Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Departamento de Matemática, Estatística e Informática
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

Mauricio dos Santos Macedo

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Belém
2019

Mauricio dos Santos Macedo

Uma Sequência Didática para o Ensino de Função Afim

Dissertação apresentada como requisito para a obtenção de título de Mestre em Ensino de Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática da Universidade do Estado do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

Belém
2019

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
Biblioteca do CCSE/UEPA, Belém - PA

Macedo, Mauricio dos Santos

Uma sequência didática para o ensino de função afim / Maurício dos Santos Macedo; orientador Natanael Freitas Cabral, 2019

Dissertação (Mestrado em Ensino de matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

1. Funções (Matemática). 2. Métodos de ensino. I.Cabral, Natanael Freitas (orient.). II. Título.

CDD. 23º ed. 510.7

Mauricio dos Santos Macedo

Uma Sequência Didática para o Ensino de Função Afim

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Nível Médio.

Orientador: Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral

Data de aprovação: 11/03/2019

Banca examinadora

Natanael Freitas Cabral ______________________. Orientador
Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral
Doutor em Ciências Humanas–Educação – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC–RJ
Universidade do Estado do Pará

______________________. Examinador Interno
Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Doutor em Educação – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN–RN
Universidade do Estado do Pará

Gustavo Nogueira Dias ______________________. Examinadora Externa
Prof. Dr. Gustavo Nogueira Dias
Doutor em Educação – Universidade Nacional de Rosário – Argentina
Escola Tenente Rêgo Barros – Comando da Aeronautica

Belém - PA
2019

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me dar essa oportunidade de concluir o mestrado e sempre me amparar nos momentos de dificuldades;

À minha esposa, Eliane Macedo, que é minha companheira de vida e que sempre me incentiva nos meus projetos profissionais e pessoais;

Às minhas filhas, Mayane e Ana Elisa, que foram a inspiração para que eu saísse da zona de conforto e buscasse qualificações;

Aos meus pais, Almiro Rodrigues Macedo (in memoriam) e Maria de Nazaré Macedo, por todo incentivo e esforço para que eu me tornasse a pessoa que sou hoje. Serei eternamente grato por terem acreditado em mim e por não terem medido esforços para me ajudar;

A minha avó, Felipa Santos, a mulher que sempre me encanta com suas histórias de vida e é o nosso grande exemplo de ser humano na família;

Aos professores Natanael Cabral e Miguel Chaquiam pelas valiosas contribuições feitas nesse trabalho;

Aos professores do PMPEM-UEPA por todos os ensinamentos;

Aos amigos de sala do mestrado, uma turma unida e que me fez conhecer excelentes profissionais de Matemática;

Aos amigos do nosso grupo de estudos: Rosinaldo, Saul, Natan, Luiz e Tonival. Os incentivos dos amigos foram muito importantes nas fases mais difíceis da pesquisa;

Ao amigo Gilson Farias, pelo apoio que foi dado sempre que precisei de um amigo para conversar e falar de algumas dificuldades no dia a dia.

E a todos que direta ou indiretamente me ajudaram nessa caminhada.

RESUMO

MACEDO, Mauricio dos Santos. **Uma sequência didática para o Ensino de Função Afim**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

Esta pesquisa foi desenvolvida com objetivo de estudar as potencialidades de uma sequência didática criada sobre a ótica das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) de Cabral (2017) para o processo de ensino-aprendizagem de Função Afim. Foi aplicada numa turma de primeiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual no município de Bujaru, no estado do Pará. Como principais aportes teóricos para a elaboração da nossa pesquisa, adotamos a Engenharia Didática segundo Artigue (1996), as Sequências Didáticas na visão de Zabala (1998), os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (2002), as Unidades Articuladas de Reconstrução proposta por Cabral (2017), a Análise Microgenética proposta por Góes (2000) e a Análise do Discurso segundo Mortimer e Scott (2002). A sequência didática foi composta por cinco UARC's, aonde definimos a representação da função afim, a taxa de variação, a representação gráfica, o crescimento e decrescimento da função e o zero da função afim. Em todas as etapas fizemos a videogravação da aplicação da sequência didática. Através da Microgenética e a Análise do discurso fiz os indícios de aprendizagem e a validação da minha sequência didática. Dentre os resultados obtidos pela aplicação da sequência didática sobre a ótica das UARC's para o processo de ensino-aprendizagem, quanto ao professor: melhor organização por parte do professor; o professor se torna o mediador; melhora a capacidade de argumentação do professor. Quanto ao aluno: estímulo a percepção por parte dos alunos dos padrões e regularidades em cada tópico; autonomia por parte do aluno; os alunos justificam seus procedimentos. O saber é construído, deixa de ser só conceitual e passa a ser experimental.

Palavras-Chave: Função Afim. Engenharia Didática. Sequência Didática. Análise Microgenética. Análise do Discurso.

ABSTRACT

MACEDO, Mauricio dos Santos. A didactic sequence for the Teaching of Function Afim. Dissertation (Professional Masters in Mathematics Teaching) - University of the State of Pará, Belém, 2018.

This research was developed with the purpose of studying the potentialities of a didactic sequence created on the optics of the Conceptual Reconstruction Articulated Units (UARC) of Cabral (2017) for the teaching-learning process of Afim Function. It was applied in a first year high school class of a state public school in the city of Bujaru, in the state of Pará. As main theoretical contributions for the elaboration of our research, we adopted Didactic Engineering according to Artigue (1996), the Didactic Sequences in (1998), Curriculum Parameters for High School (2002), Articulated Units for Reconstruction proposed by Cabral (2017), Microgenetic Analysis proposed by Goes (2000) and Mortimer and Scott's Discourse Analysis (2002)). The didactic sequence was composed of five UARC's, where we define the representation of the related function, the rate of variation, the graphical representation, the growth and decrement of the function and the zero of the related function. In all the stages we did the video recording of the application of the didactic sequence. Through Microgenetics and Discourse Analysis I made the signs of learning and the validation of my didactic sequence. Among the results obtained by the application of the didactic sequence on the UARC's optics for the teaching-learning process, as for the teacher: better organization by the teacher; the teacher becomes the mediator; improves the teacher's capacity for argument.As for the student: stimulation the perception by the students of the standards and regularities in each topic; autonomy on the part of the student; students justify their procedures. Knowledge is constructed, it ceases to be conceptual only and becomes experimental.

Key-words: Research. Related Function. Didactic Engineering. Didactic Sequence. Microgenetic Analysis. Speech analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR
CP	CONEXÃO PONTUAL
ENADE	EXAME NACIONAL DE DESEMPENHO DE ESTUDANTES
ENEM	EXAME NACIONAL DE ENSINO MÉDIO
EP	EXPLORAÇÃO POTENCIAL
IDEB	ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
IOMO	INTERVENÇÕES ORAIS DE MANUTENÇÃO OBJETIVA
I-R-A	INICIAÇÃO DO PROFESSOR, RESPOSTA DO ALUNO, AVALIAÇÃO DO PROFESSOR
I-R-P-R-P	INICIAÇÃO DO PROFESSOR, RESPOSTA DO ALUNO, PROSSEGUIMENTO DA FALA DO ALUNO, RESPOSTA DO ALUNO, PROSSEGUIMENTO DA RESPOSTA
I-R-F-R-F	INICIAÇÃO DO PROFESSOR, RESPOSTA DO ALUNO, FEEDBACK PARA UMA RESPOSTA MELHOR DO ALUNO, RESPOSTA DO ALUNO, FEEDBACK
PCN	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS
PCNEM	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO MÉDIO
SAEB	SISTEMA NACIONAL DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA
TCLE	TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
UARC	UNIDADE ARTICULADA DE RECONSTRUÇÃO CONCEITUA

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A Matemática, como outras Ciências, caracteriza-se por um conjunto de conhecimentos que são construídos a partir de problemas do dia a dia, e a busca de soluções para esses problemas.

O ser humano usa sua capacidade de analisar e modificar o meio em que vive; além de criar ferramentas para satisfazer suas necessidades. A Matemática está inserida nesse contexto, tanto na criação de ferramentas específicas da área quanto em outras Ciências.

Junto com a Matemática, estão grande parte das Ciências Modernas, e ela é aplicada nos diferentes ramos do conhecimento. Quando falamos em tecnologias novas, provavelmente, a Matemática teve sua participação no processo dessa nova tecnologia. E essas tecnologias têm importantes manifestações no campo educacional. Logo, como a Matemática é ensinada na educação básica, deve ser estudada pelos professores principalmente.

No Brasil, os principais documentos que norteiam a Educação Básica são a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a Lei nº 9394/1996, o Plano Nacional de Educação, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Sendo que este último é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. E o ensino de Matemática está inserido nesse contexto.

Os documentos que norteiam a Educação Básica, consideram a Matemática um dos componentes essenciais na formação do cidadão e na construção da cidadania, visto que, a sociedade usa os conhecimentos científicos e os recursos tecnológicos, e nós devemos fazer uso dos mesmos. E a Matemática auxilia no entendimento de muitos desses recursos tecnológicos.

O ensino de Matemática, principalmente na Educação Básica, é detectado com alguns problemas, principalmente quando analisamos os meios de avaliações de ensino. Os baixos índices nos indicativos da educação pública no Brasil, como IDEB, SAEB e ENADE, e também nas avaliações nacionais como Prova Brasil e ENEM, além de um número elevado de reprovações na disciplina de Matemática, são vistos como desafios pela comunidade escolar. Isso nos leva a refletir e investigar sobre como está se dando o ensino de Matemática, e também, em como ajudar a mudar esse cenário.

Dentro do contexto histórico no ensino, não podemos deixar de falar em Tendências de Ensino. Dentre as Tendências de Ensino, a "Tecnicista" foi uma que mudou o cenário a partir da década de 70.

Para Aranha (1996), herdeira do cientificismo, a tendência tecnicista busca os procedimentos experimentais necessários para a aplicação do condicionamento e o controle do comportamento. Nesse sentido, para essa tendência, a escola tem um papel fundamental na formação de indivíduos que se integrem à "máquina social". Para isso, a escola deve moldar o comportamento, organizar o processo de aquisição de habilidades e conhecimentos já historicamente descobertos. Descobrir o conhecimento é função da educação, mas isso cabe aos especialistas, o papel da escola é repassá-lo e aplicá-lo. Dessa forma, percebe-se a divisão entre trabalho intelectual e manual. Portanto, os conteúdos a serem ensinados já estão muito bem explicitados nos manuais, nos livros didáticos, nas apostilas, entre outros. Cabe ao professor buscar a melhor forma de controlar as condições ambientais que assegurem a transmissão/recepção de informações. A relação professor-aluno passa a ser estruturada e objetiva, cabendo ao professor transmitir a matéria e ao aluno receber, aprender e fixar.

O Ensino de Matemática ainda sofre influência dessa tendência, mas com o avanço das tecnologias, o aluno ficou mais questionador, isso tem causado um "desconforto" aos professores que ainda acham que só eles são "os donos da verdade". Esses professores se prendem na memorização e manipulação de fórmulas, sem dar o significado no contexto dos alunos. Poucos alunos têm coragem de perguntar ou questionar as atividades desses professores. Com certeza esse não é o melhor caminho para o ensino-aprendizagem de qualidade.

Ao considerarmos os assuntos de Matemática estudados em sala de aula, o estudo de Funções é um dos mais importantes. Essa importância se dá porque o conceito de função está relacionado a vários outros conceitos matemáticos, e pode ser aplicado nos estudos de fenômenos de diversas áreas do conhecimento. Função está presente em situações distintas do dia a dia e de caráter integrador, assim sendo, de fácil contextualização.

Os Referenciais Curriculares para o Ensino Médio apontam a importância da exploração do papel do conceito de Função dentro e fora da Matemática para o estudo, o entendimento e a explicação de fenômenos da realidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2006, p.121) para o Ensino Médio dá atenção ao ensino e aprendizagem de funções, ao considerar que o estudo desse assunto possibilita ao aluno trabalhar a linguagem algébrica como a linguagem das Ciências, que é fundamental para entender as relações entre grandezas, modelar situações problemas, construir modelos descritivos de fenômenos e permitir conexões dentro e fora da Matemática.

Quando fiz meu Ensino Médio, tive dificuldades para entender alguns conceitos de Funções, e ao me tornar professor e, principalmente, no momento de estudar para repassar o assunto, percebi que tinham definições que eu precisava pesquisar mais para melhorar as minhas aulas. Nesse momento, procurei livros didáticos para me auxiliarem e deparei que os livros seguiam um mesmo caminho: definição, exercício modelo e exercícios para serem resolvidos. Os livros davam muita ênfase a parte algébrica e faltava contextualização.

Barreto (2008) afirma que a organização dos livros faz com que os temas sejam tratados de forma independente e sem conexão com outros temas, além de haver poucas situações envolvendo aplicações em outras Ciências.

Quando trabalhei como tutor na Universidade Aberta do Brasil (UAB), percebi a dificuldade dos alunos para entenderem a parte inicial de Cálculo, pois precisava das definições de funções, e esses alunos não tinham nem conhecimento sobre a Função Afim. Notei que a lacuna estava no Ensino Médio.

Devido as dificuldades no ensino e aprendizagem de Matemática, fui buscar referências na área da Educação Matemática, que usa base em referenciais teóricos consolidados, soluções e alternativas que ajudam a inovar o ensino de Matemática.

O professor deve conhecer outras alternativas de trabalho em sala de aula, que possam melhorar a sua prática e contribuir para uma aprendizagem mais significativa. Na Educação Matemática, são apontadas algumas metodologias que podem minimizar os problemas de ensino e aprendizagem.

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino que ajuda a sair do tipo de ensino que o aluno só vê uma resposta para um problema, ele começa a encontrar outras soluções. Para Pozo (1988), a solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Sendo assim, quando se ensina através da resolução de problemas, ajuda os alunos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, habituando-os a determinar por si próprios respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, ao invés de esperar uma resposta já pronta dada pelo professor ou pelo livro-texto.

A Modelagem Matemática é outra metodologia de ensino. Nela, segue-se o caminho do mundo real para o mundo matemático, ou seja, para as regras e fórmulas matemáticas.

Para Bassanezi (2011), a Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsões de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam o uso da Modelagem no ensino de Matemática, pois indicam que proporciona um ambiente de aprendizagem no qual permite o aluno a utilizar a Matemática para questionar e/ou investigar situações oriundas de outras áreas do conhecimento.

Dentro da Educação Matemática, vem ganhando destaque o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação. Cada vez mais presentes no ambiente escolar e no uso pessoal, as tecnologias podem ser empregadas em sala de aula, e auxiliam num melhor ensino e aprendizagem, como exemplo podemos citar os celulares.

Para o professor é importante conhecer um pouco de cada metodologia de ensino, principalmente para buscar alternativas para melhorar o ensino e aprendizagem da Matemática. Não podemos esquecer que o foco principal é o aluno, aonde ele perceba que está fazendo parte do processo e conseguindo aplicar seus conhecimentos no dia a dia.

Uma tendência atual para o ensino na educação básica são as Sequências Didáticas. É um tipo de abordagem que permite a construção do conhecimento, possibilita a experimentação, a generalização, a abstração e a formação de significados.

A Sequência Didática de acordo com Perreti e Costa (2013), permite a interdisciplinaridade, pois trabalhando um tema numa determinada disciplina, pode buscar aplicar em outras áreas, e com isso, fazer a ligação entre essas diferentes áreas de conhecimento. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema, e por sua vez, a outro, tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

As Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC), baseiam-se num modelo de sequência didática proposto por Cabral (2017), que serve de referência para a produção de novas propostas didáticas, cujo objetivo é ensinar conteúdos curriculares da disciplina de Matemática na educação básica. É uma concepção nova, mas já utilizada em alguns trabalhos da UEPA, e apresentando resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Cabral (2017), atividades baseadas nas Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC) possibilitam aos estudantes explorar regularidades, e perceber, mesmo que intuitivamente, a importância de se estabelecer generalizações, além de participação mais ativa no processo de ensino e aprendizagem.

A partir dos problemas relacionados ao ensino e aprendizagem em Matemática, mais precisamente de Função Afim, e considerando metodologias que tem apresentado resultados positivos no ensino, levou-me a seguinte questão: *Quais as potencialidades de uma sequência didática criada para o ensino de Função Afim a partir da resolução de problemas e estruturada sob a ótica das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual?*

Ao analisar o questionamento levantado, adotei como objetivo geral *analisar os indícios de aprendizagem resultantes da aplicação de uma sequência didática envolvendo Função Afim, elaborada de acordo com com as unidades articuladas de reconstrução conceitual, em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Bujaru, no estado do Pará, quanto a consolidação e aplicação dos conceitos matemáticos na resolução de problemas*.

Complementarmente, para melhor balizar o desenvolvimento da pesquisa, foram estabelecidos especificamente:

- Identificar as concepções dos sujeitos da pesquisa sobre o conceito de Função Afim;
- Revisar na literatura o processo de Ensino-aprendizagem do conceito de Função Afim;
- Elaborar uma Sequência Didática envolvendo Função Afim de acordo com as UARC's de Cabral(2017);
- Aplicar a sequência didática para um grupo de alunos do primeiro ano do Ensino Médio.
- Analisar e sistematizar os resultados da pesquisa.

Ao levar em consideração a natureza e os objetivos deste trabalho, realizei um levantamento bibliográfico de trabalhos que tratam do ensino de Função Afim, principalmente dissertações de mestrados na área Matemática. Como referências de trabalhos, temos Ardenghi (2008), Dornelas (2007) e Pinto (2014), que trabalharam os conceitos de função afim através de sequências didáticas. Optei por fazer uma abordagem qualitativa na pesquisa.

Como principais aportes teóricos para a elaboração da nossa pesquisa, adotamos a Engenharia Didática segundo Artigue (1996) como metodologia de pesquisa; as Sequências Didáticas na visão de Zabala (1998) como ferramenta de apoio da Engenharia Didática; os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (2002) para ter a referência do que trabalhar na minha sequência didática; as Unidades Articuladas de Reconstrução proposta por Cabral (2017) para construir a sequência didática com mais interação entre professor e aluno; a Análise Microgenética proposta por Góes (2000) e a Análise do Discurso segundo Mortimer e Scott (2002) para fazer os indícios de aprendizagem e a validação da minha sequência didática.

Este trabalho foi dividido em 6 capítulos. No capítulo 1 apresento os Pressupostos teóricos e metodológicos nos quais me pautei para o desenvolvimento desta pesquisa: Engenharia Didática, Sequência Didática, Análise Microgenética e Análise do Discurso.

No capítulo 2 apresento uma Revisão de literatura a respeito do tema Função Afim, e, em seguida, são exibidos os resultados obtidos da pesquisa de campo feita com 90 alunos egressos do primeiro ano do Ensino Médio numa escola pública estadual no município de Bujaru, interior do Pará, a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Dom Mário de Miranda Vilas Boas. Os alunos assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para participar da pesquisa e também pedi autorização da escola para a aplicação da pesquisa.

No capítulo 3 apresento a Fundamentação Matemática referente ao objeto da pesquisa, mostrando um pouco do conceito geral de função, e depois, da função afim. Essa fundamentação matemática nos ajudam a entender os conteúdos que serão abordados dentro da sequência didática.

No Capítulo 4 descrevo as atividades que compõem a sequência didática de acordo com as UARC's de Cabral (2017) e que foram elaboradas com o objetivo de amenizar as dificuldades de ensino e aprendizagem diagnosticadas na fase das análises preliminares. Comento também o Teste de Verificação e a Oficina de Conhecimentos Prévios que foram realizadas antes da aplicação da nossa sequência didática.

No Capítulo 5 descrevo a fase da experimentação da sequência didática desenvolvida com os alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual localizada no munícipio de Bujaru, interior do Pará.

No Capítulo 6 apresento os indícios de aprendizagem e a validação da sequência didática. Nas análises, destaco os indícios de aprendizagem resultantes dos registros escritos e das interações verbais que ocorreram durante a aplicação das atividades. Busquei validar a sequência didática construída, a partir do confronto entre as análises prévias e as análises posteriores de acordo com os princípios da Engenharia Didática.

Por fim, faço as considerações da minha pesquisa na qual adotei uma sequência didática sobre Função Afim.

1. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresento as bases teóricas que nos deram suporte para o desenvolvimento desta pesquisa. Começo com os pressupostos teóricos da metodologia usada neste trabalho, e, em seguida mostro a concepção de sequência didática no campo do ensino de Matemática, elaborada por Cabral (2017), denominada de Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual (UARC), na qual me apoiei para estruturação e elaboração das atividades aqui propostas.

Em seguida, comento a Análise Microgenética conforme Góes (2000) e a Análise do Discurso segundo Mortimer e Scott (2002), que foram as ferramentas utilizadas na análise das interações verbais entre os pares visando identificar os indícios de aprendizagem dos alunos.

1.1. A ENGENHARIA DIDÁTICA

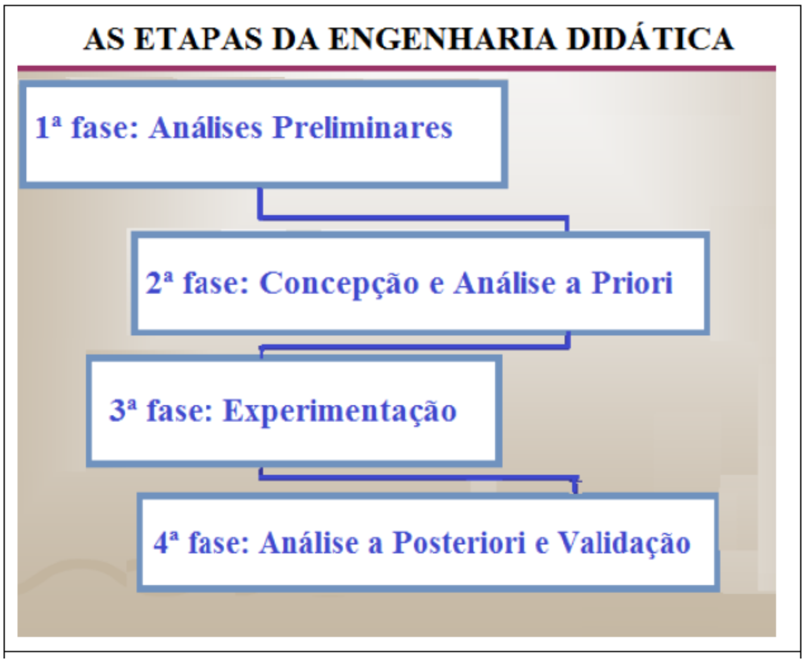
Diante várias metodologias de pesquisa que têm sido discutidas na Educação Matemática, vamos dar ênfase a Engenharia Didática na nossa pesquisa. Segundo Pommer (2013) a Engenharia Didática possui dupla função: pode ser utilizada como metodologia qualitativa de pesquisa na área de Matemática, mas também é extremante útil para a elaboração de situações didáticas que configurem um quadro de aprendizagem significativa em sala de aula.

Ao considerarmos o pensamento de Pommer (2013), usaremos a Engenharia Didática como método de pesquisa. A Engenharia Didática será a metodologia que usaremos para orientação da nossa pesquisa.

Seguindo a Engenharia Didática, nossa pesquisa se dará na formulação de uma sequência didática abordando os principais tópicos de função afim, depois na análise de sua aplicabilidade, diagnóstico de concepções e as dificuldades que apareceram durante as etapas da pesquisa.

A Engenharia Didática, como metodologia descrita por Artigue (1996), compreende quatro fases: a 1ª fase, *das análises preliminares*, a 2ª fase, *da concepção e da análise a priori*, a 3ª fase, *da experimentação* e a 4ª e última fase, *da análise a posteriori e validação*, conforme expresso na *figura 1*.

Figura 1: As etapas da Engenharia Didática



Fonte: Elaborado pelo autor (2016)

1.1.1. Análises Prévias

As análises prévias consistem na união de elementos teóricos e de campo para definir os problemas na relação do ensino/aprendizado, diante do objeto de estudo. Pois, segundo Artigue (1996) esta fase compreende análise epistemológica dos conteúdos de ensino; análise do ensino usual e os seus efeitos; análise das concepções dos estudantes, dificuldades e obstáculos que caracterizam o desenvolvimento delas; análise do campo de limites na qual a produção didática efetivamente ocorrerá.

A Engenharia Didática é uma ferramenta importante nas pesquisas que mantém a interação com os estudantes. Vamos nos concentrar nessa ferramenta na nossa pesquisa, pois os resultados observados em muitas pesquisas que adotaram a engenharia didática, como em Dornelas (2007), vão de encontro com o que esperamos na nossa pesquisa, principalmente analisar etapa por etapa.

Na nossa pesquisa, as atividades preliminares envolveram, a análise de documentos oficiais; o levantamento dos descritores de sistemas de avaliação nacional e local; o levantamento bibliográfico e, ainda, o levantamento junto a alunos, de percepções sobre o assunto objeto da pesquisa.

No entanto é bom ressaltar que a expressão análises preliminares não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-la, visto que a temporalidade do termo preliminar ou prévia é relativa, indicando apenas um primeiro nível de organização.

1.1.2. Análise a priori

Nesta fase, Machado (2002) ressalta que a pesquisa delimita as variáveis de comando, que são as variáveis microdidáticas (ou locais) e macrodidáticas (ou globais) pertinentes ao Sistema Didático (professor/ aluno/saber) que podem ser consideradas pelo pesquisador/professor para que sejam abordadas as várias sessões ou fases de uma Engenharia Didática.

Ao considerarmos as variáveis, devemos estar atentos a todas as fases da Engenharia Didática, pois durante o processo podemos encontrar as variáveis microdidáticas ou macrodidáticas.

A análise a priori deve considerar dois tipos de variáveis de comando:

> - as variáveis macrodidáticas ou globais, que dizem respeito à organização global da engenharia;
> - e as variáveis microdidáticas ou locais, que dizem respeito à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase, podendo umas e outras ser, por sua vez, variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático cujo ensino é visado. (ARTIGUE, 1988, p. 202).

Essas variáveis, tanto as macrodidáticas quanto a microdidáticas, devem ser analisadas pelo pesquisador em todas as etapas da pesquisa.

Na nossa pesquisa esperamos que elas surjam na interação com os estudantes em sala de aula, pois daremos atenção especial aos estudantes, já que são os elementos principais da pesquisa.

Dentre as variáveis didáticas, Machado (2002) indica que a pesquisa deve delimitar as variáveis de comando. Estas representam as variáveis consideradas pelo pesquisador de modo a fazer evoluir os comportamentos dos alunos, através da possibilidade de mudanças de estratégia na resolução de problemas, sendo descritas e delimitadas nas várias sessões ou fases da Engenharia Didática.

Ao analisarmos as variáveis de comando, o professor deve atentar para o comportamento dos alunos, pois serão elas que farão os alunos interagirem e apresentarem soluções diferentes.

Nesses moldes, na segunda fase da Engenharia Didática a análise a priori:

> [...] deve ser concebida como uma análise do controle do sentido; muito esquematicamente, se a teoria construtivista coloca o princípio do compromisso do aluno na construção dos seus conhecimentos por intermédio das interações com determinado meio, a teoria das situações didáticas que serve de referência à metodologia de engenharia [didática], teve, desde sua origem a ambição de se constituir como uma teoria de controle das relações entre sentido e situações. (ARTIGUE, 1996, p. 205)

Isso nos mostra que o estudante deve perceber que o conhecimento é construído com as interações do meio e com a participação do professor ao mostrar a relação entre sentido e situações.

Ainda com relação a análise a priori, seu objetivo é:

> [...] determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos. Para isso, ela funda-se em hipóteses; será a validação destas hipóteses que estará, em princípio, indiretamente em jogo no confronto, operado na quarta fase, entre a análise a priori e a análise a posteriori (ARTIGUE, 1996, p. 205).

Ao levar em consideração as hipóteses, elas nos levarão a uma interação melhor entre professor e estudante, pois os comportamentos desses estudantes se darão na medida que estiverem bem concentrados ou não no desenvolvimento das atividades escolhidas.

Para alcançar estes objetivos, Machado (2002) ressalta que a análise a priori deve comportar um caráter descritivo e preditivo, sendo a análise vinculada às características da situação a-didática (aprendizagem sem a presença do professor) desenvolvida e aplicada aos alunos.

Para organizar o meio, a pesquisa deverá: - descrever as variáveis locais ou globais e as características da situação a-didática criada com base nestas variáveis; - ponderar qual o grau de investimento que esta situação terá para o aluno em decorrência de suas opções de escolhas de ação, de formulação, de controle e de validação na experimentação; - prever os comportamentos possíveis e como a situação permitirá controlar o sentido desses comportamentos em prol do desenvolvimento do conhecimento almejado.

1.1.3. Experimentação

De acordo com Machado (2002), a terceira fase – Experimentação, consiste basicamente no desenvolvimento da aplicação da Engenharia Didática, concebida a um grupo de alunos, objetivando verificar as ponderações levantadas na análise a priori. Assim, a experimentação pressupõe:

> - a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa a população de alunos que participará da experimentação;
> - o estabelecimento do contrato didático;
> - a aplicação do instrumento de pesquisa;
> - o registro das observações feitas durante a experimentação.
> (MACHADO, 2002, p. 206).

Ao levarmos em consideração essas ações descritas, é importante definirmos a quantidade de estudantes que farão parte da pesquisa, estabelecer um *contrato didático*, ou seja, regras que deverão ser firmadas e respeitadas no início do processo, com os mesmos, aplicar as atividades da pesquisa e observar o que queremos com cada atividade, e no final, observarmos se os estudantes conseguiram realizar todas as atividades, pois serão essas atividades que nos levarão as conclusões da nossa pesquisa.

A fase da experimentação é a parte mais importante da pesquisa, visto que é o momento que o aluno será o ator principal nessa etapa, mesmo que o professor interfira no processo, pois sempre é necessária essa interferência, visto que com as dúvidas vem a explicação para essas dúvidas. Mas a independência dos estudantes nessa fase é importante, pois mostrará se as atividades preparadas pelo professor estão sendo assimiladas pelos mesmos.

1.1.4. Análise Posteriori e Validação

De acordo com Artigue (1996), essa quarta fase se apoia sobre o conjunto de dados obtidos ao longo da experimentação pelas observações do pesquisador, pelo registro sonoro ou através da produção escrita.

Essa fase se sustenta no conjunto de informações produzidas durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula. Essas informações podem ser complementadas por dados obtidos pela utilização de metodologias externas como questionários, entrevistas individuais ou em grupos pequenos realizadas em vários momentos de ensino.

Segundo Artigue (1996), esta fase se caracteriza pelo tratamento dos dados colhidos e a confrontação com a análise a priori, permitindo a interpretação dos resultados e em que condições as questões levantadas foram respondidas. Assim, é possível analisar se ocorrem e quais são as contribuições para a superação do problema, caracterizando a generalização local que permitirá a validação interna do objetivo da pesquisa.

A seguir daremos ênfase a sequência didática, que será a principal ferramenta para analisarmos a nossa pesquisa com os estudantes.

1.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O uso da sequência didática chegou ao Brasil, a partir da década de 90, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais em 1992. Indicada para quaisquer campos do conhecimento, foi primeiramente desenvolvida no âmbito da linguística, chegando posteriormente à Matemática. Hoje é Método de Pesquisa na Engenharia Didática.

Para Mantovani (2015), uma sequência didática é composta por várias atividades encadeadas de questionamentos, atitudes, procedimentos e ações que os alunos executam com a mediação do professor. As atividades que fazem parte da sequência são ordenadas de maneira a aprofundar o tema que está sendo estudado e são variadas em termos de estratégia: leituras, aula dialogada, simulações computacionais, experimentos, etc.

Assim o tema será tratado durante um conjunto de aulas de modo que o aluno se aprofunde e se aproprie dos temas desenvolvidos.

Uma sequência didática pode ser entendida por um número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática (PAIS, 2002). Na pesquisa que estaremos fazendo, levaremos em consideração esse número de aulas previamente definidas, para atingirmos os conceitos de função afim que abordaremos em cada sessão.

Segundo Zabala (1998) sequências didáticas são:

> Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos (...) (ZABALA,1998 P.18)

Esse conjunto de atividades ordenadas será preparado pelo professor na etapa que construirá cada atividade e cada conceito de função afim que se deseja que o estudante assimile.

Uma definição de sequência didática que leva em consideração o ensino de Matemática é de Cabral (2017) que concebe-a como:

> Um conjunto articulado de dispositivos comunicacionais de natureza escrita ou oral que sistematiza as intervenções de ensino com a intencionalidade objetiva de estimular a aprendizagem de algum conteúdo disciplinar de Matemática a partir da percepção de regularidades e do estabelecimento de generalizações adotando-se uma dinâmica de interações empírico-intuitivas (p.12).

Esse conjunto articulado de dispositivos comunicacionais de natureza escrita ou oral, é importante no momento da aplicação das atividades da pesquisa em sala de aula. Essa interação entre professor e estudante estimula à percepção de regularidades que os protagonistas, que são os estudantes, deverão perceber durante as atividades da pesquisa.

Ao levar em consideração a área de Matemática, a sequência didática ajuda o estudante a interagir mais no processo de ensino e aprendizagem. Faz com que o estudante encontre padrões nas atividades desenvolvidas dentro da sequência didática, e com isso consegue formalizar alguns conceitos matemáticos.

Cabral (2017) propõe uma estrutura para a elaboração de sequências didáticas para o ensino de Matemática da educação básica a partir da formulação de *Unidades Articuláveis de Reconstrução Conceitual* (UARC), a qual define como sendo um conjunto de argumentações empírico-intuitivas construído por meios de categorias estruturantes, visando estimular a reconstrução de um conceito do saber matemático.

Cada UARC pode ser considerada como uma atividade dentro da sequência didática, e dentro de cada UARC será explorada várias argumentações e interações entre professor-aluno e aluno-aluno.

Cabral (2017) utiliza o termo “intervenção estruturante”, que podem ser escritas ou orais. O autor utiliza o termo “intervenção” por considerar que existe uma intencionalidade nas ações dirigidas pelo professor diante de seus alunos, ou seja, o seu papel é de orientador do pensamento em construção, e suas ações de ensino são intervenções que visam estimular o aluno a atingir os objetivos de aprendizagem.

A intervenção estruturante será o conjunto de interações no processo da sequência didática, na qual o professor como orientador, deve fazer os alunos interagirem mais e buscarem atingir os objetivos de aprendizagem esperados dentro de cada UARC.

Segundo Cabral (2017), para que a construção das UARC's seja bem compreendida, descreve em termos de seis categorias estruturantes que materializam o texto de uma sequência didática de acordo com suas adaptações necessárias para o ensino-aprendizagem de Matemática nos níveis fundamental e médio, são elas: *Intervenção Inicial* (I_i), *Intervenção Reflexiva* (I_r), *Intervenção Exploratória* (I_e), *Intervenção Formalizante* (I_f), *Intervenção Avaliativa Restrita*(IA_r) e, finalmente, as Intervenção *Avaliativa Aplicativa* (IA_a).

A *Intervenção Inicial* (I_i) é quando o professor faz a primeira proposta do processo discursivo, pode ser lúdica, para iniciar o processo de aprendizagem; *Intervenção Reflexiva* (I_r), quando o professor apresenta questionamentos relacionados ao objeto do estudo, a partir da intervenção inicial, o estudante é estimulado a levantar hipóteses e maneiras diferentes de ver soluções para um problema; *Intervenção Exploratória* (I_e), quando faz-se o aprofundamento da reflexão, estimulando o aluno para avançar no conhecimento da matéria, principalmente estabelecendo suas respostas; *Intervenção Formalizante* (I_f), quando, a partir das (re)descobertas dos alunos, o professor introduz a abstração, linguagem matemática e formalização do conteúdo.

No desenvolvimento da UARC, levando em consideração as quatro primeiras intervenções, nas três primeiras fases, é pré-formal e intuitivo; e na última intervenção, é formal. No primeiro momento, o objetivo é estimular o estudante a descobrir as relações matemáticas, e a partir das ações e entendimentos do estudante é que será introduzido a formulação abstrata e específica do conteúdo matemático.

No desenvolvimento de uma UARC, o primeiro momento (Intervenção Inicial) é muito importante porque abre caminho para a curiosidade dos estudantes, que é o principal mobilizador do conhecimento. Podendo ser de duas modalidades: do tipo Exploração Potencial (I_i − EP) e do tipo Conexão Pontual (I_i − CP).

A Exploração Potencial permite ao professor desenvolver, a partir de vários questionamentos aos alunos, uma série de procedimentos investigativos, simulações, hipóteses, empirias, que são procedimentos típicos de construção do saber matemático.

Na Conexão Pontual, inicia-se com um comando ao aluno, que é estimulado a realizar um procedimento pontual sem uma relação aparente direta com o objeto conceitual de reconstrução. O professor adota um conjunto finito de comandos procedimentais pontuais, como os elos interligados de uma corrente, e cada procedimento operacional solicitado ao aluno deve estar ligado ao procedimento anterior.

Após as intervenções formalizantes, o professor deverá elaborar instrumentos com a finalidade de se estabelecer a aferição da aprendizagem do conceito, objeto da reconstrução. Essa etapa é chamada de *Intervenção Avaliativa Restritiva* (I_{AR}).

A Intervenção Avaliativa Restritiva (I_{AR}) é considerada a primeira maneira para checar os rudimentos do conceito em tese aprendido. O foco, nesse momento, é para as implicações conceituais do objeto reconstruído e para as propriedades operacionais com a manipulação de algoritmos envolvidos.

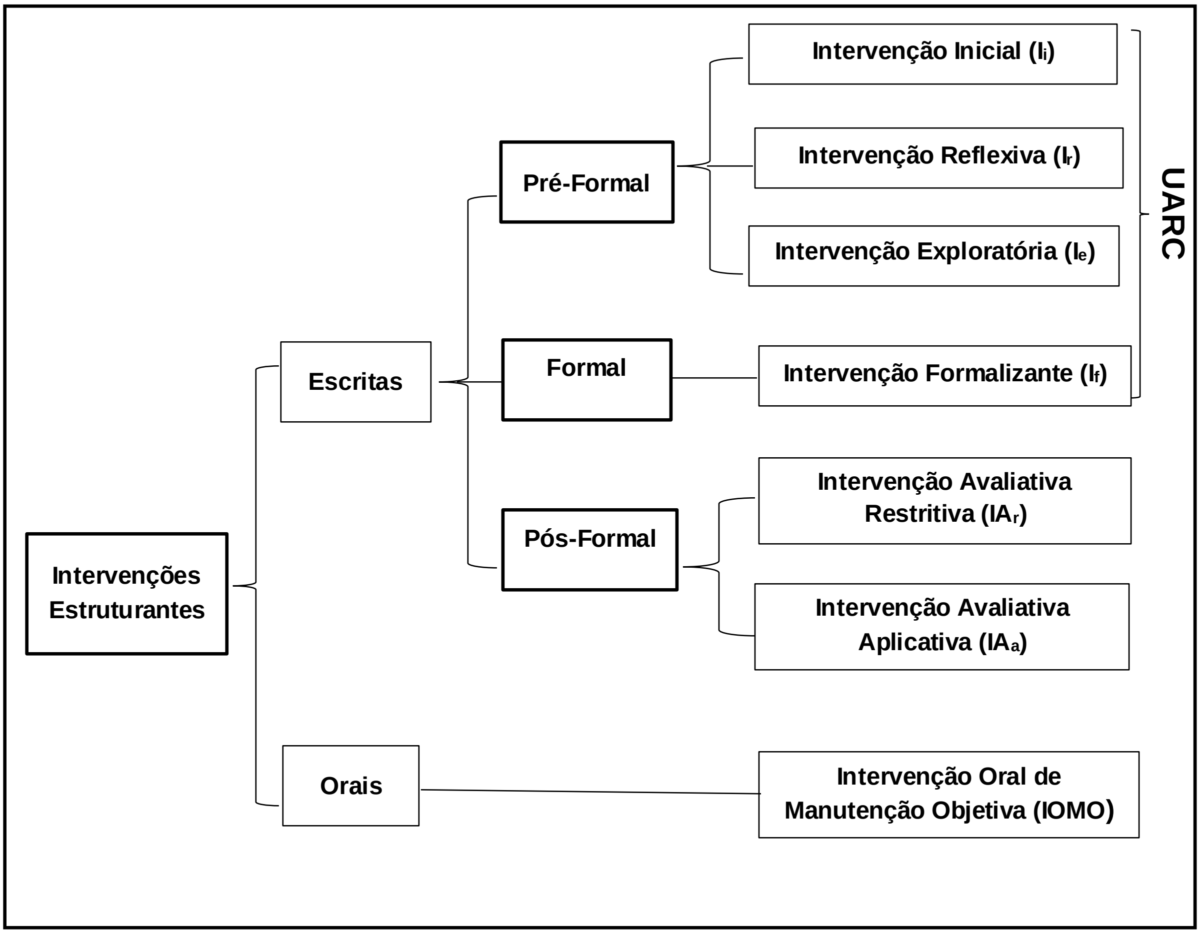
O último momento corresponde as *Intervenções Avaliativas Aplicativas* (I_{AA}), cujo objetivo é aplicar os conceitos reconstruídos nas Resoluções de Problemas. Trata-se do nível mais elevado da avaliação do processo de aprendizado conceitual.

Cabral (2017), considera que além das intervenções que se materializam de forma escrita nas sequências didáticas, há um outro tipo de intervenção implícita e paralela, que se materializam na forma verbal/oral. Esse tipo de intervenção é denominado de *Intervenções Orais de Manutenção Objetiva* (IOMO).

Em todo o processo, o professor e os estudantes mantêm o diálogo por meio das *Intervenções Orais de Manutenção Objetiva* (IOMO), que Cabral (2017) considera um tipo oculto de intervenções na sequência didática. Essas intervenções têm por finalidade manter o objetivo do estudo, adequar a linguagem matemática, corrigir os desvios na reelaboração do conceito e, finalmente, fixá-lo.

Em resumo, esse conjunto, que inicia com a formulação da UARC e vai até as intervenções avaliativas, constitui a *Intervenção Estruturante,* concebida por Cabral (2017), conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2: Intervenções estruturantes de uma sequência didática



Fonte: Adaptado pelo autor de Cabral (2017)

A sequência didática que abordarei na pesquisa será sobre a Função Afim. A minha sequência didática foi estruturada seguindo os conceitos das UARC's de Cabral (2017). Pensei numa sequência didática que mostre alguns conceitos importantes dentro de Função Afim e que os estudantes podem ir formalizando de acordo como vai respondendo às perguntas dessa sequência didática.

A seguir, exibo as noções da análise Microgenética proposta por Góes (2000), na qual nos pautamos para analisar os possíveis indícios de aprendizagem provenientes dos registros escritos e das interações verbais dialógicas entre professores-alunos e alunos-alunos, estimulados de forma intencional pelas intervenções estruturantes presentes nas atividades que compõem a sequência didática aqui proposta.

1.3. ANÁLISE MICROGENÉTICA

André (2001) infere que, a partir dos anos oitenta, no Brasil, se intensificaram os cursos de pós-graduação que originaram os grupos de pesquisa, resultando em um deslocamento das investigações com enfoques mais tecnicistas nos "produtos educacionais" para "processos" que acontecem entre sujeitos no cotidiano da escola, com estudos qualitativos e colaborativos.

Essa relação sujeito e estudos deve ser levada em consideração numa pesquisa, principalmente ouvir o sujeito, como ele pensa e o que conhece sobre determinado assunto.

André (2001) aponta, ainda, para o diálogo dos pesquisadores em Educação com especialistas de outras áreas do conhecimento e práticas profissionais, bem como para o surgimento de novas modalidades de investigação, ampliando a área com outras perspectivas teórico-metodológicas.

Nessas novas modalidades de investigação é usada, no panorama da produção científica, a Análise Microgenética.

Programas e grupos de pesquisa acabaram por fomentar outras formas de conceber e investigar objetos de estudos relacionados ao ensino e à aprendizagem à luz da abordagem histórico-cultural, inspirados principalmente, pelo acesso às obras de Vygotsky, possibilitando um olhar mais atento aos aspectos de construção do subjetivo em contextos da cultura, na relação dialética entre sentido e significado, entre pensamento e linguagem.

Da mesma forma que se instaura um novo aporte teórico para fundamentar estudos em Educação, surge a necessidade de novas modalidades de investigação, métodos e instrumentos de produção e análise de dados que possibilitassem o enfrentamento das novas perguntas de pesquisa nesta perspectiva: "Assim, é fundamental o conhecimento dos meandros teóricos, técnicos e metodológicos da abordagem escolhida" (Gatti, 2006, p. 29).

Dentro de uma pesquisa é importante conhecer bem o aporte teórico, a parte técnica sobre o assunto pesquisado e a metodologia que será empregada no processo de pesquisa.

Vygotsky (2010) aponta para uma terceira vertente, a psicologia geral, que propõe a união da psicologia das ciências naturais com os processos superiores advindos da experiência cultural, baseado nos fundamentos de Karl Marx, como uma nova ciência que estudasse o pensamento humano.

O ano de 1920 consistiu, no território russo, uma época marcada pela divisão da Psicologia em duas vertentes: a psicologia causal explicativa da ciência natural, que estudava os processos psicológicos inferiores e a psicologia intencional descritiva com interesses nos processos psicológicos superiores.

Segundo Tomio (2017), Vygotsky critica os métodos de pesquisa e as concepções de homem e formação humana de sua época, cita os equívocos da visão tradicional com interesses nos processos e formações naturais, desconsiderando o desenvolvimento histórico e cultural. Inspirado nos pressupostos marxistas, ele propõe uma maneira alternativa de se estudar a formação da consciência em processos dialéticos e históricos, dada as condições materiais [interações sociais de produção]. Apresenta, a partir de suas bases epistemológicas, outra forma de conceber o homem, e, para isso, propõe uma nova perspectiva de se recolher dados e olhá-los, definindo seus princípios teóricos e metodológicos.

O que se percebe na visão de Vygotsky é que ele está preocupado com a formação do homem, e dá ênfase ao processo dialógico, ou seja, a interação entre as pessoas e como colher informações de aprendizagem através das falas e interações entre os personagens.

Para Tomio (2017), Vygotsky desenvolveu um método e técnicas que possibilitam a investigação dos processos superiores dos sujeitos investigados, próprios para analisar os processos de modificação do comportamento, entendido como desenvolvimento cultural. Vygotsky afirma que o método que utilizou possui influências de outros métodos psicológicos vigentes na época.

Em sua maioria, trazem como princípio básico o esquema estímulo-resposta. Utilizando-se desse esquema, ele elaborou uma nova premissa, para além do que já havia sido proposto, sendo que, na prática, a intervenção do indivíduo na situação, ou seja, a ação desprendida, remete a novos estímulos no resultado da atividade do indivíduo. Nesse sentido, o indivíduo cria os estímulos que determinam sua reação e os utiliza para dominar os processos de sua ação, com a ajuda dos estímulos artificialmente criados, as ferramentas.

Segundo Tomio (2017), Vygotsky menciona a ideia de “camadas genéticas” existentes no comportamento humano, formadas nas etapas vividas pelo indivíduo no desenvolvimento psicológico. O propósito da investigação, para o autor, seria descobrir as múltiplas camadas genéticas no comportamento do indivíduo.

Essas camadas genéticas são importantes quando analisamos o aprendizado do estudante, pois o seu comportamento influenciará na sua aprendizagem.

Para Tomio (2017), o termo “microgênesis” foi usada há 50 anos (FLYNN; PINE; LEWIS, 2006) para descrever o método denominado *“of the microgenetic experimental tradition in psychology”* (VALSINER, 2005, p. 11). Precursor dele e de Vygotsky, Werstch, no ano 1978, em sua obra *“Microgenesis as a tool for developmental analysis”*, escrita juntamente com C. Addison Stone cita o termo microgênese e, consequentemente, ‘microgenética’. Dessa forma, a abordagem microgenética, segundo Wertsch (1998a, p. 56), faz parte da pesquisa sociocultural que procura “[...] entender a relação entre o funcionamento mental humano, por um lado, e o contexto cultural, histórico e institucional, por outro”. Apresenta ainda uma interpretação analítica que desmembra as pesquisas em duas categorias; uma que prioriza a análise do funcionamento mental nos fenômenos socioculturais e outra que analisa os processos psicológicos ou outros conduzidos pelos indivíduos como forma de entendimento dos fenômenos socioculturais. Essas duas categorias servem de embasamento para cercar como o estudante tem socializado suas aprendizagens com o meio em que vive e a sala de aula.

No Brasil, muitas pesquisas na área de Educação como teses, dissertações e artigos utilizam o “método microgenético” na forma de “análise microgenética” dos dados. Góes (2000) refere-se à abordagem metodológica microgenética como “análise microgenética” e conceitua como:

> [...] uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e o recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (GOÉS, 2000, p. 09).

A microgenética vai dar atenção às interações numa pesquisa, onde não só o professor é o personagem principal, mas a resposta e a fala do aluno é importante também.

Cabral (2004) ressalta que a Análise Microgenética é um poderoso instrumento de investigação sobre a construção do conhecimento quando se trata do encontro de indivíduos em situações de ensino-aprendizagem dentro do ambiente educacional.

Nota-se esse instrumento quando nos deparamos com os questionamentos em sala de aula pelos estudantes, nesse momento a troca de conhecimentos entre esses personagens da sala de aula faz com que a aprendizagem seja melhor.

Goés (2000) destaca que é importante reconhecer o exame de processos interativos e as pistas de internalização, focalizando os aspectos intersubjetivos e dialógicos, recortando o material documentado em poucos ou vários episódios que sejam significativos para o propósito do estudo, buscando traçar o curso de transformações.

Esse recorte pode ser utilizado pelos professores para encontrar os principais erros dos estudantes. Com isso produzir melhores aulas e com certeza melhor aprendizado por parte dos estudantes.

Para Souza e Cabral (2010), as interações dialógicas entre professor-alunos e alunos-alunos facilitam tanto a compreensão quanto o aperfeiçoamento das ações e, ainda favorecem explicar suas construções e transformações cognitivas.

Essas interações, quando bem assimiladas pelas partes, serve para uma boa construção de conhecimentos, tanto por parte do professor quanto por parte dos alunos.

Siegler e Crowley (1991) apontam os três passos básicos que definem a abordagem Microgenética:

1. As observações abrangem todo o período do processo, desde o início da mudança até o momento em que atinge um estado relativamente estável;

2. A densidade das observações se acentua em relação à alteração do fenômeno;

3. O comportamento observado é submetido à análise e experimentação intensiva, buscando inferir os processos que deram origem a ambos os aspectos quantitativos e qualitativos da mudança.

O pesquisador deve observar esses três passos da abordagem Microgenética, principalmente as observações em todo o processo da pesquisa, e as mudanças ocorridas no processo.

Para as etapas da nossa sequência didática usaremos a análise Microgenética. De acordo com Souza e Cabral (2010), essa abordagem é geralmente utilizada para investigar as interações dialógicas dentro do ambiente de sala de aula, demanda o uso de videogravação, estratégias de filmagens e transcrição de falas interativas possibilitando a identificação das transições genéticas, buscando compreender os passos do desenrolar das ações dos sujeitos e explicar suas construções e transformações cognitivas. Ou seja, minúcias que apontam para os indícios de aprendizagem que acontece entre os sujeitos da pesquisa por meio das interações verbais.

Ao utilizarmos a Microgenética daremos ênfase a essas interações dialógicas na sala de aula, tanto entre professor-aluno quanto aluno-aluno, pois elas nos ajudarão a encontrar indícios de aprendizagem da nossa sequência didática.

Na perspectiva enunciativa-discursiva, a análise microgenética articula-se com as contribuições da análise do discurso de Mortimer e Scott (2002), as quais descrevemos no tópico seguinte.

1.4. ANÁLISE DO DISCURSO

Ao analisarmos a sala de aula nos dias atuais, notamos um estudante mais próximo de informações que antes eram mais difíceis de se alcançar. O professor deve saber interagir com esses estudantes para tirar o máximo de ideias numa explanação de determinado assunto, principalmente assuntos da área da Matemática. É nessa hora que devemos buscar a “Análise do discurso”.

O ensino deve partir das concepções prévias dos alunos, pois estas estão presentes em todas as atividades de aprendizagem e influenciam as observações e enunciados feitos pelos estudantes, durante as atividades práticas, as ideias prévias influenciam suas observações, as inferências que constroem e inclusive o caminho em que estruturam um experimento. Até o aprendizado em situações formais são influenciados pelas concepções prévias do aluno e pode diferir significativamente das que se ensinam, e que estas diferenças podem implicar em suposições sobre o modo que ocorrem (DRIVER, 1988, apud VIVIAN, 2006, p.1). O professor não pode ser detentor de todo o conhecimento. A interação com os estudantes cria novas ideias e novos pensamentos sobre determinado assunto.

Muitos estudos dão ênfase as interações discursivas que ocorrem em sala de aula com o intuito de ampliar os conceitos que são significativos aos alunos. Sendo assim, o processo de aprendizagem é visco como uma reconstrução de concepções, já vinculadas ao seu cotidiano no espaço comunicativo/social da sala de aula. Estes estudam evidenciam que tanto alunos quanto professores, por intermédio da socialização das ideias, têm alcançado um suporte sólido que contribui para o ensino/aprendizagem e apontam para importância de levar em consideração, em sala de aula, a prática discursiva argumentativa (VIVIAN, 2006, p. 2).

Para Cabral (2004), quando analisamos as relações entre sujeitos, é importante levar em consideração o poder de comunicação entre esses sujeitos. Na sala de aula, a linguagem é a principal ferramenta na mediação nos processos interativos.

Sendo assim, podemos enxergar o ambiente da sala de aula como um lugar onde há o predomínio de duas linguagens distintas, uma delas é a ciência e a outra o senso comum, que interagem para construir novos significados, dialogicidade e polifonia.

Gervai (1996) afirma que o discurso de um sujeito é sempre permeado pelo discurso de outros sujeitos. Essa visão coloca a linguagem como caminho para a construção conjunta de significados e negociação de conceitos, tornando a análise do discurso parte integrante desse processo.

Sempre é bom lembrarmos que um dos objetivos do ensino é o desenvolvimento do pensamento crítico pelo aluno e nisso há uma relação entre o pensamento e o comunicar ideias. A linguagem tem um papel fundamental no desenvolvimento do indivíduo e a comunicação pode conduzir o aluno ao aprendizado.

Através da argumentação na sala de aula o aluno pode se apropriar de conceitos científicos sem, contudo, eliminar as suas concepções alternativas, usando-as no contexto apropriado conservando múltiplos significados para um mesmo conceito.

Para Vivian (2006), o que o aluno aprende na sala de aula depende da influência das ideias que traz consigo e através destas o professor terá um ponto de partida para mediar a reestruturação das mesmas. Complementam Mortimer e Machado (2002), “a forma com que o professor intervém nas discussões dos alunos é fundamental seja qual for o objetivo almejado na realização de uma atividade”. Também é inegável que trabalhar com pequenos grupos de alunos em sala de aula, possibilita a socialização e facilita a exposição e a circulação de ideias entre os alunos.

Segundo Vivian (2006), durante as interações entre professor e estudantes numa sala de aula podem ocorrer dois tipos de abordagens ou intervenções de natureza diferentes: uma do tipo comunicativa dialógica e a outra do tipo comunicativa de autoridade. Na primeira, o professor considera o que o aluno tem a dizer do ponto de vista do próprio estudante, nesse caso, mais de uma voz é considerada e há uma interanimação de ideias. No segundo extremo, o professor considera o que o aluno tem a dizer apenas do ponto de vista do discurso científico escolar que está sendo construído. Nessa situação, apenas uma voz é ouvida e não há interanimação de ideias (VIVIAN, 2006, p. 24).

Dentro da nossa pesquisa ficarei atento aos dois tipos de interações, tanto a dialógica quanto a de autoridade. Focar principalmente no aluno e ver suas ideias durante a aplicação da sequência didática.

Segundo Mortimer e Scott (2002, apud VIVIAN, 2006, p. 36) o conceito de abordagem comunicativa é o centro da estrutura analítica, pois possibilita uma perspectiva sobre como o professor trabalha as intenções e o conteúdo do ensino por meio das diferentes intervenções pedagógicas que resultam em diferentes padrões de interação. Mortimer e Scott (2002) identificaram quatro classes de abordagem comunicativa, que são definidas por meio da caracterização do discurso entre professor e alunos ou entre alunos em termos de duas dimensões: discurso dialógico ou de autoridade; discurso interativo ou não-interativo.

Esses tipos de discursos serão analisados na nossa sequência didática, sempre observando as interações entre professor-aluno e aluno-aluno. Através dessas interações poderemos perceber se o discurso será dialógico ou de autoridade; e se pode ser interativo ou não-interativo.

Cabral (2004) aponta que uma sequência discursiva pode ser identificada como dialógica ou de autoridade independente de ter sido enunciada por um único indivíduo ou interativamente. O que torna o discurso funcionalmente dialógico é o fato de que ele expressa mais de um ponto de vista, mais de uma voz é ouvida e considerada, e não que ele seja produzido por um grupo de pessoas ou por um indivíduo solitário. Já o discurso de autoridade está relacionado à segunda dimensão da abordagem comunicativa, que distingue entre o discurso interativo, aquele que ocorre com a participação de mais de uma pessoa, e o discurso não-interativo, que ocorre com a participação de uma única pessoa.

A combinação dessas duas dimensões pode gerar quatro classes de abordagem comunicativa que permite o professor aplicar em sala de aula para caracterizar as interações que ocorrem entre os sujeitos em pequenos grupos. Assim, a abordagem comunicativa do tipo *Interativa/dialógica*, permite que o professor e alunos, explorem ideias, formulem perguntas e considerem diferentes pontos de vistas. Já a abordagem comunicativa *Não-Interativa/dialógica*, permite ao professor considerar, na sua fala, diversos pontos de vistas enfatizando semelhanças e diferenças, e, além disso, a abordagem comunicativa *Interativa/de autoridade* possibilita ao professor conduzir os alunos por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico, e, por último, a abordagem comunicativa *Não-interativa/de autoridade* permite que o professor apresente um ponto de vista específico (CABRAL, 2004, p. 110).

As quatro abordagens para a análise permitem identificar padrões de interação que surgem a medida em que professor e alunos alternam turnos de fala na sala de aula. O mais recorrente são as tríades **I-R-A** (*Iniciação* do professor, *Resposta* do aluno e *Avaliação* do professor), porém há outros padrões que podem ser observados. Em algumas interações o professor apenas sustenta a elaboração da fala do aluno, por meio de intervenções curtas que muitas vezes repetem parte do que o aluno acabou de enunciar, ou indicam um feedback para que o estudante elabore um pouco melhor a sua fala. Essas interações produzem cadeias de turnos não triádicas do tipo (I-R-P-R-P... ou I-R-F-R-F....) em que P significa uma ação discursiva de permitir o prosseguimento da fala do aluno e F um feedback para que o aluno elabore um pouco mais sua fala (CABRAL, 2004, p. 111)

Duarte (2009) aponta para o entrelaçamento da análise do discurso com outros dois enunciados que circulam no campo educacional mais amplo, isto é, o de que trazer a realidade do aluno para as aulas de matemática é importante para transformar socialmente o mundo; e o de que trazer a realidade do aluno para as aulas de matemática possibilita dar significado aos conteúdos matemáticos, suscitando o interesse desses pelo aprendizado. O primeiro está associado às teorizações críticas, na direção de constituir um sujeito escolar que seja autônomo, crítico, que seja agente transformador da realidade, pois a escola seria responsável por trabalhar a realidade do aluno, por intermédio dos conhecimentos matemáticos, para que ele seja capaz de transformá-la e modificá-la. O segundo está associado a duas inferências distintas. A primeira inferência deriva da ideia de que conteúdos matemáticos escolares são vazios de significado, ideia essa desconstruída pela autora ao argumentar que toda forma de vida constrói significados a partir de seus jogos de linguagem. Uma vez não vazios, a segunda inferência remete à ideia de que os significados presentes em matemáticas não escolares possam ser, então, transferidos para a matemática escolar.

Na interpretação do posicionamento da autora, podemos notar ao compararmos as aulas de matemática com o seu questionamento, que se pudéssemos sempre trabalhar o mundo real do estudante com a linguagem matemática, o aprendizado seria mais significativo; porém sabemos que nem sempre isso é possível.

A Análise do discurso será importante para análise dos processos na nossa sequência didática. Ela e a Microgenética farão os estudantes interagirem na pesquisa e com isso gerar melhores resultados no final da nossa pesquisa.

2. SOBRE O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Neste capítulo, apresentamos as análises de trabalhos acadêmicos sobre o ensino de Função Afim, e também a opinião de alunos egressos do primeiro ano do Ensino Médio sobre o conteúdo e ensino do referido tema.

2.1. REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura se deu através de um levantamento bibliográfico de pesquisas relacionadas ao objeto de estudo, no caso, o ensino de Função Afim. Desse levantamento, analisamos pontos considerados pertinentes, tais como: objetivos, metodologias empregadas e resultados obtidos. Através desses pontos analisados, compreender o que a literatura indica para incentivar e melhorar a aprendizagem de Função Afim.

Os trabalhos identificados no quadro 1 foram coletados em bibliotecas digitais de algumas instituições de ensino. O conjunto de trabalhos são dissertações de mestrados na área de Matemática e que contribuíram de forma significativa para o desenvolvimento da nossa pesquisa, no que tange as questões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem do nosso tema que é Função Afim.

Quadro 1: Trabalhos analisados

AUTOR (A)	TÍTULO	INSTITUIÇÃO	ANO	CATEGORIA
Ardenghi	Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil	Pontifícia Universidade Católica / SP	2008	Dissertação
Magarinus	Uma proposta para o Ensino de Funções através da utilização de objetos de Aprendizagem	Universidade Federal de Santa Maria / RS	2013	Dissertação

Selingardi	O estudo da função afim no ensino médio com apoio de uma atividade experimental	Universidade Federal de São Carlos - UFSCar	2015	Dissertação
Farias	A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o Geogebra	Universidade Federal Rural do Semi-Árido / RN	2013	Dissertação
Maciel	A construção do conceito de função através da História da Matemática	CEFET / RJ	2011	Dissertação
Pinto	Dissertações Brasileiras sobre Função Afim, a partir da implementação de Sequências Didáticas, produzidas no período de 2009 a 2012: questões para a formação de professores e para pesquisa	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)	2014	Dissertação
Dornelas	Análise de uma Sequência Didática para a Aprendizagem do Conceito de Função Afim	Universidade Federal Rural de Pernambuco	2007	Dissertação
Guimarães	Atividades para aprendizagem do conceito Matemático de Função	UFSCar	2010	Dissertação
Souza	A construção do conceito de Função através de Atividades baseadas em situações do dia a dia	Universidade Estadual do Norte Fluminense	2016	Dissertação

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Ardenghi (2008) descreve um panorama das pesquisas e teses sobre o ensino e aprendizagem de função, defendidas no período de 1970 a 2005, no Brasil, com o objetivo de compreender melhor as dificuldades que os alunos apresentam sobre o ensino de função.

O critério adotado pelo autor para a escolha dos trabalhos analisados foi o título das teses e dissertações, sendo escolhidos todos os que utilizassem a palavra “função”. A organização em categorias feita por ele foi a base que o levou a constatar e analisar os trabalhos quanto a:

> Análise do crescimento da produção no período; a existência ou não de continuidade nas pesquisas; os locais em que as pesquisas foram desenvolvidas; a identificação dos autores e orientadores, e, por fim, a seleção, a partir das questões orientadoras das pesquisas que tratem das dificuldades de aprendizagem do conceito de função, com vistas à sistematização pretendida. (ARDENGHI, 2008, p.20)

Ardenghi (2008) trabalhou com 46 teses e dissertações. Entre as que apareceram mais foram as de Uso de tecnologias, num total de 15 dissertações.

Dentro de alguns trabalhos Ardenghi (2008) especifica na temática “didática”, que são os trabalhos que envolvem uma *sequência didática* para o ensino-aprendizagem da função afim. Onde buscam-se fatores que contribuem para a aprendizagem da função afim, avaliam o desempenho dos alunos na realização das tarefas; sempre envolvendo a noção de função e as dificuldades por eles apresentadas. Lembrando que essa temática será trabalhada na nossa pesquisa.

Ardenghi (2008) destaca que alguns dos trabalhos poderiam ter sido classificados em mais de uma categoria, porém foi feita a escolha por uma delas de acordo com a predominância de afinidade com um dos temas. Desses trabalhos, fez-se uma nova escolha. De um total de 46 que abordavam o tema função, apenas 9 abordavam de forma específica o ensino e a aprendizagem de funções, levando em consideração as dificuldades dos alunos no processo de ensino e aprendizagem. Sendo assim, apenas estes foram escolhidos para sua análise.

A partir dos trabalhos analisados por Ardenghi (2008), podemos observar que, até o ano de 2005, não foram realizadas pesquisas no Brasil, sobre o ensino de função em séries diferentes das destinadas habitualmente pelos currículos oficiais (9º ano do Ensino Fundamental, 1ª série do Ensino Médio e disciplinas de cálculo do Ensino Superior). Pensamos então que trabalhando algumas noções do conteúdo de função em séries posteriores, como o 2º ano do ensino médio, não seria uma forma de contribuir para a redução das dificuldades que enfrentamos com os alunos?

O que percebemos na pesquisa de Ardenghi (2008) é que a maior parte dos trabalhos analisados utilizou como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática. Isso indica que as pesquisas deram destaque a sala de aula.

Pode-se destacar que, quanto à metodologia das pesquisas por ele analisadas, foram empregados “questionários e entrevistas semi-estruturadas; sequências didáticas; sequência de atividades; aplicação de testes; análise de livros e de material bibliográfico” (ARDENGHI, 2008, p.61).

Nos resultados de sua pesquisa, Ardenghi (2008) apresenta várias propostas para minimizar as dificuldades referentes ao ensino e aprendizagem de funções. Entre as quais: - Usar atividades que partam da realidade e do conhecimento prévio dos alunos, oportunizando a vivência de etapas de interiorização e condensação do conteúdo, chegando a uma melhor compreensão do conceito; - Trabalhar com problemas que exijam a necessidade de distinguir domínio e contradomínio da função envolvida; - Trabalhar com conversões entre os diferentes registros de representações semióticas, passando por todas; - Fazer uso de tecnologias no ensino de funções, proporcionando uma interface entre as representações gráficas e algébricas; - Trabalhar a identificação de regularidades entre as variáveis, verificando as quantidades constantes e variáveis.

Essas propostas são notadas em muitas aulas sobre função afim, mas sempre é importante dar ênfase a algumas delas, como por exemplo o uso da tecnologia para o ensino de funções, e também, fortalecer o conceito de variáveis.

Ao pensar numa pesquisa que tivesse usado como referência uma turma diferente do primeiro ano, temos Magarinus (2013), que na sua pesquisa trabalhou com turmas do segundo ano, pois já tinham visto o assunto de função afim no ano anterior, então ficava mais fácil para fazer a análise do nível de aprendizagem dos alunos, ou melhor, como estarão acumulando os conhecimentos adquiridos em série após série.

Através da análise dos dados, verificou-se que os alunos não tinham assimilado grande parte dos conhecimentos referentes ao estudo de funções e demonstraram dificuldade em expressar suas ideias sobre o que representa uma função e qual o seu significado.

Para Magarinus (2013):

> Geralmente, durante o ensino fundamental e mais especificamente no último ano desta etapa, os alunos têm contato com algum conhecimento de funções, mesmo que de forma superficial. No ensino médio, o aprendizado de funções visa ao aprofundamento e o estudo mais detalhado deste assunto. Além disso, boa parte de todo conteúdo desenvolvido nesta série é relativo às funções. Nesta etapa, os alunos começam a ter contato com uma linguagem mais simbólica e formal, presente nas definições e teoremas. O nível de abstração também é maior e os alunos devem mobilizar vários saberes na resolução de problemas cada vez mais complexos e na aprendizagem de novos conhecimentos. (MAGARINUS, 2013, p.36).

Magarinus (2013) buscou encontrar nas atuais tendências metodológicas de ensino da Matemática, que se opõem ao ensino tradicional e conteudista, referências para elaborar uma proposta visando tornar o ensino de funções mais significativo e compreensível aos alunos. Além disso, pretendia fazer com que o aluno realmente participasse do processo de construção do seu conhecimento, tendo a oportunidade de refletir, indagar, discutir, formular hipóteses e expor suas ideias em relação ao objeto de estudo. Encontrou nas metodologias de ensino, através da Resolução de Problemas, a utilização de tecnologias aliadas à contextualização e a interdisciplinaridade, uma possibilidade para o ensino de funções. Observou também que os alunos não desenvolvem a noção de variação e dependência, que é a base do conceito de função, e não percebem a importância deste conceito fora do âmbito matemático.

Magarinus (2013) comenta que “apesar dos alunos investigados relacionarem o conceito de função à construção de gráficos, quando solicitados a representar uma função, descrevem primeiro sua representação algébrica, geralmente fazendo o uso de monômios ou polinômios. Para estes alunos, a representação gráfica de uma função é estabelecida como o produto final de um processo que segue a seguinte dinâmica: função na forma algébrica → construção de uma tabela de valores correspondentes → representação gráfica no plano cartesiano”.

Ao observar esses pontos na sua pesquisa, tentarei incluir na minha sequência didática a construção do gráfico da função afim para que os alunos reconheçam um padrão através da colocação de pontos no plano cartesiano.

Magarinus (2013) verificou que na representação algébrica os alunos também não estabelecem a relação entre as variáveis, e demonstram dificuldades em diferenciar equação de uma função.

Para realizar as atividades, Maraginus (2013) usou uma câmera digital, podendo ser, inclusive, as disponíveis em celulares, e de alguns computadores, nos quais deveriam estar instalados os programas Tracker e GeoGebra. Muitas atividades foram feitas com o auxílio desses programas. Os alunos interagiram mais nas atividades.

Dentre os resultados da pesquisa de Maraginus (2013), podemos destacar a aplicação mais proveitosa com alunos do segundo ano, maior interação por usar recursos tecnológicos que prendem mais a atenção dos alunos e melhor entendimento do conceito de função através das resoluções de problemas.

Ao analisar trabalhos de Funções com outras áreas, temos Selingardi (2015), que explora a Matemática aplicada a outras Ciências como Física e Química. Ela explora o lado experimental para motivar os alunos na aprendizagem da função afim relacionada a tópicos de Física e Química. Usa a Engenharia Didática como metodologia da sua pesquisa, mas buscando a modelagem matemática nas suas atividades.

Para Selingardi (2015):

> Observo que os experimentos são muito importantes também para o ensino da Matemática, e não apenas para o ensino das Ciências. Um experimento, em geral, faz uso de medidas, e é uma oportunidade para o estudante aprender, ou mesmo recordar, os sistemas de medida. Pode mesmo ocorrer a necessidade de serem usadas transformações de um sistema de medida para outro. Os números que assim surgem são, geralmente, representados no sistema decimal, e o estudante tem uma oportunidade de manipular esses números. O registro desses números deve ser feito de forma cuidadosa e bem organizada, resultando, por exemplo, em uma tabela. Aqui aparece a oportunidade do estudante observar padrões numéricos, distinguir grandezas envolvidas no experimento e relações entre essas grandezas, perguntar se essa relação é uma função. Tudo isso colabora no processo de aprendizagem da Matemática e enriquece o ensino de seus conceitos. (SELINGARDI, 2015, p. 57)

A autora usa os experimentos para aplicar a Matemática e fazer uso dos conceitos de Função Afim. Dentro dos experimentos ela explora os padrões que os alunos devem observar para fazer análises matemáticas.

O tema principal da proposta didática descrito nessa dissertação é a função afim, portanto ressalto a sua importância. A partir da função afim, o estudante observa modelos lineares, que envolvem ideia de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Selingardi (2015) enfatiza que alguns fenômenos naturais podem ser descritos através de um processo chamado Modelagem Matemática. Aplicando ferramentas matemáticas adequadas no gerenciamento de dados obtidos na análise de um fenômeno natural pode-se entender melhor o seu comportamento e fazer previsões de propriedades que não haviam sido notadas inicialmente.

A autora lembra que nem todas as turmas de Ensino Médio têm aulas no laboratório. Conforme o que observamos nas escolas, os estudantes de Ensino Médio têm poucas aulas com experimentos. Mesmo se a escola tiver laboratório, ele é pouco utilizado.

Para Selingardi (2015):

> Ocorre também que vivenciar uma atividade experimental é muito atraente aos estudantes. A aplicação de técnicas experimentais traz a oportunidade para os estudantes exercerem habilidades diferentes daquelas utilizadas nas aulas de Matemática, e resulta um aspecto motivacional importante. Alguns estudantes que possuem dificuldades no aprendizado da Matemática podem se sentir estimulados a participar de uma proposta que não envolve apenas cálculos na resolução de exercícios. A atividade experimental pode trazer desafios para alguns estudantes, que se sentem estimulados por uma curiosidade natural e criam ideias próprias para superar algumas dificuldades que possam ocorrer. (SELINGARDI, 2015, p. 59)

Um recurso que ela usou para anotar as observações foi o programa Excel. Um software que tem tanto nos pacotes pagos quanto nos pacotes gratuitos, logo é interessante para trabalhar nas escolas com os alunos. Selingardi (2015) conseguiu unir bem a Matemática com a Física e Química.

Dentre os resultados da pesquisa da autora, temos: o aluno ficou motivado com o uso de recursos tecnológicos; desenvolveu atitudes científicas, como a consideração às ideias de outras pessoas, e com a objetividade e a cautela para não emitir juízos apressados; desenvolveu a iniciativa pessoal; manteve um contato menos formal com os docentes e desenvolveu a capacidade de trabalhar em grupo.

Quanto a importância de usar questionários prévios antes da aplicação de atividades específicas de Matemática, temos o trabalho de Farias (2013), que levou em consideração a preocupação de como melhorar o ensino de Matemática, especificamente no conteúdo de funções. A ideia era produzir um material que pudesse auxiliar professores e alunos em sala de aula, com ênfase nas dificuldades apresentadas pelos alunos e nas respostas dadas pelos professores. Dificuldades e respostas encontradas quando da análise dos questionários da pesquisa.

Farias (2013) trabalhou com dois recursos metodológicos que foram os jogos e a utilização de um software de geometria dinâmica, o GeoGebra. O GeoGebra é um software de geometria dinâmica, gratuito e que atende a todos os níveis de escolaridade. Tem esse nome porque combina Geometria e Álgebra. O GeoGebra foi criado por Markus Hohenwater em 2001, em seu curso de mestrado. Este projeto lhe rendeu a dissertação de mestrado e mais tarde, sua tese de doutorado em Educação Matemática pela University de Salzburg, na Áustria. Atualmente Markus ainda continua a estudar o projeto GeoGebra no Centro de Pesquisas em Ciências Tecnologia e Educação Matemática (FCR-STEM) na Flórida.

Para Farias (2013), ele elegeu o conteúdo de funções, devido a depoimentos de alunos e professores. Os primeiros falavam a respeito das dificuldades encontradas e os últimos comentavam sobre as notas baixas dos seus alunos e das dificuldades de fazê-los compreender tal assunto.

O autor cria um tópico sobre "O Processo de ensino-aprendizagem e a teoria de Vygotsky" para buscar a fundamentação de explorar os jogos na sua pesquisa. Nota-se que é importante para quem seguir o caminho dos jogos em sua pesquisa, que fundamente a importância de colocar o tema. Na minha pesquisa não darei muita ênfase aos jogos matemáticos, mas usarei a motivação dos jogos para a aplicação da minha sequência didática. Essa motivação será através de mais interação do aluno com a pesquisa através de diálogos.

Farias (2013) uniu jogos com o auxílio do Geogebra. Exemplo de uma atividade usada por Farias (2013):

> Para executar bem suas jogadas nessa primeira fase o aluno deverá perceber que em qualquer lugar que esteja o ponto é sempre possível encontrar uma reta paralela a $f(x) = x$, passando por aquele ponto, pois "por um ponto fora de uma reta *m* pode-se traçar uma única reta paralela a reta *m* " e essa reta é justamente o gráfico da função que procuramos e mais, a reta paralela passa pela diagonal dos quadrados que formam a malha do sistema de eixos OXY. (FARIAS, 2013, p.45).

Nessa atividade o autor explorou os gráficos. Dentro de Função é importante o entendimento da construção dos gráficos de cada função.

Um resultado nessa pesquisa é que o ideal desse tipo de metodologia é fazer o aluno participar de todas as etapas do processo, ou seja, desde a criação do jogo passando pelas alternativas a se usar, e participar do jogo principalmente.

Outra pesquisa que abordou a sequência didática como ferramenta de inserção de Função Afim foi Pinto (2014), que fez uma análise de várias dissertações e teses que envolviam o tema “funções” entre 2009 a 2012. A presente pesquisa teve como objetivo realizar um levantamento bibliográfico para identificação das dissertações de mestrado e teses de doutorado, defendidas no período de 2009 a 2012, que tiveram como objetivo principal, ou como um de seus objetivos principais, a apresentação de sequências didáticas relativas ao ensino e aprendizado de função afim. A partir das dissertações encontradas nesse levantamento, identificou quais são as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem do assunto, para alunos e professores, levando em consideração a aplicação das atividades que compõem a sequência didática. Com a categorização das pesquisas foi possível identificar o que essas revelam sobre a dificuldade dos alunos e dos professores no ensino e aprendizagem da função afim, além de identificar as alternativas que esses trabalhos apresentam para amenizar tais dificuldades e para a condução do processo de ensino e aprendizagem.

Ao analisar a autora, levarei a sua base de pesquisa para a análise dos indícios de aprendizagem dos alunos, principalmente no teste de verificação e oficina de conhecimentos prévios.

O desenvolvimento da presente pesquisa traz inúmeras contribuições para professores e pesquisadores, já que todos os trabalhos analisados apresentam propostas de ensino que visam diminuir as dificuldades no ensino e aprendizagem de um conteúdo matemático, a função afim. Para atingir tal objetivo, as dissertações, defendidas no período de 2009 a 2012, baseiam-se em metodologias diferenciadas: Modelagem Matemática, Jogos, Tecnologias usadas com fins educativos e Teorias Pedagógicas.

Nos resultados de Pinto (2014), pode-se citar a participação mais efetiva dos alunos nas pesquisas que envolviam jogos, mas os alunos tiveram boas aprendizagens na modelagem matemática, principalmente nos temas mais próximos do seu cotidiano. A sequência didática deve ser preparada sempre levando em conta a rotina dos personagens envolvidos na pesquisa que são os alunos.

Uma dissertação que nos levou a analisar outra metodologia de ensino, no caso a História da Matemática, foi de Maciel (2011). Nessa pesquisa o autor explorou a parte histórica dos conceitos de função. Buscou fundamentar cada tópico em cima de pesquisas históricas e com isso buscava a formalização das definições, mas sempre com a iniciativa histórica para isso.

Segundo Maciel (2011), "Ao se pensar na importância de um conteúdo, como o do conceito de função dentro da Matemática, deve-se entender como surgiu sua inserção no currículo dessa disciplina. Através desses fatos históricos, percebe-se como tal conceito é importante até hoje". Nota-se a importância da história no ensino da função, principalmente na sua definição. Se conseguirmos fazer o estudante compreender como surgiram os pensamentos que ajudaram a definir a função afim, com certeza a aplicação das definições ficarão mais fáceis de serem assimilados.

Além do fato histórico de inserção de funções no currículo, documentos oficiais também salientam a importância desse conceito nos dias de hoje. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) afirmam que:

> " Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também um papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção dos gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto no cotidiano, como de outras áreas do conhecimento como a Física, Geografia e Economia". (Brasil, 2000b)

Os PCN+ acrescenta também:

> " O estudo de funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como linguagem das ciências necessárias para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da Matemática". (Brasil, 2002)

Como resultado da pesquisa de Maciel, temos que a partir da parte histórica e da sua importância, os alunos são instigados a fazer mais leituras e pesquisas sobre a base do tema matemático analisado, principalmente leituras mais científicas. Destaca-se que o assunto função sempre é um tema moderno, ou seja, presente nos temas atuais.

Ao buscar mais fundamentação nas pesquisas utilizando sequência didática, temos Dornelas (2007), que fez sua dissertação usando uma sequência didática para a aprendizagem de função afim. O objetivo principal era investigar os efeitos de uma sequência didática nas concepções de alunos do 1º ano do Ensino Médio em relação ao conceito de Função Afim, abordados a partir da resolução de problemas de contexto realístico.

A sequência didática composta de dois grupos de atividades foi elaborada com ênfase na compreensão da noção de variação entre grandezas lineares, privilegiando a articulação entre as representações em linguagem natural, gráfica, algébrica e tabular da Função Afim.

Segundo Dornelas (2007), de acordo com a literatura pesquisada, o estudo de situações que introduzam o conceito de função por meio de grandezas que variam, uma dependendo da outra, pode facilitar a construção do conceito de Função Afim.

A autora fundamentou a elaboração e a aplicação da sequência em alguns princípios da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, segundo a qual os fenômenos que regem o processo de ensino-aprendizagem envolvem três pólos: o professor, o aluno e o saber. Uma sequência didática bem elaborada precisa levar em conta esses três pólos.

Dentre os resultados da dissertação de Dornelas, podemos destacar que permitiu aos alunos um avanço significativo nas concepções sobre função afim e no conceito de função, no sentido de que propiciou uma melhor compreensão das variáveis da função, bem como o relacionamento entre elas. Destaca-se também que os alunos puderam transitar de um registro para outro, de maneira diferente daquela habitualmente trabalhada em sala de aula, em que, de modo mecânico, constroem uma tabela substituindo valores do domínio da função na lei de formação, encontrando as imagens correspondentes e, por fim, esboçam o seu gráfico.

Para entender mais a Engenharia Didática com o auxílio da ferramenta sequência didática, analisei o trabalho de Guimarães (2010), que em sua dissertação de mestrado, pensou num trabalho que facilitasse o ensino e aprendizagem do conceito matemático sobre função afim. A autora usou folhas de atividades que mesclavam textos explicativos e problemas, para usar o conceito espontâneo de relação como base para a construção do conceito científico de função. Explorou a passagem do discreto para o contínuo e abordou algumas situações de representações gráficas de funções.

Como metodologia de pesquisa, Guimarães usou a Engenharia Didática, e como auxilio procurou trabalhar com uma sequência didática, na qual usou folhas de atividades para explorar os conceitos de função afim.

A autora focou os conceitos iniciais de funções. As atividades iniciais da sua sequência didática deram ênfase aos conceitos iniciais de funções, como relação e variação de dependência. Sempre levando os alunos a reconhecer padrões e buscar generalizações. Ela usou três blocos de folhas de atividades, que foram divididos por temas. São eles: " Relações e Funções", "Fórmulas e Funções" e "Gráficos e Funções".

Segundo Guimarães (2010), a Engenharia Didática justifica as Folhas de Atividades, e a Resolução de Problemas ampara os tipos de questões (atividades) inseridos nas Folhas de Atividades e as concepções espontâneas e científicas dos conceitos explicam o conteúdo de cada problema.

Como resultados a autora destaca que a Engenharia Didática com suas fases fez com que ela guiasse os estudos com mais organização, evidenciando os objetivos e obstáculos existentes no caminho das resoluções das atividades. Notou também que os alunos interagiram mais nas aplicações das atividades da sequência didática, o que para a autora é o início da tão desejada autonomia acerca da sua própria aprendizagem.

Para entender mais o uso de Resolução de Problemas, analisei Souza (2016), que em sua dissertação de mestrado, fez uma pesquisa em cima dos conceitos de Funções, entre elas a Função Afim. Usou na sua pesquisa a metodologia de Resolução de Problemas. Como auxílio, abordou uma Sequência Didática, aonde teve por objetivo construir, através de uma prática pedagógica diferenciada, os elementos que fundamentam este conceito: Relação de Dependência, Domínio, Contradomínio, Imagem, Diagrama de Venn e as diferentes maneiras de representar uma Função, assim como as Leis de Formação.

No seu trabalho a autora buscou saber, junto aos alunos, a prática metodológica que eles costumam receber de seus professores de Matemática. Foi aplicado um Questionário no qual uma das perguntas refere-se à maneira que seus professores de Matemática faziam a exposição dos novos conteúdos. Ao fazer tal levantamento, e também por meio de conversa com a turma, verificou que a prática docente mais comum para eles girava em torno da explicação do professor e da aplicação de exercícios.

Na aplicação das atividades, segundo Souza (2016), para a construção do conceito de Função, foram planejadas e aplicadas seis atividades compostas por dois questionários e 11 problemas. O objetivo dos questionários foi conhecer a opinião e o interesse dos alunos quanto à Matemática e analisar se houve uma mudança positiva entre eles após a aplicação deste trabalho. Já as atividades exploraram os conceitos de Relação de Dependência, Domínio, Contradomínio, Imagem, Diagrama de Venn e as diferentes maneiras de representar uma Função, assim como as Leis de Formação.

Como resultados da pesquisa de Souza, podemos destacar: - A metodologia de Resolução de Problemas busca gerar uma aprendizagem na qual o próprio aluno constrói novos conhecimentos e o papel do professor é tão somente guiá-lo pelo caminho que ele está trilhando; - É de suma importância que o professor enxergue o aluno como um cidadão capaz de construir seu próprio conhecimento e o estimule para tal; - É necessário também que o professor compreenda que a habilidade de resolver problemas não é algo inato, antes o contrário, é uma habilidade que precisa ser desenvolvida. - Por outro lado, também é necessário interesse e esforço da parte do aluno para que ele consiga utilizar seus conhecimentos prévios para atingir seus objetivos.

A seguir apresento um quadro constando os obstáculos apontados nos trabalhos anteriormente analisados.

Quadro 2: Obstáculos de aprendizagem identificados nas pesquisas analisadas.

AUTOR (ANO)	TÍTULO	OBSTÁCULO(S)
Ardenghi (2008)	Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil	• Identificação da metodologia. empregada nas dissertações. • Pouca referência sobre a taxa de variação. • Aplicação direta da definição de Função Afim.
Magarinus (2013)	Uma proposta para o Ensino de Funções através da utilização de objetos de Aprendizagem	• Dificuldade de utilizar os objetos de aprendizagem para o ensino e aprendizagem da Função Afim. • Crescimento e decrescimento sem muitas atividades.
Selingardi (2015)	O estudo da função afim no ensino médio com apoio de uma atividade experimental	• Pouco uso dos valores que se devem adotar no domínio e imagem da função. • O conteúdo é apresentado de modo isolado, sem relação com outros tópicos da matemática.
Farias (2013)	A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o Geogebra	• Definições forçadas com as atividades. • Poucas questões contextualizadas.
Pinto (2014)	Dissertações Brasileiras sobre Função Afim, a partir da implementação de Sequências Didáticas, produzidas no período de 2009 a 2012: questões para a formação de professores e para pesquisa	• Dificuldades para explorar os resultados de cada pesquisa. • Pouca referência sobre a taxa de variação
Maciel (2011)	A construção do conceito de função através da História da Matemática	• Uso inadequado de alguns termos matemáticos. • Pouca aplicação da Função Afim no cotidiano.
Dornelas (2007)	Análise de uma Sequência Didática para a Aprendizagem do Conceito de Função Afim	• Confusão entre a ideia de Função e expressão algébrica. • Sequência confusa na ordem dos conteúdos empregados.
Guimarães (2010)	Atividades para aprendizagem do conceito Matemático de Função	• Uso excessivo de álgebra. • Explanação rápida sobre conceitos importantes de Função Afim.
Souza (2016)	A construção do conceito de Função através de Atividades baseadas em situações do dia a dia	• Poucas atividades para atingir as definições de Função. • Pouco uso da representação gráfica.

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Essas pesquisas, principalmente seus obstáculos, serão referências para a construção da minha sequência didática, pois tentarei evitar alguns problemas que foram identificados nessas pesquisas. Mas levarei em consideração também os bons resultados que foram identificados nas respectivas pesquisas.

2.2. O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO AFIM SEGUNDO OS ALUNOS

Para analisarmos aspectos sociais sobre os alunos, aspectos didáticos–pedagógicos dos docentes e as dificuldades dos alunos para aprender conceitos de Função Afim, fizemos a aplicação de uma pesquisa que se deu através de um questionário. Foi realizado com 90 alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola pública do município de Bujaru, interior do Pará. Nos concentramos em turmas do segundo ano do ensino médio para podermos tirar uma boa conclusão se o aluno trouxe o conhecimento da função afim do primeiro ano, pois é onde se trabalha função afim.

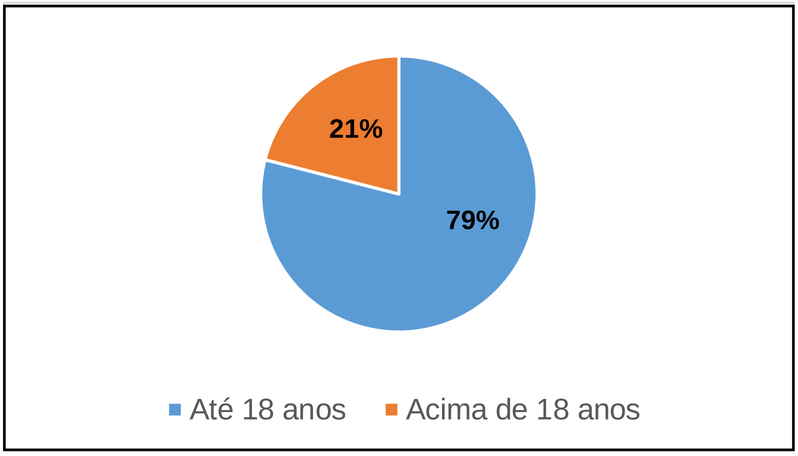
No primeiro momento fizemos a comunicação com a direção da escola. Explicamos que seria uma pesquisa relacionada ao mestrado profissional de Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, cuja meta é analisar as dificuldades encontradas pelos alunos ao estudar função afim. E a partir das dificuldades tentar procurar melhores soluções para o ensino-aprendizagem da função afim.

Para a aplicação do questionário aos alunos, peguei uma amostra de alunos da manhã e também da noite. A amostra ficou com 26 alunos da noite e 64 alunos da manhã. Utilizei dois dias para fazer a aplicação do questionário, que foram os dias 31 de agosto e primeiro de setembro de 2016. Todos concordaram em participar da pesquisa, de acordo com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado por seus respectivos responsáveis, constante no Apêndice.

Após a aplicação do questionário parti para a tabulação dos dados. Com os dados tabulados fiz algumas análises sobre as respostas encontradas. Com essa análise encontrei alguns fatores que interferem no processo de ensino-aprendizagem de função afim, e isso me ajudaria na produção de uma sequência didática para a nossa pesquisa.

Na pesquisa percebi que a maioria dos alunos está na faixa etária apropriada para o ensino médio, que é a de até 18 anos, foi de 79%. Na outra ponta tivemos 21% acima de 18 anos. Esse grupo foi percebido nos alunos da turma da noite. Devemos lembrar qual o público da noite: alunos que passam o dia trabalhando, têm pouco contato com a leitura, apresentam dificuldades na interpretação e têm pouco tempo para fazer os trabalhos escolares.

Gráfico 1: Faixa etária dos alunos

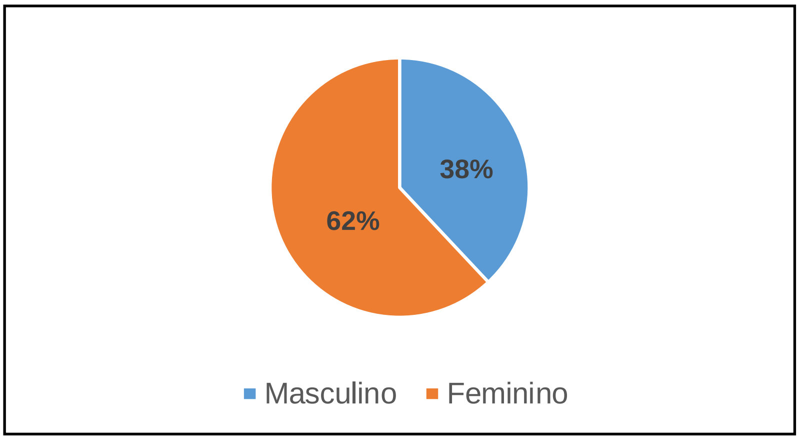


Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

Penin (1995, p.3) afirma que “nenhum trabalho pode ser separado da vida e de suas circunstâncias e que todo estudo que busque pesquisar um problema social deve ser levado a sério, buscando retratar o mais fielmente possível a realidade, pois só assim terá valor”.

O gênero feminino foi maior na pesquisa. Tivemos 62% feminino e 38% masculino. Demonstra que os rapazes estão atrasando os estudos ou até mesmo abandonando as salas de aula.

Gráfico 2: Gênero na Pesquisa



Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

O nível de ensino do pai do aluno detectado na pesquisa, em sua maioria, é de ensino fundamental incompleto, 43%. Acreditamos ser consequência histórica, aonde o pai é visto como o “responsável” pela casa. Para levar o sustento da família acabava não seguindo os estudos, pois o homem tinha como meta procurar emprego mais cedo. E dificilmente retornava à sala de aula.

Alunos com pai apresentando nível superior são poucos. Tivemos 15%. E percebemos que os alunos acompanhados por esses pais têm rendimento melhor em sala de aula, pois há uma cobrança maior em casa. Sabem como cobrar.

Quanto ao nível de instrução da mãe o índice das que têm nível superior foi menor, 13%. Mas percebeu-se que também é menor a porcentagem das mães que pararam antes de completar o ensino fundamental em relação ao pai do aluno.

Notei que têm mais mães com o ensino médio completo em relação ao pai. Obtivemos 26% de mães com o ensino médio completo contra 17% de pais com o mesmo nível de instrução. Isso já nos faz pensar que a mãe deve participar mais na ajuda das tarefas dos alunos em casa.

Levando em consideração a profissão do pai tivemos as mais variadas possíveis. As que mais se destacaram na ordem decrescente temos: agricultor, professor, vigilante, vendedor de açaí, carpinteiro e serviços gerais.

Em relação a profissão da mãe tivemos na ordem decrescente: dona de casa, professora, agricultora, diarista e vendedora.

Ao analisar a disciplina específica que é Matemática, o índice de alunos que já estiveram em dependência na disciplina foi de 28%. Para a escola é um valor razoável, ficaríamos mais preocupado se chegasse mais próximo de 50%.

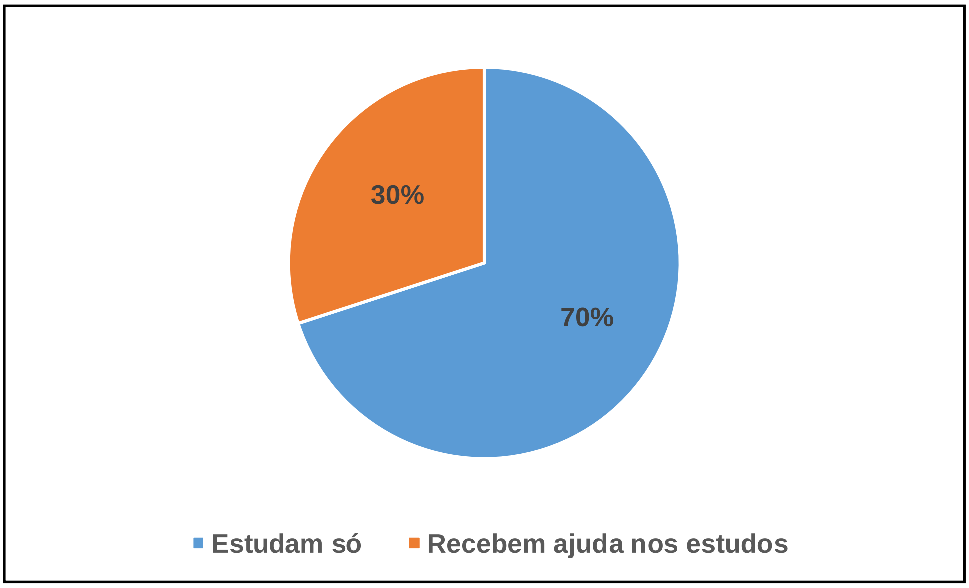
A questão de cobrar mais em casa coincide com a pesquisa que mostra que 38% dos alunos só estudam no período de provas. Juntando com os que nem estudam fora da escola que são 10% temos um alto índice de quase 50% que não estão estudando.

Um caso interessante da pesquisa foi que aonde esperei um índice alto; e acabou sendo baixíssimo, que é quanto ao gosto pela Matemática. Apenas 10% disseram que não gostam. Juntando os que gostam um pouco, os que gostam e os que gostam bastante chegamos a 90%. O que nos deixou animado na pesquisa, pois demonstra que os alunos gostam de Matemática, precisam apenas de mais incentivo, tanto na sala de aula quanto em suas casas.

A nossa pesquisa vai de encontro a maioria das pesquisas estudadas que mostram que no caso da Matemática, poucas são as pessoas que afirmam ter aptidão, ou não tenham tido alguma experiência desagradável com esta disciplina. Em compensação são muitos os que expressam ter aversão, medo, pavor à Matemática, decorrente de experiências passadas, seja com professores ou com algum conteúdo dos diversos existentes na área.

Um ponto que a escola pode pensar em ajudar mais é o apoio no contra turno do aluno. Tivemos quase 70% dos alunos dizendo que estudam só. A escola poderia criar projetos para incentivar os alunos a estudarem no seu contra turno dentro da escola.

Gráfico 3: Como é o estudo em casa

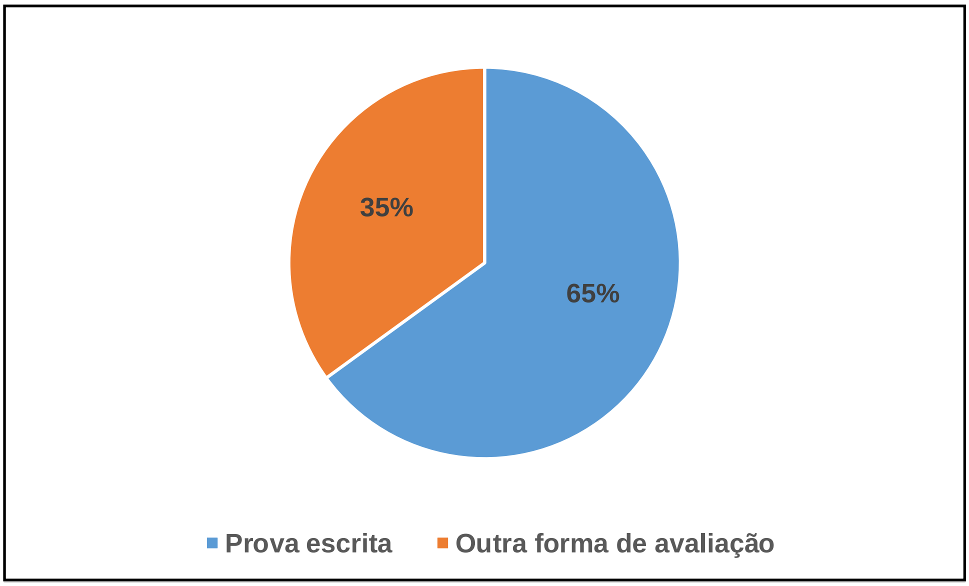


Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

Esse reforço no contra turno ajudaria a melhorar a negativa que percebemos quando foi perguntado se os alunos conseguiam entender os assuntos explicados em sala de aula. Tivemos quase 50% dos alunos dizendo que não entendiam bem.

Ao passarmos para a análise da avaliação, notamos que a metodologia tradicional ainda predomina, ou seja, 65% dos alunos responderam que são avaliados apenas pela prova escrita.

Gráfico 4: Tipo de avaliação



Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

A escola na qual concentrei minha pesquisa trabalha com a avaliação dividida em parte quantitativa e parte qualitativa. Mas segundo os alunos os professores concentram-se mais na prova escrita e raramente fazem trabalhos de pesquisas e outras formas de avaliação.

Para Leandro (2006, p. 47):

> " o rol dos "quês" e "porquês" do insucesso na Matemática, não se esgota aqui. Às razões anteriormente citadas, sem que a ordem implique qualquer grau de importância, outras podem ser acrescentadas: a baixa motivação dos professores para a prática do ensino; a inadequada formação científica dos docentes; a falta de investimento na sua formação contínua; a complexidade da linguagem matemática; a falta de estabelecimento de conexões entre os conteúdos e a evolução histórica da Matemática; a falta de ligação entre os professores do grupo disciplinar dos diferentes anos de escolaridade; a inabilidade dos professores para explicar a matéria; a ideia de que a Matemática é uma disciplina difícil; a não percepção, por parte dos alunos, da utilidade do conhecimento matemático; a falta de apoio por parte dos pais; o preconceito em relação ao elitismo dos bons resultados a Matemática; a ideia de que a Matemática é o "papão" do ensino; a falta de capacidade; o contexto sócio-cultural do aluno, etc".

Essa avaliação tem deixado os alunos preocupados. Juntando os que ficam preocupados com os que ficam com medo chegamos a 60% dos alunos. A Matemática deveria ser prazerosa, onde o aluno estivesse acumulando seus conhecimentos aula por aula, mas percebemos que por não estudarem muito em casa acabam fazendo da prova um “bicho papão”.

Ao passarmos para a análise específica do assunto da pesquisa que é função afim, notamos que 73% responderam que o professor usa o caminho tradicional: definição do assunto, apresentação de exemplos e em seguida exercícios.

Surpreendentemente, Costa (2008), investigando o conhecimento do professor de Matemática sobre o conceito de função, verificou que este, quando confrontado com questões envolvendo funções que geralmente são abordadas no ensino básico, apresenta um fraco desempenho, demonstrando limitações incompatíveis com o seu grau de formação, ora produzindo os erros dos alunos desta etapa da educação, ora reproduzindo em sala de aula erros de abordagem e de conceito.

Quando questionados como gostariam de aprender o assunto função afim percebi que uma boa parcela respondeu que gostaria de estudar com o auxílio de jogos, softwares e aplicativos para celulares. Nos relembra a importância do uso da tecnologia para o auxílio do ensino-aprendizagem de Matemática.

O interessante é que na outra pergunta se o aluno tinha acesso a internet, a maioria, 86%, disse que tem acesso, grande parte no celular. E hoje temos muitos aplicativos de celular voltados para o ensino da Matemática. Podemos usar esse recurso para o incentivo dos alunos ao interesse pela Matemática.

Inclusive no nosso mestrado que é profissional ao ensino de Matemática tivemos contato com algumas ferramentas como o *App inventor* que é próprio para a criação de programas para celular. Muitos dos colegas de sala, inclusive o próprio pesquisador, ainda não tinha tido contato com o programa. A experiência foi gratificante, surgem novas ideias para trabalhar em sala de aula. Nessas horas a capacitação dos professores é importantíssima.

Antes, a preocupação era com o uso do laboratório de informática. Hoje acreditamos que a preocupação principal seja como tirar proveito do uso dos celulares para a motivação dos alunos para a aprendizagem da Matemática.

Para complementar a pesquisa fiz um questionário com questões específicas sobre função afim. Vamos comentar algumas situações observadas na pesquisa.

Quadro 3: Análise das questões específicas

Nº	Assunto	Grau de dificuldade			
		Fácil	Regular	Difícil	Não lembro
01	Definição de função fim	27%	47%	21%	5%
02	Domínio da função afim	21%	40%	29%	10%
03	Imagem da função afim	22%	34%	26%	18%
04	Construção do gráfico da função afim	47%	30%	17%	6%
05	Identificar os coeficientes da função afim	38%	40%	16%	6%
06	Identificar gráfico da função afim	39%	41%	17%	3%
07	Identificar quando a função é crescente	33%	43%	20%	4%
08	Identificar quando a função é decrescente	36%	41%	18%	5%
09	Raiz da função afim	39%	40%	17%	4%
10	Determinação da função afim a partir dos coeficientes	19%	40%	30%	11%
11	Determinação da função afim a partir de dois pontos	20%	39%	31%	10%
12	Determinação da função afim a partir do gráfico	24%	41%	26%	9%
13	Determinação da função afim a partir de dados tabelados	3%	49%	32%	16%
14	Estudo do sinal da função afim	17%	34%	31%	18%

Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

Quando trabalhamos com função temos que saber a definição da mesma. Na pesquisa 26% não sabem definir a função afim. Não saber a definição da função afim irá interferir em todo o aprendizado do aluno. Na sequência didática que irei abordar, darei atenção para essa fase que é a definição de função afim.

Pais (2002) destaca que um dos principais obstáculos didáticos enfrentados no ensino da matemática, refere-se à forma simplificada e formal como os conteúdos são apresentados nos livros didáticos. Seguindo as ideias do autor, o ensino da matemática deve priorizar a construção e a compreensão dos conceitos, proporcionando atividades significativas e possibilitando aos alunos fazer indagações, observações, comparações e constatações sobre o objeto em estudo para, finalmente, chegar às definições formais.

Ao perguntarmos sobre o domínio da função afim, tivemos 39% dos alunos dizendo que acham difícil ou que não lembram. Para uma parte fundamental no estudo de funções, é um número muito alto detectado na pesquisa. Foi a primeira observação que já me fez pensar na primeira atividade que trabalharia na minha sequência didática.

Como consequência de não entenderem o domínio da função também não conseguem entender o significado da imagem da função. Verifiquei que 44% dos alunos não sabem o significado da imagem da função. Esse dado reforça a importância de trabalhar esse tópico na minha sequência didática.

Ao analisar a construção do gráfico da função afim, percebi que os alunos já têm mais facilidade, 77% acham fácil ou regular. Mas uma coisa é construir o gráfico e outra é interpretar o gráfico. Muitos alunos erram na interpretação do gráfico. Por esse motivo, farei uma atividade na minha sequência didática aonde o aluno possa entender mais as características do gráfico da função afim.

Conforme Tinoco et al. (1998),

> [...] a familiarização do aluno com os diversos tipos de gráficos pode se dar ao mesmo tempo que o aluno adquire as noções de variável e dependência, básicas para a construção do conceito de função. Essas noções ficam cada vez mais claras ao passo que o aluno constrói e interpreta gráficos. (TINOCO et al, 1998, p.12)

O aluno observando a função ele consegue identificar os coeficientes, que são o coeficiente angular e o coeficiente linear. Tivemos 78% dos alunos achando fácil ou regular identificar os coeficientes. Por trabalhar o conceito de coeficiente angular, muita das vezes não se trabalha a taxa de variação, que é realmente o que deveria ser tratada no ensino de função afim. Essa análise me fez colocar uma atividade na minha sequência didática que fizesse o estudante identificar o significado de taxa de variação.

Mas os alunos mesmo sabendo reconhecer os coeficientes mostraram que têm dificuldades para saber quando a função é crescente ou decrescente. Uma média de 25% dos alunos disse ser difícil identificar se a função é crescente ou decrescente. O estudante entender quando a função é crescente ou decrescente ajuda a resolver muitas questões de função afim. Pensando na importância desse tópico, resolvi colocar uma atividade na minha sequência didática que fizesse o estudante reconhecer o crescimento e decrescimento da função afim.

Quando perguntado sobre raiz da função afim o resultado foi bom. Tivemos 79% dos alunos dizendo que é fácil ou regular achar a raiz da função. O importante nessa fase é o aluno identificar o papel da raiz no gráfico da função. O aluno deve saber que é o ponto onde o gráfico corta o eixo das abscissas. Por isso, será colocado uma atividade na minha sequência didática aonde o aluno identificará a característica da raiz da função afim e como observá-la nos gráficos,

Ao serem perguntados sobre a construção da função afim a partir dos coeficientes os alunos demonstraram ter dificuldades, 41% disseram ser difícil ou que não lembram, o que notamos ser estranho na pesquisa, pois eles sabem identificar a posição de cada coeficiente na fórmula da função afim. Mas teve essa porcentagem que não soube relacionar a pergunta a etapa do assunto.

Quando a pergunta foi sobre a construção da função afim através de dois pontos tivemos também 41% dos entrevistados dizendo ser difícil ou que não lembravam. Acredito que essa dificuldade seja pelo uso de sistemas de equações para a obtenção da função. Através da prática sabemos que os alunos têm muita dificuldade de resolver problemas de sistemas de equações, e como consequência qualquer outro assunto que precise dessa base demonstrará a dificuldade dos alunos para desenvolver a aprendizagem do mesmo. Nessa etapa o professor deve ficar atento para uma boa revisão sobre a resolução de sistemas de equações.

Em outra pergunta fiz a análise da construção da função afim através do gráfico. Nessa pergunta percebi 35% dos alunos achando difícil. Se analisarmos as últimas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é a parte da função afim que mais tem sido explorada. O aluno deve saber identificar uma função afim através do gráfico e também chegar a fórmula da função analisando os dados contidos no gráfico.

Outra pergunta que nos deixou preocupado foi com a construção da função afim através dos dados tabulados. Tivemos quase 50% dos alunos demonstrando dificuldade em construir a fórmula da função através dos dados tabulados. Nos deixou preocupado porque isso influenciará no entendimento de outras disciplinas que trabalham com tabelas, como por exemplo Física e Química. Se o aluno não consegue entender na Matemática, consequentemente não saberá analisar na Cinemática por exemplo, que é um assunto tradicional da Física.

Para finalizar essa etapa da pesquisa, fiz a pergunta sobre o estudo do sinal da função afim. Um grande número de alunos, 49%, disse não conseguir entender o assunto. Nessa etapa o aluno já precisa ter visto o estudo da raiz, a análise quando a função é crescente ou decrescente; e como demonstrou ter pouco conhecimento nessas fases, consequentemente sentirá mais dificuldades para o entendimento do estudo dos sinais da função.

Essa etapa nos mostra que são inúmeros fatores que contribuem para o aprendizado ou fracasso dos estudantes. É importante o professor, como facilitador do processo de ensino e aprendizagem, sempre ficar atento e buscar alternativas para melhorar essa relação em sala de aula, e com isso aumentar o índice de aprendizagem dos estudantes.

A pesquisa que apliquei aos estudantes egressos me ajudou a reconhecer o aluno que iria trabalhar na minha sequência didática, e principalmente, na formulação das atividades que usaria na minha sequência didática sobre função afim. Juntamente com as UARC’s de Cabral (2017), faria a formulação da minha sequência didática para o ensino de Função Afim.

3. FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA SOBRE FUNÇÃO AFIM

Neste capítulo mostraremos alguns conceitos que são importantes para o ensino de Função Afim. Começaremos com a parte histórica sobre funções, depois vamos apresentar a ideia de correspondência, o conceito de função, gráfico da função afim, a definição de função afim, a taxa de variação e caracterização da função afim. Esses conceitos serão usados na nossa pesquisa dentro da sequência didática sobre Função Afim.

3.1. A PARTE HISTÓRICA DE FUNÇÕES

Quando pensamos em aprofundar a pesquisa em função afim, percebemos que é importante fazer um apanhado de como evoluiu o conceito de função. Analisando essa sequência histórica será possível organizar melhor algumas novas etapas da pesquisa, como por exemplo a nossa sequencia didática.

Segundo Guimarães (2010), a formulação do conceito de função como é apresentado hoje no ensino básico é bastante recente, datando do final do século XIX. Porém, mesmo sem uma formalização abrangente e aceita universalmente, as noções ligadas ao conceito eram legalmente utilizadas desde épocas antigas, como por exemplo, na contagem, que pode ser interpretada como a relação entre um conjunto de objetos e um conjunto de símbolos (números).

Para Zuffi (2001), o desenvolvimento da noção de função compreende três fases: a Antiguidade, momento em que são verificados alguns casos de dependência entre duas quantidades, sem destacar ainda as noções gerais de quantidades variáveis e de funções. A Idade Média, onde visualizamos as noções funcionais expressas sob forma geométrica e mecânica, em que cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era representado preferencialmente por meio de um gráfico ou por uma descrição verbal. E, por fim, o período Moderno, no qual começam a prevalecer expressões analíticas de funções, sendo, no final do século XVII, o momento mais intenso no desenvolvimento da noção de função, aproximando da que atualmente conhecemos.

Segundo Zuffi (2001), na Grécia Antiga, a noção de função aparece em estudos ligados a fenômenos naturais, como por exemplo, entre os pitagóricos que estudavam a interdependência quantitativa de diferentes quantidades físicas. Nesta época, cada problema era tratado de maneira particular o que exigia uma nova análise, não havendo preocupação com generalizações.

Segundo Boyer (1974), Nicole Oresme (1323-1382), matemático francês, é considerado o primeiro matemático a contribuir efetivamente para a obtenção da representação gráfica de uma função. Mesmo tendo vivido no século da Peste Negra, quando as produções científicas foram escassas, Nicole Oresme publicou “De configurationibus qualitatum et motuum”, onde explica seu método de representar, através de uma figura geométrica, as características mutáveis de grandezas como velocidade e tempo.

Para Guimarães (2010), um dos objetivos era permitir a percepção visual da natureza das variações. Porém, ele nunca usou de fato funções. Suas representações eram meramente qualitativas, não sendo realizadas medições para confeccionar os desenhos. A teoria de Nicole Oresme de localização de pontos por coordenadas, latitude e longitude, influenciou o trabalho de outros matemáticos, principalmente daqueles que contribuíram para o surgimento da Geometria Analítica, como René Descartes e Pierre de Fermat.

De acordo com Eves (2004), coube a Descartes (1696-1750), em seus estudos sobre equações indeterminadas, introduzir a ideia de que uma equação em x e y é uma forma de expressar uma relação de dependência entre quantidades. Nesta época, as curvas eram o principal objeto de estudo na Matemática. Alguns fenômenos passaram a ser representados por curvas e estas passaram a ser expressas por equações.

Segundo Boyer (1974), Isaac Newton (1642-1727) foi o primeiro a usar termos específicos para indicar variáveis independentes (“fluente”) e dependentes (“relata quantitas”). Através da representação de funções como expansões em séries infinitas de potência, Newton abriu campo para o estudo de processos infinitos. E, em 1673, Leibniz utiliza a palavra “função” em seu manuscrito intitulado “Methodus tangentium inversa, seu de fonctionibus” para se referir à quantidade variando ponto a ponto de uma curva. Alguns anos mais tarde, em 1698, Jean Bernoulli utiliza a palavra “função” ao se referir a quantidades que dependem de uma variável e propõe a primeira definição explícita de uma função como expressão analítica, sem estabelecer, no entanto, o modo de construir uma função a partir da variável independente.

Leonard Euler, no século XVIII, foi o primeiro a tratar o cálculo como uma teoria das funções. Euler introduz a notação com parênteses para designar uma função. A definição de função de Leonard Euler é: “ uma função de quantidade variável é uma expressão analítica composta de qualquer modo que seja, desta quantidade e números ou quantidades constantes”. A definição de função proposta por ele, distingue quantidades variáveis das quantidades constantes, no entanto, não explicita o que seria uma “expressão analítica”, termo presente em sua definição.

Passado algum tempo, Euler propõe uma nova definição sobre o conceito de função:

> Se certas quantidades dependem de outras quantidades de maneira que, se as outras mudam, estas quantidades também mudam, então temos o hábito de chamar estas quantidades de funções destas últimas. Esta denominação é bastante extensa e contém nela mesma todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras. Consequentemente, se x designa uma quantidade variável,então todas as outras quantidades que dependem de x, de qualquer maneira, ou que são determinadas por x, são chamadas de funções de x. (ROQUE, 2012, p. 232-233).

Durante todo o século XVIII, observamos uma despreocupação em formalizar o conceito de função. Mas, no século seguinte, a fundamentação rigorosa da Análise passou a fazer parte dos trabalhos de vários matemáticos da época.

De acordo com Zuffi (2001), o matemático francês Augustin Cauchy (1789-1857) estudou e aprofundou a concepção de função, desenvolvendo uma teoria sobre variáveis complexas. No entanto, sua definição para funções ainda era imprecisa.

Das definições para funções propostas naquela época, a que mais se aproxima da aceita atualmente foi apresentada, em 1837, por Peter Gustav Lejeune Dirichlet:

> […] se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo, que sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x. (BOYER,1974, p. 405).

Em meados do século XX, um grupo de matemáticos franceses, entre eles André Weil e Jean Dieudonné, que adotou o pseudônimo de Nicolas Bourbaki, publicou vários trabalhos apresentando a matemática moderna, que teve como consequência a redefinição de conceitos básicos na linguagem de conjuntos. Em 1939, em uma de suas publicações, este grupo propõe a seguinte definição de função:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. A relação entre uma variável x de E e uma variável y de F, é chamada de uma relação funcional em y se, para todo $x \in E$, existe um único $y \in F$ que está associado, na relação dada, com x. Damos o nome de função para a operação que, de alguma forma, associa a cada elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que é associado a x pela relação estabelecida; diz-se que y é o valor da função relativo ao elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional dada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função. (KLEINER, 1989, p. 18).

Este breve panorama histórico nos mostra como foi complexo o caminho percorrido pelos matemáticos em relação ao desenvolvimento histórico do conceito de função. De acordo com Zuffi (2001), os problemas que ocuparam os matemáticos no decorrer dos tempos exerceram forte influência na elaboração do conceito de função.

3.2. FUNÇÃO

Para se entender melhor o conceito de função, é preciso dar ênfase na ideia de correspondência, ao conceito propriamente de função, ao gráfico de função e a definição de Função Afim, que é o nosso objeto de estudo na pesquisa.

3.2.1. A Ideia de correspondência

Segundo Camelo (2013), a ação de "fazer corresponder" está intimamente ligada à ideia de correspondência. Ela surgiu com o conceito de número natural. Podemos citar como exemplo dessa ação o processo de contagem. Ele se realiza fazendo corresponder sucessivamente, a cada objeto da coleção, um número da sucessão natural. A operação "fazer corresponder" é uma das operações mentais mais importantes e que utilizamos constantemente no dia-a-dia. A correspondência ou a associação de dois objetos, exige que haja um antecedente e um consequente. A fim de exemplificar, consideremos os estados brasileiros e suas capitais. Ao pensarmos em um nome de um estado brasileiro, imediatamente o associamos a sua capital, temos, então, uma correspondência: estado brasileiro (antecedente) e capital (consequente). Por outro lado, ao tomarmos o nome de uma determinada capital, logo o associamos ao nome do estado, obtemos, assim, a correspondência: capital (antecedente) estado brasileiro (consequente).

Levando em consideração Camelo (2013), a diferença entre as correspondências citadas aparece ao trocarmos os papéis de antecedente e consequente; nestas condições as correspondências dizem-se recíprocas.

A correspondência em que todo antecedente possui consequente, chama-se completa. Toda correspondência completa em que cada antecedente possui um único consequente chama-se unívoca (um-a-um). Se pelo menos um dos antecedentes possui mais de um consequente, a correspondência chama-se não unívoca (um-a-mais). Quando uma correspondência completa é unívoca e a sua recíproca também, a correspondência chama-se biunívoca.

3.2.2. Noção da Lei de Correspondência

Fenômeno Natural, segundo Caraça (1951), é uma secção da realidade nela recortada arbitrariamente. Há fenômenos que apresentam regularidades, ou seja, comportamento idêntico, dado que as condições iniciais sejam as mesmas. Uma das tarefas mais importantes no trabalho de investigação da natureza é a procura de regularidades dos fenômenos naturais, porém nem todos os fenômenos possuem regularidades. A determinação de regularidades permite a repetição e previsão sobre etapas que não são observáveis.

Para Camelo (2013), a essa regularidade, pela qual o antecedente está associado ao consequente, denominamos *a lei da correspondência*. De acordo com esse conceito, pode haver dois tipos de lei: lei qualitativa, que considera a variação qualitativa do fenômeno, e lei quantitativa, que considera a variação da quantidade do fenômeno. A lei quantitativa que consiste na forma de correspondência unívoca dos elementos de dois conjuntos é um instrumento matemático.

Segundo Camelo (2013), a lei quantitativa pode ser expressa de forma verbal (em linguagem corrente), gráfica (usando sistemas de coordenadas, diagrama de flechas, tabelas ou outras formas não convencionais) e analíticas (expressões matemáticas). A representação de uma correspondência através de tabelas ou diagrama de flechas é uma representação adequada quando os conjuntos envolvidos (antecedentes e consequentes) possuem um pequeno número de elementos. Pode ser bastante útil também, caso os conjuntos envolvidos possuam um número grande de elementos, quando serve para observação do comportamento da correspondência entre os conjuntos e, a partir de casos particulares, identificar regularidades levando à generalização.

3.2.3. Conceito de Função

Para apresentarmos a definição de função, é necessário que tomemos dois conjuntos não-vazios A e B. Diz-se que f é uma *aplicação* de A em B ou *função* de A em B, sendo que de A em B, denota-se por f:A⟶B quando para cada elemento $x \in A$, corresponde um único elemento $y \in B$, em outras palavras, diz-se que o par ordenado $(x,y) \in f$, simbolicamente:

$$f \text{ é } função\ de\ A\ em\ B \Leftrightarrow (\forall\ x\ \in A, \exists|\ y\ \in B/\ (x, y)\ \in\ f)$$

Segundo Pinedo (2007), para que toda relação f:A⟶B seja uma função, duas condições devem ser cumpridas:

(i) $Existência$: $\forall\ x \in A$, $\exists\ y \in B/\ (x,y) \in f$

(ii) $Unicidade$: $\forall\ x \in A$, $\exists|\ y \in B/\ (x,y) \in f$,

isto é, se $(x,\ y_1) \in f \wedge (x, y_1) \in f \Longrightarrow y_1 = y_2$.

Da definição de função, sabe-se que toda função é uma relação, porém, nem toda relação é uma função, o domínio e a imagem de uma função são respectivamente o domínio e imagem da relação que ela representa.

Assim, o conjunto A denomina-se *domínio* de f e pode ser indicado com a notação $D(f)$. Quando uma função tem domínio A, diz-se que ela é definida em A. O conjunto B denomina-se *contradomínio* de f e pode ser indicado com a notação $CD(f)$. Se x é um elemento qualquer de A, então o único y de B associado a x é denominado *imagem* de x pela função f ou *valor da função* f em x e será indicado com a notação $f(x)$.

O conjunto de todos os elementos de B que são imagem de algum elemento de A denomina-se *conjunto-imagem* de f, e pode ser indicado com a notação $I(f)$ ou $Im(f)$.

$$Im(f)=\{y \in B \mid \exists x, x \in A \wedge y = f(x)\}$$

3.2.4. Gráfico de uma Função

A representação da função, pode ser dada também por meio de um gráfico no plano cartesiano. Para tal, além dos conceitos expostos serão necessários os conceitos de *par ordenado*, *produto cartesiano* e de *plano cartesiano*.

Dados dois números reais x e y, o par ordenado destes números reais, denotado por (x, y), é formado quando se escolhe x para ser a primeira coordenada e, consequentemente, y para ser a segunda. Os pares ordenados (x_1, y_1) e (x_2, y_2) são iguais se, somente se, $x_1 = x_2$ e $y_1 = y_2$.

Dados dois conjuntos A e B o produto cartesiano de A por B, indicado por A x B, é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y), com $x \in$ A e $y \in$ B, ou seja,

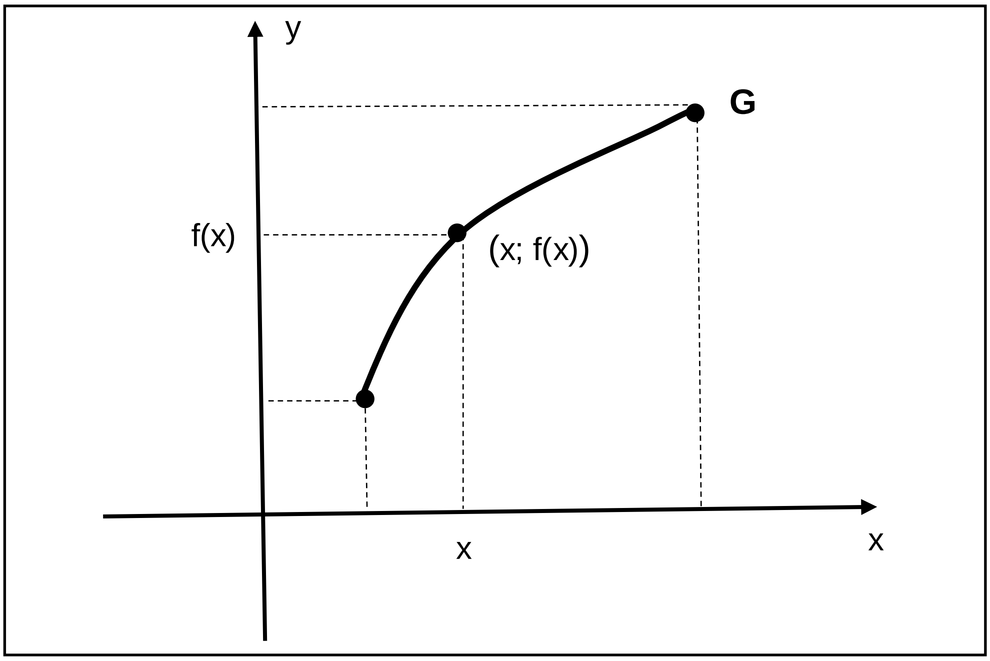
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B\}.$$

Sejam A e B subconjuntos dos números reais, e f uma função de A em B. Algebricamente, o gráfico de f é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) pertencentes ao conjunto A x B para os quais $y = f(x)$. Assim, o gráfico de f é o conjunto

$$G(f) = \{(x, y) \in A \times B \mid y = f(x)\}.$$

A representação geométrica do gráfico de f é o conjunto de todos os pontos do plano cartesiano que estão em correspondência biunívoca com os pares ordenados de G(f). (Figura 3)

Figura 3: Gráfico de uma função.



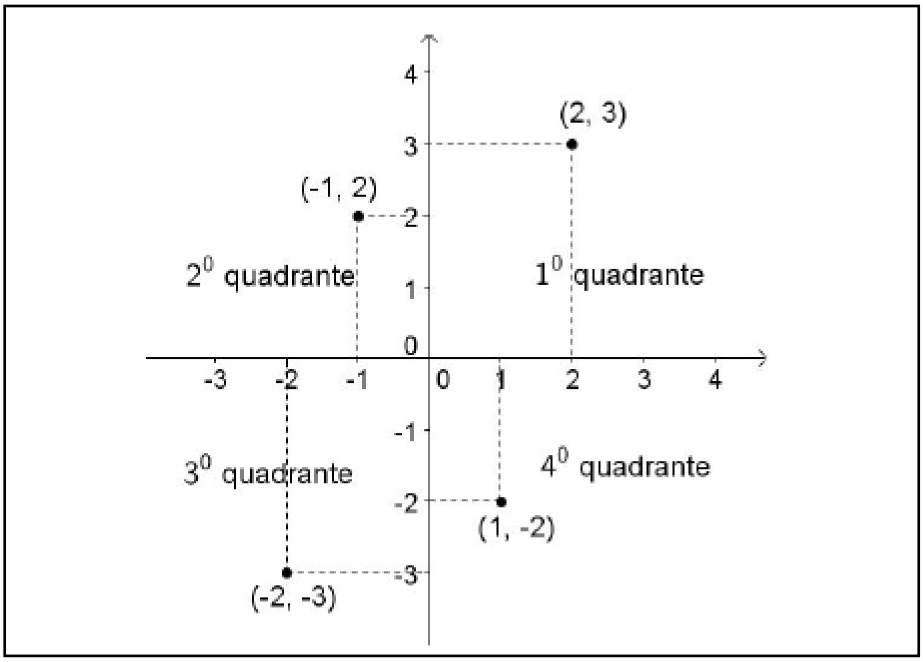
Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

O Plano Cartesiano (Plano Numérico ou $\mathbb{R}^2$) é uma representação geométrica do produto cartesiano $\mathbb{R}$ X $\mathbb{R}$. É representado por duas retas (eixos) perpendiculares e orientadas, uma horizontal e outra vertical, onde cada uma das retas representa o conjunto dos números reais e o ponto *O* de interseção é chamado de origem. Chamamos, geralmente, de eixo x ou *eixo das abscissas*, a reta horizontal e a reta vertical denominamos de eixo y ou *eixo das ordenadas*. O Plano cartesiano permite representar graficamente representações algébricas, por exemplo, um ponto P do plano cartesiano é a representação gráfica de um par ordenado de números reais $(x, y) \in \mathbb{R}$ X $\mathbb{R}$ e denotamos por P = (x, y) , onde x e y são suas *coordenadas*.

Dado um ponto de coordenadas $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, a coordenada x indica a medida do deslocamento a partir da origem para a direita (se positivo) ou para a esquerda (se negativo), e a coordenada y indica o deslocamento a partir da origem para cima (se positivo) ou para baixo (se negativo) (Figura 4).

O Plano Cartesiano é dividido em quatro regiões, chamadas de *quadrantes*, quando $x > 0$ e $y > 0$, o ponto está localizado no primeiro quadrante; quando $x < 0$ e $y > 0$, no segundo; $x < 0$ e $y < 0$, no terceiro; e quando $x > 0$ e $y < 0$, o ponto está localizado no quarto quadrante.

Figura 4: Plano cartesiano



Fonte: Elaborado pelo autor (2017)

3.2.5. Função Afim

Em relação à definição da função afim temos que:

> Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $c$hama-se afim quando existem constantes a e b ∈ $\mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$. (LIMA et al,2012, p.98)

Os autores citam ainda que *a função identidade* $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$*, definida por* $f(x) = x$ *para todo* $x \in \mathbb{R}$*, é afim. Também são afins as translações* $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$*,* $f(x) = x + b$*. São ainda casos particulares de funções afins as funções lineares,* $f(x) = ax$ *e as funções constantes* $f(x) = b$.(LIMA et al, 2012, p.98).

Um caso particular de função afim, a função linear, dada por $f(x) = ax$ é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade.

Segundo Lima (2012), proporcionalidade é uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que, para quaisquer números reais c e x, tem-se $f(cx) = c.f(x)$, chamada *proporcionalidade direta*; ou $f(cx) = \frac{f(x)}{c}$, se c ≠ 0, chamada *proporcionalidade inversa*.

Na definição de proporcionalidade direta, fazendo $a = f(1)$, tomando $x = 1$ temos que $f(c) = f(c.1) = c.f(1) = ac$, para todo $c \in \mathbb{R}$. Fazendo $c = x$, temos $f(x) = ax$, para todo x real. Portanto o modelo que estuda os problemas de proporcionalidade (direta) é a função linear e a é chamado de constante de proporcionalidade.

Teorema: Teorema Fundamental da Proporcionalidade.

Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função linear crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:

(1) $f(kx) = k.f(x)$, $\forall\ x \in \mathbb{R}$ e $\forall\ k \in \mathbb{Z}$.

(2) Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$, $\forall\ x \in \mathbb{R}$.

(3) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, para quaisquer $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

Demonstração

Primeiramente, suponha que f verifica a condição (1).

Tomemos o número racional $q = \frac{n}{m}$, n, m $\in \mathbb{Z}$ e não nulos. Assim, $nf(x) = f(nx) = f(qmx) = f(mqx) = mf(qx)$, Implica que $\frac{n}{m}\, f(x) = f(qx)$, ou seja, $qf(x) = f(qx)$.

Assim, a igualdade $f(kx) = kf(x)$, é ampliada para $\forall\ x \in \mathbb{R}$ e $\forall\ k \in \mathbb{Q}$.

Seja $a = f(1)$. Como $f(0) = f(0.0) = 0.f(0) = 0$ e f é crescente, temos que $a = f(1) > f(0) = 0$. Logo, a é positivo e $f(q) = f(q.1) = q.f(1) = a.q$; $\forall\ q \in \mathbb{Q}$.

Mostremos agora que se tem $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Vamos supor, por absurdo, que existe algum número real x (necessariamente irracional) tal que $f(x) \neq ax$ ($f(x) > ax$ ou $f(x) < ax$. Vamos considerar que $f(x) > ax$ (O caso $f(x) < ax$ é tratado de maneira análoga). Como x e $a = f(1) > 0$ são fixos, deve existir algum número racional q tal que $\frac{f(x)}{a} > q > x$. Logo, $f(x) > aq = f(q)$. Mas isto é uma contradição, uma vez que a função f é crescente e, $q > x$, deveríamos ter $f(q) > f(x)$, o que prova que f verifica a condição (2).

Agora, suponha que f verifica a condição (2): Consideremos $z = x_1+x_2$ onde $z, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Pelo item (2), segue que $f(z) = az$. Como $z = x_1+x_2$, novamente por (2) temos que $f(x_1+ x_2) = f(z) = az = a\ (x_1+x_2) = ax_1+ax_2 = f(x_1)+ f(x_2)$, o que prova que f verifica a condição (3).

A demonstração que (3) implica em (1) pode ser encontrada em Lima (2012). Faremos a prova para k inteiro positivo (para k inteiro negativo é análoga). Seja $x \in \mathbb{R}$.

Fazendo $x_1 = x$, $x_2 = x$, . . . , $x_k = x$, temos

$$f(kx) = f(x_1 + x_2 + \cdots + x_k) = f(x_1) + [f(x_2 + x_3 + \cdots + x_k)]$$

$$f(kx) = f(x_1) + f(x_2) + [f(x_3 + \cdots + x_k) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_k)$$

$$f(kx) = k.f(x).$$

Observação: O teorema da proporcionalidade considera que quando a função f é *crescente*, tem-se $a = f(1) > 0$. O resultado é análogo para o caso de f ser *decrescente*, ou seja, neste caso tem-se que $a = f(1) < 0$.

Concluímos do Teorema Fundamental da Proporcionalidade que uma condição suficiente para que $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ seja uma função linear, é:

1. f deve ser crescente ou decrescente e
2. $f(n.x) = n.f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{Z}$.

3.2.6. Taxa de Variação

A taxa de variação média de uma função real f , em relação a sua variável independente x, é a razão entre a variação sofrida pela função quando x varia. Por exemplo, tomando dois valores reais quaisquer, x_1 e x_2, definimos $\Delta x = x_2 - x_1$ a variação de x_1 à x_2, ou seja, $x_2 = x_1 + \Delta x$. Já a variação da função f de $y_1 = f(x_1)$ à $y_2 = f(x_2)$ é definida por $\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = (y_2 - y_1)$.

Se $x_1 \neq x_2$, podemos calcular a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. E essa razão é chamada de *taxa de variação média* (ou taxa de crescimento) da função f em relação a x quando x varia de x_1 à x_2.

Proposição: A taxa de variação média de uma função afim dada por $f(x) = ax + b$ é constante e igual ao coeficiente *a*.

Demonstração:

Calculando a razão $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ obtemos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

O sinal da *taxa de variação* média, no caso, o coeficiente a da função afim $f(x) = ax + b$ determina se a mesma é *crescente* ou *decrescente*.

- Se $a > 0$, então a função é *crescente*. De fato: Se $x_1 < x_2$, então $ax_1 < ax_2$ logo $ax_1 + b < ax_2 + b$, ou seja, $f(x_1) < f(x_2)$;

- Se $a < 0$, então a função é *decrescente*. De fato: Se $x_1 < x_2$, então $ax_1 > ax_2$ logo $ax_1 + b > ax_2 + b$, ou seja, $f(x_1) > f(x_2)$;

- Se $a = 0$, então a função é *constante*. Neste caso, temos $f(x) = b$, para todo x real.

- Se $a \neq 0$, então o valor $x = -\frac{b}{a}$ é o *zero* da função f.

3.2.7. Caracterização de uma Função Afim

O Teorema da Caracterização de uma Função Afim vem a responder o porquê de uma função afim ser o modelo matemático adotado para um determinado problema.

Ele garante que em determinadas condições, se a taxa de variação de uma função, com relação a sua variável independente *x*, for constante (independe de *x*), então a função é uma função afim.

Teorema: *Teorema da Caracterização de uma Função Afim*.

Seja *f* : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função monótona crescente ou monótona decrescente. Se o acréscimo $f(x + \Delta x) - f(x)$ depender apenas de Δx, mas não de x, então f é uma função afim.

Demonstração:

Seja h = Δx. Sem perda de generalidade vamos supor f crescente. Seja f uma função qualquer e g uma função satisfazendo a condição $f(x+h)-f(x)=g(h)$, ou seja, a variação de f em relação à x depende apenas de h. Observemos que $g(0)=f(x+0)-f(x)=0$.

Se $h_1 < h_2$, então $g(h_1)=f(x+\ h_1)-f(x) < f(x+\ h_2)-f(x)=g(h_2)$. Portanto g também é crescente.

Calculemos $g(v+h)$, para v e h reais quaisquer,

$$g(v+h)=f\big(x+(h+v)\big)-f(x)=\ f\big((x+v)+h\big)-f(x)$$

Somando e subtraindo $f(x+v)$ do lado direito, obtemos

$$g(v+h)=f((x+v)+h)-f(x+v)+f(x+v)-f(x)$$

$$g(v+h)=[f((x+v)+h)-f(x+v)]+[f(x+v)-f(x)]$$

$$g(v+h)=g(h)+g(v).$$

Visto que a função g satisfaz as condições do Teorema Fundamental da Proporcionalidade, conclui-se que g é uma função afim.

Logo, fazendo $a=g(1)$, temos $g(h)=ah$; $\forall\ h\ \in\ \mathbb{R}$. Isto quer dizer que $f(x+h)-f(x)=ah$. Tomando $x=0$, temos que $f(0+h)-f(0)=ah$ ou $f(h)-f(0)=ah$. Chamando $f(0)=b$, temos $f(h)=ah+b$; $\forall\ h\ \in\ \mathbb{R}$.

Substituindo h por x obtemos $f(x)=ax+b$, $\forall\ x\ \in\ \mathbb{R}$, ou seja, f é uma *função afim*.

3.2.8. Gráfico da Função Afim

Nesse tópico, será comprovado que, em qualquer função afim, o gráfico é uma reta não vertical (não paralela ao eixo y).

Teorema:

O gráfico de uma função afim $f\colon x \to y=f(x)=a.x+b$ *é uma reta.*

Demonstração:

Basta verificar que três pontos quaisquer do gráfico de f são colineares. Sejam, portanto, $P_1=(x_1,a.x_1+b)$, $P_2=(x_2,a.x_2+b)$ e $P_3=(x_3,a.x_3+b)$.

Para verificar que P_1, P_2 e P_3 são colineares, é necessário e suficiente que o maior dos três números $d(P_1,P_2)$, $d(P_2,P_3)$ e $d(P_1,P_3)$ seja igual à soma dos outros dois. Sem perda de generalidade, pode-se supor que as abscissas x_1, x_2 e x_3, foram ordenadas de modo que $x_1 < x_2 < x_3$.

A fórmula da distância entre dois pontos apresenta:

$d(P_1,P_2) = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + [(ax_2+b)-(ax_1+b)]^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + [a.(x_2-x_1)]^2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + a^2.(x_2-x_1)^2} = \sqrt{(1+a^2).(x_2-x_1)^2}$
$= (x_2-x_1).\sqrt{(1+a^2)}$

Agora, fazendo as outras duas distâncias, temos:

$d(P_2,P_3) = \sqrt{(x_3-x_2)^2 + (y_3-y_2)^2} = (x_3-x_2).\sqrt{(1+a^2)}$ e

$d(P_3,P_1) = \sqrt{(x_3-x_1)^2 + (y_3-y_1)^2} = (x_3-x_1).\sqrt{(1+a^2)}$

Desenvolvendo $d(P_3,P_1)$

$d(P_1,P_3) = (x_3-x_1).\sqrt{(1+a^2)}$

$d(P_1,P_3) = (x_3-x_2+x_2-x_1).\sqrt{(1+a^2)}$

$d(P_1,P_3) = [(x_3-x_2)+(x_2-x_1)].\sqrt{(1+a^2)}$

$d(P_1,P_3) = (x_3-x_2).\sqrt{(1+a^2)} + (x_2-x_1).\sqrt{(1+a^2)}$

Daí, temos: $d(P_1,P_3) = d(P_2,P_3) + d(P_1,P_2)$

Será usada uma segunda prova para o mesmo teorema, usando agora a geometria.

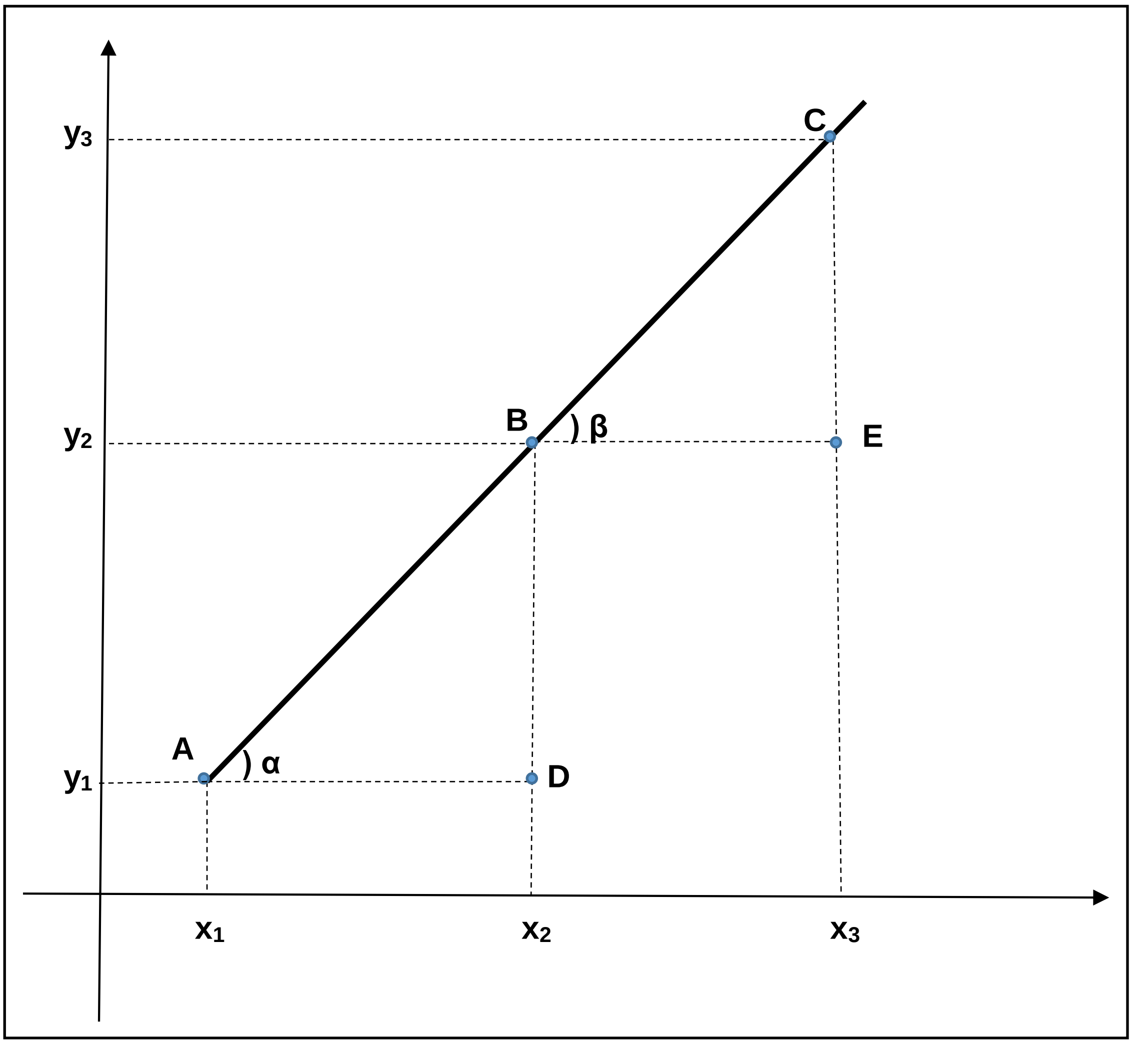
Teorema:

O gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ é uma reta.

Demonstração:

Sejam *A*, *B* e *C* três pontos quaisquer, distintos dois a dois, do gráfico cartesiano da função $y = ax + b$ e $(x_1,y_1), (x_2,y_2)$ e (x_3,y_3), respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos (Figura 5).

Figura 5: Representação gráfica da função



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Para provar que os pontos *A*, *B* e *C* pertencem à mesma reta, mostra-se,

Inicialmente, temos que os triângulos retângulos *ADB* e *BEC* são semelhantes.

$(x_1, y_1) \in f \implies a.x_1 + b$

$(x_2, y_2) \in f \implies a.x_2 + b$

$(x_3, y_3) \in f \implies a.x_3 + b$

Subtraindo membro a membro, tem-se:

$y_3 - y_2 = a.(x_3 - x_2)$ e

$y_2 - y_1 = a.(x_2 - x_1)$

Tem-se então:

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

Os triângulos *ADB* e *BEC* são retângulos e lados proporcionais e, então, são semelhantes e, portanto, *α* = *β*. Segue-se que os pontos *A*, *B* e *C* estão alinhados.

Outro teorema que podemos destacar é:

Toda reta não vertical r é o gráfico de uma função afim.

Para provar, são dados dois pontos distintos: $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ na reta *r*. Como r não é vertical, tem-se necessariamente $x_1 \neq x_2$. Logo, existe uma função afim $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$. O gráfico de f é uma reta que passa pelos pontos P_1e P_2. Logo, essa reta coincide com *r*.

Por intermédio da construção do gráfico da função afim, pode-se ressaltar uma característica importante sobre o conjunto imagem. Se o domínio da função afim é o conjunto dos reais, então, a imagem é o conjunto dos números reais.

Teorema:

O conjunto imagem da função afim $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definida por* $f(x) = ax + b$*, com* $a \neq 0$*, é* $\mathbb{R}$*.*

De fato, qualquer que seja $y \in \mathbb{R}$ existe $x = \frac{y-b}{a} \in \mathbb{R}$, tal que:

$$f(x) = f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a.\frac{y-b}{a} + b = y$$

Neste capítulo foram apresentados conteúdos matemáticos que são abordados dentro do assunto Função Afim. Na nossa pesquisa, especificamente, trabalhamos os assuntos que serão abordados dentro da nossa sequência didática, a qual será apresentada no próximo capítulo da pesquisa.

4. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo, apresentaremos o conjunto das cinco unidades articuladas de reconstrução conceitual (5 UARC's) que compõem a sequência didática proposta para ao ensino de Função Afim. Para cada UARC foi feita uma análise a priori, onde comentamos os objetivos pretendidos e o porquê tais UARC's foram elaboradas.

Para referência no que trabalharemos na sequência didática usaremos os descritores do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) apresentados no quadro 2, aonde especifica algumas práticas sobre função afim.

Quadro 4**:** Descritores do SAEB que estarão na sequência didática

Descritores	Conteúdo
D14 – Identificar a localização de números reais na reta numérica **D18** – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela; **D19** – Resolver problema envolvendo uma função de primeiro grau; **D20** – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos; **D21** – Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto; **D23** – Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes; **D24** – Reconhecer a representação algébrica de uma função do primeiro grau, dado o seu gráfico; **D34** – Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos	• Função afim; • Taxa de variação; • Gráfico da função afim; • Função afim crescente ou decrescente; • Zero da função afim; • Resolução de questões envolvendo função afim.

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Porém, antes de explorar a sequência didática, apresentaremos dois instrumentos que antecedem a sequência: *um Teste de Verificação* e *uma Oficina de Conhecimentos Prévios*. Os dois instrumentos servem de base para relembrar os assuntos prévios e necessários para entender os conceitos da Função Afim que serão explorados na sequência didática.

Os alunos que participaram da pesquisa são do primeiro ano do Ensino Médio, que carregam muitas dificuldades acumuladas das séries anteriores, principalmente das séries finais do Ensino Fundamental. E essas dificuldades podem interferir nos resultados da aplicação da Sequência Didática. Por isso, para minimizar as possíveis dificuldades durante o processo da aplicação da sequência didática, optamos por utilizar estes dois instrumentos, os quais serão tratados a seguir.

4.1. TESTE DE VERIFICAÇÃO E OFICINA DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

O *Teste de Verificação* (Anexo D) corresponde a um instrumento, em uma folha, contendo 5 questões de assuntos considerados como pré-requisitos para o entendimento da minha sequência didática sobre Função Afim. Os conteúdos abordados no teste foram: *Conjuntos Numéricos*, *Polinômios*, *Expressão Numérica*, *Valor Numérico* e *Plano Cartesiano*. O objetivo do teste é verificar se os alunos apresentam o conhecimento dos assuntos que são necessários para a execução das atividades relacionadas a sequência didática.

Ao fazer uso da sequência didática, recomenda-se ao professor, verificar previamente se os alunos dominam os conteúdos mínimos para o entendimento da sequência.

Se os alunos participantes do teste apresentarem um bom desempenho, podem ser submetidos diretamente às atividades da sequência didática. Caso contrário, se os alunos apresentarem baixo desempenho no teste, deve ser realizada uma *Oficina de Conhecimentos Prévios*, que corresponde a uma aula de revisão sobre os temas importantes para o entendimento das atividades da sequência didática.

Essa Oficina serve de nivelamento em relação aos conhecimentos mínimos para a aplicação da sequência didática. Na oficina, recomenda-se reforçar os temas utilizados no Teste de Verificação, principalmente os que apresentaram mais dificuldades aos alunos e que são necessários para um bom desenvolvimento da sequência didática.

O objetivo desses dois instrumentos é minimizar as possíveis dificuldades que possam vir a ocorrer durante a fase da experimentação, ou seja, no processo da aplicação das UARC's.

4.2. SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

Nesse momento, apresentaremos a Sequência Didática para o Ensino de Função Afim. Essa sequência é composta por cinco UARC's, onde cada uma trata de um ou mais tópicos relacionados ao tema em questão. A UARC 1 trabalha a ideia inicial de Função Afim, onde mostra a relação entre as variáveis e como elas se comportam. A UARC 2 trata da Taxa de Variação, que é importante para identificar crescimento e decrescimento da função. Vou explorar a taxa de variação sem formalizar o gráfico no primeiro momento. Quero ver se alguns alunos conseguem responder observando o gráfico. Na UARC 3 será tratado o gráfico da Função Afim. A UARC 4 trabalha o Crescimento e Decrescimento da Função Afim. E a UARC 5 trata do Zero da Função.

Após cada UARC é feita uma Intervenção Formalizante, aonde será dado o teor formal da Matemática ao tema abordado.

A seguir apresentamos as UARC's da nossa Sequência Didática.

4.2.1. UARC 1: Função Afim

Título: Função afim **Objetivo**: Reconhecer uma função afim **Material**: Roteiro da atividade, papel, caneta e calculadora. **Procedimento**: Analise cada situação apresentada e determine o solicitado.

[I_i] Um produto muito consumido pelos bujaruenses é o açaí. O litro do açaí em Bujaru está R$ 12,00. Responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria por 2 litros?

[I_r] b) Quanto você pagaria por 3 litros?

[I_r] c) Quanto você pagaria por 4 litros?

[I_r] d) O que é constante nessa atividade?

[I_r] e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?

[I_r] g) Quanto você pagaria por x litros?

[I_r] h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago levando em consideração a quantidade de litros comprados.

[I_E] i) Usando a relação que montou na letra "h", calcule o valor a pagar quando comprar:

i.1) 4 litros.

i.2) 15 litros

[I_i] Quem possuí veículos sabe que a gasolina teve sucessivos aumentos. O litro da gasolina está R$ 4,20 em Bujaru. Responda:

[I_r] a) Quanto você pagaria por 2 litros?

[I_r] b) Quanto você pagaria por 3 litros?

[I_r] c) Quanto você pagaria por 4 litros?

[I_r] d) O que é constante nessa atividade?

[I_r] e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?

[I_r] g) Quanto você pagaria por x litros?

[I_r] h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração da quantidade de litros comprados.

[I_i] 3) Numa corrida de táxi sempre é cobrado um valor fixo da bandeirada de R$4,00, mais R$2,00 por Km rodado. Seguindo essas informações, responda:
[I_r] a) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 2 Km?

[I_r] b) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 3 Km?

[I_r] c) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 4 Km?

[I_r] d) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 5 Km?

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] g) A variação da quantidade de quilômetros rodados implica, de alguma forma, no preço a ser pago na corrida de táxi? De que forma?

[I_r] h) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de x Km?

[I_r] i) Se representarmos por V o valor a ser pago e x a quantidade de quilômetros percorridos, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração a quantidade de quilômetros percorridos.

[I_E] j) Usando a relação que montou na letra “i”, calcule o valor a ser pago quando percorrer:
j.1) 4 Km

j.2) 20 Km

[I_i] 4) O salário de um entregador de gás de cozinha é R$ 700,00 fixo mais R$2,00 por cada gás que ele entrega. Seguindo essas informações, responda:
[I_r] a) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 30 botijões de gás no mês?

[I_r] b) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 40 botijões de gás no mês?

[I_r] c) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 50 botijões de gás no mês?

[I_r] d) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse 60 botijões de gás?

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] g) A variação da quantidade de botijões entregues implica, de alguma forma, no salário do entregador de botijões? De que forma?

[I_r] h) Qual seria o salário final do entregador de gás se ele entregasse x botijões de gás?

[I_r] i) Se representarmos por S o salário do entregador de gás e x a quantidade de botijões entregues, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor do salário do entregador em consideração a quantidade botijões que foram entregues.

[I_E] j) Usando a relação que você montou na letra "i", calcule o salário do entregador quando deixar:
j.1) 50 botijões.
j.2) 80 botijões.

[I_i] 5) O custo fixo é aquele que não varia conforme a alteração na produção, ou seja, se mantém estático seja qual for o volume produzido na empresa. Por outro lado, o custo variável flutua em proporção direta com as mudanças na produção, ou seja, seus valores se alteram de acordo com as unidades que são produzidas. Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$15,00 mais um custo variável de 3 reais por unidade produzida. Seguindo essas informações, responda:

[I_r] a) Qual o custo total para a produção de 5 peças?

[I_r] b) Qual o custo total para a produção de 8 peças?

[I_r] c) Qual o custo total para a produção de 10 peças?

[I_r] d) Qual o custo total para a produção de 80 peças?

[I_r] e) O que é constante nessa atividade?

[I_r] f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

[I_r] g) Qual o custo total para a produção de x peças?

[I_r] h) Se representarmos por C o custo total para a produção das peças e x a quantidade de peças produzidas, estabeleça a relação Matemática que calcula o custo total para a produção das peças em consideração a quantidade de peças produzidas.

[I_E] i) Usando a relação que montou na letra "h", calcule o custo total para a produção de:
i.1) 10 peças.

i.2) 220 peças

[I_E] Observe os modelos que foram gerados nas atividades desenvolvidas e preencha o quadro a seguir:

Atividade	**Modelo gerado**	**Quais são as variáveis?**	**Qual a variável dependente?**	**Qual a variável independente?**
1ª	P =12. x			
2ª	P = 4,2. x			
3ª	V = 4 + 2. x			
4ª	S = 700 + 2. x			
5ª	C = 15 + 3. x			

[I_r] 2) As expressões que relacionam as variáveis em cada modelo são expressões algébricas polinomiais de que grau?

[I_F - 01]

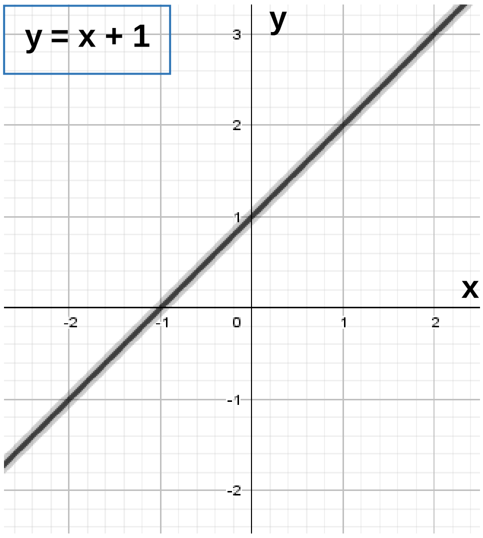
As relações algébricas que relacionam duas variáveis, normalmente nos livros didáticos as letras $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{x}$, levando em consideração o resultado da combinação das operações de adição e/ou multiplicação da primeira com números reais, onde dizemos que o valor de $\boldsymbol{y}$ está em função do valor de $\boldsymbol{x}$, representado por $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ e são do tipo $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{ax} + \boldsymbol{b}$ **,** são exemplos da ***lei de formação*** da ***função afim*** que é definida como: Uma função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, chama-se ***afim*** quando existem constantes a, b $\in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. O "a" é denominado ***taxa de variação***.

Analise *a priori:* Nessa primeira UARC, usamos 5 atividades do cotidiano dos estudantes para que os mesmos identifiquem um padrão nas expressões que irão montar. Para reconhecer o padrão os estudantes devem perceber a relação entre as variáveis analisadas. Em cada atividade dessa UARC o estudante irá montar expressões no formato $y = ax + b$, ou quando $b = 0$, terá $y = ax$. A partir do momento que os estudantes reconhecerem o padrão nas relações esperamos formalizar o conceito de função afim. Essa UARC foi elaborada para facilitar a definição de função afim através de resolução de problemas, e não partindo das fórmulas para os exercícios.

4.2.2. UARC 2: Taxa de Variação

Título: Taxa de variação **Objetivo**: Reconhecer a importância da taxa de variação na função afim. **Material:** Roteiro da atividade, papel, caneta. **Procedimento:** Analise as situações e responda o que se pede.

[I_i]1) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:



[I_r] a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)

[I_r] b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)

[I_r] c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.

[I_r] d) A diferença na letra “c” deu positiva ou negativa?

[I_r] e) Qual o valor de y quando x= 1 ? (situação 3)

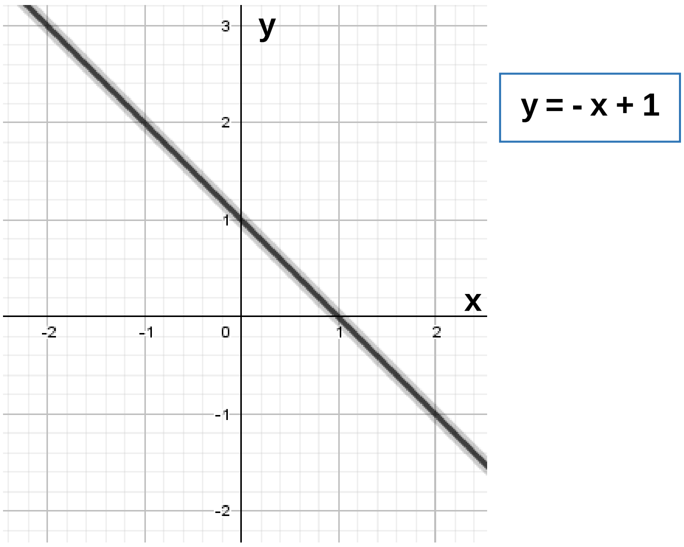
[I_r] f) Qual o valor de y quando x= 2 ? (situação 4)

[I_E] g) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 4 e situação 3.

[I_r] h) A diferença na letra “g” deu positiva ou negativa?

[I_r] i) Os valores encontrados nas letras “c” e “g” foram iguais?

[I_i] 2) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:



[I_r] a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)

[I_r] b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)

[I_E] c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.

[I_r] d) A diferença na letra “c” deu positiva ou negativa?

[I_r] e) Qual o valor de y quando x= 1 ? (situação 3)

[I_r] f) Qual o valor de y quando x= 2 ? (situação 4)

[I_E] g) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 4 e situação 3.

[I_r] h) A diferença na letra “g” deu positiva ou negativa?

[I_r] i) Os valores encontrados nas letras “c” e “g” foram iguais?

[I_r] j) Comparando a primeira com a segunda questão, o que está mudando nas funções?

[I_r] k) O que mudou nas funções interferiu na diferença entre os valores dos y?

[I_r] l) Acha que essa diferença interfere na construção do gráfico da função?

[I_F - 02]

Toda função afim $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$ tem dois valores importantes, que é o $\boldsymbol{a}$**,** chamado de *taxa de variação*, e o $\boldsymbol{b}$**,** chamado de *coeficiente linear*, que servem para a análise de muitas informações sobre a função afim, entre elas podemos citar o crescimento e decrescimento da função. A taxa de variação depende da variação de y, Δy, e da variação de x, Δx . A variação de y, no caso Δy , indicará se a taxa de variação será positiva ou negativa.

Analise *a priori:* Nessa segunda UARC o objetivo é fazer os estudantes calcularem valores para y a partir de valores dados de x, ou se já tiver prática com o plano cartesiano, tirar os valores de y através da observação do gráfico da função afim dada. Após os cálculos desses valores, eles irão fazer a diferença entre os valores de y e verificar se ocorre um padrão entre os valores. Espero que eles identifiquem que a variação é constante. Faremos a análise primeiro em cima de diferenças positivas e depois entre diferenças negativas. Finalizaremos a UARC pedindo aos estudantes para ver se o resultado encontrado nas variações pode interferir no gráfico da função afim. É uma atividade que poderia vir após a UARC sobre o gráfico da função afim, mas gostaria de fazer uma análise se é viável ou não começar com a taxa de variação antes de falar em gráfico da função afim. Encerrarei a UARC fazendo a formalização da Taxa de Variação.

4.2.3. UARC 3: Gráfico da Função Afim

Título: Gráfico da função afim **Objetivo:** Descobrir a representação gráfica da função afim. **Material:** Roteiro da atividade, papel, caneta. **Procedimento**: Analise cada situação e responda o solicitado.

[I_i] 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$, responda:

[I_r] a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

[I_r] b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

[I_r] c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

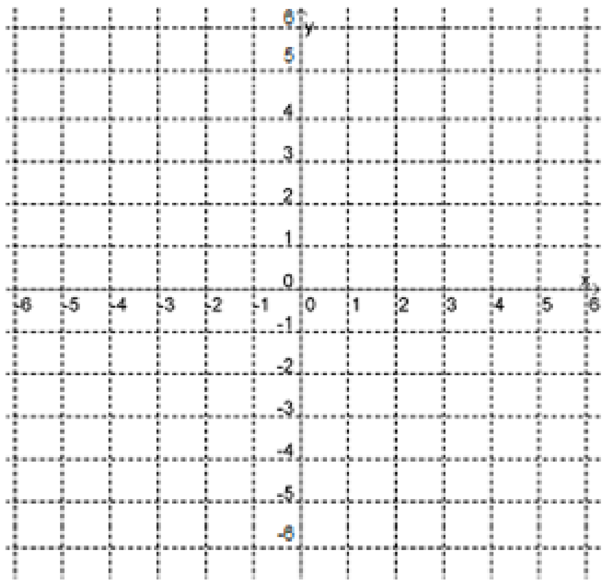
[I_r] d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

[I_r] e) Qual o valor da função quando $x = 2$?

[I_E] f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

$\boldsymbol{x}$	**f(x)**	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	**Pontos**
-2			A
-1			B
0			C
1			D
2			E

[I_E] g) No plano cartesiano a seguir, marque os pontos da tabela acima.



[I_r] h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

[I_r] i) Os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

[I_E] i) Coloque agora os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[I_r] j) Se os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

[I_r] k) Os pontos (2, 1) e (3, 6) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

[I_E] l) Coloque agora os pontos (2, 1) e (3, 6) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[I_r] m) Se os pontos (2, 1) e (3, 6) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

[I_r] n) Observando a figura traçada no plano cartesiano do item “g”, é possível afirmar que todos os pontos analisados estão numa mesma reta?

[I_E] o) Complete com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

o.1) (3, 5) _______ f(x) = x + 2

o.2) (3, 7) _______ f(x) = x + 2

o.3) (5, 7) _______ f(x) = x + 2

o.4) (10, 12) _______ f(x) = x + 2

o.5) (-4, -2) _______ f(x) = x + 2

o.6) (-5, -1) _______ f(x) = x + 2

p.7) (-12, -10) _______ f(x) = x + 2

[I_r] p) Todos os pontos que pertencem a função f(x) = x + 2 estão numa reta?

[I_i] 2) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -2x + 2$, responda:

[I_r] a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

[I_r] b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

[I_r] c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

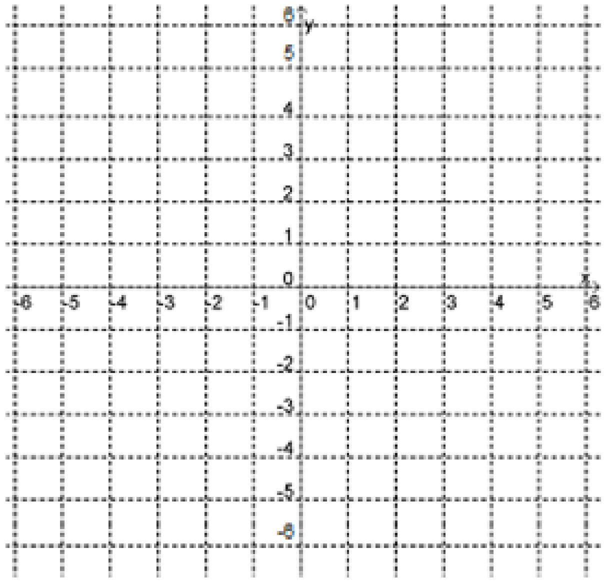
[I_r] d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

[I_r] e) Qual o valor da função quando $x = 2$?

[I_E] f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

$\boldsymbol{x}$	**f(x)**	$(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$	**Pontos**
-2			A
-1			B
0			C
1			D
2			E

[I_E] g) No plano cartesiano a seguir, marque os pontos da tabela acima.



[I_r] h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

[I_r] i) Os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) pertencem a função $f(x) = -2x + 2$?

[I_E] i) Coloque agora os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[I_r] j) Se os pontos (3,-4), (4,-6) e (5,-8) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

[I_r] k) Os pontos (-3, -5) e (-4, 4) pertencem a função $f(x) = -2x + 2$?

[I_E] l) Coloque agora os pontos (-3, -5) e (-4, 4) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

[I_r] m) Se os pontos (-3, -5) e (-4, 4) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

[I_r] n) Observando a figura traçada no plano cartesiano do item “g”, é possível afirmar que todos os pontos analisados estão numa mesma reta?

[I_E] o) Complete com ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence):

o.1) (-3, 5) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.2) (-3, 8) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.3) (0, 1) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.4) (0, 2) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.5) (0, 3) _______ $f(x) = -2x + 2$

o.6) (2, 0) _______ $f(x) = -2x + 2$

p.7) (1, 0) _______ $f(x) = -2x + 2$

[I_r] p) Todos os pontos que pertencem a função $f(x) = -2x + 2$ estão numa reta?

[I_F - 03]

Toda função afim *f(x)* = *ax* + *b*, f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, terá como representação uma ***reta*** não paralela aos dois eixos do plano cartesiano. Temos alguns casos particulares: 1º) Se o b = 0, a reta passa pela origem e a função é denominada ***função linear***;

2º) Se a = 0 a função terá a forma f(x) = b, então a reta será paralela ao eixo das abscissas e a função é denominada ***função constante***.

Analise *a priori:* Essa UARC foi elaborada com a pretensão de que os estudantes reconheçam a representação gráfica da Função Afim. Para isso, exploramos tabelas e o plano cartesiano, aonde os estudantes ao colocarem os pontos (x,y) no plano cartesiano, irão identificar se esses pontos estão numa reta ou fora da reta. Espero que os alunos consigam entender que sempre que tiver uma função afim, o gráfico será uma reta, e que todos os pontos da respectiva função devem pertencer a essa reta. Acredito que não teremos muitas dificuldades nessa UARC, pois a base dela é o plano cartesiano, e iremos relembrar esse assunto na Oficina de Conhecimentos Prévios. A partir desse entendimento os alunos poderão resolver questões envolvendo gráficos com retas.

4.2.4. UARC 4: Função crescente e função decrescente

Título: Função crescente e função decrescente. **Objetivo**: Descobrir uma relação entre a taxa de variação da função afim e o seu gráfico. **Material:** Roteiro da atividade, papel, caneta. **Procedimento:** Analise as situações e responda o que se pede.

[I_i – I_E] 1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$. Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	*y = f(x)*
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

[I_r] a) Qual o valor da taxa de variação?

[I_r] b) A taxa de variação é positiva ou negativa?

[I_r] c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?

[I_r] d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?

[I_r] e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?

[I_i - I_E] 2) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x + 2$ Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	$y = f(x)$
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

[I_r] a) Qual o valor da taxa de variação?

[I_r] b) A taxa de variação é positiva ou negativa?

[I_r] c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?

[I_r] d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?

[I_r] e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?

[I_r] f) A taxa de variação foi positiva na primeira questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?

[I_r] g) A taxa de variação foi negativa na segunda questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?

[I_F - 04]

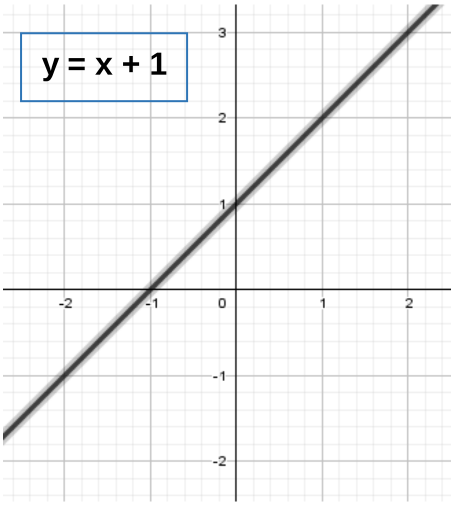
Quando aumentamos os valores da *variável independente* (no eixo das abscissas) na função afim, e ocorre o aumento dos valores da *variável dependente* (no eixo das ordenadas); ou quando diminuem valores da *variável independente* e também diminuem os valores da *variável dependente,* temos a **função crescente**. A taxa de variação será *positiva* nesse caso.

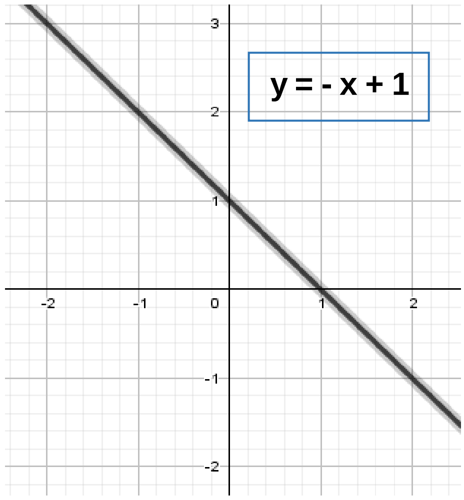
Já quando aumentamos os valores da *variável independente* (no eixo das abscissas) na função afim, e ocorre a diminuição dos valores da *variável dependente* (no eixo das ordenadas); ou quando diminuem valores da *variável independente* e aumentam os valores da *variável dependente,* temos a **função decrescente**. A taxa de variação será *negativa* nesse caso.

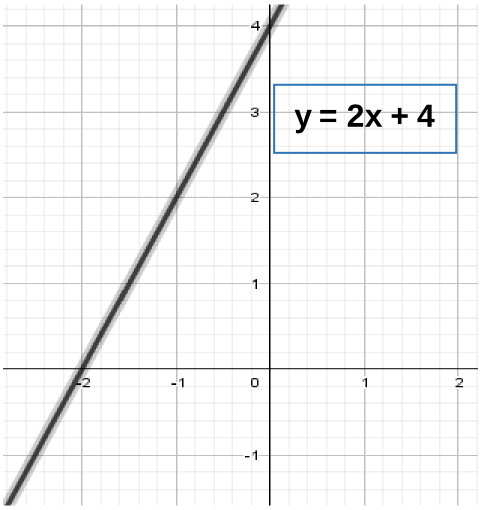
Análise a *priori:* Nessa UARC, vamos fazer os estudantes observarem o que acontece com a variável dependente quando aumentamos a variável independente, ou seja, o que acontece com y quando aumentamos o valor de x. Vamos trabalhar com funções diferentes, tanto com taxa de variação positiva quanto taxa de variação negativa. Esperamos que o estudante perceba se está aumentando ou diminuindo o valor da variável dependente. Ao mesmo tempo, exploraremos o sinal da taxa de variação para que o estudante perceba que o sinal influencia no crescimento ou decrescimento da função afim. Acreditamos que a atividade será bem assimilada pelos alunos.

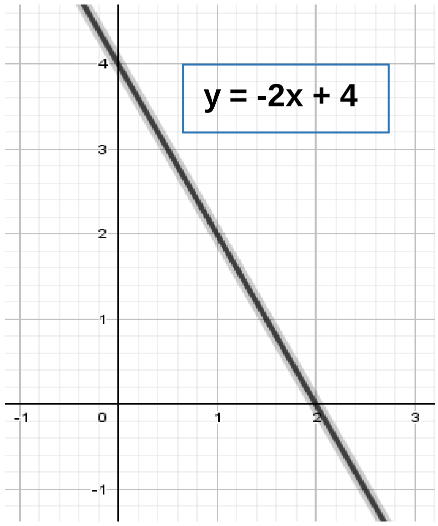
4.2.5. UARC 5: Zero da Função

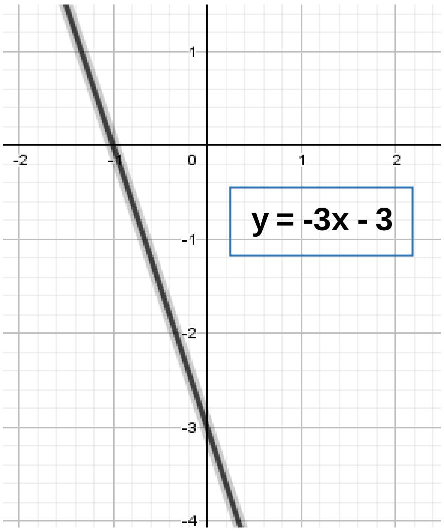
Título: O zero da função
Objetivo: Identificar o zero da função afim.
Material: Roteiro da atividade, papel, caneta.
Procedimento: Analise cada situação e responda o solicitado
[I_i – I_E] Situação. Observe, a seguir, uma parte do gráfico das funções afins f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, preencha os quadros e responda o que se pede.

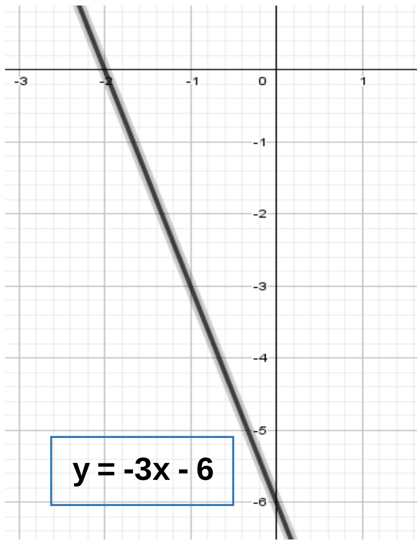

y = x + 1
3
2
1
-2
-1
0
1
2
-1
-2

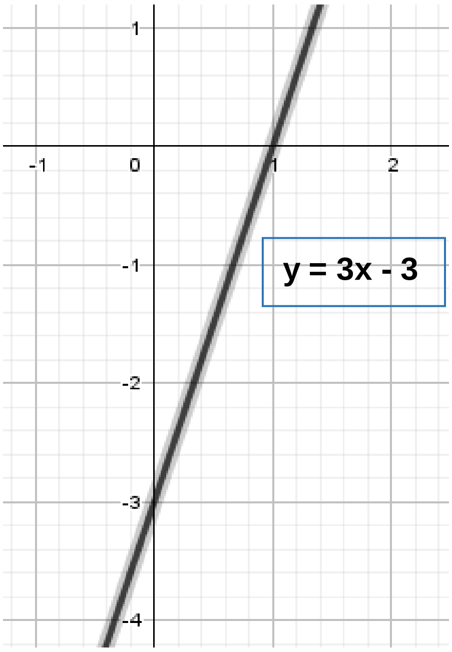

y = - x + 1
3
2
1
-2
-1
0
1
2
-1
-2

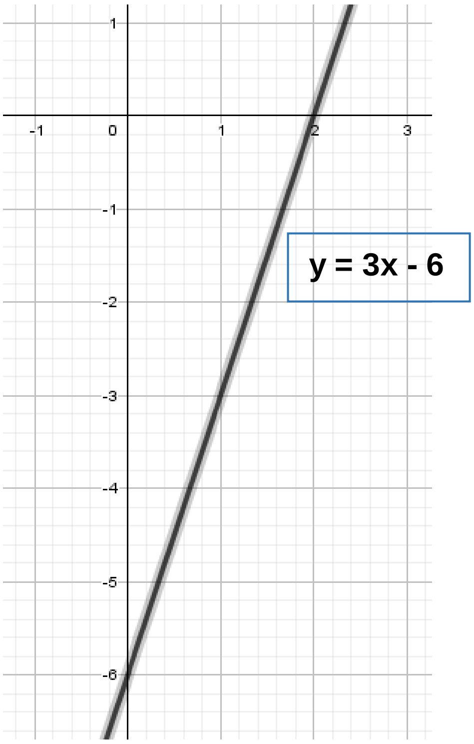

y = 2x + 4
4
3
2
1
-2
-1
0
1
2
-1

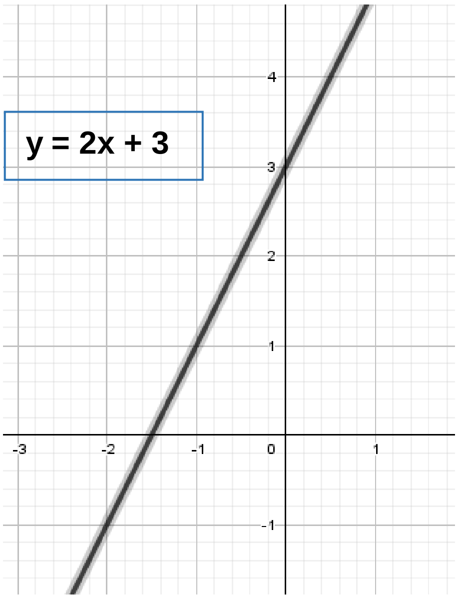

y = -2x + 4
4
3
2
1
-1
0
1
2
3
-1

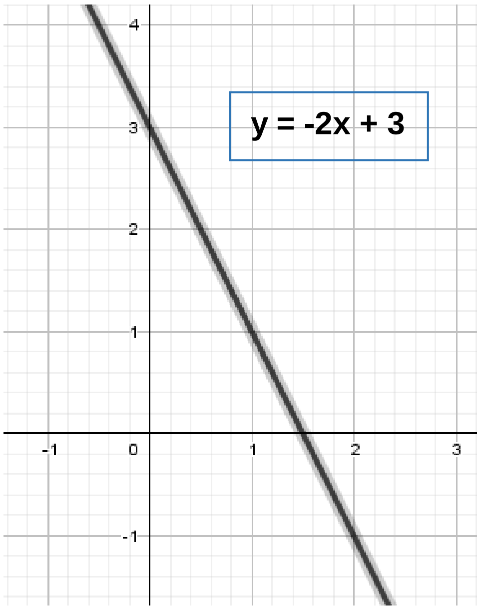

y = -3x - 3
1
-2
-1
0
1
2
-1
-2
-3
-4


y = -3x - 6
-3
-2
-1
0
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6


y = 3x - 3


y = 3x - 6


y = 2x + 3


y = -2x + 3

f: $\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ $y = ax + b$	Ponto de interseção com o eixo x	Ponto de interseção com o eixo y
y = x + 1	(,)	(,)
y = -x + 1	(,)	(,)
y = 2x + 4	(,)	(,)
y = -2x + 4	(,)	(,)
y = -3x - 3	(,)	(,)
y = -3x - 6	(,)	(,)
y = 3x - 3	(,)	(,)
y = 3x - 6	(,)	(,)
y = 2x + 3	(,)	(,)
y = -2x + 3	(,)	(,)

[I_r] 1) O que percebeu no valor da ordenada (y) no ponto que corta o eixo x?

[I_F - 05]

O valor do domínio da função y = ax + b, no caso o valor de **x,** para qual o valor da função é zero, no caso **y = f(x) = 0**, é conhecido como o **<u>ZERO</u>** da função ou **RAIZ** da função. Tem como característica o ponto que corta o eixo x (x, 0).

Analise *a priori:* Nessa UARC coloquei algumas funções afins e seus gráficos para que o estudante, ao montar os pontos de interseção com os eixos, perceba que o ponto que corta o eixo das abscissas sempre tem como característica o valor do y (da ordenada) igual a zero. Assim, espero que o estudante entenda que o valor de x quando o y for igual a zero é denominado zero ou raiz da função afim. Os estudantes irão ver o padrão dos pontos que aparecem a raiz da função afim, sempre será na forma (valor da raiz, 0).

5. EXPERIMENTAÇÃO

Neste capítulo descrevo como se deram as etapas do Teste de Verificação, a Oficina de Conhecimentos Prévios e a Experimentação, ou seja, como ocorreu a aplicação da sequência didática para o ensino de Função Afim.

5.1. DESEMPENHO NO TESTE DE VERIFICAÇÃO E OFICINA

O Teste de Verificação, fiz com os alunos da turma do 1º ano do Ensino Médio para verificar se conheciam os assuntos que serviriam de base dentro de Função Afim. Foi realizado através de questões colocadas no quadro. Dentre os assuntos abordados, exploramos: *conjuntos numéricos*, *polinômios*, *expressão numérica*, *valor numérico* e *plano cartesiano*. Através de algumas atividades colocadas no quadro, fui perguntando aos alunos para ver se entendiam as questões e como resolvê-las.

Os resultados foram analisados por assunto e a porcentagem que "acertaram" ou "não acertaram" as questões sobre o assunto explorado no Teste de Verificação. O quadro a seguir mostra os resultados do teste.

Quadro 5: Desempenho dos alunos no Teste de Verificação

Assunto	Acertaram	Não Acertaram
Conjuntos Numéricos	42%	58%
Polinômios	37%	63%
Expressão Numérica	46%	54%
Valor Numérico	39%	61%
Plano Cartesiano	45%	55%

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Como se pode ver no quadro, mais de 50% dos alunos demonstraram não conhecer ou não lembrar dos assuntos do Ensino Fundamental que serviriam de base na nossa sequência didática sobre Função Afim. Então, para evitar que isso interferisse negativamente na hora da experimentação da sequência didática, foi programado uma Oficina de Conhecimentos Prévios com esses alunos.

A Oficina de Conhecimentos Prévios foi ministrada através de aula de revisão, por meio de aula explicativa, com a utilização de quadro branco e um material de apoio que cada um dos alunos recebeu. Usamos duas aulas de Matemática da turma para a oficina.

A primeira atividade da oficina era para relembrar polinômios, principalmente reconhecer o grau do polinômio. A segunda atividade era para relembrar como se monta uma expressão numérica. A terceira atividade explorava o valor numérico. A quarta atividade era para colocar pontos no plano cartesiano.

Ao final da oficina deixamos um tempo só para tirar as dúvidas dos alunos. Alguns ainda apresentavam pequenas dúvidas, mas na interação com o pesquisador, conseguiram melhorar seus entendimentos à cerca dos assuntos explorados na oficina.

A partir desse momento demos início a fase da experimentação. A seguir iremos descrever a aplicação da sequência didática sobre Função Afim, composta por 5 UARC's.

5.2. APLICAÇÃO

A sequência didática começou a ser aplicada no dia 13 de dezembro e finalizou no dia 27 de dezembro de 2018. Usamos as próprias aulas de Matemática para aplicar a sequência didática na turma. Cada dia eram usadas duas aulas de Matemática, e cada aula era de 45 minutos, ou seja, em média 90 minutos para a aplicação de cada atividade da sequência didática. No primeiro dia precisamos de mais uma aula para o término da atividade. Nesse caso tivemos que pedir uma aula de uma outra disciplina que viria logo em seguida a aula de Matemática. O professor da disciplina cedeu a aula e assim conseguimos concluir a primeira atividade. O que nos mostrou que a primeira atividade sempre precisará de três aulas seguidas para a sua aplicação total.

A sequência didática foi aplicada por mim e teve como colaboração um estagiário de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA). Os registros de videogravação foram feitos por mim e também pelo estagiário que estava no apoio a aplicação da sequência didática em sala de aula. Usamos um aparelho de celular para fazer as gravações.

As aplicações das atividades da sequência didática foram desenvolvidas em 6 dias. No primeiro dia, usamos três aulas de Matemática, e tivemos a participação de 25 alunos. No segundo dia, usamos duas aulas e tivemos a participação de 24 alunos. No terceiro dia, usamos duas aulas e tivemos a participação de 25 alunos. No quarto dia, usamos duas aulas e tivemos a participação de 24 alunos. No quinto dia, usamos duas aulas e tivemos a participação de 23 alunos. E no sexto dia, usamos duas aulas e tivemos a participação de 25 alunos. Para a identificação dos alunos nos diálogos da pesquisa, usaremos a simbologia de A1 até A25.

A seguir apresentamos as análises de algumas respostas dos estudantes.

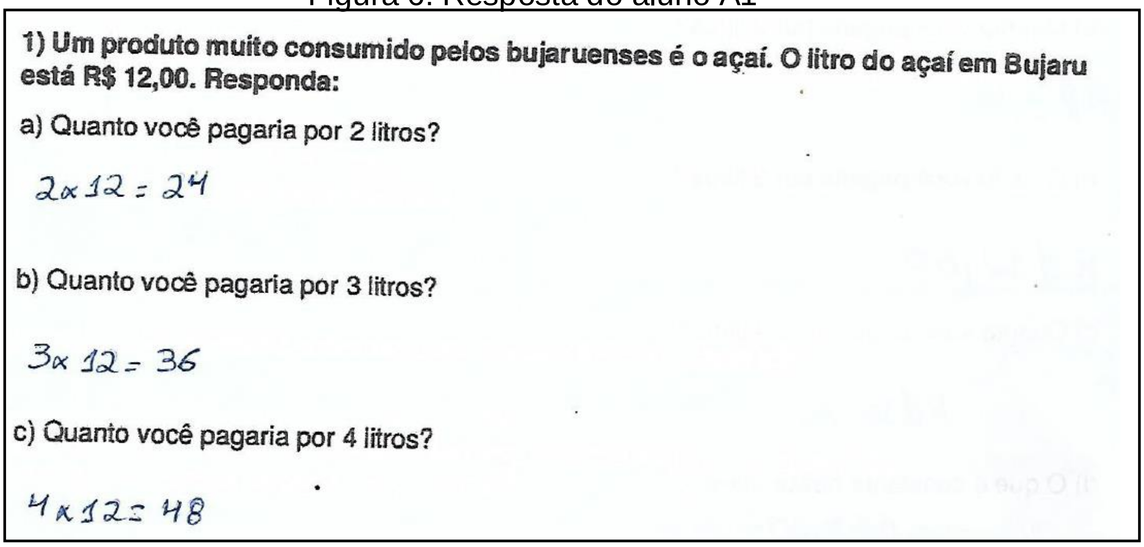
5.2.1. Primeiro Encontro – UARC 1

O primeiro encontro ocorreu no dia 13 de dezembro de 2018, quinta-feira. Nesse momento explicamos os procedimentos que seriam adotados em cada atividade, principalmente em relação a cada UARC.

Cada aluno recebeu uma lista de atividades que faziam parte da UARC 1. Pedi para lerem e responderem. Depois iria fazer perguntas para analisar suas respostas.

Dado o tempo para os alunos responderem, fui para as análises das respostas. Nas primeiras perguntas da atividade, fiz os estudantes identificarem como estavam variando as grandezas.

Figura 6: Resposta do aluno A1



1) Um produto muito consumido pelos bujaruenses é o açaí. O litro do açaí em Bujaru está R$ 12,00. Responda:

a) Quanto você pagaria por 2 litros?

2x12 = 24

b) Quanto você pagaria por 3 litros?

3x12 = 36

c) Quanto você pagaria por 4 litros?

4x12 = 48

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Logo em seguida, os estudantes identificaram o que era constante e o que variava no problema.

Figura 7: Resposta do Aluno A2

d) O que é constante nessa atividade?

O preço 12

e) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

2, O preço e o litro

f) A variação da quantidade de litros comprados implica, de alguma forma, no preço a ser pago? De que forma?

multiplicando o valor R$12

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Depois o aluno formalizou a relação entre as variáveis.

Figura 8: Resposta do Aluno A1

g) Quanto você pagaria por x litros?

$12x$

h) Se representarmos por P o valor a ser pago e x a quantidade de litros comprados, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago levando em consideração a quantidade de litros comprados. $P = 12 \cdot x$

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

A seguir, usei uma atividade que iria mostrar a relação completa da Função Afim, $f(x) = ax + b$, aonde poderíamos identificar os dois coeficientes que fazem parte da respectiva função.

Figura 9: Resposta do Aluno A3

3) Numa corrida de táxi sempre é cobrado um valor fixo da bandeirada de R$4,00, mais R$2,00 por Km rodado. Seguindo essas informações, responda:

a) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 2 Km?

R$8,00

b) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de 3 Km?

R$10,00

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Comecei essa atividade como a atividade anterior, aonde o estudante perceberia a variação entre as grandezas. A partir daí perguntei o que era constante e o que variava na atividade.

Figura 10: Resposta do Aluno A2

e) O que é constante nessa atividade?

O valor fixo de bandeirada que é R$4.00,

f) Quantas quantidades estão variando nessa atividade? Quais são?

2. O preço e o, numero de Kms rodados

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Os estudantes souberam identificar bem o que era constante e quais as grandezas que estavam variando. Então, fiz o estudante explicar através de palavras como seria essa variação.

Figura 11: Resposta do Aluno A2

g) A variação da quantidade de quilômetros rodados implica, de alguma forma, no preço a ser pago na corrida de táxi? De que forma?

multiplicando o numero de Kms rodados mais o valor fixo de bandeirada que é R$4,00

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Ao responderem o que esperávamos deles, busquei logo a formalização do seu pensamento. Através dessa formalização, o estudante chegou a relação completa da função afim.

Figura 12: Resposta do Aluno A1

h) Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de x Km?

$4 + 2 \cdot X$.

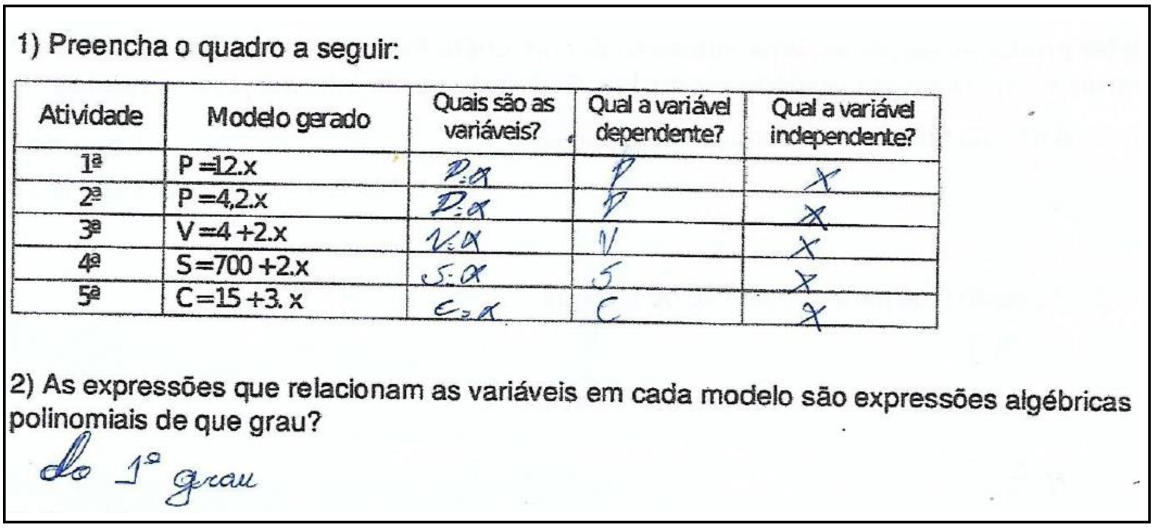
i) Se representarmos por V o valor a ser pago e x a quantidade de quilômetros percorridos, estabeleça a relação Matemática que calcula o valor a ser pago em consideração a quantidade de quilômetros percorridos.

$V = 4 + 2 \cdot X$

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Após cinco atividades aonde o estudante percebeu a relação entre as grandezas e a formalização de suas relações, fiz a pergunta para fechar a primeira UARC, que era identificar a função afim ou função polinomial de primeiro grau.

Figura 13: Resposta do Aluno A2



1) Preencha o quadro a seguir:

Atividade	Modelo gerado	Quais são as variáveis?	Qual a variável dependente?	Qual a variável independente?
1ª	P = 12.x	P;x	P	x
2ª	P = 4,2.x	P;x	P	x
3ª	V = 4 + 2.x	V;x	V	x
4ª	S = 700 + 2.x	S;x	S	x
5ª	C = 15 + 3. x	C;x	C	x

2) As expressões que relacionam as variáveis em cada modelo são expressões algébricas polinomiais de que grau?

do 1º grau

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Nesse momento formalizei o conceito de Função Afim. Expliquei que a função afim tem a característica de aparecer na forma $f(x) = ax + b$. Os estudantes mostraram entender a formalização da Função Afim, e com isso, chegava ao fim a primeira UARC da nossa sequência didática.

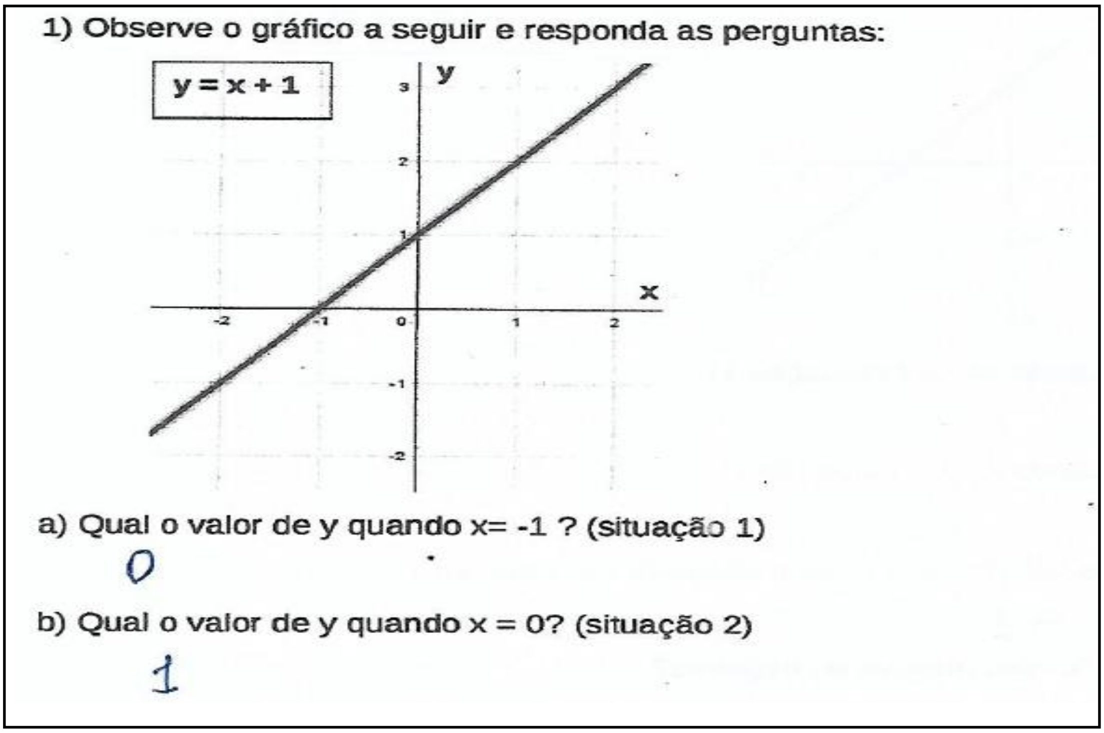
5.2.2. Segundo Encontro – UARC 2

O segundo encontro ocorreu no dia 14 de dezembro de 2018, sexta-feira. O objetivo dessa atividade era fazer com que os estudantes identificassem a taxa de variação e sua importância dentro da Função Afim.

Comecei a atividade dando uma função e seu gráfico, e depois fiz algumas perguntas para que os estudantes percebessem como a função varia dependendo do valor da taxa de variação. Tentei explorar nessa atividade o que o aluno conhecia de gráfico, mesmo sem ter formalizado a representação gráfica de Função Afim.

A análise poderia ser feita através de cálculos ou também explorando o gráfico. Deixamos livre para que o estudante respondesse de acordo com o que lhe parecia ser mais fácil.

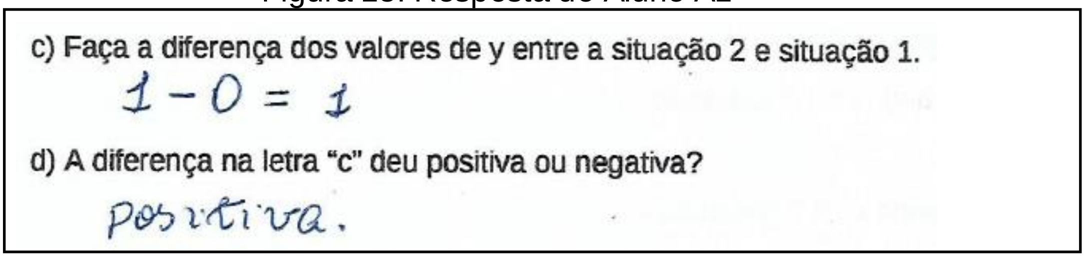
Figura 14: Resposta do Aluno A1



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Após as primeiras respostas, fiz o estudante identificar se a diferença entre os valores de y era positiva ou negativa. Percebendo o sinal dessa diferença, o estudante conseguiria visualizar a importância da taxa de variação na Função Afim.

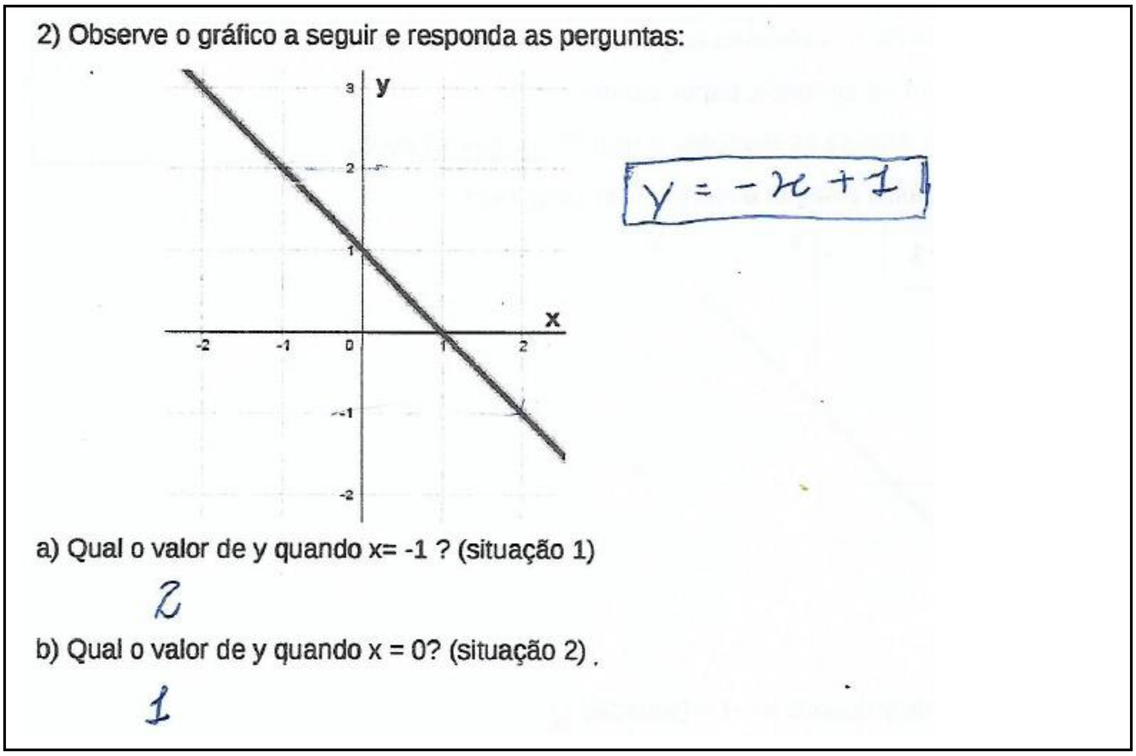
Figura 15: Resposta do Aluno A1



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Depois, peguei outra função com o seu gráfico, e pedi para fazerem o cálculo do valor de y para duas situações, e em seguida calcular a diferença entre esses valores.

Figura 16: Resposta do Aluno A2


2) Observe o gráfico a seguir e responda as perguntas:

a) Qual o valor de y quando x= -1 ? (situação 1)

2

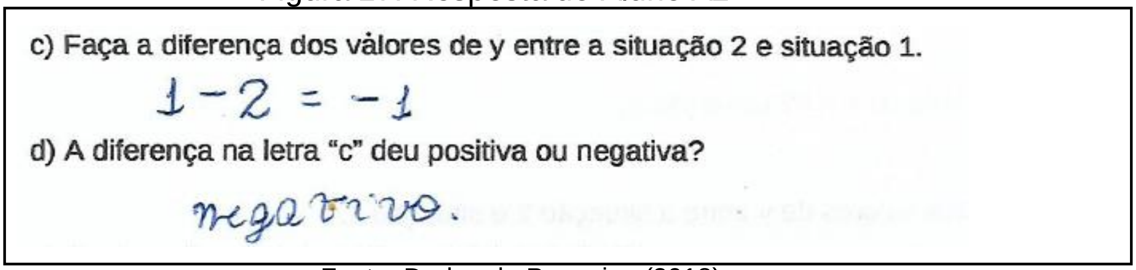
b) Qual o valor de y quando x = 0? (situação 2)

1

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

A seguir, pedi para calcularem a diferença entre os dois valores de y, pegando a situação 2 menos a situação 1.

Figura 17: Resposta do Aluno A2


c) Faça a diferença dos valores de y entre a situação 2 e situação 1.

1 - 2 = -1

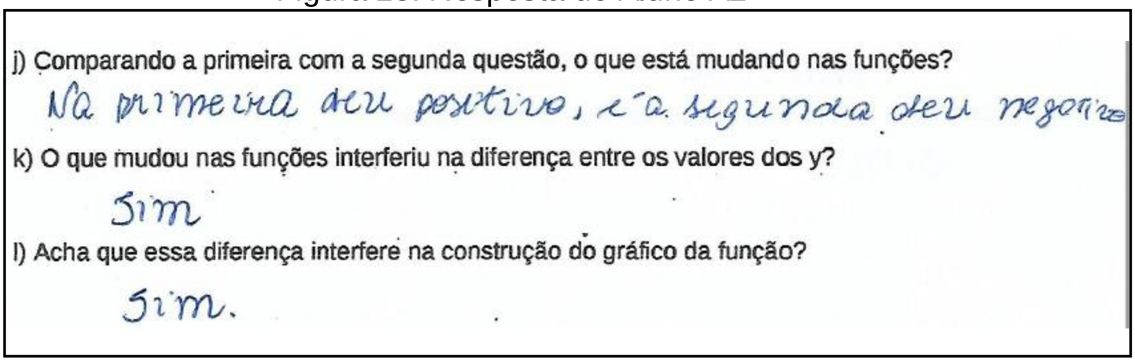
d) A diferença na letra "c" deu positiva ou negativa?

negativo.

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Então, para formalizar o conceito de taxa de variação, pedi para os estudantes analisarem as duas atividades e verificar o que as diferenciavam.

Figura 18: Resposta do Aluno A2


j) Comparando a primeira com a segunda questão, o que está mudando nas funções?

Na primeira deu positivo, e a segunda deu negativo

k) O que mudou nas funções interferiu na diferença entre os valores dos y?

Sim

l) Acha que essa diferença interfere na construção do gráfico da função?

Sim.

Fonte: Dados das Pesquisa (2018)

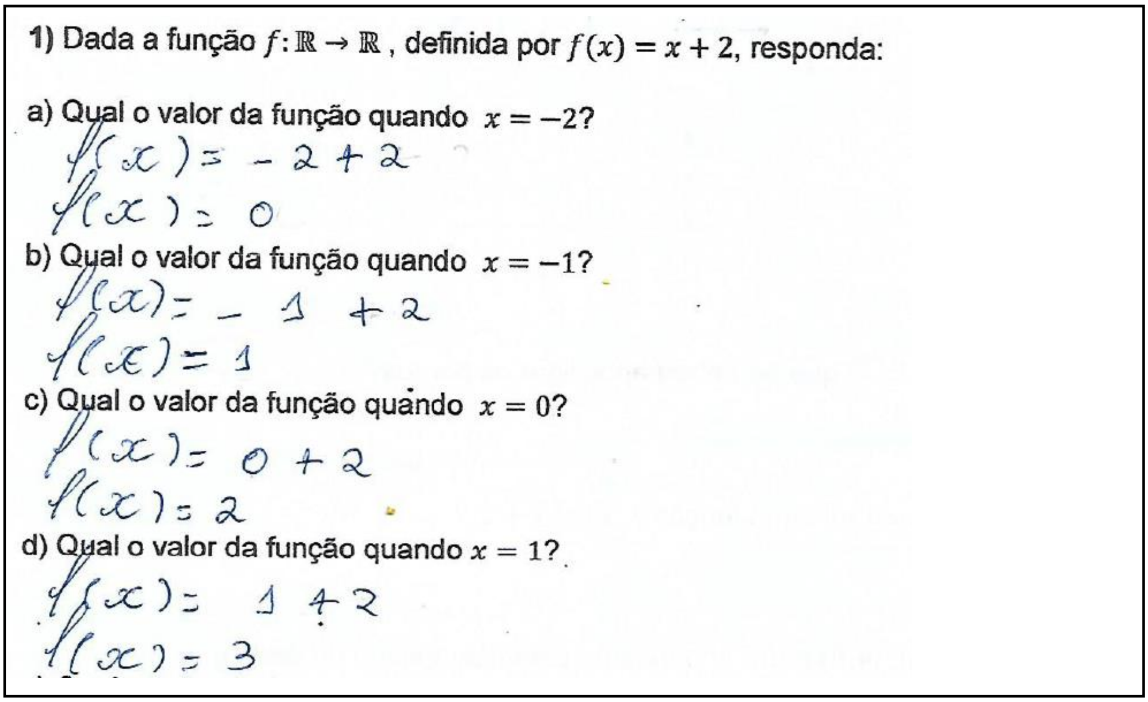
Os estudantes perceberam que o sinal interferia nos resultados dos valores de y e no seu respectivo gráfico. Nesse momento formalizamos o conceito de Taxa de Variação e sua importância no assunto Função Afim. Dava-se por finalizado a UARC 2. Através dessa UARC poderia criar uma nova para explorar a representação gráfica da Função Afim.

5.2.3. Terceiro Encontro – UARC 3

O terceiro encontro aconteceu no dia 20 de dezembro de 2018, quinta-feira. O objetivo dessa UARC era fazer os estudantes perceberem que a Função Afim tem na sua representação gráfica uma reta.

A primeira coisa que pedi aos estudantes foi para calcularem o valor da imagem da função quando dávamos o valor de x.

Figura 19: Resposta do Aluno A1



1) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$, responda:

a) Qual o valor da função quando $x = -2$?

$f(x) = -2 + 2$
$f(x) = 0$

b) Qual o valor da função quando $x = -1$?

$f(x) = -1 + 2$
$f(x) = 1$

c) Qual o valor da função quando $x = 0$?

$f(x) = 0 + 2$
$f(x) = 2$

d) Qual o valor da função quando $x = 1$?

$f(x) = 1 + 2$
$f(x) = 3$

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Em seguida, pedi para preencherem o quadro onde representariam as coordenadas de alguns pontos calculados.

Figura 20: Resposta do Aluno A1

f) A partir dos valores encontrados preencha o quadro:

x	f(x)	(x, y)	Pontos
-2	0	(-2,0)	A
-1	1	(-1, 1)	B
0	2	(0,2)	C
1	3	(1,3)	D
2	4	(2,4)	E

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Depois de preencherem o quadro, pedi para colocarem os pontos no plano cartesiano, e perguntei o que está acontecendo se ligarmos os pontos?

Figura 21: Resposta do Aluno A1

h) Ligue os pontos A, B, C, D e E. O que percebeu após ligar os pontos?

Que eles estão na mesma reta

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Nesse momento, já poderia ter definido que a Função Afim tem como gráfico uma reta, pois os estudantes colocaram em suas respostas a palavra “reta”, mas preferi colocar outros pontos para perceberem que sempre os pontos ficariam na mesma reta se pertencessem a função dada. Dei mais três pontos para os estudantes colocarem no plano cartesiano. Esses pontos pertenciam a função. Era o que os estudantes deveriam identificar, e conseguiram chegar a essa conclusão.

Figura 22: Resposta do Aluno A1

i) Os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

Sim

i) Coloque agora os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

j) Se os pontos (3,5), (4,6) e (5,7) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

Sim

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Para fortalecer a ideia de que pontos na mesma reta pertencem a mesma função, dei mais dois pontos que não pertenciam a função, para que os estudantes percebessem que eles não estariam na mesma reta.

Figura 23: Resposta do Aluno A1

k) Os pontos (2, 1) e (3, 6) pertencem a função $f(x) = x + 2$?

não

l) Coloque agora os pontos (2, 1) e (3, 6) no mesmo plano cartesiano do item “g”.

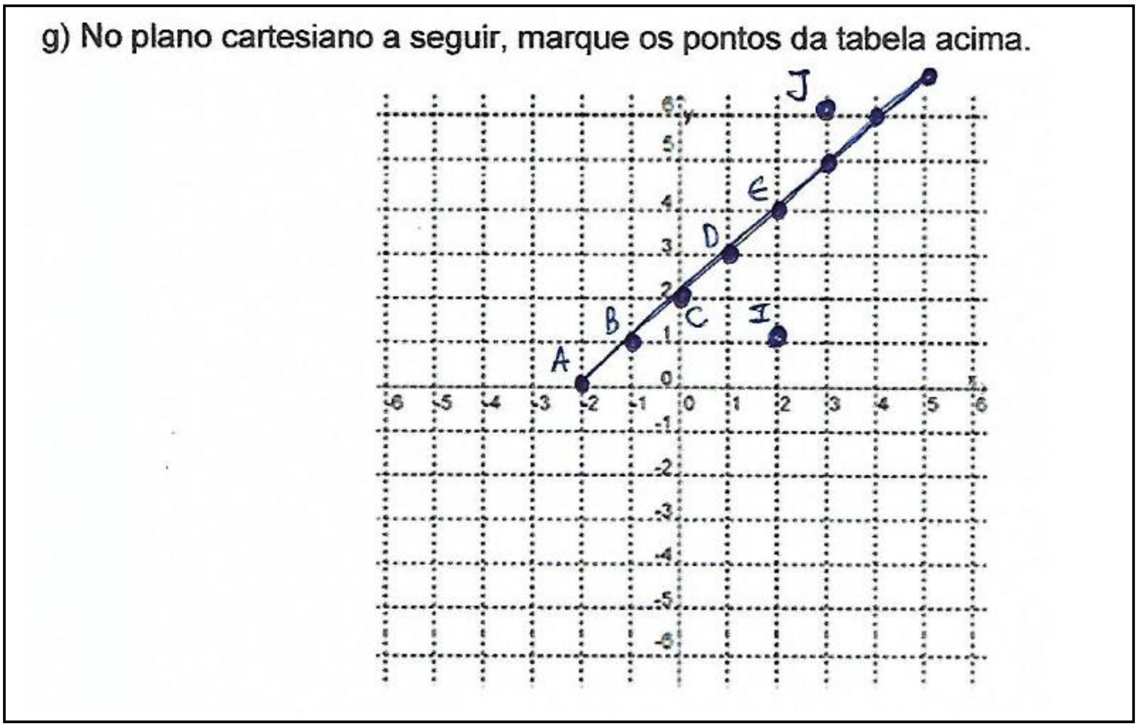
m) Se os pontos (2, 1) e (3, 6) também forem localizados no mesmo plano cartesiano do item “g”, eles estarão na mesma linha que contém os pontos já obtidos?

não porque eles não obedecem a regra

Fonte: Dados Da Pesquisa (2018)

A partir do momento que todos os pontos foram colocados no plano cartesiano, os estudantes conseguiram identificar se pertenciam ou não a mesma reta.

Figura 24: Resposta do Aluno A2



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Com essas atividades os estudantes estavam prontos para receber a formalização da UARC 3, ou seja, que toda Função Afim tem como gráfico uma reta. Então, finalizei a UARC 3 e formalizei aos estudantes que sempre que tiverem uma função afim e forem construir seu gráfico, esse gráfico será uma reta; e que se verem uma reta num plano cartesiano, devem logo levar em consideração que ali tem uma função afim.

5.2.4. Quarto Encontro – UARC 4

O quarto encontro aconteceu no dia 21 de dezembro de 2018, sexta-feira. O objetivo nessa UARC era mostrar o crescimento e decrescimento da função afim e como a Taxa de Variação influencia nesse crescimento ou decrescimento.

A primeira coisa que pedi foi que o estudante preenchesse um quadro, baseado na função afim que foi dada.

Figura 25: Resposta do Aluno A2

1) Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x + 2$. Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	$y = f(x)$
-2	-0
-1	1
0	2
1	3
2	4
3	5
4	2

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Como o estudante já sabia identificar a taxa de variação na função afim, pedi para ele dar o valor da taxa da respectiva função, pois depois ele iria perceber que ela influencia no crescimento e decrescimento da função afim.

Figura 26: Resposta do Aluno A2

a) Qual o valor da taxa de variação?

1

b) A taxa de variação é positiva ou negativa?

Positivo

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

A seguir pedi para analisarem o que acontecia com o valor de f(x) quando aumentava o valor de x.

Figura 27: Resposta do Aluno A2

c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?

Aumento

d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?

Aumento

e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?

Continua aumentando

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Nessa atividade os estudantes perceberam que quando aumentava o valor de x, o $f(x)$ também estava aumentando. E que a taxa de variação era positiva. Para ampliar o conhecimento dos estudantes, pegamos uma outra função cuja taxa de variação era negativa e pedi para que os estudantes respondessem questões similares a anterior, para perceber como se comportavam os valores de $f(x)$ e a taxa de variação.

Primeiro os estudantes preencheram o quadro para essa segunda função.

Figura 28: Resposta do Aluno A2

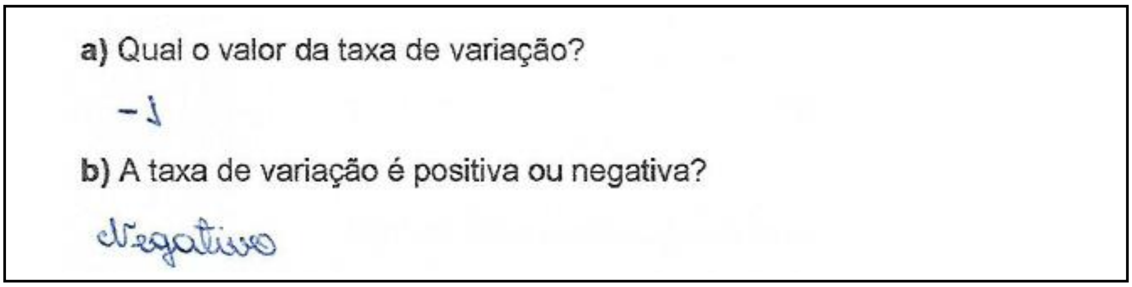
2) Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = -x + 2$ Preencha o quadro e responda as perguntas a seguir:

x	$y = f(x)$
-2	4
-1	3
0	2
1	1
2	0
3	-1
4	-2

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Depois de preencherem o quadro, os estudantes identificaram a taxa de variação.

Figura 29: Resposta do Aluno A2



a) Qual o valor da taxa de variação?

-1

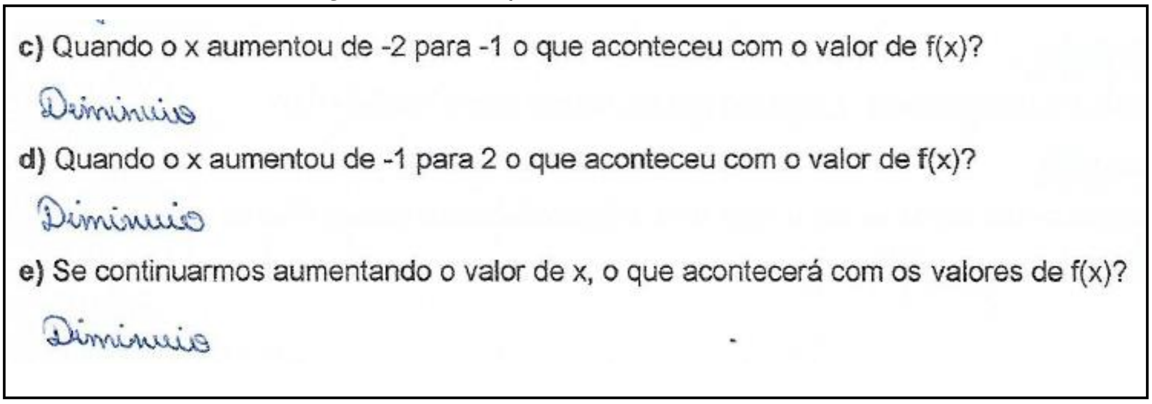
b) A taxa de variação é positiva ou negativa?

Negativo

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

A seguir, os estudantes observaram o que estava acontecendo com o valor de $f(x)$ quando os valores de x aumentavam.

Figura 30: Resposta do Aluno A2



c) Quando o x aumentou de -2 para -1 o que aconteceu com o valor de f(x)?

Diminuio

d) Quando o x aumentou de -1 para 2 o que aconteceu com o valor de f(x)?

Diminuio

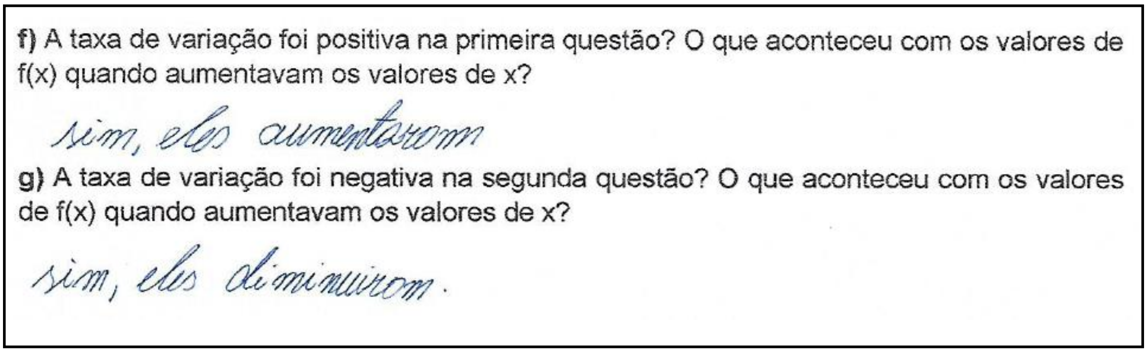
e) Se continuarmos aumentando o valor de x, o que acontecerá com os valores de f(x)?

Diminuio

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Então, para formalizarmos o conceito de crescimento e decrescimento da função afim, fiz os estudantes analisarem o valor da taxa de variação e o que acontecia em cada situação analisada, ou seja, o que acontecia com os valores de $f(x)$ quando aumentavam os valores de x.

Figura 31: Resposta do Aluno A3



f) A taxa de variação foi positiva na primeira questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?

sim, eles aumentarom

g) A taxa de variação foi negativa na segunda questão? O que aconteceu com os valores de f(x) quando aumentavam os valores de x?

sim, eles diminuirom.

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Nesse momento, fechei a UARC 4, e formalizei que a Taxa de Variação indica se a Função Afim é crescente ou decrescente. Explicamos que se a taxa de variação for positiva, temos uma função afim crescente. Se a taxa de variação for negativa, temos uma função afim decrescente.

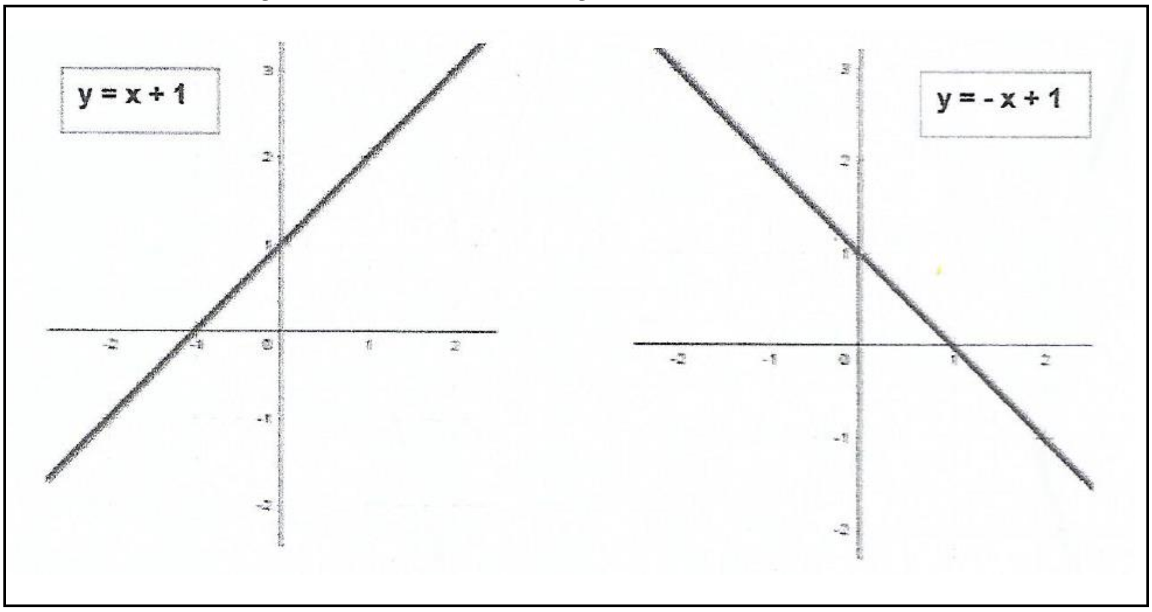
Os estudantes tiveram um bom aproveitamento nessa UARC, pois eles já conheciam a taxa de variação e sabiam calcular as imagens das funções.

5.2.5. Quinto Encontro – UARC 5

O quinto encontro aconteceu no dia 27 de dezembro, quinta-feira. O objetivo nessa UARC era fazer os alunos entenderem o que é a raiz ou zero da função.

Para o início dessa atividade, mostrei várias funções com seus respectivos gráficos.

Figura 32: Modelos dos gráficos na atividade



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Depois, pedi para os estudantes preencherem um quadro, onde colocariam o ponto de interseção de cada função com o eixo das abscissas (x) e o eixo das ordenadas (y).

Figura 33: Resposta do Aluno A1

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $y = ax + b$	Ponto de interseção com o eixo x	Ponto de interseção com o eixo y
y = x + 1	(-1,0)	(0,1)
y = -x + 1	(1,0)	(0,1)
y = 2x + 4	(2,0)	(0,4)
y = -2x + 4	(2,0)	(0,4)
y = -3x - 3	(-1,0)	(0,-3)
y = -3x - 6	(-2,0)	(0,-6)
y = 3x - 3	(1,0)	(0,-3)
y = 3x - 6	(2,0)	(0,-6)
y = 2x + 3	(-1,5,0)	(0,3)
y = -2x + 3	(1,5,0)	(0,3)

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Após o preenchimento do quadro, perguntei aos estudantes o que acontecia de padrão nas respostas.

Figura 34: Resposta do Aluno A1

1) O que percebeu no valor da ordenada (y) no ponto que corta o eixo x?

R: O valor do (y) = 0

Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Como os estudantes perceberam o padrão esperado nas respostas, aproveitei e formalizei o conceito da Raiz da Função Afim, ou melhor, o conceito de raiz de qualquer função. Expliquei que raiz de uma função é o valor de x que faz com que o valor do y dê zero, e que esse valor ao analisarmos o gráfico, é o valor onde o gráfico da função corta o eixo das abscissas. Nesse momento chegávamos ao fim da UARC 5, que era a nossa última UARC na sequência didática.

6. INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM E VALIDAÇÃO

Neste capítulo apresento informações obtidas durante a fase da experimentação, ou seja, a aplicação da sequência didática nas quais identifico os possíveis indícios de aprendizagem por parte dos estudantes, ao considerarmos os objetivos e habilidades que eram esperadas em cada atividade da sequência didática sobre Função Afim, no caso em cada UARC. Para esta identificação empregamos a Análise Microgenética como abordagem metodológica de análise, em articulação com as contribuições da Análise do Discurso.

As análises foram feitas nas atividades que os estudantes responderam, juntamente com as videogravações. Foram realizadas duas horas e meia de videogravação, aonde demos preferência em gravar as interações entre professor-aluno e aluno-aluno. As videogravações foram transcritas para servirem de registros escritos das interações verbais professor-aluno e aluno-aluno. Porém, ressaltamos que as interações verbais que não eram relacionadas ao objeto de estudo foram retiradas posteriormente.

Seguindo algumas definições da Microgenética, para buscar uma melhor análise, usaremos alguns termos: *Episódio*, corresponde a cada UARC da sequência didática; *Turno*, corresponde a fala do professor ou do aluno; *Segmento*, corresponde ao conjunto de turnos transcritos em ordem cronológica de cada tarefa que compõe uma atividade, tendo em vista os objetivos a serem alcançados.

Cada atividade da sequência didática corresponde a uma UARC.

No quadro 6, sistematizamos a estrutura dos recortes empregados para análise da sequência didática sobre Função Afim:

Quadro 6: Sistematização dos recortes empregados

Episódio	Atividade	Descrição	Segmento	Objetivos	Turno
I	Função afim	Situação didática. Os estudantes responderam algumas perguntas. Com essas perguntas identificaram um padrão da Função Afim. Assim foi formalizado a Função Afim.	1	Reconhecer uma função afim no modelo f(x) = ax	1 – 68
			2	Reconhecer uma função afim no modelo f(x) = ax + b	143 - 161
II	Taxa de variação	Situação didática. Os estudantes responderam perguntas e perceberam o que é a taxa de variação.	3	Reconhecer o que é a taxa de variação da função afim.	204 – 249
III	Gráfico da Função Afim	Situação didática. Os estudantes preencheram um quadro, no qual identificavam o valor de x e o valor de y, depois colocaram os pontos no plano cartesiano. Após colocarem os pontos no plano cartesiano, ligaram os pontos e percebiam o que acontecia.	4	Identificar como é o gráfico da Função Afim.	267 – 339
IV	Função Crescente e Função Decrescente	Situação didática. Os estudantes responderam perguntas e a partir da análise das suas respostas notaram se estava aumentando ou diminuindo os valores de f(x).	5	Identificar se a função afim é crescente ou decrescente.	343 – 390
V	Zero ou Raiz da Função	Situação didática. Os estudantes preencheram um quadro observando várias funções e seus gráficos. E responderam o que acontecia quando o gráfico cortava o eixo x.	6	Encontrar a raiz ou zero da Função Afim.	394 – 411

Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

6.1. PROCESSO DE ANÁLISE MICROGENÉTICA

Episódio I

Turnos de 1 – 161

Segmento 1

Turnos de 1 – 68

Para dar início as atividades, expliquei a finalidade da pesquisa, que fazia parte do meu mestrado profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, e a participação dos estudantes era muito importante para a análise da pesquisa. Entreguei a primeira atividade aos estudantes, disse que daria 20 minutos para responderem cada etapa da atividade, e que após 20 minutos, iria fazer perguntas orais aos estudantes para ver suas respostas e raciocínios em cada etapa da atividade. Expliquei que iria gravar as respostas dos estudantes também, pois faz parte do processo da pesquisa armazenar os diálogos em sala de aula, para que, em outro momento, pudesse transcrever os diálogos entre professor-estudante e estudante-estudante.

O objetivo dessa atividade era fazer os estudantes identificarem a relação entre as variáveis que fazem parte da Função Afim. Com isso definir a Função Afim. Dividimos o episódio em dois segmentos. O primeiro segmento trabalhou a função no tipo $f(x) = a.x$, e no segundo segmento ampliamos a definição de função afim para $f(x) = a.x + b$, ou seja, a função completa e mais próxima dos livros didáticos.

Neste primeiro episódio destacaremos alguns turnos que transcorreram no processo da atividade e que demonstram a participação e o entendimento dos estudantes.

(21) Professor - o que é constante nessa atividade?

(22) A1 - preço do açaí.

(23) A3 – preço do açaí.

(24) Professor - Beleza!

(27) Professor - Quantas quantidades estão variando?

(28) A2 – duas.

(29) A1 – duas.

(30) A3 – duas.

(33) Professor - Quais são?

***(34) A1 - o preço e o litros**.*

(35) A2 - o preço e a quantidade de litros.

(36) A3 - o preço e o litros.

(37) Professor - Beleza!

(38) Professor – Vamos colocar a álgebra agora para ver se vocês acertam.

(42) Professor - Então se vocês forem comprar x litros, o que devem fazer? Quanto daria isso?

(43) A2 - multiplicaria doze vezes o x, professor.

(44) A3 - doze x, professor.

(45) Professor - Muito bem! É isso mesmo! Pegamos a quantidade de litros e multiplicamos pelo preço do litro. Nesse caso multiplicamos a quantidade de x litros e multiplicamos por 12 que é o preço do litro do açaí.

(46) Professor - Agora, se o valor a ser pago for P e a quantidade de litros comprados for x, como vocês podem representar essa relação?

(47) A3 - P igual a doze x.

***(48)* A1 – P igual a doze vezes o x.**

(51) Professor - Isso. Vocês chegaram numa equação. Vamos testar para ver se é verdadeira?

(52) A1 – vamos.

(64) Professor - Quando for 4 litros, qual o preço a pagar, sabendo que temos agora P = 12.x?

(65) A1 - quarenta e oito reais.

(66) A2 - quarenta e oito.

(67) A3 - quarenta e oito reais. O x vale quatro. Então multiplica doze vezes o quatro professor. Aí dá quarenta e oito.

(68) Professor - Isso mesmo! Beleza!

Na primeira etapa do segmento, percebemos a comunicação **interativa/de autoridade**, ou seja, conduzi os estudantes através de perguntas que levaram a respostas específicas em cada questão. Dessa forma estabelecendo um padrão de interação I-R-A sugerindo que o aluno me desse a resposta esperada.

Entre os estudantes percebi a comunicação **interativa/dialógica**, quando eles estavam discutindo suas repostas. Explorei as diferentes respostas dos alunos, dessa vez com padrão de interação do tipo I-R-F-R. O feedback entre professor e estudante é importante nesse momento. É possível tirar um melhor desempenho dos estudantes nessa interação.

Quando perguntamos sobre o que estava variando na atividade, os estudantes conseguiram identificar o que esperávamos deles, isso é notado nos turnos 33 ao 37.

Depois fizemos os estudantes criarem uma expressão geral para uma quantidade indeterminada x. Os estudantes conseguiram chegar a expressão esperada, isso é percebido nos turnos 46 ao 48.

Para fecharmos essa primeira fase, pegamos a expressão montada pelos estudantes e fizemos eles buscarem o resultado do que era pedido através da respectiva expressão. Os estudantes conseguiram aplicar os dados na expressão e chegar aos resultados esperados, notamos isso nos turnos 64 a 68.

Nesse primeiro segmento, mostramos como o estudante monta uma relação que vai ao encontro da formalização da função afim do tipo *f(x) = a.x*. Exploramos esse raciocínio dos estudantes na primeira etapa dessa atividade.

Na segunda parte dessa atividade vieram exemplos para explorar a expressão geral de função afim, que é $f(x) = a.x + b$.

Segmento 2

Turnos 143 - 161

Nesta etapa, começamos com uma atividade sobre como calcular a corrida de táxi. O objetivo era fazer o estudante perceber que para chegar ao valor do pagamento da corrida do táxi, era preciso considerar os quilômetros percorridos e também o valor fixo da bandeirada do táxi. Com isso definir aos estudantes que em algumas situações existirá um termo independente na função afim, que no caso é o coeficiente b na função $f(x) = a.x + b$. Coloquei na atividade exemplos que apareciam os dois coeficientes da função afim, no caso os coeficientes a e b, para que os estudantes pudessem chegar na relação principal da função afim $f(x) = a.x + b$.

Nos turnos a seguir será mostrado como foi o comportamento dos estudantes e os momentos que percebemos a aprendizagem por parte desses estudantes.

(143) Professor - Quanto você pagaria de corrida de táxi se fizesse um percurso de dois quilômetros?

(144) A1 - oito.

(145) A2 - oito reais.

(149) Professor - Qual foi o raciocínio para chegar nesses oito reais?

(150) A1 - Ficaria quatro reais fixo e duas vezes dois, que dá quatro, então pega quatro com mais quatro que vai dar oito.

(151) Professor - Muito bem!

(152) Professor - Quanto pagariam se percorresse x quilômetros?

(153) A2 - quatro mais dois x. O quatro é fixo...mais dois por quilômetro, ou seja, quatro mais duas vezes o x.

(154) A3 – quatro mais dois x, professor.

(155) Professor - Correto! Muito bem!

(158) Professor – Para confirmar se está certo, vamos responder a próxima onde vocês substituem a quilometragem no valor de x. Quanto deu o valor a pagar nos vinte quilômetros?

(159) A1 – quarenta e quatro reais.

(160) A3 – quarenta e quatro reais, professor.

(161) Professor – Isso! Muito bem!

Nessa etapa do segmento, deu-se a comunicação **interativa/ de autoridade**, pois fiz as perguntas para que os estudantes chegassem a solução esperada em cada situação.

As primeiras perguntas eram para identificar se os estudantes sabiam fazer os cálculos matemáticos na prática sem usar as fórmulas matemáticas. Pedimos para calcularem o valor da corrida em algumas situações, e os estudantes acertaram, como podemos notar nos turnos 149 a 151.

Depois, fizemos os estudantes formalizarem o raciocínio, ou seja, usando incógnitas para generalizar a situação do problema analisado. Os estudantes perceberam que a quilometragem valia x agora, e influenciava no valor a pagar, com isso eles chegaram a relação esperada, como podemos notar nos turnos 153 a 155.

Nesse momento a comunicação foi **interativa/dialógica**, pois explorei as respostas de alguns alunos para não ficar dúvidas. O padrão de comunicação foi do tipo I-R-F-R-F-R.

Para verificar se a relação que haviam determinada estava correta, pedi para calcularem o valor a pagar a partir de algumas quilometragens dadas, mas que deveriam usar a relação encontrada na situação analisada. Após aplicar a relação, os estudantes chegaram aos valores corretos. Podemos notar o acerto dos estudantes turnos 159 e 160.

Para fixar mais essa definição, nessa atividade tinham outros exemplos que exploravam também a relação $f(x) = a.x + b$. Assim os estudantes treinaram mais, e com isso fiz a formalização da Função Afim. A partir desse momento, o estudante conhecia a relação geral da função afim, dada por $f(x) = a.x + b$.

Episódio II

Turnos de 204 – 249

Segmento 3

Turnos de 204 – 249

O objetivo dessa atividade era mostrar a importância da Taxa de Variação aos alunos e como identificá-la quando tiver uma Função Afim. Entreguei a atividade aos estudantes e disse que daria um tempo de quarenta minutos para resolverem, depois iriamos discutir as suas respostas. A seguir estão alguns turnos nessa atividade.

(204) Professor - Qual o valor de y quando x é igual a menos um?

(205) A1 - zero.

(206) A2 - zero professor.

(207) Professor - Correto. Muito bem!

(208) Professor - Qual o valor de y quando x é igual a zero?

(209) A1 - um.

(210) A2 - um.

(211) Professor - Certo!

(212) Professor - Quero ver se acertaram essa agora. Quanto deu o resultado da diferença entre os valores de y da situação dois e a situação um?

(213) A1 - um.

(214) A2 - um.

(215) A7 - um negativo.

(216) Professor - Deu um positivo ou negativo?

(217) A1 - Positivo.

(218) A7 - Negativo.

(219) Professor - Cuidado! Um menos zero, dá um! Quem colocou um positivo está correto.

(220) A1 – Acertei então professor.

(223) Professor - Resolveram as letras "e" e "f"?

(224) A1 - Sim

(225) A2 - Sim

(226) Professor - O resultado da letra "g" deu positivo ou negativo então?

(227) A1 - positivo.

(228) A7 - Negativo.

(229) Professor - Cuidado! Estão errando quando aparecem números negativos. Tinha que dar o mesmo resultado. Então a resposta da letra "i" de quem errou vai ser diferente. Não é?

(230) A1 - A minha deu o mesmo valor professor.

(231) A7 - A minha deu diferente professor. Acho que porque errei a letra c.

(232) Professor - Isso mesmo A7. Cuidado com os números negativos nas operações.

(238) Professor - Então, ao completarem a segunda questão, já podemos ver a resposta das letras "j", "K" e "l". Vamos para a letra j. O que está mudando nas funções?

(239) A1 - o sinal professor.

(240) A2 - o menos x.

(241) A7 - o sinal de x.

(242) Professor - Muito bem! Isso mesmo!

(243) Professor - O que mudou nas funções interferiu na diferença entre os valores de y?

(244) A1 - Sim.

(245) A7 - Sim.

(246) Professor - Então, para finalizar a atividade, acha que essa diferença interfere na construção do gráfico da função?

(247) A1 - Sim.

(248) A7 - Sim.

(249) Professor - Muito bem observado. Vamos explicar o que significa esse valor que vem junto com o x. Ele é chamado de taxa de variação.

Nesse segmento tivemos comunicação **interativa/ de autoridade**, pois fiz as perguntas para que os estudantes chegassem a solução esperada em cada situação. Dessa forma estabelecendo um padrão de interação I-R-A sugerindo que o aluno me desse a resposta esperada.

Comecei a atividade usando uma função afim que tinha a taxa de variação positiva e seu respectivo gráfico. Lembrando que ainda não tinha explorado o conceito de taxa de variação. Ela será formalizada no final dessa UARC.

Os estudantes calcularam os valores de y em duas situações. Depois, ao subtraírem os valores de y, chegariam a um resultado que seria utilizado para a análise seguinte. Novamente os estudantes calcularam dois valores para y e fizeram novamente uma nova subtração. Eles perceberam que deu o mesmo resultado da subtração anterior. Era o que eu estava esperando deles, observarem esse valor semelhante. Notamos essa conclusão dos estudantes nos turnos 229 e 230.

No momento que os estudantes fizeram a diferença entre números, tive que fazer intervenções. Alguns alunos apresentaram erros ao subtrair dois números, como podemos perceber nos turnos 263 a 269. Nesse momento, usamos a comunicação **interativa/dialógica**, pois fiz os estudantes discutirem entre si para ver se suas respostas estavam iguais. A interação foi I-R-F-R-F-R, pois com o feedback entre mim e os estudantes, eles conseguiram corrigir os erros apresentados no primeiro momento.

Os estudantes ao verificarem a segunda função, que tinha a taxa de variação negativa, perceberam que o resultado da subtração entre os valores de y dava negativa, o que fez eles entenderem que o sinal do coeficiente que estava ao lado de x interferia no resultado da situação analisada. Notam-se essas observações nos turnos 238 a 242.

Quando os estudantes olharam para o gráfico de cada função e observaram os valores de y encontrados, eles perceberam que o coeficiente que ficava com x interferia no gráfico de cada função analisada. Notamos esse indício de aprendizagem nos turnos 246 a 249. Era aonde queríamos chegar, para formalizar o conceito de Taxa de Variação. Nesse momento formalizei a taxa de variação na função afim. Expliquei que o coeficiente a que acompanha x na função $f(x) = ax + b$ é denominado taxa de variação. A partir desse momento, os estudantes começaram a entender a importância da taxa de variação na função afim.

Episódio III
Turnos de 267 – 339

Segmento 4
Turnos de 267 – 339

A atividade era composta por exemplos que os estudantes preencheriam e que faríamos os comentários após quarenta minutos. O objetivo dessa atividade era fazer com que os estudantes percebessem o padrão dos pontos que pertenciam a função afim, ou seja, que eles sempre estão numa mesma reta. Daí definir o gráfico da Função Afim. Alguns turnos serão colocados a seguir para comentarmos sobre as ações dos estudantes na atividade.

(267) Professor – Leiam a primeira questão e vejam o que é para fazer nas letras “a” até “e”. Quero ver se irão acertar.
(270) Professor – Vamos lá ver as respostas de vocês. Qual o valor da função quando x é igual a menos dois?
(271) A1 – Zero, professor.
(272) A2 – O meu deu zero também.
(273) Professor – Está certo!
(274) Professor – Vamos para a letra “b”. Qual o valor da função quando x é igual a menos um?
(275) A1 – Um.
(276) A7 – Um negativo.
(277) Professor – Opa! Tem gente errando o sinal! Tem como dar um negativo pessoal?
(278) A1 – Não professor. Diminui e repete o sinal do maior número. O maior é dois...então fica positivo.
(279) Professor – Muito bem! É isso mesmo. Cuidado pessoal! Nos estudos de funções vocês devem tomar cuidado com as regras dos sinais. Veja A7 se errou nesse detalhe?
(280) A7 – Errei professor. Erro muito isso.
(281) Professor – Você precisa treinar mais isso A7.
(282) A7 – Tá certo professor.
(283) Professor – Os outros valores de x são positivos, vamos ver se acertaram. Qual o valor da função quando x é igual a um?
(284) A1 – Três.
(285) A7 – Três.
(286) Professor – Muito bem!
(291) Professor – Agora vamos para a letra “f”. Preencheram o quadro?
(292) Todos – Sim.
(293) Professor – Nesse quadro vocês começarão a perceber que os pares x e f de x formam pontos. Esses pontos estão na terceira coluna. Olhem para

essa terceira coluna. Esses pontos vocês colocaram na letra "g". Conseguiram colocar os pontos?

(294) A1 – Sim, professor.

(295) A7 – Acho que não está certo o meu, professor.

(296) A3 – Sim, professor.

(301) Professor – O que perceberam ao ligar os pontos A, B, C, D e E?

(302) A1 – Que eles estão na mesma reta.

(303) A2 – Todos estão na mesma reta.

(304) A7 – Todos ficaram na mesma reta.

(305) Professor - Muito bem! Gostei da resposta de vocês. Esperava que usassem essa palavra "reta".

(311) Professor – Os três outros pontos dados na letra "i" pertencem a função dada?

(312) A1 – Sim.

(313) A7 – Sim.

(314) Professor – Isso mesmo. Estão indo muito bem! Colocaram os pontos no plano cartesiano?

(315) Todos – Sim.

(318) Professor – Eles ficaram na mesma linha dos outros pontos que vocês já tinham colocado?

(319) A1 – Sim.

(320) A7 – Sim.

(321) Professor – Muito bem.

(323) Professor – Agora vocês tiveram mais dois pontos para ver se pertenciam a função. O que responderam?

(324) A1 – Não. Eles não pertencem, professor.

(325) A7 – Também coloquei não, professor.

(326) Professor – Está certo. Não pertencem mesmo.

(327) Professor – Colocaram esses dois pontos no plano cartesiano?

(328) Todos – Sim.

(329) Professor – Eles estão na mesma linha dos pontos iniciais?

(330) A1 – Não, professor.

(331) A7 – Não. Um ficou em cima e outro ficou embaixo.

(332) Professor – Isso mesmo. Podemos afirmar que todos os pontos analisados até agora estão na mesma reta?

(333) Todos – Não.

(336) Professor – Na próxima letra vocês tinham que completar com pertence e não pertencem. Fizeram?

(336) Todos – Sim.

(337) Professor – Então, todos os pontos que pertencem a função dada estão na mesma reta?

(338) Todos – Sim.

(339) Professor – Muito bem! Gostei de ver pessoal. Agora vou concluir o que queria com vocês. Mostrar que toda função afim tem como gráfico uma reta. Isso é muito importante.

Nesse segmento temos comunicação **interativa/ de autoridade**, pois fazia as perguntas para que os estudantes chegassem a solução esperada em cada situação. Dessa forma estabelecendo um padrão de interação I-R-A sugerindo que o estudante me desse a resposta esperada.

Os estudantes começaram achando o valor de f(x) para vários valores de x. Eles conseguiram resolver bem essa etapa, apresentaram poucos erros. Os erros que apareceram foram devido a operação com números inteiros, alguns alunos ainda costumam errar operações de multiplicação e subtração com números negativos. Mas usei a comunicação **interativa/dialógica** nesse momento. Fui comentando novamente as regras com números negativos e os estudantes foram relembrando como se resolve essas contas. Assim, notamos também a interação I-R-F-R, pois com o feedback entre mim e os estudantes, eles conseguiram corrigir alguns erros apresentados no primeiro momento. Os estudantes demonstram indícios de aprendizagem nessa etapa como podemos notar nos turnos 277 e 278.

Após o cálculo dos valores de f(x), os estudantes preencheram o quadro no qual deveriam lembrar das coordenadas de um ponto. Lembrando das coordenadas, eles conseguiriam colocar os respectivos pontos no plano cartesiano. E a maioria dos estudantes conseguiu colocar corretamente os pontos no plano cartesiano.

Ao colocarem os pontos no plano cartesiano, os estudantes conseguiram perceber que ao ligarem os pontos dados, chegariam a uma reta. Era o indício de aprendizagem que esperávamos para começarmos a trabalhar a definição do gráfico da função afim. Esse indício de aprendizagem pode ser notado nos turnos 301 a 305.

Os estudantes colocaram mais pontos no plano cartesiano para verificar se ficavam na mesma reta ou fora da reta. Dei 3 pontos que pertenciam a reta e 2 pontos que não pertenciam a reta. Analisando esses pontos, os estudantes perceberam que o ponto deve obedecer a regra da função afim para poder pertencer a reta. Notamos mais inícios de aprendizagem nesse momento, como podemos ver nos turnos 323 a 326, aonde os estudantes perceberam que não é todo ponto que fica na reta, depois nos turnos 332 e 333, aonde os estudantes chegaram à conclusão que todos os pontos que obedecem a mesma função afim ficam numa mesma reta, e por último, nos turnos 337 a 339, aonde os estudantes confirmaram que todo ponto que obedece a regra da função afim pertence a uma mesma reta. Com essas observações dos estudantes, fechamos a UARC e explicamos que o gráfico da função afim sempre será uma reta.

Episódio IV
Turnos de 343 – 481

Segmento 5
Turnos de 343 – 481

Nesta atividade, trabalhamos o conceito de crescimento e decrescimento da função afim. O objetivo era mostrar como a taxa de variação influencia no crescimento ou decrescimento da função afim. Entreguei a atividade para os estudantes resolverem. Dei um tempo de quarenta minutos para resolverem e depois discutimos as respostas dos mesmos. Nos turnos a seguir vamos observar algumas interações na atividade.

(343) Professor – Preencheram o quadro?

(344) Todos – Sim.

(345) Professor – Qual o valor da taxa de variação?

(346) A1 – Um.

(347) A2 – Um.

(348) Professor – Correto. É só ver quem acompanha o termo x, é isso?

(349) A1 – Sim.

(350) Professor – A taxa de variação é positiva ou negativa?

(351) A1 – Positiva.

(352) A2 – Positiva.

(353) Professor – Isso.

(354) Professor – O que aconteceu com o valor de f de x quando o x aumentou de menos dois para menos um?

(355) A1 – Aumentou, professor.

(356) A2 – Aumentou.

(357) Professor – E o que aconteceu com o valor de f de x quando o x aumentou de menos um para dois?

(358) A1 – Aumentou.

(359) A2 – Aumentou também, professor.

(360) Professor – O que vocês acham que vai acontecer com o valor de f de x se continuarmos aumentando o valor de x?

(361) A1 – Deve continuar aumentando, professor.

(362) A2 – Vai aumentar.

(363) Professor – Vamos deixar essa análise para o final da questão dois. Vamos analisar a questão dois.

(364) Professor – A taxa de variação é positiva ou negativa?

(365) A1 – Negativa.

(366) A2 – Negativa, professor.

(367) Professor - O que aconteceu com o valor de f de x quando o x aumentou de menos dois para menos um?

(368) A1 – Diminuiu.

(369) A2 – Diminuiu.

(370) Professor – E o que aconteceu com o valor de f de x quando o x aumentou de menos um para dois?

(371) A1 – Diminuiu também.

(372) A2 – Diminuiu.

(373) Professor – O que vocês acham que vai acontecer com o valor de f de x se continuarmos aumentando o valor de x?

(374) A1 – Continua diminuindo.

(375) A2 – Continua diminuindo, professor.

(379) Professor – Agora eu quero ver se entenderam a atividade mesmo. A taxa de variação foi positiva na primeira questão?

(380) Todos – Sim.

(381) Professor – Então o que aconteceu com os valores de f de x quando aumentavam os valores de x?

(382) Todos – Aumentaram.

(383) Professor – Isso mesmo.

(384) Professor – E a taxa de variação na segunda questão, era positiva ou negativa?

(385) Todos – Negativa.

(386) Professor – E o que aconteceu com os valores de f de x quando aumentavam os valores de x?

(387) Todos – Diminuíram.

(388) Professor – Muito bem. Então vocês acham que a taxa de variação indica se a função está crescendo ou decrescendo?

(389) Todos – Sim!

(390) Professor – Isso mesmo. É a taxa de variação que diz se a função afim é crescente ou decrescente.

Nesse segmento a comunicação foi **interativa/ de autoridade**, pois fazia as perguntas para que os estudantes chegassem a solução esperada em cada situação. Dessa forma estabelecendo um padrão de interação I-R-A sugerindo que o estudante me desse a resposta esperada.

Os estudantes identificaram no início da atividade a Taxa de Variação. Era só eles olharem para a função afim dada e identificar a taxa de variação. Nesse momento, percebe-se indícios de aprendizagem, pois os estudantes já sabiam identificar a taxa de variação ao lado da letra x na questão, e não tiveram dificuldades nessa primeira pergunta, como podemos notar nos turnos 348 e 349.

Depois, os estudantes foram calculando o valor de f(x) quando aumentavam os valores de x. Nesse momento, eles perceberam que aumentavam os valores de f(x) na primeira função, e diminuíam os valores de f(x) na segunda função. Notamos indícios de aprendizagem nesse momento. Faltava relacionar esse aumento ou diminuição de f(x) com a taxa de variação.

Então, fiz os estudantes analisarem as duas questões ao mesmo tempo, e perguntei se a taxa de variação era positiva ou negativa na questão aonde o f(x) estava aumentando. Os estudantes identificaram que era positiva a taxa de variação, podemos ver isso nos turnos 379 e 380. Depois, perguntei se a taxa de variação era positiva ou negativa na questão aonde o f(x) estava diminuindo, e os estudantes responderam corretamente que era negativa, como podemos notar nos turnos 384 e 385.

Para finalizar a UARC, perguntei aos estudantes se eles achavam que a taxa de variação influenciava no crescimento ou decrescimento da função, e eles responderam que influenciava sim. Foi então que formalizei que quando a taxa de variação for positiva, teremos uma função afim crescente; e quando a taxa de variação for negativa, teremos uma função afim decrescente.

Como não tiveram erros no cálculo do valor de f(x), os estudantes conseguiram obter um nível excelente de aprendizagem nessa UARC, como podemos notar nos turnos 379 a 390.

Episódio V

Turnos de 394 – 411

Segmento 6

Turnos de 394 – 411

Nesta atividade, o objetivo era fazer os estudantes entenderem o que significa zero da função ou raiz da função, principalmente quando analisamos o gráfico da função afim. Para isso entreguei uma atividade em que os estudantes iam analisar gráficos, e através desses gráficos representar alguns pontos e responder algumas perguntas que os levariam a entender o zero da Função Afim. A seguir temos alguns turnos mostrando a interação na atividade.

(394) Professor – Preencheram o quadro?

(395) Todos – Sim.

(396) Professor – Na primeira função, qual o valor da abscissa no ponto de interseção com o eixo x?

(397) A1 – menos um.

(398) A3 – um negativo, professor.

(399) Professor – E qual o valor da ordenada no ponto de interseção com o eixo x?

(400) A1 – zero, professor.

(401) A3 – zero.

(402) Professor – Na segunda função, qual o valor da abscissa no ponto de interseção com o eixo x?

(403) A1 – um.

(404) A3 – um positivo.

(405) Professor – E qual o valor da ordenada no ponto de interseção com o eixo x? ... lembrem que ordenada é o valor do y!

(406) A1 – zero, professor.

(407) A3 – zero, professor.

(408) Professor - O que perceberam no valor da ordenada das outras funções, ou seja, o valor de y, no ponto que corta o eixo x?

(409) A1 – No y sempre apareceu zero, professor.

(410) A2 – Todos foram zero, professor.

(411) Professor – Isso mesmo! Muito bem. Sinal que acertaram ao preencher o quadro. Esse valor do x que torna o y igual a zero é chamado de zero da função ou raiz da função.

Nesse segmento tivemos a comunicação **interativa/ de autoridade**, pois fazia as perguntas para que os estudantes chegassem a solução esperada em cada situação. Dessa forma estabelecendo um padrão de interação I-R-A sugerindo que o estudante me desse a resposta esperada.

No momento do preenchimento do quadro da atividade, tivemos a comunicação **interativa/dialógica**. Os estudantes conversavam entre eles e viam se as respostas estavam sendo iguais ou diferentes. Nessa etapa os estudantes já tinham um grau de confiança elevada, percebi muito deles corrigindo os colegas.

A partir do momento que os estudantes preencheram corretamente o quadro da atividade, notamos indicativos de aprendizagem, pois os estudantes perceberam que sempre a ordenada era zero no ponto que corta o eixo das abscissas, no caso, o eixo x. Podemos notar essa aprendizagem nos turnos 394 a 411.

Então, finalizei a UARC, e entrei com a formalização do zero da função afim ou raiz da função afim. Lembrei que vale para qualquer função o conceito de raiz ou zero da função, não apenas para a função afim, ou seja, ao analisarmos o gráfico, sempre a raiz será o valor em que o gráfico está cortando o eixo das abscissas. A aprendizagem foi boa nessa atividade. Os estudantes já demonstravam bastante conhecimento sobre as características da função afim.

Após a aplicação da nossa sequência didática sobre função afim, percebemos que a sequência didática usando as UARC's de Cabral (2017) teve uma boa assimilação por parte dos estudantes, e que houve aprendizagem em todas as etapas dessa sequência didática. Isso nos confirma que o objetivo da pesquisa foi alcançado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa surgiu da inquietação de como o ensino de Matemática tem se dado em sala de aula. Procuramos metodologias que nos auxiliassem numa maneira diferente de ensinar Função Afim, e que fizesse o aluno participar mais desse processo de ensino-aprendizagem.

A primeira parte da pesquisa foi buscar embasamento dos pressupostos teóricos e metodológicos que iria utilizar no desenvolvimento da pesquisa. Fiz uma explanação sobre Engenharia Didática segundo Artigue (1996), depois comentei sobre Sequência Didática, que é a ferramenta utilizada para o trabalho em sala de aula durante a aplicação da pesquisa. Em seguida, falei sobre as ferramentas que iria usar para analisar as respostas e os indícios de aprendizagem dos alunos, que eram a Análise Microgenética proposta por Góes (2000) e a Análise do Discurso segundo Mortimer e Scott (2002).

A seguir, fiz uma revisão de literatura, e analisei algumas dissertações que trabalharam com a Função Afim. As dissertações sobre Função Afim que me auxiliaram na pesquisa foram Ardenghi (2008), Maraginus (2013), Seligardi (2015), Farias (2013), Pinto (2014), Maciel (2011), Dornelas (2007), Guimarães (2010) e Souza (2016). Em cada pesquisa analisada verifiquei como era abordado o tema função afim, principalmente qual a metodologia e resultados apresentados. Essas análises feitas nas dissertações pesquisadas me ajudaram a organizar o que eu poderia colocar na minha sequência didática.

Quando fiz a aplicação de um questionário com alunos egressos, procurei analisar o que eles tinham assimilado e como tinha se dado o ensino de Função Afim. Os resultados que obtive nessa etapa da pesquisa serviram de contribuição para os tópicos que poderia usar na minha sequência didática.

Para construir a minha sequência didática, usei a Engenharia Didática como metodologia da pesquisa e as Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual (UARC's) de Cabral (2017) como suporte para fazer a uma sequência didática onde os conteúdos que iria trabalhar pudessem envolver o campo experimental primeiramente, para depois partir para o campo conceitual.

A partir dos problemas relacionados ao ensino e aprendizagem em Matemática, mais precisamente de Função Afim, e considerando metodologias que tem apresentado resultados positivos no ensino, levou-me a seguinte questão: *Quais as potencialidades de uma sequência didática criada para o ensino de Função Afim a partir da resolução de problemas e estruturada sob a ótica das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual?*

Depois de assimilar como montar a sequência didática utilizando as UARC's, fiz a respectiva sequência didática sobre Função Afim, na qual abordei alguns tópicos que acho mais importantes dentro desse conteúdo, como por exemplo a formalização da função através de problemas do dia a dia, e também, a interpretação gráfica da Função Afim. Defini que cada atividade seria uma UARC. No final de cada atividade formalizava o conteúdo sobre Função Afim.

A escola que escolhi para aplicar a minha sequência didática, é a escola que trabalho há mais de 10 anos. Como sempre me preocupei com a forma de ensino de Matemática na referida escola, fiz questão de aplicar a pesquisa na mesma. Escolhi uma turma do primeiro ano do Ensino Médio e expliquei a importância dessa minha pesquisa, tanto para eles quanto para mim. Nesse momento, percebi que os alunos ficaram interessados em participar da pesquisa.

A sequência foi aplicada e para fazer a análise dos indícios de aprendizagem, gravamos as interações entre mim e os alunos, e entre aluno e aluno. Como iríamos usar as técnicas da Microgenética e da Análise do Discurso para avaliarmos os indícios de aprendizagem, era importante a videogravação. Além das respostas escritas, era preciso analisar como esse aluno pensava para responder as questões apresentadas.

Um desafio nesse tipo de pesquisa é ganhar a confiança dos alunos para que pudessem interagir nas atividades e com isso buscar suas respostas escritas e principalmente orais. Os alunos, no primeiro momento, evitavam responder oralmente as atividades, mas a cada atividade eles iam ganhando confiança e começaram a interagir mais na pesquisa. Isso demonstra que a sequência didática é um recurso que faz os estudantes interagirem entre eles e com o professor. Mas é preciso uma boa organização por parte do professor nesse momento para manter a comunicação entre professor e aluno.

Na aplicação da sequência didática percebi a importância de uma boa organização do trabalho, principalmente no planejamento escrito da sequência e das atividades que vai explorar em cada aula. O professor tem que ser um bom mediador durante a aplicação de uma sequência didática, pois se deixar os alunos sem orientações, acaba produzindo resultados negativos na sua análise. Ao orientar os alunos nas atividades da sequência didática, percebi que eles conseguiam reconhecer os padrões e as regularidades que eram esperadas em cada atividade.

Quando os alunos percebiam que estavam interagindo em sala de aula, notei que os mesmos ficavam animados e reconheciam o seu potencial para aprender. Os alunos perceberam que estavam aprendendo por uma outra metodologia, ou seja, não estava sendo colocado a formalização antes da aplicação. Eles respondiam as atividades e percebiam que um conhecimento estava se construindo. Quando eles conseguiam ver um padrão nas suas respostas, era o momento que eu formalizava do conteúdo daquela UARC.

A primeira UARC, que tratava da formalização da Função Afim, teve uma boa interação com os estudantes, pois eram situações que eles convivem no dia a dia, então era mais fácil dar suas respostas e ver que a Matemática está presente no seu cotidiano. Essa primeira UARC levou mais tempo para a sua formalização, principalmente por ter muitas atividades para reconhecer um padrão que era a função afim.

A segunda UARC, que trabalhava a taxa de variação, foi entendida, porém percebi que era para ter colocado essa atividade depois que tivesse trabalhado a terceira UARC que trabalhava o gráfico da Função Afim. Coloquei antes a atividade sobre a taxa de variação, para ver se os alunos conseguiriam responder as perguntas olhando para a função e tentando compreender o gráfico, pois já tinha feito uma oficina de conhecimentos prévios aonde fiz a revisão de plano cartesiano e pontos. Mas recomendo aos que fizerem pesquisa sobre Função Afim, que sempre fiquem atentos nessa sequência de conteúdo.

Quando trabalhei a terceira UARC, que tratava a representação gráfica da função afim, não tive problemas, pois os alunos já tinham relembrado na oficina de conhecimentos prévios os assuntos básicos para o bom desenvolvimento das atividades, que era colocar pontos no plano cartesiano e cálculo do valor numérico nas expressões matemáticas. Os alunos perceberam a regularidade dos pontos quando pertenciam a uma mesma função afim.

Na quarta UARC, tratava do crescimento e decrescimento da função afim. Nessa atividade, os alunos conseguiram ter um aproveitamento muito bom. Isso se deu pela autonomia que o aluno já apresentava nessa etapa das atividades desenvolvidas. O saber construído estava sendo evidenciado nesse momento da pesquisa, pois os alunos já estavam confiantes e notavam os padrões e regularidades sem a resposta do professor, e sim, com suas afirmações e respostas das atividades.

Na quinta UARC, que trabalhava o zero da função afim, notei que os alunos perceberam o padrão nos pontos que indicavam o zero da função com autoridade de quem já tinha confiança nas suas respostas. A percepção dos alunos era confirmada em suas respostas e na colaboração com os demais colegas de sala para debaterem seus raciocínios e a confiança nos seus resultados.

Em toda a aplicação da sequência didática foi possível perceber a importância das Intervenções Orais de Manutenção Objetiva (IOMO), cuja finalidade é manter a objetividade planejada e o foco da reconstrução pretendida pela sequência didática.

Sempre que o professor perceber algum afastamento dos objetivos de aprendizagens previstos na sequência didática, ele deve fazer as intervenções orais no sentido de levar o aluno a refletir sobre suas ações e resultados encontrados. O professor deve estar preparado para argumentações na aplicação de uma sequência didática, sugerindo possibilidades e perguntando sobre significados. Também deve ficar atento a sua postura de mediador, mais precisamente nas orientações que deve dar aos alunos em cada etapa da sua sequência didática.

Enquanto problemas encontrados na pesquisa, podemos destacar que para ter uma sequência didática bem aplicada, é preciso que o professor organize bem o conteúdo que quer trabalhar, para que a ordem das formalizações de cada tópico ajude no entendimento do próximo tópico. Não pode esquecer de fazer uma diagnose com os alunos para ver os conhecimentos básicos que têm e que são necessários para o entendimento do assunto que se quer trabalhar na sequência didática. E é necessário fazer uma oficina de conhecimentos prévios para que a turma receba os conteúdos básicos para a assimilação do que se deseja trabalhar em sala de aula.

Em todas as UARC's, constatou-se que mais de 50% dos alunos acertaram as atividades. Conclui-se, de modo geral, que a participação efetiva dos alunos nas atividades e as discussões realizadas levaram a um crescimento na compreensão do conceito de Função Afim. Deste modo acredita-se que a abordagem proposta neste trabalho atingiu seu objetivo. Isso nos mostra que a nossa sequência didática criada para o ensino de Função Afim a partir da resolução de problemas e estruturada sob a ótica das Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual de Cabral (2017) é válida.

Como contribuição para a minha formação profissional, a pesquisa me fez refletir mais sobre a relação professor-aluno, principalmente levar em consideração as respostas e contribuições dos alunos para uma aula mais dinâmica e de melhor compreensão. Além de conhecer um pouco mais sobre a Microgenética e a Análise do discurso como ferramentas para analisarmos os indícios de aprendizagem dos alunos.

Para novas pesquisas, recomendo sempre atentar para o público que vai trabalhar e sempre aplicar o teste de verificação com a turma, e ver se será preciso fazer oficinas de conhecimentos prévios. Quanto a ordem da sequência didática, sempre observar os conceitos que quer aplicar e com isso organizar sua sequência para atender os objetivos que gostaria de atingir. Se for inverter a ordem dos conceitos que já aparecem nos livros didáticos, é de suma importância fazer as oficinas de conhecimentos prévios, pois com isso fará os alunos terem o embasamento necessário para responder as atividades da sequência didática.

Finalmente, quando confirmamos que os alunos atingiram o conhecimento esperado em cada atividade da sequência didática, podemos afirmar que alcançamos o objetivo esperado na pesquisa, mas que se encontra longe de estar pronta e acabada. Espero que ela seja capaz de gerar inquietações e novas pesquisas no âmbito da Educação Matemática, de modo que novas contribuições sejam acrescentadas para nossa prática pedagógica, bem como de outros profissionais que atuam na docência.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. E. D. de. **Pesquisa em educação: buscando rigor e qualidade.** Cadernos de Pesquisa, n. 113, jul, p. 51-64, 2001, ISSN 1980-5314.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Moderna, 1996.

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2008.

ARTIGUE, M.. **Engenharia Didática**. **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1988.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.

BARRETO, Marina Menna. **Tendências atuais sobre o ensino das funções no Ensino Médio**. 2008. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf> Acesso em 10 de dezembro de 2018.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo. 2011.

BOYER, C.B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM)**. Parte III- Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2000b.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Básico. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília**, MEC, 2006.

CABRAL, Natanael Freitas. **O papel das Interações Professor-aluno na construção da solução Sólido-aritmética otimizada de um jogo com regras**. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal do Pará. Belém, Pará, 2004.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM / SBEM-PA, 2017.

CAMELO, Soraya Martins. **Estudo de função afim através da modelagem matemática**. Dissertação de Mestrado. UFCG, Campina Grande, 2013.

CARAÇA, D. C. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Editora Gradiva publicações, 1951.

COSTA, C. B. de J. da. **O conhecimento do professor de matemática sobre o conceito de função.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

DORNELAS, Julienne Jane Barbosa. **Análise de uma Sequência Didática para a Aprendizagem do Conceito de Função Afim**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2007.

DRIVER, R. **Um Enfoque Construtivista para el Desarrolo Del Currículo em Ciencias. Enseñanza de Las Ciencias**. 1988, v.6.

DUARTE, Claudia Glavan. **A "realidade" nas tramas discursivas da Educação Matemática Escolar**. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS, São Leopoldo, 2009.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, Editora da UNICAMP, 2004.

FARIAS, José Vilani de. **A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o Geogebra**. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Mossoró. Rio Grande do Norte, 2013.

FLYNN, E.; PINE, K.; LEWIS, C. **The microgenetic method: time for change? The Psychologist**, v. 19, n. 3. Mar, p. 152-155, 2006.

GATTI, B. A. **Pós-modernidade, educação e pesquisa: confrontos e dilemas no início de um novo século**. Psicologia da educação, São Paulo, n. 20, p. 139-151, jun. 2006, ISSN 2175-3520.

GERVAI, S.M.S. **O Discurso do Professor sobre sua Prática em Sala de Aula**. Intercâmbio. 1996, V.5. p. 133-138.

GOÉS, M. C. R. de. **A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: Uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade**. v. 20. Campinas: cadernos Cedes, 2000.

GUIMARÃES, Rita Santos. **Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função**. Dissertação de Mestrado. UFSCar, São Carlos, 2010.

KLEINER, I. **Evolution of the functions concept: A brief survery**. The College Mathematics. Journal. V.20, n. 4, Setembro 1989.

LEANDRO, Rosalina Nogueira. **Insucesso Escolar na Matemática: Um (outro) olhar. Percepção dos alunos do 6.º ano do Ensino Básico sobre o insucesso escolar na Matemática** .Tese de Doutorado, Universidade do Minho, 2006.

LIMA, Elon Lages. **A Matemática do ensino médio – volume 1**. 10. Ed. – Rio de Janeiro: SBM 2012.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia Didática**. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática: Uma introdução**. 2 ed. São Paulo: Educ, 2002. p. 197-208.

MACIEL, Paulo Roberto Castor. **A construção do conceito de função através da História da Matemática**. Dissertação (Mestrado). Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET). Rio de Janeiro. 2011.

MAGARINUS, Renata. **Uma proposta para o Ensino de Funções através da utilização de objetos de Aprendizagem**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2013.

MANTOVANI, Sergio Roberto. **Sequência didática como instrumento para a aprendizagem significativa do efeito fotoelétrico**. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista. São Paulo. 2015.

MORTIMER, E. F.; MACHADO, A. H. **Elaboração de Conflitos e Anomalias em Sala de Aula**. In: Eduardo F. Mortimer, Ana Luiza B. Smolka. (Orgs). **Linguagem, Cultura e Cognição: Reflexões para o Ensino de Ciências e a Sala de Aula**. 1ª ed, Belo Horizonte: Autêntica, 2002, v. 1, p. 107-138.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino**. Investigações em ensino de ciências, v. 7, n. 3, p. 283–306, 2002.

PAIS, L. C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte. Autêntica.2002.

PENIN, Sonia. **Cotidiano e escola: a obra em construção**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

PERRETI, Lisiane. COSTA, Gisele. **Sequência Didática na Matemática**. Revista de Educação do Ideau. V.8. n. 17. 2013. Disponível em: <https://www.ideau.com.br/getulio/restrito/upload/revistasartigos/31_1.pdf>
Acesso em 22 de dezembro de 2018.

PINEDO, Christian Quintana. **Fundamentos da Matemática**. 5.ed. Araguaína: UFT, 2007

PINTO, Carolina Freire. **Dissertações Brasileiras sobre Função Afim, a partir da implementação de Sequências Didáticas, produzidas no período de 2009 a 2012: questões para a formação de professores e para pesquisa**. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**, 2013. 72 p. ils.: Tabs.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. **A solução de problemas como conteúdo Procedimental da Educação Básica**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ROQUE, Tatiana. Tópicos de História da Matemática. Coleção PROFMAT – SBM. 1ª edição. Rio de Janeiro, 2012.

SELINGARDI, Ainá Montessanti. **O estudo da função afim no ensino médio com apoio de uma atividade experimental**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. São Carlos. 2015.

SIEGLER, R. S.; CROWLEY, K. **The microgenetic method: a direct means for studying cognitive development. American Psychologist Association**, v. 46, n. 6. jun, p. 606-620, 1991.

SOUZA, Eva Santos de; CABRAL, Natanael Freitas. **O Laboratório de Educação Matemática – LEMA/UNAMA – E a Psicologia Histórico-cultural: Uma Aproximação da Formação Inicial na Licenciatura em Matemática com o Ensino e a Pesquisa**. Revista Cocar. Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará. v.4. n.7. Belém: EDUEPA, jan/jun/2010.

SOUZA, Rebeca Pereira de. **A construção do conceito de Função através de Atividades baseadas em situações do dia a dia**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual do Norte Fluminense. Campos dos Goytacazes – RJ. 2016.

TINOCO, L. A. A. et al. **Construindo o conceito de Função no 1º Grau**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, 1998.

TOMIO, Daniela. **A Análise Microgenética como método nas pesquisas em Educação na abordagem Histórico-cultural**. Revista Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 28-48, Set./Dez. 2017

VALSINER, J. **General Introduction. Developmental Science in the making: the role of Heinz Werner**. In: VALSINER, J. (Ed.). Heinz Werner and developmental science. New York: Kluwer Academic/Plenum Publischers, 2005. p. 1-17.

VYGOTSKY. **Psicologia pedagógica**. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

VIVIAN, Nancí Miksza. **Análise dos padrões discursivos de um professor de ciências no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina – Londrina, 2006.

ZABALA, Antoni., **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZUFFI, E. M. **Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função**. Educação Matemática em Revista. São Paulo, n. 9/10, p.10-16, abr. 2001.

WERSTCH, J. V. **A necessidade a ação na pesquisa sociocultural**. In: WERSTCH, J. V.; DEL RÍO, P.; ALVAREZ, A. Estudos sociais da mente. Porto Alegre: Artmed, 1998a. p. 56-71.

ANEXOS

A QUESTIONÁRIO DOS ALUNOS EGRESSOS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DA MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a), Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1- **Idade**: _____ anos 2- **Sexo**: □ Masculino □ Feminino 3- **Série**: ____ ano

4- **Tipo de escola que estuda**?
□Municipal □Estadual □Privada/Particular □Conveniada

5- **Você já ficou em dependência**? □Não □Sim. Em quais disciplinas?__________

6- **Você gosta de Matemática**? □Detesto □Suporto □Gosto um pouco □Adoro

7- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino**?
□Superior □Médio □Fundamental□ Fundamental incompleto □Analfabeto

8- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina**?
□Superior □Médio □Fundamental □ Fundamental incompleto □Analfabeto

9- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática**?
□Professor particular □Família □Ninguém □Outros. Quem?__________________

10- **Você consegue entender as explicações dadas nas aulas de matemática**?
□Sempre □Quase sempre □Às vezes □Poucas vezes □Nunca

11- **Quais formas de atividades e/ou trabalho você costuma ser mais avaliado em matemática?** □Provas/simulado □Testes semanais □Seminários □Pesquisas □Projetos □Outros. Quais?___________________________

12- **Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática**?
□Contente □Tranquilo □Medo □Preocupado □Raiva

13- **As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ministrados**? □Nenhum pouco □Muito pouco □ Um pouco □Muito

14- **Você costuma estudar matemática fora da escola**?

□Só no período de prova □Todo dia □Só no fim de semana □Só na véspera da prova

15- **Você e capaz de fazer relação dos conteúdos matemáticos dados em sala com seu cotidiano**? □Sim □Não □Às vezes

16- **Seu professor de matemática demonstra domínio do conteúdo**?
□Sim □Não

17. **Você considera as explicações do professor de matemática**?
□Ruim □Regular □Boa □Excelente

18- **O professor fez a utilização de exemplos e/ou exercícios interpretativo a partir de situações problemas**? □Sim □Não □Às vezes

19- **Você acha que o ensino da matemática pode contribuir com o aprendizado em outras disciplinas**?□Sim □Não □Às vezes

20- **Você já estudou função do 1º Grau**? □Sim □Não

21- **Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual série**?______

22- **Quando você estudou função do 1º Grau, a maioria das aulas**:
□Iniciaram pela definição seguida de exemplos e exercícios;
□Iniciaram com a história do assunto para depois explorar os conceitos;
□Iniciaram com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
□Iniciaram com um modelo para a situação e em seguida analisando o modelo;
□Iniciaram com jogos para depois sistematizar os conceitos.

23- **Para fixar o conteúdo de função de 1º Grau seu professor costumava**:
□Apresentar uma lista de exercício para serem resolvidos;
□Apresentar jogos envolvendo o assunto;
□Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;
□Não propunha questões de fixação;
□Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

24- **Quando você estudou função de 1º foram propostos os conteúdos:**
(**MF**: Muito Fácil; **F**: Fácil; **R**: Regular; **D**: Difícil; **MD**: Muito difícil)

Conteúdo	Qual grau de iculdade que você teve para aprender?				
	MF	**F**	**R**	**D**	**MD**
Definição da Função do 1º Grau					
Gráfico da Função do 1º Grau					
Identificar gráfico da Função do 1º Grau					
Construção de gráfico de Função do 1º Grau					
Identificar os coeficientes da Função do 1º Grau					
Domínio da Função do 1º Grau					
Imagem da Função do 1º Grau					
Função Crescente do 1º Grau					
Função Decrescente do 1º Grau					
Determinação da Lei da Função do 1º Grau a partir dos coeficientes					
Determinação da lei da função do 1 grau a partir de dois pontos da função					
Determinação da Lei da Função do 1º Grau a partir do gráfico					
Determinação da Lei da Função do 1º Grau a partir de dados tabelados					
Estudo do sinal da Função do 1º Grau					
Zero da Função do 1º Grau					
Aplicações da Função Afim em situações-problemas					

B TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO (TCLE)-ALUNO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada “Uma sequência didática para o Ensino de Função Afim”, sob a responsabilidade dos(as) pesquisadores Natanael Freitas Cabral e **Mauricio dos Santos Macedo**, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa nós estamos buscando **avaliar os efeitos de uma sequência didática, que se diferencia da tradicional, para o ensino de função afim e a aprendizagem dos conceitos relacionados ao assunto**. A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa.

Em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada.

Você não terá nenhum gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico da relação entre metodologia didática e a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Informar o nome dos pesquisadores com telefones profissionais e endereço da Instituição a qual estão vinculados**. Poderá também entrar em contato com a Direção do Centro de Ciências Sociais e Educação(CCSE) da Universidade do Estado do Pará(UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n. Telegrafo. Belém-Pará- CEP: 66113-010; fone: 4009-9542.

__________________, ... de ....de 2018.

____

Assinatura dos pesquisadores

Eu,____ aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____

Participante da pesquisa

C TCLE PARA OS PAIS

Senhor (a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: Uma sequência didática para o ensino de Função Afim, sob a responsabilidade dos pesquisadores Natanael Freitas Cabral e **Mauricio dos Santos Macedo** vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa nós estamos buscando **avaliar os efeitos de uma sequência didática, que se diferencia da tradicional, para o ensino de função afim e a aprendizagem dos conceitos relacionados ao assunto.** A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa dentro das dependências da escola sob a supervisão de um docente da mesma.

Em nenhum momento ele será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade dele será preservada.

Você nem ele não terão nenhum gasto ou ganho financeiro por participar na pesquisa.

Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico da relação entre metodologia didática e a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos.

Você é livre para decidir se seu filho(a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação.

Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: **Informar o nome dos pesquisadores com telefones profissionais e endereço da Instituição a qual estão vinculados**. Poderá também entrar em contato com a Direção do Centro de Ciências Sociais e Educação(CCSE) da Universidade do Estado do Pará(UEPA): TV. Djalma Dutra S/N. Telégrafo. Belém-Pará - CEP: 66113-010; fone: 4009-9542.

______________________, ... de ....de 2018.

____
Assinatura dos pesquisadores

Eu,____
autorizo que meu/minha filho (a)____ a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

____
Assinatura do responsável

D TESTE DE VERIFICAÇÃO

Teste de Verificação

1) Use $\in$ (pertence) ou $\notin$ (pão pertence) nas lacunas abaixo.

a) 2 _____ $\mathbb{N}$	e) 0,2 ______ $\mathbb{Z}$	f) 0,333... ______ $\mathbb{R}$
b) -3 _____ $\mathbb{N}$	f) 0,3 ______ $\mathbb{Q}$	g) -7 _______ $\mathbb{R}$
c) 5 _____ $\mathbb{Z}$	g) $\sqrt{5}$ ______ $\mathbb{Q}$	h) $\sqrt{7}$ _______ $\mathbb{R}$
d) -4 _____ $\mathbb{Z}$	h) $\frac{1}{4}$ _______ $\mathbb{Z}$	i) $\frac{1}{3}$ ________ $\mathbb{R}$

2) Identifique o grau do polinômio:

a) $2x^3 + 5x^2 – 3x + 4$

d) $x^2 + x -2$

b) $6x^5 – 4x^4 + x^3 + 5x -10$

e) $3x + 5$

c) $2x – 4$

f) $3x^3 + 5$

3) Junte os termos semelhantes:

a) $4x -3y +5y + x - 4$

d) $4x^2 + 3x^3 – 3x^2 – 4x^3 + x^2$

b) $2y + 3x - 4x +3y + 2 + 4$

e) $7x^2 –x + 3x – 5x^2 + 5$

c) $4m + 3p -5m + 6m – 2p$

f) $4 – 3x + 5x^2 + 6x – 7x^2 – 2$

4) Determine o valor numérico na expressão $x^2 – 3x + 5$, quando:

a) $x = -2$

b) $x = 0$

c) $x = 2$

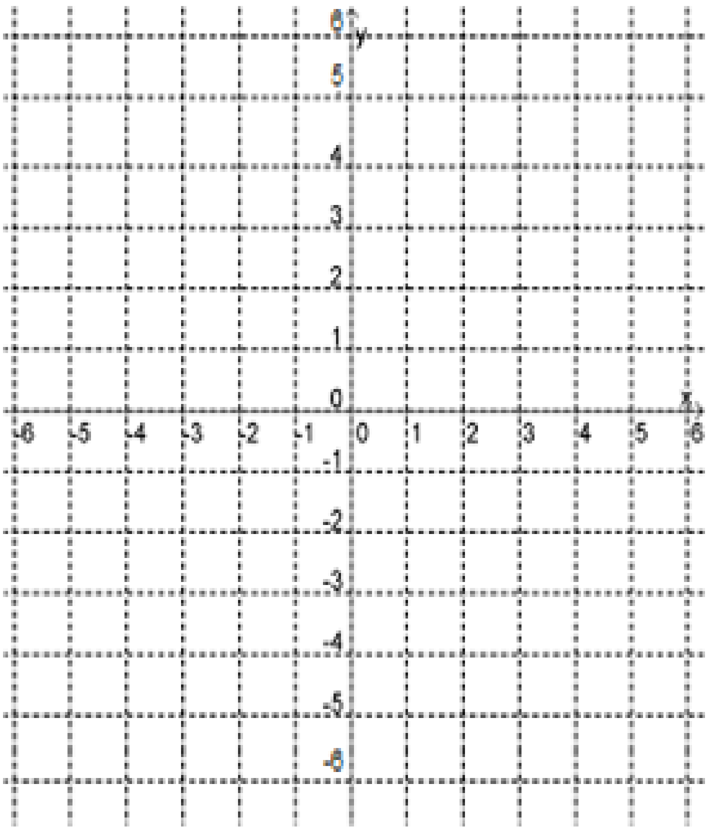
5) Na Física S representa o espaço percorrido, em metros (m), e t representa o tempo, em segundos (s). Determine o espaço percorrido por um objeto que se movimenta segundo a expressão S = 50 – 2t, nos seguintes tempos:

a) t = 2 s

b) t = 10 s

c) t = 20 s

4) Coloque os pontos A (-2;2), B (-2;3), C(2;-2), D (2;0), E (-3;0), F (-1;-1), G (0;1), H (0;-3), I (0;0) no plano cartesiano.



Universidade do Estado do Pará
Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Travessa Djalma Dutra, s/n - Telégrafo 66113-200
Belém - PA