



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE
DO PARANÁ**

Campus Cornélio Procópio

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO**

AISLAN DA SILVA NUNES

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

**CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM
MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO
BÁSICA**

AISLAN DA SILVA NUNES

PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Produção Técnica Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná - *Campus* Cornélio Procópio, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientador: Prof. Dr. William Junior do Nascimento

Coorientadora: Prof^ª. Dr^ª. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa

Ficha catalográfica elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UENP

NN972c Nunes, Aislan da Silva
Curso de Formação Continuada em Modelagem
Matemática para professores da Educação Básica /
Aislan da Silva Nunes; orientador William Junior do
Nascimento; co-orientadora Bárbara Nivalda Palharini
Alvim Sousa - Cornélio Procópio, 2019.
77 p. :il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino) -
Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de
Ciências Humanas e da Educação, Programa de Pós
Graduação em Ensino, 2019.

1. Formação Continuada. 2. Modelagem Matemática.
3. Revisão Sistemática de Literatura. 4. Alternativa
Pedagógica. I. Nascimento, William Junior do, orient.
II. Sousa, Bárbara Nivalda Palharini Alvim, co
orient. III. Título.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - A situação inicial e a situação final na Modelagem Matemática.....	13
Figura 2 - Fases de uma atividade de Modelagem Matemática	14
Figura 4 - Representação gráfica da atividade do sorvete.....	28
Figura 5 - Diagrama de conjuntos numéricos.....	34
Figura 6 - Gráfico do quadril e do número da calça.....	34
Figura 7 - Pares ordenados (C, q).....	36
Figura 8 - Esboço do modelo (1): $C(q) = 12q - 8$	37
Figura 9 - Gráfico considerando os valores do Quadro 9.....	38
Figura 10 - Tubo de papel higiênico.....	48
Figura 11 - Representação da planificação do tanque de óleo de diâmetro menor	48
Figura 12 - Representação do espelhamento do tanque de óleo de diâmetro menor	49
Figura 13 - Representação da planificação com as medidas do tanque de óleo.....	49
Figura 14 - Representação da planificação do tanque de óleo de diâmetro maior.....	50
Figura 15 - Representação do espelhamento do tanque de óleo de diâmetro menor	50
Figura 16 - Tubo de papel higiênico.....	51
Figura 17 - Cilindro regular.....	51
Figura 18 - Medidas do tubo de papel higiênico	52
Figura 19 - Dimensões da planificação do tubo de papel higiênico.....	52
Figura 20 - Novas dimensões da planificação do tubo de papel higiênico	53
Figura 21 - Marcações do corrimão na planificação	54
Figura 22 - Dimensões do tanque de óleo	55
Figura 23 - Planificação do tanque de óleo	56
Figura 25 - Representação figural da escala do pluviômetro	67

Figura 26 - O pluviômetro experimental com a escala.....	67
---	-----------

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Estrutura geral do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica	17
Quadro 2 - Módulo I do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica.....	20
Quadro 3 - Dinâmica da Entrevista	21
Quadro 4 - Atividade do Sorvete.....	25
Quadro 5 - Valores e descontos da atividade do Sorvete.....	28
Quadro 6 - Dados da atividade do Sorvete.....	30
Quadro 7 - Método da recorrência dos dados da atividade do sorvete	31
Quadro 8 - Atividade 01 - E eu te pergunto: Tem calça de que tamanho?	33
Quadro 9 - Número da calça e medida do quadril em intervalos.....	38
Quadro 10 - Módulo II do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica.....	43
Quadro 11 - Atividade do tanque de óleo	46
Quadro 12 - Atividade Medindo a quantidade de chuva.....	59
Quadro 13 - Como construir um Pluviômetro Experimental	61
Quadro 14 - Módulo III do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica.....	68
Quadro 15 - Critérios para o terceiro momento de familiarização com Atividades de Modelagem Matemática	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABIS	Associação Brasileira das Indústrias e do Setor de Sorvetes
BNCC	Base Nacional Curricular Comum
DCE	Diretrizes Curriculares Estaduais
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA.....	11
1.1. SOBRE A PESQUISA EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ...	11
1.2. A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	13
1.2.1. O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA NA VISÃO DE ALMEIDA; SILVA E VERTUAN (2012)?	13
1.3. SUGESTÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES NO CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA E EM SALA DE AULA: MOMENTOS DE FAMILIARIZAÇÃO COM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	15
2. PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL	17
CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS.....	74

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos temos acompanhado, em contexto global, os avanços nas áreas tecnológica e científica em ritmo acelerado, fato que acaba por provocar mudanças de pensamento e de atitudes da sociedade nos aspectos sociais, políticos e econômicos, bem como nos ambientes educacionais.

Neste sentido, cabe salientar a necessidade imposta por estes avanços e pelas mudanças de pensamentos e atitudes da sociedade, motivando assim a utilização de abordagens educacionais diferenciadas que possam viabilizar aos alunos o estabelecimento de relações entre os conteúdos ensinados na escola e sua realidade (BARBOSA, 2001; BIEMBENGUT; HEIN, 2007; BASSANEZI, 2010), de forma a romper com as práticas docente centradas na transmissão de conteúdos pelos professores e na passividade dos alunos no processo de aprendizagem.

Os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997), as Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) (PARANÁ, 2008) e mais recentemente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) sinalizam que o ensino e a aprendizagem da matemática escolar devem proporcionar a participação ativa dos alunos nestes processos e o estabelecimento de relações entre os conteúdos matemáticos e destes com os aspectos sociais. De acordo com a BNCC:

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2018, p. 263).

Neste cenário de mudanças da prática de ensino de matemática, as DCE sugerem diferentes abordagens metodológicas para o ensino de matemática na Educação Matemática: Resolução de Problema, Mídias Tecnológicas, Etnomatemática, História da Matemática, Investigação Matemática e a Modelagem Matemática. Nesta Produção Técnica Educacional, abordamos a Modelagem Matemática na Educação Matemática como possibilidade de fomentar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática escolar, permitindo ao aluno a formação escolar e cidadã, uma vez que, com a modelagem matemática é possível trabalhar os conteúdos matemáticos articulados entre si e entre diversas áreas do conhecimento, possibilitando seu ensino de forma contextualizada ao vincular estes conteúdos matemáticos com o cotidiano dos alunos.

De acordo com Paraná (2008, p. 20), o ensino escolar deve proporcionar a formação do aluno “com vistas à transformação da realidade social, econômica e política de seu tempo” e, neste sentido, a Modelagem Matemática na Educação Matemática pode ser uma possibilidade de “intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica” (PARANÁ, 2008, p. 65). De modo geral:

A Modelagem Matemática como área de pesquisa da Educação Matemática se insere em um cenário promissor, tendo em vista o crescimento de publicações em periódicos e a participação da comunidade de pessoas interessadas no ensino e na aprendizagem da Matemática em eventos da área. Parte do entusiasmo pode ser creditada ao crescimento de programas de pós-graduação no cenário nacional, dentre os quais estão os mestrados profissionais, que têm o apelo ao desenvolvimento de pesquisa aplicada à educação escolar (VERTUAN; SILVA; BORSSOI, 2017, p. 2).

Contudo, mesmo tendo expressividade em publicações periódicas e, sua importância sinalizada em documentos oficiais para o ensino e a aprendizagem de matemática, há evidências de que poucos professores em serviço tiveram oportunidade de contato com a Modelagem Matemática ao longo de sua formação inicial (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b), e ainda há outros professores que não a conhecem como abordagem para o ensino e a aprendizagem de matemática (MALHEIROS, 2016).

Em geral, a falta de contato dos professores com as abordagens metodológicas propostas nas DCE, em sua formação inicial, pode levar os professores a trabalhar os conteúdos matemáticos baseados na exposição de teoremas e demonstrações desprovidas de objetivos significativos, além de aulas que não passam de transposição de conteúdos, exercícios e técnicas sem sentido para os alunos (BIEMBENGUT, 1999). Também, evidencia-se a necessidade de repensar a prática docente no qual apenas o professor fala e os alunos ouvem sem questionamentos e de forma passiva.

Neste sentido, reafirmamos a necessidade de uma formação docente que leve conhecimento acerca da Modelagem Matemática na Educação Matemática, e proporcione reflexão sobre a prática docente, de modo que estes professores possam trabalhar com seus alunos uma visão crítica e investigadora que supere o ensino baseado na transmissão de conteúdos, ou seja, uma formação docente que forneça os conhecimentos necessários sobre a Modelagem Matemática a fim de que essa abordagem os auxilie em sua prática docente na direção de proporcionar uma alternativa para o ensino de matemática.

No sentido de criar oportunidades aos professores da Educação Básica, em particular os docentes da rede pública de ensino, de repensar sua prática docente e de

proporcionar uma formação em Modelagem Matemática, é que propomos um curso de formação continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica. Para tanto, inicialmente faremos uma Fundamentação Teórica e Metodológica, a qual foi utilizada para organizar esta Produção Técnica Educacional.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

Abordaremos neste capítulo, as pesquisas sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica para o ensino de Matemática na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), os momentos de familiarização de inserção das atividades de Modelagem Matemática nas aulas regulares de Matemática, o universo da pesquisa e da aplicação desta Produção Técnica Educacional, além dos detalhamentos dos encontros presenciais do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica.

1.1. SOBRE A PESQUISA EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática na Educação Matemática está incorporada no cenário nacional, há pouco mais de quatro décadas, estando ainda em processo de consolidação e não possuindo um núcleo comum de entendimentos acerca das teorias e concepções ontológicas e epistemológicas veiculadas na literatura (BICUDO; KLÜBER, 2011; KLÜBER; BURAK, 2014; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b).

Para Biembengut (2009) o movimento pela Educação Matemática no âmbito nacional foi tão intenso que trouxe consigo algumas reformulações curriculares, dentre elas estão os cursos de formação de professores, que passaram a ter acesso a novas abordagens em ensino, as quais deve proporcionar ao estudante conhecimentos sobre o contexto sociocultural e ainda relacionar a matemática a diversas áreas do conhecimento, entre estas abordagens está inserida a Modelagem Matemática.

Neste sentido, poucos professores que estão em serviço tiveram acesso, em sua formação inicial, a estas tendências da Educação Matemática, principalmente quando voltamos nossos olhares à Educação Básica. Neste ponto de vista, no que se refere aos cursos de formação continuada, tais “propostas visam, em sentido amplo, suprir ou sanar uma ausência da formação de professores da Educação Básica” (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b, p. 19).

No que tange à pesquisa acerca de formação continuada de professores, Tambarussi e Klüber (2014b) evidenciaram a preocupação com o baixo índice de procura dos docentes da Educação Básica e o alto índice de desistência dos cursos, aspectos ligados à cultura escolar dos professores, à burocracia escolar, aos modelos de atividades ou ao tipo de atividades com as quais os professores da Educação Básica não estão familiarizados.

Quando consideramos a pesquisa em Modelagem Matemática e as características acerca da formação inicial e continuada de professores de matemática, fica evidente a falta de domínio dos professores referente aos aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática, bem como dos procedimentos didáticos dos docentes em vistas aos conteúdos matemáticos.

Na investigação conduzida por Tambarussi e Klüber (2014b), os autores argumentam que os cursos de formação continuada de professores, em geral, costumam trabalhar com atividades de Modelagem Matemática, onde os professores participantes têm a oportunidade de se inserir nas atividades na perspectiva de alunos. Este processo denominado de “fazer modelagem” pode oportunizar ao participante aliar a teoria à prática. No entanto, estas atividades de formação de professores, sobretudo a formação continuada, devem ser formuladas de modo que questões amplas sejam direcionadas, por exemplo, a reflexão por parte dos participantes, da prática docente e as possibilidades da implementação da Modelagem Matemática em sua sala de aula. De acordo com os autores, estes momentos de discussão e reflexão, geralmente, tendem a ser superficiais nos cursos de formação continuada, isto quando ocorrem (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b).

Nesse contexto, as interpretações e discussões efetuadas ao longo da investigação, revelam a urgência de a comunidade de Modelagem realizar estudos voltados à formação de professores, de modo particular, à formação continuada. Estudos que transcendam o nível exploratório de pesquisa e, que tragam reflexões e contribuições efetivas para a formação de professores em Modelagem Matemática (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b, p. 17).

Assim, o trabalho com Modelagem Matemática em cursos de formação continuada de professores, sobre o ponto de vista do “fazer modelagem” se sustenta tendo em vista a necessidade de aliar teoria e prática. No entanto, como afirmam Tambarussi e Klüber (2014b, p. 16) “o modo como essa aproximação tem sido realizada não tem contribuído para que haja uma efetiva implementação da Modelagem Matemática no contexto da sala de aula”.

A seguir será apresentado a concepção de Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino de matemática, definida por Almeida; Silva e Vertuan (2012), perspectiva esta que será adotada nesta Produção Técnica Educacional.

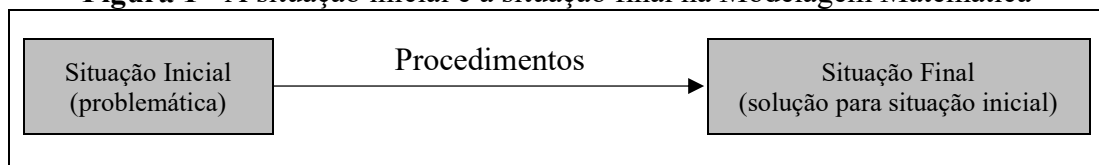
1.2. A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste tópico, apresentamos a Modelagem Matemática na Educação Matemática na concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2012) que entendem a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, na qual é possível fazer uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema que não seja essencialmente da matemática. Além disto, apresentamos algumas possibilidades de implementação da Modelagem Matemática em sala de aula de acordo com a literatura da área.

1.2.1. O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA COMO UMA ALTERNATIVA PEDAGÓGICA NA VISÃO DE ALMEIDA; SILVA E VERTUAN (2012)?

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) em geral, uma atividade de Modelagem Matemática possui uma situação inicial (problemática) para uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial), como indicado na Figura 1, há procedimentos interligando a situação inicial e a situação final desejada.

Figura 1 - A situação inicial e a situação final na Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de Almeida; Silva e Vertuan (2012, p. 12)

A situação inicial (problemática) tem sua origem em um problema¹ da realidade² e a situação final desejada está associada a uma representação simplificada da

¹ O termo “problema” é entendido aqui como uma situação na qual o indivíduo não possui esquema a priori para sua solução. Assim, para a resolução de situações-problema, de modo geral, não há procedimentos previamente conhecidos ou solução já indicada (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12)

² Apoiados em Blum e Niss (1991) assumimos como “problema da realidade” uma situação que pode ser idealizada, estruturada e simplificada com a finalidade de ser investigada e transformada em “um problema que permite uma abordagem por meio da matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 19)

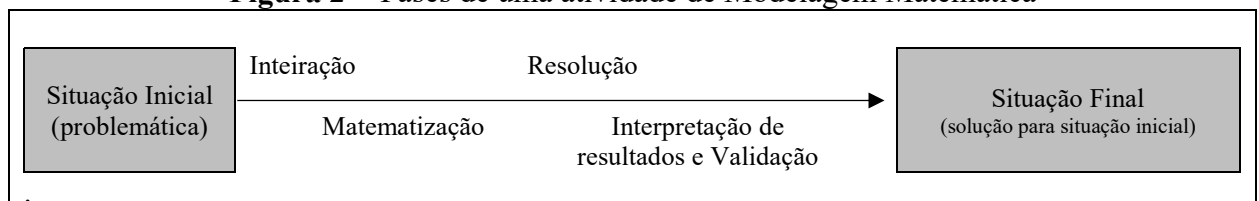
problemática em termos matemático, esta representação é denominada de modelo matemático. O modelo matemático é utilizado na tentativa de descrever ou explicar a situação estudada sob a ótica de quem está desenvolvendo a atividade, podendo ser representado por uma linguagem ou por uma estrutura matemática. Ao obter um modelo matemático o objetivo não está na simples representação matemática, mas em obter a resposta de uma situação investigada.

Podemos dizer, então, que um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Com efeito, um modelo matemático pode assumir diferentes sistemas de representações, tais como, algébricas, gráficas, tabular, entre outras. E assim, a modelagem matemática visa a busca de soluções para situações-problema por meio de um modelo matemático.

O fato de a Modelagem Matemática envolver aspectos relacionados ao cotidiano e de apresentar relações que estão externas a matemática, envolvem um conjunto de fases necessárias para a configuração, estruturação e resolução de uma situação problema, definidas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação (Figura 2).

Figura 2 - Fases de uma atividade de Modelagem Matemática



Fonte: Almeida; Silva e Vertuan (2012, p. 15)

A inteiração está ligada ao “ato de inteirar-se”. Refere-se ao contato com as informações sobre a situação-problema da qual se pretende analisar, visando identificar as características e especificidades sobre o assunto. É nesta fase que ocorre a coleta de dados e que se remete à formulação do problema e as definições de estratégias para a sua resolução.

Na fase denominada de matematização ocorre a transição da linguagem natural para linguagem matemática. Ainda nesta fase, estão a formulação de hipóteses, seleções de variáveis e simplificações com relação às informações do problema definido.

A representação da situação em termos matemáticos ocorre na fase denominada de resolução. É nesta fase que é elaborado um modelo matemático que visa representar a situação inicial, permitindo analisar aspectos relevantes e a busca por respostas às questões formuladas a partir do problema investigado. Os modelos matemáticos podem ser prescritivos ou descritivos, quando servem para prescrever comportamentos futuros ou descrever comportamentos de fenômenos, seja em ambientes educacionais ou profissionais.

Por fim, ocorre a interpretação de resultados e validação do modelo matemático desenvolvido, resultando em uma resposta para o problema. Esta análise dar-se-á pelos envolvidos na atividade considerando os procedimentos matemáticos e as adequações para a situação. Nas situações de ensino e de aprendizagem, como é o caso da alternativa pedagógica é importante efetuar a comunicação da atividade de modelagem matemática.

O desenrolar das fases de uma atividade de modelagem matemática não é linear, e por vezes não ocorre da maneira descrita. No entanto, os modeladores de modo geral, podem usar tais fases como guias para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Este fato evidencia a dinamicidade da atividade de Modelagem Matemática em que o modelador está sempre em caminhos de ‘ida’ e ‘vinda’.

A seguir, será apresentada uma sugestão para a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula de acordo com os momentos de familiarização com as atividades.

1.3. SUGESTÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES NO CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA E EM SALA DE AULA: MOMENTOS DE FAMILIARIZAÇÃO COM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

As atividades que exigem investigação são desafiadoras e não usuais para os alunos, neste sentido atividades de Modelagem Matemática podem ser colocadas como um convite aos alunos, convite este que vai se firmando e confirmando no decorrer de sua experiência. Uma das possibilidades é que este convite seja feito de forma gradativa, para que os alunos se familiarizem com este tipo de atividade, respeitando três momentos (ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Em um primeiro momento, o professor deve propor aos alunos, divididos em grupos, uma situação-problema, neste caso o tema da atividade é proposto pelo professor juntamente com os dados coletados e toda as informações necessárias. O desenvolvimento da atividade é feito pelos alunos e acompanhada da orientação do professor, que os guiará na

interpretação da situação-problema, dos dados, na definição de variáveis, formulação de hipóteses, realização de simplificações, obtenção e validação de um modelo matemático e na solução da situação inicial.

Posteriormente, em um segundo momento, o professor sugere uma situação-problema ou um tema para os alunos, e estes, em grupo deveram complementar as informações sobre o tema pesquisado, formular um problema que necessita de solução, realizar a definição de variáveis, as simplificações necessárias, a formulação de hipóteses, a obtenção e validação do modelo matemático e por fim apresentar uma solução para a situação-problema inicial. Basicamente o que muda de um momento para o outro é a independência dos alunos nos procedimentos necessários para a solução de uma situação-problema.

Por fim, no terceiro momento, a atividade investigativa dos alunos ganha independência, e divididos em grupos, os alunos serão responsáveis pelo desenvolvimento completo de uma atividade de Modelagem Matemática, desde a definição do tema a ser investigado até a análise da solução obtida.

A orientação do professor ocorre em todos os momentos de familiarização com atividades de modelagem matemática, sendo mais intensa no primeiro e no segundo momento, mas tendo igual importância no terceiro momento, visto que guiar os alunos para o desenvolvimento da autonomia é tão importante quanto guia-los no uso de procedimentos pré-determinados. Neste caminhar, os alunos desenvolvem a confiança, a independência e a autoridade para prosseguir com atividades de modelagem matemática, tornando-se participativo e responsável pelo processo de aprendizagem.

Diante dos apontamentos realizados anteriormente, apresentaremos na sequência a Produção Técnica Educacional, que corresponde a um Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica.

2. PRODUÇÃO TÉCNICA EDUCACIONAL

A Produção Técnica Educacional apresentada neste documento é parte integrante da Dissertação de Mestrado Instituída: **MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA PARA A FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA**, disponível em <<http://www.uenp.edu.br/mestrado-ensino>>. Para maiores informações, entre em contato com o autor: Aislan da Silva Nunes pelo e-mail: nunes03@outlook.com.

Este Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, possui a carga horária total de 40 horas composto por estudo de textos, desenvolvimentos de atividades de Modelagem Matemática e momentos de reflexões sobre a prática docente, conforme indica o Quadro 1.

Quadro 1 - Estrutura geral do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica

Módulo	Atividade	Carga horária	Modalidade
1	✓ Dinâmica de Apresentação dos cursistas; ✓ Introdução à Modelagem Matemática: pesquisa e documentos oficiais; ✓ Atividade de Modelagem Matemática do primeiro momento de familiarização: Que calor! Vai um sorvete aí? (NUNES; NASCIMENTO; SOUSA, 2018). ✓ Texto 1 com debate: O que é Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).	6	Presencial
2	✓ Estudo Dirigido do texto: MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma oportunidade para a reflexibilidade do professor de Matemática (ROSA; KATO, 2014).	2	AVA
	✓ Reflexão sobre o Texto de Rosa e Kato (2014); ✓ Desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do segundo momento de familiarização: Atividade do tanque de óleo (KAWAKAMI; SAEKI; MATSUZAKI, 2013).	6	Presencial
	✓ Pesquisa de temas e problemáticas de interesse com preenchimento de formulário eletrônico para discussão no quinto encontro.	2	AVA
	✓ Estudo do texto: Como usar a Modelagem Matemática? (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012); ✓ Desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do segundo momento de familiarização: Medindo a quantidade de chuva. Livro: Modelagem Matemática na Educação Básica. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012); ✓ Instruções para o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do terceiro momento de familiarização com a atividade de modelagem matemática.	6	Presencial
3	✓ Resolução da atividade de terceiro momento pelos cursistas.	3	Extra-classe
	✓ Comunicação das atividades desenvolvidas pelos cursistas; ✓ Validação das atividades com ciclo de modelagem matemática;	6	Presencial

	✓ Discussão de como implementá-la nas Educação Básica; ✓ Instruções para implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica.		
	✓ Desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Básica.	3	Extra-classe
	✓ Reflexão sobre a prática docente com modelagem matemática na Educação Básica; ✓ Avaliação e encerramento do curso.	6	Presencial

Fonte: os autores (2019)

O curso contempla encontros presenciais, divididos em três módulos (quadro 1) para que seja possível a conciliação entre os textos estudados e o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, conforme momentos de familiarização proposto por Almeida e Dias (2004), e posteriormente por Almeida, Silva e Vertuan (2012), de modo que a independência e autonomia possa ocorrer no desenvolvimento dos módulos.

O primeiro módulo tem por objetivo proporcionar uma integração entre os participantes e o contato inicial com aspectos teóricos e práticos da Modelagem Matemática. Com a duração de 6 horas, este módulo contempla o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática contendo a situação-problema da comercialização de potes de sorvetes e o estudo teórico de um texto que apresenta conceitos e aspectos sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

O segundo módulo tem por objetivo provocar uma reflexão sobre a prática docente com Modelagem Matemática e apresentar encaminhamentos para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática no contexto, em particular, da Educação Básica. 16 horas são destinadas para o estudo do aporte teórico acerca da reflexão do professor quanto a utilização da Modelagem Matemática com uma alternativa para o ensino da matemática escolar, bem como para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que visam articular teoria e prática.

O terceiro e último módulo de curso tem por objetivo proporcionar o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática da escolha do tema aos procedimentos de validação e interpretação de resultados, é sugerido, ainda, que a atividade desenvolvida pelos cursistas seja desenvolvida por eles com seus alunos da Educação Básica. Desse modo, o curso visa, também, promover a prática docente com Modelagem Matemática, bem como a reflexão sobre a prática docente com a Modelagem Matemática.

Este Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, totaliza uma carga horária total de 40 horas que está associada à necessidade de reflexão sobre a prática docente, considerada possível a partir da

implementação - pelos cursistas - de atividades de Modelagem Matemática em suas respectivas salas de aula. Neste contexto, a partir das atividades desenvolvidas pelos cursistas no terceiro momento de familiarização, será possível implementar o primeiro momento de familiarização com alunos da Educação Básica e vislumbrar resultados sobre a formação continuada em Modelagem Matemática.

A estrutura apresentada nesta Produção Técnica Educacional (Quadro 1) é uma sugestão para o desenvolvimento de um curso, uma estrutura mais flexível é apresentada na dissertação de Mestrado. Caso seja de interesse do leitor as atividades aqui disponíveis podem servir para familiarizar os alunos de diferentes contextos com a Modelagem Matemática a partir do objetivo do professor.

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Módulo I

Apresentação

A parte inicial deste módulo deverá ocorrer com a apresentação dos cursistas e dos pesquisadores, seguida da apresentação da estrutura do curso de formação docente, as orientações dos documentos oficiais e uma síntese a respeito das pesquisas desenvolvidas em Modelagem Matemática, contemplando, conseqüentemente, a justificativa e os objetivos do curso de formação continuada em Modelagem Matemática.

Estrutura do Módulo I

A estrutura proposta para o módulo I do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica apresenta-se sintetizada no Quadro 2.

Quadro 2 - Módulo I do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica

Módulo I - Curso de Formação Continuada de Professores	
Apresentação inicial	✓ Apresentação dos cursistas e do pesquisador
Introdução	✓ Estrutura do curso de formação e esclarecimentos gerais; ✓ Apresentação das orientações dos documentos oficiais; ✓ Sobre as pesquisas em Modelagem Matemática: da teoria à prática.
Atividade de Modelagem Matemática	✓ Que calor! Vai um sorvete aí? (NUNES; NASCIMENTO; SOUSA, 2018).
Aporte teórico	✓ O que é Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012);
Conclusão	✓ Retomada dos principais tópicos discutidos, estudados e apresentados no decorrer do curso de formação.
Carga horária	✓ 6 horas.

Fonte: os autores (2019).

No que se refere ao desenvolvimento das atividades propostas no Quadro 2, elas tiveram como base a fundamentação teórica apresentada no capítulo 1 desta Produção Técnica Educacional, assim como na dissertação de mestrado do pesquisador. Além disso, tais

atividades serão apresentadas a seguir, em tópicos, seguida de uma breve explanação com o objetivo de orientar os interessados no desenvolvimento deste curso de formação continuada.

Descrição das Atividades do Módulo I

Nos tópicos a seguir, descreveremos as atividades do módulo I (Quadro 2) dos quais referem-se à apresentação inicial, introdução, atividades de Modelagem Matemática e conclusão do módulo.

Apresentação dos cursistas e do pesquisador

Para iniciar o curso de formação continuada em Modelagem Matemática é necessário que os participantes se familiarizem uns com os outros, pois em sala de aula a Modelagem Matemática proporciona aos alunos o trabalho colaborativo e corporativo, de modo que o mesmo deverá ocorrer durante o curso de formação continuada. Para tanto, uma apresentação dos cursistas e do pesquisador faz-se necessária. Como sugestão, propomos uma dinâmica para a apresentação em grupo³, afim de estimular e proporcionar aos cursistas maior interação entre si e destes com o pesquisador.

Uma possível apresentação dos cursistas pode ser feita por meio da “Dinâmica da Entrevista” (Quadro 3) que coloca cada cursista em um lugar de destaque para responder as perguntas de seus colegas. Esta apresentação poderá ser utilizada de forma rápida contando apenas com o espaço disponível para a realização do curso.

Quadro 3 - Dinâmica da Entrevista

DINÂMICA DA ENTREVISTA

Como proceder: Os cursistas se sentarão em suas cadeiras dispostas em uma circunferência e ao centro ficará uma cadeira (de preferência giratória), para que um a um os cursistas possam se sentar. O cursista que estiver sentado ao centro será “entrevistado” pelos cursistas que estarão sentados no círculo, que deverão fazer perguntas pessoais e profissionais. As perguntas podem ser sobre seus hobbies, tempo de serviço, família etc. O objetivo é que todos se conheçam e quebrem a timidez que possa ocorrer.

Materiais utilizado: não há.

Tempo estimado: de 2 a 3 minutos para cada cursistas, no entanto, pode ocorrer variações no tempo de desenvolvimento desta dinâmica conforme o número de cursistas participantes.

Fonte: adaptado de <http://educamais.com/dinamica-da-entrevista/>

³ Sugestões de dinâmicas de apresentações encontram-se disponíveis em *websites* da internet, algumas, inclusive, podem ser adaptadas para curso de formação, tais como a Dinâmica do autorretrato e a Dinâmica da troca de papeis. Maiores informações acesse: <https://www.irmcoaching.com.br/blog/dicas-para-dinamicas-de-apresentacao/>.

Após a apresentação dos cursistas e do pesquisador passaremos para uma introdução que contará com a Estrutura do Curso de Formação Continuada, Apresentação das orientações que constam nos documentos oficiais para o ensino de Matemática, Sobre as pesquisas em Modelagem Matemática, Objetivo e Justificativa do Curso de Formação Continuada.

Esta introdução poderá ser realizada com auxílio de um retroprojektor e apresentações em slides, cujo os detalhes serão apresentados nas sessões seguintes.

As orientações dos Documentos Oficiais

Os documentos oficiais considerados nesta pesquisa foram:

- Diretrizes Curriculares Estaduais (PARANÁ, 2008)
- Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018)

Diante de tais documentos, os tópicos considerados para reflexão são:

- De modo geral, os documentos oficiais sinalizam para a participação ativa dos alunos nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática escolar, além de indicar o estabelecimento de relações entre os conteúdos matemáticos e destes com os aspectos sociais, econômicos, políticos e ambientais dos alunos.
- Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos de diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 9)
- O ensino escolar deve proporcionar a formação do aluno “com vistas à transformação da realidade social, econômica e política de seu tempo” (PARANÁ, 2008, p. 20)
- A área da Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos [...] visando à resolução de problemas em contextos diversos (BRASIL, 2018, p. 471)

- No Ensino Médio, [...] os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática. da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p. 471)
- As Diretrizes Curriculares Estaduais (PARANÁ, 2008) sugerem diferentes abordagens metodológicas para o ensino de matemática na Educação Matemática:
 - Resolução de Problemas;
 - Mídias Tecnológicas
 - Etnomatemática;
 - História da Matemática;
 - Investigação Matemática;
 - Modelagem Matemática
- A Modelagem Matemática, por sua vez, pode ser uma possibilidade de “intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica” (PARANÁ, 2008, p. 65).
- Espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobiliza-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática. (BRASIL, 2018, p. 529)
- Após resolverem os problemas matemáticos, os estudantes precisam apresentar e justificar seus resultados, interpretar os resultados dos colegas e interagir com eles. (BRASIL, 2018, p. 529)
- Nas comunicações os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da linguagem materna, realizando apresentações orais do resultado e elaborando relatórios, entre outros registros. (BRASIL, 2018, p. 530)
- Com relação a competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 530)

Sobre as pesquisas em Modelagem Matemática

- Pesquisas sobre Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica;
- Pesquisas sobre as concepções e entendimentos dos professores da Educação Básica;
- Pesquisas sobre a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica.

➤ **Pesquisas sobre Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Básica;**

- O ensino da matemática de forma contextualizada relacionando os conteúdos matemáticos entre si e entre outras áreas do conhecimento;
- Possibilidades de reflexões sociais, econômicas, políticas e ambientais;
- Sobre o monitoramento cognitivo dos alunos e suas linguagens;
- Sobre a articulação entre a Modelagem Matemática o uso de Tecnologias Digitais Educacionais

➤ **Pesquisas sobre as concepções e entendimentos dos professores da Educação Básica;**

- Modelagem Matemática como construção de modelo matemático;
- Modelagem Matemática com relação à linguagem matemática;
- Modelagem Matemática com a representação da realidade e/ou do cotidiano;
- Ao lembrar a ordem dos desenvolvimentos das atividades, não são lineares e nem na ordem do desenvolvimento;
- Apresentam indícios de que a Modelagem Matemática não foi internalizada;

➤ **Pesquisas sobre a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica.**

- Estudos acerca da motivação dos alunos;
- Das ações dos professores nas atividades de Modelagem Matemática;
- Uso de Tecnologias Digitais aliados ao ensino;
- Dificuldades e inseguranças dos professores quanto à utilização da Modelagem Matemática;

➤ **A Modelagem Matemática está incorporada no cenário nacional a pouco mais de quatro décadas e ainda não possui um núcleo único de entendimentos acerca das**

teorias e concepções ontológicas e epistemológicas. (BICUDO; KLÜBER, 2011; KLÜBER; BURAK, 2014; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b)

- Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica em que é possível ensinar a matemática escolar baseando-se em situações da realidade, que em geral, estas situações podem não ser essencialmente da matemática.

Atividade de Modelagem Matemática - Que calor! Vai um sorvete aí?

A atividade que será desenvolvida neste momento respeitará o primeiro momento de familiarização das atividades de Modelagem Matemática conforme sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2012) no qual o professor propõe ao aluno uma situação-problema. Neste caso o tema é proposto pelo professor juntamente com os dados coletados e todas as informações necessárias para o desenvolvimento. No entanto, a busca por uma solução à problemática é feita pelos alunos que, divididos em grupos onde os mesmos acompanhados da orientação do professor, passarão pela definição de variáveis, hipóteses, simplificações, transição de uma linguagem para outra, obtenção e validação de um modelo matemático.

A situação-problema que será apresentada a seguir, foi elaborada próximo à comemoração do dia do sorvete, 23 de setembro, o material que foi entregue aos cursistas conta com um breve apontamento histórico sobre o surgimento do sorvete e sobre a data de sua comemoração, exibido na página web da Associação Brasileira das Indústrias e do Setor de Sorvetes - ABIS.

Material para entregar aos cursistas

Quadro 4 - Atividade do Sorvete

História do Sorvete

Você sabia que esta delícia existe há mais de 3000 anos?

A história começa com os chineses, que misturavam neve com frutas fazendo uma espécie de sorvete. Esta técnica foi passada aos árabes, que logo começaram a fazer caldas geladas chamadas de sharbet, e que mais tarde se transformaram nos famosos sorvetes franceses sem leite, os sorbets.

Nos banquetes de Alexandre, o Grande, na Grécia, e nas famosas festas gastronômicas do imperador Nero, em Roma, os convidados já degustavam frutas e saladas geladas com neve.

O Imperador mandava seus escravos buscarem neve nas montanhas para misturar com mel, polpa ou suco de frutas.

O gelo era estocado em profundos poços construídos pelo povo. Porém, a grande revolução no mundo dos sorvetes aconteceu com Marco Polo que trouxe do Oriente para a Itália, em 1292, o segredo do preparo de sorvetes usando técnicas especiais. Assim a moda dos sorvetes espalhou-se por toda a Itália, e quando Catarina de Medici casou-se na França com o futuro Henrique II, entre as novidades trazidas da Itália para o banquete de casamento, estavam as deliciosas sobremesas geladas, as quais, encantaram toda a corte.

Mas o grande público francês só teve acesso a estas especialidades um século depois quando Francesco Procópio abriu um café, em Paris, que servia bebidas geladas e sorvete tipo sorbet. Os sorvetes se espalharam por toda a Europa e logo chegaram também aos Estados Unidos. A primeira produção de sorvete em escala industrial ocorreu nos Estados Unidos, há 40 anos. Hoje, no mundo todo, quem mais fabrica sorvete são os norte-americanos.

No Brasil, o sorvete ficou conhecido em 1834, quando dois comerciantes cariocas compraram 217 toneladas de gelo, vindas em um navio norte-americano, e começaram a fabricar sorvetes com frutas brasileiras. Na época, não havia como conservar o sorvete gelado e, por isso, tinha que ser tomado logo após o seu preparo. Um anúncio avisava a hora exata da fabricação. O primeiro anúncio apareceu em São Paulo, no dia 4 de janeiro de 1878, contendo a seguinte mensagem:

"SORVETES - Todos os dias às 15 horas, na Rua Direita, nº 44"

Tendo em vista que no dia 23 de setembro é comemorado o dia nacional do sorvete, um estabelecimento da cidade, resolveu fazer uma promoção na compra de potes de sorvetes: na compra de dois ou mais potes de sorvete de 2L, será concedido um desconto de 5% por cada pote de sorvete adquirido. Considere o valor unitário de R\$ 14,50 (quatorze reais e cinquenta centavos) para o pote de sorvete de 2L. A partir dos dados apresentados acima, qual é o modelo matemático que represente esta situação?

Fonte: Nunes, Nascimento e Sousa (2018)

Com base nas informações disponibilizadas (Quadro 4) pelo professor e nas discussões em sala de aula os alunos serão direcionados em grupos à matematização da situação-problema colocada, sua resolução, interpretação de resultados e validação.

Abordagem metodológica para o desenvolvimento da atividade 1

Esta atividade será desenvolvida em grupos de no máximo 5 cursistas divididos por nível de atuação na Educação Básica, ou seja, os professores que atuam no Ensino Fundamental e os professores que atuam no Ensino Médio, esta divisão se dá em função das discussões sobre as possibilidades de resolução da situação-problema proposta e adequação na linguagem utilizada para o desenvolvimento na Educação Básica.

Cada grupo receberá uma cópia impressa da atividade apresentada no Quadro 4, onde os cursistas realizarão a leitura do texto, discussões e os registros.

No momento de discussão sobre o desenvolvimento e seus resultados, pode-se levantar questões podem ser levantadas com objetivo de fazer com que os cursistas percorram as fases da Modelagem Matemática, como por exemplo, quais são as informações que a situação-problema apresenta? Como podemos organizar os dados? Há alguma regularidade nos dados? Podemos levantar alguma hipótese? Observando as hipóteses, podemos definir variáveis? Há relações existente entre as variáveis? Quais conteúdos matemáticos podemos utilizar para representar esta situação-problema? Este modelo matemático respondem as hipóteses levantada?

Por se tratar de uma atividade de Modelagem Matemática, seu desenrolar dependerá do nível de conhecimento matemático dos alunos, do nível de escolaridade, entre outros fatores. Portanto, ela poderá ser abordada no Ensino Fundamental e também no Ensino Médio, as ações e discussões que poderão surgir em face aos alunos poderão ser diferentes da sugestão apresentada a seguir, visto que a ‘atividade’ de Modelagem Matemática ocorre quando os sujeitos que estão engajados no estudo de um tema, percorrem a formulação de problemas, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação.

As atividades de Modelagem Matemática que iremos propor neste curso, já foram desenvolvidas e descritas na literatura que fomentam possibilidades para a prática docente, dois encaminhamentos serão apresentados no texto como exemplares, reiterando-se que a dinamicidade das atividades em sala de aula pode diferir do apresentado nesta Produção Técnica Educacional, em decorrência dos interesses e das experiências dos modeladores e dos alunos seja com a situação inicial ou com a matemática.

Sugestão para o Ensino Fundamental

A **inteiração** com o assunto a ser estudado poderá ocorrer inicialmente com uma breve discussão sobre a temperatura auferida nos últimos dias do decorrente ano no Estado do Paraná, há uma reportagem que apresenta um recorde na temperatura registrada na cidade de Antonina, os termômetros chegaram 43° C, porém a sensação térmica alcançou 64° C. Fonte: <<https://g1.globo.com/pr/parana/noticia/2018/12/14/sensacao-termica-bate-novo-recorde-e-chega-a-64oc-em-antonina-diz-simepar.ghtml>>

A partir da leitura do material entregue pelo professor (Quadro 5) é possível construir de uma tabela para obter os valores gastos para aquisição dos potes de sorvetes.

Quadro 5 - Valores e descontos da atividade do Sorvete

Quantidade de potes	Valor a pagar sem desconto	Percentual de desconto	Valor do desconto	Valor líquido
1	R\$ 14,50	0%	R\$ 0,00	R\$ 14,50
2	R\$ 29,00	5%	R\$ 1,45	R\$ 27,55
3	R\$ 43,50	10%	R\$ 4,35	R\$ 39,15
4	R\$ 58,00	15%	R\$ 8,70	R\$ 49,30
5	R\$ 72,50	20%	R\$ 14,50	R\$ 58,00
6	R\$ 87,00	25%	R\$ 21,75	R\$ 65,25
7	R\$ 101,50	30%	R\$ 30,45	R\$ 71,05

Fonte: os autores (2019)

Com vista nos dados do Quadro 5 podemos formular uma primeira hipótese sobre esta situação-problema.

Hipótese 1: *Pode ser possível que após determinada quantidade de pote de sorvetes vendidos o valor do desconto seja maior que o valor da receita.*

A partir do Quadro 5 podemos construir um gráfico para verificar o comportamento dos dados, para a construção deste gráfico (Figura 4), podemos definir:

Variável independente: x , quantidade de pote de sorvetes vendidos;

Variável dependente: $f(x)$, o valor líquido a se pagar em cada pote.

Figura 3 - Representação gráfica da atividade do sorvete

Fonte: os autores (2019)

A partir da análise da situação-problema e dos dados a respeito do valor líquido do pote de sorvete em função da quantidade de potes de sorvete vendidos é possível formular as hipóteses:

Hipótese 2: *como os valores da receita começam a se espelhar após determinada quantidade de potes de sorvetes vendidas, pode-se supor que os dados se ajustam a uma função do segundo grau.*

Considerando a Hipótese 2, é possível efetuar a **matematização**, ou seja, traduzir a linguagem do problema para a linguagem matemática assumindo que o comportamento deste gráfico sugere uma função do segundo grau, por se tratar de uma parábola, deste modo, a partir de dois pontos quaisquer apresentar a resolução por um sistema de equações. Por exemplo tomando os pares ordenados (5,58) e (16,58), e conhecendo o valor do coeficiente c , que neste caso é igual a zero, pois intercepta o eixo x no ponto 0, de tal forma que podemos montar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = y_1 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} a5^2 + b5 + 0 = 58 \\ a16^2 + b16 + 0 = 58 \end{cases} \quad \begin{cases} 25a + 5b + 0 = 58 \\ 256a + 16b + 0 = 58 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema pelo método da substituição temos que:

$$\begin{aligned} a &= \frac{58 - 16b}{256} \\ 25\left(\frac{58 - 16b}{256}\right) + 5b &= 58 \\ \frac{1450 - 400b}{256} + 5b &= 58 \\ \frac{1450 - 400b + 1280b}{256} &= 58 \\ 880b &= 14848 - 1450 \\ b &= \frac{13398}{880} \\ b &= 15,225 \end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} a &= \frac{58 - 16(15,225)}{256} \\ a &= -0,725 \end{aligned}$$

E conhecendo todos os coeficientes, $a = -0,725$, $b = 15,225$ e $c = 0$ podemos então escrever a lei de formação da função quadrática $f(n) = ax^2 + bx + c$ substituindo os valores dos coeficientes na lei de formação $f(n) = -0,725n^2 + 15,225n + 0$ ou simplesmente $f(n) = -0,725n^2 + 15,225n$.

A função quadrática $f(n) = -0,725n^2 + 15,225n$ pode ser um modelo matemático que representa esta situação-problema considerando que $f(n)$ representa o valor

de receita financeira gerada a partir da venda de potes de e n a quantidade de potes de sorvetes vendidos.

Portanto, este modelo matemático representa a relação existente entre a receita sobre a venda de potes de sorvetes e o número de potes de sorvetes vendidos. A seguir abordaremos uma sugestão para o desenvolvimento no Ensino Médio.

Sugestão para o Ensino Médio

A **inteiração** com o assunto a ser estudado poderá ocorrer inicialmente com uma breve discussão sobre a temperatura auferida nos últimos dias do decorrente ano no Estado do Paraná, há uma reportagem que apresenta um recorde na temperatura registrada na cidade de Antonina, os termômetros chegaram 43° C, porém a sensação térmica alcançou 64° C. Fonte: <<https://g1.globo.com/pr/parana/noticia/2018/12/14/sensacao-termica-bate-novo-recorde-e-chega-a-64oc-em-antonina-diz-simepar.ghml>>

A partir dos dados apresentados no Quadro 4, poderia se pensar em construir uma tabela para analisar os comportamentos dos dados, de tal forma que o Quadro 6 pode ser uma alternativa viável.

Quadro 6 - Dados da atividade do Sorvete

Quantidade de potes	Valor a pagar sem desconto	Percentual de desconto	Valor do desconto	Valor líquido
1	R\$ 14,50	0%	R\$ 0,00	R\$ 14,50
2	R\$ 29,00	5%	R\$ 1,45	R\$ 27,55
3	R\$ 43,50	10%	R\$ 4,35	R\$ 39,15
4	R\$ 58,00	15%	R\$ 8,70	R\$ 49,30
5	R\$ 72,50	20%	R\$ 14,50	R\$ 58,00
...	...	...	...	...

Fonte: os autores (2019)

Podemos, a partir do Quadro 6, formular uma primeira hipótese.

Hipótese 1: *O valor líquido desta tabela tem relação com a quantidade de potes de sorvetes vendidos.*

Se há uma relação podemos admitir que a quantidade de sorvetes vendidos seja uma variável independente e que o valor líquido é uma variável dependente. Assim pode-se admitir que a quantidade de potes de sorvetes poderá ser substituída por n que representa o número de potes de sorvetes vendidos e $f(n)$ para o valor líquido.

Ainda assim podemos pensar no método da recorrência⁴ para ajustar o comportamento dos dados do quadro 6, de modo que podemos pensar em uma forma de se calcular os valores pensando em n potes de sorvetes, o Quadro 7 a seguir apresenta o método da recorrência dos dados da tabela.

Quadro 7 - Método da recorrência dos dados da atividade do sorvete

Quantidade de potes	Valor a pagar sem desconto	Percentual de desconto	Valor do desconto	Valor líquido
1	R\$ 14,50	0%	R\$ 0,00	R\$ 14,50
2	R\$ 29,00	5%	R\$ 1,45	R\$ 27,55
3	R\$ 43,50	10%	R\$ 4,35	R\$ 39,15
4	R\$ 58,00	15%	R\$ 8,70	R\$ 49,30
5	R\$ 72,50	20%	R\$ 14,50	R\$ 58,00
...	...	...	...	...
n	$14,5n$	$0,05(n - 1)$ $0,05n - 0,05$	$14,50n(0,05n - 0,05)$ $0,725n^2 - 0,725n$	$14,5n - (0,725n^2 - 0,725n)$ $-0,725n^2 + 15,225n$

Fonte: os autores (2019)

Assim, obtemos uma expressão algébrica $f(n) = -0,725n^2 + 15,225n$ que representa a relação existente entre a quantidade de potes de sorvetes vendidos e o valor líquido a ser pago.

Há também uma possibilidade de abordar o estudo de vértice da parábola em ambos os níveis de ensino, a sugestão abaixo pode ser um estudo proposto aos alunos.

Conversando com a sala.

Nesta atividade podemos levantar assuntos sobre o cálculo do vértice da parábola explicando que esta promoção deverá ser limitada em um ponto de máximo onde o comerciante passará a ter um valor líquido a receber menor que o desconto que ele irá propor, ou seja, há um momento nesta função em que o valor líquido começará a diminuir causando-lhe um prejuízo em seu faturamento.

Neste momento pode-se propor então o estudo do vértice da parábola de tal forma que temos:

$$X_v = -\frac{b}{2a} \text{ e } Y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

E assim determinar o par ordenado:

⁴ Lei da Recorrência é uma função f que permite determinar cada termo a_n de uma sequência numérica a partir de seus anteriores ($a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_n$) dada uma regra para definir o primeiro termo (ou os primeiros termos, de acordo com a necessidade).

$$\left(-\frac{15,225}{-1,45}, -\frac{231,801}{-2,9} \right)$$

$$(10,5, 79,93)$$

Verificamos que não é possível este comerciante vender 10,5 potes de sorvetes então a decisão está sugerida em delimitar a venda de 10 ou 11 potes de sorvetes, e após uma breve análise, verificamos que o valor líquido a receber de 10 e 11 potes de sorvetes é de R\$ 79,75 portanto, para o comerciante seria melhor delimitar suas vendas em 10 potes de sorvetes por pessoa para garantir que seja recebido o maior valor líquido possível.

Atividade de Modelagem Matemática - Aí eu te pergunto: Tem calça de que tamanho?

A segunda proposta desenvolvida no curso, refere-se à atividade da Calça Jeans, deste modo a situação-problema será apresentada neste momento respeitará o primeiro momento de familiarização das atividades de Modelagem Matemática conforme sugeridas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) na qual o professor deve propor ao aluno uma situação-problema. Neste caso o tema é proposto pelo professor juntamente com os dados coletados e todas as informações necessárias para o desenvolvimento. No entanto, a busca por uma solução à problemática é feita pelos alunos que, divididos em grupos onde os mesmos acompanhados da orientação do professor passarão pela definição de variáveis, hipóteses, simplificações, transição de uma linguagem para outra, obtenção e validação de um modelo matemático.

A inteiração deverá ser feita por meio de um diálogo entre o professor e os cursistas de modo a fomentar discussões sobre a relação existente entre o número da calça jeans utilizado pelas mulheres e a possível relação que existe com o comprimento do seu quadril. Neste sentido, o texto que será distribuído (Quadro 8) como material para entregar aos cursistas poderá auxiliar com informações para esta inteiração com o tema.

Material para entregar aos cursistas

Quadro 8 - Atividade 01 - E eu te pergunto: Tem calça de que tamanho?

E eu pergunto: Tem calça de que tamanho?

Ainda hoje é possível encontrar pessoas que costumam fazer roupas com costureiros, visando a um ajuste ideal da peça às medidas de seu corpo. No entanto, é comum as pessoas comprarem roupas feitas segundo padrões de medida específicos. A variedade de marcas existentes leva a diferentes medidas-padrão própria.

Nesse contexto, podemos realizar uma investigação acerca do “tamanho (numeração) da calça jeans de uma pessoa de acordo com suas medidas”. A numeração de calças utilizada para homens é a mesma numeração utilizada para mulheres? Calças jeans têm numeração diferente daquela usada para outros tipos de calças? Quais medidas do corpo humano são levadas em consideração para definir a numeração da calça jeans?

As perguntas iniciais, possíveis de investigação, discussão e pesquisa, podem conduzir a algumas hipóteses e simplificações importantes para a formulação do problema de investigação. Por exemplo, discutir a questão referente às medidas do corpo humano que são consideradas para estabelecer a numeração da calça jeans implica considerar se o objeto de investigação é a numeração da calça jeans masculina ou feminina. Escolher a calça jeans feminina remete, por sua vez, à discussão de que parte do corpo é determinante para definir a numeração da calça. Neste texto, considerar-se-á a medida do quadril já que, se a calça passa pelo quadril, mesmo ficando um pouco larga na cintura, pode ser adaptada com o uso de algumas pences.

Nesse contexto, conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número de sua calça jeans?

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Deste modo podemos pensar no seguinte problema: *Conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número de sua calça jeans?*

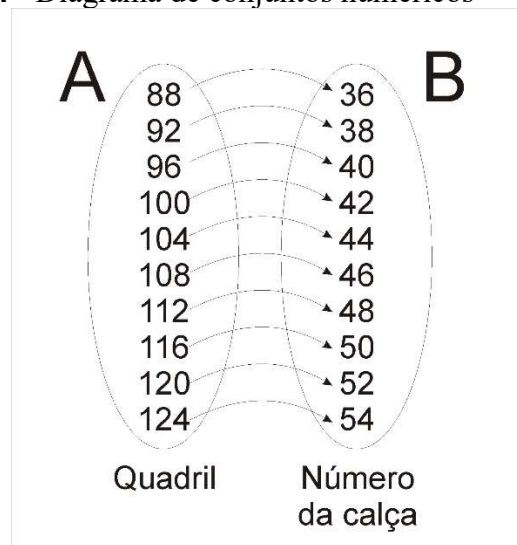
Informações sobre esta situação-problema são necessárias para sua resolução, de tal forma que a coleta de dados pode ser feita realizando medidas em algumas pessoas como também pode ocorrer por meio de pesquisa bibliográfica.

A formulação do problema e a coleta de dados são ações que estão integradas na fase de **inteiração**, após este momento passa-se para a fase de **matematização**.

É na fase da matematização que ocorre a mudança de uma linguagem para outra, ou seja, inicialmente a situação-problema apresenta-se em uma linguagem materna, é na matematização que ocorre a mudança para uma linguagem matemática.

Com o objetivo de estabelecer algumas relações pode-se formar o estudo por meio da representação por diagrama de flechas, cujos conjuntos são formados pelos números naturais (Figura 5).

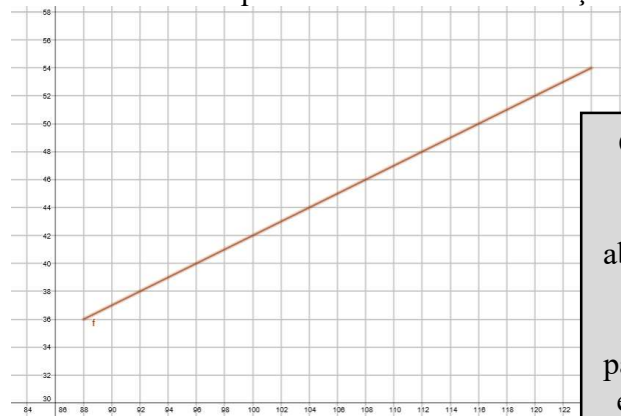
Figura 4 - Diagrama de conjuntos numéricos



Fonte: os autores (2019)

Podemos observar que o conjunto *A* possuem as variáveis independentes e o conjunto *B* as variáveis dependentes, ou seja, neste caso o número da calça jeans feminina vai depender do tamanho do quadril da pessoa. Pode ser conveniente, neste momento, o esboço de um gráfico para tentar verificar qual a tendências dos dados e assim obter o gráfico expresso (Figura 6).

Figura 5 - Gráfico do quadril e do número da calça



Fonte: os autores (2019)

O Gráfico desta atividade foi desenvolvido no *software* GeoGebra, você poderá abordar em alguns momentos o uso da tecnologia da informação e comunicação para auxiliar nestes processos e enriquecer a dinamicidade de suas aulas.

Com vista à tendências dos dados no gráfico acima, podemos formular uma hipóteses de que o comportamento do gráfico obedece ao comportamento de uma função afim, ou seja, uma função do tipo $f(x) = ax + b$, onde $f(x)$ representa o número da calça jeans e x representa a medida do quadril.

Podemos então obter uma função, específica para esta situação, por meio de um sistema de equações, retirando dos dados acima dois pares ordenados. Podemos pegar, por exemplo, os dois extremos: $A(88,36)$ e $B(124,54)$.

$$\begin{cases} 36 = 88a + b \\ 54 = 124a + b \end{cases}$$

Reorganizando os dados temos:

$$\begin{cases} 88a + b = 36 \\ 124a + b = 54 \end{cases}$$

Pelo método da subtração, temos que:

$$\begin{cases} -88a - b = -36 \\ 124a + b = 54 \end{cases}$$

$$36a = 18$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\text{Logo: } 88a + b = 36$$

$$88 \cdot \frac{1}{2} + b = 36$$

$$b = 36 - 44$$

$$b = -8$$

E assim, chegamos à lei de formação $f(x) = \frac{1}{2}x - 8$, que representa a situação inicial. A validação pode ser feita confrontando o modelo matemático obtido com as hipóteses levantadas e a interpretação dos resultados. O modelo matemático encontrado representa a relação existente entre o número do quadril de uma pessoa e o número de sua calça jeans. A seguir apresentaremos um exemplo de abordagem que pode ser direcionada para o Ensino Médio.

Sugestão para o Ensino Médio

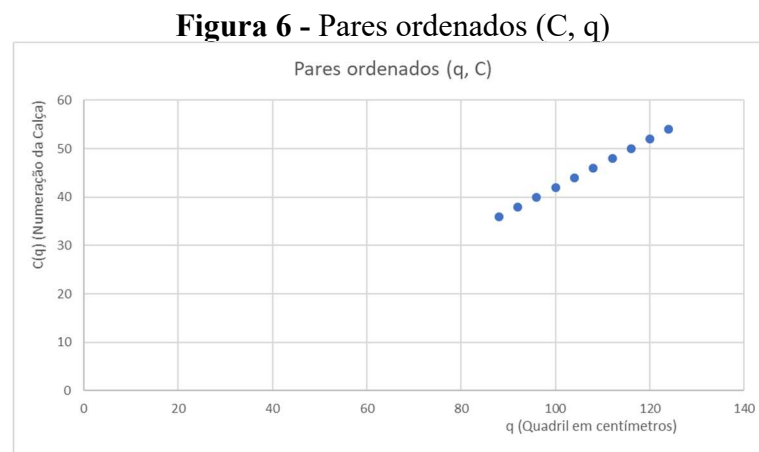
A **inteiração** com o assunto a ser estudado poderá ocorrer inicialmente com uma breve explicação do contexto da atividade em que fala sobre o tamanho de uma calça jeans feminina, neste caso pelo professor. Esta atividade visa proporcionar um estudo sobre a calça jeans feminina e sua relação com o quadril de tal forma que a leitura do texto a seguir (Quadro 8) poderá ser feita de modo a oferecer maiores informações sobre esta relação existente.

Deste modo podemos pensar no seguinte problema: *Conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número de sua calça jeans?*

Informações sobre esta situação-problema são necessárias para sua resolução, de tal forma que a coleta de dados pode ser feita realizando medidas em algumas pessoas como também pode ocorrer por meio de pesquisa bibliográfica.

Com o objetivo de estabelecer algumas relações entre as variáveis, C = número da calça (variável dependente) e q = medida do quadril em centímetros (variável independente), pode ser útil a construção de um gráfico os pares ordenados do Quadro 6, para observação da tendência dos dados. Observando esses pares ordenados (Figura 7), é possível elaborar a hipótese.

Hipótese 1: *a relação entre o quadril e o número da calça é representada por uma função do primeiro grau.*



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 49)

Observando esses pares ordenados (Figura 7), é possível elaborar uma outra hipótese.

Hipótese 2: *a relação entre o quadril e o número da calça é representada por uma função do primeiro grau.*

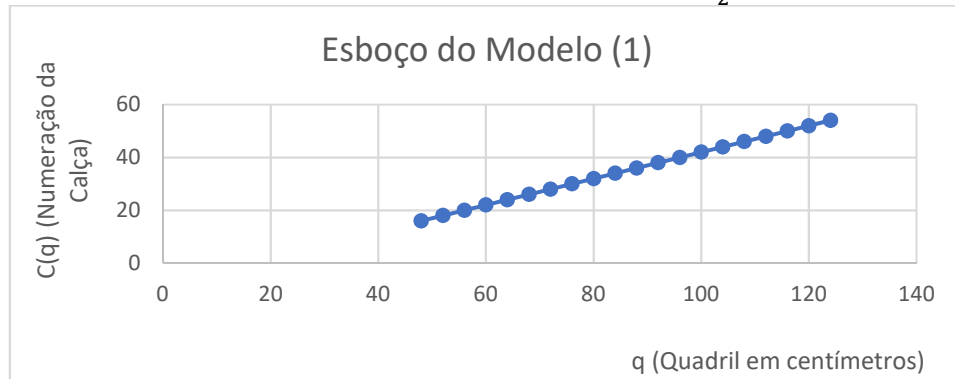
A formulação de hipóteses pertence a fase de interação, mas como dito anteriormente, a atividade de Modelagem Matemática permite o movimento de ‘idas’ e ‘vindas’ entre as fases e a mesma não é percorrida de forma linear.

Considerando a hipótese de que uma função polinomial do primeiro grau se ajusta aos dados, podemos tomar dois pontos quaisquer e construir um sistema, obtendo o

modelo (1) cujo gráfico é apresentado na Figura 8, onde q é a medida do quadril em centímetros e $C(q)$ a numeração da calça.

$$C(q) = \frac{1}{2}q - 8 \quad (1)$$

Figura 7 - Esboço do modelo (1): $C(q) = \frac{1}{2}q - 8$



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 49)

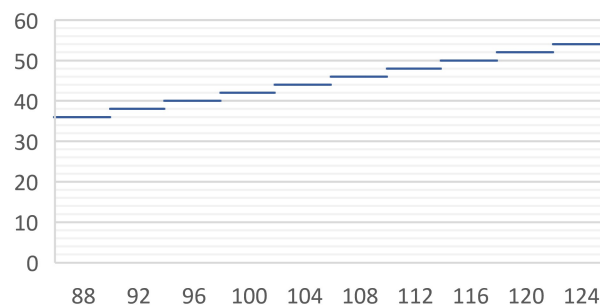
O Modelo Matemático (1) apresenta uma relação existente entre o número da calça jeans e a medida do quadril, no entanto, os intervalos existentes com relação à medida do quadril são apresentados em intervalos múltiplos de 4, utilizando o Modelo Matemático (1) para calcular o número da calça jeans de uma pessoa que tenha a medida do quadril correspondente a 102 centímetros, por exemplo, o Modelo Matemático (1) faria corresponder a ela uma calça de número 43, logo, uma numeração que não existe na relação apresentada no enunciado. Deste modo, é preciso acrescentar ao Modelo Matemático (1) os intervalos para a medida do quadril e, para isso, pode-se construir o Quadro 7. Para a construção deste Quadro 7, considera-se que uma pessoa com quadril de 89 centímetros, por exemplo, compra uma calça de numeração 38 e não de 36, já que esta última ficaria apertada e não possibilitaria ajuste. Os dados do Quadro 9 são representados no gráfico da Figura 8.

Quadro 9 - Número da calça e medida do quadril em intervalos

Quadril (centímetro)	Número da calça
88	36
]88, 92]	38
]92, 96]	40
]96, 100]	42
]104, 106]	44
]106, 110]	46
]110, 114]	48
]114, 116]	50
]116, 120]	52
]120, 124]	54

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Com a utilização dos dados que foram dispostos no Quadro 7, podemos então, fazer sua representação gráfica (Figura 9).

Figura 8 - Gráfico considerando os valores do Quadro 9

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Modificar o modelo $C(q) = \frac{1}{2}q - 8$ para atender à característica expressa no Quadro 7 e na Figura 8 implica considerar a função “maior inteiro”.

Função Maior Inteiro e Menor inteiro

Kenneth Eugene Iverson (1920-2004) é o matemático canadense que introduziu, ainda que na década de 1960, uma notação e uma nomenclatura especiais para as funções ‘maior inteiro’ e ‘menor inteiro’, denotadas, respectivamente por $\lceil x \rceil$ e $\lfloor x \rfloor$, as funções definidas no conjunto dos números reais pelas seguintes regras:

$\lceil x \rceil$ = o maior inteiro menor ou igual a x .

$\lfloor x \rfloor$ = o menor inteiro maior ou igual a x .

Outra notação utilizada para a função maior inteiro é $\lceil \lceil x \rceil \rceil$.

Para construir uma expressão que contemple as condições apresentadas no Quadro 7, é preciso considerar que as medidas do quadril para as quais existe numeração de calça são múltiplos de quatro. Nesse sentido, é preciso pensar num modo de tornar toda numeração de quadril um múltiplo de quatro antes mesmo de associar, ao quadril, o número da calça. Isso pode ser feito utilizando-se a expressão $4 \left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor$. Nessa expressão, dividindo-se a medida do quadril por 4 e considera-se o maior inteiro deste resultado. A seguir, multiplica-se o resultado por 4 de modo a obter uma numeração de quadril pertencente aos valores do Quadro 7. Tomando 103,5 centímetros como medida do quadril, por exemplo, obteríamos, a partir da expressão $4 \left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor$, o ajuste 100, obtemos $C(q)$ múltiplo de 2. Vejamos, $C(q) = \frac{4 \left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor}{2} - 8$ ou ainda,

$$C(q) = 2 \left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor - 8 \quad (2)$$

Com o modelo (2) todos os resultados obtidos para $C(q)$ são múltiplos de 2, tal como acontece na numeração da calça. No entanto, esse modelo sempre associa a uma determinada medida de quadril um número de calça menor do que deveria ser, assim como no exemplo da medida fictícia de 103,5 centímetros. Neste caso, obteríamos $C(q) = 42$, numeração de calça que não serviria para uma pessoa de quadril 103,5 centímetros, já que tal numeração corresponde ao quadril de medida 100 centímetros. E agora, o que fazer?

Para resolver o novo problema, basta adicionar 1 ao maior inteiro de $\left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor$ antes de multiplicá-lo por dois, conforme mostra a expressão (3)

$$C(q) = 2 \left(\left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor + 1 \right) - 8 \quad (3)$$

O modelo (3) é válido para valores inteiros de q não múltiplos de 4. Para os múltiplos de 4 pertencentes ao domínio $[88, 124]$ consideramos a expressão (1). Finalmente, para expressar o número da calça feminina em função da medida do quadril, o modelo matemático usado pode ser:

$$C(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}q - 8 & \text{se } q = 4n \text{ e } 88 \leq n \leq 124 \\ 2 \left(\left\lfloor \frac{q}{4} \right\rfloor + 1 \right) - 8 & \text{se } q \neq 4n \text{ e } 88 \leq n \leq 124 \end{cases}$$

Este modelo também é representado pelo gráfico da Figura 8.

Nesta situação, a validação se deu no curso do desenvolvimento da investigação, interpondo sempre os modelos obtidos com as hipóteses e informações iniciais - passo a passo. Pode-se dizer, que na situação, os modelos obtidos eram analisados frente às hipóteses e às informações iniciais que orientava os encaminhamentos da atividade. No entanto, para validar o modelo matemático, pode-se ainda, atribuir diferentes valores para o quadril e relacioná-los à numeração da calça jeans.

A seguir, será apresentado o aporte teórico 01, apresentaremos considerações sobre o texto e um possível encaminhamento metodológico para o seu estudo.

Aporte teórico 01 - O que é Modelagem Matemática na Educação Matemática?

Neste tópico, apresentaremos algumas considerações sobre o texto 01 - O que é Modelagem Matemática na Educação Matemática? de autoria dos pesquisadores Almeida; Silva e Vertuan (2012), seguida de uma indicação de abordagem metodológica para o estudo e condução do texto.

Considerações sobre o texto 01 - O que é Modelagem Matemática na Educação Matemática?

A escolha do texto se justifica por apresentar a Modelagem Matemática na Educação Matemática como uma alternativa pedagógica em que é possível ensinar a matemática escolar baseando-se em situações da realidade, que em geral, estas situações podem não ser essencialmente da matemática.

Neste sentido, o termo “problema” é entendido como uma situação na qual não há um esquema de resolução prévio. Para sua resolução não há soluções indicadas. Assim, entre a situação inicial (a qual corresponde à problemática) e a situação final (que representa uma solução para a situação inicial), destacam-se alguns procedimentos, os quais são denominados inteiração, matematização, resolução, análise de resultados e validação.

O texto apresenta a origem da palavra “modelo” e define este termo, baseado em Cunha (1989) como “representação de alguma coisa” e, conseqüentemente, na área da Educação Matemática, **modelo matemático** pode ser entendido como “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de alguns problemas” (ALMEIDA; SILVA;

VERTUAN, 2012, p. 13). De tal modo que um modelo matemático pode ser escrito de diversas formas, seja algébrica, tabular, gráfica, etc.

Além de abordar os procedimentos necessários para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, o texto apresenta elementos que são característicos da Modelagem Matemática como situação-problema, processo investigativo e análise interpretativa.

Abordagem metodológica para o estudo do texto

Uma possível abordagem a ser utilizada é o estudo dirigido, que segundo Okane; Takahashi (2004) é um “método ou técnica de ensino para tornar o educando independente do professor, orientando-o para estudos futuros e participação na sociedade”. Aconselha-se dividir os cursistas em grupos, após a divisão eles irão participar de dois momentos distintos, o primeiro é mais individualizado, onde os cursistas irão fazer a leitura do material por completo; anotar partes que eles julgam interessantes; procurar palavras desconhecidas que são apresentadas no texto; sublinhar as principais ideias do texto e procurar os conceitos e características da Modelagem Matemática segundo a perspectiva dos autores do texto.

Em um segundo momento, haverá uma discussão das ideias centrais entre os cursistas que estão divididos em grupos para sínteses de cada grupo, após esta etapa, aconselha-se uma discussão mais abrangente com questões norteadoras entre todos os grupos. As questões a seguir podem servir de sugestões:

- 1) *Como os autores definem Modelagem Matemática na Educação Matemática?*
- 2) *O que os autores entendem por problemas da realidade?*
- 3) *Há fases para se trabalhar com a Modelagem Matemática? Quais?*
- 4) *Qual a definição destes autores de modelo matemático?*
- 5) *Dê exemplos de Modelos Matemáticos?*

Ao concluir estas discussões passaremos para o fechamento do módulo I que se encerra com a reflexão entre a teoria e a prática trabalhados pelo aporte teórico 01 e o desenvolvimento da atividade 01.

Fechamento do primeiro módulo

Após a realização da atividade 01 e da leitura e discussão do aporte teórico 01, encerraremos o primeiro módulo do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, com a retomada da atividade 01 desenvolvida pelos cursistas relacionando os desenvolvimentos com o aporte teórico 01, indicando as fases da Modelagem Matemática que foram percorridas durante o desenvolvimento da atividade sugerida, ou seja, relacionando a teoria com a prática desenvolvida pelos cursistas.

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Módulo II

Introdução

A parte inicial deste módulo deverá ocorrer com o estudo do texto “MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma oportunidade para a flexibilidade do professor de matemática”, seguida do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática denominada de “Atividade do Tanque de óleo”, pesquisas de temas e problemáticas de interesse dos cursistas, estudo do texto “Como usar a Modelagem Matemática?”, desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática denominada “Medindo a quantidade de chuva” e instruções para o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do terceiro momento de familiarização.

Estrutura do Módulo II

A estrutura proposta para o módulo II do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica apresenta-se sintetizada no Quadro 10.

Quadro 10 - Módulo II do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica

Módulo I - Curso de Formação Continuada de Professores	
Aporte teórico 02	✓ MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma oportunidade para a flexibilidade do professor de matemática. (ROSA; KATO, 2014)
Atividade de Modelagem Matemática	✓ Atividade do Tanque de Óleo (KAWAKAMI; SAEKI; MATSUZAKI, 2013)
Atividade extraclasse	✓ Pesquisas sobre temas e problemáticas de interesse dos cursistas
Aporte teórico 03	✓ Como usar a Modelagem Matemática? (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012)
Atividades de Modelagem Matemática	✓ Medindo a quantidade de chuva (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012)
Atividade presencial	✓ Instruções para o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática do terceiro momento de familiarização.
Carga Horária	✓ 16 horas

Fonte: os autores (2019).

No que se refere ao desenvolvimento das atividades propostas no Quadro 10, estas serão feitas de forma presenciais e em Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), durante o decorrer do Módulo II.

Descrição das Atividades do Módulo II

Nos tópicos a seguir, descreveremos as atividades do módulo II (Quadro 10) dos quais referem-se aos aportes teóricos; Atividades de Modelagem Matemática; Atividades presenciais e extraclasse e conclusão do módulo.

Aporte teórico 02 - Modelagem Matemática: uma oportunidade para a flexibilidade do professor de matemática

Neste tópico, apresentaremos algumas considerações sobre o texto 02 - MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma oportunidade para a flexibilidade do professor de matemática dos autores Rosa e Kato (2014), seguida de uma indicação de abordagem metodológica para o estudo e condução do texto.

Considerações sobre o texto 02 - Modelagem Matemática: uma oportunidade para a flexibilidade do professor de Matemática

A escolha do texto “MODELAGEM MATEMÁTICA: Uma oportunidade para a flexibilidade do professor de Matemática” escrito pelas autoras Rosa e Kato (2014) foi feita por apresentar resultados obtidos por meio de uma pesquisa com professores da Educação Básica cujo objetivo foi apontar as potencialidades da Modelagem Matemática para o exercício da flexibilidade do professor de Matemática.

Neste texto, as autoras utilizam a relação entre o professor reflexivo e os vértices do triângulo de Jean Houssay que contém a relação entre professor, aluno e conteúdo específico, com tal relação foram criadas quatro categorias que definem o professor reflexivo.

Categoria I, o professor que domina o conhecimento científico a ser ensinado, Categoria II o professor é um estrategista do ensino, Categoria III o professor reconhece não ser o único detentor do conhecimento e Categoria IV o professor é um conhecedor de si mesmo.

As observações das autoras contaram com três momentos distintos, observações sobre a prática docente dos professores antes, durante e após um curso de formação continuada em Modelagem Matemática.

As reflexões provenientes dos professores que participaram desta pesquisa trazem características que podem ser comuns aos dos participantes deste curso, com isso, vale estabelecer relações entre as experiências dos cursistas e as experiências relatadas pelos professores que participaram da pesquisa das autoras.

Abordagem metodológica para o estudo do texto

Uma possível abordagem a ser utilizada é o estudo dirigido, que já foi apresentado anteriormente. Os cursistas receberão o texto 02 ao término do Módulo I, e realizarão seus estudos extraclasse, seguindo os pressupostos do estudo dirigido, ou seja, anotando as partes que eles julgam interessantes; procurar palavras desconhecidas que são apresentadas no texto; sublinhar as principais ideias do texto e procurar as características apresentadas sobre o professor reflexivo.

Em um segundo momento, haverá uma discussão das ideias centrais entre os cursistas que estão divididos em grupos para sínteses de cada grupo, por se tratar de um momento extraclasse, esta discussão deverá ocorrer também de forma extraclasse, os encontros poderão ser combinados entre os cursistas da forma que lhes forem melhores. Poderá ser sugerido encontros virtuais utilizando-se de ferramentas de comunicação instantânea disponíveis na internet, como o *Skype*, *WhatsApp* etc. As anotações e sínteses de cada grupo deverão ser enviadas no AVA em data previamente agendada.

Após esta etapa, aconselha-se uma discussão mais abrangente com questões norteadoras entre todos os grupos no próximo encontro presencial. As questões a seguir podem servir de sugestões:

- 1) *Você conhece alguém que se identifica com alguma das características apresentadas neste artigo?*
- 2) *Quais são as características mais comuns?*
- 3) *Vocês concordam que a Modelagem Matemática pode ser um caminho para a flexibilidade do professor?*
- 4) *Há alguma característica apresentada por outro grupo que se encaixa com sua vivência na comunidade escolar?*

Assim, passaremos para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática denominada de “Atividade do tanque de óleo”.

Atividade de Modelagem Matemática 02 - Atividade do Tanque de óleo

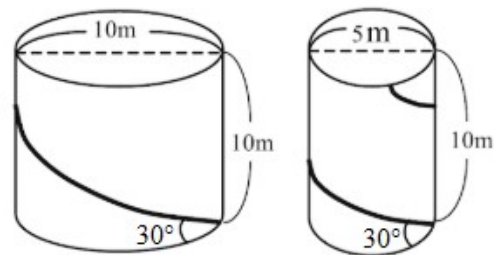
A atividade que será desenvolvida neste momento respeitará o segundo momento de familiarização das atividades de Modelagem Matemática conforme sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2012) no qual o professor sugere uma situação-problema ou um tema para os alunos, e estes, em grupo deveram complementar as informações sobre o tema pesquisado, formular um problema que necessita de solução, realizar a definição de variáveis, as simplificações necessárias, a formulação de hipóteses, a obtenção e validação do modelo matemático e por fim apresentar uma solução para a situação-problema inicial. O que muda de um momento para o outro é a familiarização dos alunos com os procedimentos necessários para a solução de uma situação-problema.

Material para entregar aos cursistas

Quadro 11 - Atividade do tanque de óleo

Atividade do Tanque de Óleo

Existem vários tipos de tanques de óleo. Suas alturas são iguais, mas seus diâmetros são diferentes. Os comprimentos das escadas, em espiral, nestes tanques de óleo são iguais ou não? O ângulo da escada em relação ao solo é de 30° .



Atividade do tubo de papel higiênico

Como é impossível abrir ao longo da escada real, em espiral, do tanque de óleo. Podemos usar um tubo de papel higiênico como uma forma semelhante à de um tanque de óleo, pois o tubo de papel higiênico pode ser aberto ao longo de sua fenda para mostrar a forma 2D. Considere o que seria a forma de um tubo de papel higiênico aberto.

Fonte: Nunes, Nascimento e Sousa (2018)

Os cursistas serão organizados em grupos, cada grupo receberá uma cópia do texto apresentado (Quadro 11) e um tubo de papel higiênico para manipulação e coleta dos dados, serão disponibilizados também réguas escolares, tesouras, cola e um rolo de barbante. Nos próximos tópicos apresentaremos sugestões de abordagens e condução desta atividade.

Abordagem metodológica para o desenvolvimento da atividade 2

Esta atividade será desenvolvida em grupos de no máximo 5 cursistas divididos por nível de atuação na Educação Básica, ou seja, os professores que atuam no Ensino Fundamental e os que atuam no Ensino Médio, esta divisão se dá em função das discussões sobre as possibilidades de resolução da situação-problema proposta e adequação na linguagem utilizada para o desenvolvimento na Educação Básica.

Após o desenvolvimento desta atividade, os grupos deverão ser reorganizados em círculo para apresentação dos resultados obtidos, é importante trazer neste momento, discussões sobre a forma de resolução de cada grupo, os conteúdos matemáticos emergentes, como foram as validações e interpretações dos resultados de cada grupo.

Ao término desta discussão é importante que haja uma conversa voltada para prática docente, conforme relações com o aporte teórico 2. Questões norteadoras podem ser feitas para fomentar a discussão, por exemplo, como podemos trabalhar com os conteúdos matemáticos de forma contextualizada? Como deve ser o papel do professor durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática? É possível criar uma situação que promova a formação crítica do aluno? É possível promover a colaboração entre os alunos em atividades investigativas?

A seguir, apresentaremos as sugestões de resolução da situação problema apresentada.

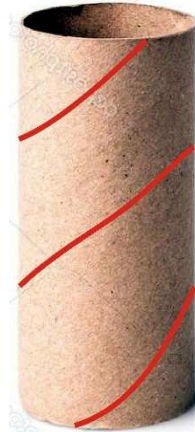
Sugestão para o Ensino Fundamental

A **inteiração** com o assunto a ser reestudado poderá ocorrer com uma conversa sobre o tanque de armazenamento que são utilizados para estocagem de grãos ou de alimentos, se houver a possibilidade de indicar empresas que possuem tanque de armazenagens próximo à cidade, poderá ser citado para enriquecer a discussão. Após esta breve conversa, a leitura do texto sobre a atividade do tanque de óleo (Quadro 11) é conveniente para despertar o interesse na investigação proposta.

A organização para o desenvolvimento desta atividade, deverá ocorrer em grupos de alunos, para que se possa favorecer o diálogo e a troca de ideias entre eles. O texto apresentado no Quadro 11 pode ser distribuído, juntamente com o tubo de papel higiênico, para que a investigação possa ser feita.

Sugere-se que seja disponibilizado também um barbante e cola, para que se possa representar o corrimão da escada, em espiral, que está em volta ao tanque. Assim, ao colarem o barbante no tubo de papel higiênico, esta situação estaria representada, conforme Figura 10.

Figura 9 - Tubo de papel higiênico



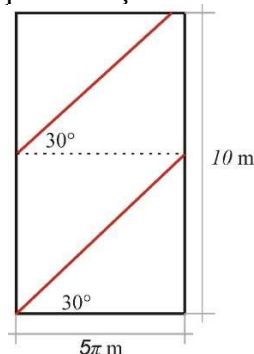
Fonte: os autores (2019)

Um corte vertical poderá ser feito no tubo de papel higiênico para representar a forma 2D, juntamente com a marcação do corrimão. Com vista na planificação do tubo de papel higiênico com as marcações já feitas, pode-se formular uma primeira hipótese.

Hipótese 1: *As marcações do corrimão, na planificação do tubo de papel higiênico, não atingiram em uma única reta, de sua extensão da base ao topo do papel higiênico.*

Utilizando os dados do tanque apresentado no texto cujo diâmetro é de 5π metros, podemos obter um modelo geométrico utilizando a planificação do tubo de papel higiênico (Figura 11).

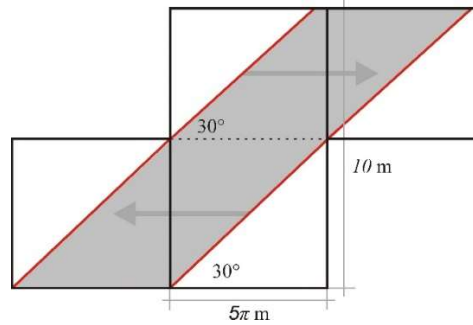
Figura 10 - Representação da planificação do tanque de óleo de diâmetro menor



Fonte: os autores (2019)

Podemos espelhar a parte superior e inferior desta planificação e obtermos assim uma nova figura geométrica, um trapézio, conforme a Figura 12.

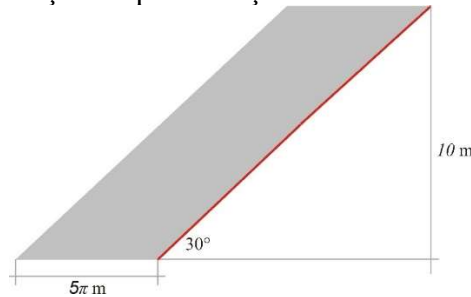
Figura 11 - Representação do espelhamento do tanque de óleo de diâmetro menor



Fonte: os autores (2019)

Como nosso objetivo é calcular o comprimento do corrimão, podemos recorrer as relações trigonométricas no triângulo retângulo, pois temos a informação de a inclinação da escada é de 30° e a altura do trapézio é de 10 metros, conforme indica a Figura 13 abaixo.

Figura 12 - Representação da planificação com as medidas do tanque de óleo



Fonte: os autores (2019)

Assim sendo, temos a medida do cateto oposto ao ângulo de 30° , que é de 10 metros, se determinarmos a distância da hipotenusa, encontraremos o comprimento do corrimão do tanque de óleo, seja h o valor da hipotenusa temos que:

$$\text{Sen } 30^\circ = \frac{10}{h}$$

$$0,5 = \frac{10}{h}$$

$$h = \frac{10}{0,5}$$

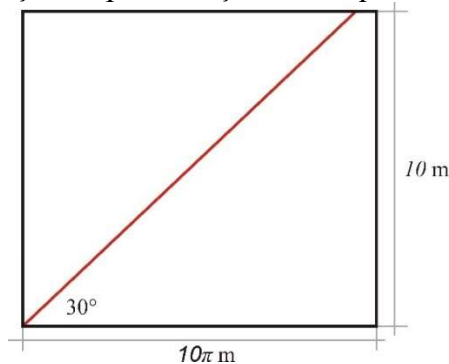
$$h = 20 \text{ m}$$

Assim, podemos verificar que o comprimento do corrimão é de 20 metros. Analisando o modelo geométrico encontrado acima, podemos formular uma segunda hipótese.

Hipótese 2: *o comprimento do corrimão não depende do diâmetro do tanque de óleo.*

Podemos verificar esta hipótese para o segundo tanque de óleo, visto que, por possuir um diâmetro maior, obtemos uma planificação conforme a Figura 14.

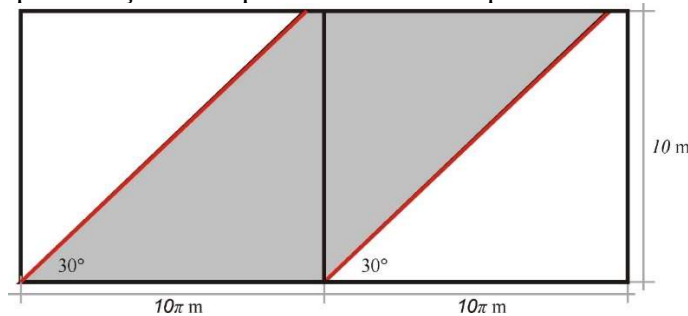
Figura 13 - Representação da planificação do tanque de óleo de diâmetro maior



Fonte: os autores (2019)

Ao espelhar este tanque de óleo, podemos notar que o trapézio irá aumentar sua área, mas a altura permanecerá a mesma e consequentemente o comprimento do corrimão será o mesmo, conforme apresentado na Figura 15.

Figura 14 - Representação do espelhamento do tanque de óleo de diâmetro menor



Fonte: os autores (2019)

De tal forma, podemos responder à questão apresentada na situação-problema do Quadro 11, que o comprimento do corrimão de ambos os tanques de óleo será o mesmo, haja vista que nossa hipótese 2 foi confirmada, ou seja, o comprimento do corrimão não depende do

diâmetro do tanque de óleo, mas depende de sua altura. A seguir passaremos a uma possível solução à problemática para o Ensino Médio.

Possível abordagem do problema no Ensino Médio

A **inteiração** com o assunto a ser reestudado poderá ocorrer com uma conversa sobre o tanque de armazenamento que são utilizados para estocagem de grãos ou de alimentos, se houver a possibilidade de indicar empresas que possuem tanque de armazenagens próximo à cidade, poderá ser citado para enriquecer a discussão. Após esta breve conversa, a leitura do texto sobre a atividade do tanque de óleo (Quadro 11) é conveniente para despertar o interesse na investigação proposta.

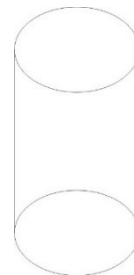
Suponha-se que inicialmente que seria pertinente resolver esta situação, do tanque de óleo, como uma planificação da imagem do tanque de óleo juntamente com o corrimão em espiral, não sendo possível realizar esta planificação com o próprio tanque de óleo, sugerimos neste momento, trabalhar com um tubo de papel higiênico (Figura 16), por conta da sua similaridade das formas geométricas e pela praticidade de trabalhar com materiais manipuláveis. Podemos representar com o tubo de papel higiênico um cilindro regular (Figura 17).

Figura 15 - Tubo de papel higiênico



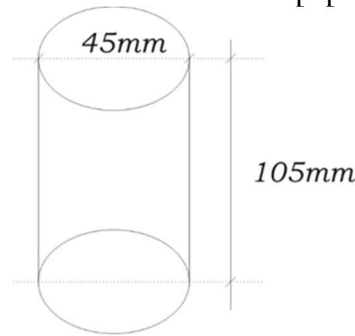
Fonte: os autores (2019)

Figura 16 - Cilindro regular

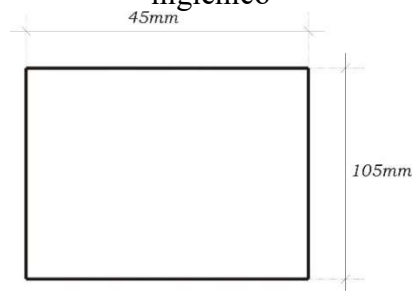


Fonte: os autores (2019)

Podemos ainda auferir as medidas do diâmetro do tubo do papel higiênico bem como a de sua altura, com auxílio de uma régua conforme demonstrado na Figura 18.

Figura 17 - Medidas do tubo de papel higiênico**Fonte:** os autores (2019)

Inicialmente podemos supor que ao recortamos o tubo de papel higiênico paralelamente à sua base até seu topo, obteremos um retângulo com base de $45mm$ e altura de $105mm$ (Figura 19).

Figura 18 - Dimensões da planificação do tubo de papel higiênico**Fonte:** os autores (2019)

Porém, ao medirmos as dimensões do tubo de papel higiênico com uma régua iremos verificar que a primeira conjectura não é verdadeira, tendo em vista que $45mm$ refere-se ao diâmetro da circunferência do tubo de papel higiênico e não ao comprimento desta circunferência. Portanto, podemos calcular a base do retângulo calculando o comprimento da circunferência conforme demonstrado:

$$\begin{aligned} C_{base} &= 2\pi r \\ C_{base} &= 2 \cdot \pi \cdot 22,5 \\ C_{base} &\cong 141mm \end{aligned}$$

Conversando em sala de aula:

Professor! Neste momento, talvez seja importante relembrar como se obtém o comprimento de uma circunferência, ou seja, relembrar que a razão entre o comprimento de uma circunferência pelo seu raio corresponde a uma constante que chamamos de $\pi \cong 3,14$.

Então temos que $\frac{C}{D} = \pi$, onde C corresponde ao comprimento da circunferência e D ao diâmetro da circunferência.

E assim, podemos isolar o comprimento obtendo $C = D\pi$ e ainda sabendo que o diâmetro é 2 vezes o raio, temos que:

$$C = 2\pi r$$

Onde:

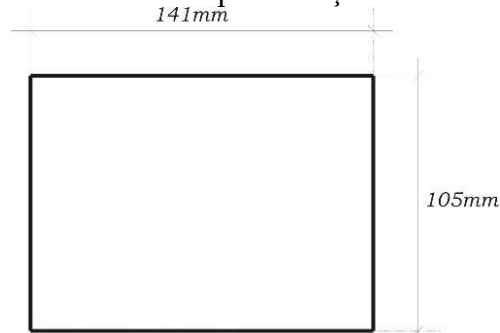
C = Comprimento da circunferência

r = Raio da circunferência

π = é uma constante de valor aproximado a $3,14$.

Portanto, podemos apresentar a planificação do tubo de papel higiênico com as novas dimensões representado pelo retângulo abaixo (Figura 20):

Figura 19 - Novas dimensões da planificação do tubo de papel higiênico



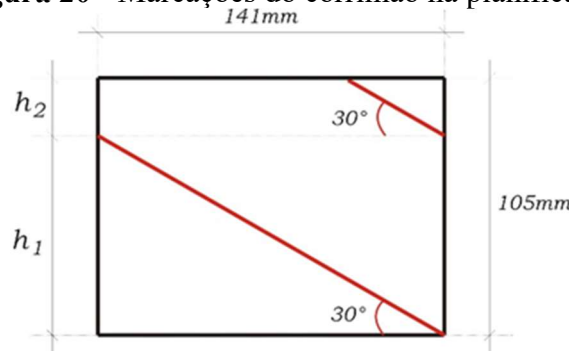
Fonte: os autores (2019)

Assim, podemos representar o corrimão de um tanque desenhando um seguimento na planificação do tubo de papel higiênico, mas para tanto, teremos como hipótese que este corrimão deverá ter um ângulo de 30° em relação ao solo. A Figura 16 representa a planificação do tubo de papel higiênico com a marcação do corrimão, como o seguimento não chega ao topo desta planificação continuaremos o seguimento com acima da origem do primeiro seguimento, porém iniciando na mesma altura do ponto final do primeiro seguimento. Isto significa que, utilizando-se um ângulo de 30° o corrimão deste tubo precisaria dar uma volta inteira e terminaria um pouco à frente da origem do corrimão alcançando o topo do papel higiênico.

Conversando em sala de aula:

Professor! Neste momento, talvez seja importante relembrar ou iniciar, conceitos trigonométricos no triângulo retângulo de seno, cosseno e tangente. E também sobre estes conceitos e os ângulos notáveis. A construção da tabela dos ângulos notáveis pode ser eficiente e auxiliar nos cálculos desta atividade.

	30°	45°	60°
Sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Figura 20 - Marcações do corrimão na planificação**Fonte:** os autores (2019)

A incógnita h_1 representa a altura do primeiro lance do corrimão e a incógnita h_2 representa a segunda altura do lance do corrimão. Podemos calcular a altura do primeiro lance do corrimão do tubo de papel higiênico utilizando o conceito de tangente, como segue:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{h_1}{141} \\ h_1 &= \operatorname{tg} 30^\circ \cdot 141 \\ h_1 &\cong 82 \end{aligned}$$

Conhecendo a altura do primeiro lance de escada do corrimão, podemos determinar o comprimento do primeiro lance do corrimão utilizando-se o Teorema de Pitágoras ou pelas relações trigonométricas, seno ou cosseno, neste exemplo, utilizaremos o Teorema de Pitágoras. $C_1^2 = h_1^2 + d^2$ onde, C_1 é o comprimento do primeiro lance do corrimão, h_1 é a altura correspondente ao primeiro lance do corrimão e d é a distância da base do primeiro lance do corrimão. Então temos:

$$\begin{aligned} C_1^2 &= 82^2 + 141^2 \\ C_1 &= \sqrt{26648} \\ C_1 &\cong 163 \end{aligned}$$

Sabendo que a altura máxima do tubo de papel higiênico é de 105 mm e que a altura do primeiro lance do corrimão é de 82 mm, podemos determinar h_2 subtraindo da altura máxima a altura do primeiro lance do corrimão, então temos:

$$\begin{aligned} h_2 &= 105 - 82 \\ h_2 &= 23 \end{aligned}$$

Assim formamos um novo triângulo retângulo com as dimensões de $h_2 = 23mm$ e o ângulo de 30° , podendo assim determinar o comprimento do segundo lance do corrimão:

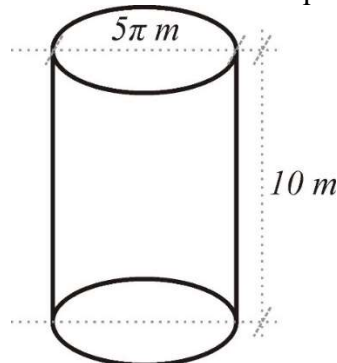
$$\begin{aligned}\text{sen}30^\circ &= \frac{23}{C_2} \\ C_2 &= \frac{23}{\text{sen}30^\circ} \\ C_2 &\cong 47\end{aligned}$$

E para obter o comprimento total do corrimão, basta que somemos os dois comprimentos encontrados, ou seja, $C_1 + C_2$, assim:

$$\begin{aligned}C_T &= 163 + 47 \\ C_T &= 210\end{aligned}$$

Chegando ao comprimento total do corrimão do tubo de papel higiênico, que é de $210mm$. Estes valores podem ser validados com a utilização de uma régua. Após a validação, podemos utilizar este mesmo processo para projetar as medidas do tanque de óleo. De tal forma, podemos então desenhar um cilindro com as medidas obtidas pelo tanque de óleo. Assim como exemplifica a Figura 22.

Figura 21 - Dimensões do tanque de óleo



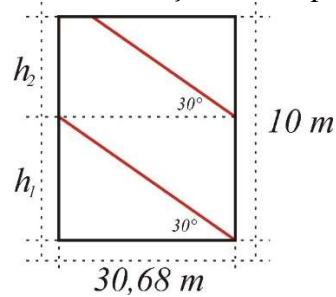
Fonte: os autores (2019)

De tal forma, podemos determinar o comprimento da base do tanque no retângulo, conforme a seguir:

$$\begin{aligned}C_{base} &= 2\pi r \\ C_{base} &= 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \\ C_{base} &\cong 15,70\end{aligned}$$

Assim podemos desenhar a planificação de nosso tanque da seguinte forma:

Figura 22 - Planificação do tanque de óleo



Fonte: os autores (2019)

De posse dos dados, podemos determinar a altura do corrimão, assim temos que:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 30^{\circ} &= \frac{h_1}{b} \\ \operatorname{tg} 30^{\circ} &= \frac{h_1}{30,68} \\ h_1 &= 17,713 \end{aligned}$$

Podemos perceber que h_1 excede a altura máxima do tanque de óleo, isto significa que o comprimento total do corrimão não utilizará todo o comprimento da base, e assim resta saber qual a distância da base que referente a uma altura de 10 m. Podemos utilizar a mesma relação anterior, no entanto, a incógnita agora estará na distância da base. Então temos:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 30^{\circ} &= \frac{h}{b_1} \\ \operatorname{tg} 30^{\circ} &= \frac{10}{b_1} \\ b_1 &= \frac{10}{\operatorname{tg} 30^{\circ}} \\ b_1 &= 17,32 \end{aligned}$$

Então, isto significa que a distância utilizada pela escada em relação a base do retângulo é de 17,32 m e para calcular o comprimento total do corrimão do tanque de óleo, podemos utilizar o Teorema de Pitágoras, conforme segue:

$$\begin{aligned} C_T^2 &= h_1^2 + b_1^2 \\ C_T &= \sqrt{10^2 + 17,32^2} \\ C_T &= 20 \text{ m} \end{aligned}$$

E assim concluímos que o comprimento total do corrimão de um tanque de óleo cujas dimensões são de diâmetro 10 m no fundo e altura 10 m, é de 20 metros.

Atividade extraclasse

Após o desenvolvimento da atividade do tanque de óleo e da atividade do Carbono 14, será solicitado aos cursistas para que pesquisem temas de interesses ou problemáticas para o preenchimento de um formulário eletrônico no AVA, nos horários e datas pré-estabelecidos.

O objetivo desta atividade é preparar os cursistas para o Módulo III, onde eles deverão elaborar uma atividade do terceiro momento de familiarização das atividades de Modelagem Matemática e deverão desenvolvê-las em suas respectivas turmas.

A seguir passaremos para o estudo do aporte teórico 03 “Como usar a Modelagem Matemática?” que são sugestões voltadas para a implementação das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, considerações sobre os textos serão apresentadas, assim como uma possível abordagem para seu estudo.

Aporte teórico 03 - Como usar a Modelagem Matemática?

Neste tópico, apresentaremos algumas considerações sobre o texto 02 - Como usar a Modelagem Matemática? dos autores Almeida, Silva e Vertuan (2012), seguida de uma indicação para abordagem metodológica para o estudo e condução do texto.

Considerações sobre o texto 03 - Como usar a Modelagem Matemática?

A escolha do texto “Como usar a Modelagem Matemática” escrito por Almeida, Silva e Vertuan (2012) deu-se pelas discussões voltadas para as conduções do professor em atividades de Modelagem Matemática, englobando o planejamento das atividades, tempo de desenvolvimento, espaço utilizado, entre outras discussões pertinentes à formação docente em Modelagem Matemática.

Além disto, o texto apresenta a atuação do professor nas aulas de matemática com a Modelagem Matemática e mostra discussões como o enfrentamento de situações

inesperadas retirando-os de sua “zona de conforto”, quem define os temas a serem estudados? Como é inserida as atividades em sala de aula?

No decorrer, os autores sugerem que as atividades de Modelagem Matemática sejam inseridas de forma gradativa respeitando os momentos de familiarização dos alunos com atividades de Modelagem Matemática e apresentam três momentos para se trabalhar com estas atividades.

A seguir será apresentado uma sugestão de encaminhamento metodológico para condução dos estudos sobre o texto referente ao aporte teórico 02 deste módulo.

Abordagem metodológica para o estudo do texto

Uma possível abordagem para o estudo deste texto é a formação de grupos de estudos onde será delegado funções aos cursistas. Sugere-se que um cursista fique responsável por anotações de tópicos relevantes sobre o texto, outro cursista ficará responsável pela apresentação dos tópicos dos grupos.

Após este momento, cada grupo irá apresentar em forma de seminário as principais discussões trazidas pelo seu grupo é muito importante neste momento que se traga as experiências docente com objetivo de incrementar a discussão e apresentar possibilidades de implementação da Modelagem Matemática em sala de aula.

Algumas questões podem ser levantadas para auxiliar nas discussões, como por exemplo:

- 1) O texto apresenta que “a Modelagem Matemática tem se mostrado um obstáculo para sua integração no currículo escolar” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012 p. 20). De fato, as pesquisas de Tambarussi e Klüber (2014b) evidenciam que poucos professores em serviço tiveram em sua formação um contato com a Modelagem Matemática além de Malheiros (2016) que apresentam que alguns professores não a conhecem como abordagem para o ensino e a aprendizagem de Matemática.
- 2) Qual é o papel do professor nas atividades de Modelagem Matemática?
- 3) Espaço e condução das atividades, os autores apresentam três possibilidades para implementação da Modelagem Matemática em sala de aula, nas aulas regulares de matemática, nos horários extraclasse e a combinação dos dois anteriores. Quais são as sugestões dos cursistas para estas possibilidades?
- 4) Como se dá a implementação de atividade de Modelagem Matemática sugerida pelos autores do texto?

Para conclusão dos estudos e fechamento o texto 02 recomenda-se que os principais tópicos que foram discutidos sobre a Modelagem Matemática. Posteriormente, propõe-se uma atividade de Modelagem Matemática para que os professores possam refletir sobre o papel do professor nas atividades de Modelagem Matemática, sobre a condução de uma atividade, sobre o segundo momento de familiarização, de tal forma que a seguir será detalhado a atividade “Medindo a quantidade de Chuva”.

Atividade de Modelagem Matemática - Medindo a quantidade de chuva?

A atividade que será desenvolvida neste momento respeitará o segundo momento de familiarização das atividades de Modelagem Matemática conforme sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2012) no qual o professor sugere uma situação-problema ou um tema para os alunos e estes, em grupo, deveram complementar as informações sobre o tema pesquisado, formular um problema que necessita de solução, realizar a definição de variáveis, as simplificações necessárias, a formulação de hipóteses, a obtenção e validação do modelo matemático e por fim apresentar uma solução para a situação-problema inicial. Basicamente o que muda de um momento para o outro é a independência dos alunos nos procedimentos necessários para a solução de uma situação-problema.

A situação-problema que será apresentada envolve as condições climáticas e podem ser relacionadas com estudo de outras áreas, como por exemplo, um levantamento geográfico sobre clima da região, discussões sobre a falta de água, assim como também o trabalho de conscientização para o não desperdício da água, enfim, cabe aqui a inteiração de diversas formas.

Material para entregar aos cursistas

Quadro 12 - Atividade Medindo a quantidade de chuva

MEDINDO A QUANTIDADE DE CHUVA

A medição da quantidade de água que cai em uma região é dita pluviometria e é expressa em milímetros ou em litros por metro quadrado. O aparelho que mede a quantidade de chuva é o pluviômetro.

Considerando o interesse em entender o significado da medida em milímetros da quantidade de chuva anunciada em noticiários, de posse de um pluviômetro (medida em centímetros de

altura) e a quantidade de chuva em milímetros anunciada. Com essa finalidade, construímos uma escala para o pluviômetro.

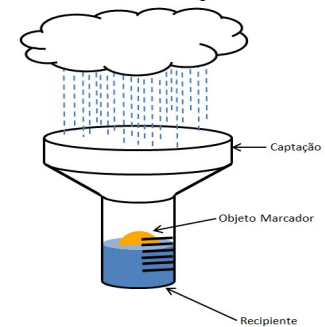
Com essa relação, o problema consiste em determinar a quantidade de chuva, em milímetros, em uma região qualquer usando um pluviômetro experimental.

PLUVIÔMETRO EXPERIMENTAL

De modo geral, um pluviômetro experimental consiste de um recipiente cilíndrico ao qual está acoplado um receptor na forma de um funil, cuja boca é uma região circular de diâmetro relativamente maior do que aquele do cilindro. Ao cilindro armazenador é adicionada uma espécie de medidor, uma escala, que possui o objetivo de medir quantidade de água depositada no cilindro.

O termo utilizado para se referir à quantidade de chuva durante um período de tempo aferida pela pluviometria é “pluviosidade” e a unidade de medida que indica a pluviosidade é o milímetro (mm). À pluviosidade de 1 mm corresponde a queda de 1 litro (L) de água em uma região de 1 m².

Pluviômetro experimental



<http://www.c2o.pro.br/proj/pluviometro/ar01s03.html>

A pluviosidade de 1 mm corresponde ao volume de uma caixa de base quadrada com 1 m de lado e altura de 1 mm.

Assim o volume V , da caixa é dado por:

$$V_c = \text{área da base} \times \text{altura}$$

$$V_c = 1\text{m}^2 \times 1\text{ mm}$$

$$V_c = 1\text{m}^2 \times 0,001\text{ m} = 0,001\text{ m}^3$$

$$V_c = 1\text{dm}^3 = 1\text{ L}$$

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Com base nas informações disponibilizadas (Quadro 12) pelo professor e nas discussões em sala de aula, os alunos serão direcionados, em grupos, à matematização da situação-problema colocada, sua resolução, interpretação de resultados e validação.

Abordagem metodológica para o desenvolvimento da atividade

Esta atividade será desenvolvida em grupos de no máximo 5 cursistas divididos por nível de atuação na Educação Básica, ou seja, os professores que atuam no Ensino Fundamental e os professores que atuam no Ensino Médio, esta divisão se dá em função das discussões sobre as possibilidades de resolução da situação-problema proposta e adequação na linguagem utilizada para o desenvolvimento na Educação Básica.

Cada grupo receberá uma cópia impressa da atividade apresentada no Quadro 12, uma garrafa pet de 2L descartável, uma tesoura, uma fita adesiva e pedrinhas. Será proposto a construção de um pluviômetro artesanal que será detalhada a seguir.

Construção do Pluviômetro

É possível, que nesta atividade seja confeccionado um Pluviômetro Experimental utilizando materiais recicláveis e de baixo custo. A seguir, apresentaremos uma maneira de se construir um Pluviômetro Experimental consultado na internet no *website* da Nova Escola <<https://novaescola.org.br/conteudo/3300/como-construir-um-pluviometro#>>. Você também poderá fazer outras buscas em outros materiais e em outros websites na internet.

Você poderá consultar alguns vídeos que falam da construção de um pluviômetro, veja por exemplo o site <https://www.youtube.com/watch?v=XdVCuGnVDXc>, se for possível transmita-o para seus alunos assistirem.

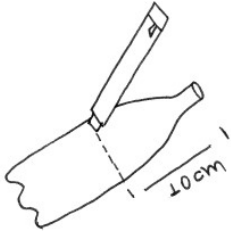
Quadro 13 - Como construir um Pluviômetro Experimental

COMO CONSTRUIR UM PLUVIÔMETRO

Aprenda o passo a passo da construção de um pluviômetro para usar com a turma.

Materiais necessários:

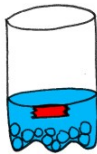
- Uma garrafa pet lisa de 2 litros
- Pedrinhas ou bolinhas de gude (cerca de 10 unidades ou até superar o fundo ondulado da garrafa)
- Régua de 30 centímetros
- Estilete
- Fita adesiva colorida
- Água
- Anilina ou corante

Modo de fazer:

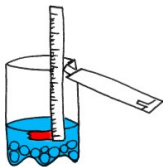
1. Com o estilete, corte a garrafa PET na altura em que ela deixa de ser curva e começa a ficar reta, a uma distância aproximada de 10 centímetros do bico.



2. Preencha cerca de 5 centímetros da garrafa com as pedrinhas ou bolinhas de gude. Complete com água até cobri-las e acrescente algumas gotas de corante.



1. Cole um pedaço de fita colorida na altura do nível da água fazendo uma marca.



4. Com a fita adesiva, fixe a régua na vertical do lado de fora da garrafa fazendo com que o número zero da régua coincida com o nível da água. Corte a parte que ficar além da garrafa.



5. Encaixe o bico da garrada de ponta-cabeça dentro na abertura do pluviômetro.

Utilização:

Coloque o pluviômetro em um lugar plano e aberto, sem que haja nada acima dele ou dos lados que impeça a chuva de atingi-lo. Após a chuva, recolha o objeto e observe quantos milímetros o nível da água subiu na régua. Essa será a medida da chuva para o período em que a medição foi realizada.

Fonte: <<https://novaescola.org.br/conteudo/3300/como-construir-um-pluviometro#>>

Sugestão para o Ensino Fundamental

De posse aos dados apresentado no Quadro 12, e com o pluviômetro em mãos, é preciso associar a pluviosidade, dada em milímetros, a uma escala, dada em centímetros,

visando identificar o volume de água do cilindro armazenador a pluviosidade em milímetros e água.

A área em que se recolhe a chuva é a área de abertura do funil de raio r_1 . A água que passa no funil deposita-se no cilindro circular reto de raio r_2 .

A pluviosidade medida em milímetros corresponde à quantidade de chuva em litros por metro quadrado (L/m^2), de tal modo que 1mm de pluviosidade corresponde a 1 (L/m^2) de água.

Nestes termos, considerrando pluviosidade p de água depositada na altura de 1 cm de cilindro armazenador do pluviômetro, podemos escrever:

$$p = \frac{\text{volume do cilindro com um centimetro de altura}}{\text{área da boca do funil}} \text{ ou seja } p = \frac{V}{A}$$

Nesta atividade, o cilindro armazenador consiste em um cilindro circular reto e a boca do funil é equivalente a um círculo.

Área do círculo - Curiosidade

Volume do Cilindro Reto

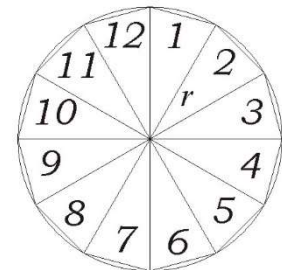
Círculo é uma figura plana limitada por uma circunferência, ou seja, é a reunião da circunferência com todos os pontos que estão em seu interior.

Da mesma forma que o comprimento da circunferência, a área do círculo depende da medida do raio do círculo.

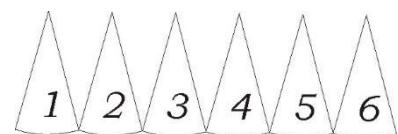
Uma forma de estudar a obtenção de uma fórmula para determinar a área do círculo pode ser por meio da atividade:

Vamos dividir o círculo em 12 partes, por exemplo; cada uma dessas partes denomina-se setor circular e cada um deles tem raio r .

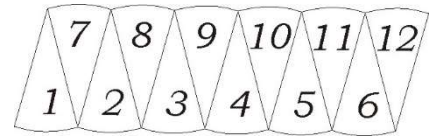
A soma dos lados dessas 12 regiões aproxima-se da do comprimento da circunferência dado por $2\pi r$.



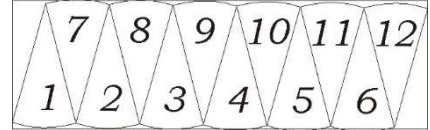
Pegando a metade destes setores, obtemos uma região conforme a figura:



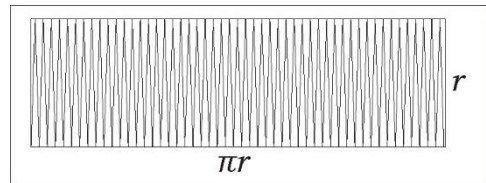
Pegando também a outra metade, encaixando-a sem deixar espaços, obtemos a figura:



Esta figura está próxima de uma região retangular cuja área se aproxima da área do círculo.



Dividindo o círculo em uma quantidade cada vez maior de setores circulares, e agrupando esses setores como fizemos, aproximamos da área do círculo da área do retângulo de medida πr e r .



Podemos assim considerar que: Área do retângulo = Área do círculo, já sabemos que: Área do retângulo = base x altura. Portanto, usando as medidas do retângulo temos que:

$$\text{Área do retângulo} = \pi r^2, \text{ ou seja, } \text{Área do círculo} = \pi r^2$$

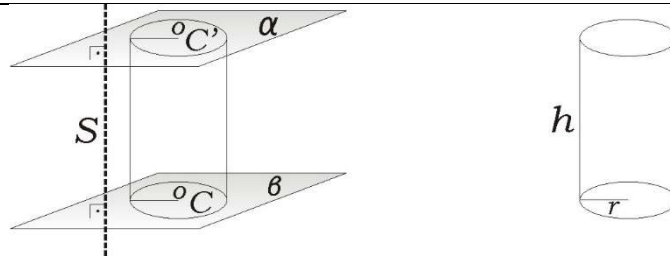
O conceito matemático que fundamenta está “aproximação” é o conceito de limite. Ou seja, na verdade, a ideia de limite nos permite aproximar o perímetro da circunferência pelo perímetro do polígono inscrito nessa circunferência, à medida que o número de lados do polígono aumenta. O mesmo ocorre com o cálculo da área do círculo, pois à medida que o número de lados da região poligonal inscrita aumenta, as áreas dessas regiões se aproximam da área do círculo. Assim, a área do círculo é o valor limite da sequência das áreas das regiões poligonais regulares inscritas no círculo quando o número n de lados das poligonais aumenta arbitrariamente.

Cilindro é um sólido geométrico gerado pela superfície de revolução de um retângulo ao redor de um de seus lados.

Entre os diferentes tipos de cilindro que podemos encontrar, o mais comum é o cilindro circular reto. Para construir um cilindro circular reto em Matemática, consideramos dois planos paralelos distintos no plano α . Consideramos todos os segmentos de reta, paralelos a s , de modo que cada um deles tenha um extremo pertencente ao círculo C . E o outro extremo pertencente ao plano β .

A reunião de todos estes segmentos de reta é um sólido chamado de cilindro circular reto limitado de bases C e C'' , ou simplesmente cilindro circular reto.

A reta s é denominada de *geratriz* do cilindro.



Levando em consideração o cálculo do volume cilindro, é essencial identificar os elementos:

- Bases: são as regiões circulares C e C''
- Altura: a altura de um cilindro é a distância entre os dois planos paralelos que contêm as bases do 'cilindro' (h).
- Raio: é o raio da base circular (r).

Volume do cilindro considerando o volume de um sólido regular qualquer, sabemos que **Volume = Área da base $\times$ altura**, assim, considerando os elementos do cilindro temos que:

$$V = A_{base} \times h \therefore V = \pi r^2 h$$

Onde r é o raio da base e h é a altura do cilindro.

Sabendo que o volume do cilindro reto $V = \pi r_2^2 h$ e que a área da boca do funil é um círculo cuja área é $A_1 = \pi r_1^2$, retornamos ao cálculo da pluviosidade p de água depositada na altura de 1 cm do cilindro armazenador.

Como a área da boca do funil é dada em m^2 , precisamos fazer a transformação de cm para m. Podemos então considerar que 1 cm equivale a 0,01 m. Assim temos,

$$p = \frac{\pi r_2^2 h}{\pi r_1^2} \therefore p = \frac{0,01 \pi r_2^2}{\pi r_1^2} \therefore p = \frac{0,01 r_2^2}{r_1^2} \therefore p = 0,01 \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} \right) \therefore p = 0,01 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

$$p = 10 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 mm$$

Em que p corresponde à pluviosidade, r_1 é o raio da boca do funil e r_2 é o raio do cilindro armazenador.

Sugestão para o Ensino Médio

A resolução da atividade apresentada para o Ensino Fundamental pode ser utilizada também no Ensino Médio, no entanto, por entendermos que se tratam de níveis de

ensino diferentes, acreditamos que os alunos do Ensino Médio possam chegar mais rapidamente ao modelo anterior e se aprofundar mais no seu estudo. Assim partiremos da resolução apresentada anteriormente.

Assim, encontramos em $p = 10 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 mm$ o equivalente de pluviosidade em milímetros de água de chuva para cada centímetro de água depositada no cilindro armazenador do pluviômetro. Ou seja, quando no cilindro armazenador de um pluviômetro experimental tivermos água depositada a uma altura de 1 cm, significa que choveu $10 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 mm$.

Para construir uma escala de pluviômetro experimental com medidas quaisquer, utilizamos uma regra de três simples⁵, pois etamos trabalhando com grandezas diretamente proporcionais, em que queremos determinar a altura do cilindro armazenador, temos $p = 1mm$ corresponde a água da chuva que caiu em determinada região.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ cm na escala} \text{ --- } 10 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 mm \text{ de pluviosidade} \\ h \text{ cm na escala} \text{ --- } 1 mm \text{ de pluviosidade} \end{array}$$

$$10 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 h = 1$$

$$\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \frac{1}{10}$$

$$h = \frac{1}{10} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

$$h = 0,1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 cm$$

Desta forma, para medirmos a quantidade de chuva (em milímetros) que caiu em determinada região, temos que construir a escala em um pluviômetro experimental, considerando a medida $0,1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 cm$ equivale a $1mm$ de água de chuva.

Considerando um pluviômetro artesanal em que as medidas são:

- Diâmetro da boca do funil: $d_1 = 15,30 cm$, em que $r_1 = 7,65cm$

⁵ A regra de três é usada em ocasiões em que ocorrem três números contínuos ou descontínuos proporcionais. E toda sua prática não é para outra coisa, se não para achar um quarto número desconhecido, que se acha em tal proporção com o terceiro, com o segundo e com o primeiro.

- Diâmetro do cilindro armazenador: $d_2 = 6,30 \text{ cm}$ em que $r_2 = 3,15 \text{ cm}$ a altura pluviométrica é dada por:

$$h = 0,1 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \text{ cm}$$

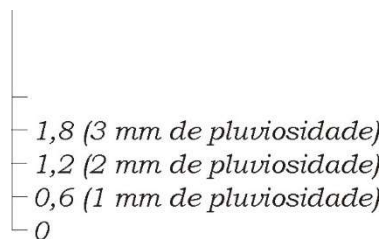
$$h = 0,1 \left(\frac{3,15}{7,65} \right)^2$$

$$h = 0,6 \text{ cm}$$

ou seja, a medida de $0,6 \text{ cm}$ na escala do pluviômetro experimental corresponde a 1 mm de pluviosidade, ou seja, de quantidade de água da chuva.

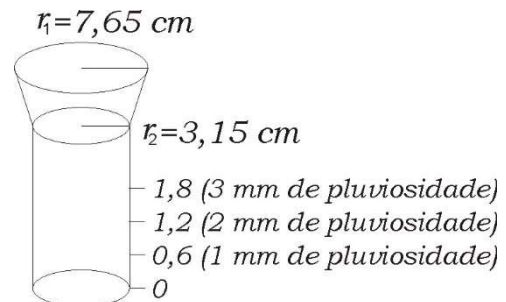
Podemos representar a escala do pluviômetro conforme a Figura 25 e 26 a seguir:

Figura 23 - Representação figural da escala do pluviômetro



Fonte: Almeida; Silva e Vertuan (2012, p. 94)

Figura 24 - O pluviômetro experimental com a escala



Fonte: Almeida; Silva e Vertuan (2012, p. 94)

Após a construção da escala do pluviômetro, podemos retomar o problema em estudo que consiste em saber a quantidade de chuva em milímetros que caiu em determinada região. Para isso, deixamos o pluviômetro experimental em um lugar longe de paredes e muros, posicionando de maneira que não tombasse. Após a chuva, recolhemos o pluviômetro e observamos a altura da água no cilindro armazenador. No dia em questão, a pluviosidade foi de 2 mm, ou seja, choveu 2L de água em uma área de 1 m^2 . Isso significa que se a água da chuva tivesse ficado no chão, sem se infiltrar na terra, nem escorrer, toda a região em que choveu teria ficado recoberta por uma camada de água de 2 mm de altura.

Encerramos o Módulo II com esta atividade, a seguir apresentaremos as atividades que irão compor o Módulo III.

CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Módulo III

Introdução

Este Módulo contará com a elaboração e apresentação da resolução das atividades do terceiro momento de familiarização com atividades Modelagem Matemática feita pelos cursistas, validação das atividades com o ciclo de Modelagem Matemática, discussões de como implementá-la em sala de aula na Educação Básica, desenvolvimento das atividades em sala de aula pelos cursistas e a reflexão sobre a prática docente e avaliação do curso.

Estrutura do Módulo III

A estrutura proposta para o módulo III do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica apresenta-se sintetizada no Quadro 14.

Quadro 14 - Módulo III do Curso de Formação Continuada em Modelagem Matemática para Professores da Educação Básica

Módulo III - Curso de Formação Continuada de Professores	
Atividade extraclasse	✓ Elaboração e resolução das atividades do terceiro momento de familiarização, feita pelos cursistas.
Encontro presencial	✓ Comunicação das atividades desenvolvidas pelos cursistas ✓ Validação das atividades com o ciclo de Modelagem Matemática ✓ Discussões de como implementá-las em sala de aula ✓ Instruções para implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica
Atividade extraclasse	✓ Desenvolvimento da atividade elaborada pelos cursistas na Educação Básica
Encontro presencial	✓ Reflexão sobre a prática docente com Modelagem Matemática na Educação Matemática ✓ Avaliação e encerramento do curso.
Carga Horária	✓ 18 horas

Fonte: os autores (2019).

No que se refere ao desenvolvimento das atividades propostas no Quadro 14, estas serão feitas de forma presenciais e extraclasse. O Módulo III inicia-se com a elaboração de uma atividade de Modelagem Matemática pelos cursistas, esta elaboração será feita em um

período extraclasse, no tópio a seguir serão apresentadas algumas orientações mínimas que os cursistas deverão levar em consideração para a elaboração desta atividade.

Orientações para a elaboração da atividade de Modelagem Matemática

Nesta sessão abordaremos critérios mínimos (Quadro 15) que os cursistas deveram levar em consideração para elaboração e desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Este momento respeitará o terceiro momento de familiarização com as atividades de Modelagem Matemática conforme proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012) onde, a atividade investigativa dos cursistas ganha maior independência, assim eles serão responsáveis pela condução da atividade de Modelagem Matemática, desde a definição do tema a ser investigado até a análise da solução obtida.

Os tópicos a seguir serão distribuídos entre os cursistas para elaboração e desenvolvimento da atividade, estes tópicos deverão ser contemplados na apresentação dos resultados no Módulo III.

Quadro 15 - Critérios para o terceiro momento de familiarização com Atividades de Modelagem Matemática

CRITÉRIOS PARA A ELABORAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

1 - INTRODUÇÃO

Deverá conter os aspectos que direcionaram a escolha de um tema, a justificativa pela escolha e suas possíveis formas de inteiração.

2 - PROBLEMA

Descrever o problema a partir da ideia e justificativa do tema escolhido para o desenvolvimento da atividade.

3 - OBJETIVOS

Informar os objetivos a serem atingidos com o desenvolvimento e aplicação da atividade para o contexto educacional escolhido.

4 - MATEMATIZAÇÃO

Informar as formulações de hipóteses, seleção de variáveis, simplificações em relação ao problema formulado.

5 - RESOLUÇÃO

Informar quais foram os conteúdos matemáticos utilizados, apresentar um modelo matemático e responder às questões formuladas.

6 - INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO

Descrever uma análise sobre o modelo matemático e sua validação.

7 - ASPECTOS METODOLÓGICOS

Descrever os aspectos metodológicos da elaboração da atividade:

- recursos e materiais utilizados na elaboração da atividade;
- local do desenvolvimento da atividade e público alvo (sujeitos).

8 - POSSÍVEIS LIMITAÇÕES

Informar as possíveis limitações da atividade para atendimento aos objetivos definidos.

9 - POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES

Informar as possíveis contribuições da atividade para atendimento aos objetivos definidos.

Fonte: os autores (2019).

Mesmo com a apresentação dos critérios acima pode ser sugerido que os cursistas tirem fotos dos momentos que julgarem mais interessantes no desenvolvimento da atividade para enriquecer as apresentações. Estima-se que para a divulgação dos critérios e para as apresentações dos resultados em um próximo encontro presencial.

Comunicação das atividades elaboradas pelos cursistas

Neste momento, cada grupo de cursista irá apresentar as propostas de atividades e suas respectivas resoluções, para que sejam validados as atividades. A validação dar-se-á por critérios que serão apresentados a seguir, e que serão levado em consideração pelo pesquisador e pelos outros grupos de cursistas. A comunicação das atividades poderá ser feita por apresentações utilizando-se de *slides* e *datashow*.

Discussões de como implementar as atividades na Educação Básica

Esta discussão dever ocorrer para fomentar as possibilidade de inserir esta atividade de Modelagem Matemática em suas aulas na Educação Básica. Esta discussão deverá ocorrer de forma conjunta com os aportes teóricos estudados até o momento e deverá contar com reflexões sobre a condução da atividade em sala de aula, o papel do professor no desenvolvimento das atividades, as fases da atividade de Modelagem Matemática, entre outros tópicos relevantes. Neste momento é importante dar destaque às opiniões e experiências que serão apresentadas pelos cursistas.

Instruções para implementação da Modelagem Matemática na Educação Básica

Algumas instruções deverão ser passadas aos cursistas quanto a implementação das atividades de Modelagem Matemática, como por exemplo, as atividades deverão ser desenvolvidas em grupo de estudantes, o papel do professor é de orientador, a indicação é que os alunos desenvolvam as atividades orientados pelas fases de uma atividade de Modelagem Matemática como a inteiração, matematização, validação e interpretação dos resultados.

Atividade Extraclasse

Após a validação das atividades e as orientações para implementação, este momento será destinado para o desenvolvimento em sala de aula pelos cursistas, este momento é fundamental para que a teoria seja aliado à prática docente pelos cursistas.

Reflexão sobre a prática docente, avaliação e encerramento do curso

Neste momento os cursistas são convidados a refletir sobre a prática docente após o desenvolvimento das atividades em sala de aula, a troca de experiência entre os cursistas é fundamental para que a discussão seja fomentada e aprofundada. Os relatos de experiências dos cursistas serão compartilhados em forma de seminário.

A avaliação do curso se dará pelo preenchimento de um formulário com questões previamente elaboradas em uma folha impressa e distribuídas aos cursistas.

Após o preenchimento do formulário encerra-se este curso de formação continuada em Modelagem Matemática para professores da Educação Básica, agradecimentos serão feitos aos cursistas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No sentido de criar oportunidades aos professores da Educação Básica, de repensa sua prática docente é que objetivamos proporcionar aos mesmo uma formação em Modelagem Matemática. Visto, pois, que em Paraná (2008, p. 20) o ensino escolar deve proporcionar a formação do aluno “com vistas à transformação da realidade x social, econômica e política de seu tempo” e que neste sentido a Modelagem Matemática pode ser uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática escolar que traga ao aluno a inteiração entre os conteúdos escolares e sua realidade, além de relacionar os conhecimentos escolares com as situações políticas, econômicas, sociais, ambientais e com outras áreas do conhecimento, fato este que pode trazer mais sentido e significado à matemática escolar.

A Modelagem Matemática na Educação Matemática vem ganhando expressividade em número de pesquisa e publicações em revistas e eventos da área, no entanto, esta abordagem pouco se faz presente nas aulas regulares de matemática na Educação Básica. De fato, as pesquisas de Tambarussi e Klüber (2014b) evidenciam que poucos professores em serviço tiveram em sua formação um contato com a Modelagem Matemática além de Malheiros (2016) que apresentam que alguns professores não a conhecem como abordagem para o ensino e a aprendizagem de Matemática e na Formação Continuada em Modelagem Matemática as pesquisas revelam uma baixa procura dos professores da Educação Básica aliado a um alto índice de desistência no decorrer do curso.

Neste sentido, cabe destacar que a falta de formação nas metodologias de ensino propostas nas DCE, podem levar ao professor a trabalhar os conteúdos matemáticos de forma descontextualizadas, com fixação de técnicas e resolução de exercícios desprovidos de sentidos e significados aos alunos.

Assim, evidencia-se a necessidade de o professor repensar em sua prática docente principalmente quando esta prática está centrada apenas no professor que transmite seu conhecimento para o aluno que apenas ouvem as aulas, sem espaço para inteiração entre aluno e aluno ou aluno e professor.

Nesta Produção Técnica Educacional, os cursistas têm a chance de refletir sobre sua prática docente e ao mesmo tempo a oportunidade de uma Formação Continuada em Modelagem Matemática, a organização do Curso está dividida em três Módulos de oito horas embasados nos momentos de familiarização de inserção de Atividades de Modelagem Matemática nas aulas de matemática, proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012), onde a

independência dos cursistas nos desenvolvimentos das Atividades de Modelagem Matemática vão se tornando cada vez maior ao passo em que o cursista avança de um módulo ao outro.

A formação teórica está intercalada com as atividades práticas de Modelagem Matemática pois acreditamos que teoria e prática “caminham” juntas. Momentos de reflexão e troca de experiências estão contempladas neste curso visando sanar a preocupação sinalizada por Tambarussi e Klüber (2014b), onde na formação de professores, sobretudo a formação continuada, devem ser formuladas de modo que questões amplas sejam direcionadas, por exemplo, a reflexão por parte dos participantes, da prática docente e as possibilidades da implementação da Modelagem Matemática em sua sala de aula estes momentos de discussão e reflexão, geralmente, tendem a ser superficiais nos cursos de formação continuada, isto quando ocorrem (TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014b).

Nesta Produção Técnica Educacional, parte da formação em Modelagem Matemática está condicionada aos cursistas elaborarem uma Atividade de Modelagem Matemática e desenvolverem em suas respectivas turmas, trazendo posteriormente suas reflexões e considerações sobre sua prática docente e evidenciando aspectos sobre sua formação em Modelagem Matemática que é contemplada no Módulo III. No entanto, esse momento de reflexão sobre a prática e sobre as possibilidades de implementação da Modelagem Matemática são contempladas também nos módulos I e II.

De modo geral, o objetivo de proporcionar uma formação em Modelagem Matemática para os professores da Educação Básica e de proporcionar uma reflexão sobre a prática docente foram alcançados ao longo dos três módulos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na educação básica, São Paulo, n. Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática concepções e experiências de futuros professores**. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, Tese (Doutorado em Educação Matemática), 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, v. 2, 2010.
- BICUDO, M. A. V.; KLÜBER, T. E. Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil: A caminho de uma metacompreensão. **Cadernos de Pesquisa**, v. 41, p. 904-927, 2011.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: FURB, 1999.
- BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, v. 1, 2007.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação é a Base**, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 10 jan 2019.
- BURAK, D. **Modelagem matemática ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas : Unicamp, v. Tese de Doutorado, 1992.
- KAWAKAMI, T.; SAEKI, A.; MATSUZAKI, A. How Do Students Share and Refine Models Through Dual Modelling Teaching: The Case of Students Who Do Not Solve Independently. **Mathematical Modelling in Education Research and Practice Cultural, Social and Cognitive Influences**, p. 195 - 206, 2013.
- KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Sobre a pesquisa em Modelagem na Educação Matemática brasileira. **Diálogo Educacional**, v. 14, n. 41, p. 143-163, jan.-abr. 2014.

MALHEIROS, A. P. D. S. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 21, p. 1151-1167, 2016.

NUNES, A. D. S.; NASCIMENTO, W. J. D.; SOUSA, B. N. P. A. O uso de uma atividade de Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática para o estudo de funções do segundo grau. **VIII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática - EPMEM**, Cascavel, 2018.

OKANE, E. S. H.; TAKAHASHI, R. T. O estudo dirigido como estratégia de ensino na educação profissional em enfermagem. **Relato de Pesquisa**, p. 160-169, 2006.

PARANÁ. **Secretaria de Estado da Educação**. Curitiba: SEED, 2008.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Modelagem Matemática: Uma oportunidade para o exercício da reflexividade do professor de matemática. **Educere & Educare Revista de Educação**, v. 9, Número especial: Dossiê Formação de Professores, 2014.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E. A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre as atividades de formação continuada em teses e dissertações. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, Temática, p. 38-56, jun 2014b.

VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P.; BORSSOI, A. H. Modelagem matemática em disciplinas do ensino superior: o que manifestam os estudantes? **Educere & Educare**, Cascavel, v. 12, n. 24, 2017.

ANEXO A

TERMO DE CONCENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convido você professor, a participar de uma pesquisa do Programa de Mestrado Profissional em Ensino - PPGEN da Universidade Estadual Norte do Paraná, *campus* de Cornélio Procopio, cuja autoria é dos pesquisadores: Prof. Esp. Aislan da Silva Nunes, Prof. Dr. William Júnior do Nascimento e Prof.^a Dra. Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, que pretende investigar as contribuições de um **Curso de Formação Continuada de professores da Educação Básica, em Modelagem Matemática**.

Sua participação será voluntária e se dará por meio de questionários, entrevistas, textos, entre outras formas de coleta de dados, e não implicará em risco de qualquer natureza. Caso aceite participar, estará contribuindo para o desenvolvimento desta pesquisa e concordando com a utilização dos dados em futuras publicações.

Se depois de consentir sua participação você desistir de continuar participando, tem o direito e a liberdade de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, seja antes ou depois da coleta de dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo à sua pessoa. Você não terá despesa alguma e, também, não receberá remuneração alguma. Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, contudo sua identidade será preservada, não sendo divulgada e guardada em sigilo.

Em caso de dúvidas ou informações, entre em contato com o pesquisador no endereço eletrônico nunes03@outlook.com ou pelo celular (43) 9 9935-8854.

Consentimento pós-informação.

Eu, _____ fui informado(a) sobre o que a pesquisa quer fazer, por quê precisa da minha colaboração e entendi a explicação. Por isso, concordo em participar da pesquisa, sabendo que não vou receber financeiramente por minha participação e que posso desistir quando quiser. Este documento é emitido em duas vias que serão ambas assinadas por mim e pelo pesquisador, ficando uma via com cada uma das partes.	Data: ____/____/____
_____ Assinatura do participante	_____ RG ou CPF

Assinatura do pesquisador responsável

Prof. Esp. Aislan da Silva Nunes
Aluno Regular - PPGEN