

## APÊNDICE

### Apêndice A – Caderno de Atividades

## PRODUTO FINAL

Durante o desenvolvimento de nossa pesquisa, elaboramos atividades que, a partir de padrões de regularidade, proporcionassem a nossos alunos da Educação Básica experiências conduzindo ao desenvolvimento do pensamento algébrico e favorecesse a compreensão da linguagem algébrica. Nosso objetivo era, por meio dessas atividades, valorizar a construção pelo aluno de uma linguagem algébrica significativa, diminuindo, assim, a incidência de erros cometidos na manipulação de expressões algébricas.

Apresentamos essas atividades como produto final de nossa pesquisa.

Optamos por uma apresentação em forma de um Caderno de Atividades (CA). Nesse caderno encontramos 32 atividades que exploram padrões de regularidade, sendo, cada uma delas, dividida em três partes:

1. **Apresentação do padrão;**
2. **Roteiro da atividade a ser desenvolvida a partir do padrão apresentado;**
3. **Orientações metodológicas sobre a atividade.**

Na primeira parte, apresentação do padrão, utilizamos materiais concretos, desenhos, tabelas, problemas, operações etc. Todos os padrões envolvidos nas atividades foram analisados e categorizados de acordo com suas especificidades. Essa categorização e o objetivo específico de cada atividade apresentamos na tabela abaixo:

Categoria de Padrões		Atividades	Objetivos
<b>Estrutura</b>	Geométrico	01 – 04 – 08 – 17 - 18	Construir intuitivamente fórmulas usadas em geometria a partir de investigações.

	Numérico	10 – 14 – 25 – 27 - 31	Estabelecer generalização na formação de estruturas numéricas.
	Algébrico	16	Construir intuitivamente regras de produtos notáveis a partir de investigações.
Figurativo	Palito	12	Estabelecer uma lei de formação para a formação de “m” figuras a partir de “n” palitos.
	Fractais	19	Estabelecer uma lei de formação para “t” triângulos brancos posicionando “p” figuras.
	Mosaico	02 – 07 - 21	Estabelecer relações entre grandezas distintas de um mesmo mosaico.
	Cestas	20	Estabelecer relações entre grandezas distintas de uma cesta.
	Geométrico	29	Estabelecer relações entre figura e seu posicionamento na seqüência.
Numérico	Seqüencial	03 - 05 – 09 – 22 - 28	Estabelecer relações entre o número e seu posicionamento na seqüência.
	Operacional	06 – 23 – 30	Conseguir efetuar cálculos mentais a partir de observação de regularidades.
	Geométrico	26	Estabelecer relação entre a posição e o polígono construído.
Movimento	Lúdico	15	Construir uma fórmula que determine o número mínimo de movimentos da Torre de Hanói.
	Figurativo	24 – 32	Estabelecer uma regra de posicionamento da figura a partir do movimento de rotação.
Relação	Objetos	11	Estabelecer uma relação entre total de mesas e pessoas assentadas.
	Grandezas	13	Estabelecer uma relação entre o valor arrecadado e o número de lugares vagos no vôo.

Aqui, denominamos padrão estrutural todo aquele que, ao desenvolver questões acerca de sua formação, o caminho percorrido nos conduz à elaboração de alguma fórmula geométrica, algébrica e/ou numérica já existente, e que, a posteriori, favorece a resolução de algumas situações problemas. Padrão figurativo é todo aquele que envolve algum tipo de desenho com regularidades, simetrias e que, a partir de uma análise das grandezas envolvidas em sua formação, conseguimos estabelecer uma generalização. Apesar de todos os padrões, quando analisados, nos conduzir a um padrão numérico, aqui chamaremos numéricos somente

aqueles que partem de uma seqüência ou de uma relação numérica. Classificamos como padrões de movimentos as estruturas que, quando analisadas, envolvem algum movimento uniforme. Por exemplo: o movimento de rotação que encontramos na atividade 24, quando alteramos o triângulo interno colorido no hexágono. Quando nos referimos aos padrões de relação, estaremos falando daqueles padrões que partem de uma relação e não daqueles que conduzem a uma relação. Conduzir a uma relação é característica frequente em todas as atividades elaboradas.

Todas as atividades foram construídas com o propósito de desenvolver no aluno a habilidade de observar, intuir, argumentar, comunicar, justificar, verificar, generalizar, expressar-se, usando mais de uma linguagem para que ele possa experimentar um pouco do processo de criação da Matemática.

Diante dos objetivos propostos para cada padrão elaborado, apresentamos alguns questionamentos com níveis de dificuldades crescentes, que deveriam conduzir, de forma gradativa, ao alcance de nossa meta.

Na terceira parte da atividade, apresentamos algumas orientações metodológicas que têm o propósito de contribuir com o trabalho do professor em sala de aula. Essas orientações foram construídas a partir de uma avaliação que fazíamos diante de cada atividade aplicada. Dentre os quesitos pontuados estão:

- Abordagens possíveis de conteúdos matemáticos;
- Metodologia de trabalho (individual, dupla, trios etc);
- Possibilidades de enriquecimento do trabalho a partir de atividades similares;
- Outras abordagens possíveis a partir da mesma atividade;
- Indicação de outras ferramentas que o professor poderá utilizar para conduzir o sucesso da atividade;
- Esclarecimentos acerca do padrão utilizado;
- Indicação de pré-requisitos necessários para abordagem da atividade;
- Estratégias para a avaliação;
- Dicas de materiais alternativos para a realização da atividade;
- Cuidados que o professor deve ter com o intuito de garantir o sucesso da atividade.

Nosso objetivo é que esse material possa contribuir com o ensino da Álgebra de forma significativa na Educação Básica. Que o professor, utilizando qualquer uma das atividades propostas, tenha resultados positivos e sinta-se motivado não só a utilizar-se de outras como também criar experiências novas, com padrões de regularidade que estimulem, além da habilidade em manipulações algébricas, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

### Atividade 1

Pavimentação do plano com polígonos regulares de um só tipo:

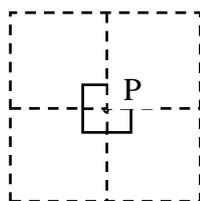
#### Material utilizado:

Vários polígonos regulares e congruentes: (quadrados, triângulos, pentágonos, hexágonos, heptágonos, octógonos etc.) confeccionados com papel cartão, cartolina, madeira ou mesmo um emborrachado.

OBS: Quanto mais perfeito os recortes, melhor o resultado do experimento.

#### Desenvolvimento da atividade:

- 1) Sem sobreposição de figuras, é possível pavimentar sua carteira utilizando apenas quadrados?
- 2) E utilizando apenas triângulos? Foi possível cumprir a tarefa?
- 3) Agora, utilizando pentágonos, verifique a possibilidade de pavimentar um plano.
- 4) Investigue, experimentando com os outros polígonos regulares que tiver em mãos, quais nos dão a possibilidade de pavimentação perfeita, ou seja, sem sobreposição de figuras.
- 5) Em cada um dos experimentos, considere um ponto P qualquer e identifique, como na figura abaixo, quantos polígonos de cada tipo são necessários para uma perfeita pavimentação.



5) Com base nos experimentos, complete a tabela:

Polígono	Nº de lados	Ângulo interno	Nº de polígonos ao redor do pto.	Pavimentação perfeita?

6) Agora, responda:

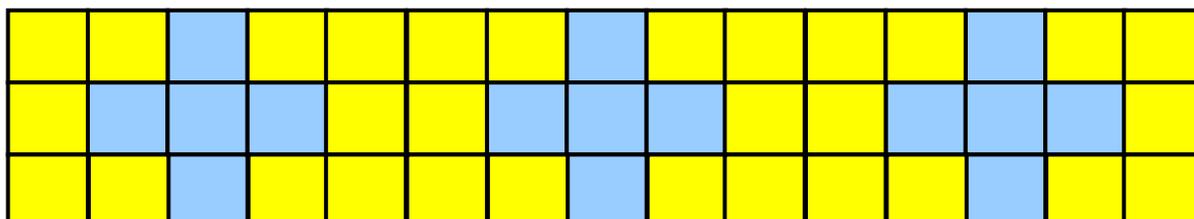
- A) Qual é maior número de lados que pode ter um polígono para que consigamos uma pavimentação perfeita? Justifique.
- B) Um decágono pavimenta um plano? Por quê?
- C) Seja “k”, o número de polígonos colocados ao redor do ponto e “a” a medida dos ângulos internos desse polígono. Estabeleça uma relação que comprove a pavimentação sem a realização do experimento.

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutura geométrica
Pré-requisitos	Polígono regular – Classificação quanto ao número de lados e identificação dos ângulos internos.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Área de figuras planas, composição de figuras, polígonos regulares
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ampliar o número de questionamentos caso a turma necessite.</li> <li>• Solicitar que os alunos façam o registro na tabela imediatamente após a composição dos polígonos sobre a carteira.</li> <li>• Ao final da atividade é interessante propor aos alunos que façam a verificação da resposta do item 6c para validar a expressão.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Pode-se explorar com o mesmo material, atividades que envolvam pavimentação de polígonos regulares diferentes

**Atividade 2**  
Faixa Decorativa 1

**Desenvolvimento da atividade:**

Observe a faixa decorativa abaixo:



- 1) Como será colorida a 20ª coluna?
- 2) Descreva a característica da 89ª coluna. Explique o raciocínio.
- 3) Você consegue descrever algum padrão que foi utilizado para colorir a tira decorativa acima? Descreva-o.
- 4) A faixa acima apresenta uma periodicidade. Quantas colunas são necessárias para fechar um período?
- 5) A cada período completo responda:
  - A. Quantos quadradinhos são amarelos?
  - B. Quantos são azuis?
  - C. E o total?
- 6) Complete a tabela abaixo:

Períodos	Azuis	Amarelos	Total
01			
02			
03			
08			
25			
P			

- 7) A partir da faixa decorativa e observando a tabela acima, estabeleça uma relação entre o número de quadradinhos amarelos e azuis.

Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo mosaico
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Múltiplos, expressões algébricas, equações, funções
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ampliar o número de questionamentos caso a turma necessite.</li> <li>• Ao final da atividade é interessante propor aos alunos que façam a verificação da resposta do item 7 para validar a expressão.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Pode-se explorar com o mesmo material, outras faixas decorativas criadas pelo professor.

### Atividade 3

#### Tabela

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a tabela abaixo:

1	2	3	4	5	6	7	8
16	15	14	13	12	11	10	9
17	18	19	20	21	22	23	24
32		30		28			25
		35					
				44			
64							

- 1) Obedecendo a regra de formação, complete-a.
  - 2) A partir da tabela, indique a linha e a coluna ocupadas pelo número 38.
  - 3) Agora, indique a linha e a coluna ocupadas pelo número 56.
  - 4) Se continuássemos completando essa tabela, que número ocuparia a décima linha e a oitava coluna?
  - 5) Que linha ocuparia o número 103? Por quê?
  - 6) Agora, responda: que coluna o número 103 ocuparia? Explique o raciocínio que você utilizou para resolver esse problema.
  - 7) Que número ocuparia a 30<sup>a</sup> linha, 8<sup>a</sup> coluna?
  - 8) Você consegue descrever uma expressão que nos dê todos os números que ocuparão a última coluna em função da linha?
  - 9) Com essa expressão, é possível localizar qualquer número? Como?
-

Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico seqüencial
Pré-requisitos	Operações básicas.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Múltiplos, expressões algébricas, equações, funções e progressões aritméticas.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ampliar o número de questionamentos caso a turma necessite.</li> <li>• Ao final da atividade é interessante propor aos alunos que façam a verificação da resposta do item 8 para validar a expressão.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Discutir com os alunos todas as possibilidades de raciocínio possível para realização da atividade. O professor poderá propor a generalização de qualquer coluna em função da linha.

## Atividade 4

### Pirâmides

#### Material utilizado:

Pirâmides de base triangular, quadrada, pentagonal, hexagonal etc. (Podem ser confeccionadas em madeira, vidro, plástico, emborrachado, papel cartão, ou até mesmo cartolina).

Planificação de cada modelo utilizado na atividade.

#### Desenvolvimento da atividade:

- 1) Considerando uma pirâmide de base triangular, indique:
  - A) Número de arestas
  - B) Número de faces
  - C) Número de vértices
  
- 2) Faça o mesmo procedimento com uma pirâmide de base quadrada, base hexagonal, base pentagonal etc.
- 3) Construa uma tabela, identificando a pirâmide, o número de vértices, arestas e faces.
- 4) Uma pirâmide de base pentadecagonal (15 lados) tem quantos vértices, arestas e faces?
- 5) Agora, considerando uma pirâmide de “n” lados na base, você consegue identificar seu número de vértices, arestas e faces?

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural geométrico
Pré-requisitos	Geometria plana
Segmento	Séries finais do E. Fundamental.
Conteúdos abordados	Pirâmide
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A planificação dos modelos é um excelente recurso para um trabalho intuitivo sobre questões de área lateral e total da figura.</li> <li>• Ao final da atividade é interessante propor aos alunos que façam a verificação da resposta do item 5 para validar a expressão.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Uma atividade similar poderá explorar conhecimentos a cerca dos prismas e da relação de Euler.

### Atividade 5

#### Seqüência numérica oscilante

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência oscilante:

**1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2...**

OBS.: Seqüência retirada da Revista EUREKA nº 19/2004 p. 7.

- 1) Obedecendo ao mesmo padrão acima, qual será o 32º termo da seqüência?
- 2) Qual será o 42º termo?
- 3) Você consegue estabelecer alguma relação entre a ordem e o termo que aparecem na seqüência?
- 4) Sem descrever toda a seqüência, qual será o 100º termo?
- 5) Que procedimento você usou para chegar a essa resposta?
- 6) Qual é o 2007º termo da seqüência?
- 7) Escrevendo toda a seqüência, do 1º ao 1000º termo, quantas vezes aparece o número 2? Explique o raciocínio usado para a resolução dessa questão.
- 8) O número 5 aparece o mesmo número de vezes que o 2? Justifique sua resposta.

Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico seqüencial
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Múltiplos, funções, seqüências
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor atividades mais simples antes de propor a atividade 5.</li> <li>• Um item importante nessa atividade é apresentar para a turma os diferentes raciocínios utilizados pelos grupos para solucionar o problema.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outras seqüências para trabalhar na mesma perspectiva.

## Atividade 6

### Curiosas multiplicações

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe as multiplicações a seguir:

$$101 \times 11 = 1111$$

$$101 \times 111 = 11211$$

$$101 \times 1111 = 112211$$

$$101 \times 11111 = 1122211$$

- 1) Qual será o resultado do produto  $101 \times 1111111$ ?
- 2) E o resultado de  $101 \times 1111111111$ ?
- 3) Considerando o 1º fator o número 101 e o produto  $112222222222211$ , qual será o 2º fator?
- 4) Que raciocínio você usou para responder ao item anterior? Descreva-o.
- 5) Verifique a veracidade de seu raciocínio, conferindo os resultados das multiplicações anteriores.
- 6) Agora, responda: Qual é a soma dos algarismos do número obtido, quando multiplicamos 101 pelo número  $11111111111111111111$ ?

2007 vezes – número 1

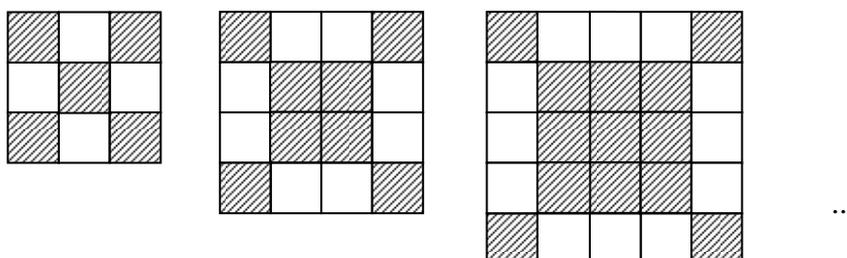
Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico operacional
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Multiplicações, produtos notáveis, funções
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O professor poderá, ainda, propor que os alunos tentem justificar a regra de formação para o produto analisando a multiplicação. Questionando por exemplo: Por que o termo das unidades simples é sempre o um, ou, ainda, por que não aparecem algarismos diferentes do um e do dois nesse produto?</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outras multiplicações que possam ser trabalhadas com essa perspectiva.

## Atividade 7

### Mosaicos

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência:



OBS.: Aqui consideraremos como ordem, o número de quadradinhos de cada lado da figura.

- 1) Quantos quadradinhos brancos há na figura de ordem 3?
- 2) Agora, responda: quantos quadradinhos brancos há na figura de ordem 4. E na figura de ordem 5?
- 3) Desenhe uma figura que represente a ordem 8 e responda quantos quadradinhos pretos e quantos brancos aparecem.
- 4) Em alguma figura, seguindo esse padrão, aparecerão 68 quadradinhos pretos? Se existir, qual é a sua ordem? Explique seu raciocínio.
- 5) Você consegue estabelecer alguma relação entre a ordem e o total de quadradinhos brancos e pretos?

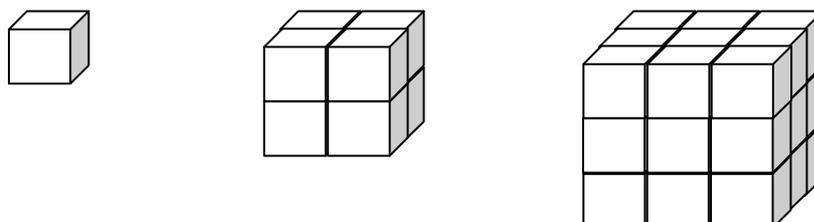
Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo mosaico
Pré-requisitos	Operações básicas.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Potências, equações do 2° grau, expressões algébricas, funções.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• Discussão com a turma sobre os raciocínios utilizados é uma experiência que enriquece a realização do trabalho.</li> <li>• O professor poderá propor a confecção de uma tabela para auxiliar aos alunos na intuição do item 5</li> <li>• Também deverá propor a verificação da expressão para validar a mesma.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outros mosaicos para trabalhar com essa perspectiva.

## Atividade 8

### Volume de um cubo

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência:



Para essa atividade, onde falarmos de cubinho, estaremos considerando essa figura  e seu volume será equivalente a uma unidade.

- 1) Quantos cubinhos foram usados na figura 1? Qual o seu volume?
- 2) Quantos cubinhos foram usados na figura 3? Qual seu volume total?
- 3) Continuando a seqüência com o mesmo padrão, quantos cubinhos serão necessários para obtermos a figura de número 6?
- 4) Com esse mesmo número de cubinhos, é possível construir um sólido diferente? Faça a representação desse sólido. O seu volume permanecerá o mesmo?
- 5) Agora, imagine que iremos pintar todas as faces do sólido construído. Gastaremos mais tinta para pintar o cubo ou o novo sólido criado? Justifique sua resposta.
- 6) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de cubos utilizados em cada lado e o volume do sólido obtido?

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural geométrico
Pré-requisitos	Operações básicas e conceito de volume.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Volume de um cubo, área lateral e área total de prismas, função
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O professor poderá propor a criação de vários sólidos no item 5 e discutir questões de economia a cerca da fabricação de embalagens.</li> <li>• Propor a verificação da atividade 7 com o intuito de validar a mesma.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar atividades similares explorando o volume de um prisma qualquer.

## Atividade 9

### Função

#### Desenvolvimento da atividade:

Seja a função  $f$  definida por:

x	1	2	3	4	5
F ( x )	4	1	3	5	2

Extraído da revista EUREKA, nº 22, p.12.

Por exemplo  $f(2) = 1$ ,  $f(1) = 4$  etc.

Considerando uma seqüência formada a partir de várias composições desta  $f(x)$ , responda:

- 1) Orientados pela tabela, podemos dizer que  $f(f(2))$  é igual a:
- 2) Complete a tabela até o 10º termo da seqüência, partindo de  $f(2)$ .
- 3) Qual é o valor de  $f(f(f(f(4))))$ ?
- 4) Quantas vezes, até o 20º termo da seqüência, partindo de  $f(4)$ , aparecerá o valor 3? E o 2?
- 5) Você consegue definir alguma regularidade? Descreva-a.
- 6) Por fim, quanto vale  $f(f(f(\dots f(f(4))\dots))$   
2007 vezes

Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico seqüencial
Pré-requisitos	Operações básicas, funções
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Múltiplos, funções (composição de funções), seqüências
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O professor poderá propor questionamentos complementares, caso seja necessário para o êxito da atividade.</li> <li>• Propor uma discussão entre os grupos de trabalho sobre os tipos de raciocínios utilizados.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outras seqüências para trabalhar na mesma perspectiva.

## Atividade 10

### Triângulo de Pascal

#### Desenvolvimento da atividade:

Considerando a formação do triângulo de Pascal, faça o que se pede:

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \binom{2}{1} \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \binom{3}{1} \binom{3}{2} \binom{3}{3}$$

$$\binom{4}{0} \binom{4}{1} \binom{4}{2} \binom{4}{3} \binom{4}{4}$$
  

$$\binom{n}{0} \binom{n}{1} \binom{n}{2} \cdots \binom{n}{n}$$

- 1) Construa um triângulo, usando apenas os resultados dos binomiais encontrados.
  - 2) Observe os resultados encontrados e faça um relatório, detalhando todas as observações feitas pelo grupo.
  - 3) As observações feitas pelo grupo têm caráter que estabelecem alguma generalização, simetria ou propriedade? Identifique-as, fazendo uma justificativa.
  - 5) Essas observações são passíveis de demonstrações que comprovem, matematicamente, sua veracidade?
  - 6) Discuta com o grupo e tente efetuar essas demonstrações, usando corretamente a linguagem matemática.
-

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural numérico
Pré-requisitos	Análise combinatória
Segmento	Ensino. Médio
Conteúdos abordados	Triângulos de Pascal, combinação simples, equações, expressões algébricas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para realização dessa atividade, o professor necessitará, no mínimo, de 6h/a e, de preferência, com aulas geminadas, para que não fragmente tanto o trabalho.</li> <li>• Fazer interferências apenas quando necessário, deixando que os alunos procurem uma solução com seus argumentos.</li> <li>• Durante a realização da atividade, o professor deverá ficar atento para que os alunos contemplem, em suas observações, as propriedades fundamentais do Triângulo, os números complementares e a relação de Stifel.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá propor, após a realização da atividade, um trabalho interdisciplinar com a Biologia com o intuito de mostrar uma aplicação para o conteúdo e avaliar o resultado do trabalho investigativo.

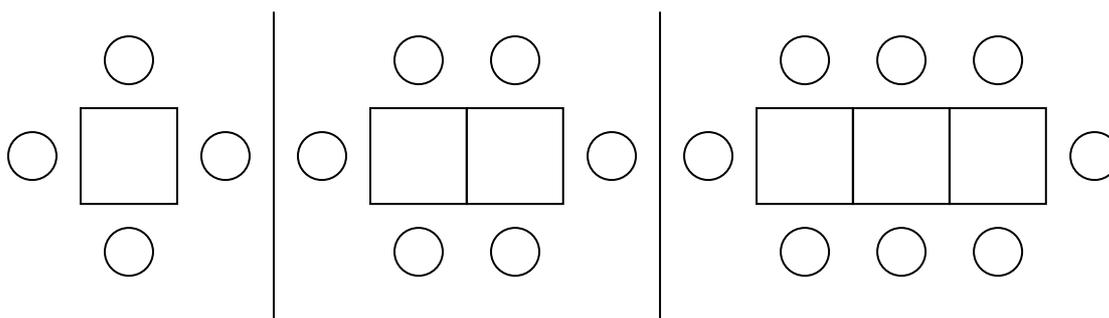
## Atividade 11

### Mesas X Cadeiras

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência abaixo:

Orientações: Nessa atividade, quadrados representam mesas e círculos representam as cadeiras e, conseqüentemente, o número de pessoas que podem se acomodar às mesas.



- 1) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 3 mesas?
- 2) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 4 mesas?
- 3) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 10 mesas?
- 4) Quantas mesas são necessárias para acomodar 42 pessoas?
- 5) É possível acomodar 86 pessoas utilizando essa disposição? De quantas mesas precisaríamos?
- 6) Você consegue descrever uma regra que associe, de forma geral, o número de mesas com o número de pessoas?

Orientações metodológicas	
Padrão	Relação objetos
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	E. Fundamental
Conteúdos abordados	Operações, expressões algébricas, equações, funções.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos que conduzam ao êxito da realização da atividade.</li> <li>• Propor a elaboração de uma tabela poderá auxiliar no raciocínio.</li> <li>• Propor a verificação do item 6 para validar a relação estabelecida.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outras formas de agrupamento de pessoas com o mesmo propósito dessa atividade, por exemplo, colocando 6 pessoas em cada mesa.

## Atividade 12

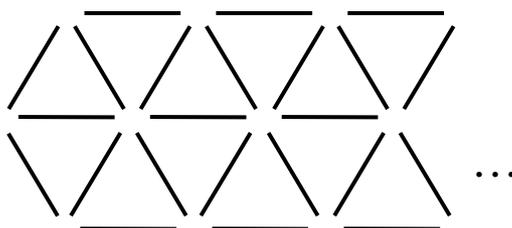
### Hexágonos, triângulos e palitos

#### Material:

Palitos de fósforo

#### Desenvolvimento da atividade:

1) Construa sobre sua carteira uma seqüência de triângulos equiláteros e, a partir desses triângulos, construa hexágonos regulares, conforme mostra o desenho abaixo:



- 2) Quantos palitos serão necessários para construirmos uma seqüência com 4 hexágonos?
- 3) Quantos palitos serão necessários para construirmos uma seqüência com 6 hexágonos?
- 4) Uma pessoa com 75 palitos conseguirá formar uma seqüência de quantos hexágonos?
- 5) Quantos palitos serão necessários pra construirmos uma seqüência com 35 hexágonos?
- 6) Você consegue escrever uma expressão que relacione, de forma geral, o número de hexágonos e o número de palitos? Como?
- 7) Verifique a validade da expressão usada por você.

Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo palito
Pré-requisitos	Operações básicas, polígonos
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, polígonos, progressões aritméticas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá explorar questões, como: composição de figuras, áreas e perímetros.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outras figuras para trabalhar com a mesma perspectiva, ou ainda, explorar, dentro da mesma atividade, o número de triângulos em função dos hexágonos.

### Atividade 13

#### Economia aérea

#### Desenvolvimento da atividade:

Leia atentamente o problema proposto:

*“Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia aérea cobrou de cada passageiro R\$800,00 mais R\$ 10,00 por cada lugar vago no vôo. Qual deve ser o número de passageiros para que a companhia tenha lucro máximo?”*

Responda aos questionamentos abaixo:

- 1) Caso o avião faça a viagem completo, ou seja, com todos os lugares ocupados, qual será o montante arrecadado pela empresa?
- 2) E tendo apenas um lugar vago, terá uma arrecadação maior ou menor que a anterior?
- 3) Faça o cálculo agora, para 98 lugares ocupados.
- 4) O que você fez para efetuar esse cálculo?
- 5) Agora, complete a tabela abaixo:

Total de lugares	Total de lugares vagos	Total de passageiros	Valor pago por passageiro	Total arrecadado pela empresa
100	0	100	800,00	
100	1	99	810,00	
100	2			
100	3			
100	4			
100	5			
100	...			

- 6) Você consegue estabelecer uma relação entre o total arrecadado pela empresa e o número de lugares vagos no vôo? Explique seu raciocínio.
- 7) Com essa relação, é possível responder ao problema mencionado? Explique.

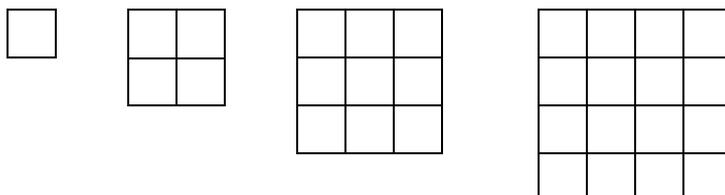
Orientações metodológicas	
Padrão	Relação grandezas
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações de 2º grau, funções (valor de máximo)
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá mudar o valor a ser pago por lugar vago e discutir o lucro da empresa.</li> <li>• O professor poderá, também, fazer opção por trabalhar o problema sem questionamentos e deixar que o aluno encontre a solução do problema fazendo uso ou não da expressão algébrica.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor criar outros tipos de problemas que explorem questões acerca de máximos e mínimos na função do 2º grau.

### Atividade 14

Quadrados perfeitos:

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência abaixo:



- 1) Desenhe a 5ª figura da seqüência. Quantos quadradinhos terá essa figura?
- 2) Agora, sem desenhar, tente responder: quantos quadradinhos terá a 6ª figura?
- 3) Com 100 quadradinhos você consegue desenhar uma figura semelhante às da seqüência acima? Que posição ela ocupará na seqüência?
- 4) Quantos quadradinhos serão dispostos na 15ª figura?
- 5) Escreva uma expressão que relacione o número de quadradinhos da base e o total de quadradinhos da figura?

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural numérico
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, progressão aritmética.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá propor que os alunos elaborem uma tabela para facilitar a conclusão da atividade.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Essa atividade proporciona um momento privilegiado de conexão de dois conteúdos básicos: função do 2º grau e soma dos termos de uma progressão aritmética.

## Atividade 15

### Torre de Hanói

#### Material:

Jogos da torre de Hanói

#### Desenvolvimento da atividade:

Distribuir um jogo da Torre de Hanói para cada dupla, contando a história relacionada ao jogo.

*Quebra-cabeça vendido em 1883 como Torre de Brahma. Vinha acompanhado por uma história (lenda) que dizia:*

*Num grande templo em Benares (Índia), há uma placa de metal onde estão fixos 3 pinos de diamantes. No momento da criação, o Deus Brahma colocou 64 discos de ouro puro, o maior deles na base e os restantes em ordem decrescente de tamanho até o topo. Dia e noite, incessantemente, os monges se revezavam, transferindo os discos de um pino para o outro, obedecendo às leis imutáveis fixadas pelo Deus: transferir um disco de cada vez, de modo que jamais um disco maior seja posto sobre o menor, com o menor número de movimentos. Quando os 64 discos de ouro forem transferidos do pino em que Deus os colocou, templo e brâmanes virarão pó e, com um estrondo, o mundo desaparecerá. Se desrespeitassem as leis, haveria maremoto e terremoto. Quando eles terminassem, o mundo desapareceria. Se a história fosse verdadeira e os monges conseguissem manter a média de um disco por segundo, eles levariam muitos bilhões de anos para transferir os 64 discos, ou seja, seriam 18446744073709551615 movimentos, que levariam 584942417355 anos para terminar<sup>32</sup>.*

2) Explicar as regras do jogo:

- Marcar 3 pontos (ABC) no papel.
- Colocar as peças em A, em ordem decrescente, com a maior na base.
- Passar uma de cada vez, na ordem que estão.
- Nunca sobrepor peça maior sobre a menor.
- Mudar a torre de lugar com o menor número possível de movimentos.

---

<sup>32</sup> Texto adaptado de BALDUÍNO, Grazielle Eloísa. **Torre de Hanói**. Disponível em: <http://www.escoladacrianca.com.br/TORRE%20DE%20HANOI-%20uma%20historia%20divertida.ppt#268>. Acesso em: 10 jul. 2008.

3) Complete a tabela abaixo:

<b>Peças</b>	<b>Descrição dos movimentos</b>	<b>Nº de movimentos</b>
3	A B A C A B A	7 movimentos
4		
5		
6		

4) Responda aos questionamentos:

- a) Como são os movimentos das peças?
  - b) O que acontece com a peça maior?
  - c) O que acontece com a peça menor?
  - d) O que acontece com a penúltima peça?
  - e) Qual a diferença entre o número de movimentos, a partir do momento que você muda a quantidade de peças?
  - f) Se dispuséssemos de 10 discos, qual seria o número mínimo de movimentos necessários para a transposição?
  - g) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de discos e o número mínimo de movimentos necessários?
- 
-

Orientações metodológicas	
Padrão	Movimento lúdico
Pré-requisitos	Jogo Torre de Hanói, Potenciação.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, simetria.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Antes do início da atividade, o professor deverá explicar o funcionamento do jogo para a turma e deixar que os alunos manipulem o jogo por alguns minutos.</li> <li>• À medida que os alunos vão explorando o jogo, o professor deverá percorrer os grupos orientando para que os alunos procurem o menor número de movimento possível.</li> <li>• Para o item 4 g, o aluno deverá elaborar uma tabela para facilitar suas conclusões.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O jogo poderá ser explorado em séries iniciais apenas como desafio matemático.

## Atividade 16

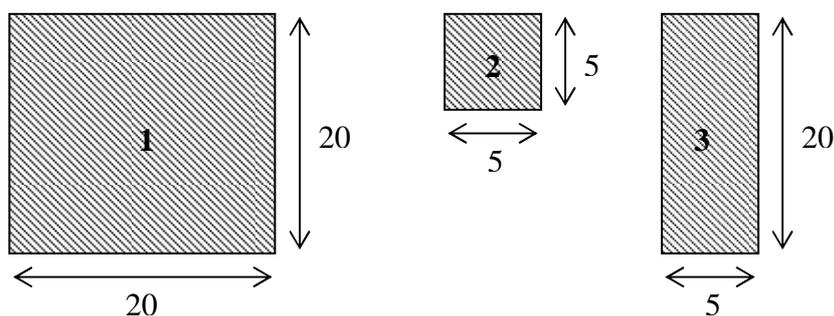
### Quadrado da soma

#### Material:

Cartolina, tesoura, régua.

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe as figuras:



1) Desenhe e recorte figuras com as medidas indicadas acima.

Observação: Deverão ser confeccionadas duas figuras iguais à de número 3.

2) De posse dessas 4 figuras e usando todas elas, monte um quadrado.

3) Você consegue calcular a área total da figura formada?

Observação: Tente fazer esse cálculo usando pelo menos dois procedimentos diferentes.

4) Escreva em seu caderno os procedimentos utilizados.

5) Mude as dimensões das figuras e faça o mesmo procedimento dos itens 2, 3 e 4.

6) Suponhamos que desconhecemos as medidas das figuras e, então, usaremos um símbolo qualquer para representar o maior lado das figuras e um outro para representar o lado menor. (Sugestão:  $a$  e  $b$ ,  $x$  e  $y$ ,  $k$  e  $w$ ,  $b$  e  $c$  etc.) Usando essas medidas, faça o mesmo procedimento dos itens 2, 3 e 4.

7) A partir dos itens 4, 5 e 6 você conseguiu chegar a alguma conclusão? Descreva-a.

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural algébrico
Pré-requisitos	Operações básicas, área de figuras planas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, área de figuras planas, operações com polinômios, produtos notáveis, composição de figuras.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se for necessário, indicar algumas medidas para que o aluno possa trabalhar com o item 6.</li> <li>• Peça que os alunos representem a solução sempre usando dois raciocínios e que faça o registro de tudo.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá, usando processos similares, desenvolver o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença de dois termos.

## Atividade 17

### Diagonais

#### Material :

Folha de papel, régua, lápis, borracha.

#### Desenvolvimento da atividade:

- 1) Desenhe em seu caderno polígonos que tenham 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 lados.
- 2) Nomeie todos os vértices dos polígonos construídos.
- 3) Trace, nesses polígonos, todas as diagonais possíveis.
- 4) Construa uma tabela, contendo o número de lados, nome, número de diagonais de cada vértice e o total de diagonais.
- 5) Observando a tabela, tente responder aos seguintes questionamentos:
  - a) Sem desenhar, responda: quantas diagonais tem um icosaágono?
  - b) É possível traçar um polígono que tenha exatamente 740 diagonais? Justifique.
  - c) E um polígono com 60 diagonais? Justifique.
  - d) Você consegue estabelecer algebricamente uma relação entre o número de lados e o número de diagonais de um polígono?
- 5) Elabore um relatório com as conclusões do grupo.

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural geométrico
Pré-requisitos	Polígonos, operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, cálculo do número de diagonais de um polígono qualquer.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• É interessante que, ao término da atividade, o professor proponha ao aluno que faça a verificação do item 5 d com o intuito de validar sua conclusão.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Após a realização da atividade, o professor poderá explorá-la em problemas de contagem simples.

### Atividade 18

Soma dos ângulos internos de um polígono qualquer

#### Material :

Folha de papel, régua, tesoura, lápis de cor e cola.

#### Desenvolvimento da atividade:

- 1) Desenhe em seu caderno polígonos que tenham 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 lados.
- 2) Usando lápis de cor, pinte cada um dos ângulos internos dos polígonos desenhados.
- 3) Usando uma tesoura, recorte o polígono de 3 lados.
- 4) Divida o triângulo em três partes, de modo que cada ângulo interno pertença a uma dessas partes.
- 5) Junte os três ângulos e cole a figura em seu caderno.
- 6) O que você observou?
- 7) Faça o mesmo procedimento com um polígono de quatro lados.
- 8) Relate novamente suas observações.
- 9) Dá para executar o mesmo procedimento com um polígono de 5 lados? E de 6? Por quê?
- 10) Usando a experiência com triângulos, você consegue descobrir a soma dos ângulos internos desses dois polígonos? E dos demais?
- 11) Construa uma tabela em seu caderno semelhante ao modelo projetado abaixo:

Polígono	Número de ângulos internos	Nº de triângulos obtidos **	Soma dos ângulos internos

- 12) Observando a tabela, tente responder aos seguintes questionamentos:

- a) Sem desenhar, qual a soma dos ângulos internos de um pentadecágono?
- b) E de um icoságono?
- c) Existe um polígono convexo cuja soma dos ângulos internos seja  $4500^\circ$ ? Justifique sua resposta.
- d) E um polígono cuja soma seja  $5100^\circ$ ? Justifique sua resposta.

e) Você consegue estabelecer algebricamente uma relação entre o número de vértices e a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer?

13) Faça um relatório com todas as observações feitas pelo grupo.

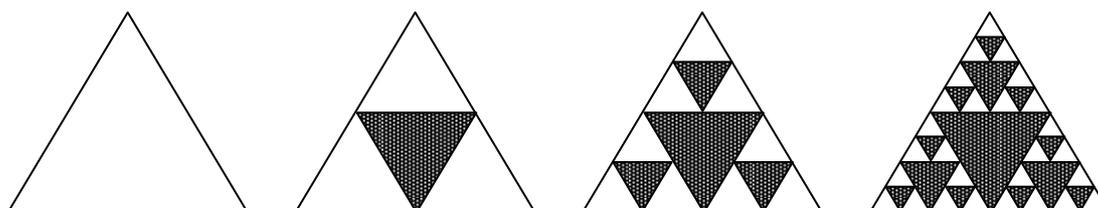
Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural geométrico
Pré-requisitos	Operações básicas, polígonos, ângulos.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio.
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá propor que os alunos façam a verificação do item 12 d para validar a expressão.</li> <li>• É importante que o professor conduza a turma para que todos percebam a possibilidade de dividir a figura em triângulos que tenham como vértice parte de um dos vértices da figura e que nenhum deles tenha área em comum.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Com base nessa atividade, o professor poderá conduzir a turma para que determinem uma expressão para o cálculo de um ângulo interno de um polígono regular. Poderá explorar, ainda, a soma dos ângulos externos e central.

## Atividade 19

### Triângulo de Sierpinski

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência:



- 1) Quantos triângulos brancos aparecem na segunda figura?
- 2) E na figura de número 4?
- 3) Continuando a seqüência e utilizando o mesmo padrão, quantos triângulos brancos aparecem na quinta figura?
- 4) Existirá alguma figura nessa seqüência contendo 243 triângulos brancos? Se existir, que ordem ela ocupará? Explique seu raciocínio.
- 5) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de triângulos brancos e a ordem ocupada pela figura na seqüência?

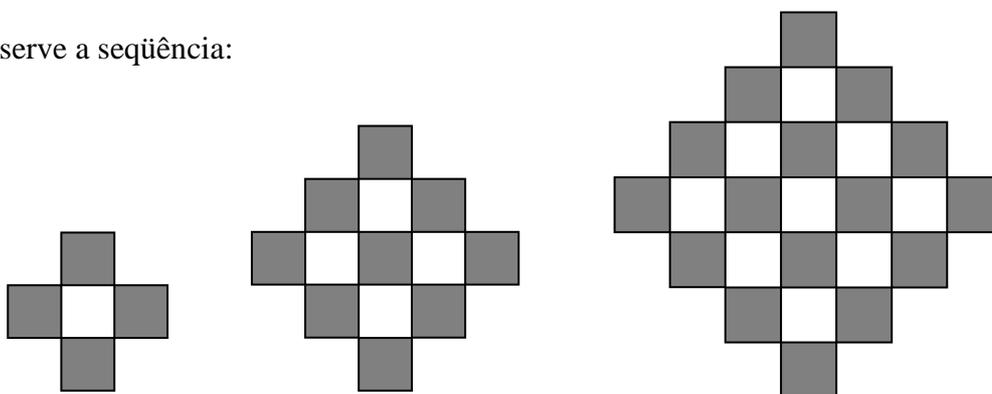
Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo fractal
Pré-requisitos	Operações básicas, fatoração
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio.
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, progressões geométricas.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá propor que os alunos façam a verificação do item 5 para validar a expressão.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O triângulo usado nesse experimento é denominado triângulo de Sierpinski (criado por Waclaw Sierpinski). Cada triângulo obtido é uma réplica do original, por isso, caracteriza-se como um fractal. A palavra fractal vem do latim e significa "fragmento". É um experimento que pode ser usado também na abordagem de soma de progressões geométricas infinitas.

**Atividade 20**

## Cestarias

**Desenvolvimento da atividade:**

Observe a seqüência:



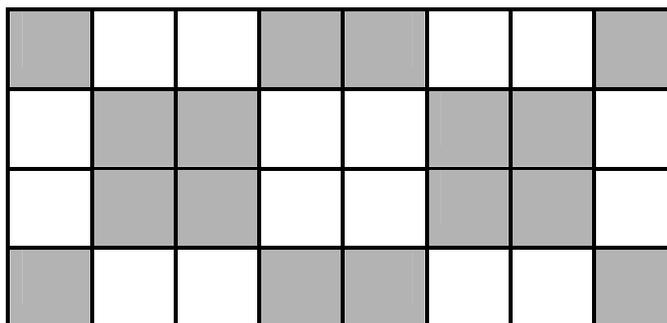
- 1) Indique o número de quadradinhos brancos e pretos que aparecem na primeira figura.
  - 2) E na figura de número 3, quantos aparecem?
  - 3) Seguindo esse mesmo padrão de cestaria, como ficaria a quarta figura? Faça o desenho e, em seguida, responda: quantos quadradinhos pretos e quantos quadradinhos brancos aparecem nessa figura?
  - 4) Se uma figura apresenta 36 quadradinhos brancos, quantos serão os pretos?
  - 5) Se uma figura apresenta 100 quadradinhos pretos, quantos serão os brancos?
  - 6) Você conseguiu estabelecer uma relação entre o número de quadradinhos brancos, pretos e a posição ocupada pela figura na seqüência? Explique seu raciocínio.
  - 7) Verifique a veracidade para todas as figuras desenhadas.
- 
-

Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo cestas
Pré-requisitos	Operações básicas, fatoração
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio.
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá propor que os alunos elaborem uma tabela contendo o número da figura, quadradinhos brancos e pretos, isso facilitará o sucesso na conclusão da atividade.</li> <li>• Se necessário for, peça aos alunos que desenhem outras figuras da seqüência até que todos, mesmo que apenas verbalmente, consigam identificar o padrão e estabelecer a generalização.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá criar outros modelos de cestaria para explorar questões com essa perspectiva. Também poderá abordar, incluindo outros questionamentos, o conteúdo de progressões aritméticas e/ou geométricas.

**Atividade 21**  
Faixa Decorativa 2

**Desenvolvimento da atividade:**

Observe o desenho:



- 1) Qual é a cor do quadradinho localizado na 1ª linha e 4ª coluna?
  - 2) Continuando a seqüência, qual deverá ser a cor do quadradinho localizado na 1ª linha e 8ª coluna?
  - 3) E o localizado na 1ª linha e 20ª coluna?
  - 4) É possível determinar a cor do quadradinho da 67ª coluna, ainda na 1ª linha? E na 4ª linha?
  - 5) Observando ainda apenas a primeira linha, você consegue descrever alguma regularidade? Descreva-a.
  - 6) Conhecida a cor do quadradinho de uma coluna qualquer na 1ª linha, é possível determinar os demais que se localizarem na mesma coluna? Como?
  - 7) Que cor terá o quadradinho localizado na 102ª coluna e 3ª linha? Justifique sua resposta.
  - 8) Uma faixa constituída por quatro colunas é dita completa, pois apresentará um eixo de simetria. Isso não acontecerá com uma faixa de cinco colunas. Uma faixa constituída por 43 colunas poderá ser classificada como completa? Justifique.
  - 9) É possível determinar um padrão de regularidade para uma faixa completa? Qual seria?
-

Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo mosaico
Pré-requisitos	Operações básicas, simetria
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio.
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, progressões aritméticas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá propor que os alunos elaborem uma tabela contendo posicionamento coluna/linha, cor do quadradinho. Isso facilitará o sucesso na conclusão da atividade.</li> <li>• Se necessário for, peça aos alunos que desenhem outras figuras da seqüência até que todos, mesmo que apenas verbalmente, consigam identificar o padrão e estabelecer a generalização.</li> <li>• O professor poderá solicitar que a turma verifique a expressão estabelecida nos itens 5 e 9.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	É possível, ainda, explorar, com essa atividade, a relação entre o total de quadradinhos brancos e pretos. O professor poderá criar outras faixas decorativas e explorar outros padrões de regularidade.

**Atividade 22**  
Seqüência Numérica.

**Desenvolvimento da atividade:**

Observe a seqüência:

**2 , 7 , 12 , 17 , 22 , 27 , ...**

- 1) Qual será o 7º termo dessa seqüência?
- 2) O número 97 estará presente nessa seqüência? Explique.
- 3) Qual seria sua ordem?
- 4) E o número 238? Por quê?
- 5) Que número ocupará a 105ª posição? Justifique sua resposta.
- 6) Você percebeu alguma regularidade na seqüência? Qual?
- 7) Escreva uma expressão que relacione o número à posição que ele ocupará na seqüência.

Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico seqüencial
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio.
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, progressões aritméticas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá propor que os alunos que verifiquem o item 8 para validar a expressão encontrada.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá explorar inúmeros exemplos de seqüências como essa e/ou seqüências com características de progressões geométricas e estabelecer uma conexão entre os dois conteúdos: funções e seqüências.

### Atividade 23

#### Produtos Legais

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe os produtos:

$$9 \times 9 = 81$$

$$9 \times 99 = 891$$

$$9 \times 999 = 8991$$

$$9 \times 9999 = 89991$$

$$9 \times 99999 = 899991$$

- 2) Qual será o resultado do produto de 9 por 999.999?
- 3) E o resultado de  $9 \times 99.999.999.999$ ?
- 4) Qual é o número que multiplicado por 9 terá como resultado 8.999.999.991? Explique o raciocínio usado.
- 5) Verifique a veracidade de seu raciocínio para outros produtos.
- 6) Determine a soma dos valores absolutos do resultado do produto abaixo:

$$9 \times \underset{\substack{14249 \\ 2008 \text{ vezes}}}{99999999}$$

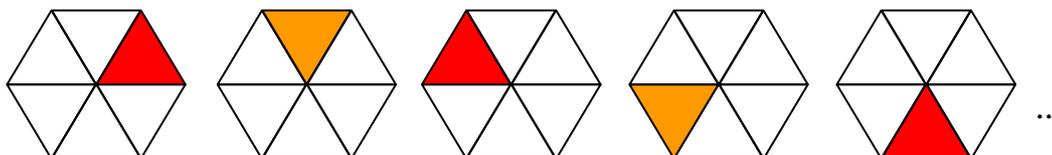
Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico operacional
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Cálculo mental
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá fazer alguns questionamentos que leve os alunos a investigarem as causas que levam o produto a apresentar sempre essa regularidade.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Outras multiplicações com resultados regulares podem ser exploradas em sala de aula com essa mesma perspectiva.

## Atividade 24

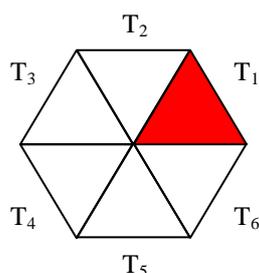
Rotação nos hexágonos.

### Etapas:

1) Observe a seqüência:



Utilizando o esquema abaixo para representar as posições dos triângulos equiláteros no hexágono, responda aos questionamentos.



- 1) No desenho número 6, qual triângulo deverá ser colorido? De que cor?
  - 2) E no desenho de número 12?
  - 3) Continuando a seqüência e obedecendo ao padrão apresentado, qual será a região e a cor utilizada para colorir o 20º desenho?
  - 4) O 58º desenho apresentará qual região colorida e de que cor?
  - 5) Nas 50 primeiras figuras, quais terão a região  $T_2$  colorida de amarelo?
  - 6) Você consegue descrever uma generalização que aponte todos os hexágonos que terão a região  $T_2$  colorida?
  - 7) Você consegue descrever uma relação entre a posição do hexágono e a cor utilizada para colorir o triângulo interno?
-

Orientações metodológicas	
Padrão	Movimento figurativo
Pré-requisitos	Polígonos, operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, progressões aritméticas, movimento de rotação
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor deverá ficar atento, pois a atividade explora dois padrões simultâneos: posicionamento e cor.</li> <li>• Propor aos alunos que construam uma tabela para contribuir com o êxito da atividade.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Apesar de a atividade propor que o aluno estabeleça a regularidade apenas acerca da região $T_2$ e as cores, o professor poderá explorar todas as regiões do hexágono.

### Atividade 25

#### Conjunto das partes

#### Desenvolvimento da atividade:

1) Dados os conjuntos, determine todos os seus subconjuntos:

$$A = \{1\} \rightarrow P(A) = \{\emptyset, \{1\}\}$$

$$B = \{1, 2\} \rightarrow P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

$$C = \{1, 2, 3\} \rightarrow P(C) = \{\dots\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow P(D) = \{\dots\}$$

2) Quantos elementos tem o conjunto A? E P(A)?

3) Quantos elementos tem o conjunto B? E P(B)?

4) Descreva os conjuntos P(C) e P(D).

5) Construa uma tabela representando o conjunto, o seu número de elementos e o número de elementos de suas partes, conforme modelo abaixo:

Conjunto	Número de elementos	Total de subconjuntos

6) Um conjunto com 6 elementos terá quantos subconjuntos? Explique seu raciocínio.

7) Sabendo que um determinado conjunto apresenta 256 subconjuntos, determine o número de elementos desse conjunto. Explique seu raciocínio.

8) Você consegue estabelecer uma relação entre o número de elementos do conjunto e o seu total de subconjuntos. Descreva-a.

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural numérico
Pré-requisitos	Operações básicas, Conjuntos
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e E. Médio
Conteúdos abordados	Conjunto das partes de um conjunto, expressões algébricas, funções
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá fazer, com essa atividade, uma conexão entre os conteúdos conjuntos e funções exponenciais.

## Atividade 26

### Números e formas

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência:



- 1) Continuando a seqüência e usando o mesmo padrão apresentado, que forma terá a 7ª figura? E a figura de número 15?
- 2) Em uma seqüência de 2007 figuras, quantas vezes aparecerá a forma triangular? Explique seu raciocínio.
- 3) Que posição na seqüência ocupará o 12º triângulo? Explique.
- 6) Você consegue estabelecer uma relação entre a figura triangular e as posições ocupadas?

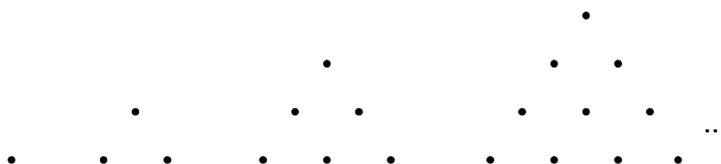
Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico geométrico
Pré-requisitos	Operações básicas, formas geométricas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Expressões algébricas, equações, funções, progressões aritméticas.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor também poderá propor a elaboração de uma tabela para facilitar no sucesso da atividade.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Apesar de a atividade contemplar apenas a posição da figura triangular, o professor ainda poderá explorar as figuras: trapézio, círculo e hexágono, bem como poderá criar outras seqüências utilizando-se de outras figuras com o mesmo propósito. Poderá, ainda, alternando as cores das figuras comuns, estabelecer uma relação entre as cores e a posição ocupada, ou ainda, entre as figuras e as cores.

## Atividade 27

### Números triangulares

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a seqüência:



- 1) Construa uma tabela estabelecendo uma relação entre a posição ocupada pela figura na seqüência e o total de pontos traçados.

<b>Posição</b>	1	2	3	...						
<b>Total</b>	1	3	6	...						

- 2) Quantos pontos terá a 5ª figura da seqüência?  
 3) Existirá alguma figura nessa seqüência com 55 pontos? Que posição ela ocupará?  
 4) E com 212 pontos? Justifique sua resposta.  
 5) Você consegue determinar o total de pontos da 200ª figura? Explique seu raciocínio.  
 6) É possível estabelecer uma generalização para esse padrão? Explique  
 7) Confirme a veracidade de sua generalização para as 10 primeiras figuras.

Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural numérico
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e E. Médio
Conteúdos abordados	Números, expressões algébricas, equações, progressões aritméticas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>A atividade poderá ser usada na abordagem de soma de progressões aritméticas.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá abordar seqüência de outros números figurados com essa mesma perspectiva.

## Atividade 28

### Armários e Estudantes

#### Desenvolvimento da atividade:

Faça uma leitura com bastante atenção no texto descrito abaixo:

*Uma escola tem exatamente 100 armários e 100 estudantes. No primeiro dia de aula os estudantes encontraram-se fora do prédio e concordaram no seguinte plano: o primeiro estudante entrará na escola e abrirá todos os armários. O segundo aluno entrará e fechará todos os armários com números pares (2, 4, 6, 8, 10, ...). O terceiro aluno, então, inverterá o que tiver sido feito a cada 3 armários (no 3º, 6º, 9º, ...). O quarto aluno inverterá o que tiver sido feito a cada 4 armários (no 4º, 8º, 12º, 16º, ...) e assim por diante. Após todos os alunos terem entrado e realizado suas tarefas, como estará o armário de número 100: aberto ou fechado?*

1) Antes de responder à questão proposta, faça o que se pede:

- a) Quando o 8º aluno entrar, o armário de número 8 ficará aberto ou fechado?
- b) É possível que alguém, depois do 8º aluno, inverta a ordem desse armário?

Justifique sua resposta.

- c) Quando o 18º aluno entrar, como ficará o 18º armário? Aberto ou fechado?

Explique seu raciocínio.

d) Esse mesmo raciocínio poderá ser usado para descobrir a situação do 48º armário na entrada do 48º aluno?

e) Construa uma tabela mostrando essa movimentação para os 15 primeiros alunos e 15 primeiros armários.

2) Agora, você consegue responder o questionamento do problema? Explique seu raciocínio.

3) É possível construir uma generalização para essa situação a partir do problema proposto?

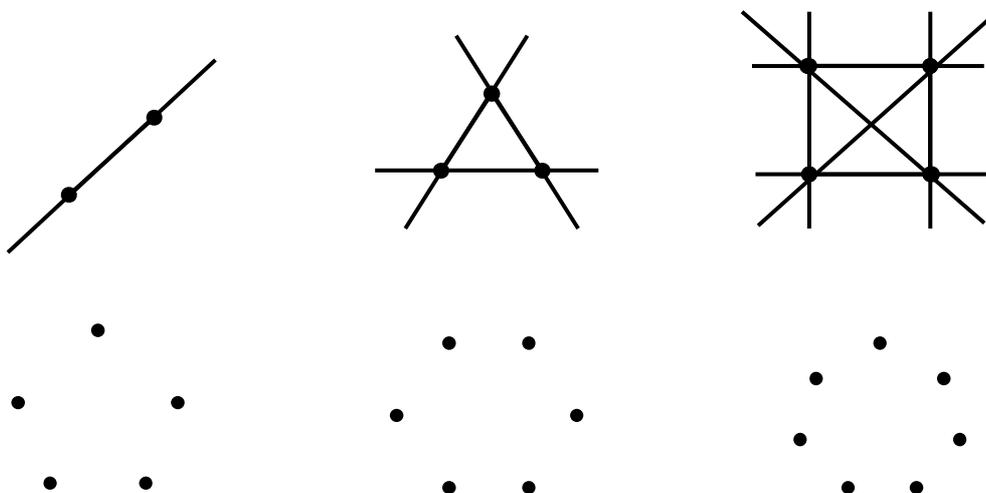
Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico sequencial
Pré-requisitos	Operações básicas, múltiplos
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Múltiplos, expressões algébricas, equações
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá fazer uma analogia entre essa atividade e a construção de uma matriz e/ou funções definidas por mais de uma condição.</li> <li>• O professor poderá também apenas propor o problema e deixar que os alunos discutam sobre sua resolução.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	Vários problemas de lógica, algébricos, geométricos ou numéricos podem ser facilmente resolvidos a partir de uma generalização.

## Atividade 29

### Contagem das Linhas

#### Desenvolvimento da atividade:

1) Usando uma régua, trace tantas linhas quantas puder, cruzando pares de pontos localizados nas seções marcadas, como exemplificado abaixo, nas três primeiras figuras. Conte o número de linhas, construa uma tabela e anote os resultados encontrados:



2) Sem marcar os pontos e/ou traçar as linhas correspondentes, responda:

- Quantas linhas poderiam ser traçadas com 8 pontos? E com 10 pontos?
- Imagine agora, 100 pontos. É possível determinar o número de linhas sem traçá-las?
- Quantos pontos precisariam para traçar 55 linhas? Justifique sua resposta.

3) É possível estabelecer uma relação entre o número de pontos e o total de linhas? Como?

Orientações metodológicas	
Padrão	Figurativo geométrico
Pré-requisitos	Fundamentos da geometria plana.
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Geometria plana, expressões algébricas, equações, progressões aritméticas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá explorar conceitos como: diagonais, construção de retas, posicionamento de duas retas.

### Atividade 30

#### Operações curiosas

#### Desenvolvimento da atividade:

1) Resolva corretamente e anote o resultado encontrado para as seguintes operações:

$$65^2 =$$

$$75^2 =$$

$$45^2 =$$

$$85^2 =$$

$$135^2 =$$

$$115^2 =$$

2) Agora, mentalmente, você consegue estabelecer um valor para  $95^2$ ? E para  $165^2$ ?

3) Explique o processo que você está usando para realizar essas operações.

4) Existe alguma relação entre o resultado e os números envolvidos na multiplicação? Qual seria?

5) Essa relação existirá para a potência  $125^2$ ? E para  $152^2$ ? Justifique suas respostas.

Orientações metodológicas	
Padrão	Numérico operacional
Pré-requisitos	Operações básicas
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Potenciação, cálculo mental, produtos notáveis.
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• Para essa atividade, o professor deverá utilizar a calculadora como ferramenta de trabalho, afinal o essencial aqui é a investigação.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá explorar outros exercícios com atividade similares. Por exemplo: o produto $89^2 = (90 - 1)^2$ . Por meio de uma exploração acerca de produtos notáveis, o professor estimulará o cálculo mental.

## Atividade 31

### O Jogo de Xadrez

#### Desenvolvimento da atividade:

1) Contar para os alunos a lenda da origem do xadrez:

*[...] O semblante do rei da Índia mostrava espanto e admiração. Com os olhos fixos no tabuleiro, ele procurava compreender os movimentos das peças: reis, rainhas, bispos, cavalos, torres, peões. Que engenhosa invenção?*

*Ficou ainda mais satisfeito quando lhe contaram que o criador do jogo era um súdito de seu reino: Sessa, professor de Matemática e Ciências. Solicitou que o trouxessem imediatamente à sua presença!*

*Sessa era um verdadeiro sábio, calmo e digno, que enfrentava o soberano com os olhos francos e ar sereno.*

*Com nenhum de seus súditos o rei havia sido tão benevolente. Fez perguntas sobre o jogo, falou do apreço que tinha pela ciência, do respeito que dedicava aos que cultivavam o saber. No final da conversa, fez um generoso oferecimento:*

*- Sessa, quero recompensá-lo por sua invenção. Peça o que desejar, nada lhe será negado.*

*Sessa pensou um pouco e pediu um dia de prazo para a resposta.*

*O soberano admirava as pessoas prudentes e agradou-lhe ver que Sessa não queria desperdiçar a grande oportunidade da sua vida.*

*No dia seguinte, o sábio dirigiu-se ao rei e solenemente fez seu pedido:*

*- Quero um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois grãos pela segunda casa, quatro pela terceira, oito pela quarta e assim sucessivamente, até a última casa do tabuleiro.*

*O rei permaneceu calado algum tempo. Que decepção! Oferecera tanto e obtivera como resposta um pedido tão pequeno. Como podia aquele súdito ser assim mesquinho, desdenhar de tal forma sua generosidade?*

*Com um simples gesto de mão despediu-se de Sessa, dizendo-lhe que os matemáticos do reino calculariam o total de grãos de trigo e ele receberia imediatamente a recompensa.*

*Um rápido brilho passou pelos olhos de Sessa, mas o rei não soube interpretá-lo.*

*Algumas horas depois, perguntou a seu ministro se o trigo havia sido entregue a Sessa. Um pouco constrangido, o funcionário respondeu que não, que os matemáticos ainda estavam fazendo as contas.*

*O rei franziu a testa com desagrado. Não admitia que suas ordens demorassem tanto a ser cumpridas. Que os cálculos fossem acelerados!*

*Na manhã seguinte, os matemáticos foram falar com ele. Pela expressão grave e sombria de cada um, o rei logo percebeu que havia alguma coisa errada. Mas nunca poderia adivinhar o que lhe disse o mais brilhante matemático do reino:*

*- Majestade, Sessa nunca poderá receber sua recompensa! A quantidade de grãos pedida é tão grande que nem em todos os celeiros do mundo existe tanto grão de trigo. Seria necessário secar todos os rios, lagos, mares e oceanos, fundir o gelo neve no norte, cobrir de searas toda a superfície da Terra e entregar-lhe cada grão colhido!*

*Nesse momento, o rei lembrou-se da expressão que vira no rosto de Sessa. Que grande astucioso! Enganara a todos, fingindo-se modesto.*

*Não era possível atender ao pedido como havia sido feito, mas era preciso premiar a notável inteligência de Sessa. Que ele recebesse uma quantidade tão grande de moedas que pudesse ter uma vida tranqüila e continuasse a inventar jogos como aquele<sup>33</sup>.*

2) Construa uma tabela, identificando a ordem, o número de grãos recebidos por aquela casa e o total de grãos recebidos.

<b>Ordem da casa</b>	<b>Nº de grãos da casa</b>	<b>Total de grãos recebidos</b>
01	01	01
02	02	$01 + 02 = 03$
03	04	$01 + 02 + 04 = 07$
04	.....	
05	.....	
06	.....	
.....	.....	

- 3) Quantos grãos Sessa deveria receber pela 8ª casa do tabuleiro?
- 4) Qual o total de grãos recebidos pelas oito primeiras casas?
- 5) Existe alguma casa em que Sessa receberia o equivalente a 1024 grãos de trigo? Qual a ordem dessa casa? Explique seu raciocínio.
- 6) Quantos grãos Sessa deveria receber pela 64ª casa do tabuleiro?
- 7) Qual o total de grãos recebidos até a casa de ordem 64?
- 8) Você consegue estabelecer uma relação entre a ordem da casa e o número de grãos recebidos nela? E com o total?
- 9) Utilizando a relação estabelecida no exercício anterior, calcule o total de grãos recebidos por Sessa até a 30ª casa do tabuleiro.

<sup>33</sup> Texto extraído e adaptado: GUELLI, O. **Contando a história da Matemática**, São Paulo: Ed. Ática, V.4, 2000, p.7.

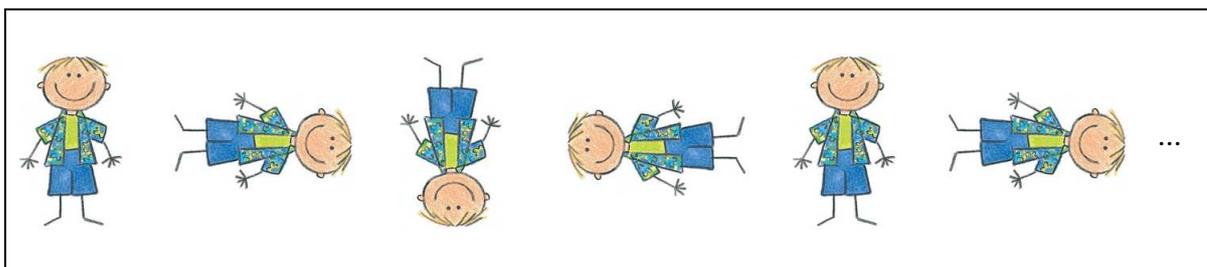
Orientações metodológicas	
Padrão	Estrutural numérico
Pré-requisitos	Operações básicas,
Segmento	Séries finais do E. Fundamental e/ou E. Médio
Conteúdos abordados	Potenciação, expressões algébricas, equações, funções, progressões geométricas
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá utilizar-se, para a realização dessa atividade, ferramentas como calculadora e/ou computador para auxiliar nos cálculos.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá propor à turma a construção de um gráfico que represente a situação problema e discutir questões acerca da interpretação do mesmo.

## Atividade 32

### Animação

#### Desenvolvimento da atividade:

Observe a animação produzida pelo desenho abaixo:



- 1) Se continuarmos a animação obedecendo à mesma seqüência, em que posição estará a 8<sup>a</sup> criança? E a 10<sup>a</sup>?
- 2) Em um grupo de exatamente 12 crianças, quantas estarão de pé?
- 3) Qual será a posição da 20<sup>a</sup> criança?
- 4) É possível que a 46<sup>a</sup> criança esteja de cabeça para baixo? Explique seu raciocínio.
- 5) Em um grupo de 15 crianças, quantas estarão deitadas em qualquer posição? E com a cabeça voltada para a esquerda?
- 6) Você consegue dizer rapidamente se a 96<sup>a</sup> criança estará de pé? Explique seu raciocínio.
- 7) Você consegue escrever uma regra que determine a posição de todas as crianças que estarão de pé? E de cabeça para baixo?

Orientações metodológicas	
Padrão	Movimento figurativo
Pré-requisitos	Operações básicas, múltiplos
Segmento	Séries finais do E. Fundamental
Conteúdos abordados	Múltiplos, expressões algébricas, equações, funções
Metodologia	Trabalho em grupo utilizando abordagem exploratório-investigativa
Orientações complementares	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Caso seja necessário, o professor poderá propor outros questionamentos para o sucesso da atividade.</li> <li>• O professor poderá ainda sugerir que os alunos confirmem a veracidade da expressão apresentada no item 7.</li> </ul>
Avaliação	Relatório, Observação e/ou plenária.
Outras possibilidades	O professor poderá elaborar outras seqüências de animações como essa e trabalhar nessa mesma perspectiva.