da Álgebra**. CAEM.IME/USP, 1978.

DINIZ, M.I.deS.V., SMOLE, K.C.S. **O conceito de ângulo no ensino de geometria**. São Paulo: CAEM.IME/USP, 1996

FAINGUELERNT, E.,N., KÁTIA R.A.. **Fazendo arte com a matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FUSACO, H.O.,PAULO,R., YOSHIOKA,J.H., IKEGAMIJ.K. **O uso de quadriculados no ensino de geometria**. São Paulo: CAEM, IME-USP; 1995.

MELLO**,** J.L.P., **Paradidático História e criação das ideias matemáticas**. São Paulo: Pueri Domus Escolas Associadas, 2001.

Referencial Curricular – Lições do Rio Grande – **Matemática, Ensino Fundamental**. Porto Alegre, RS, 2009.

SOARES, M.G., **Projeto de novos materiais para o ensino de matemática.** São Paulo. PEMEM - MEC/IMECC/ UNICAMP, 1974.

SOUZA, E.R., DINIZ, M.I. de S.V. **Álgebra: das variáveis às equações**. São Paulo: CAEM.IME/USP, 1996.

TINOCO, Lúcia A..A. (Coord.). **Construindo o conceito de função**. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio d Janeiro, 2001.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Porto Alegre: Artmed, 2009.