

# SEQUENCIA DIDÁTICA SOBRE: RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICA COM RECURSO A CALCULADORA CIENTIFICA

Produto final da disciplina: ppgefhc000000003 - te-teoria antropológica do didático,  
matemática e interculturalidade, etnomatemática e multiculturalidade

DISCENTE: Domingos Arcanjo António Nhampinga

---

## 1. NOTA CONTEXTUAL

O presente trabalho aborda sobre uma sequência didática referente a resolução de equações quadráticas com recurso a calculadora científica do tipo fx-82MS. Trata-se de um produto com a qual visamos fornecer aos professores e alunos da 9ª e 10ª classe do Sistema nacional de educação (SNE) em Moçambique um recurso alternativo para auxiliar a resolução de equações quadráticas.

Hoje em dia em Moçambique é comum nas escolas do ensino secundário encontramos salas de equipadas de material informático, tecnológico., porém, essas matérias pouco tem sido explorado pelos professores, muito menos pelos alunos, por falta de um treinamento apropriado, por isso apresentamos nesta sequência uma aplicação prática da calculadora na resolução de equações quadráticas.

Portanto, a educação voltada ao uso de tecnológica é hoje um tema bastante falado e de atualidade em diversas áreas de ensino no mundo. Numa altura em que o mundo está em crescente evolução tecnológica, somos convidados a refletir sobre como aplicar/usar esta tecnologia em várias vertentes educacionais no sentido de maximizar as nossas ações na construção de processos eficazes para o ensino e aprendizagem, em particular da Matemática, pois, de acordo com UNESCO<sup>1</sup> (2016: 43) “uma educação de qualidade para todos, hoje em dia, não pode ser obtida sem que se considere a dimensão tecnológica”, é neste contexto que julgamos a inserção da calculadora na sala de aulas como um meio didático um tanto quanto necessária.

Já existe muita discussão na defesa da necessidade da sua utilização da calculadora em sala de aulas, mas para torna-la efetivamente um meio didático os

---

<sup>1</sup> UNESCO - Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura

professores devem organizar uma sequência de atividade condicentes a sua utilização de forma coerente e, com ela os alunos possam aprender e aprimorar conceito, propriedades, teoremas dentre outros aspectos, sem que sejam levados a decora-los.

De acordo Silva (1989, p.3 apud LORENTE, sd) “a calculadora se introduzida na aula de Matemática sem qualquer projeto educativo que a sustente será mais um ‘modernismo’ que nada mudará para além de poder criar grande insegurança em professores e alunos”. Portanto, como vem expresso no pensamento de Silva, a pesar da calculadora ser um instrumento valioso para o ensino a que ter cuidado com o seu uso, pois o uso indevido pode ao invés de levar o aluno a aprendizagem, leva-lo a uma dependência total. Assim, ela deve ser devidamente usada para se torne realmente um instrumento valioso na sala de aulas, pois “a calculadora é um instrumento valioso na realização de atividades de generalização, porque permite obter muito rapidamente uma grande quantidade de cálculos a partir dos quais é possível descobrir relações que permitem fazer generalizações” (LOPES, et al., 1996, p.74).

Para realização de atividades que permitem descobrir relações que possam conduzir-nos a generalizações por exemplo, é importante que os professores organizem uma sequência de atividades com base no uso da calculadora e orientem os alunos de forma proativa, mas isso, condiciona que o próprio professor esteja preparado para trabalhar com este meio didático. O trabalho eficiente com a calculadora pode facilitar a compreensão de vários assuntos, por exemplo, “identificar o sinal do resultado numa operação de adição e subtração com números inteiros”, “identificar o uso devido dos parênteses e a ordem das operações”, dentre outros aspectos e, isto levará ao aluno o desenvolvimento da sua cognição relativa aos conteúdo sem que seja levado a decorar conceitos, propriedades, etc.

De acordo LOPES et al. (1996) “do mesmo modo que o aluno desenvolve capacidades de resolver problemas, resolvendo-os, também o professor terá oportunidade de desenvolver a sua habilidade de atuação, praticando a resolução de problemas nas suas aulas”. Assim, o professor é convidado a dominar o uso da calculadora para tomar consciência da sua aplicabilidade. Ai, não terá como negar a sua inserção na sala de aulas e não obstante, ajudará os alunos a investigar como exatamente funciona o instrumento e, assim que se familiarizarem com elas, poderão

utiliza-las para resolver problemas numericamente que lhes façam descobrir relações e propriedades que possam conduzir-lhes a uma generalização, sem que sejam levados a decorar as fórmulas, regras e propriedades ou ainda, poderão usa-la como um instrumento didático.

Coelho e Marques (1995: 29) enfatizam que a calculadora foi criada para auxiliar as pessoas na fastidiosa tarefa do cálculo, mas o autor salva que para trabalhar com este instrumento é necessário conhecer bem a forma como está funciona, mediante o tipo de calculadora a que estiver trabalhando. Por isso, é necessário saber que cada calculadora é um caso, aí cabe também o professor/aluno as compreender bem para que possam ser usadas como um instrumento didático. É possível, mas deve-se ter muito cuidado para evitar o uso exagerado e inconsistente.

Algumas vantagens do uso da calculadora são apontadas por Conceição e Rijkebor (2005, p.8), como:

- ✓ Poupança de tempo;
- ✓ Permite fazer cálculos com diferentes tipos de números;
- ✓ Através da calculadora as etapas de resolução são sistematizadas em virtude de poder-se fazer os cálculos duma só vez;
- ✓ O aluno já não precisa de escrever tantos passos como seria sem a calculadora;
- ✓ A calculadora permite fazer uma verificação da equação duma maneira direta e fácil, nesta verificação a tecla de memória é bom modelo para a incógnita e variável. Estes autores falam bastante da importância do uso da calculadora no ensino fundamental da matemática e lançam algumas hipóteses na p.11 do mesmo livro, acerca da concepção do uso da calculadora, como se seguem:
  - ✓ Se não se autoriza o uso da calculadora, então não se devia pôr no primeiro ciclo equações lineares ou quadráticas cujos coeficientes são números complicados (fracções, raízes e outros).
  - ✓ Se se autoriza a calculadora é aconselhável usar números decimais como coeficientes, para facilitar o aluno a manobrar facilmente a calculadora.

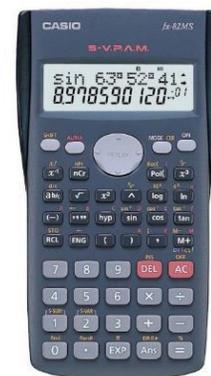
- ✓ Se se ensina um método que autoriza o uso da calculadora, pode-se trabalhar com números tal como aparecem na realidade. As tarefas podem ser problemas reais sem necessidade de adaptar os dados para que as soluções sejam números bonitos. Os estudos realizados por Soares e Júnior (sd) sobre o uso da calculadora em sala de aulas, indicam que:

A maioria dos professores reconhece que a calculadora pode ser uma poderosa ferramenta no Processo de Ensino e Aprendizagem e que a utilização de recursos didáticos tecnológicos, como a calculadora, pode mostrar novos meios para abordar a Matemática de forma mais dinâmica. O autor vai mais longe ao afirmar que a calculadora deve ser explorada nas aulas de matemática no sentido de favorecer a compreensão de conceitos matemáticos, aperfeiçoar a resolução de problemas reduzindo-se o tempo com cálculos para utilizá-lo na discussão das estratégias e das soluções encontradas.

Como se pode notar, muitos estudos apontam que os professores tem a consciência de que a calculadora é um instrumento importante e que pode ser usado nas salas de aulas, no entanto, a falta de orientações ou recomendações concretas nos manuais ou programas para o seu uso associado a falta de conhecimentos sólidos sobre a sua aplicabilidade, para além de que no processo de formação destes professores não fora enfatizado o uso de meios tecnológicos em sala de aulas em particular a calculadora, enfraquece-os a tomada de decisão para usar a calculadora como meio didático nas salas de aulas.

## 2. CABEÇALHO DA SEQUENCIA

- ✓ **Público-Alvo:** Alunos de Matemática – 9ª ou 10ª do SNE - Moçambique;
- ✓ **Tempo Estimado:** 90 Minutos (Referentes a duas aulas no SNE);
- ✓ **Local:** Sala de aula – Moçambique;
- ✓ **Material utilizado:** Calculadora Científica do tipo CASIO fx-82MS;



Fonte 1: Autor (2009)

- ✓ **Unidade Temática:** Equações quadrática;
- ✓ **Conteúdo:** Resolução e equações quadráticas no domínio do conjunto dos números reais;
- ✓ **Objetivo:**
  - ✚ Resolver as equações quadráticas com mínimo tempo possível, usando a calculadora como principal recurso.
- ✓ **Pré-requisitos:** Supõe se que os alunos já tenham Conhecimento sobre os elementos constituintes de uma equação quadrática completa e a formula resolvente, ou seja, é pré-condição que os alunos já saibam usar a formula resolvente para resolver equações quadráticas.

### 3. DESENVOLVIMENTO DA SEQUENCIA

#### 3.1. PRIMEIRA ETAPA: VERIFICAÇÃO DOS PRÉ-REQUISITOS

Etapa preliminar, onde o professor deverá certificar se os alunos possuem conhecimentos mínimos sobre os elementos básicos de uma equação quadrática, se sabem usar normalmente a formula resolvente para resolução de equações quadráticas. Neste caso, deve-se propor questões que levem o aluno a reflexão dos detalhes gerais sobre equações quadráticas, como:

- ✓ Quais são as características de uma equação quadrática?
 

**Resposta esperada:** Equação quadrática é toda expressão do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , com a, b, c coeficientes reais e  $a \neq 0$ .
- ✓ Qual é o número máximo de raízes que uma equação quadrática pode ter?
 

**Resposta esperada:** duas raízes
- ✓ Oque é necessário para sabermos ou conhecermos a quantidade de raízes de uma equação quadrática?
 

**Resposta esperada:** Para conhecer a quantidade de raízes de uma equação quadrática deve-se determinar o “discriminante”, substituindo os coeficientes reais da equação na formula “ $\Delta = b^2 - 4ac$ ” e verificar se cumpre os seguintes paramentos:

  - ✚ Se  $\Delta > 0$ , a equação terá duas raízes reais e distintas;
  - ✚ Se  $\Delta = 0$ , a equação terá uma única raiz real;

- ✚ Se  $\Delta < 0$ , a equação não terá raiz real, ou seja, não terá solução no conjunto dos números reais;
- ✓ Como determinar as soluções de uma equação quadrática?

**Resposta esperada:** Várias possibilidades podem ser apresentadas, entretanto, de acordo o objetivo da sequência, das várias possibilidades o professor deverá enfatizar mais a fórmula de Bhaskara:

$$\text{✚ } x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

### 3.2. SEGUNDA ETAPA: CONSOLIDAÇÃO DOS PRÉ-REQUISITOS

Proponha algumas tarefas para que os alunos possam determinar as raízes de equações quadráticas. O objetivo da tarefa deve ser para avaliar se realmente os alunos tem o domínio das regras básicas para resolução de uma equação quadrática, mas também para avaliar o nível de dificuldade na resolução em detrimento da complexidade dos coeficientes das equações.

Por exemplo: Considere as seguintes equações:

- i)  $x^2 - 1 = 0$
- ii)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- iii)  $x^2 + \sqrt{19}x - 1 = 0$
- iv)  $-\sqrt[3]{5}x^2 + \frac{3}{\sqrt{7}}x + \sqrt{5} = 0$
- v)  $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{6}x + \sqrt{9} = 0$

- a) Diga quantas raízes terá cada uma das equações dadas.
- b) Para aquelas que terão raízes em  $\mathbb{R}$ , determine-as.
- c) Aponte justificando as dificuldades encaradas em cada uma das tarefas.

**Nota:** Neste momento, após observar as dificuldades no trabalho com a complexidade dos coeficientes das equações, para determinar a solução das equações dadas, o professor irá propor a utilização de calculadora para ajudara a determinar as soluções.

### 3.3. TERCEIRA ETAPA: EXPLICAÇÃO DO PROCESSO DE MEMORIZAÇÃO NA CALCULADORA

Explique a funcionalidade das principais teclas de memorarção da calculadora, ou procure que os alunos expliquem como funciona as teclas de memorarção.

**Explicação esperada:** As teclas de memorarção são as representadas pelas letras A, B, C, D, ..., para o nosso proposito precisamos de quatro teclas de memorarção que vão representar os coeficientes da equação quadrática a, b, c e o discriminante  $\Delta$ , respectivamente. Algumas perguntas ou questionamentos posteriores podem ser feitos, tais como:

a) Como memorizar um coeficiente na calculadora?

**Resposta esperada:** para **Memorização dos coeficientes da equação na calculadora, deve-se** atribuir os coeficientes “a, b, c” da equação quadrática as variáveis “A, B, C” da calculadora respectivamente, de acordo a seguinte instrução:

✓ Clique o número “a” na Calculadora → clique a tecla “**SHIFT**” → clique a tecla “**STO**” → clique a tecla “**A**”.



Obs. Repita esse procedimento para outros coeficientes. Assim terá os números “a, b, c” memorizados nas variáveis “A, B, C” da calculadora científica.

b) Como certificar que um coeficiente foi memorizado na calculadora?

**Resposta esperada:** Para certificar, em caso de dúvida, que na tecla A foi memorizada o número ou o coeficiente a, execute o seguinte, por exemplo: “**RCL**” → “**A**”.



✓ Se em “A” estiver memorizado algum número, a calculadora irá visualiza-lo caso não visualizara por defeito o número zero. Repita esse procedimento para as restantes teclas de memória (B, C, D).

### 3.4. QUARTA ETAPA: EXPLICAÇÃO DO PROCESSO DE DETERMINAÇÃO DAS RAÍZES DA EQUAÇÃO QUADRÁTICA

Nesta etapa o professor procura explicar aos alunos como determinar as raízes da equação quadrática, mas antes pode pedir que sejam os próprios alunos a apresentar sua ideia de como determinará as raízes.

**Esclarecimento esperada:** Para determinara as raízes da equação quadrática, realizamos a seguinte:

1. **Determinamos o discriminante** segundo as seguintes instruções:



( RCL B - 4 RCL A RCL C ) =

2. **Atribuimos o valor calculado em 1 a variável “D”,** segundo a instrução:

Clique em “SHIFT” □ clique em “STO” □ clique em “D”.



SHIFT STO D

- ✓ Desta forma temos o binômio discriminante calculado e memorizado na variável “D” da calculadora científica.

3. **Determinamos as raízes da equação quadrática, mediante a seguinte instrução:**

- ✓ Determinamos uma das raízes executando seguinte:



( - RCL B + RCL D ) : ( 2 RCL A ) =

- ✓ Determinamos a segunda raiz executando seguinte:



( - RCL B - RCL D ) : ( 2 RCL A ) =

Assim teremos calculados as raízes de uma equação quadrática com base na formula resolvente usando como recurso as inúmeras funcionalidades que a calculadora científica dispõe.

**Nota:** Usando a tecla de recuo “REPLAY”, pode se obter a 2ª solução da equação mudando o sinal entre “B” e “a raiz do discriminante”, sem que seja necessário repetir o procedimento. Sempre que o discriminante for menor que zero e podermos atentamente detectar isso, podemos descartar a resolução, dado que a equação não terá solução em IR. No entanto se o usuário não detectar, a calculadora ao calculares as raízes da

equação irá visualizar um erro matemático do tipo “**MATH ERROR**”, vindo isso, podemos também concluir que a equação não tem solução em IR.

### 3.5. QUINTA ETAPA: PRATICANDO O USO DA CALCULADORA PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES QUADRÁTICAS

Nesta etapa, o professor poderá propor algumas tarefas e pedir que os alunos resolvam. Aproveita analisar o nível as dificuldades que poderão ter e o gasto de tempo em relação ao primeiro grupo de tarefas.

Questões que devem acompanhar as tarefas:

- Diga quantas raízes terá cada uma das equações dadas.
- Determine o discriminante de cada uma das equações;
- Para aquelas que terão raízes em R, determine-as.
- Aponte justificando as dificuldades encaradas em cada uma das tarefas.

#### Exemplo: PRATIQUE

Pegue numa calculadora científica, por exemplo tipo “Casio fx-82MS” e calcule as raízes da seguinte equação:  $3x^2 - 9x + 6 = 0$ .

Proposta de procedimentos:

- Atribuimos os coeficientes 3, -9, 6 as variáveis “A, B, C” da calculadora, respectivamente, executando:



- Determinamos o discriminante e atribua o valor a variável “D”, efetuando:



- Determinamos as raízes da equação, efetuando:

✓ Primeira raiz:

( - RCL B + RCL D ) : ( 2 RCL A ) =

A calculadora retornara o valor 2, que é uma das raízes da equação dada.

- ✓ Segunda raiz: A outra raiz será obtida executando o mesmo procedimento, colocando o sinal menos entre “B” e “Raiz do discriminante”, como se segue:

( - RCL B - RCL D ) : ( 2 RCL A ) =

NOTA: Essa pratica pode ser feita com exercícios cujo a complexidade dos coeficientes é amais acentuada.

#### 4. REFERENCIAS

- COELHO, Joaquim, HORTA, Luís e MARQUES, Teresa. Orbita Matemática, Matemática 7º. Livro do Professor. Portugal, Constância Editores, 1995.
- COXFORD, Arthur F. SHULT, Albert P. traduzido por DOMINGUES, Hygino H. As Ideias da Álgebra. São Paulo, Atual Editora, 1995.
- INDE/MINED. Matemática. Programa da 10ª classe. Maputo, 2010. Disponível em: [https://www.academia.edu/12545239/Programa\\_de\\_ensino\\_de\\_Matem%C3%A1tica\\_10a\\_classe](https://www.academia.edu/12545239/Programa_de_ensino_de_Matem%C3%A1tica_10a_classe). Acesso em: 09/07/2019.
- INDE/MINED. Matemática. Programa da 9ª classe. Maputo, 2010. Disponível em: [https://www.academia.edu/12545293/Programa\\_de\\_ensino\\_de\\_Matem%C3%A1tica\\_-\\_9a\\_classe](https://www.academia.edu/12545293/Programa_de_ensino_de_Matem%C3%A1tica_-_9a_classe). Acesso em: 09/07/2017
- LANGA, Heitor e CHUQUELA, Neto João. Matemática 9ª Classe. Porto, Plural Editores, 2014.
- LANGA, Heitor. Matemática 10ª Classe. Porto, Plural Editores, 2014.
- LOPES, Ana Viera, et al.. Educação Hoje, Atividades Matemáticas na Sala de Aula. 3ª Edição, Lisboa, Texto Editora, 1996.
- LORENTE, Francisco Manoel Pereira. Utilizando a Calculadora nas Aulas de Matemática. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/371-4.pdf>. Acesso em: 10/01/2017.

- MURIMO, Adelino. MORGADINHO, Stella. Didáctica da Matemática. Maputo, Textos Editores, 2007.
- NHÊZE, Ismael Cassamo, PAULO, Luís do Nascimento e LANGA, Heitor. Manual de Preparação para o Ensino Superior 10<sup>a</sup> à 12<sup>a</sup> classe. Porto, Plural Editora, 2009.
- CONCEIÇÃO, Maria e RIJKBOER, Arie. UAILA, Evaristo. Matemática & Educação. Revista de Educação Matemática nº1. BEIRA, UP-BEIRA.2005.
- SOARES, Luciano Gomes e JÚNIOR, José Roberto Costa. um estudo sobre o uso da calculadora em sala de aula e suas implicações para o ensino e aprendizagem da matemática. Congresso Nacional de Pesquisa e Ensino. 2016. Disponível em: [https://editorarealize.com.br/revistas/conapesc/trabalhos/TRABALHO\\_EV058\\_M D1\\_SA91\\_ID873\\_16052016164612.pdf](https://editorarealize.com.br/revistas/conapesc/trabalhos/TRABALHO_EV058_M D1_SA91_ID873_16052016164612.pdf). Acesso em: 10/01/2017
- CASIO. Guião do usuário: fx-82MS, fx-83MS, fx-85MS, fx-270MS, fx-300MS, fx-350MS. CASIO Electronics CO, LTD. London. Disponível em: <http://www.ufjf.br/fisica/files/2010/03/Manual-calculadora-casio.pdf>. Acesso em: 09/07/2019.
- UNESCO. Os desafios do ensino de matemática na educação básica. Brasília – São Carlos, EdUFSCar, 2016. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246861>. Acesso em: 09/07/2019