



# Física

## Eletricidade e Magnetismo I

Antonio Carlos Santana dos Santos



Geografia



História



Educação  
Física



Química



Ciências  
Biológicas



Artes  
Plásticas



Computação



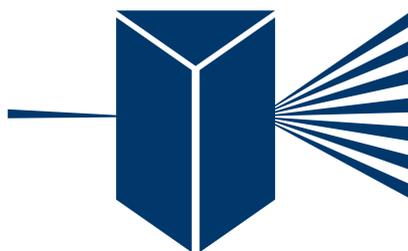
Física



Matemática



Pedagogia



# Física

## Eletricidade e Magnetismo I

Antonio Carlos Santana dos Santos

Fortaleza



2015



Geografia



História



Educação Física



Química



Ciências Biológicas



Artes Plásticas



Computação



Física



Matemática



Pedagogia

Copyright © 2015. Todos os direitos reservados desta edição à UAB/UECE. Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, dos autores.

Editora Filiada à



**Presidenta da República**

Dilma Vana Rousseff

**Ministro da Educação**

Renato Janine Ribeiro

**Presidente da CAPES**

Carlos Afonso Nobre

**Diretor de Educação a Distância da CAPES**

Jean Marc Georges Mutzig

**Governador do Estado do Ceará**

Camilo Sobreira de Santana

**Reitor da Universidade Estadual do Ceará**

José Jackson Coelho Sampaio

**Vice-Reitor**

Hidelbrando dos Santos Soares

**Pró-Reitor de Pós-Graduação**

Jefferson Teixeira de Souza

**Coordenador da SATE e UAB/UECE**

Francisco Fábio Castelo Branco

**Coordenadora Adjunta UAB/UECE**

Eloísa Maia Vidal

**Direção do CED/UECE**

José Albio Moreira de Sales

**Coordenação da Licenciatura em Física**

Carlos Jacinto de Oliveira

**Coordenação de Tutoria da**

**Licenciatura em Física**

Emerson Mariano da Silva

**Editor da EdUECE**

Erasmio Miessa Ruiz

**Coordenadora Editorial**

Rocylânia Isídio de Oliveira

**Projeto Gráfico e Capa**

Roberto Santos

**Diagramador**

Francisco Oliveira

**Revisão Ortográfica**

Fernanda Ribeiro

**Conselho Editorial**

Antônio Luciano Pontes

Eduardo Diatany Bezerra de Menezes

Emanuel Ângelo da Rocha Fragoso

Francisco Horácio da Silva Frota

Francisco Josênio Camelo Parente

Gisafran Nazareno Mota Jucá

José Ferreira Nunes

Liduína Farias Almeida da Costa

Lucili Grangeiro Cortez

Luiz Cruz Lima

Manfredo Ramos

Marcelo Gurgel Carlos da Silva

Marcony Silva Cunha

Maria do Socorro Ferreira Osterne

Maria Salette Bessa Jorge

Silvia Maria Nóbrega-Therrien

**Conselho Consultivo**

Antônio Torres Montenegro (UFPE)

Eliane P. Zamith Brito (FGV)

Homero Santiago (USP)

Ieda Maria Alves (USP)

Manuel Domingos Neto (UFF)

Maria do Socorro Silva Aragão (UFC)

Maria Lírida Callou de Araújo e Mendonça (UNIFOR)

Pierre Salama (Universidade de Paris VIII)

Romeu Gomes (FIOCRUZ)

Túlio Batista Franco (UFF)



Editora da Universidade Estadual do Ceará – EdUECE  
Av. Dr. Silas Munguba, 1700 – Campus do Itaperi – Reitoria – Fortaleza – Ceará  
CEP: 60714-903 – Fone: (85) 3101-9893  
Internet: [www.uece.br](http://www.uece.br) – E-mail: [eduece@uece.br](mailto:eduece@uece.br)  
Secretaria de Apoio às Tecnologias Educacionais  
Fone: (85) 3101-9962

# Sumário

<b>Apresentação .....</b>	<b>5</b>
<b>Capítulo 1 - Carga Elétrica e Lei de Coulomb .....</b>	<b>7</b>
1. Introdução .....	9
2. Carga Elétrica e Lei de Coulomb .....	10
2.1. Introdução .....	10
2.1.1. Eletrização por atrito.....	12
2.1.2. Eletrização por contato .....	13
2.1.3. Eletrização por indução .....	14
2.1.4. Indução em Isolantes .....	15
2.2. Lei de Coulomb .....	16
2.3. Princípio da Superposição.....	17
<b>Capítulo 2 - Campo Elétrico, Lei de Gauss.....</b>	<b>27</b>
1. Campo Elétrico .....	29
1.1. Introdução .....	29
1.2. Campo Elétrico.....	31
1.2.1. Linhas de Forças de um campo elétrico .....	32
1.2.2. Campo de um dipolo.....	34
1.3. Campo devido a uma distribuição contínua de carga .....	36
1.3.1. Uma Carga Puntiforme em um Campo Elétrico .....	38
1.4. Fluxo.....	38
1.4.1. Variação do fluxo.....	40
1.4.2. Situação generalizada.....	42
2. Lei de Gauss .....	46
2.1. Introdução .....	46
2.2. Aplicações da Lei de Gauss .....	47
2.2.1. Área vetorial .....	50
<b>Capítulo 3 - Introdução ao Potencial Elétrico, Capacitores e Dielétricos .....</b>	<b>59</b>
1. Potencial.....	61
1.1. Introdução .....	61
1.2. Diferença de potencial em um campo elétrico uniforme .....	62
1.3. Potencial elétrico e Energia potencial devido a cargas pontuais.....	65
1.4. O potencial produzido por um Dipolo.....	67

2. Capacitores e Dielétricos .....	70
2.1. Introdução .....	70
2.2. Definição de Capacitância.....	71
2.2.1. Capacitor plano .....	71
2.2.2. Capacitor cilíndrico.....	73
2.2.3. Associação de Capacitores.....	74
2.2.4. Capacitores em paralelo.....	74
2.2.5. Capacitores em série .....	74
3. Energia armazenada em um campo elétrico .....	75
4. Dielétricos.....	76
<b>Capítulo 4 - Corrente e Resistência Elétrica,</b>	
<b>Circuitos de Corrente Contínua .....</b>	<b>83</b>
1. Corrente e Resistência Elétrica.....	85
2. Circuitos de Corrente Contínua.....	93
2.1. Introdução .....	93
2.1.1. Fontes de fem.....	93
2.2. Resistores em série e em paralelo.....	95
2.2.1. Associação de resistências em série.....	95
2.2.2. Divisor de Tensão .....	95
2.3. Associação de resistências em paralelo.....	97
2.4. Leis de Kirchooff .....	98
2.4.1. Lei dos nós.....	99
2.4.2. Lei das malhas.....	99
Sobre o autor.....	105

# Apresentação

O tema Eletricidade e Magnetismo foi desenvolvido em dois módulos – Eletricidade e Magnetismo 1 e Eletricidade e Magnetismo 2 – dirigidos aos alunos do Curso de Graduação em Física da modalidade Licenciatura Semipresencial, ofertado pelo Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Ceará, dentro do Programa da Universidade Aberta do Brasil.

O principal objetivo deste módulo de Eletricidade e Magnetismo 1 é estruturar uma base sólida dos conceitos, princípios e leis da eletricidade e do magnetismo, com a matemática do cálculo diferencial e integral, de modo a capacitar o estudante para solucionar problemas. Teorias consolidadas e modernas, aplicações práticas e inserções históricas e sugestões de leituras complementares marcam o seu desenvolvimento, todos voltados para a pedagogia do estudo semipresencial.

Eletricidade e Magnetismo 1 foi desenvolvido em quatro unidades. Na Unidade 1 é feita uma introdução geral da eletricidade, do magnetismo e do eletromagnetismo, seguido de uma abordagem detalhada da carga elétrica e da lei de Coulomb. A Unidade 2 aborda o campo elétrico e a lei de Gauss. Na Unidade 3 é abordado o potencial elétrico, capacitores e dielétricos. O módulo é finalizado com Unidade 4, onde aborda a corrente e as resistências elétricas, seguido dos circuitos de corrente contínua.

Espera-se que esta edição de Eletricidade e Magnetismo 1 possa contribuir com o aprimoramento do Ensino da Física como um todo.

O autor



# Capítulo

1

## Carga Elétrica e Lei de Coulomb



## Objetivos

- Por que estudar eletromagnetismo? Esta unidade introduz o conceito de carga elétrica e discute a lei de interação entre duas cargas, descoberta por Coulomb. Aqui, será possível compreender que a característica fundamental de uma carga elétrica é a sua capacidade de exercer uma força sobre outra. Essa força é característica do campo eletrostático que envolve cada corpo carregado.
- O aluno será capaz de expressar a Lei de Coulomb sob outra forma, a chamada de Lei de Gauss, que envolvem o conceito de fluxo de um campo vetorial.

## 1. Introdução

As primeiras observações referentes à ciência da Eletricidade datam aproximadamente do ano 600 a.C, com Tales de Mileto, quando observou que um pedaço de âmbar, ao ser atritado, atraía pequenos fragmentos de palha. Já o magnetismo veio do fato de observar e perceber que certas pedras encontradas na natureza eram capazes de atrair ferro. Essas pedras constituem hoje a magnetita. A figura 1 mostra um exemplo de atração elétrica entre uma pedra de âmbar e uma pena.



Figura 1 - pena atraída por uma pedra de âmbar (adaptada)

Fonte: Aventura na Ciência, Eletricidade. Editora Globo. Ano 1994.

**Eletricidade:** vem de elektron – "âmbar", em grego. Forma de energia natural, ligada aos elétrons, que se manifesta por atrações e repulsões, assim como por fenômenos luminosos, químicos e mecânicos. Existe em estado potencial (eletricidade estática), como carga (tensão), ou, em forma cinética (eletricidade dinâmica), como corrente.

### Um pouco de História

A atração exercida pelo âmbar sobre pequenos corpos, quando esfregado com lã ou com a pele de alguns animais, era conhecida dos gregos há séculos, mas, só em 1600, o inglês William Gilbert (1544-1603), médico da rainha da Inglaterra, procurou refazer experiências e revisar as explicações de outros autores e pesquisadores. Reuniu suas conclusões no livro *De Magnete*, um dos primeiros clássicos da literatura científica (GASPAR, A., 2000).

Quando podemos medir alguma coisa de que estamos falando e expressá-la em números, sabemos algo sobre ela. Mas, quando não podemos medi-la e expressá-la em números, nosso conhecimento é pobre e insuficiente. Ele pode ser o limiar do conhecimento, mas progredimos muito pouco nos nossos conceitos para o estágio de ciência, qualquer que seja o assunto.

*Lord Kelvin*

O eletromagnetismo de hoje foi desenvolvido por muitos pesquisadores, dentre os quais Michael Faraday (1791-1867) foi o que obteve maior destaque. Coube a James Clerk Maxwell (1831-1879) a importância de formular as leis do eletromagnetismo na forma como hoje são conhecidas, comumente chamadas *Equações de Maxwell*.

O eletromagnetismo abrange a eletricidade, o magnetismo, os campos elétricos, os campos magnéticos e as ondas eletromagnéticas. Teoricamente, nos circuitos, a ênfase está na voltagem, entre um par de terminais, e na corrente, através de um condutor, mas, no eletromagnetismo, a ênfase está no espaço entre condutores e nos campos elétricos e magnéticos neste espaço.

A iniciação no campo do eletromagnetismo é essencial para a compreensão dos guias de onda, ondas no espaço e as interações entre partícula-campo. O eletromagnetismo proporciona, também, uma visão básica de operação e de características dos elementos básicos do circuito, tais como: capacitores, indutores e resistores.

## 2. Carga Elétrica e Lei de Coulomb

### 2.1. Introdução

A carga elétrica é uma propriedade associada a determinadas partículas elementares, tais como: o próton e o elétron. Ela exprime a capacidade de uma partícula interagir com outras que tem essa mesma propriedade.

Entre duas partículas existem dois tipos de interação: a gravitacional, devido à sua massa e que observamos mais frequentemente; e a elétrica, devido à sua carga elétrica. A primeira manifesta-se de maneira bem mais fraca que a segunda.

Arbitrariamente, chamou-se a carga do **elétron** de **negativa** e, conseqüentemente, a do **próton** de **positiva**, já que seus comportamentos eram opostos.

Isso foi demonstrado na experiência de Charles François duFay, em 1733. Ele notou que a carga elétrica adquirida por um bastão de vidro, eletrizado com seda, era diferente da carga elétrica adquirida por uma vareta de ebonite, eletrizada por um pedaço de lã. Para demonstrar sua experiência Du Fay utilizou quatro bolinhas de medula de sabugueiro (o isopor daquela época) penduradas por um fio



**Carga Elétrica:** Grandeza física fundamental que mede a quantidade de eletricidade presente em um sistema macroscópico ou em um sistema atômico ou subatômico.

isolante. O dispositivo foi chamado de “Pêndulo Elétrico” e funciona da seguinte maneira: aproximando um bastão de vidro ou de ebonite eletrizados (por atrito) da bolinha do Pêndulo Elétrico, o bastão atrai a bolinha, ocorre o contato entre eles e, imediatamente, a bolinha passa a ser repelida pelo bastão. Com essa experiência, Du Fay concluiu que as bolinhas dos pêndulos adquiriam a mesma espécie de eletricidade que a do bastão eletrizado.

Uma propriedade fundamental de carga elétrica, que se verifica experimentalmente, apresenta as seguintes características:

1. Elétrons repelem elétrons;
2. Prótons repelem prótons;
3. Elétrons atraem prótons e vice versa.

Pode-se mostrar que existem duas espécies de cargas, esfregando-se um pedaço de seda em um bastão de vidro e pendurando-se este último na extremidade de um fio longo, como mostra a figura 2.

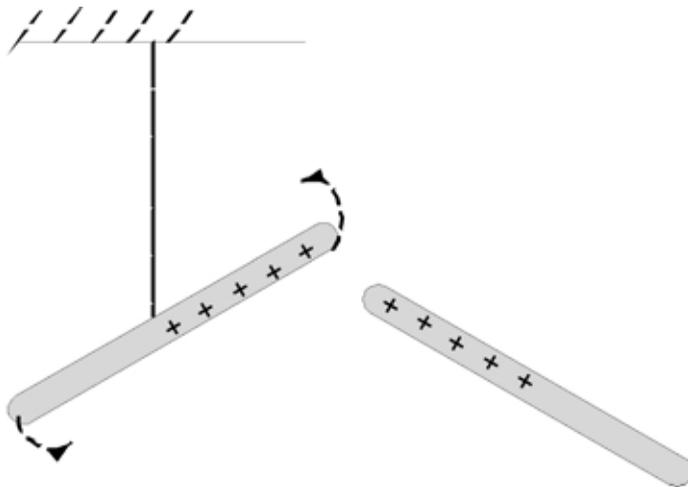


Figura 2- Dois bastões de vidro carregados positivamente se repelem.

Colocando-se, próximo à extremidade atritada, um segundo bastão, igualmente esfregando-se com seda, veremos que os dois bastões se repelem. Por outro lado, um bastão de vidro de ebonite, atritado com em um pelo de animal, atrairá o bastão de vidro, ao passo que dois bastões de ebonite, igualmente esfregados com pelo de animal, irão se repelir. A explicação para esses fatos é que, ao esfregar um dos bastões, damos a este carga elétrica e que as cargas elétricas exercem forças entre si. Naturalmente, as cargas nos bastões de vidro e ebonite são de naturezas diferentes.

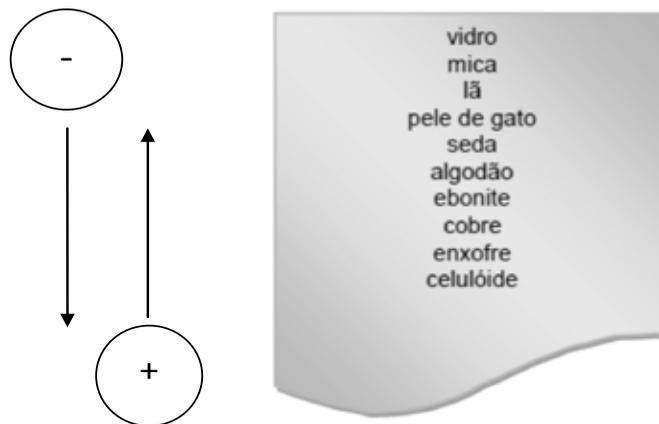


Figura 3 - Série tribo elétrica de materiais de alguns materiais.

Mediante as explicações acima, pode-se elencar os materiais de acordo com a chamada série tribo elétrica, que é uma relação ordenada de substâncias, de tal forma que o atrito entre duas quaisquer delas eletriza, positivamente, a substância que figura antes na série, negativamente, a substância que figura depois.

A eletrização acontece por três processos básicos: atrito, contato e indução.

### 2.1.1. Eletrização por atrito

Ao atritar dois corpos, pode haver transferência de elétrons de um para outro. O doador de elétrons inicialmente neutro, ficará então com uma predominância de cargas positivas o receptor com predominância de cargas negativas.

Tomando-se as devidas precauções, duas substâncias diferentes se eletrizam, quando atritadas.

A espécie de carga resultante por uma delas depende da natureza da outra substância, do grau de polimento das superfícies atritadas e da temperatura. Por exemplo, a lã de resulta em carga negativa, quando atritada com vidro, e positiva, quando atritada com enxofre.

Vale observar o seguinte: sempre que se liga um condutor eletrizado à Terra, ele se descarrega, tornando-se neutro. Essa informação parece embaraçosa. Era de se esperar que houvesse uma redistribuição de cargas, de tal modo que, no equilíbrio elétrico, ambos permanecessem carregados. A rigor, é o que de fato ocorre. Entretanto, a carga residual do condutor é tão pequena que se pode desprezar. Mais tarde, ao adquirir novos conhecimentos, você perceberá por quê.

Esquemáticamente, o símbolo  significa “ligação à terra”. Então, a figura 4 indica que o corpo A está ligado à terra.

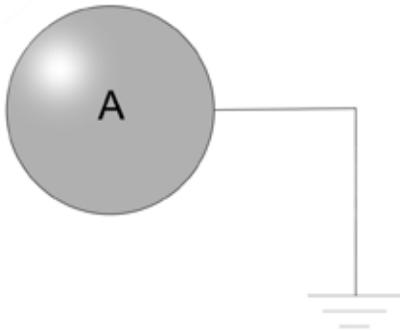


Figura 4 - Indicação de um corpo A está ligado à terra.

### 2.1.2. Eletrização por contato

Dados dois corpos, A e B, sendo A positivamente eletrizado e B um corpo neutro. Quando se colocam esses corpos em contato, as cargas positivas do corpo A atraem as cargas negativas de B. Os corpos, obviamente, devem ser condutores para que isso aconteça. Ao se separar os corpos, percebe-se que o corpo B perdeu elétrons, logo ele ficou positivamente eletrizado. Esse processo é chamado eletrização por contato. Na eletrização por contato, os corpos ficam com a mesma distribuição superficial de cargas elétricas. Isso significa que, se os corpos forem idênticos, terão a mesma carga elétrica.

Convém observar, aqui, um dos princípios mais importantes da eletrostática:

*Em um sistema eletricamente isolado, a soma algébrica das cargas positivas e negativas é constante.*

Isso é uma outra forma de se dizer que a carga elétrica não pode ser criada do nada. Assim, dois corpos podem trocar carga elétrica entre si, mas nenhum deles “fabrica” carga elétrica. Veja a ilustração na figura 5, a seguir.

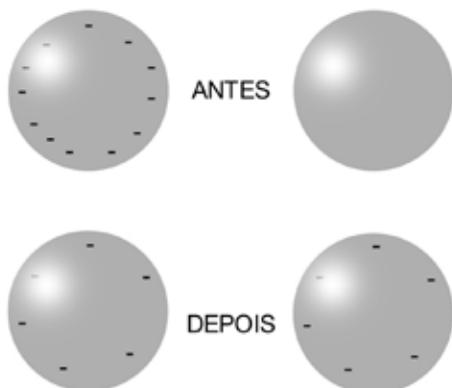


Figura 5 – Esquema do antes e depois do contato de dois corpos.

### 2.1.3. Eletrização por indução

Na figura 6, representamos um corpo A, carregado negativamente, e um condutor B, inicialmente neutro e muito distante de A. Aproximemos os corpos, mas sem colocá-los em contato (figura 7). A presença do corpo eletrizado A provocará uma separação de cargas no condutor B (que continua neutro). Essa separação é chamada indução



Figura 6 - Um corpo A carregado negativamente e um condutor B

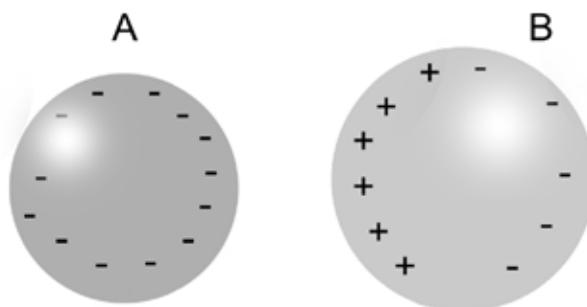


Figura 7 - Corpo A carregado negativamente e corpo B após indução.

Se ligarmos o condutor B à Terra (figura 8), as cargas negativas, repelidas pelo corpo A escoam-se para a Terra e o corpo B fica carregado positivamente. Se desfizemos a ligação com a Terra e, em seguida, afastarmos, novamente, os corpos, as cargas negativas em B são redistribuídas de forma que as cargas negativas em excesso ficam homoganeamente distribuídas (figura 9).

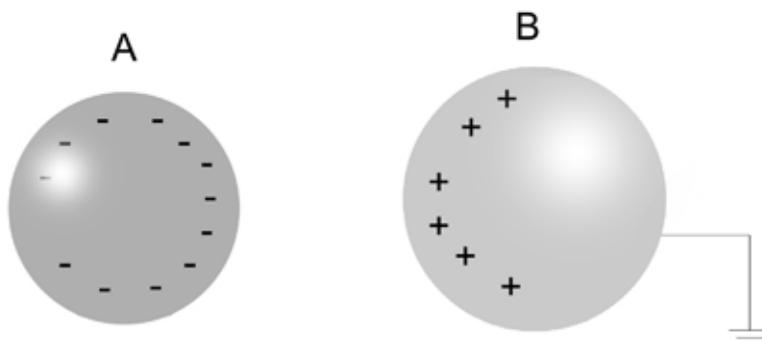


Figura 8 - Corpo A carregado negativamente e corpo B após contato com a terra.



Figura 9 - Corpo A carregado negativamente e corpo B depois de retirado do fio de aterramento.

Na Figura 10, repetimos a situação da Figura 7, em que o corpo B está neutro, mas apresentando uma separação de cargas. As cargas negativas de B que estão mais próximas de A são repelidas deixando cargas positivas nessa região (força  $\vec{F}_1$ ), enquanto as cargas negativas de B são repelidas por A (força  $\vec{F}_2$ ). Porém, a distância entre o corpo A e as cargas positivas de B é menor do que a distância entre o corpo A e as cargas negativas de B. Assim,  $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$ , o que faz com que a força resultante  $\vec{F}_R$  seja de atração.

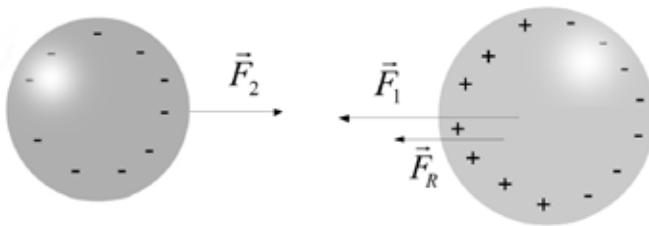


Figura 10—Representação esquemática das forças.

De modo geral, durante a indução, sempre haverá uma força de atração entre o corpo eletrizado (indutor) e o corpo neutro (induzido).

#### 2.1.4. Indução em Isolantes

Quando um corpo eletrizado A se aproxima de um corpo B, feito de material isolante (Figura 11), os elétrons não se movimentam como nos condutores, mas há, em cada molécula, uma pequena separação entre as cargas positivas e negativas (Figura 12), denominada polarização. Verifica-se que, também nesse caso, o efeito resultante é de uma atração entre os corpos.



Figura 11 – Esquema de um corpo carregado negativamente e um isolante neutro.

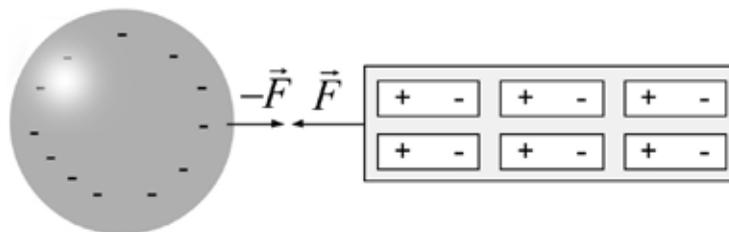


Figura 12 - Esquema de um corpo carregado negativamente e um isolante neutro quando polarizado.

Um exemplo dessa situação ocorre na experiência de se passar, no cabelo, um pente de plástico, que, esse em seguida, torna-se capaz de atrair pequenos pedaços de papel. Pelo atrito com o cabelo, o pente fica eletrizado e, assim, é capaz de atrair o papel, embora este esteja neutro.

Foi esse tipo de observação que originou o estudo da eletricidade. Na Grécia antiga, aproximadamente em 600 a.C, o filósofo grego Tales observou que o âmbar, após ser atritado com outros materiais, era capaz de atrair pequenos pedaços de palha ou fios de linha. A palavra grega para âmbar é *eléktron*. Por essa razão, no século XVI, o inglês William Gilbert (1544-1603) introduziu o nome eletricidade para designar o estudo desses fenômenos.

## 2.2. Lei de Coulomb

Sabe-se que a interação entre cargas elétricas em repouso é descrita pela Lei de Coulomb: duas cargas elétricas estacionadas se repelem, ou se atraem, com uma força proporcional ao valor de suas cargas e inversamente proporcional ao quadrado de sua distância mútua. A dependência inversa com o quadrado da distância pode ser verificada variando-se a distância entre as cargas e medido a força entre elas. Vale ressaltar que nossa confiança na Lei de Coulomb não repousa apenas nessas experiências, visto que a balança de torção não garantiria que o expoente na equação 1 seria exatamente igual a 2 ou digamos a 2,02. Uma experiência indireta em 1971 mostrou que o expoente está compreendido, aproximadamente, entre os *limites*  $2.7 \pm 3.1 \times 10^{-16}$ . (WILLIAMS, FALLER, HILL, E.; FALLER, J.; HILL, H., 1971).

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

A unidade de carga no sistema SI é o Coulomb (símbolo C). O Coulomb é a quantidade de carga que atravessa, em um segundo, a seção reta de um fio percorrido por uma corrente constante de um Ampère. Assim,

$$\Delta q = i \Delta t$$

**Carga Elementar:** A menor quantidade de carga elétrica que pode ser ganha, ou perdida, por um sistema qualquer; carga elementar.  
 $e = 1.60217646 \times 10^{-19}$  coulombs

Onde  $e$  é dado em Coulomb,  $i$  em ampères e  $t$  em segundos. Sendo assim, se um fio percorrido por uma corrente de 1,0 A, durante  $10^{-6}$ s, é ligado a uma esfera de metal, esta receberá uma carga de  $10^{-6}$  C.

A equação (1) pode ser escrita na forma de uma igualdade, introduzindo-se o valor da constante de proporcionalidade:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

A razão dessa escolha é que certas equações obtidas a partir da equação (2), mas de uso frequente do que está, passam a ter, então, uma forma mais simples. É importante saber que a constante de permissividade vale, para esse livro a aproximação com duas casas decimais será o suficiente. Para aplicações diretas da Lei de Coulomb pode-se usar o valor

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

### 2.3. Princípio da Superposição

Até agora, a discussão foi, apenas, com dois corpos carregados. Supondo-se, agora, que uma carga de prova positiva  $q_0$  tenha sido colocada na presença de várias outras cargas. Assim, qual será a força resultante que atua em  $q_0$ ? O que será feito, aqui, é um processo similar ao que é feito na mecânica com a força gravitacional, isto é, adicionar, vetorialmente, as forças que atuam, separadamente, entre dois corpos, para obter a força resultante. Esse método é conhecido como princípio da superposição. Na figura 13, é mostrada uma representação esquemática das forças atuando em  $q_0$ , devido a todas as outras cargas. Embora esse resultado pareça óbvio, ele não pode ser derivado de algo mais fundamental. A única forma de verificá-lo é testando-o experimentalmente.

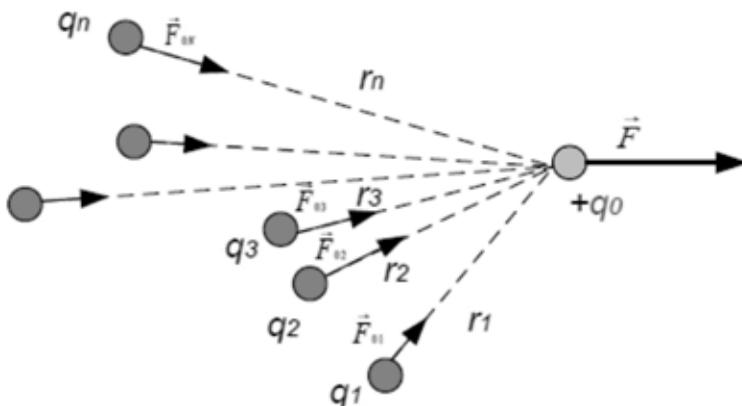


Figura 13 - Forças elétricas sobre uma carga de prova  $q_0$  devido a uma distribuição de cargas ( $q$ ).

No caso de  $N$  partículas carregadas, temos que a força resultante sobre  $q_0$  será, então, a soma vetorial de todas, como a seguir:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \vec{F}_{03} \dots \vec{F}_{0N} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^N k \frac{q_0 q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Onde  $r_i$  é a distância entre a carga de prova  $q_0$  e a discreta carga  $q_i$  e  $\hat{r}_i$  é um vetor unitário. Nesse caso, a força resultante sobre  $q_0$  deve-se a uma distribuição discreta de cargas.

## Síntese do Capítulo



- As primeiras observações referentes à ciência da Eletricidade datam do ano 600 a.C, com Tales de Mileto.
- O eletromagnetismo de hoje foi desenvolvido por muitos pesquisadores, dentre os quais Michael Faraday (1791-1867) obteve maior destaque.
- A iniciação no campo do eletromagnetismo é essencial para a compreensão dos guias de onda, ondas no espaço e as interações entre partículas e campos.
- A carga elétrica é uma propriedade associada a determinadas partículas elementares, tais como: o próton e o elétron. Ela exprime a capacidade de uma partícula interagir com outras cargas elétricas.
- Tem-se a eletrização quando se atritam dois corpos. Por exemplo: pegando-se um canudinho de refrigerante e atritando-o com um pedaço de papel (pode ser higiênico); observa-se, através de experimentos, que ambos ficam carregados com a mesma quantidade de cargas, porém de sinais contrários.
- Quando dois corpos condutores entram em contato, sendo um neutro e outro carregado, observa-se que ambos ficam carregados com cargas de mesmo sinal. Por exemplo: tendo-se um bastão (ou outra esfera) carregado e uma esfera neutra inicialmente, ao se tocar a esfera com o bastão, verifica-se que a esfera adquire a carga de mesmo sinal daquela presente no bastão.
- A eletrização por indução ocorre quando se tem um corpo que está inicialmente eletrizado colocado próximo a um corpo neutro. Com isso, a configuração das cargas do corpo neutro se modifica de forma que as cargas de sinal contrário à do bastão tendem a aproximar-se do mesmo. Porém, as de sinais iguais tendem a ficar afastadas o máximo possível, ou seja, na indução ocorre a separação entre algumas cargas positivas e negativas do corpo neutro ou induzido.
- A lei formulada por Charles Augustin Coulomb se refere às forças de interação (atração e repulsão) entre duas cargas elétricas puntiformes, ou seja,

com dimensão e massa desprezível. Ressalte-se que, pelo princípio de atração e repulsão, cargas com sinais opostos são atraídas, ao passo que cargas com sinais iguais são repelidas. Entretanto, tais forças de interação têm intensidade igual, independente do sentido para onde o vetor que as descreve aponta. O que a Lei de Coulomb enuncia é que *a intensidade da força elétrica de interação entre cargas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos módulos de cada carga e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.*

- No caso de  $N$  partículas carregadas, temos que a força resultante sobre  $q_0$  será, então a soma vetorial de todas, como a seguir.
- onde  $r_i$  é a distância entre a carga de prova  $q_0$  e outra carga  $q_i$ . Nesse caso, a força resultante sobre  $q_0$  deve-se a uma distribuição de cargas discreta.

### Atividades de avaliação



1. Sabendo-se que os nêutrons são constituídos de três quarks, *up* e *down*, e que o quark *up* tem carga  $+2/3e$ , e o quark *down* tem carga  $-1/3e$ , qual deve ser a constituição de um nêutron? Explique.
2. Um pêndulo eletrostático neutro é atraído tanto por um corpo eletrizado negativamente como por um corpo eletrizado positivamente. Por quê?
3. Na eletrização por atrito, ambos os corpos adquirem cargas elétricas. Entretanto, quando se eletriza um canudo com papel, só conseguimos atrair um pêndulo com o canudo. Por que o papel não atrai o pêndulo? Explique.
4. Suponha que você tenha duas placas condutoras apoiadas em suportes isolantes e um corpo eletricamente carregado. Descreva uma forma de carregar eletricamente ambas as placas ao mesmo tempo por indução, sem ligação à Terra.
5. Duas pequenas esferas idênticas neutras são colocadas em contato e delas são retirados  $1,010^{-19}$  elétrons. Em seguida, elas são distanciadas uma da outra. Determine a carga de cada uma. A carga do elétron é  $-1,610^{-19}C$ .
6. Dadas 8 pequenas esferas metálicas idênticas e neutras, separadas em 2 grupos de 4 cada. Uma 9ª esfera ( $A$ ) com carga  $(+Q)$  é colocada sucessivamente em contato com as esferas do 1º grupo. Uma 10ª esfera ( $B$ ) com carga  $(-Q)$  é colocada em contato sucessivamente com cada uma das cargas do 2º grupo.
  - a) Determine a carga final de  $A$  e  $B$ ;

b) Coloque em contato a 4ª esfera do 1º grupo com 4ª esfera do 2º grupo e determine a carga final de cada uma.

7. Considere a série tribo-elétrica:

Vidro

Mica

Lã

Seda

Algodão

Cobre

Em seguida, faremos atritos entre dois elementos neutros; depois, outros dois; e assim por diante.

Indique o sinal da carga elétrica em cada caso:

a) Barra de vidro com pano de seda;

b) Esfera de cobre com pano de algodão;

c) Pano de lã com uma bola de vidro.

8. A figura abaixo apresenta uma esfera eletrizada positivamente, ligada à Terra por um fio de cobre:

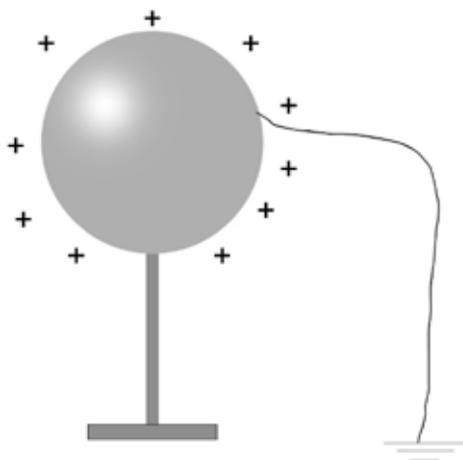


Figura 14 - Esfera eletrizada positivamente

a) Ele se eletrizará negativamente;

b) Ela se neutralizará, pois os seus prótons escoarão para a Terra;

c) Ela se neutralizará, pois elétrons subirão da Terra;

d) Não haverá mudança em sua carga elétrica.

9. Você dispõe de dois pedaços de lã (panos), um bastão de ebonite (neutro) e um bastão de vidro (neutro). Com um pedaço de lã, você atrita um dos bastões e, com outro pedaço, você atrita o outro bastão. A seguir, você

aproxima o ebonite da esfera A (ligada à Terra) e o vidro da esfera B (também ligado a Terra), estando as esferas bem longe uma da outra. Ambas de são de alumínio.

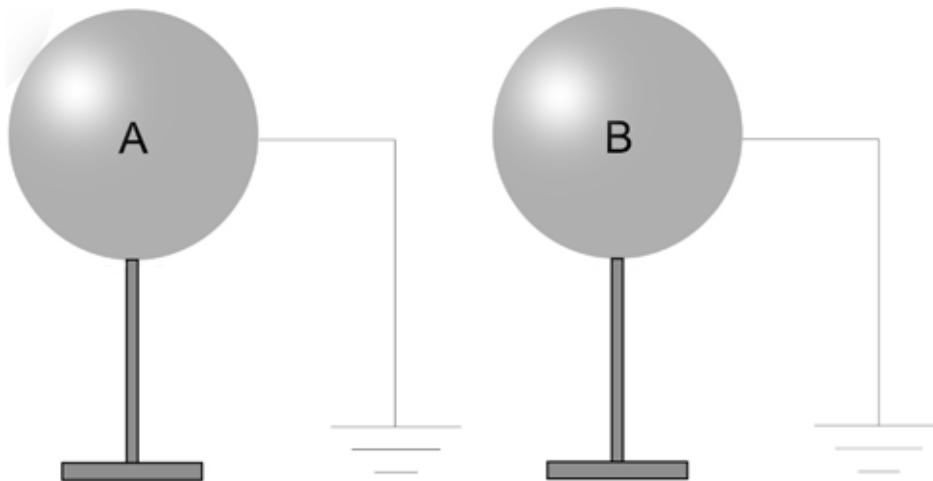


Figura 15 – Dois Corpos A e B ligados a terra

Conhece-se, também, a série tribo-elétrica: vidro; mica; lã; seda; ebonite; cobre.

- a) Com os bastões próximos das esferas, qual é a carga elétrica de cada uma?
  - b) Que operação deverá ser realizada para que as esferas se mantenham eletrizadas, mesmo depois de afastado o bastão?
10. Dada a massa do próton  $Kg$  e a massa do elétron  $Kg$ , determine o módulo das forças elétrica e gravitacional entre um próton e um elétron de um átomo de hidrogênio, sabendo-se que a distancia entre eles é de  $5,3010^{-11}m$ . Qual a ordem de grandeza entre essas forças.
  11. Duas pequenas esferas hipoteticamente eletrizadas com cargas de  $4C$  e  $5C$  respectivamente) separadas de  $3m$ . Determine a força de repulsão eletrostática entre elas. Admita o meio como sendo o vácuo.
  12. A carga total de duas pequenas esferas positivamente carregadas é de  $5,0 \cdot 10^{-10}C$ . Determine a carga total de cada esfera, sabendo-se que, quando a distancia entre as esferas é de  $2,0m$ , a força de repulsão possui módulo igual a  $0,9 N$ .
  13. Duas partículas de cargas  $q_1$  e  $q_2$ , de sinais opostos, separadas pela distância  $d$ , atraem-se como força de intensidade  $F=0,180 N$ . Qual será a intensidade da força de atração entre essas partículas se: (a) a distancia  $d$  entre elas tornar-se três vezes maior? (b) o valor de cada partícula reduzir-se à metade, mantendo-se inalterada a distância inicial  $d$ ?

14. Na figura 16 estão representadas três partículas 1, 2 e 3 de cargas de mesmo valor  $q_1 = q_2 = q_3 = 2,5 \times 10^{-6} \text{C}$ , ocupando os vértices de um triângulo equilátero de  $2,0 \text{ m}$  de lado. Sabendo-se que as cargas  $q_1$  e  $q_2$  são negativas e  $q_3$  é positiva, determine o módulo da força elétrica resultante que atua sobre cada partícula.

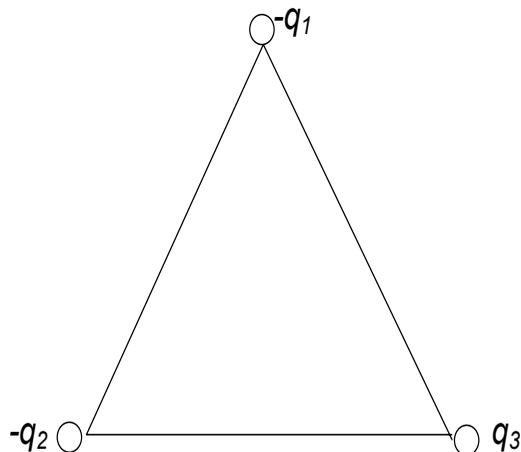


Figura 16 - Três partículas no vértice de um triângulo equilátero.

15. Dado o arranjo de cargas da Figura abaixo, onde  $q_1 = +1,5 \cdot 10^{-3} \text{C}$ ,  $q_2 = -0,5 \cdot 10^{-3} \text{C}$ ,  $q_3 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{C}$  e  $AC = 1,2 \text{ m}$ ,  $BC = 0,6 \text{ m}$ , determine a força resultante sobre a carga  $q_3$ .

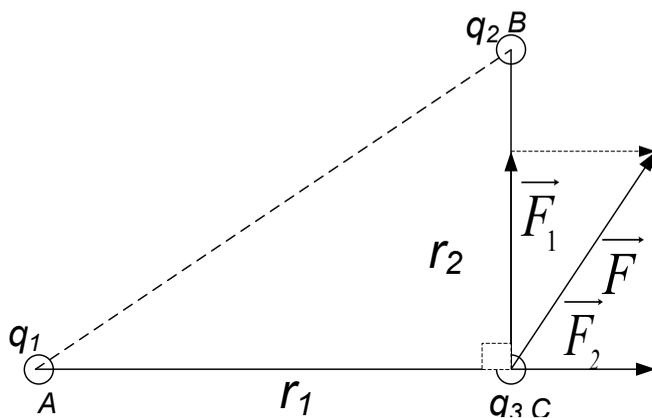


Figura 17 - Três partículas no vértice de um triângulo retângulo.

16. Duas cargas puntiformes,  $+q$  e  $-q$ , estão situadas no vácuo, separadas por uma distância  $2d$ . Com que força atuam sobre uma terceira carga  $q'$ , situada sobre a mediana do segmento que liga as duas cargas, a uma distância  $D$  do ponto médio desse segmento?
17. Em cada um dos vértices de uma caixa cúbica de aresta  $1 \text{ m}$ , foram

fixadas cargas elétricas de módulo  $q$ , cujos sinais estão indicados na figura 6.

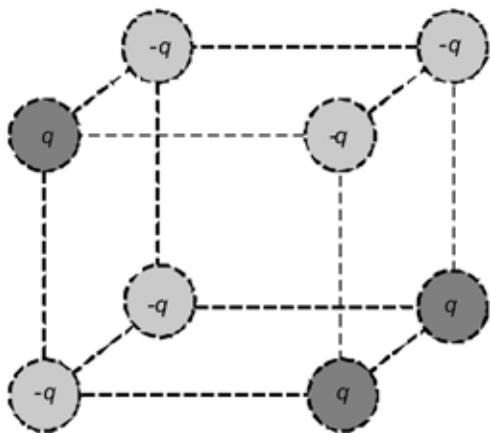


Figura 18 - Cargas no vértice de um cubo.

Seja  $K$  a constante eletrostática do meio, calcule o módulo da força elétrica que atua sobre uma carga, pontual de módulo  $2q$ , colocada no centro da caixa cúbica.

18. Uma carga  $Q$  está distribuída, uniformemente, sobre um anel circular vertical de raio  $\rho$  e de espessura desprezível conforme mostrado na figura 19. Qual é a força exercida sobre uma carga puntiforme  $q$  situada sobre o eixo horizontal que passa pelo centro do anel, a uma distância  $D$  do seu plano?

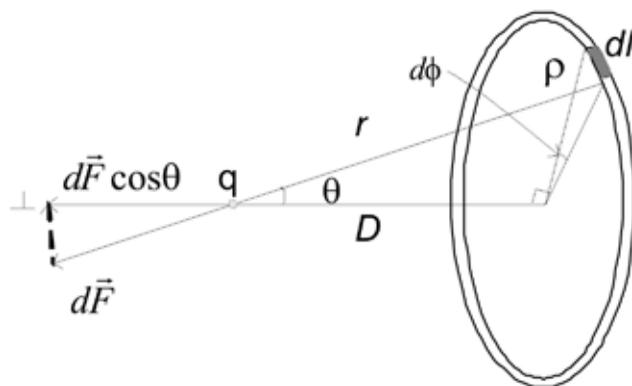
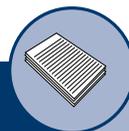


Figura 19 - Anel circular vertical de raio  $\rho$  e de espessura desprezível.



## Texto complementar

### Curiosidades: Faraday, Henry, a Indução Eletromagnética e a Rainha Vitória.

É muito comum, pelo menos nos países do Terceiro Mundo, como o Brasil, a pesquisa básica ser desestimulada, quer por parte do setor público, quer por parte do setor privado, uma vez que tais setores almejam sempre uma aplicação imediata dos resultados das pesquisas para as quais destinam verbas. Contudo, a História da Ciência tem mostrado que, nos países hoje considerados desenvolvidos, foram os resultados de pesquisa básica que promoveram o seu desenvolvimento.

Podemos citar, como exemplo dessa postura, apenas o caso da descoberta da indução eletromagnética: em 1831, o físico e químico inglês Michael Faraday (1791-1867) realizou uma experiência na qual mostrou que, para produzir uma corrente elétrica devido à presença de um ímã, era necessário que o ímã se deslocasse na região onde se encontrava o fio condutor. Observou, também, que uma corrente variável, passando por uma bobina, provocava o aparecimento de uma corrente transitória em uma bobina colocada nas imediações da primeira. Faraday denominou esse fenômeno indução eletromagnética.

Registre-se, ainda, que, em 1831, Faraday inventou o dínamo, uma pequena máquina que poderia converter força mecânica em força elétrica. É oportuno registrar que, no mesmo ano, o físico norte-americano Joseph Henry (1797-1878) descobriu o princípio do motor elétrico, ao converter energia elétrica em energia mecânica, tendo a indução eletromagnética como base física. Em 1832 (*American Journal of Science* 22, p. 403), Henry descobriu o fenômeno da autoindução eletromagnética, ao observar que uma corrente elétrica variável, em uma bobina, pode criar uma corrente elétrica em si mesma. Conta-se que, quando em 24 de novembro de 1831 Faraday apresentou sua descoberta na Royal Society of London, em cujo recinto se encontrava a Rainha Alexandrina Vitória (1819-1901), ela teria perguntado a Faraday para que serviria o que acabara de mostrar. A resposta de Faraday foi imediata: “Majestade, para que serve uma criança quando nasce?”

Registre-se que essa descoberta de Faraday (publicada na página 125 da *Philosophical Transactions*, de 1832), é a base da Revolução Industrial Elétrica, uma vez que a transmissão da força-motriz na indústria, que era realizada por conexões mecânicas (que usavam o vapor) constituídas de linhas, eixos, mancais, correias e polias, que foram substituídas por conexões elétricas (motores e dinamos), bastante reduzidas e de grande eficiência.

É notório que foi a Revolução Industrial que fez da Inglaterra um império, o famoso Império Britânico, graças ao qual esse país se mantém, até hoje, como um país do Primeiro Mundo.

*Autor: José Maria Filardo Bassalo*

*Fonte: <http://www.searadaciencia.ufc.br/folclore/folclore117.htm>*

## Referências



- ALONSO, M.; FINN, E. J. **FÍSICA Um Curso Universitário**. 2. São Paulo: 1972.
- CONECTE\_EDUCAÇÃO. ELETRIZAÇÃO E LEI DE COULOMB. 2008. Disponível em: <[http://conecte.arquiaju.com.br/aulas/Fisica/Eletrizacao\\_coulomb/Eletrizacao\\_Lei\\_Coulomb.htm](http://conecte.arquiaju.com.br/aulas/Fisica/Eletrizacao_coulomb/Eletrizacao_Lei_Coulomb.htm) >. Acesso em: 24 de dezembro de 2009.
- GONÇALVES, D. **Eletricidade Magnetismo Física Moderna**. 3a Edição. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S. A., 1969.
- KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. **ELETROMAGNETISMO**. 2. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S. A., 1978.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Física Básica Eletromagnetismo**. 1. São Paulo: Edgard Blucher, 1997.
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D. **FÍSICA**. 4. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1984.
- SEARS, F. W. **FÍSICA - Magnetismo - Eletricidade**. 2. Ao Livro Técnico, 1959.
- WILLIAMS, FALLER, HILL, E.; FALLER, J.; HILL, H.. "New Experimental Test of Coulomb's Law: A Laboratory Upper Limit on the Photon Rest Mass". *Physical Review Letters* 26: 721–724. doi:10.1103/PhysRevLett.26.721, 1971.



**Capítulo**

**2**

**Campo Elétrico  
Lei de Gauss**



## Objetivos

- Nesta unidade, estabelece-se o conceito de “campo”, conhecimento fundamental para o estudo da Eletrostática. Newton concebeu o fato de que a força gravitacional atua sobre corpos em vastas regiões do espaço vazio sem a necessidade de qualquer contato entre corpos materiais para propagar a força. Tal afirmação é verdade para a força elétrica. Por essa razão, essas forças foram denominadas forças de ação à distância. Antes do advento da Eletrostática, não havia nenhuma compreensão sobre essa extraordinária característica das forças. De fato, ainda hoje, não sabemos por que as forças na Natureza se comportam dessa maneira. Dispomos somente da Teoria de Campos, que nos fornece uma descrição conveniente das forças de ação à distância e uma maneira de efetuar cálculos de modo mais claro e fácil.

## 1. Campo Elétrico

### 1.1. Introdução

Aqui será estabelecido o conceito de campo, fundamental para o estudo da Eletrostática. Newton concebeu o fato de que a força gravitacional atua sobre corpos em vastas regiões do espaço vazio sem a necessidade de qualquer contato entre corpos materiais para propagar a força. Tal afirmação é verdade para a força elétrica. Por essa razão, essas forças foram chamadas forças de ação à distância.

Antes do advento da Eletrostática, não havia nenhuma compreensão sobre essa extraordinária característica das forças.

Tal descrição é a seguinte: suponhamos duas cargas  $Q$  e  $q$ . Dizemos que  $Q$  cria certas condições no espaço às quais  $q$  reage sofrendo uma força cujo sentido depende dos sinais relativos das cargas.

Essa condição no espaço é chamada campo elétrico da carga  $Q$ . É verdade que  $q$  também cria um campo e que  $Q$  reage a ele, mas vamos nos concentrar nos efeitos do campo devido a  $Q$ . Assim, na realidade, temos a interação entre as através do campo elétrico criado por elas.

Na Unidade I, você aprendeu a calcular forças elétricas entre cargas em repouso. A descrição nos diz que tais forças são exercidas pelos campos elétricos criados pelas cargas. Esses campos são vetoriais e, como tal, são caracterizados por um vetor, chamado vetor campo elétrico. Nesta unidade, além de estudar o campo elétrico em termos de seu vetor, você terá a oportunidade de analisá-lo através de linhas de força o que constitui uma maneira geométrica conveniente de visualizar sua configuração espacial, embora não possuam um significado físico real. Entretanto, é possível se estabelecer uma correspondência entre as linhas de força e o vetor  $\vec{E}$ .

Você, também, aprenderá a calcular campos elétricos de distribuições discretas e contínuas de cargas, aplicando-se o Princípio da Superposição.

No caso discreto, por exemplo, o campo elétrico resultante é obtido de maneira análoga àquela usada na Unidade I para a obtenção de forças elétricas resultantes desse mesmo tipo de distribuição, ou seja, fazendo-se a soma vetorial dos campos produzidos por todas as cargas. Nas distribuições contínuas, o campo elétrico resultante é dado pela integral vetorial dos campos infinitesimais produzidos por todos os elementos da distribuição. Observe que, nos dois casos (discreto e contínuo), você estará fazendo, essencialmente, a mesma coisa, isto é, somando as contribuições para o campo, das cargas que formam as distribuições.

A montagem e resolução das integrais relativas ao caso das distribuições contínuas são feitas de maneira muito semelhante às encontradas nos problemas de momento de inércia que você estudou em mecânica.

Faz ainda parte desta unidade o estudo de movimento de cargas e de dipolos elétricos em campos elétricos uniformes. O tratamento dispensado ao movimento de cargas, em presença de um campo elétrico constante, é muito semelhante ao movimento de um projétil, em que se fez uma análise do movimento bidimensional de um objeto lançado obliquamente no ar.

Para ser mais preciso, as equações utilizadas na mecânica são combinadas com as equações que envolvem força e campo elétrico na resolução dos problemas, como você poderá constatar nos exemplos.

Na realidade, isso ocorre porque há uma grande analogia entre os dois tipos de problemas. Cargas elétricas colocadas em um campo elétrico uniforme sofrem uma variação em sua trajetória que depende do sentido desse campo e do tipo de carga que possuem. Quanto ao dipolo, ele sofre um torque que tende a alinhá-lo com o campo, de modo que é necessário que um agente externo realize trabalho para mudar sua orientação nesse campo.

A equação para esse torque é obtida através da mesma definição, já vista ao se estudar Dinâmica da Rotação.

É muito importante que você domine o conteúdo deste capítulo, porque, no próximo, serão calculados campos elétricos de distribuições de carga mais complexas, com um tratamento matemático que, embora mais geral, apresenta maior grau de dificuldade. O foco central da unidade seguinte é a Lei de Gauss, uma das mais importantes do eletromagnetismo.

### 3.2. Campo Elétrico

Qualquer região onde uma carga elétrica experimenta uma força contém um campo elétrico. A força ocorre devido à presença de outras cargas naquela região. Se colocarmos uma carga perto de um bastão carregado, uma força eletrostática atuará sobre a carga. Dizemos, então, que existe um campo elétrico nessa região.

A verificação experimental da existência de um campo elétrico, em um ponto qualquer, pode ser efetuada facilmente, colocando-se, nesse ponto, um corpo eletrizado, isto é, uma carga de prova. Se, sobre essa carga, atuar alguma força (de origem elétrica), existe, no ponto considerado, um campo elétrico.

*“Diz-se que num dado ponto existe um campo elétrico quando uma força de origem elétrica se exerce sobre um corpo eletrizado colocado nesse ponto”*

Sendo a força uma grandeza vetorial, o campo elétrico, também, o é, e tem, portanto, intensidade, direção e sentido. A intensidade do campo, em um dado ponto, é representada pela letra  $E$ , e definida como a relação entre a força  $F$ , que atua sobre a carga de prova colocada no ponto em questão, e a quantidade de carga,  $q$ , da carga de prova.

Para uma carga de prova tão pequena quanto possível:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

Sendo assim, intensidade de um campo elétrico é a força por unidade de carga.

Exemplo:

Determine o módulo da intensidade  $E$  do campo elétrico tal que um elétron, colocado no campo, esteja sujeito a uma força igual ao seu próprio peso.

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{mg}{e} = \frac{(9,1 \times 10^{-31} \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 5,6 \times 10^{-11} \text{ N/C}$$

### 3.2.1. Linhas de Forças de um campo elétrico

É possível saber que existe um campo elétrico numa região do espaço quando uma carga de prova colocada nesse ponto detecta a existência de uma força.

Uma linha de força é definida como uma curva tangente em cada ponto à direção do campo neste ponto. Assim, da uma linha de força, é possível determinar a direção do campo em cada um dos seus pontos, bastando traçar a tangente à curva, e podemos obter o sentido do campo, indicando uma orientação sobre cada linha.

Um campo elétrico uniforme deve ser representado por linhas de força retilíneas, paralelas e equidistantes. Na figura 20, a seguir, mostramos alguns exemplos de campos elétricos representados por linhas de força.

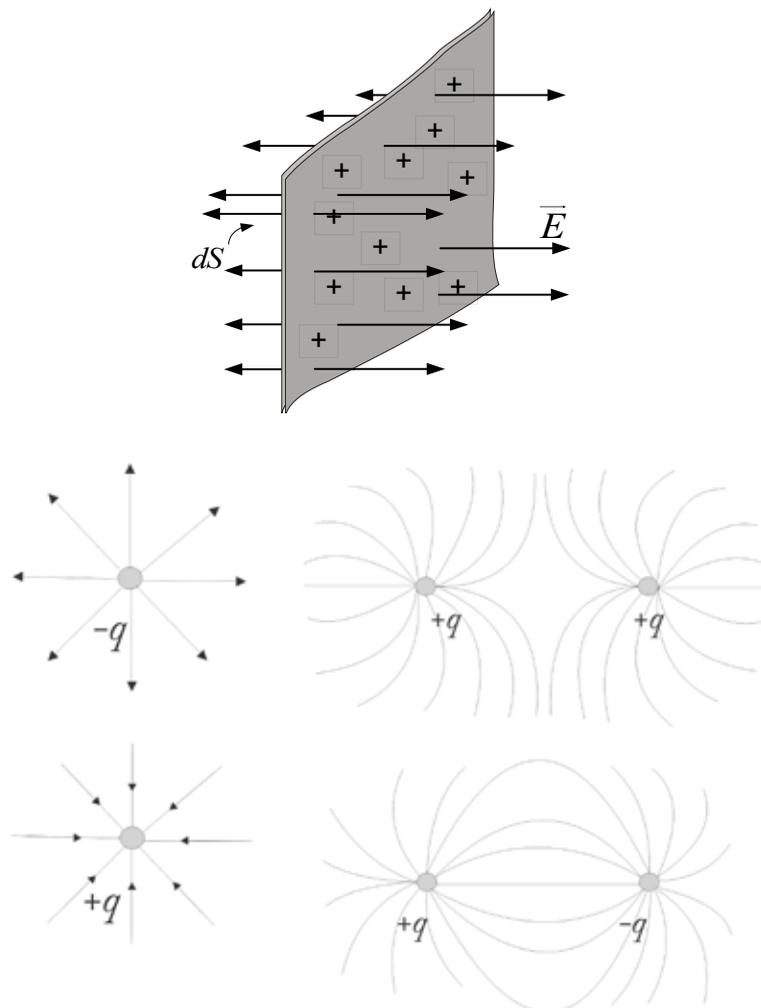


Figura 20 - Linhas de forças

Para uma carga de prova  $q_0$ , a uma distância  $r$  de uma carga pontual  $q$ , o módulo da força que atua sobre  $q_0$  é dado pela lei de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}$$

A intensidade do campo elétrico, no ponto em que se encontra a carga de prova, é dada por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2}$$

A direção do campo elétrico é radial, em relação à carga  $q$ , apontando no sentido desta, se  $q$  é negativa, e no sentido oposto, se  $q$  é positiva, dado positiva.

Para se obter o campo elétrico produzido por várias cargas puntiformes em um dado ponto, é necessário fazer as seguintes ações:

a) calcular o campo produzido por uma carga nesse ponto, como se apenas essa carga existisse;

b) somar, vetorialmente, os campos produzidos por cada carga, que foram calculadas separadamente, e encontramos o campo resultante:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots = \sum \vec{E}_n (n = 1, 2, 3, 4, \dots)$$

Assim,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \hat{r}_i$$

Essa soma é uma soma vetorial, efetuada sobre os campos de cada carga individual. Esse é o chamado princípio da superposição. O que acontece é que, em um dado ponto, os campos devido às contribuições separadas de cada distribuição de carga simplesmente se somam vetorialmente, ou se superpõem, independentemente. Se a distribuição de cargas é contínua, o campo produzido em um ponto  $P$  pode ser calculado dividindo-se a carga total em elementos infinitesimais de carga  $dq$ . Calcula-se, então, o campo  $dE$ , no ponto  $P$ , produzido por todos esses elementos, tratados como cargas puntiformes. Assim, o módulo de  $dE$  é dado por

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

onde  $r$  é a distância do elemento de carga  $dq$  ao ponto  $P$ . O campo resultante, nesse ponto, é calculado somando-se as contribuições de todos os elementos de carga, ou seja,

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

### 3.2.2. Campo de um dipolo

O campo originado por duas cargas iguais e de sinais opostos é suficientemente importante para merecer um estudo mais detalhado. As duas cargas iguais e opostas constituem um dipolo. Veja a ilustração na figura 21, que mostra um dipolo constituído por cargas pontuais  $+q$  e  $-q$ , separadas pela distância,  $l$ .

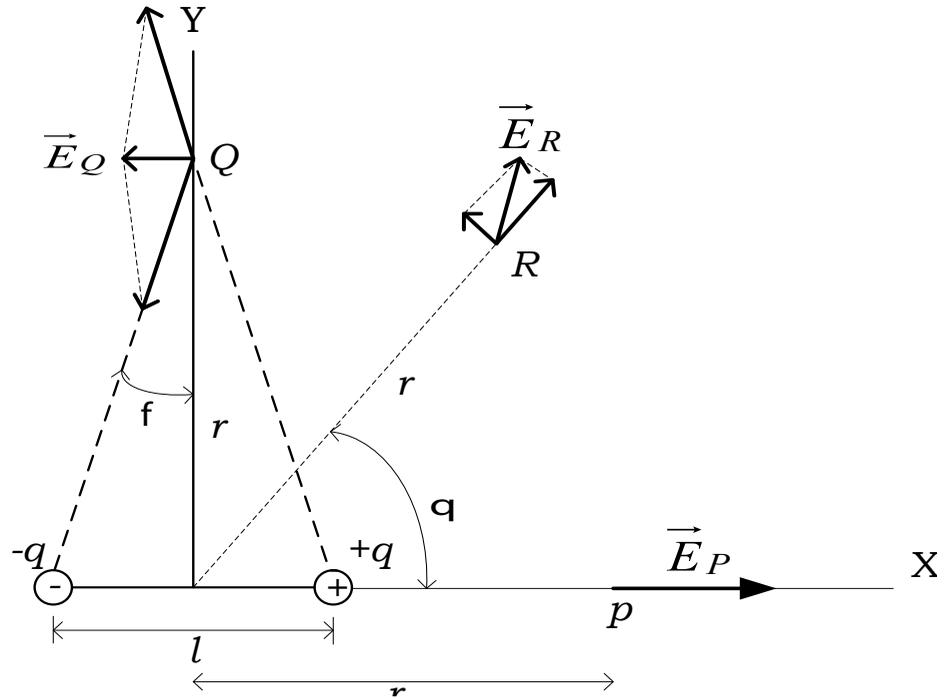


Figura 21 - Intensidade em vários pontos do campo de um dipolo.

considerando-se, de início, o campo em um ponto  $P$ , situado no prolongamento de eixo do dipolo, a uma distância  $r$  do centro do dipolo.

Usando-se a equação 11, tem-se:

$$\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} \right] \hat{r} - \left[ \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] \hat{r}$$

$$\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left[ \frac{2rl}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2} \right] \hat{r}$$

Se a distância  $l$ , entre as duas cargas, for pequena, quando comparada à  $r$ , a parcela (do denominador) pode ser desprezada em face de  $r^2$ , e obtém-se:

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{2ql}{r^3} \right] \hat{r}$$

Daí conclui-se que a intensidade do campo elétrico é proporcional ao produto  $ql$ , produto esse denominado momento elétrico do dipolo. Fazendo  $p=ql$ , vem

### Atividades de avaliação



1. Calcule o campo elétrico nos pontos  $Q$  e  $R$  da figura 21.
2. Três cargas elétricas  $q_1=48\mu\text{C}$ ,  $q_2=-125\mu\text{C}$  e  $q_3=36\mu\text{C}$ , ocupam três vértices de um retângulo de lados  $4,0\text{ m}$  e  $3,0\text{ m}$ , como indica a figura 22.

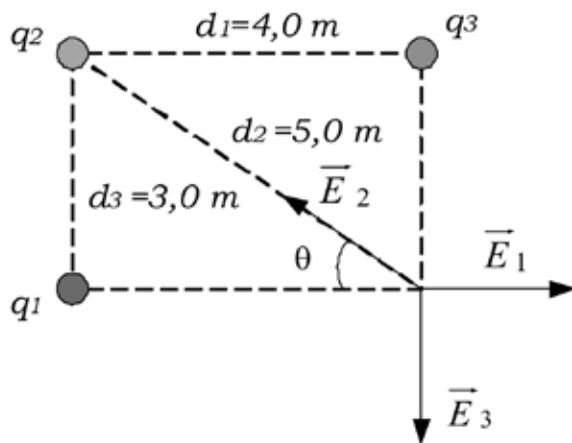


Figura 22 – Questão 2

3. A figura mostra duas esferas idênticas presas a fios de  $5,0\text{cm}$  de comprimento cujos extremos estão fixos a um mesmo ponto. Cada esfera pesa  $1,6 \times 10^{-4}\text{ N}$ . Quando comunicadas a mesma carga, as duas se afastam, de modo que cada fio forma, com a vertical, um ângulo de  $37^\circ$ . Qual a carga de cada esfera?

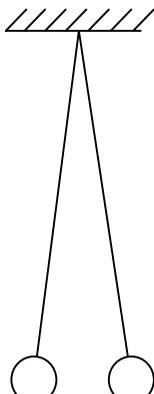


Figura 23 – Questão 3

### 3.3. Campo devido a uma distribuição contínua de carga.

O objetivo agora é calcular o campo elétrico em um ponto devido a um fio longo, de carga positiva uniformemente distribuída em toda sua extensão. Quer-se determinar a intensidade e a direção do campo elétrico em um ponto  $P$ , como mostra a figura 15, situado a uma distancia  $r$  do fio. O raio da seção do fio é considerado como bastante pequeno para que se possa considerar o fio como uma linha reta geométrica.

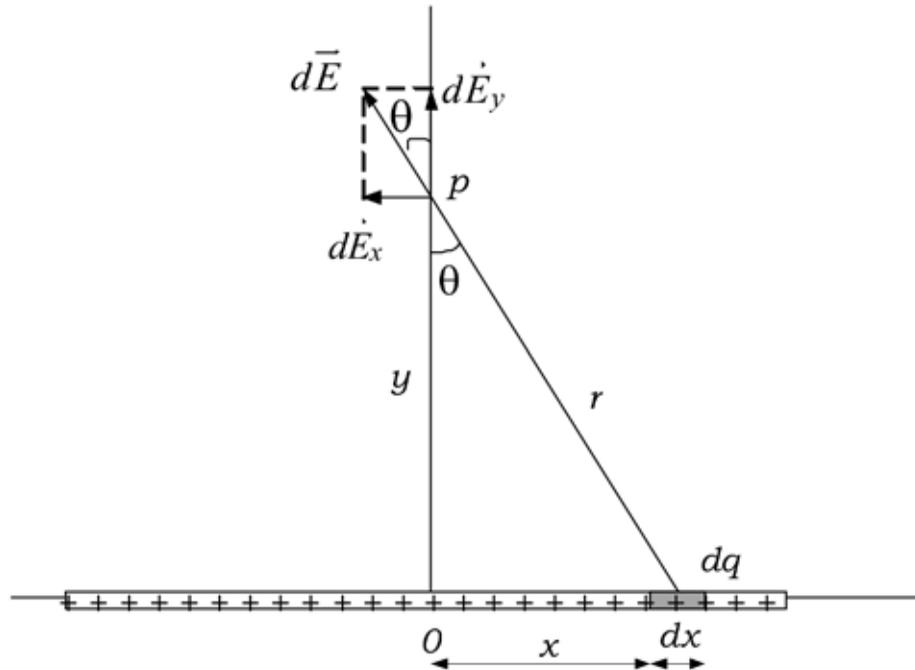


Figura 24 – Campo elétrico em um ponto devido a um fio longo.

Dividindo-se o fio em pequenos segmentos de comprimentos  $dx$ , cada um dos quais pode ser considerado como uma carga pontual  $dq$ . A intensidade de campo resultante, em um ponto qualquer, é obtida somando-se, vetorialmente, os campos originados por todas essas cargas pontuais. Em que um ponto  $P$  o elemento  $dq$  origina um elemento de campo de módulo

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{y^2 + x^2}$$

Como a integração é vetorial, obtém-se cada componente do campo separadamente por:

Como vemos na figura 24, o vetor  $d\vec{E}$  tem componentes,

$$\begin{aligned} d\vec{E}_x &= -d\vec{E} \sin\theta \\ d\vec{E}_y &= -d\vec{E} \cos\theta \end{aligned}$$

Sendo assim as componentes x e y do vetor , no ponto P, são dadas por

$$E_x = \int dE_x = - \int_{x=-x}^{x=+x} \text{sen}\theta dE$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{x=-x}^{x=+x} \text{cos}\theta dE$$

Sendo a carga por unidade de comprimento do fio, a carga de um elemento de comprimento  $dx$  será:

$$dq = \lambda dx$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \frac{dx}{r^2}$$

Se for feita uma mudança de variável, a integração será simplificada, seja usar  $\theta$ , em vez de  $x$ . Da figura 15, tira-se:

$$x = y \text{tg}\theta, dx = y \text{sec}^2\theta d\theta, r = y \text{sec}\theta$$

Substituindo-se, obtém-se

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{y} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \text{cos}\theta d\theta$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \text{cos}\theta d\theta$$

Considerando-se o fio infinitamente longo, os limites de integração serão:

$$\theta = -\frac{\pi}{2}, \text{ e } \theta = +\frac{\pi}{2}, \text{ e, e isso faz com que,}$$

$$E_x = 0$$

$$E_y = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{y}$$

Seguindo o mesmo raciocínio, Calcule o campo elétrico de valor  $E$ , no ponto P, no eixo do anel, mostrado na figura 25, que dista de  $x$  do seu centro, sabendo-se que esse tem carga  $q$  e raio  $r$ .

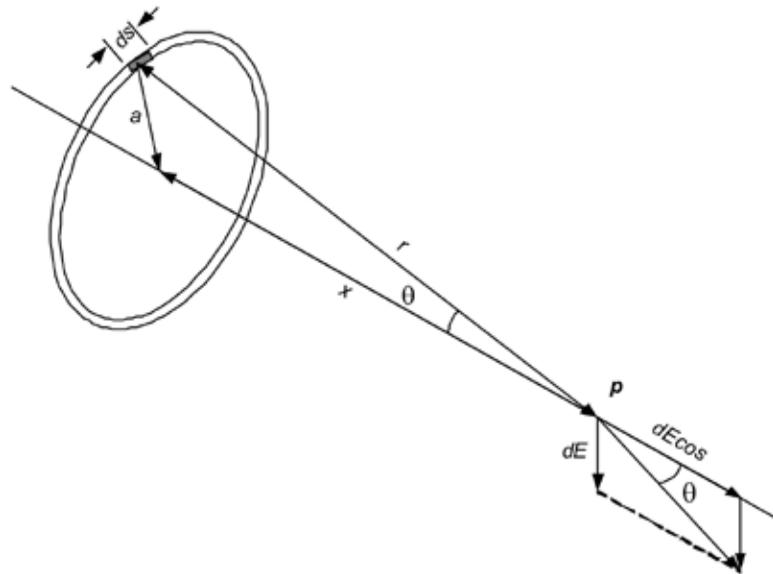


Figura 25 – Campo elétrico em um ponto P devido a um anel carregado com carga q.

### 3.3.1. Uma Carga Puntiforme em um Campo Elétrico

Supondo-se uma carga puntiforme em um campo elétrico uniforme e sujeita a um campo  $E$ , pode-se calcular a uma força sobre a partícula carregada por  $F = Eq$ . Essa força produz uma aceleração,

$$a = \frac{F}{m}$$

onde  $m$  é massa da partícula. Esse tipo de campo pode ser produzido, por exemplo entre duas placas metálicas paralelas, isoladas uma da outra bem longe das bordas das placas. Se a distância entre as placas é pequena em relação às dimensões das mesmas, o campo produzido entre elas será praticamente uniforme, exceto nos pontos próximos das bordas.

### 3.4. Fluxo

Para uma melhor definição de fluxo elétrico, é importante fazer uma analogia com a Mecânica. Imagine um duto de seção transversal constante esteja escoando água com velocidade constante. Considere uma seção qualquer plana de área  $S$  no duto. Calcule o volume de água que passa por essa seção durante um segundo. Uma gota d'água que num instante qualquer está em  $S$ , depois de um segundo terá percorrido uma distância igual ao módulo da velocidade,  $|\vec{v}|$ . Então, o volume de água que passa por  $S$  em um segundo é o volume de um cilindro gerado por  $S$  se  $S$  deslocar-se paralelamente a si mesmo de uma distância igual a  $|\vec{v}|$ .

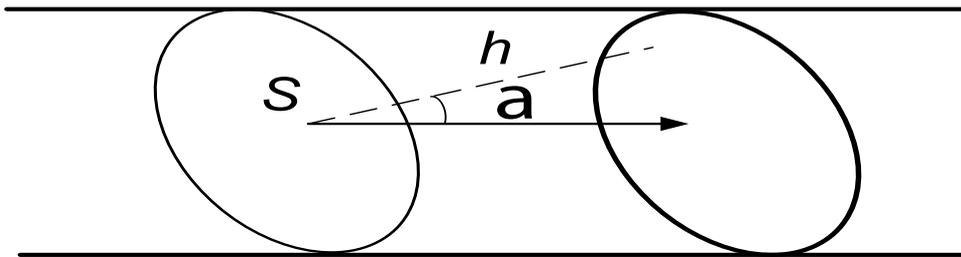


Figura 26 – volume que representa o fluxo.

O volume desse cilindro é igual ao produto da área da base,  $S$ , pela altura  $h$  (perpendicular comum às bases na figura 26). Representaremos esse volume por  $\phi$ :

$$\phi = S \cdot h$$

Sendo o ângulo  $\alpha$  que faz com  $\vec{v}$ , vemos pela figura que:

$$h = |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$$

Substituindo em  $\phi$ , teremos:

Concluimos que o volume de água que atravessa a superfície de área num segundo é dado pelo produto do módulo da velocidade, pela área da superfície, pelo cosseno do ângulo que a normal à superfície faz com a velocidade.

Esse volume é chamado vazão, ou fluxo de água que atravessa a superfície  $S$ .

Insistamos então no seguinte: o fluxo de água é dado pelo produto de três fatores: o módulo de uma grandeza vetorial (velocidade), uma área e um cosseno. Essa expressão  $\phi$  dada pela fórmula anterior é muito importante. Ela é importante sob o aspecto matemático porque se conhecermos certas propriedades da grandeza  $\vec{v}$ , e, como consequência, propriedades do movimento daquele líquido no canal.

Suponhamos uma superfície plana de área colocada num campo elétrico uniforme de intensidade  $\vec{E}$ . Seja  $\vec{n}$  a normal à superfície e  $\alpha$  o ângulo que a normal faz com as linhas de força do campo (figura 27).

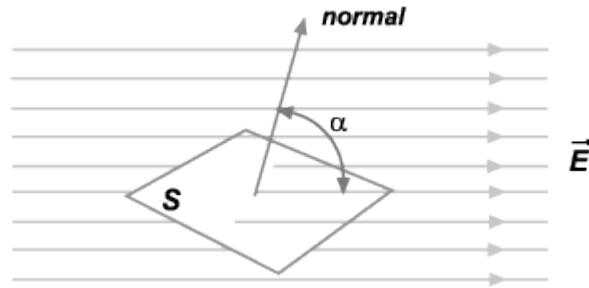


Figura 27 - uma superfície plana de área colocada num campo elétrico uniforme.

Por definição, chama-se fluxo elétrico que atravessa uma superfície plana colocada num campo elétrico uniforme ao produto da área da superfície, pelo módulo do campo, pelo cosseno do ângulo que a normal à superfície faz com a direção do campo. Representaremos por :

$$\phi = |\vec{E}| \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Vemos então que o fluxo elétrico é definido-por analogia com o fluxo de água. Acontece, porém, que o fluxo de água tem um significado físico fácil de compreender: representa um volume de água que passa por uma superfície em um segundo. Enquanto que, do fluxo elétrico, não podemos fazer uma imagem física: ele é simplesmente uma expressão matemática na qual aparece o vetor  $\vec{E}$ .

### 3.4.1. Variação do fluxo

Em muitas questões interessa-nos saber se o fluxo que atravessa uma superfície varia ou não, e, no caso de variar, como varia. Pela própria definição de fluxo vemos que ele pode variar de três modos:

- 1º – variando o módulo campo ;
- 2º – variando a área da superfície S;
- 3º – variando o ângulo , isto é, a posição da superfície em relação ao campo.

Na prática se usa o terceiro processo, por ser mais simples: faz-se a superfície girar em torno de um eixo perpendicular ao campo para que haja variação da posição da superfície em relação ao campo.

Variação de  $\Phi$  em função de  $\alpha$

Façamos a superfície dar uma volta completa em torno de um eixo perpendicular ao campo, partindo da posição em que . Permanecendo constantes os valores de e S, os valores do fluxo serão proporcionais aos de  $\cos$  . Durante essa variação do fluxo, poderemos considerar alguns casos particulares que nos interessam, e que estão assinalados na figura 28.

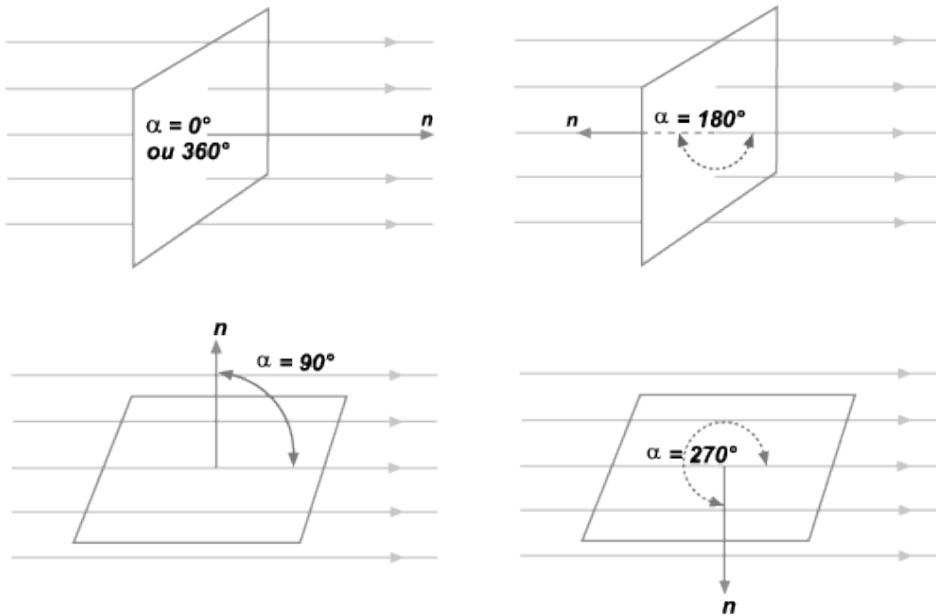


Figura 28 - casos particulares do campo elétrico e sua posição em relação a uma superfície.

1º)  $\alpha = 0^\circ$ . A superfície é perpendicular ao campo. Neste caso,  $\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$ . Fica:

$$\phi = |\vec{E}| \cdot S \cdot 1 \therefore \phi_{max} = |\vec{E}| \cdot S$$

Como o valor +1 é o máximo do cosseno, neste caso temos o máximo do fluxo.

2º)  $\alpha = 90^\circ$ . A superfície é paralela ao campo. Neste caso,  $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$ . Fica:

$$\phi = |\vec{E}| \cdot S \cdot 0 \therefore \phi = 0$$

3º)  $\alpha = 180^\circ$ . A superfície é novamente perpendicular ao campo, mas o fluxo penetra pela face oposta àquela por onde penetrava no 1º caso. Sendo  $\cos \alpha = \cos 180^\circ = -1$ , fica:

$$\phi = |\vec{E}| \cdot S \cdot (-1) = -|\vec{E}| \cdot S$$

Ou

$$\phi = \phi_{max}$$

Vemos que, neste caso, o fluxo é o máximo com sinal negativo.

4º)  $\alpha = 270^\circ$ . A superfície é novamente paralela ao campo. Neste caso,  $\cos \alpha = \cos 270^\circ = 0$ . Fica:

$$\phi = |\vec{E}| \cdot S \cdot 0 \therefore \phi = 0$$

5º)  $\alpha = 360^\circ$  é a mesma posição de  $\alpha = 0^\circ$ .

### Representação gráfica

Fazendo uma representação gráfica do fluxo em função do ângulo obtemos uma cossenoide, como indica a figura. Os máximos dessa cossenoide correspondem ao valor  $|\vec{E}| \cdot S$  do fluxo; os mínimos, ao valor  $-|\vec{E}| \cdot S$ .

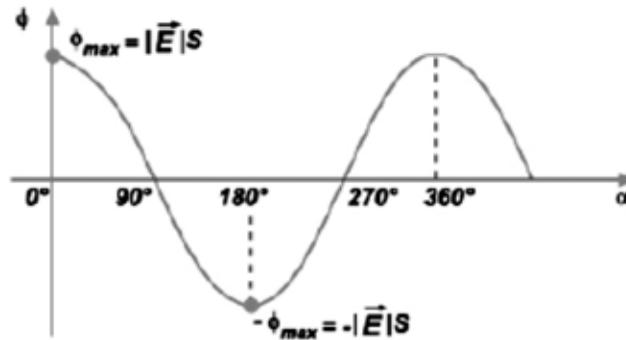


Figura 29 - Fluxo em função do ângulo  $\alpha$ .

### Atividades de avaliação



1. Qual o valor do fluxo elétrico através de uma esfera de 1m de raio que tem uma carga de  $+1.0 \mu\text{C}$  no seu centro?

### 3.4.2. Situação generalizada

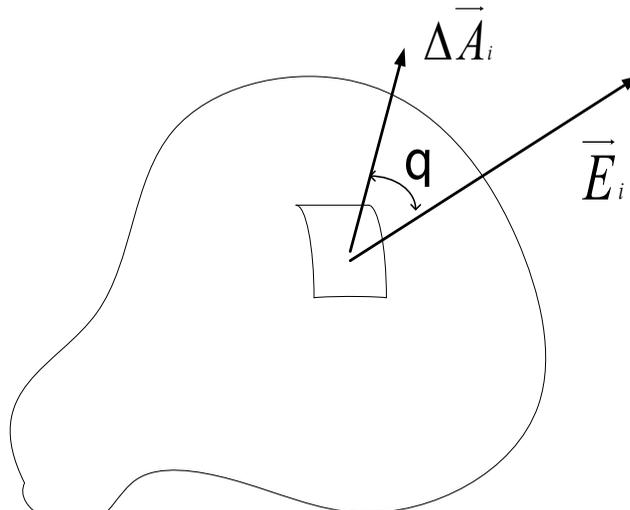


Figura 30 – Situação generalizada.

$$\Delta\Phi = E_i \Delta A_i \cos\theta = E_i \Delta A_i$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta$$

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i = \int_{\text{superfície}} \vec{E} d\vec{A}$$

Exemplos:

Fluxo através de um cubo: considere um campo elétrico uniforme  $\vec{E}$ , orientado na direção de  $x$ . Determine o fluxo elétrico através da superfície de um cubo de lado  $l$ , orientado de acordo com a figura 31.

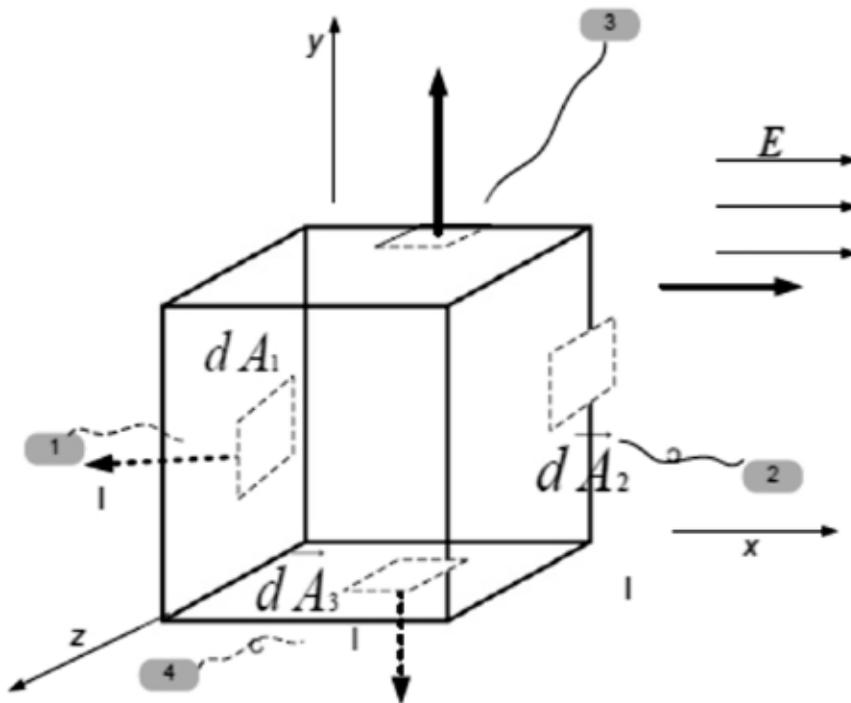


Figura 31 - Fluxo através de um cubo

O fluxo elétrico é a soma dos fluxos através de todas as faces do cubo. Pelas faces 3 e 4 e das faces sem numeração, o fluxo é  $O(E \perp d\vec{A})$  nessas faces).

O fluxo líquido pelas faces 1 e 2 é  $\Phi_E = \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Para 1,

$$\int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_1 E(\cos 180^\circ) dA = -E \int_1 dA = -EA = -El^2,$$

visto que  $A = l^2$

Para 2,

$$\int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_2 E(\cos 0^\circ) dA = E \int_2 dA = +EA = El^2$$

Portanto, o fluxo líquido é

$$\Phi_E = -El^2 + El^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

## Atividades de avaliação



- Um dipolo elétrico é um sistema formado por duas cargas elétricas de mesmo módulo e sinais contrários (veja a figura 29). As cargas elétricas estão separadas por uma distância  $2d$ . Calcule o campo elétrico no ponto meio da reta que une as duas cargas.

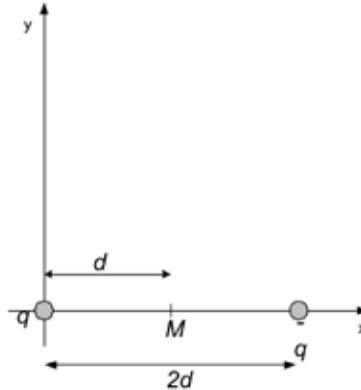


Figura 32 – dipolo Elétrico

- O dipolo elétrico da figura 32 é formado pelas cargas elétricas  $q$  e  $-q$  separadas pela distância  $d$ . Uma carga elétrica  $Q = -2q$  está localizada em uma linha perpendicular à reta que une as cargas elétricas do dipolo e que passa pela carga elétrica  $q$  (ver figura 32).
  - Calcule o campo elétrico que o dipolo elétrico cria no ponto onde a carga elétrica  $Q$  está localizada.
  - Calcule a força que o campo elétrico criado pelo dipolo elétrico exerce sobre a carga elétrica  $Q$ .

Represente o seu resultado em termos dos unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ .

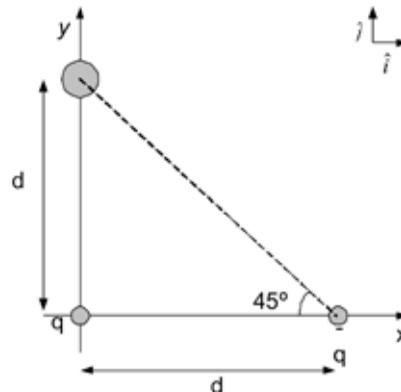


Figura 33 – Cargas nos vértices de um triângulo retângulo.

3. Uma barra de comprimento  $L$  tem carga elétrica total  $q$  ( $q > 0$ ). Calcule o campo elétrico criado pela barra em um ponto que dista  $x$  do seu centro. A distribuição de carga elétrica na barra é uniforme.

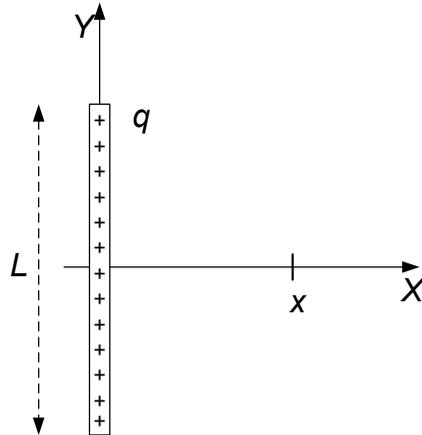
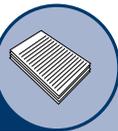


Figura 34 - barra de comprimento  $L$  tem carga elétrica total  $q$ .

4. Três cargas estão dispostas em um triângulo equilátero de lado  $a$ . Esboce as linhas de força devidas às cargas  $+Q_e - Q_e$ , a partir delas, determine a direção e o sentido da força que atua sobre  $+q$  devido à presença das outras duas cargas.

## Texto complementar



### Osciloscópio

O osciloscópio de raios catódicos é, provavelmente, o equipamento mais versátil para o desenvolvimento de circuitos e sistemas eletrônicos e tem sido uma das mais importantes ferramentas para o desenvolvimento da eletrônica moderna. Uma de suas principais vantagens é que ele permite que a amplitude de sinais elétricos, sejam eles voltagem, corrente, potência, etc., seja mostrada em uma tela, em forma de uma figura, principalmente como uma função do tempo. O funcionamento se baseia em um feixe de elétrons que, defletido, choca-se contra uma tela fluorescente, esta, sensibilizada emite luz formando uma figura. A figura formada na tela pode ser comparada com outra, considerada ideal, desse modo pode-se reduzir a área danificada em um circuito eletrônico. A dependência com o tempo do feixe se resolve fazendo o feixe de elétrons serem defletido em um eixo de coordenadas similar ao sistema cartesiano, o que nos leva a construções gráficas bidimensionais. Por via de regra, o eixo X corresponde a deflexão do feixe com velocidade ou taxa de deslocamento constante em relação ao tempo. O eixo Y é defletido como resposta a um sinal de entrada, como por exemplo, uma tensão aplicada a entrada vertical. O resultado é a variação da tensão de entrada dependente do tempo. Dispositivos de registros em função do tempo existem a muito

tempo, entretanto, o osciloscópio é um equipamento de resposta muito mais rápida que os registradores eletromecânicos, pois permite resposta da ordem de microssegundos. A parte principal de um osciloscópio é o tubo de raios catódicos. Este tubo necessita, entretanto, usar uma série de circuitos auxiliares capazes de controlar o feixe desde sua geração até o ponto onde este incidirá sobre a tela. Com o objetivo de percebermos como o osciloscópio pode exibir informação visual, examinemos como seria possível observar a onda sonora de um diapasão impressa na tela. Para isso, a carga nas placas horizontais altera-se de maneira que o feixe faça a varredura horizontal da tela a uma velocidade constante. O diapasão, então, ativa um microfone que transforma o sinal sonoro em um sinal elétrico que é aplicado às placas verticais. O efeito combinado das placas horizontais e verticais faz com que o feixe varra, horizontalmente, a tela e faz um movimento para cima, vertical, correspondente ao sinal do diapasão.

Fonte: <http://www.del.ufms.br/tutoriais/oscilosc/oscilosc.htm#funcionamento>

## 2. Lei de Gauss

### 2.1. Introdução

A lei de Coulomb é a lei básica da eletrostática, ela pode ser expressa em uma forma que possa simplificar, consideravelmente, o trabalho em situações que envolvem simetria. Neste capítulo, vamos tratar de uma nova formulação da lei de Coulomb, denominada lei de Gauss, que pode facilmente tirar vantagem de tais situações especiais. Na prática, usamos a lei de Coulomb para problemas que envolvem pouca, ou nenhuma, simetria e a lei de Gauss, para problemas com um elevado grau de simetria.

A lei de Gauss fornece outro modo equivalente de escrever essa formulação, através da definição de uma superfície fechada, hipotética, chamada superfície gaussiana. Essa superfície fechada pode ter a forma que desejarmos, mas será de maior utilidade, se escolhermos uma superfície adequada para a simetria de um dado problema. Assim, a superfície gaussiana, em geral, terá uma forma simétrica, como uma esfera ou um cilindro e sempre deve ser fechada, de modo que possamos distinguir quaisquer pontos que estejam dentro da superfície, sobre a superfície ou fora da superfície. A lei de Gauss irá, então, relacionar o campo elétrico sobre uma superfície gaussiana, produzido por uma distribuição de cargas localizadas no interior dessa. Mas como quantificar, ou medir, o campo elétrico sobre uma superfície gaussiana?

A lei de Gauss relaciona o fluxo (total)  $\Phi_E$  de um campo elétrico através de uma superfície fechada (superfície gaussiana) e a carga líquida  $q$  que está envolvida por essa superfície. Ela nos diz que:

$$\epsilon_0 \Phi_E = q$$

onde  $\epsilon_0$  é a mesma constante de permissividade elétrica que foi usada na lei de Coulomb. Partindo-se da definição para o fluxo, podemos escrever a lei de Gauss como:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

A carga líquida  $q$  é a soma algébrica de todas as cargas positivas e negativas envoltas pela superfície gaussiana, de modo que ela pode ser positiva, negativa ou, até mesmo, nula. Quando  $q$  é positiva, o fluxo líquido está saindo da superfície (para fora); se  $q$  é negativa, o fluxo é para dentro. Cargas fora da superfície não são consideradas.

A lei de Coulomb pode ser deduzida a partir da lei de Gauss considerando-se a simetria de um problema. Por exemplo, aplique a lei de Gauss para calcular o campo elétrico de uma carga puntiforme positiva  $q$ .

Apesar de a lei de Gauss ser válida para qualquer superfície fechada, por simplicidade será adotada uma superfície que possua uma simetria que facilite a resolução do problema. Usando-se, aqui, uma esfera de raio  $r$  em torno da carga  $q$ , de tal forma que os vetores  $\vec{E}$  e  $d\vec{A}$  possuam a mesma direção e o módulo de  $E$  é constante em qualquer ponto da superfície da esfera. Portanto, o produto escalar passa a ser, simplesmente,  $E dA$ , e a lei de Gauss passa a ser:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Sendo  $E$  constante, tem-se

$$E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Visto que área da superfície da esfera é  $4\pi r^2$ , chegando-se assim ao valor de

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Assim, é possível chegar-se ao mesmo resultado dado pela lei de Coulomb para o campo elétrico gerado por uma carga puntiforme.

## Atividades de avaliação



1. Para uma linha infinita de cargas, o campo produzido é de  $3 \times 10^5$  N/C a uma distância de 5 m. Calcule a densidade linear de carga.
2. Uma carga puntiforme de  $2,55 \mu\text{C}$  está no centro de uma superfície gaussiana esférica de raio 100 cm. Calcule o fluxo do campo elétrico através dessa superfície.

## 2.2. Aplicações da Lei de Gauss

Materiais chamados dielétricos, colocados no interior de um campo elétrico, fazem-nodiminuir de intensidade, às vezes de forma drástica. Aqui, será apresentado um breve histórico para se introduzir o conceito de um novo cam-

po vetorial, cuja magnitude independe do meio, que chamaremos densidade de fluxo elétrico. Pode-se conduzir o estudo sem esse conceito; entretanto, é necessário fazê-lo para a familiarização com seu uso e, também, porque, de certa forma, ele simplifica, um pouco, a notação de algumas equações, muito embora alguns autores prefiram não fazer uso dele além do necessário.

Michael Faraday, após concluir seu famoso estudo sobre a indução eletromagnética, que será estudada nos próximos módulos, passou a interessar-se por campos elétricos em dielétricos. Realizou diversas experiências com esferas metálicas ocas concêntricas, colocando diferentes materiais dielétricos entre elas. A esfera interna era carregada com uma carga conhecida, e, então, montava a casca esférica externa, composta por dois hemisférios, tendo um determinado tipo de material entre elas. Com isso, esfera externa polarizava-se, tendo sua parte interna sinal contrário à carga da esfera interna e sua parte externa com mesmo sinal que a da esfera interna.

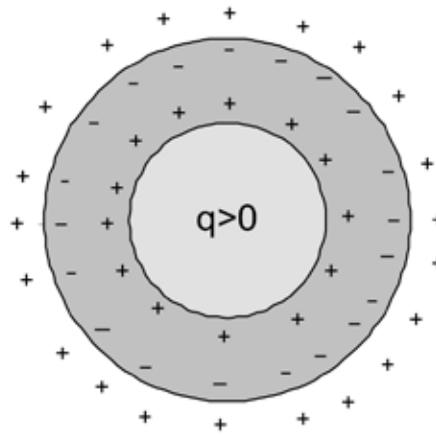


Figura 35 – Esfera interna carregada positivamente induz cargas na casca esférica externa.

Para obter a esfera externa definitivamente carregada, Faraday ligava sua superfície a terra, desviando as cargas superficiais. Após esse procedimento, a casca esférica externa era cuidadosamente desmontada em seus dois hemisférios e sua carga medida, encontrando-se sempre o mesmo valor de carga em módulo que a esfera interna que tinha sido previamente carregada, independente da natureza do meio colocado entre as esferas, ou do valor da carga na esfera interna. Faraday concluiu, então, que deveria haver um determinado fluxo que dava origem às cargas induzidas na esfera externa, independente do meio. Chamou-o de fluxo elétrico ( $\phi$ ) e constatou que deveria ser proporcional ao valor da carga na esfera interna ( $\phi = kq$ ).

Se imaginarmos uma linha do fluxo elétrico como começando em uma carga positiva da esfera interna e terminando em uma carga negativa induzida na superfície interna da casca esférica externa, teremos que todas as linhas

atravessam uma superfície esférica imaginária de raio  $r$ , compreendida no espaço entre as duas esferas, representada em pontilhado na figura 36.

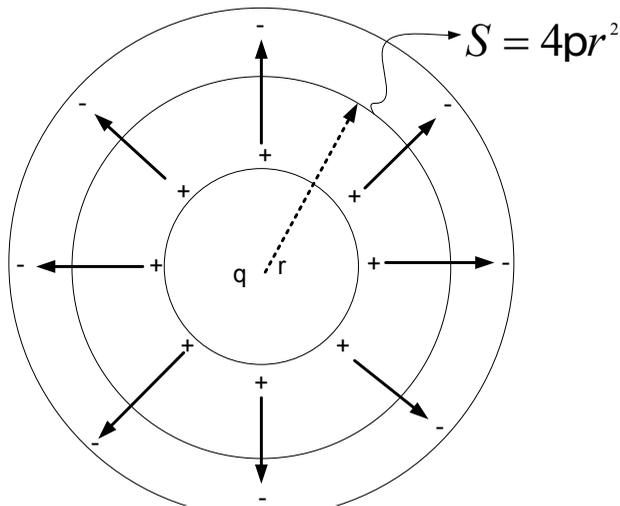


Figura 36 – Densidade de fluxo através da superfície de raio  $r$

Teremos estabelecida uma nova grandeza: a densidade de fluxo elétrico, dada pela relação entre o fluxo elétrico e a respectiva área que ele atravessa. Como o sentido das linhas de fluxo é radial e sempre perpendicular à superfície, podemos atribuir o vetor unitário  $\vec{a}_r$ , das coordenadas esféricas à densidade de fluxo, como se segue:

$$D = \frac{f}{S} \rightarrow \vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{a}_r$$

A unidade da densidade de fluxo fica, então, *coulomb por metro quadrado* (C/m<sup>2</sup>).

Obtivemos a equação acima para a região limitada entre as duas esferas. Entretanto, podemos estender seu campo de aplicação para o espaço todo, uma vez que podemos reduzir o raio da esfera interna, até que se torne um ponto, e aumentar o da esfera externa, até o infinito. Agora, a equação acima, refere-se ao campo densidade de fluxo para uma carga pontual. Comparemos a referida equação com a do campo elétrico da carga pontual  $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{a}_r$ . Concluimos que

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

Embora tenhamos obtido a relação acima através da comparação da densidade de fluxo e do campo elétrico de uma carga pontual, ela vale para qualquer campo elétrico. Logo, temos a liberdade de usar as equações para

$\vec{E}$  ou para  $\vec{D}$  e, a qualquer momento, converter uma grandeza em outra através da relação com  $e_0$ . Não custa reforçar que essa relação só é válida para o espaço livre. Para meios materiais, outras relações serão vistas na próxima unidade.

#### 4.2.1. Área vetorial

É oportuno no momento, introduzirmos o conceito de área vetorial, que será bastante útil daqui em diante. Para os iniciantes nesse campo, pode parecer estranho atribuir o caráter vetorial a uma área. Entretanto, como veremos, é imprescindível que o façamos sob pena de não definirmos plenamente certas relações.

A área vetorial  $\vec{S}$ , associada a uma área qualquer  $S$ , é um vetor que aponta na direção normal à  $S$  e cujo sentido será:

- Para áreas de superfície fechada: o vetor unitário  $\vec{a}_n$ , aponta de dentro para fora da superfície.  $\vec{S} = S\vec{a}_n$
- Para áreas abertas: o vetor unitário  $\vec{a}_n$  aponta no sentido do fluxo da grandeza considerada.

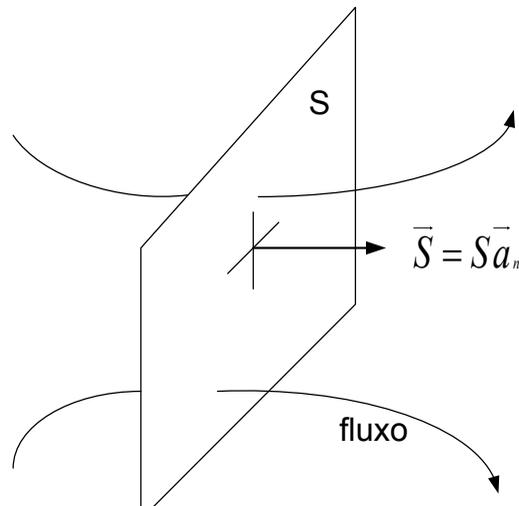


Figura 37 – A área vetorial para superfícies abertas tem o mesmo sentido do fluxo do campo

Frente ao exposto, podemos nos aprofundar na equação que define a densidade de fluxo, vista no capítulo anterior. Vamos, então, imaginar uma superfície plana, cujo vetor área está inclinado de um ângulo  $\alpha$  em relação ao vetor densidade de fluxo  $\vec{D}$ .

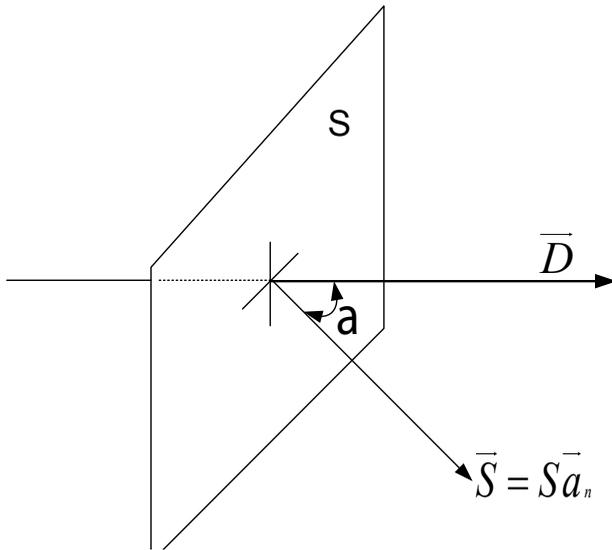


Figura 38 – Densidade de fluxo em uma área inclinada.

O objetivo é calcular o fluxo elétrico através da superfície  $S$ . Inicialmente, vamos admitir que  $\vec{D}$  seja o mesmo em todos os pontos da superfície. No capítulo anterior, definimos a densidade de fluxo como  $D = \frac{f}{S}$  como um escalar e, em seguida, atribuímos um vetor unitário para formalizar o seu caráter vetorial. Tomando-se, ainda, a expressão escalar de  $D$ , para se calcular o fluxo, temos que  $f = D \cdot S$ . Entretanto, como a área está inclinada em relação à  $\vec{D}$ , o fluxo atravessará apenas a projeção de  $S$  perpendicular à  $D$ , ou seja, o fluxo será dado por

$$f = D \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Acontece que a equação acima é a definição de produto escalar entre os vetores  $\vec{D}$  e  $\vec{S}$ . Logo, podemos reescrever o fluxo como:

$$f = \vec{D} \cdot \vec{S}$$

De forma geral, a densidade de fluxo pode ser diferente em cada ponto da superfície e tornar-se-á necessário considerar os elementos infinitesimais de fluxo em cada ponto  $dy = \vec{D} \cdot d\vec{S}$  para se calcular o fluxo total, através da integração do fluxo sobre a área toda:

$$f = \int \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

Considerando a superfície fechada genérica abaixo, que envolve uma distribuição de cargas  $q$ .

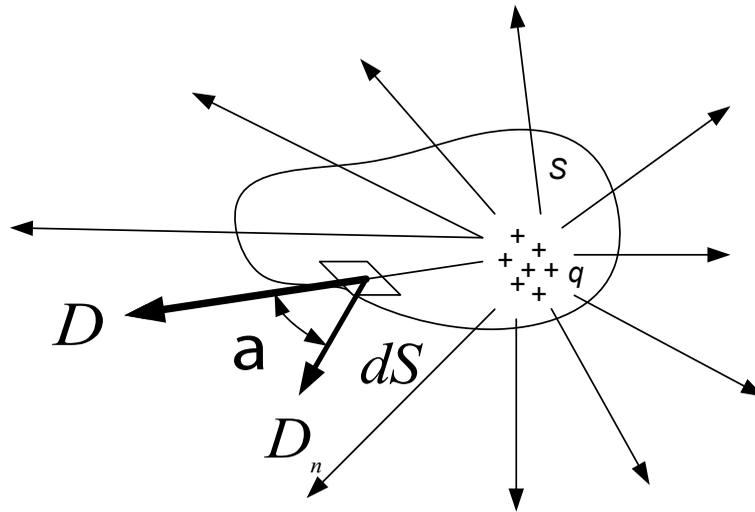


Figura 39 - Fluxo através de uma superfície genérica S.

Em um determinado ponto dessa superfície, imaginemos um elemento diferencial de área vetorial  $d\vec{S}$ , que, como já vimos, deve apontar, perpendicularmente à superfície, de dentro para fora. O vetor densidade de fluxo devido às cargas  $q$  forma um ângulo  $\alpha$  com  $d\vec{S}$ . Para determinarmos a porção de fluxo que atravessa  $d\vec{S}$ , devemos considerar a componente da densidade de fluxo que lhe é normal e que chamaremos de  $D_n$ . Portanto,

$$d\phi = D_n dS \text{ onde } D_n = D \cos \alpha$$

$$\text{Assim, } d\phi = D dS \cos \alpha \rightarrow d\phi = \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

Para obtermos o fluxo total, integramos  $d\phi$  sobre toda a superfície fechada.

Onde o círculo no sinal de integração nos lembra de que esta deve ser feita sobre uma superfície fechada.

Isso equivale a dividir a superfície total em um número infinito de partes. Em cada elemento de superfície  $dS$  assim obtido, toma-se a componente normal da densidade de fluxo e multiplica-se pelo respectivo  $dS$ . Obtém-se, assim, um número infinito desses produtos, cuja soma corresponde ao fluxo total que atravessa a superfície.

Como vimos da experiência de Faraday, o fluxo no sistema internacional de unidades corresponde à carga. Desse modo, podemos afirmar que o fluxo que atravessa a superfície fechada genérica S, corresponde à carga contida em seu interior. Essa interpretação é conhecida como Lei de Gauss e pode melhor ser formulada da seguinte maneira:

A integral de superfície da componente normal da densidade de fluxo corresponde à carga encerrada pela superfície.

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\text{int}}$$

onde o índice “int” serve para lembrar que essa é a carga interna à superfície objeto da integração. Como a carga pode, também, ser expressa pela integral de volume da densidade volumétrica de carga, podemos reescrever a Lei de Gauss como:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho dv$$

É claro que podemos, também, empregar as densidades linear e superficial de cargas, de acordo com o problema.

A Lei de Gauss é usada para determinação de campos elétricos de sistemas que apresentam grande simetria. É, também, aplicada em casos em que é possível envolver as cargas em questão com uma superfície imaginária onde todas as linhas de fluxo do campo elétrico sejam normais, ou tangenciais à superfície, e haja de fácil integração. Tal superfície é chamada superfície gaussiana.

Vejamos o exemplo: ao determinar o campo elétrico de uma linha infinita de cargas com densidade linear  $r_l$ , através de integração direta. Vamos, agora, obter o mesmo campo através do emprego da Lei de Gauss. O campo elétrico de uma linha infinita de cargas é um campo radial. Podemos traçar uma superfície fechada em um trecho do condutor, de tal forma que as linhas de força do campo elétrico sejam tangenciais ou normais a ela. Tal superfície seria um cilindro, como se mostra na figura 40 abaixo:

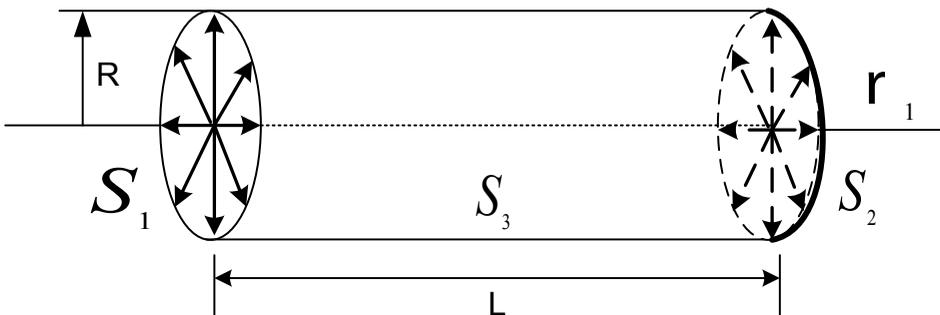


Figura 40 – Superfície gaussiana para o campo de uma linha infinita de cargas.

Empregando-se  $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\text{int}}$ , vemos que a integral de superfície fechada precisa ser dividida em três integrais de superfície aberta: uma para cada tampa ( $S_1, S_2$ ) e uma para a superfície curva ( $S_3$ ), ou seja,

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

Observa-se que, junto às tampas do cilindro, o campo é tangencial e, na superfície curva, as linhas são normais. Portanto, para se determinar o fluxo total que atravessa a superfície, apenas a superfície curva será considerada, visto que não há fluxo atravessando as tampas. Então, considerando

$$\int_{S_3} \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\text{int}}$$

os vetores  $\vec{D}$  e  $d\vec{S}$  são orientados pelo mesmo vetor unitário ( $\vec{a}_r$ ). Logo, o produto escalar entre os vetores unitários resulta na unidade, o que nos permite reescrever  $\int_{S_3} D dS = q_{\text{int}}$ .

Como  $D$  é constante em todos os pontos da superfície, não é variável de integração. Portanto, pode ser removido para fora do sinal de integração:

$$D \int dS = q_{\text{int}} \rightarrow D \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^L r d\phi dz = \int_{z=0}^L \rho_l dz$$

$$D \cdot 2\pi r L = \rho_l L \rightarrow D = \frac{\rho_l}{2\pi r}$$

Retornando com o vetor unitário  $\vec{a}_r$ , para a densidade de fluxo e empregando a sua relação com o campo elétrico, temos:

$$\vec{D} = \frac{\rho_l}{2\pi r} \vec{a}_r \rightarrow \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi \epsilon_0 r} \vec{a}_r$$

Esse resultado confere com o já obtido por integração direta. Como se observa, através da Lei de Gauss, a resposta é obtida de forma menos trabalhosa.

Pode-se, também, empregar a Lei de Gauss na solução de um plano de cargas, como pode ser mostrado na figura 41, em que se tem uma seção de uma chapa não condutora, plana, fina e infinita, com uma densidade de superficial de cargas constante ( $C/m^2$ ). Qual o valor de  $E$  a uma distância  $r$  da chapa?

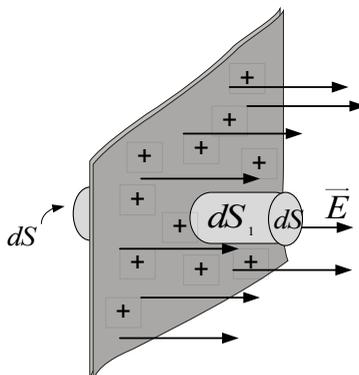


Figura 41 - chapa infinita, uniformemente carregada, atravessada por uma superfície Gaussiana cilíndrica.

A superfície gaussiana conveniente, para esse caso, é um cilindro de altura  $2r$  e área das bases iguais à  $A$ , que atravessa o plano conforme a figura 41. Fazendo-se a consideração que o campo  $E$  é perpendicular ao plano das bases do cilindro, logo não haverá contribuição para o fluxo proveniente da superfície lateral. A lei de Gauss,

$$\epsilon_0 \oint E dS = q$$

em que,

$$\epsilon_0(EA + EA) = \sigma A$$

onde é a carga limitada pela superfície Gaussiana. Isso nos dá

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Note-se que o valor de  $E$ , aqui, é o mesmo, para todos os pontos, em ambos os lados do plano da chapa.

## Síntese do Capítulo



- As primeiras observações referentes à ciência da Eletricidade datam do ano 600 a.C, com Tales de Mileto.
- O eletromagnetismo de hoje foi desenvolvido por muitos pesquisadores, dentre os quais Michael Faraday (1791-1867) obteve maior destaque.
- A iniciação no campo do eletromagnetismo é essencial para a compreensão dos guias de onda, ondas no espaço e as interações entre partícula-campo.

A lei de Gauss relaciona o fluxo (total) de um campo elétrico através de uma superfície fechada (superfície gaussiana) e a carga líquida  $q$  que está envolvida por essa superfície. Ela nos diz que:

$$\epsilon_0 \Phi_E = q$$

Onde  $\epsilon_0$  é a mesma constante de permissividade elétrica que foi usada na lei de Coulomb. Usando a definição para o fluxo, podemos escrever a lei de Gauss como

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

A carga líquida  $q$  é a soma algébrica de todas as cargas positivas e negativas envoltas pela superfície gaussiana, de modo que ela pode ser positiva, negativa ou mesmo nula. Quando  $q$  é positiva, o fluxo líquido está saindo da superfície (para fora); se  $q$  é negativa, o fluxo é para dentro. Cargas fora da superfície não são consideradas.

## Atividades de avaliação



1. A superfície quadrada da Figura 4.8 tem 3 mm de lado. Ela está imersa num campo elétrico uniforme com  $E = 2800 \text{ N/C}$ . As linhas do campo formam um ângulo de  $30^\circ$  com a normal "apontando para fora", como é mostrado na figura. Calcular o fluxo através da superfície.

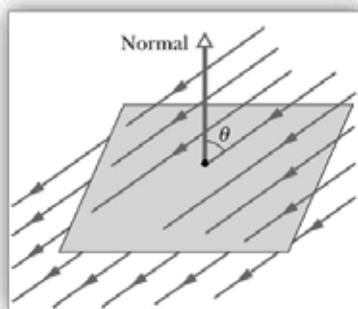


Figura 42 -problema 1

2. Uma carga puntiforme de  $1,8 \mu\text{C}$  encontra-se no centro de uma superfície gaussiana cúbica de  $5,2 \text{ cm}$  de aresta. Calcule o valor do fluxo elétrico através desta superfície.
3. Uma carga puntiforme  $q$  é colocada em um dos vértices de um cubo de aresta  $a$ . Qual é o valor do fluxo total que atravessa o cubo? (Sugestão: use a Lei de Gauss e argumentos de simetria)
4. Uma esfera condutora uniformemente carregada de  $1,6 \text{ m}$  de diâmetro possui uma densidade superficial de carga de  $8,2 \mu\text{C/m}^2$ . Qual é o valor do fluxo elétrico total que está deixando a superfície da esfera?
5. Uma esfera condutora de  $10 \text{ cm}$  de raio possui uma carga de valor desconhecido. Sabendo-se que o campo elétrico a uma distância de  $15 \text{ cm}$  do centro da esfera tem módulo igual a  $3 \times 10^3 \text{ N/C}$  e aponta radialmente para dentro, qual é a carga líquida sobre a esfera?
6. Uma linha longa infinita e uniformemente carregada está a uma distância  $d$  de um ponto qualquer  $O$ , conforme mostrado na Figura 4.9 Determine o fluxo elétrico total que atravessa a superfície de uma esfera de raio  $R$  centrada em  $O$  resultante da linha de carga. Considere ambos os casos quando  $R < d$  e  $R > d$ .

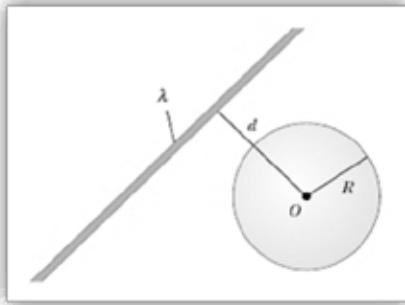


Figura 43 - problema 6

7. Uma esfera sólida de 40 cm de raio possui uma carga total positiva de 26  $\mu\text{C}$  distribuída uniformemente atiráveis de seu volume. Calcule o campo elétrico em pontos com distância ao centro da esfera de (a) 0 cm, (b) 10 cm, (c) 40 cm e (d) 60 cm.
8. Uma distribuição esfericamente simétrica de carga possui uma densidade volumétrica de carga dada por  $\rho$ , onde  $a$  é uma constante. Encontre o campo elétrico como função de  $r$ .

**Garrafa de Leyden**  
Dispositivo capaz de armazenar carga elétrica.

## Texto complementar



### A experiência de Benjamin Franklin

Os primeiros estudos experimentais sobre a eletricidade atmosférica foram realizados no século XIII pelo livreiro e impressor americano Benjamin Franklin. Ele partiu da seguinte hipótese: a descarga que saltava de um capacitor, conhecido na época com o nome de *garrafa de Leyden*, incluindo faísca e ruído, equivaleria, em menor escala, à descarga atmosférica, relâmpago e trovão. Para verificar se essa hipótese era verdadeira, ele propôs um experimento: colocar uma haste metálica abaixo de uma nuvem de tempestade e aproximar dela um corpo aterrado, que esteja em contato com o solo para descarregar a eletricidade que vai ser passada pela haste. Em maio de 1752, o cientista francês *Thomas-François D'Alibard* (1703-1799) realizou o experimento proposto por Franklin. Levantou uma barra de ferro pontiaguda na direção de nuvens de tempestade e aproximou desta um fio aterrado, verificando que faíscas saltavam do mastro para o fio. Além de provada a hipótese de Franklin, se estabeleceu assim o princípio do funcionamento dos pára-raios.

**Atenção:** Franklin teve muita sorte durante a experiência; muitos outros, ao repeti-la, morreram vitimados por choque elétrico.

Fontes:

Texto: <http://www.ufpa.br/ccen/fisica/aplicada/protec.htm>

figura: [http://www.liganessa.com.br/blog/imagens/blog\\_32/post\\_562.jpg](http://www.liganessa.com.br/blog/imagens/blog_32/post_562.jpg)



## Referências



NUSSENZVEIG, H. M. **Física Básica Eletromagnetismo**. 1. São Paulo: Edgard Blucher, 1997.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D. **FÍSICA**. 4. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1984.

SEARS, F. W. **FÍSICA - Magnetismo - Eletricidade**. 2. Ao Livro Técnico 1959.

# Capítulo

3

## Introdução ao Potencial Elétrico, Capacitores e Dielétricos



## Objetivos

- Assim como a energia potencial gravitacional se origina no trabalho de se mover um corpo contra as forças de gravitação, uma partícula carregada tem uma energia potencial elétrica, originada no trabalho gasto no ato de se movê-la contra forças elétricas.
- O que vai ser visto, agora, é outra propriedade importante dos condutores: aquela que estabelece que a quantidade de carga que os condutores podem suportar é limitada. Entretanto, a quantidade de carga que se pode distribuir em um condutor não tem valor definido, como seria, por exemplo, a quantidade de água que um copo pode conter. O caso da carga elétrica poderia ser comparado ao número de moles de um gás que um balão pode conter, sabendo-se que essa quantidade depende da pressão a que o gás estiver submetido.

## 1. Potencial

### 1.1. Introdução

No momento em que uma carga de prova  $q_0$  é colocada em um campo elétrico criado por uma distribuição de carga qualquer, a força elétrica que atua sobre a carga é  $q_0E$ . Essa força é conservativa, pois a força entre as cargas elétricas descritas pela lei de Coulomb é conservativa. Quando uma carga de prova se move no campo sob a ação de algum agente externo, o trabalho feito pelo campo sobre a carga é igual ao negativo do trabalho feito pelo agente externo responsável pelo deslocamento da carga. Assim, para se achar a diferença de potencial elétrico entre dois pontos, A e B, de um campo elétrico, desloca-se uma carga de prova  $q_0$  desde A até B, mantendo-a sempre em equilíbrio, e mede-se o trabalho  $W_{AB}$  realizado pelo agente que motivou a carga. A diferença de potencial elétrico é definida por

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

O trabalho  $W_{AB}$  pode ser positivo, negativo ou nulo, respectivamente. O potencial em B será maior, menor ou igual ao potencial elétrico em A.

No sistema MKS, a unidade de diferença de potencial, obtida na equação 5.1, é o Joule/Coulomb

Em tese, escolhe-se o ponto  $A$  a uma distância muito grande de todas as cargas presentes (a rigor, no infinito), e ao potencial Elétrico, nessa distância, é, arbitrariamente, dado o valor zero. Com isso, é possível definir o potencial elétrico em um ponto. Tomando-se na Equação (57) e abandonado o uso de índices, o potencial fica:

$$V = \frac{W}{q_0}$$

onde  $W$  é o trabalho que um agente externo deve realizar para trazer a carga de prova do infinito até o ponto considerado.

## 1.2. Diferença de potencial em um campo elétrico uniforme

Considere um campo elétrico uniforme, como o mostrado na figura 44. A diferença de potencial entre dois pontos,  $A$  e  $B$ , separados por uma distância  $d$ , onde  $d$  é paralelo a  $E$ , é obtida através da equação

$$\Delta V = V_B - V_A = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{S} = W_{AB}$$

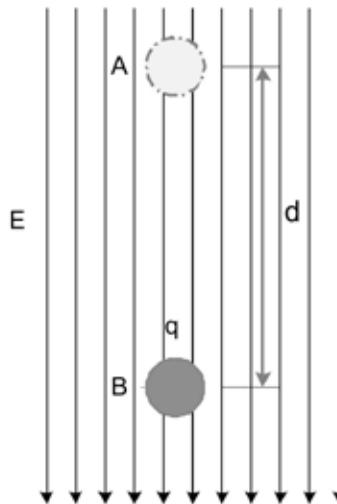


Figura 44 - carga de prova positiva move-se de  $A$  até  $B$ .

Agora, suponha que uma carga elétrica de prova  $q_0$  se move de  $A$  até  $B$ . Podemos calcular a variação da energia potencial do sistema carga-campo:

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 E d$$

Portanto, se  $q_0$  é positiva, será negativa. Desse modo, concluímos que um sistema consistindo de uma carga positiva e um campo elétrico perde energia potencial quando a carga se move na direção do campo.

**Exemplo:** Quando a intensidade de campo  $E$  é constante, em módulo e direção, em uma região, como, por exemplo, entre um par de placas paralelas com cargas de sinais contrários, qual será a intensidade do campo entre as duas placas da figura 45?

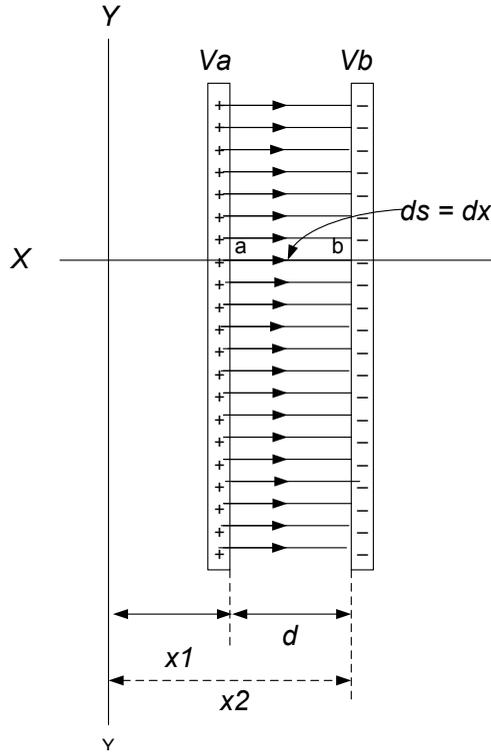


Figura 45 – A intensidade de campo entre duas placas paralelas é dada pela relação  $v_{ab}/d$

Solução: supondo-se que a direção do campo seja a do eixo dos X, e que  $ds=dx$ , figura 45. Então  $\cos\theta = 1$ , e

$$V_b - V_a = -\int_{x_1}^{x_2} E dx = -E(x_2 - x_1) = -Ed,$$

Daí:

$$V_b = V_a + Ed$$

e

$$E = \frac{V_a - V_b}{d} = \frac{V_{ab}}{d}$$

Qual será a relação entre  $V$  e para um caso mais geral, como o mostrado na figura 46, onde o campo não é uniforme e a carga não se move em uma trajetória retilínea? Na figura 46, observa-se que o campo elétrico exerce uma força  $q_c \vec{E}$  sobre a carga de prova, o agente externo. Para que não haja aceleração, deve-se aplicar, em todos os pontos da trajetória da carga de prova, uma força  $F$  exatamente igual a  $-q_c \vec{E}$ .

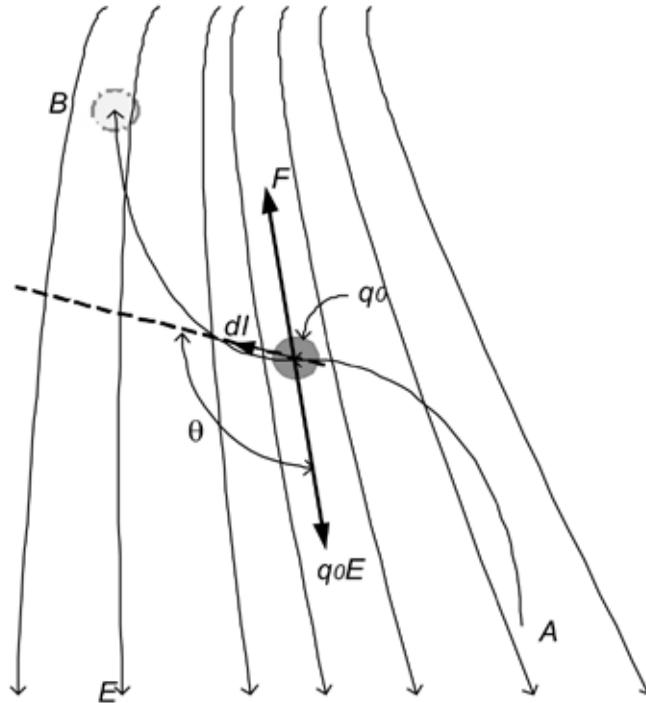


Figura 46 – Uma carga positiva,  $q_0$ , é deslocada, desde A até B, em um campo não uniforme, por um agente externo que sobre ela exerce uma força  $F$ .

Quando a carga de prova sofre um deslocamento, ao longo de sua trajetória, o trabalho elementar realizado pelo agente externo será igual a  $\vec{F} \cdot d\vec{l}$ . Para se calcular o trabalho total  $W_{AB}$ , realizado pelo agente externo no deslocamento, desde A até B, deve-se somar todos os trabalhos elementares produzidos em cada segmento em que foi dividida a trajetória. Isso nos leva ao resultado a seguir:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Esse resultado é uma integral de linha. Observa-se, aqui, a substituição de  $\vec{F}$  pelo seu equivalente  $-q_0 \vec{E}$ .

A substituição desse resultado, na equação 5.1, leva a

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Considerando-se, agora, o ponto A infinitamente afastado e, conseqüentemente, tornando-se o igual a zero, no infinito, essa equação dar-nos-á o potencial  $V$ , no ponto B, donde, abandonado o índice B,

$$V = - \int_{\infty}^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Essas duas equações permitem-nos calcular a diferença de potencial

entre dois pontos quaisquer (ou o potencial em um ponto arbitrário), quando se sabe o valor de  $E$  em todos os pontos do campo.

### 1.3. Potencial elétrico e Energia potencial devido a cargas pontuais

A figura 46 ilustra o deslocamento de uma carga puntiforme  $q$ , do ponto  $A$  ao ponto  $B$ . Para efeito de cálculo, suponha que ambos estão sobre uma mesma reta.

Mediante essas informações, é possível calcular a diferença de potencial entre os pontos  $A$  e  $B$ , através do deslocamento, sem aceleração, de uma carga de prova ao longo do segmento  $AB$ .

Na figura 47,  $\vec{E}$  aponta para a direita, ao contrario de  $d\vec{l}$ , que tem sempre o mesmo sentido do movimento. Sendo assim, a equação 63 terá:

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cos 180^\circ dl = -Edl$$

Entretanto, como  $r$  é medido tomando-se  $q$  como origem e o deslocamento  $dl$  é para a esquerda, estará o sentido decrescente de  $r$ . Logo,

$$dl = -dr$$

Das equações 65 e 66, obtém-se:

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E dr$$

Substituindo, na equação 63,

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{r_A}^B \vec{E} \cdot dr$$

Combinando-se 57 com

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

que leva a

$$V_B - V_A = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^B \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} = \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

Escolhendo-se o ponto  $A$  como referência no infinito, ou seja, fazendo  $V_A = 0$  para  $r_A \rightarrow \infty$  e abandonando-se o uso do índice  $B$ , têm-se:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Com essa equação, vê-se, com clareza, que as superfícies equipotenciais de uma carga puntiforme isolada são concêntricas. Essa demonstração mostra que o resultado, também, vale para os pontos exteriores de uma distribuição de cargas com simetria esférica.

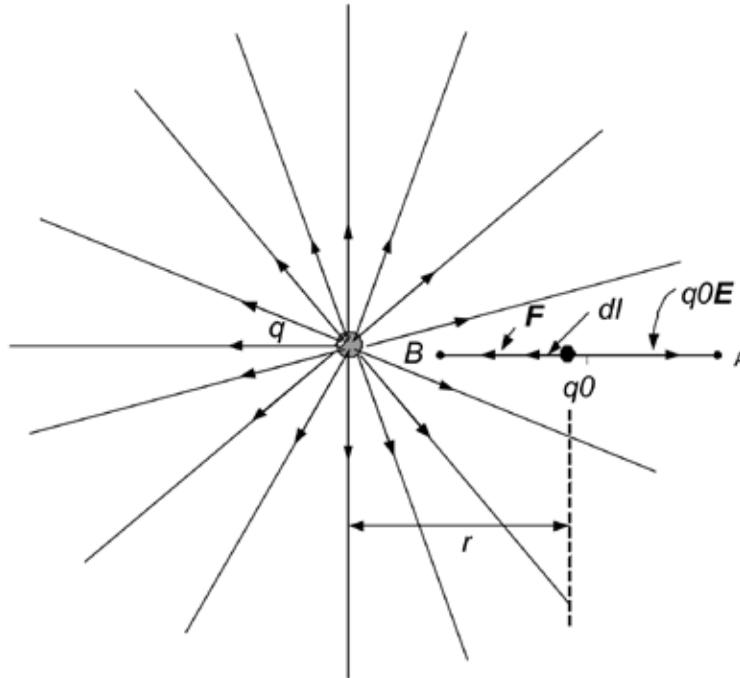


Figura 47 - uma carga de prova  $q_0$  sendo deslocada por um agente externo de A até B, no campo produzido pela carga puntiforme  $q$ .

Tem-se um conjunto com  $N$  cargas, e o potencial elétrico, em um dado ponto, será obtido calculando-se o potencial  $V_i$  devido a cada carga, e somando-se os valores

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 \dots V_n$$

ou simplesmente:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Onde  $q_i$  é a carga elétrica da  $i$ -ésima carga e  $r_i$  é a distância dessa carga ao ponto onde queremos determinar o potencial. Esse é o princípio da superposição, que, também, é válido para calcular o potencial elétrico.

Exemplo: qual é o valor do potencial no centro de um quadrado de lado 1,0m e que possui, em seus vértices, as cargas  $q_1=+1,0 \times 10^{-8}$  C,  $q_2=-2,0 \times 10^{-8}$  C,  $q_3=+3,0 \times 10^{-8}$  C e  $q_4=+2,0 \times 10^{-8}$  C?

Solução: a distância entre cada carga e o ponto é , ou 0,71 m. Usando-se a equação 5.15, tem-se:

$$V = \sum_n V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{r}$$

$$= \frac{(9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}) (1,0 - 2,0 + 3,0 + 2,0) \times 10^{-8} \text{ C}}{0,71 \text{ m}} = 500 \text{ V}$$

## Atividades de avaliação



1. Calcule o potencial elétrico nos pontos do eixo de um disco uniformemente carregado com uma densidade superficial de carga igual a  $\sigma$ . Para o cálculo, considere um elemento de carga  $dq$  formado por uma coroa circular de raio interno  $y$  e largura  $dy$  e disco de raio  $a$ .

Solução:

### 1.4. O potencial produzido por um Dipolo

Considere, agora, o potencial no campo de um dipolo, figura 48. Será utilizado um sistema de coordenadas polares,  $r$  e  $\theta$ , sendo a origem o centro da reta que une as cargas do dipolo, a fim de especificar a posição de um ponto  $P$ . De  $P$  como centro, trace os arcos de circunferência em linha interrompida. Se  $P$  está bastante afastado do dipolo, esses arcos podem ser considerados segmentos de retas perpendiculares àre as retas que unem  $P$ , as duas cargas. A distância entre a carga  $+q$  e o ponto  $P$  é muito, aproximando  $r - l/2 \cos\theta$  de  $r$  e entre a carga  $-q$  e o ponto  $P$  é  $r + l/2 \cos\theta$ . O potencial em  $P$  é

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r - \frac{l}{2} \cos\theta} + \frac{-q}{r + \frac{l}{2} \cos\theta} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left( \frac{l \cos\theta}{r^2 - \frac{l^2}{4} \cos^2\theta} \right)$$

E se for desprezado em presença de  $r^2$ :

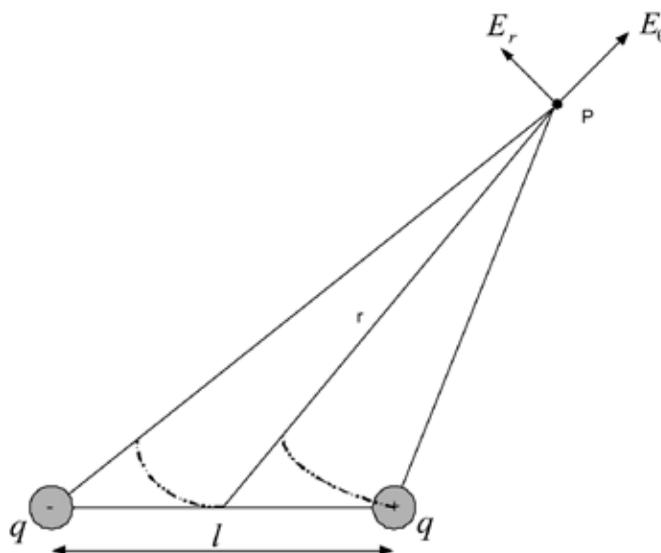


Figura 48 - Componentes de intensidade de campo no campo de um dipolo.

Em um sistema de coordenadas polares, uma distância  $ds$ , radial é simplesmente  $dr$ , ao passo que uma distância  $ds$ , perpendicular à  $r$ , é  $r d\theta$ .

$$\begin{aligned} \left(\frac{dV}{ds}\right)_{rad} &= \frac{dV}{dr} & E_r &= -\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql\cos\theta}{r^2} \right) \\ \left(\frac{dV}{ds}\right)_{tang} &= \frac{dV}{rd\theta} = \frac{1}{r} \frac{dV}{d\theta} & E_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql\cos\theta}{r^2} \right) \\ E_r &= -\frac{dV}{dr} & E_r &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{dV}{d\theta} & E_\theta &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql\sin\theta}{r^3} \end{aligned}$$

### Atividades de avaliação

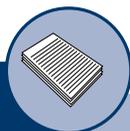


- Um cilindro condutor longo, de raio  $a$ , é circundado por outro oco, coaxial ao primeiro, e de raio interno  $b$ . Os cilindros têm cargas iguais e contrárias. Encontre, em função da d.d.p. entre os cilindros, a expressão da intensidade de campo em um ponto qualquer do espaço entre os mesmos.
- Uma carga elétrica  $q_1 = 1,0 \times 10^{-3} \mu\text{C}$  deve ser transportada desde um ponto A até um ponto B do campo elétrico criado por uma carga  $q = 1,0 \mu\text{C}$ , fixa. As distâncias dos dois pontos considerados à carga  $q$  são, respectivamente,  $d_A = 1,0 \text{ m}$  e  $d_B = 3,0 \text{ m}$ . Qual o trabalho realizado? Considere que para a carga  $q$ , o ponto A e o ponto B se encontram sobre a mesma reta.
- Em um aparelho para a medida da carga do elétron, pelo método de Millikan, a intensidade de campo necessária para que uma gota de óleo, eletrizada, fique suspensa no espaço, é de  $6,34 \times 10^4 \text{ volts/m}$ . As duas placas do aparelho acham-se separadas por  $1,5 \text{ cm}$ . Determine a d.d.p. que lhes deve ser aplicada.
- Dois cargas pontuais,  $q_1 = + 40 \times 10^{-9} \text{ coulombs}$ , e  $q_2 = - 30 \times 10^{-9} \text{ coulombs}$ , distam entre si  $10 \text{ cm}$ . Um ponto A está situado no meio da reta que une as duas cargas; um ponto B dista  $8 \text{ cm}$  de  $q_1$  e  $6 \text{ cm}$  de  $q_2$ . Determine: (a) o potencial no ponto A; (b) o potencial no ponto B; (c) o trabalho necessário para se deslocar uma carga de  $25 \times 10^{-2} \text{ coulombs}$  de B para A.
- A energia potencial elétrica de uma carga de  $300 \text{ pC}$  é igual a  $1,2 \text{ mJ}$ . Calcule o valor do potencial elétrico no ponto onde se encontra essa carga.
- Estime o trabalho realizado pelo campo elétrico ao longo dos pontos de uma superfície equipotencial, para deslocar uma carga  $q$  entre dois pontos pertencentes a essa superfície equipotencial.

7. Um campo elétrico uniforme, de magnitude  $250 \text{ V/m}$ , está na direção positiva do eixo  $x$ . Uma carga de  $12,0 \text{ C}$  move-se da origem para o ponto  $(x; y)$   $(20,0 \text{ cm}; 50,0 \text{ cm})$ . (a) Qual é a mudança de energia potencial do sistema carga campo? (b) Através de qual diferença de potencial a carga se move?
8. (a) Encontre o potencial a uma distância de  $1,00 \text{ cm}$  de um próton. (b) Qual é a diferença de potencial entre dois pontos que estão  $1,00 \text{ cm}$  e  $2,00 \text{ cm}$  distantes de um próton.
9. Duas cargas puntiformes,  $q_1 = +5,00 \text{ nC}$  e  $q_2 = -3,00 \text{ nC}$ , estão separadas por  $35,0 \text{ cm}$ . (a) Qual é a energia potencial do par? (b) Qual é o potencial elétrico de um ponto localizado entre as cargas?
10. Uma carga está uniformemente distribuída através de um volume esférico de raio  $R$ . (a) Fazendo-se  $V = 0$  no infinito, mostre que o potencial a uma distância  $r$  do centro, onde  $r < R$ , é dado por  
(b) Por que esse resultado difere daquele do item (a) do problema anterior?  
(c) Qual a diferença de potencial entre um ponto da superfície e o centro da esfera? (d) Por que esse resultado não difere daquele do item (b) do problema anterior?
11. Em certa região do espaço, o potencial elétrico é  $V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$ . (a) Encontre as expressões para as componentes  $x$ ,  $y$  e  $z$ , do campo elétrico, nessa região. (b) Qual é o módulo do campo em um ponto  $P$  que tem coordenadas  $(1, 0, 2) \text{ m}$ ?

$$V = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3}$$

## Texto complementar



### Eletrocardiograma

O Eletrocardiograma (E.C.G.) é o registro extracelular das variações do potencial elétrico do músculo cardíaco em atividade.

As ondas de despolarização e repolarização que se propagam, ao longo das fibras cardíacas, podem ser consideradas dipolos em movimento, como momentos dipolares variáveis. Esses dipolos determinam campos elétricos variáveis, que podem ser detectados pela medida da diferença de potencial, através de eletrodos colocados na superfície cutânea.

Os potenciais gerados pelo coração, durante o ciclo sístole-diástole (contração/relaxamento), podem ser registrados aplicando-se eletrodos em diferentes posições do corpo. Na prática, existem locais padronizados em que os eletrodos de registro são colocados, de acordo com orientações pré-estabelecidas. Na realidade, o que se mede é a diferença de potencial elétrico, entre dois pontos, no campo elétrico gerado pelo dipolo elétrico cardíaco, ao longo do ciclo cardíaco. Os pontos de medida são escolhidos e padronizados originando as várias derivações.

Normalmente, são colocados cinco eletrodos sobre a superfície corporal: um em cada punho, um em cada tornozelo e um móvel, que pode ser colocado sobre a superfície torácica, sucessivamente em seis posições diferentes. Por convenção, o eletrodo do punho direito é denominado R (right); o do punho esquerdo, L (left); e o do tornozelo esquerdo, F (foot). O eletrodo do tornozelo direito é ligado ao fio terra.

Esses eletrodos podem ser ligados, entre si, de quinze maneiras diferentes. Todavia, somente doze são utilizadas na prática médica. Cada uma dessas ligações é conhecida como uma derivação do eletrocardiograma.

Fonte: <http://www.virtual.epm.br/material/tis/curr-bio/trab2003/g5/intro.html>

## 2. Capacitores e Dielétricos

### 2.1. Introdução

Neste capítulo, vamos introduzir um dos componentes de circuito mais fundamentais, os capacitores, que são responsáveis por armazenar energia elétrica em um circuito.

Um capacitor ou condensador é constituído por duas placas metálicas condutoras (as armaduras), dispostas uma paralela à outra e separadas por um material isolante (o dielétrico). Utiliza-se como dielétrico o papel, a cerâmica, a mica, os materiais plásticos, o vidro, a parafina ou, até mesmo, o ar. O capacitor é dispositivo muito usado em circuitos elétricos. Esse aparelho é destinado a armazenar cargas elétricas e é constituído por dois condutores separados por um isolante. Os condutores são chamados armaduras (ou placas) do capacitor, e o isolante é o dielétrico do capacitor.



Figura 49 – Exemplos de Capacitores

Fontes: <http://www.lasallecaxias.com.br/alunos/fisica/capacitores/capacitores.htm>, <http://www.eletronicadidatica.com.br/componentes/capacitor/capacitores.png>

Costuma-se dar nomes a esses componentes de acordo com a forma de suas armaduras. Dessa maneira, temos o capacitor plano, o capacitor cilíndrico, o capacitor esférico etc. conforme pode ser visto na figura 49.

Um capacitor consiste de um sistema de dois condutores, cada um carregado com a mesma quantidade de cargas elétricas, mas de sinais opostos, separados por um material isolante. A capacitância de um dado capacitor depende da sua geometria e do material chamado dielétrico que separa os condutores.

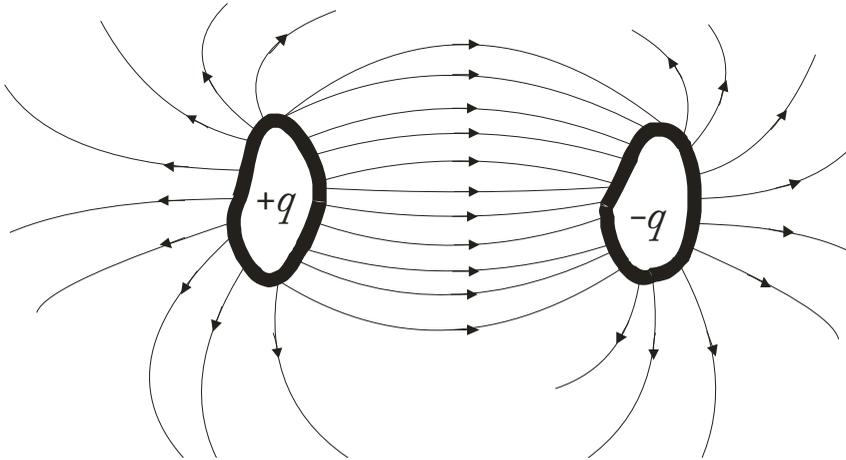


Figura 50 - Dois condutores, isolados um do outro e de seu ambiente, formam um capacitor. Quando o capacitor está carregado, os condutores têm cargas de mesmo módulo, mas sinais opostos.

Quando o capacitor possui um isolante elétrico entre suas placas, sua capacitância aumenta. Esse isolante dificulta a passagem das cargas de uma placa à outra, o que descarregaria o capacitor. Dessa forma, para uma mesma diferença de potencial, o capacitor pode armazenar uma quantidade maior de carga. Os capacitores são amplamente utilizados em rádios, gravadores, televisores, circuitos elétricos de veículos etc.

## 2.2. Definição de Capacitância

### 2.2.1. Capacitor plano

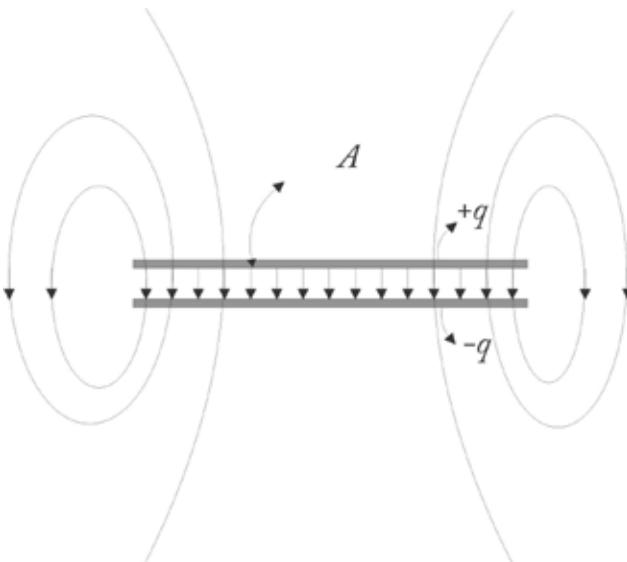


Figura 51 - Seção transversal de um capacitor de placas paralelas carregado. Em geral, para o cálculo da capacitância desprezamos os efeitos de borda e campos externos.

Dado um par de placas metálicas planas e paralelas, carregadas com cargas  $+q$  e  $-q$  (figura 51), após estarem ligadas aos terminais de uma bateria, por exemplo. Se a distância  $d$  entre as placas é muito menor que as dimensões das placas, podemos tratá-las, com boa aproximação, como se fossem planos infinitos, desprezando-se os “efeitos de borda” nas extremidades dos planos.

O campo elétrico entre as placas pode ser considerado uniforme e é dado por

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

onde  $\sigma = q/A$  é a densidade superficial de cargas e  $A$  é a área das placas.

A diferença de potencial  $V$  entre as placas é

$$V = V_+ - V_- = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ed,$$

pois  $\vec{E}$  aponta no sentido da placa positiva para a negativa. Logo,

$$V = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{qd}{\epsilon_0 A}$$

é proporcional ao módulo da carga  $q$  das placas. Essa proporcionalidade vale para qualquer par de condutores (independe da forma), entre os quais se estabelece uma diferença de potencial  $V$ , em consequência de carregá-los com cargas. Portanto, pode-se, também, escrever:

$$V = \frac{1}{C} q$$

onde a constante de proporcionalidade  $C$  é chamada *capacitância* do par de condutores, ou do capacitor. A carga  $q$ , nesse caso, é referida como a carga do capacitor.

Para um capacitor de placas paralelas, ou plano, a capacitância é dada por:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

ou seja, ela depende apenas da geometria do capacitor.

A unidade de capacitância é o *farad* ( $F$ ), definida por

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

Na prática, as unidades mais convenientes são submúltiplos do *farad*, como, por exemplo, o microfarad ( $\mu F$ ) e o picofarad ( $pF$ ).

A relação 76 mostra que a capacitância só depende de uma constante universal, a constante dielétrica no vácuo,  $\epsilon_0$ , e das dimensões do capacitor. Esse tipo de resultado é geral. Para qualquer capacitor, a capa-

capacitância só depende da constante dielétrica do meio, entre as placas e de propriedades geométricas.

### 2.2.2. Capacitor cilíndrico

Esse capacitor consiste de dois cilindros coaxiais de raios respectivamente iguais a  $c$  e  $d$  e comprimento  $l$ . Sendo assim, é possível calcular o valor da capacitância desse sistema. Suponha que o capacitor é muito longo, isto é, que  $l$  é muito grande, de modo que a distorção das linhas de força, nos dois extremos, possa ser desprezada no cálculo da capacitância.

Para facilitar os cálculos, vamos escolher um cilindro de raio  $r$  e comprimento  $l$ , limitado por bases planas. Aplicando-se a Lei de Gauss,

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q$$

dá-nos, então,

$$\epsilon_0 E (2\pi r l) = q$$

Onde todo o fluxo atravessa a superfície cilíndrica, uma vez que  $E$  é paralelo às bases. Tirando-se o valor de  $E$ , obtém-se:

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r l}$$

A diferença potencial entre as placas é dada pela Eq. 63 [observe que os vetores  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{r}$  têm sentidos opostos], isto é,

$$V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a}$$

Por fim, a capacitância será dada por:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Assim como o resultado obtido para o capacitor de placas paralelas, essa expressão só depende da geometria do problema.

Seguindo-se a mesma linha de raciocínio, o potencial para uma esfera isolada de raio  $R$  e carga  $q$ , é dado por:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$$

Supondo-se a esfera como uma das placas de um capacitor e outra placa constituída por uma esfera de raio infinito, com  $V = 0$ , sendo escolhido, igual a zero na esfera colocada no infinito.

A capacitância da esfera de raio  $R$  é, pois, dada, pela equação 78, por

$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R.$$

Novamente, aparece um único fator relevante, que é o raio da esfera.

### 2.2.3. Associação de Capacitores

Ao se analisar circuitos elétricos, frequentemente é útil saber a capacitância equivalente de dois ou mais capacitores, conectados de certa maneira. O termo “capacitância equivalente” significa a capacitância de um capacitor que pode substituir a combinação sem nenhuma mudança na operação do restante do circuito. Na análise de circuitos elétricos, é utilizada uma representação gráfica chamada diagrama do circuito, em que cada elemento é representado por um símbolo diferente e conectado por linhas retas que representam os fios condutores. Nesses diagramas, capacitores são representados pelo símbolo que lembra as placas de um capacitor plano.

### 2.2.4. Capacitores em paralelo

A figura 52 mostra um exemplo de conexão em paralelo, cujos terminais estão ligados aos polos de uma bateria, que mantém entre eles a diferença de potencial  $V$ . As placas superiores formam um condutor único, de carga total

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n$$

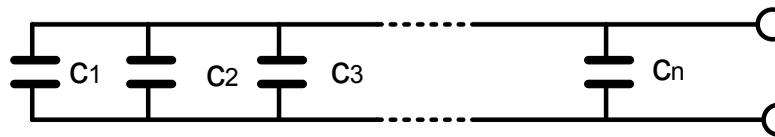


Figura 52 - exemplo de conexão em paralelo

e potencial  $V_+$ ; igualmente para as placas inferiores temos  $-q$  e  $V_-$ . Portanto,

$$q = C_1V + C_2V + C_3V + \dots + C_nV = (C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n)V,$$

onde,  $V \equiv V_+ - V_-$ . Logo, esse conjunto de capacitores é equivalente a um capacitor único, de capacitância equivalente

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

### 2.2.5. Capacitores em série

Observe, agora, a conexão em série, representada na figura 53. Nesse sistema, cada um dos conjuntos intermediários, tal como o representado pela linha tracejada, forma um condutor único, inicialmente neutro, no qual as cargas  $+q$  e  $-q$  são separadas por indução. A diferença de potencial total, entre os dois terminais do circuito, é:

$$V_+ - V_- \equiv V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} + \dots + \frac{q}{C_n} = \frac{q}{C}$$

Logo, a capacitância equivalente é dada por:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$



Figura 53 - Uma associação em série de três capacitores.

### 3. Energia armazenada em um campo elétrico

Uma das principais funções de um capacitor, em um circuito elétrico, é armazenar energia no campo elétrico que pode ser utilizada, posteriormente, para, por exemplo, acender lâmpadas de flash em câmeras fotográficas. Nesse caso, os dispositivos dependem da carga e descarga dos capacitores. Um capacitor carregado possui acumulada certa energia potencial elétrica  $U$ , que é igual ao trabalho  $W$  despendido para carregá-lo. Essa energia, também, pode ser recuperada, permitindo-se a descarga do capacitor.

Suponha que  $q$  é a carga de um capacitor em um dado instante de tempo  $t$ . Nesse instante, a diferença de potencial entre as placas do capacitor é  $V = q/C$ . Do capítulo anterior, sabemos que o trabalho necessário para transferir uma pequena quantidade de carga  $dq$  de uma placa para outra é:

$$dW = Vdq = \frac{q}{C} dq$$

O trabalho total necessário para carregar o capacitor de  $q = 0$  até uma carga final  $q = q$  é:

$$W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{q^2}{2C}$$

O trabalho realizado para carregar o capacitor aparece como uma energia potencial elétrica armazenada no capacitor. Portanto, a energia potencial armazenada em um capacitor carregado é dada por:

$$U = \frac{q^2}{2C}.$$

Usando a relação  $q = CV$ , podemos reescrever esse resultado como:

$$U = \frac{1}{2} CV^2.$$

Para um capacitor plano, isso leva a

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 AV^2}{d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 Ad \left( \frac{V}{d} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Ad$$

Nessa expressão,  $Ad$  é o volume do espaço entre as placas do capacitor, no qual o campo elétrico  $E$  fica confinado (desprezando-se efeitos de borda). Logo, podemos pensar na energia como estando armazenada no campo, no espaço entre as placas, com uma densidade de energia dada por:

$$u = \frac{U}{\text{volume}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Apesar de essa equação ter sido obtida para o caso de um capacitor plano, ela é válida para qualquer caso em que temos uma fonte de campo elétrico, isto é, a densidade de energia em qualquer campo elétrico é proporcional ao quadrado da magnitude do campo em um dado ponto.

## 6.4. Dielétricos

Cavendish (em 1773) e Faraday, independentemente, em 183, descobriram que a capacitância de um capacitor aumenta quando se coloca um isolante entre as placas. Se o espaço entre as placas estiver totalmente preenchido pelo isolante, a capacitância aumenta por um fator que só depende da natureza do material isolante, e não, da forma, ou tipo, do capacitor, conforme mostra a experiência. Esse fator chama-se constante dielétrica do isolante (ou dielétrico), tal que:

$$C = \kappa C_0$$

Onde  $C_0$  se refere ao vácuo (para o qual, portanto,  $\kappa = 1$ ). A razão para o aumento da capacitância é que o campo elétrico, entre as placas de um capacitor, diminui na presença do dielétrico. Assim, para uma dada carga nas placas, a diferença de potencial  $V$  é reduzida e a capacitância ( $q=V$ ) aumenta. O campo elétrico, na presença de um dielétrico, é

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\kappa}$$

Mas por que razão o campo elétrico diminui? Vamos considerar que o material dielétrico, composto por moléculas polares, é colocado entre as placas de um capacitor. Os dipolos formados pelas moléculas polares do dielétrico são orientados, de forma aleatória, na ausência de um campo elétrico. Quando um campo elétrico externo devido às cargas nas placas do capacitor, é aplicado, um torque é exercido sobre os dipolos, causando o alinhamento parcial entre eles e o campo.

O material dielétrico está, então, polarizado. O grau de alinhamento das moléculas com o campo elétrico depende da temperatura e da magnitude do campo. Em geral, o alinhamento aumenta com a diminuição da temperatura e com o aumento do campo elétrico. O campo elétrico, devido às placas do capacitor, polariza o dielétrico, o que produz a formação de uma densidade superficial de carga em cada face do dielétrico, com sinais correspondentes à polarização produzida pelo campo externo. As cargas superficiais induzidas no dielétrico podem ser representadas por duas placas paralelas, de forma que um campo elétrico é induzido no interior do dielétrico, possuindo sentido

oposto ao do campo elétrico externo. Portanto, o campo elétrico resultante no interior do capacitor é dado por:

$$E = E_0 - E_{ind}.$$

No caso de um capacitor plano, o campo elétrico externo  $E_0$  pode ser relacionado com a densidade superficial de cargas das placas como . De forma similar, o campo elétrico, induzido no interior do dielétrico, é dado por , como . Substituindo-se na equação 5.18, obtemos.

$$\frac{\sigma}{\kappa\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{ind}}{\epsilon_0}.$$

O que resulta em:

$$\sigma_{ind} = \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right)\sigma$$

Como  $\kappa > 1$  essa expressão mostra que a densidade de carga induzida no dielétrico é menor que a densidade de carga nas placas do capacitor.

## Síntese do Capítulo



- No momento em que uma carga de prova  $q_0$  é colocada em um campo elétrico  $E$ , criado por uma distribuição de carga qualquer, a força elétrica que atua sobre a carga é  $q_0E$ .
- A diferença de potencial elétrico é definida por:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

- O trabalho  $W_{AB}$  pode ser positivo, negativo ou nulo, respectivamente. O potencial em  $B$  será maior, menor ou igual ao potencial elétrico em  $A$ .
- O potencial elétrico e a energia potencial, devido a cargas pontuais, são dado por:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

- Um capacitor consiste de um sistema de dois condutores, cada um carregado com a mesma quantidade de cargas elétricas, mas de sinais opostos, separados por um material isolante.
- Para um capacitor de placas paralelas, ou plano, a capacitância é

dada por:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

ou seja, ela depende, apenas, da geometria do capacitor.

- a capacitância equivalente, para capacitores em série, é dada por:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

- Para um conjunto de capacitores em paralelo, a capacitância equivalente é:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

- densidade de carga induzida no dielétrico:

$$\sigma_{ind} = \left( \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right) \sigma$$

### Atividades de avaliação



1. (a) Qual a carga em cada placa de um capacitor de  $4,00 \mu F$  quando ele está conectado a uma bateria de  $12,0 V$ ? (b) Se o mesmo capacitor é conectado a uma bateria de  $1,50 V$ , qual será a carga armazenada?
2. Uma esfera condutora carregada e isolada de raio  $12,0 \text{ cm}$  cria um campo elétrico de  $4; 90 \text{ } 10^4 \text{ N/C}$  a uma distância de  $21,0 \text{ cm}$  do seu centro. (a) Qual é sua densidade superficial de carga? (b) Qual é sua capacitância?
3. Um capacitor consiste de duas placas paralelas preenchidas com ar no seu interior. Cada placa possui uma área de  $7,60 \text{ cm}^2$ , separadas por uma distância de  $1,80 \text{ mm}$ . Uma diferença de potencial de  $20,0 V$  é aplicada a essas placas. Calcule: (a) o campo elétrico entre as placas; (b) a densidade superficial de carga; (c) a capacitância; e (d) a carga em cada placa.
4. Quando uma diferença de potencial de  $150 V$  é aplicada nas placas de um capacitor plano, as placas carregam-se com um densidade superficial de carga de  $30,0 \text{ nC/cm}^2$ . Qual é o espaçamento entre as placas?
5. Dois capacitores,  $C_1 = 5,00 \mu F$  e  $C_2 = 12,0 \mu F$ , estão conectados em paralelo e a combinação resultante é conectada a uma bateria de  $9,00 V$ . (a) Qual é a capacitância equivalente dessa combinação? Quais são (b) a diferença de potencial através de cada capacitor e (c) a carga armazenada em cada capacitor?

6. Calcule a capacitância equivalente da configuração mostrada na figura 6.6. Todos os capacitores são idênticos, e cada um possui uma capacitância  $C$ .

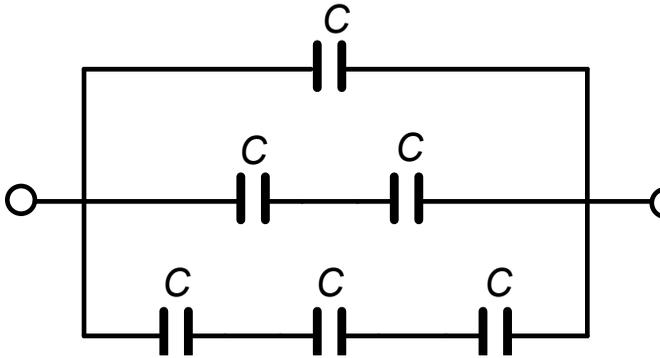


Figura 54 – problema 6

7. Quatro capacitores estão conectados, como mostra a figura 55. (a) Encontre a capacitância equivalente entre os pontos a e b. (b) Calcule a carga em cada capacitor, se a diferença de potencial entre a e b for  $V_{ab} = 15,0 \text{ V}$ .

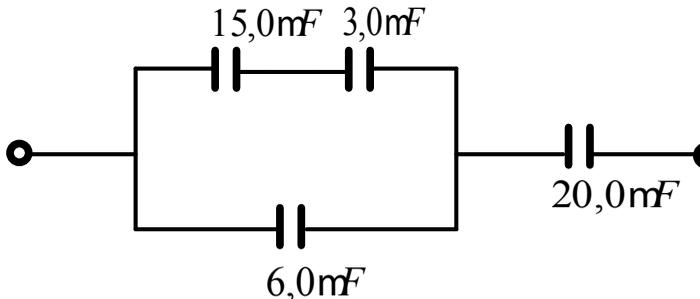


Figura 55– problema 7

8. (a) Um capacitor de  $3,00 \mu\text{F}$  está conectado a uma bateria de  $12,0 \text{ V}$ . Quanta energia pode ser armazenada no capacitor? (b) Se, agora, o capacitor é conectado a uma bateria de  $6,00 \text{ V}$ , quanta energia seria armazenada?
9. Dois capacitores,  $C_1 = 25,0 \mu\text{F}$  e  $C_2 = 5,00 \mu\text{F}$ , estão conectados em paralelo e carregados com uma bateria de  $100 \text{ V}$ . Desenhe o diagrama de circuito e calcule a energia total armazenada nos dois capacitores.
10. Um capacitor plano, preenchido com ar, tem uma separação de placas de  $1,50 \text{ cm}$  e área das placas de  $25,0 \text{ cm}^2$ . As placas foram carregadas com uma diferença de potencial de  $250 \text{ V}$  e desconectadas da fonte. O capacitor é, então, imerso em água destilada. Determine (a) a carga nas placas antes e depois da imersão; (b) a capacitância e a diferença de potencial após a imersão; e (c) a variação de energia do capacitor. Assuma que o líquido é um isolante e possui constante dielétrica  $= 80,0$ .
11. Qual a capacitância do capacitor da figura 56? A área da placa é  $A$ .

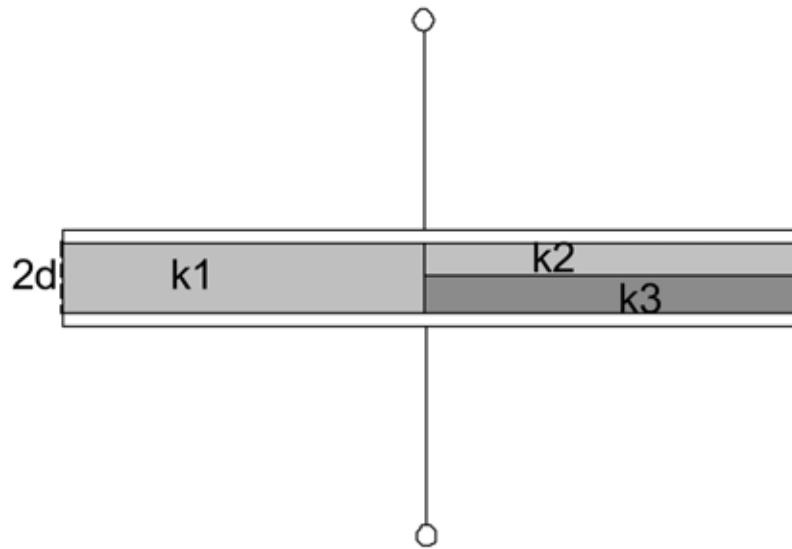
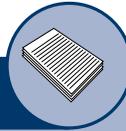


Figura 56 - problema 11.

## Texto complementar



### Capacitores: mitos e fatos

Muito se tem escrito sobre este misterioso componente: o capacitor. No entanto, por parte de muitos técnicos, os conceitos básicos continuam confusos, fato facilmente verificado quando existe a necessidade de fornecer explicações sobre as causas de uma determinada avaria.

O primeiro capacitor de que se tem notícia foi construído na cidade de Leyden, na Holanda, em 1745, por um cidadão de sobrenome Kleist. Como, naquela época, supunha-se que a eletricidade fosse um fluido material, justifica-se que o capacitor (lembre-se da capacidade de uma garrafa...) tenha sido construído tomando-se como base uma garrafa de vidro. Daquela época até os dias atuais, a tecnologia evoluiu extraordinariamente, chegando, até, aos modernos SMD's.

Um capacitor é formado, basicamente, de duas superfícies, chamadas "armaduras", separadas por um isolante: o dielétrico. No entanto, alguns fatos são confundidos pela maioria dos técnicos. Senão vejamos:

Onde fica armazenada a carga do capacitor? Nas armaduras? Tem certeza? Pois bem: as cargas ficam armazenadas no dielétrico! Eis a razão da grande influência da qualidade e do tipo de dielétrico sobre a capacitância. Se, de um capacitor eletricamente carregado, retirarmos o dielétrico, a carga do capacitor reduz-se a zero.

A capacitância de um capacitor depende, essencialmente, da área das armaduras, da distância entre elas e da qualidade do dielétrico. Percebe-se, pelo que foi dito acima, que as armaduras metálicas são apenas um mal necessário. Por isso, nos tipos denominados "poliéster metalizado", as armaduras são constituídas por uma finíssima camada metálica depositada sobre cada um dos lados de uma fina lâmina de poliéster. Em caso de surtos de tensão, havendo rompimento do dielétrico, o curto-circuito

resultante faz a camada metálica romper-se naquele local. Em caso de pulsos frequentes, a área das armaduras vai-se reduzindo e o capacitor, perdendo capacitância. Isso explica porque alguns tipos instalados no coletor do transistor de saída horizontal acabam por diminuir a capacitância, acarretando variações de largura na imagem.

Os capacitores eletrolíticos possuem um ácido em seu interior. Certo? Errado! Nos capacitores eletrolíticos, o dielétrico é constituído por uma finíssima camada de óxido de alumínio, formada por um processo eletroquímico quando da construção do capacitor. Para isso, é necessário que haja um eletrólito (líquido condutor). A finalidade daquele papel poroso, umedecido, é justamente esta: constituir um eletrólito. Como meio condutor, utiliza-se um sal dissolvido em um solvente, normalmente o dimetilformamida ou DMF, mas nunca água ou um meio ácido. Em meados da década de 40, quando ainda estavam em uso os eletrolíticos úmidos, o eletrólito era constituído por uma solução de ácido bórico, mas isso é algo do passado. Quando, por algum motivo, o invólucro permitir o vazamento do sal, este, seguramente, produzirá estragos nas trilhas de impresso.

Como tratar as áreas contaminadas pelo sal, devido ao vazamento de um capacitor eletrolítico? Solução: água, muita água, sob pressão, e um bom detergente.

Alguns tipos de sal são visíveis à iluminação ultravioleta o que facilita determinar a área atingida pelo estrago. Atualmente, iluminar-se com um LED ultravioleta é uma boa solução. Devido ao efeito de capilaridade, muitas vezes, a corrosão acompanha boa parte das trilhas de fiação impressa ou de fios condutores.

É sempre aconselhável utilizar-se eletrolíticos com tensão de trabalho bem superior àquela em que está sendo utilizado? Outro engano bastante comum. Teoricamente, a coisa estaria correta, porém, na prática, tem que ser levada em conta a resistência “equivalente série”. Um fator de tolerância maior do que 50% não é muito aconselhável.

Capacitores que apresentem a parte superior estufada devem ser substituídos. Certo! Mesmo que passem por todos os testes, substitua os componentes. Já tivemos casos de fontes de PC e de DVD em que o único defeito eram os eletrolíticos, embora passassem, com louvor, no teste de capacitância e de ESR.

Observe sempre a polaridade do eletrolítico ao retirá-lo do circuito. Existem vários casos em que a máscara do Circuito Impresso tinha os terminais assinalados de forma invertida.

A medida de ESR com o “capacheck”, ou similares, são totalmente confiáveis. Falso!

A resistência “série equivalente” – ESR é apenas um dos fatores que determinam se um capacitor eletrolítico está, ou não, em bom estado. Existem outras grandezas físicas envolvidas, como, por exemplo, a adsorção dielétrica, corrente de fuga etc., além da própria capacitância.

Capacitores que apresentem valores de capacitância, medidos com um capacitômetro, maiores do que aquele que está escrito no seu invólucro, devem ser substituídos. Correto! Provavelmente, o valor de ESR estará elevado. Valores de capacitâncias maiores do que 15% são altamente suspeitos.

Em fontes de alimentação, podem ser usados valores bem maiores do que o tipo a ser substituído. Falso! Em fontes chaveadas, tal procedimento poderá fazer com que a fonte não dê a partida. Use valores o mais próximo possível dos originais.

Os eletrolíticos podem ser do tipo 85°C, 105 °C ou LOW ESR - Ao substituir um deles, utilize sempre um componente do mesmo tipo. Verdadeiro! Afinal de contas, você não vai querer o retorno do aparelho durante o período de garantia.

## Referências



ALONSO, M.; FINN, E. J. **Física: Um Curso Universitário**. 2. São Paulo: 1972, 1972.

GONÇALVES, D. **Eletricidade Magnetismo Física Moderna**. 3a Edição. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S. A., 1969.

KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. **Eletromagnetismo**. 2. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S. A., 1978.

NUSSENZVEIG, H. M. **Física Básica Eletromagnetismo**. 1. São Paulo: Edgard Blucher, 1997.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D. **Física**. 4. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1984.

SEARS, F. W. **Física - Magnetismo - Eletricidade**. 2. Ao Livro Técnico 1959.

# Capítulo

# 4

## Corrente e Resistência Elétrica, Circuitos de Corrente Contínua



## Objetivos

- Nos capítulos anteriores, foram estudadas as propriedades de cargas em repouso, assunto da eletrostática. Nesta unidade, é iniciado o estudo das correntes elétricas, ou seja, das cargas em movimento. Aqui, também, será tratada a física de circuitos elétricos, que contêm resistores, fontes e capacitores. Vamos limitar a discussão a circuitos nos quais as cargas se movem sempre no mesmo sentido, conhecidos como circuitos de corrente contínua ou circuitos DC (do inglês DirectCurrent).

### 1. Corrente e Resistência Elétrica

A corrente elétrica é um fenômeno de escoamento que precisa ser mantido por uma fonte de tensão, ou corrente, que fornece a energia dissipada. Mais adiante, serão estudados, com mais detalhes, as fontes e os seus comportamentos. Nesta atividade, vamos nos concentrar nas medidas de corrente e tensão em um resistor.

Nos capítulos anteriores, foram estudadas as leis e as teorias envolvidas com a eletrostática, isto é, com a carga em repouso. Aqui, será iniciado o estudo dos fenômenos relacionados com a carga em movimento. Até o ano 1800, os desenvolvimentos técnicos da eletricidade consistia, meramente, em produzir cargas estáticas por fricção. Nessa época, alguns experimentos usavam recursos naturais, como, por exemplo, os raios, para o estudo dos fenômenos eletrostáticos. Em 1752, Franklin realizou o seu famoso experimento, produzindo descarga elétrica, em uma arraia (pipa).

Somente em 1800, registrou-se um evento de grande importância prática: Alessandro Volta (1745-1827) inventou a bateria elétrica com a qual produziu o primeiro fluxo de carga elétrica em um laboratório. Esse experimento abriu uma nova era, transformando nossa civilização.

Quando existe um fluxo resultante de carga através de uma área qualquer, é dito que há uma corrente através dessa área. Se um corpo isolado for colocado em um campo eletrostático, as cargas no condutor reorganizam-se de modo a tornar o campo nulo e o potencial constante no seu interior. O movimento das cargas no processo de redistribuição constitui uma corrente

transiente de curta duração, que cessa quando o campo, no interior do condutor, for nulo. Para manter uma corrente contínua, precisamos de algum modo, manter uma força sobre as cargas móveis do condutor. Essa força pode ser proveniente, por exemplo, de um campo eletrostático  $E$ . Tal força é denominada “força de arrastamento”.

O movimento de uma partícula carregada livre em um condutor é muito diferente de uma no espaço vazio. Depois de uma aceleração momentânea, ela sofre uma colisão inelástica com uma das partículas fixas no condutor e perde a velocidade que havia adquirido na direção da força motriz, começando tudo novamente. Assim, move-se no sentido da força de arrastamento com uma velocidade média chamada de velocidade de arrastamento.

Define-se, quantitativamente, a corrente, através de uma área, como a carga resultante que flui dessa área por unidade de tempo. Então, um se uma carga total que atravessa a seção reta de um condutor no tempo  $t$  é igual a  $q$ , o valor da corrente suposta constante) será dado por

$$i = q/t$$

As unidades apropriadas, aqui no sistema  $MKS$ , correspondentes são Ampère para  $i$ , o Coulomb para  $q$  e o segundo para  $t$ .

Se a taxa de variação do fluxo de carga com o tempo não for constante, a corrente será uma função do tempo, sendo definida, então, pelo limite diferencial da equação 7.1, donde.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

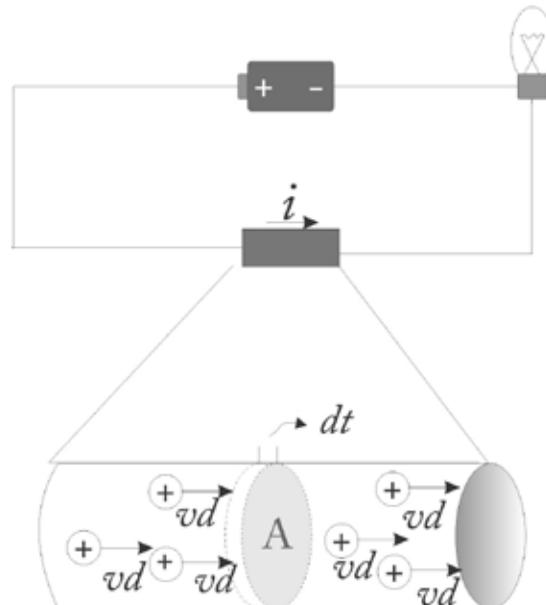


Figura 7.1 – a corrente  $i$  é a taxa de transferência de carga por tempo através da área da secção transversal  $A$ .

A corrente  $i$  tem o mesmo valor para qualquer seção reta do condutor, mesmo que a área das seções variem de ponto. Isso é análogo ao que acontece no escoamento da água no interior de um encanamento, onde o fluxo de água é sempre o mesmo em qualquer lugar, ainda que o diâmetro do cano varie. O fato de a corrente ser constante, ao longo do fio, é uma consequência da conserva da carga, pois, nas condições de estado estacionário, ela não pode se acumular ou refazer, constantemente, em ponto algum. Isso equivale a dizer que não há “fontes” ou “sorvedouros” de cargas.

A existência de um campo elétrico, no interior de um campo elétrico, no interior do condutor, em nada contradiz o que foi dito anteriormente, sobre o fato de o campo elétrico ser nulo dentro do condutor. A razão para isso é que, antes, não se tinha um movimento médio das cargas, pois foi suposto que o condutor estava isolado e que não havia diferença de potencial, deliberadamente mantida por meio de uma bateria entre dois quaisquer dos seus pontos. Aqui, essa restrição será abandonada.

A corrente  $i$  é uma característica de um condutor particular, sendo uma grandeza macroscópica, como a massa e o volume de um objeto, ou o comprimento de uma barra. Uma quantidade microscópica a ela relacionada é a densidade de corrente  $j$ , que é um vetor característico de um ponto particular do condutor, e não, do condutor como um todo. Se a corrente elétrica estiver uniformemente distribuída em um condutor cuja seção reta tem área  $A$ . O módulo da densidade de corrente para todos os pontos dessa seção será dado por

$$j = \frac{i}{A}$$

A direção do vetor  $j$  é dada, em cada ponto, pela direção que tem a velocidade de um portador de cargas positivas ao passar por esse ponto. Um elétron, nesse mesmo ponto, mover-se-ia na direção de  $-j$ .

Dada uma superfície qualquer, que não necessita ser plana, situada no interior do condutor, é possível estabelecer-se uma relação entre  $j$  e  $i$ , onde  $i$  é o fluxo do vetor  $j$ , através dessa superfície:

$$i = \int j \cdot dS$$

Onde  $dS$  é vetor associado a um elemento de área e a integral deve ser efetuada de modo a cobrir toda a superfície. A equação 7.3 (da forma  $i=jA$ ) é um caso particular dessa relação, onde a superfície de integração é uma seção reta do condutor e  $j$  é constante e perpendicular a essa superfície, em todos os seus pontos. Entretanto, a equação 7.4 é completamente geral, podendo ser aplicada a qualquer superfície que seja atravessada por uma corrente cujo valor queira calcular. Vê-se, também, que, dessa equação, que  $i$  é, claramente, um escalar, pois o integrando  $j \cdot dS$  é um escalar.

O campo elétrico exerce uma força sobre os portadores de carga (elétrons), em um condutor, mas essa força não produz uma aceleração resultante, porque os elétrons colidem, continuamente, com os átomos, ou íons, que fazem parte do condutor. O efeito das diversas colisões resulta

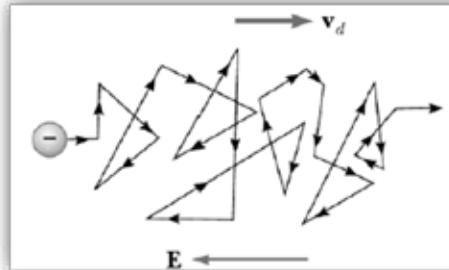


Figura 7.2 Representação gráfica do movimento dos elétrons em um condutor.

em uma pequena velocidade média adquirida pelos elétrons, chamada velocidade de deriva ou arrasto. Como os elétrons possuem carga negativa, o sentido da velocidade de deriva é oposto ao do campo elétrico (Figura 7.2). O número de elétrons livres, ou de condução, em um comprimento  $L$  de um fio condutor, é  $nAL$ , onde  $n$  é o número de elétrons por unidade de volume e  $AL$  é o volume do comprimento  $L$  do fio. A carga que atravessa o fio em um intervalo de tempo é  $Q$ . Logo, a corrente  $I$  é dada por:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d$$

Como  $I = nAev_d$ , temos que

$$v_d = \frac{I}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

Ou, em termos vetoriais, temos que:

$$\vec{j} = -nev_d$$

onde o sinal negativo indica que, para os elétrons,  $\vec{j}$  e  $\vec{E}$  possuem sentidos opostos.

A densidade de corrente  $\vec{j}$  e um campo elétrico  $\vec{E}$  são estabelecidos em um condutor, qualquer que seja a diferença de potencial mantida ao longo do condutor. Em alguns materiais, a densidade de corrente é proporcional ao campo elétrico:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

onde a constante de proporcionalidade é chamada condutividade do condutor. Essa relação é conhecida como a lei de Ohm, que pode ser escrita da seguinte maneira:

para diversos materiais (incluindo a maioria dos metais), a razão entre a densidade de corrente e o campo elétrico é uma constante, que é independente do campo elétrico que produz a corrente.

Materiais que obedecem à lei de Ohm são chamados ôhmicos.

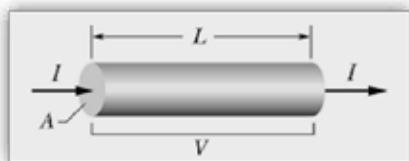


Figura 7.3 - Uma diferença de potencial  $V$  é aplicada a um condutor cilíndrico de comprimento  $L$  e área da seção reta  $A$ , originando uma corrente  $I$ . (Fonte: adaptado de *Halliday*, 8ed.)

Consideremos, agora, um fio condutor de seção de área  $A$  e comprimento  $L$ , como mostrado na Figura 7.3. Uma diferença de potencial  $V$  é mantida através do fio, criando um campo elétrico e uma corrente ao longo do fio. Supondo-se que o campo seja uniforme, a diferença de potencial está relacionada com o campo pela expressão.

$$V = EL$$

Portanto, pode-se expressar a magnitude da densidade de corrente no fio como.

$$J = \sigma E = \sigma \frac{V}{L}$$

Como  $J = I/A$ , pode-se escrever a diferença de potencial como

$$V = \frac{L}{\sigma} J = \left( \frac{L}{\sigma A} \right) I = RI$$

A quantidade  $R = L/\sigma A$  é chamada resistência do condutor. Assim, podemos definir a resistência como a razão entre a diferença de potencial, ao longo do condutor, e a corrente no condutor:

$$R = \frac{V}{i}$$

Essa equação será muito empregada na análise de circuitos elétricos. A resistência possui unidades  $S/I$  de volts por ampère, que recebe a denominação ohm ( $\Omega$ ):

$$1\Omega \equiv \frac{1V}{1A}$$

Essa expressão mostra que, se uma diferença de potencial de  $1V$ , ao longo de um condutor, causa uma corrente de  $1A$ , a resistência do condutor é de  $1\Omega$ . Um condutor cuja função, em um circuito, é fornecer uma resistência

específica, é chamado resistor e é representado, em um diagrama de circuito, com o símbolo . Para uma dada diferença de potencial, quanto maior for a resistência ao fluxo de carga, menor será a corrente.

Em termos da resistência, pode-se escrever a lei de Ohm como:

um condutor obedece à lei de Ohm quando sua resistência é independente do valor e da polaridade da diferença de potencial aplicada.

Comumente, é preferível falar-se de da condutividade ( $\sigma$ ) de um material, em vez da sua resistividade, sendo essas duas quantidades, recíprocas entre si, relacionadas por

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

As unidades MKS de ( $\Omega \cdot m$ ) são .

Considere um condutor cilíndrico de comprimento  $l$  e seção reta  $A$ , que é percorrido por uma corrente  $i$ , devida à aplicação de uma diferença de potencial  $V$ , entre as suas extremidades (Figura 7.3). Se as seções retas do condutor forem superfícies equipotenciais, a intensidade do campo elétrico e a densidade de corrente serão as mesmas em todos os seus pontos, tendo, respectivamente, os valores

$$E = \frac{V}{l} \mathbf{e}_j = \frac{i}{A}$$

A resistividade pode, então, ser escrita como

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{V/l}{i/A}$$

Contudo, é igual à resistência  $R$ , de modo que

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

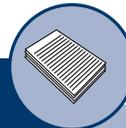
Note que essa relação só é válida para condutores homogêneos e isotrópicos, de seção reta uniforme, e sujeitos a um campo elétrico, também uniforme.

### Atividades de avaliação



1. Uma corrente de 5 A percorre um resistor de  $10\Omega$  durante 4 minutos. (a) Quantos coulombs e (b) quantos elétrons passam através da seção transversal do resistor nesse intervalo de tempo?
2. Uma esfera condutora isolada tem um raio de 10 cm. Um fio transporta para dentro dela uma corrente de 1,0000020 A. Outro fio transporta uma corren-

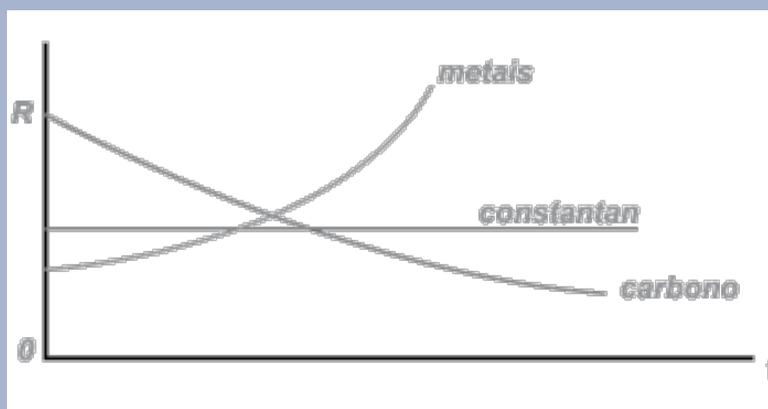
- te de  $1,0000000 A$  para fora da esfera. Quanto tempo levaria para que o potencial da esfera sofresse um aumento de  $1000 V$ ?
- Um feixe contém  $2 \times 10^8$  íons positivos duplamente carregados por  $\text{cm}^3$ , todos movendo-se para o norte com velocidade de  $1 \times 10^5 \text{ m/s}$ . (a) Quais são o módulo, a direção e o sentido da densidade de corrente? (b) Podemos calcular a corrente total  $i$  nesse feixe de íons? Em caso negativo, que informações adicionais são necessárias?
  - A quantidade de carga  $q$  (em coulombs) que passa através de uma superfície de área  $2,00 \text{ cm}^2$  varia com o tempo de acordo com a equação  $q = 4t^3 + 5t + 6$ , onde  $t$  é dado em segundos. (a) Qual é a corrente instantânea que atravessa a superfície em  $t = 1,00 \text{ s}$ ? (b) Qual é o valor da densidade de corrente?
  - Uma corrente elétrica é dada pela expressão  $i(t) = 100 \text{ sen}(120 t)$ , onde  $i$  está em ampères e  $t$  em segundos. Qual é a carga total transportada pela corrente de  $t = 0$  a  $t = (1/240) \text{ s}$ ?
  - Uma lâmpada possui uma resistência de  $240 \Omega$  quando uma diferença de potencial de  $120 V$  atravessa-a. Qual é a corrente na lâmpada?
  - Um resistor é composto por uma barra de carbono que possui uma seção reta de área de  $5,00 \text{ mm}^2$ . Quando uma diferença de potencial de  $15,0 V$  é aplicada através de uma das pontas da barra, ela carrega uma corrente de  $4,0 \times 10^{-3} A$ . Encontre (a) a resistência da barra de carbono e (b) o comprimento da barra (considere que a resistividade do carbono é  $3,5 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ ).
  - Suponha que você deseja fabricar um fio uniforme usando  $1,00 \text{ g}$  de cobre. Se o fio tiver uma resistência de  $0,500 \Omega$  e se todo o cobre for utilizado em sua confecção, qual será (a) o comprimento e (b) o diâmetro do fio? Considere que a densidade do cobre é  $8,92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  e a resistividade do cobre é  $1,70 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .
  - Um fio de metal de resistência  $R$  é cortado em três pedaços iguais que são então conectados lado a lado para formar um novo fio de comprimento igual a  $1/3$  do tamanho original. Qual é a resistência deste novo fio?
  - Uma torradeira possui uma potência de  $600 W$  quando conectado a uma fonte de  $120 V$ . Qual é a corrente que a torradeira transporta e qual sua resistência?
  - Uma bateria de  $10,0 V$  é conectada a um resistor de  $120 W$ . Ignorando a resistência interna da bateria, calcule a potência transferida para o resistor.
  - Uma diferença de potencial de  $120 V$  é aplicada a um aquecedor cuja resistência é de  $14 \Omega$ , quando quente. (a) A que taxa a energia elétrica é transformada em calor? (b) A  $5$  centavos por  $\text{kWh}$ , quanto custa para operar este dispositivo durante  $5$  horas?



## Texto complementar

### Variação da resistência com a temperatura

A resistência de um condutor varia com a temperatura. No caso dos metais, a resistência aumenta quando a temperatura aumenta. Mas há certas substâncias cuja resistência diminui à medida que a temperatura aumenta: as principais são o carbono e o telúrio. Um gráfico de resistência em função da temperatura tem o aspecto indicado na figura a seguir: são curvas de pequenas curvaturas, tanto que em trechos relativamente grandes podem confundir-se com retas. Esse estudo é feito experimentalmente: varia-se a temperatura do condutor e mede-se a resistência. Assim, chega-se a uma relação algébrica entre a resistência e a temperatura, que é a seguinte:



Sendo

$R_0$  a resistência do condutor à temperatura  $t_0$  ;

$R$  a resistência do condutor à temperatura  $t$ , então

$$R = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]$$

O coeficiente  $\alpha$  depende do material. E, para um mesmo material, ele não é constante. Varia com a temperatura  $t_0$  considerada. Mas, como a variação é pequena, ele é considerado constante, dentro de um intervalo de temperatura  $t - t_0$  de algumas dezenas de graus. Por exemplo, é considerado com um valor constante entre  $0^\circ$  e  $50^\circ\text{C}$ , entre  $50^\circ$  e  $80^\circ\text{C}$  etc.. Esse coeficiente é chamado coeficiente de temperatura.

A unidade do coeficiente de temperatura é o inverso de uma unidade de temperatura. É mais comum avaliar-se a temperatura em graus centígrados ( $^\circ\text{C}$ ); então  $\alpha$  é avaliado em  $1/^\circ\text{C}$ .

Existem ligas metálicas cuja resistência não varia com a temperatura, isto é, que tem praticamente igual a zero. As mais importantes são: constantan – composta de níquel, cobre e zinco; manganina – composta de cobre e manganês; e niquelina – composta de cobre, manganês e níquel.

Fonte: [http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/corrente/var\\_resist\\_temperatura/](http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/corrente/var_resist_temperatura/)

## 2. Circuitos de Corrente Contínua

### 2.1. Introdução

A corrente contínua e a corrente alternada sinusoidal são as mais utilizadas para alimentar os diversos receptores que utilizamos no nosso dia a dia. É utilizada tanto em sistemas de potência elevada, tais como tração elétrica (automóveis elétricos) e receptores elétricos em automóveis (luzes, motor de arranque, buzina etc.), como em sistemas de potência reduzida, tais como todos os sistemas que utilizam circuitos integrados (multímetros, telefones celulares, unidades eletrônica de controle em automóveis, computadores, etc.).

O conhecimento dos componentes e fenômenos elétricos nesse tipo de circuitos é fundamental para a compreensão de circuitos com outras formas de tensão e corrente, nomeadamente dos circuitos em corrente alternada.

#### 2.1.1. Fontes de fem

Para se fazer passar cargas elétricas por um resistor, precisamos estabelecer uma diferença de potencial entre as extremidades do componente. O dispositivo que mantém a voltagem constante em um circuito é chamado fonte de fem, ou simplesmente fonte. Originalmente, o termo fem era uma abreviação de força eletromotriz, que era usada para designar a diferença de potencial produzida por uma fonte de tensão, embora, na verdade, não se trate de uma força.

As fontes de fem (símbolo  $\mathcal{E}$ ) são todos os dispositivos (por exemplo, baterias e geradores) que aumentam a energia potencial de um circuito, mantendo uma diferença de potencial, entre pontos no circuito, enquanto cargas o atravessam.

Podemos pensar em uma fonte de fem como sendo uma “bomba de carga” que faz com que os elétrons se desloquem em uma direção oposta ao campo elétrico dentro da fonte. A diferença de potencial máxima entre os terminais de uma fonte, quando nenhuma corrente é fornecida para um circuito, é chamada fem da fonte. A fem de uma fonte descreve o trabalho realizado por unidade de carga, ou

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$$

A unidade de fem é o joule/coulomb que, como já vimos, é o volt (V). Uma fonte real, como uma bateria, tem sempre alguma resistência interna  $r$  para o fluxo de cargas. Consequentemente, quando ligamos uma bateria a um circuito, gerando uma corrente elétrica ao longo dele, a diferença de potencial entre os terminais da bateria será uma quantidade diferente da sua fem. Por exemplo, considerando-se o circuito mostrado na Figura 8.1, vamos determinar a diferença de potencial entre os pontos  $a$  e  $b$ ,  $V = V_b - V_a$ .

Quando passamos pela fonte entre o terminal negativo e o positivo, o potencial aumenta por uma quantidade  $\mathcal{E}$ . Quando passamos através da resistência  $r$ , o potencial diminui por uma quantidade  $Ir$ , onde  $I$  é a corrente no circuito. Assim, a voltagem da bateria é

$$V = \mathcal{E} - Ir$$

Para uma bateria ideal,  $r = 0$ . Portanto,  $V = \mathcal{E}$ . Se nenhuma corrente flui na bateria,  $V = \mathcal{E}$ . Desse modo, a diferença de potencial entre os terminais de uma bateria depende da corrente na bateria.

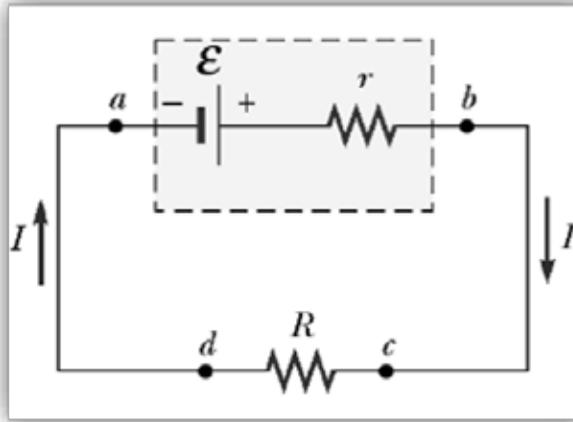


Figura 8.1 - Um circuito contendo uma fonte de fem com resistência interna  $r$  e um resistor com resistência  $R$ . (Fonte: Serway 3ed.)

Considere, novamente, o circuito da Figura 8.1. A diferença de potencial entre os pontos c e d, que atravessa o resistor é  $V = IR$ . Como a diferença de potencial fornecida pela bateria deve ser igual à diferença de potencial ao longo do resistor, podemos reescrever a equação 90 como (91)

$$\mathcal{E} = IR + ir$$

Isolando a corrente, obtém-se,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Essa equação mostra que, em um circuito simples, a corrente elétrica depende da resistência externa  $R$  e da resistência interna  $r$  da bateria. Se  $R$  é muito maior que  $r$ , como é o caso de muitos circuitos reais, podemos desprezar  $r$  e a corrente será dada por:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

que é a corrente máxima de um circuito operando a uma dada fem e com uma resistência  $R$ . Se multiplicamos a equação 91 pela corrente  $I$ , obtemos

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r$$

A equação indica que a potência total, fornecida pela bateria, é transferida para a resistência externa, na quantidade  $I^2R$ , e para a resistência interna, na quantidade  $I^2r$ .

## 2.2. Resistores em série e em paralelo

### 2.2.1. Associação de resistências em série

Resistência é o termo utilizado, em termos genéricos, para representar qualquer receptor em circuitos de corrente contínua. Pode falar-se da resistência de lâmpadas, buzinas, motores etc. Podem, também, existir resistências que, não tendo utilidade, em termos de transformação de energia elétrica em outra forma de energia, são úteis para conseguir determinados objetivos em um circuito.

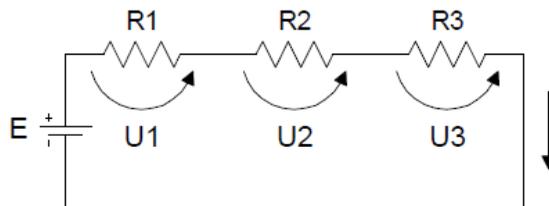


Figura 8.2 - Associação de resistências em série

Fonte: Instituto Politécnico do Porto (Instituto Superior de Engenharia)

Se duas, ou mais, resistências se ligam em série (Figura 8.2), isto é, a corrente que sai de uma resistência entra diretamente na seguinte, a sua resistência equivalente é a soma de todas as resistências:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

Dado que a mesma corrente  $I$  atravessa as três resistências, as quedas de tensão, em cada uma delas, será  $IR_1$ ,  $IR_2$  e  $IR_3$ , respectivamente. Claramente, a soma das três quedas de tensão deve ser igual à tensão  $E$  aplicada, que, em termos de uma única resistência equivalente, seria  $IR_e$ .

Então,

$$IR_e = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

ou

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3,$$

estendendo-se esse resultado a qualquer número de resistências ligadas em série.

### 2.2.2. Divisor de Tensão

A utilização de resistências em série pode ser utilizada para se obter, a partir de uma fonte de tensão fixa, uma tensão de valor inferior (Figura 8.3).

Exemplo:

O circuito ilustrado na figura consiste em três resistências de valores 84 W, 68 W e 48 W, respectivamente, interligadas, em série, com uma bateria de 12 V. Determine:

- resistência equivalente;
- corrente que percorre o circuito;
- tensão aos terminais de cada resistência.

Resolução:

$$R_e = 44 + 28 + 48 = 120 \text{ W}$$

$$I = U / R_e = 12 / 120 = 0.10 \text{ A}$$

$$U_1 = IR_1 = 0.1 \times 44 = 4.4 \text{ V}$$

$$U_2 = IR_2 = 0.1 \times 28 = 2.8 \text{ V}$$

$$U_3 = IR_3 = 0.1 \times 48 = 4.8 \text{ V}$$

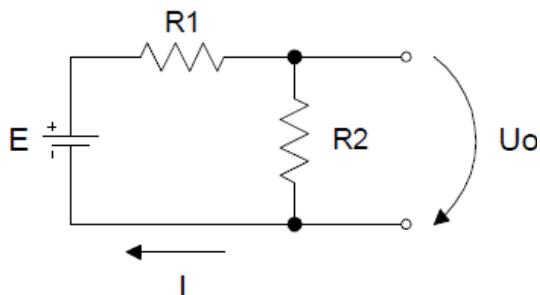


Figura 8.3 – divisor de tensão

Fonte: Instituto Politécnico do Porto (Instituto Superior de Engenharia)

Se obtivermos a tensão de saída  $U_o$  aos terminais de  $R_2$ , temos que

$$U_o = IR_2$$

e sabendo-se que

$$I = E/R_e = E/(R_1 + R_2),$$

então,

$$V_o = E \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$

Essa expressão só é verdadeira quando a corrente retirada do circuito é muito menor do que  $I$ .

De outra forma, as resistências teriam correntes diferentes, o que seria contrário ao que se assumiu. É, muitas vezes, útil obter-se uma tensão variável a partir de uma fonte de tensão constante. Nesse caso, utiliza-se uma resistência com dois contatos fixos e um deslizante (variável). Essas resistências variáveis são denominadas reostatos (Figura 8.4).

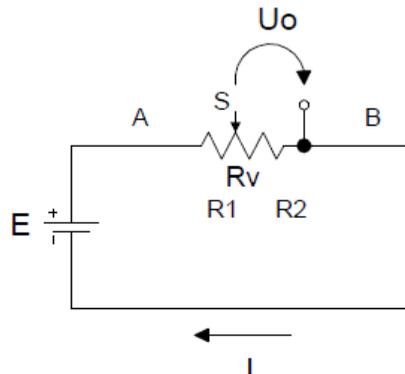


Figura 8.4 Divisor de tensão com reostato

Fonte: Instituto politécnico do Porto (Instituto Superior de Engenharia)

A posição do contato móvel ( $S$ ) determina a relação de resistências  $R_1$  e  $R_2$  e, portanto, a tensão de saída  $V_o$ .

Exemplo:

Um reostato tem uma resistência total (entre A e B) de  $50 \Omega$  e está ligado a uma fonte de tensão de  $20 \text{ V}$ . Qual a resistência entre A e S quando se obtêm, **na saída**, tensões de  $5 \text{ V}$ ,  $12 \text{ V}$  e  $16 \text{ V}$ ?

Resolução:

Para  $5 \text{ V}$ , a tensão de saída é igual a

$$5 = 20 \times R_1 / 50 \Rightarrow R_1 = 12.5 \Omega.$$

Para  $12 \text{ V}$ ,

$$12 = 20 \times R_1 / 50 \Rightarrow R_1 = 30 \Omega.$$

Para  $16 \text{ V}$ , a tensão de saída é igual a

$$16 = 20 \times R_1 / 50 \Rightarrow R_1 = 40 \Omega.$$

### 8.3. Associação de resistências em paralelo

A resolução de problemas envolvendo circuitos constituídos por resistências, em série e em paralelo, pode ser efetuada substituindo-se todos os grupos de resistências em paralelo pela sua resistência equivalente. O circuito pode, então, ser reduzido a uma associação série (ou paralelo) simples que, por sua vez, pode ser reduzida à sua resistência equivalente  $R_e$ .

Exemplo:

Determine a resistência equivalente do circuito da Figura 8.5, bem como o valor da corrente em cada uma das resistências.

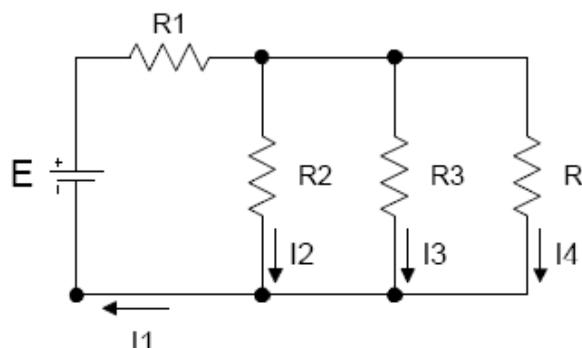


Figura 8.5 – Resistores em Paralelo

Sabe-se que

$$E = 10 \text{ V}, R_1 = 1.5 \text{ W}, R_2 = 4 \text{ W}, R_3 = 10 \text{ W} \text{ e } R_4 = 20 \text{ W}.$$

Resolução:

**Primeiramente, calcule** a resistência equivalente do grupo em paralelo

$$1/R_{ep} = 1/4 + 1/10 + 1/20$$

$$R_{ep} = 20/8 = 2.5 \text{ W}$$

Então, a resistência equivalente total é

$$R_e = 2.5 + 1.5 = 4 \text{ W}$$

e a corrente total (que passa em  $R_1$ )

$$I_1 = 10/4 = 2.5 \text{ A}.$$

Então, a tensão aos terminais de  $R_1$  é

$$U_1 = 1.5 \times 2.5 = 3.75 \text{ V},$$

“sobrando”  $10 - 3.75 = 6.25 \text{ V}$  para o grupo em paralelo.

As correntes, em cada resistência do paralelo, são:

$$I_2 = 6.25/4 = 1.56 \text{ A}$$

$$I_3 = 6.25/10 = 0.625 \text{ A}$$

$$I_4 = 6.25 / 20 = 0.313 \text{ A}$$

## 8.4. Leis de Kirchoff

Conforme vimos anteriormente, circuitos simples podem ser analisados usando-se a expressão  $V = IR$  e regras para combinações de resistores em série e em paralelo. Frequentemente, não é possível reduzir um circuito a uma forma simples. Para se analisar circuitos mais complexos, como o da Figura 7.6, utilizamos dois princípios chamados leis de Kirchoff.

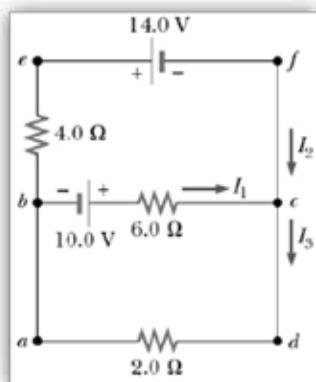


Figura 8.6 - Um circuito de malhas múltiplas.

Fonte: Serway 3ed.

### 8.4.1. Lei dos nós

Em um nó, a soma das correntes elétricas que entram é igual à soma das correntes que saem, ou seja, um nó não acumula carga. Por exemplo, para o nó mostrado na Figura 8.7, a relação entre as correntes será  $I_1 = I_2 + I_3$ . Essa lei está relacionada ao princípio da conservação de cargas aplicado a circuitos elétricos.

$$\sum I_{entra} = \sum I_{sai}$$

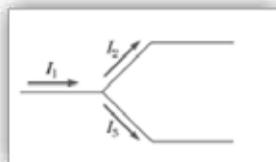


Figura 8.7 Lei dos nós de Kirchhoff.

Fonte: Serway 3ed.

### 8.4.2. Lei das malhas

A soma algébrica das diferenças de potencial encontradas em todos os pontos, ao longo de um percurso completo do circuito, deve ser igual a zero. Essa lei está associada ao princípio da conservação da energia em circuitos.

$$\sum_{\text{ao longo do circuito}} V = 0$$

Quando aplicamos a segunda lei de Kirchoff, na prática, consideramos as seguintes convenções de sinal:

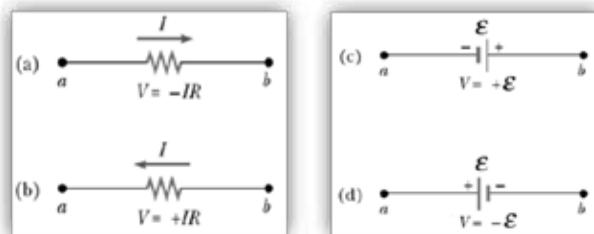


Figura 8.8 - Regras para determinação das diferenças de potencial através de um resistor e uma bateria. Cada elemento é atravessado da esquerda para direita.

(Fonte: Serway 3ed.)

- Atravessando um resistor na direção da corrente, a diferença de potencial será  $-IR$  (Figura 8.8a).
- Atravessando um resistor na direção oposta da corrente, a diferença de potencial será  $+IR$  (Figura 8.5b).
- Se a fonte de *fem* (assumindo que possui resistência interna desprezível) é atravessada na direção da *fem* (de - para +), a diferença de potencial será + (Figura 8.5c).
- Se a fonte de *fem* (assumindo que possui resistência interna desprezível) é atravessada na direção oposta da *fem* (de + para -), a diferença de potencial será - (Figura 8.5d).

## Síntese do Capítulo



- A corrente elétrica é um fenômeno de escoamento que precisa ser mantido por uma fonte de tensão, ou corrente, que fornece a energia dissipada.
- o valor da corrente (suposta constante) será dado por

$$i = q/t$$

- O módulo da densidade de corrente para todos os pontos desta seção será dado por

$$j = \frac{i}{A}$$

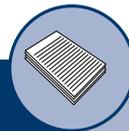
- a magnitude da densidade de corrente no fio como  $J = \sigma E = \sigma V/L$ .
- Para condutores homogêneos e isotrópicos, de seção reta uniforme e sujeitos a um campo elétrico também uniforme, a resistência é dada:  $R = \rho \frac{l}{A}$ .
- Resistência é o termo utilizado, em termos genéricos, para representar qualquer receptor em circuitos de corrente contínua.

- Se duas ou mais resistências se ligam em série (figura 8.2), isto é, a corrente que sai de uma resistência entra, diretamente, na seguinte, a sua resistência equivalente é a soma de todas as resistências.
- Em um nó, a soma das correntes elétricas que entram é igual à soma das correntes que saem, ou seja, um nó não acumula carga.
- A soma algébrica das diferenças de potencial encontradas em todos os pontos, ao longo de um percurso completo do circuito, deve ser igual à zero.

## Atividades de avaliação



1. Uma determinada bateria de automóvel, cuja fem é de 12 V, tem uma carga inicial de 120 A·h. Supondo-se que a diferença de potencial entre seus terminais permaneça constante até que a bateria esteja completamente descarregada, por quantas horas ela poderá fornecer energia na taxa de 100 W?
2. Uma bateria tem uma fem de 15,0 V. A voltagem da bateria é de 11,6 V quando ela fornece 20,0 W de potencia para um resistor R.  
Qual é o valor de R?  
Qual é a resistência interna da bateria?
3. Uma corrente em um circuito com uma resistência  $R_1$  tem o valor de 2,00 A. A corrente é reduzida a 1,60 A quando adicionamos um segundo resistor  $R_2 = 3,00 \Omega$  em série com  $R_1$ . Qual é o valor de  $R_1$ ?
4. Considere um circuito RC em série, como o mostrado na figura 8.6, com  $R = 1,00 \text{ MW}$ ,  $C = 5,00 \mu\text{F}$  e  $E = 30,0 \text{ V}$ . Encontre:
  - a) a constante de tempo do circuito;
  - b) a carga máxima no capacitor quando a chave é fechada;
  - c) a corrente no resistor 10,0 s, após a chave ser fechada.
5. Um capacitor de  $2,00 \text{ nF}$ , com uma carga inicial de  $5,10 \mu\text{C}$ , é descarregado através de um resistor de  $1,30 \text{ k}\Omega$ .
6. Calcule a corrente no resistor  $9,00 \mu\text{s}$  após o resistor ser conectado ao capacitor.
  - a) Qual a corrente que sobre no capacitor após  $8,00 \mu\text{s}$ ?
  - b) Qual é a corrente máxima no resistor?

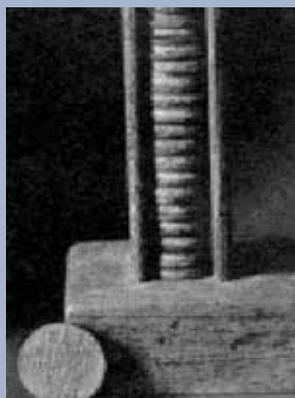


## Texto complementar

Você já pensou em como uma pilha produz energia suficiente para acender uma lanterna ou fazer funcionar um rádio? E por que uma pilha “acaba” (deixa de funcionar)?

Nas pilhas e baterias, estão ocorrendo transformações químicas que produzem energia elétrica em quantidade muito inferior à produzida nas usinas de geração de eletricidade.

Embora o homem conhecesse a eletricidade desde a Grécia antiga, seu aproveitamento e o conhecimento de sua natureza só começaram a surgir a partir do fim do século XVIII. Nessa época, a eletricidade era produzida por fricção (eletricidade estática); não se conhecia, ainda, a corrente elétrica, tal como chamamos hoje.



A Pilha de Volta

### Figura 9 - Pilha de Volta

Foi Alessandro Volta (1745-1827) quem inventou a bateria elétrica, baseado em estudos feitos por Luigi Galvani (1737-1798), professor de anatomia da Universidade de Bolonha, Itália. Em uma de suas experiências, Galvani pendurou uma rã pelas pernas, utilizando ganchos de cobre presos a um suporte de ferro. Devido à brisa, as pernas da rã balançavam e Galvani notou que, quando tocavam o suporte de ferro, elas se contraíam. Ele atribuiu as contrações a uma corrente elétrica produzida pela própria rã.

Volta tinha dúvidas quanto a essa explicação. Sua ideia era a de que a corrente elétrica poderia estar sendo produzida pelo contato entre os líquidos biológicos da rã e dois metais diferentes. A partir disso, começou a investigar essa possibilidade.

O dispositivo, criado por Volta, consistia em uma pilha de discos de zinco intercalados, com discos de prata, e separados, por papel umedecido, com solução de ácido. Com uma pilha de 60 discos, uma pessoa poderia sentir um choque elétrico quando tocava as duas extremidades da pilha. Pela primeira vez, constatava-se a produção espontânea de eletricidade (sem fricção). Volta, porém, não associou a produção de corrente elétrica com a ocorrência de transformação química. Foi *Humphry Davy* (1778-1829) que, ao estudar os experimentos de Volta, sugeriu que a eletricidade poderia resultar de uma transformação química.

Durante o século XIX, muitos aprimoramentos na pilha de Volta foram feitos. Por exemplo, a pilha seca foi desenvolvida.

A produção comercial de baterias e pilhas iniciou-se no século seguinte.

## Como funcionam as pilhas?

As pilhas que utilizamos hoje têm o mesmo princípio de funcionamento da pilha construída por Volta.

A parte mais externa (capa) da pilha consiste de zinco e é, frequentemente, recoberta com papelão, ou plástico, para evitar vazamento. No interior da pilha, em vez de outro metal como Volta utilizava, há um bastão de carbono (grafite). O recipiente é cheio de uma pasta úmida, constituída por alguns sais e óxido de manganês (no lugar da solução de ácido diluído). A placa de zinco e o óxido de manganês presentes na pasta úmida interagem, na presença dos sais e do carbono, gerando corrente elétrica.

À medida que a pilha é utilizada, as quantidades das substâncias que reagem diminuem, da mesma forma que a produção de energia elétrica, ocorrendo, então o desgaste da pilha.

As baterias são sistemas compostos por associação de pilhas, fornecendo, portanto, mais energia. Uma bateria que, talvez, você conheça bem é a de automóveis. Embora, hoje em dia, existam vários tipos, a mais comum é a de “ácido-chumbo”, formada por seis pilhas elétricas, gerando, no total, 12 V (2 V por pilha).

Durante o funcionamento da bateria, acumulam-se depósitos de um composto chamado sulfato de chumbo, formando uma película entre as placas. A produção de energia elétrica decresce (a bateria descarrega) e a solução de ácido sulfúrico torna-se mais diluída.

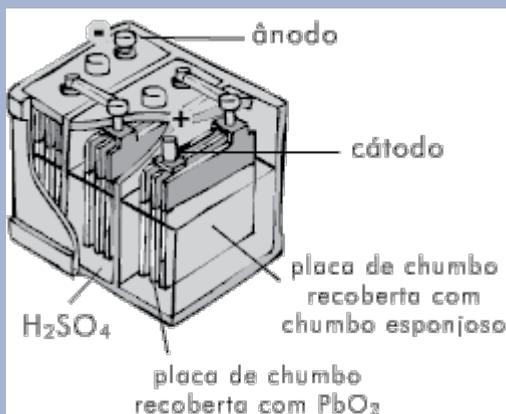
Existe um aparelho chamado “densímetro”, que indica quando a bateria está descarregada, através da medida da densidade da solução de ácido sulfúrico.

A bateria de ácido-chumbo pode ser recarregada passando por ela uma corrente elétrica contínua, em direção oposta a da corrente que a bateria fornece. Isso força o processo inverso, ou seja, a decomposição do sulfato de chumbo, depositado nas placas. Após o carregamento, a bateria volta a produzir corrente.

Depois de descartadas, as pilhas se decompõem, podendo seus componentes infiltrar-se no solo e atingir os lençóis de água subterrânea, entrando, assim, no ecossistema dos rios e dos mares, incorporando-se na cadeia alimentar e, conseqüentemente, aumentando a sua concentração nos seres vivos. Outra forma de contaminação é a inalação, ou o simples contato com as substâncias tóxicas. Como exemplos, são citados o chumbo, que causa disfunção renal e anemia; o mercúrio, que gera estomatites e problemas renais, além de lesões cerebrais e neurológicas; o zinco, que provoca doenças pulmonares; e o manganês, que afeta o sistema imunológico.

No Brasil, não há nenhum método desenvolvido para a reciclagem das pilhas; há somente sistemas de coletas e armazenamento em blocos de concreto fechados.

Fonte: [www.encia.usp.br](http://www.encia.usp.br)



Bateria ácido-chumbo

Figura 10 - Bateria ácido-chumbo

Fonte: <http://www.portalsaofrancisco.com.br>

## Referências



- ALONSO, M.; FINN, E. J. **FÍSICA Um Curso Universitário**. 2. São Paulo: 1972.
- GONÇALVES, D. **Eletricidade Magnetismo Física Moderna**. 3a Edição. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S. A., 1969.
- KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. **ELETROMAGNETISMO**. 2. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S. A., 1978.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Física Básica Eletromagnetismo**. 1. São Paulo: Edgard Blucher, 1997.
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D. **FÍSICA**. 4. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1984.
- SEARS, F. W. **FÍSICA - Magnetismo - Eletricidade**. 2. Ao Livro Técnico 1959.

## Sobre o autor

### **Antonio Carlos Santana dos Santos**

Possui graduação em Licenciatura em Ciências pela Universidade Estadual do Ceará (1995), graduação em Licenciatura em Ciências com Habilitação Plena em Física pela Universidade Estadual do Ceará (1997), mestrado em Física pela Universidade Federal do Ceará (2001) e doutorado em Física pela Universidade Federal do Ceará (2005). Atualmente é professor assistente da Universidade Estadual do Ceará. Tem experiência na área de Física, com ênfase em Física de Nuvens e Modelagem Numérica da Atmosfera.



Física

Fiel a sua missão de interiorizar o ensino superior no estado Ceará, a UECE, como uma instituição que participa do Sistema Universidade Aberta do Brasil, vem ampliando a oferta de cursos de graduação e pós-graduação na modalidade de educação a distância, e gerando experiências e possibilidades inovadoras com uso das novas plataformas tecnológicas decorrentes da popularização da internet, funcionamento do cinturão digital e massificação dos computadores pessoais.

Comprometida com a formação de professores em todos os níveis e a qualificação dos servidores públicos para bem servir ao Estado, os cursos da UAB/UECE atendem aos padrões de qualidade estabelecidos pelos normativos legais do Governo Federal e se articulam com as demandas de desenvolvimento das regiões do Ceará.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ



C A P E S