

As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



**Felipe Antonio Machado Fagundes
Gonçalves**

(Organizador)

As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Conselho Editorial

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Ciências Agrárias e Multidisciplinar

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

Ciências Biológicas e da Saúde

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás
Prof.ª Dr.ª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Conselho Técnico Científico

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Dr. Adailson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)	
D618	As diversidades de debates na pesquisa em matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. Formato: PDF Requisitos de sistemas: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-389-7 DOI 10.22533/at.ed.897191806 1. Matemática – Pesquisa – Brasil. 2. Pesquisa – Metodologia. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. CDD 510.7
Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “As diversidade em debates de pesquisa em matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão das diversidades. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas à inclusão e a sociedade.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
ENSINO DA MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL: UM LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS	
Ana Mara Coelho da Silva Marcelo Marques de Araújo	
DOI 10.22533/at.ed.8971918061	
CAPÍTULO 2	14
ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS EM DADOS DE INSTRUMENTAÇÃO DE BARRAGEM DE CONCRETO	
Eduardo Kenji Simo Suellen Ribeiro Pardo Garcia	
DOI 10.22533/at.ed.8971918062	
CAPÍTULO 3	29
COMPARAÇÃO DE FLECHAS EM LAJES DE CONCRETO ARMADO OBTIDAS POR MEIO DE CÁLCULOS MANUAIS (SÉRIES DE BARES), MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	
Paula de Oliveira Ribeiro Lucas Teotônio de Souza	
DOI 10.22533/at.ed.8971918063	
CAPÍTULO 4	44
AS NOTAS TEXTUAIS NO MANUAL DIDÁTICO ARITHMETICA ELEMENTAR ILLUSTRADA: O ESTUDO DE GRANDEZAS E UNIDADES DE MEDIDA (1870 – 1940)	
Relicler Pardim Gouveia	
DOI 10.22533/at.ed.8971918064	
CAPÍTULO 5	51
A VALORIZAÇÃO DO NEGRO NO AMBIENTE ESCOLAR: PANORAMA SITUACIONAL E PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	
Clebson Carvalho de Oliveira Emerson Batista Gomes	
DOI 10.22533/at.ed.8971918065	
CAPÍTULO 6	63
FRAGMENTOS SOBRE USO DE JOGOS E DEMAIS MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARAENSE	
Amanda Moura da Rocha João Cláudio Brandemberg	
DOI 10.22533/at.ed.8971918066	
CAPÍTULO 7	75
MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO SISTEMA EPIDEMIOLÓGICO SI ATRAVÉS DE SISTEMAS DINÂMICOS	
João Socorro Pinheiro Ferreira Cleonaia Silva de Alfaia	
DOI 10.22533/at.ed.8971918067	

CAPÍTULO 8	90
MODELAGEM MATEMÁTICA: DISCUSSÕES TEÓRICAS E POSSIBILIDADES NOS ANOS INICIAIS	
Lília Cristina dos Santos Diniz Alves	
DOI 10.22533/at.ed.8971918068	
CAPÍTULO 9	101
O JOGO COMO UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA	
Luciano Soares Gabriel	
Norma Suely Gomes Allevato	
DOI 10.22533/at.ed.8971918069	
CAPÍTULO 10	114
EXPERIMENTO EDUCACIONAL NO ENSINO FUNDAMENTAL: ROBÓTICA EDUCACIONAL E O ENSINO DE MATEMÁTICA	
Angel Pena Galvão	
José Ricardo e Souza Mafra	
DOI 10.22533/at.ed.89719180610	
CAPÍTULO 11	126
UM ESTUDO SOBRE A UTILIZAÇÃO DAS TIC NO CURSO DE LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA DA UFOPA	
Neliane Mota Rabelo	
Aniele Domingas Pimentel Silva	
José Ricardo e Souza Mafra	
DOI 10.22533/at.ed.89719180611	
CAPÍTULO 12	137
AS MATEMÁTICAS NA <i>ENCYCLOPÉDIE</i> E O CASO DA MÚSICA	
Carla Bromberg	
DOI 10.22533/at.ed.89719180612	
CAPÍTULO 13	147
O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA EM UMA ESCOLA DO CAMPO	
Jonas Souza Barreira	
Marcos Guilherme Moura Silva	
Carlos Alberto Gaia Assunção	
DOI 10.22533/at.ed.89719180613	
CAPÍTULO 14	158
O MANUSCRITO SOBRE GEOMETRIA DIFERENCIAL LOCALIZADO NA BIBLIOTECA DA SOCIEDADE LITERÁRIA E BENEFICENTE 5 DE AGOSTO NO MUNICÍPIO DE VIGIA (PA)	
Miguel Chaquiam	
Ana Paula Nascimento Pegado Couto	
DOI 10.22533/at.ed.89719180614	

CAPÍTULO 15 167

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS FRAÇÕES

Fernando Cardoso de Matos
Jose Carlos de Souza Pereira
José Messildo Viana Nunes

DOI 10.22533/at.ed.89719180615

CAPÍTULO 16 181

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES NO ENSINO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dayson Wesley Lima Castro
Natanael Freitas Cabral

DOI 10.22533/at.ed.89719180616

CAPÍTULO 17 195

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO “MATEMÁTICA”

Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior
Camila Muniz de Oliveira
Elisangela Rovaris Nesi
Higor Valentim da Silva
Renan André Peres
Evelyn Carollayne dos Santos de Oliveira
Junior de Lima
Mayara Hilgert Pacheco
Kelly Vanessa Parede Barco
João Marcos de Araújo Krachinski
Geislana Padeti Ferreira Duminelli

DOI 10.22533/at.ed.89719180617

CAPÍTULO 18 206

UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PARA ENGENHARIA ESTRUTURAL BASEADA NA ANÁLISE NUMÉRICA DE BARRAS SOB TORÇÃO

Natan Sian das Neves
Vitor Pancieri Pinheiro
Daniel Carvalho de Moura Candido
Carlos Friedrich Loeffler Neto
Norminda Luiza Oliveira Bodartart

DOI 10.22533/at.ed.89719180618

CAPÍTULO 19 219

ORDEM, DESORDEM, INFINITO E SALA DE AULA

Lênio Fernandes Levy

DOI 10.22533/at.ed.89719180619

CAPÍTULO 20 228

ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM ADMINISTRAÇÃO DA UNESPAR-APUCARANA: UMA ANÁLISE A PARTIR DA RELAÇÃO ORIENTADOR-ORIENTANDO

Marilyn Louise Coelho Santos Silva
Marcia J. Beffa

DOI 10.22533/at.ed.89719180620

CAPÍTULO 21	241
APLICAÇÃO DE UM MÉTODO VERDADEIRAMENTE SEM MALHA PARA PROBLEMAS DE CORROSÃO	
Samuel Berger Velten Edmundo Guimarães De Araújo Costa Wiliam Jeronimo Dos Santos Jose Antonio Fontes Santiago Jose Claudio De Faria Telles	
DOI 10.22533/at.ed.89719180621	
CAPÍTULO 22	250
RESOLVENDO PROBLEMAS POR MEIO DO SOFTWARE MAXIMA	
Adriano Gomes de Santana	
DOI 10.22533/at.ed.89719180622	
CAPÍTULO 23	259
A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DE SEGUNDO GRAU: O QUE PENSAM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	
Júlio César Cabral Alexandre Mendes Muchon Alan Augusto Silva Souza	
DOI 10.22533/at.ed.89719180623	
CAPÍTULO 24	270
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU	
Elisangela Dias Brugnera Brugner Circe Mary Silva da Silva Dynnikov	
DOI 10.22533/at.ed.89719180624	
SOBRE O ORGANIZADOR.....	280

ENSINO DA MATEMÁTICA E DEFICIÊNCIA VISUAL: UM LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO DAS PRODUÇÕES ACADÊMICAS

Ana Mara Coelho da Silva

Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC/IEMCI/UFPa); Especialista em Educação Inclusiva e o Ensino da Matemática (UEPA); Professora de Educação Especial (SEDUC/PA); Belém, Pará, Brasil, maracoelho17@yahoo.com.br

Marcelo Marques de Araújo

Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPa/REAMEC); Professor do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPa), Belém, Pará, Brasil. E-mail: marcelomarkes@uol.com.br

RESUMO: Este artigo teve por objetivo fazer um levantamento bibliográfico acerca das pesquisas, a nível nacional, com a temática ensino da matemática para pessoas com deficiência visual. A pesquisa concentrou-se em investigar os conteúdos matemáticos que foram abordados junto a esse público da educação especial e os recursos didáticos utilizados para contemplar o ensino e a aprendizagem desses estudantes. Dessa forma, realizou-se uma busca no banco de teses e dissertações da Capes, das pesquisas em andamento e finalizadas, as quais foram agrupadas por regiões e, posteriormente, realizou-se as leituras. Percebeu-se que ainda são poucas as pesquisas voltadas para a deficiência

visual, principalmente quando se volta a algum conteúdo de matemática a ser explorado pelo aluno. Ainda assim, a geometria destacou-se nas pesquisas como o conteúdo mais abordado, em virtude de o ensino ser demasiadamente visual, o que exige estratégias didáticas diferenciadas para contemplar os estudantes. A região Norte e Sudeste revelaram uma disparidade em relação à produção acadêmica, como as regiões responsáveis por 6% e 56%, respectivamente. A concentração de trabalhos vinculados à esfera privada (38%) vem ganhando espaço nas problematizações dos conteúdos matemáticos, perdendo somente para as Instituições Federais (44%). Contudo, ainda se espera o crescimento de pesquisas nessa área e a problematização de muitos conteúdos matemáticos ainda não pesquisados.

PALAVRAS-CHAVE: Deficiência Visual. Conteúdo Matemático. Recurso Didático. Ensino e Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A análise da produção bibliográfica brasileira acerca da Educação Matemática Inclusiva oportuniza pesquisadores conhecerem o que vem sendo tratado e explorado nessa área e o que poderá ser pesquisado futuramente. Do mesmo modo que revela como as produções em Educação Matemática relacionam-se com

os processos de inclusão das pessoas com necessidades educacionais especiais, mais precisamente o aluno com deficiência visual.

Sabemos que a atenção ao atendimento às pessoas com deficiência visual, no Brasil, vem ocorrendo desde o Período Imperial (JANNUZZI, 2012), e que em meados do século XIX foi fundado o Imperial Instituto dos Meninos Cegos, hoje denominado Benjamin Constant. Assim sendo, nesse período histórico já é perceptível a preocupação quanto à educação dos alunos com deficiência visual no Brasil, mesmo que de forma segregada.

A partir da década de 90 do século XX, mais precisamente com a Declaração de Salamanca em 1994, o Brasil, juntamente com outros países, começa a voltar seus olhares para a inclusão das pessoas com necessidades educacionais especiais nas salas de ensino regular. Por esse motivo, cresceu a preocupação de professores em como ensinar esses alunos e de que forma oportunizar práticas pedagógicas, que contemplem sua aprendizagem, sem distanciar-se dos demais alunos da sala de aula.

Passos, Passos e Arruda (2013), ao fazerem uma análise dos principais periódicos do Brasil (1976-2010), constataram que de um total de 907 artigos, apenas 4 envolvia a Educação Matemática Inclusiva, ou seja, poucas são as pesquisas que envolvam a inclusão nas aulas de matemática, além de que as investigações se centraram mais basicamente na aprendizagem de alunos com necessidades educacionais especiais e quase nada foi publicado sobre o ensino nesses contextos.

Estas evidências também foram percebidas por Zuffi, Jacomelli e Palombo (2011) quanto à necessidade de pesquisas voltadas para o uso de materiais e métodos, que possam ajudar professores no enfrentamento desse desafio atual que se coloca para as escolas brasileiras e reforçaram, mais uma vez, que são poucos os estudos que trazem experiências detalhadas para a sala de aula e o ensino da Matemática.

Sendo assim, este trabalho teve por objetivo realizar um levantamento das pesquisas, em andamento e finalizadas, que contemplem o ensino da matemática para alunos sem acuidade visual, ao voltar-se para os aspectos relacionados aos conteúdos matemáticos explorados e os recursos didáticos utilizados para proporcionar o ensino e aprendizagem dos alunos.

METODOLOGIA

Para o levantamento de informações pertinentes à temática da pesquisa, fez-se referência à análise documental, proposta por Ludke e André (2012) como uma fonte de onde podem ser retiradas evidências, que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador e representam uma fonte natural de informação. Com isso, buscou-se obter informações quanto às produções acadêmicas, a nível nacional, dos programas vinculados a CAPES, que busquem contribuir para o ensino da matemática para alunos com deficiência visual, dando ênfase a problematização do conteúdo abordado e aos recursos utilizados para atingir os objetivos propostos.

O levantamento das pesquisas foi realizado no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, com as palavras Ensino de Matemática e Deficiência Visual, Matemática e Deficiência Visual, Matemática e Cegos. As produções foram organizadas por regiões do Brasil, a fim de verificar o crescimento das pesquisas acadêmicas que envolvam Educação Matemática e Deficiência Visual.

A busca do material, leitura e organização por regiões ocorreu entre os meses de setembro a dezembro de 2017. Para que o levantamento bibliográfico não ficasse limitado aos programas que tratam exclusivamente do contexto da Educação Matemática, adentrou-se nos Programas de Pós-Graduação nos âmbitos acadêmicos e profissional, em Educação em Ciências e Matemáticas, Ensino de Matemática, Educação Matemática, PROFMAT e os Programas de Educação, os quais deram ênfase à matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Especial, Ensino de Ciências, Matemáticas e Tecnologias, Ensino de Ciências na Educação Básica, Ensino de Física e de Matemática e em Ensino e tecnologia.

Com os trabalhos separados por regiões do Brasil, realizou-se a leitura dos resumos e palavras-chave de cada pesquisa e, caso evidenciasse a temática em que estávamos interessados, recorria-se a metodologia e o conteúdo abordado, retratando de que forma eles foram desenvolvidos e o nível de ensino escolhido.

Foram encontrados um número significativo de teses e dissertações, mas algumas foram desconsideradas por fazerem referências a contextos diversos como as dificuldades apresentadas por professores quanto ao ensino da matemática, as estratégias metodológicas e recursos empregados de maneira geral, formação docente, a prática pedagógica, o modo que vem sendo realizado o trabalho nas escolas que possuem alunos com deficiência visual etc. Assim, selecionamos apenas 34 (trinta e quatro) pesquisas para apresentar nos resultados e discussão, pois tratavam das questões que estávamos pesquisando.

ANÁLISE E DISCUSSÃO

Os trabalhos foram analisados e organizados em um gráfico (Gráfico 1), onde foi possível perceber que o maior número de pesquisas acerca do ensino da matemática e deficiência visual estão concentrados na região Sudeste do país, com 19 pesquisas. Por outro lado, a região que obteve um menor número de pesquisas foi a região Norte, com apenas 2 (duas) pesquisas, seguidas da região Centro-Oeste (3 pesquisas), região Nordeste (5 pesquisas) e, finalmente, região Sul (5 pesquisas).

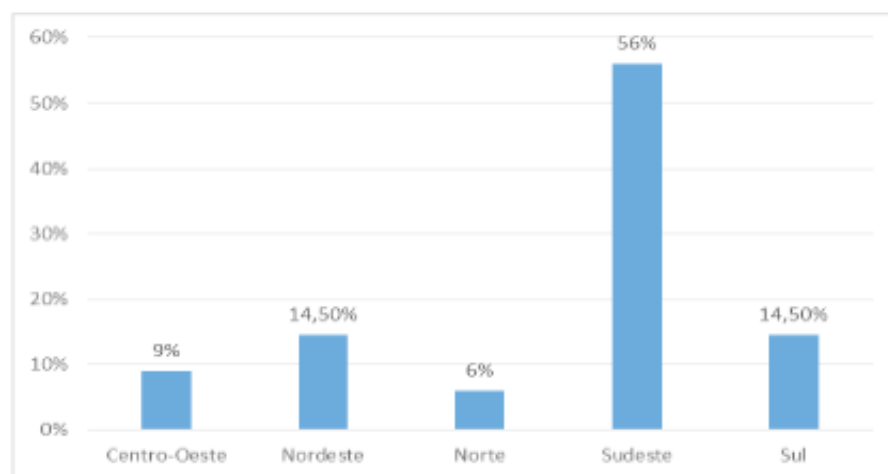


Gráfico 1: Porcentagem de pesquisas sobre o ensino da Matemática e Deficiência Visual

Fonte: Autores, 2018

Posteriormente, os trabalhos foram separados por regiões (Quadro 1), com os respectivos autores, programas vinculados e Instituição de pesquisa e, por fim, o nível da pesquisa (Mestrado Acadêmico, Mestrado Profissional e Doutorado).

Região	Autor	Nível ¹	Instituição	Programa
Centro-Oeste	Silva (2015)	MP	UNB	PROFMAT
	Moraes (2008)	MA	UNB	Programa de Pós-Graduação em Educação
	Araújo (2017)	D	UFMT	Programa de Pós-Graduação de Educação em Ciências e Matemática, da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC.
Nordeste	Brandão (2010)	D	UFC	Programa de Pós-Graduação em Educação.
	Silveira (2017)	MA	UFC	Programa de Pós-Graduação em Educação
	Silveira (2016)	MA	UESC	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Guimarães (2014)	MA	UESC	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Nery (2013)	MP	UFPI	PROFMAT
Norte	Moraes (2016)	MA	UFPA	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas
	Cardoso (2017)	MA	UFPA	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas
	Oliveira (2010)	MA	UFRJ	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática

Sudeste	Santos (2015)	MA	UFES	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
	Costa (2013)	MA	UFSCAR	Programa de Pós-Graduação em Educação Especial
	Fernandes (2008)	D	PUC-SP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Vita (2012)	D	PUC-SP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Pasquarelli (2015)	MA	PUC-SP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Mello (2015)	D	PUC-SP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Fernandes (2004)	MA	PUC-SP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Andrezzo (2005)	MA	PUC-SP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Uliana (2012)	MA	PUC-MG	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
	Tostes (2015)	MP	UNIGRANRIO	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências na Educação Básica
	Silva (2012)	MA	UNIBAN	Pós-Graduação em Educação Matemática
	Martins (2010)	MA	UNIBAN	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Serino (2011)	MA	UNIBAN	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Drummond (2016)	MP	UFOP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Pereira (2012)	MP	UFOP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Lírio (2006)	MA	UNESP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Marcelly (2010)	MA	UNESP	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Barreto (2013)	MA	UENF	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
	Sganzerla (2014)	MA	ULBRA	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
	Silva (2013)	MP	UNIFRA	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física e de Matemática

Sul	Mollossi (2017)	MP	UDESC	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias
	Viginheski (2013)	MP	UTFPR	Programa de Pós-Graduação em Ensino e Tecnologia
	Splett (2015)	MA	UFSM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

¹ Nível da pesquisa: (MA) Mestrado Acadêmico, (MP) Mestrado Profissional, (D) Doutorado

Quadro 1: Relação de trabalhos delimitados por Região em seus respectivos Programas

Podemos perceber que o primeiro trabalho que voltou-se em pesquisar as questões relativas ao ensino da matemática e deficiência visual foi o de Fernandes (2004) na região Sudeste do país, ou seja, passados mais de dez anos desde a Declaração de Salamanca, em que os alunos começaram a frequentar o ensino regular e estar presente nas salas de aula através da inclusão, que a preocupação em torno dos conteúdos matemáticos passaram a ser problematizados na educação de alunos com deficiência visual.

A partir daí, houve um sucessivo crescimento das pesquisas, com maior aglomerado no ano de 2015, com 6 seis abordagens de ensino. As produções acadêmicas foram se espalhando, partindo da região Sudeste até se chegar, mais recentemente, na região Norte. Os anos de 2007 e 2009 não apresentaram produções. Destaca-se, ainda, que a PUC-SP, Instituição de ensino privado, lidera enquanto instituição de pesquisa na área da matemática e deficiência visual, voltadas para o ensino e investigações de conteúdos matemáticos.

Em relação ao nível das pesquisas, o mestrado acadêmico foi responsável pela maioria das produções (21), seguidas pelo mestrado profissional (8) e doutorado (5). O mestrado profissional, por ser ainda uma modalidade nova nos programas das Instituições, com o primeiro trabalho encontrado no ano de 2012, teve uma perspectiva de crescimento ao longo dos anos e sinaliza possíveis avanços para anos posteriores.

Os programas, cujas pesquisas estão inseridas são, em sua maioria, em Programas que contemplem à Educação Matemática. Entretanto, as produções a nível de tese são em minoria, com nenhum trabalho ainda discutido nas regiões Norte e Sul do país.

No que diz respeito à concentração das pesquisas nas Instituições (Gráfico 2), notou-se que apesar de as pesquisas de maior percentual (44%) serem da esfera federal, é crescente o número de trabalhos voltados à deficiência visual da rede privada de ensino (38%), encontrados na região Sudeste (11 trabalhos) e Sul (2 trabalhos) do país. Enquanto que as universidades estaduais respondem pela menor porcentagem (18%) das pesquisas, com nenhum trabalho encontrado nas regiões Centro-Oeste e Norte.

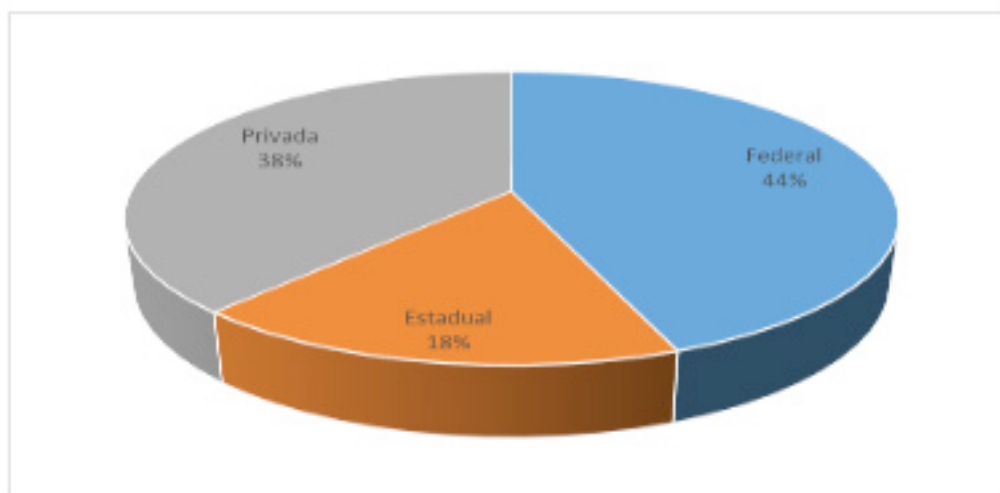


Gráfico 2: Porcentagem de pesquisas nas Instituições

Fonte: Autores, 2018

Em seguida, com as leituras das produções (Quadro 2), evidenciou-se os assuntos/ conteúdos e recursos abordados em cada pesquisa. Salientamos que, determinadas pesquisas fizeram uso de diversos recursos ao longo do desenvolvimento das tarefas/ atividades, por esse motivo, colocamos essa representação no quadro 2.

Autor	Assunto Abordado	Nível ²	Recurso
Silva (2015)	Geometria plana e ângulos	EF/EM	Transferidor adaptado
Morais (2008)	Números e Operações	EF	Jogos e Sorobã
Araújo (2017)	Números decimais	EF	<i>Software</i> MusiCALcolorida e Tabuleiro de Decimais
Brandão (2010)	Geometria plana	EF/EM	GEUmetria (Eu + Geometria)
Silveira (2017)	Geometria plana e medidas	EF	Diversos
Silveira (2016)	Probabilidade	EM	Maquete tátil
Guimarães (2014)	Probabilidade	EF	Maquete tátil
Nery (2013)	Trigonometria e Geometria Espacial	EM	Multiplano
Moraes (2016)	Geometria (Ângulos)	EF	Transferidor adaptado T360°A
Cardoso (2017)	Geometria analítica	EM	Plano Cartesiano
Oliveira (2010)	Conceito de função	EF	Planivox
Santos (2015)	Matrizes e Determinantes	EM	Tecnologia assistiva
Costa (2013)	Frações	EF	Diversos
Fernandes (2008)	Geometria plana e espacial	EM	Diversos
Vita (2012)	Probabilidade	EM	Maquete tátil
Pasquarelli (2015)	Estatística	EF	Tecnologia assistiva
Fernandes (2004)	Geometria plana	EF	Ferramenta de desenho (geoboard)
Andrezzo (2005)	Álgebra	EM	Prancha de metais com imãs
Uliana (2012)	Geometria plana	EF	Kit pedagógico
Tostes (2015)	Expressões Numéricas	EF	Tabuleiros de expressões

Silva (2012)	Matrizes	EM	MATRIZMAT
Martins (2010)	Números Racionais	EF	Software MusiCALcolorida
Serino (2011)	Semelhança de Figuras planas	EF	Diversos
Drummond (2016)	Números e Operações	EF	Adaptação das barras de <i>Cuisinaire</i>
Mello (2015)	Geometria plana e espacial	EF	Prancheta de desenho em Relevô Positiva
Pereira (2012)	Geometria plana e espacial	EF	Diversos
Lírio (2006)	Geometria plana	EM	Tecnologia Assistiva
Marcelly (2010)	Teorema de Tales	EF	Histórias em quadrinho
Barreto (2013)	Função polinomial do 1º grau	EM	Películas de Policloreto de Vinila (PVC)
Sganzerla (2014)	Números e Operações	EF	Calculadora tátil
Silva (2013)	Geometria plana e espacial	EF	Diversos
Mollossi (2017)	Equação do 1º grau	EF	Placa de Resolução de Equações do Primeiro Grau
Viginheski (2013)	Álgebra	EF	Material “produtos notáveis”
Splett (2015)	Geometria plana	EF	Plano cartesiano

² Nível de ensino: (EF) Ensino Fundamental, (EM) Ensino Médio

Quadro 2: Relação de conteúdos e recursos empregados nas pesquisas

Conforme análise do Quadro 2, deparou-se que grande parte das pesquisas evidenciaram o ensino de geometria. A maior parte das pesquisas concentrou-se no Ensino Fundamental, e dentre elas, apenas a produção de Moraes (2008), Vita (2012) e Araújo (2017) dedicaram-se a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Enquanto que os trabalhos voltados ao público alvo do Ensino Médio precisam ser mais exploradas, tanto com relação aos conteúdos que ainda necessitam ser evidenciados e em relação aos recursos empregados para tornar “visível” o ensino da matemática aos estudantes.

Nesse aspecto, Fernandes e Salvi (2017) chamam atenção que o movimento de pesquisa na Educação Matemática Inclusiva parte dos aspectos da inclusão e não dos conteúdos matemáticos, o que comprova a necessidade de investigações nesse segmento, uma vez que auxiliaria para melhorar a prática dos docentes e despertar a reflexão a respeito de procedimentos, que podem auxiliar na aprendizagem dos conteúdos. Tal afirmação tornou-se perceptível a medida que os trabalhos, a partir dos pressupostos da inclusão, começaram a destacar as dificuldades, a falta de formação de docentes e o que se tem feito para incluir a todos na sala de aula, foram as primeiras investigações colocadas em questão, e mais recentemente, pesquisadores voltaram seus olhares para a sala de aula, para a forma que os conteúdos estavam sendo ministrados aos alunos com deficiência visual.

Em relação aos materiais e recursos pedagógicos, foi possível perceber que a maioria deles estiveram relacionados ao contexto em que permitia o desencadeamento das atividades por meio do tato e/ou leitura braille. Nesse aspecto, é importante enfatizar a necessidade de recorrer a recursos que estimulem e proporcione contato

do aluno com o conteúdo abordado e, ainda assim, quando necessário dispostos em simbologia braille. A dissertação de Moraes (2016) deu ênfase a isso, na medida em que abordava a leitura tátil e os efeitos da desbrailização no ensino de matemática.

Foi possível perceber que nenhum trabalho esteve voltado à situações de ensino da matemática que pudessem auxiliar na aprendizagem de conceitos matemáticos no Ensino Superior para alunos com deficiência visual, o que abre um leque de possibilidades de investigações nesse nível de ensino em futuras investigações.

Em relação as estratégias adotadas, os recursos utilizados nas abordagens foram criações próprias dos pesquisadores, como o transferidor adaptado e o T360°A, o Tabuleiro de Decimais, o plano cartesiano, o tabuleiro de expressões, a prancha de metais com ímãs, o kit pedagógico para ensino de geometria, a calculadora tátil, as placas de resolução de equações do 1º grau e o material “produtos notáveis”. Ressalta-se que, em detrimento da especificidade da deficiência visual e da necessidade de uma variedade de materiais serem imprescindíveis para a compreensão dos conteúdos abordados, nenhuma pesquisa se deteve a utilizar apenas um recurso.

Silva (2015) além do transferidor adaptado recorreu ao multiplano, pastilhas de vidro, figuras em alto relevo construídos em papel panamá. Moraes (2008) fez uso, além do sorobã, comumente utilizado por educandos com deficiência visual para a realização dos cálculos em matemática, de um outro sorobã por ela adaptado que facilitava a compreensão dos cálculos, dos jogos de dominó, cartas de baralho (jogo batalha), jogo nunca dez, ábaco adaptado, material dourado, palitos, dedos das mãos e dos pés, calendário, dinheiro fictício. Costa (2013) buscou utilizar a massa de modelar, escala de Cuisenaire, brinquedo monta fácil, bolinhas de gude e isopor e círculos adaptados de fração. Serino (2011) utilizou uma placa perfurada, elásticos e pinos para construir as figuras geométricas.

Brandão (2010) recorreu ao uso de técnicas de Orientação e Mobilidade no ensino de geometria, por ele denominado GEUmetria (Eu + Geometria) para estudar conceitos como triângulos, quadriláteros e simetria estimuladas por atividades, que fazem parte dos atendimentos educacionais de uma unidade especializada para deficientes visuais. Suas atividades foram complementadas pelo material dourado, tangram e a construção de uma maquete construída em E.V.A dos lugares percorridos pelo aluno. Do mesmo modo, Silveira (2017) recorreu também ao tangram, Geoplano e material em E.V.A para o estudo dos conteúdos de geometria plana e espacial.

Por outro lado, Silveira (2016) e Guimarães (2014), por fazerem parte de um mesmo projeto de pesquisa realizaram estudos por meio de uma maquete tátil, desenvolvida sob os moldes de Vita (2012) que sofreu algumas adaptações para a realização das tarefas das pesquisadoras. Nesse mesmo segmento de adaptações, temos também a pesquisa de Drummond (2016) que adaptou as barras de cuisenaire em diferentes texturas para o ensino das operações de adição e subtração.

As pesquisas de Araújo (2017), Oliveira (2010), Santos (2015), Pasquarelli (2015), Silva (2012), Andrezzo (2005), Lírio (2006) e Sganzerla (2014) evidenciaram

a utilização de tecnologias assistivas e/ou *Softwares* para o ensino da matemática voltadas para a inclusão, o que permite vislumbrar que para o aluno com necessidade educacional especial é relevante um novo contato com tecnologias diferenciadas e um campo de pesquisa que vem crescendo nos últimos anos.

Viginheski (2013), Drummond (2016) e Mollossi (2017) contribuíram com criações em produtos educacionais, fruto de suas pesquisas com os mestrados profissionais. Assim, apontam caminhos e possibilidades de ensino na educação matemática inclusiva e para serem utilizados por professores em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com esta pesquisa foi possível traçar um panorama das produções acadêmicas, à nível nacional, de teses e dissertações finalizadas e em andamento, no tocante à temática Ensino de Matemática na perspectiva inclusiva.

De um modo geral, constatou-se que ainda são ínfimas as pesquisas direcionadas no campo investigativo que realizamos, a exemplo da Região Norte, que apresentou o menor quantitativo de pesquisas, inserida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Esse dado corroborou para levantar alguns questionamentos sobre como vem se dando o ensino de matemática nesta região, uma vez que com a extensão territorial maior do país, esperava-se outras instituições presentes na região que também revelassem produções acadêmicas. Desse modo, se há poucos trabalhos, será que existe uma fragmentação de professores pesquisadores nessa região que estejam investigando o ensino de matemática? Ou ainda, no caso específico da deficiência visual, com apenas duas pesquisas encontradas, estariam seus olhares voltados ao ensino de matemática para outras deficiências?

Estes questionamentos nos remetem a refletir sobre a forma que vem se dando a formação dos professores, haja vista que nenhum trabalho esteve presente a preocupação do ensino de matemática no nível superior. Será que alunos não videntes estão desvinculados dos programas do curso de matemática ou as dificuldades de ensino não estão presentes nesse nível?

Nos chamou a atenção também para um percentual crescente das pesquisas nas instituições de ensino privado e a alta incidência de produção acadêmica na região Sudeste, que poderia ser explicada pela maior concentração de linhas de pesquisas e/ou programas interessados em investigar a Educação Matemática Inclusiva.

Pelo encontrado e analisado, diversos conteúdos do ensino fundamental e médio necessitam ser explorados ainda, dentre eles, o ensino de números inteiros, m.m.c e m.d.c, matemática financeira, razão e proporção, equação do 2º grau, funções exponencial, logarítmicas etc. Enquanto que os assuntos abordados nas pesquisas aqui colocadas, foram investigadas somente uma vez, como o ensino de frações, trigonometria, estatística, equação do 1º grau, números racionais e decimais.

Enfim, podemos verificar que muito ainda há por fazer em pesquisas no campo da Educação Matemática voltada para a inclusão de alunos com deficiência visual no Brasil, possibilitando futuras investigações.

REFERÊNCIAS

- ANDREZZO, K. L. **Um estudo do uso de padrões figurativos na aprendizagem de álgebra por alunos sem acuidade visual**. 2005. 230f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
- ARAÚJO, M. M. **O ensino de Números Decimais em uma classe inclusiva do Ensino fundamental: uma proposta de metodologias visando à inclusão**. 2017. 402f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2017.
- BARRETO, M. S. **Educação inclusiva – um estudo de caso na construção do conceito de função polinomial do 1º grau por alunos cegos utilizando material adaptado**. 2013. 182f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2013.
- BRANDÃO, J. C. **Matemática e deficiência Visual**. 2010. 152f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.
- CARDOSO, L. V. M. **O material manipulável no ensino e aprendizagem das noções básicas de geometria analítica a um aluno com cegueira**. 2017. 106f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.
- COSTA, A. B. **Uma proposta no ensino de fração para adolescentes com e sem deficiência visual**. 2013. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação Especial) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.
- DRUMMOND, M. F. L. A. O. **As barras adaptadas de cuisenaire como mediadoras do processo de ensino e aprendizagem das operações matemáticas de adição e subtração de um aluno cego**. 2016. 201f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.
- FERNANDES, S. H. A. A. **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. 2008. 262f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.
- FERNANDES, S. H. A. A. **Uma análise Vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. 2004, 322f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.
- FERNANDES, R. K.; SALVI, R. F. **Estado da arte da Educação Matemática Inclusiva: uma análise a respeito da produção científica**. Revista Ens. Educ. Cienc. Human., v.18, n.2, p.144-154, 2017.
- GUIMARÃES, M. A. S. **A interação entre estudante cego e vidente em atividades envolvendo conceitos básicos de probabilidade mediadas pela maquete tátil**. 2014. 84f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2014.
- JANNUZZI, G. S. M. **A educação do deficiente no Brasil: dos primórdios ao início do século XXI**. 3. Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.
- LÍRIO, S. B. **A tecnologia informática como auxílio no ensino de geometria para deficientes visuais**. 2006. 115f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Universidade Estadual

Paulista, Rio Claro, 2006.

LUDKE, M. ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, SP: E.P.U. 2012.

MARCELLY, L. **As histórias em quadrinhos adaptadas como recurso para ensinar Matemática para alunos cegos e videntes**. 2010. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

MARTINS, E. G. **O papel da percepção sonora na atribuição de significados matemáticos para números racionais por pessoas cegas e pessoas com baixa visão**. 2010. 108f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

MELLO, E. M. **A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval**. 2015. 177f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MOLLOSSI, L. F. S.B **Educação matemática inclusiva com cegos: o processo de construção de um material concreto para o ensino de equações do primeiro grau**. 2017. 129f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2017.

MORAES, M. E. L. **A leitura tátil e os efeitos da desbrilização em aulas de matemática**. 2016. 319f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

MORAIS, I. M. S. **Sorobã: suas implicações e possibilidades na construção do número e no processo operatório do aluno com deficiência visual**. 2008. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

NERY, M. W. A. **Um olhar sobre a educação inclusiva dos deficientes visuais – estratégias de ensino de trigonometria e geometria espacial**. 2013. 81f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) – Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013.

OLIVEIRA, H. B. L. **Introdução ao conceito de função para deficientes visuais com o auxílio do computador**. 2010. 110f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

PASQUARELLI, R. C. C. **A inclusão de alunos com deficiência visual do 9º ano do ensino fundamental no processo de ensino e aprendizagem de estatística**. 2015. 127f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

PASSOS, A. M.; PASSOS, M. M.; ARRUDA, S. M. **A educação matemática Inclusiva no Brasil: uma análise baseada em artigos publicados em revistas de Educação Matemática**. Revista Brasileira de Ensino de C&T. v.6, n. 2, p. 1-22, mai-ago, 2013.

PEREIRA, M. K. S. **Ensino de geometria para alunos com deficiência visual: análise de uma proposta de ensino envolvendo o uso de materiais manipulativos e a expressão oral e escrita**. 2012. 186f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

SANTOS, F. L. **Aprendizagem matemática de um aluno com baixa visão: uma experiência a partir do uso da teoria de Galperin**. 2015. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.

SERINO, A. P. A. **Uma abordagem inclusiva para transformações geométricas: o caso de alunos**

cegos. 2011. 100f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

SGANZERLA, M. A. R. **Contátil: potencialidades de uma tecnologia assistiva para o ensino de conceitos básicos de Matemática**. 2014. 119f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2014.

SILVA, D. C. N. **Sobre o Ensino de geometria para Deficientes Visuais**. 2015. 95f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

SILVA, D. C. **O ensino da geometria para alunos com deficiência visual**. 2013. 79f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2013.

SILVA, G. G. **O ensino de matrizes: um desafio mediado para aprendizes cegos e aprendizes surdos**. 2012. 144f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVEIRA, D. F. O. **Comunicação Ativa na leitura e interpretação de situações problemas envolvendo figuras geométricas planas para crianças cegas**. 2017. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, 2017.

SILVEIRA, E. S. **A gênese instrumental na interação de alunas, cega e vidente, com uma maquete tátil no estudo de probabilidade**. 2016. 130f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

SPLETT, E. S. **Inclusão de alunos cegos em classes regulares e o processo ensino e aprendizagem da matemática**. 2015. 104f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e o Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

TOSTES, T. A. **Tabuleiro das expressões: um auxiliador do ensino da matemática para alunos com deficiência visual**. 2015. 61f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Duque de Caxias, 2015.

ULIANA, M. R. **Ensino-aprendizagem de matemática para estudantes sem acuidade visual: a construção de um kit pedagógico**. 2012. 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

VIGINHESKI, L. V. M. **Uma abordagem para o ensino de produtos notáveis em uma classe inclusiva: o caso de uma aluna com deficiência visual**. 2013. 156f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2013.

VITA, A. C. **Análise Instrumental de uma Maquete Tátil para a Aprendizagem de Probabilidade por Alunos Cegos**. 2012. 240f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

ZUFFI, E.M.; JACOMELLI, C. V.; PALOMBO, R. D. **Pesquisas sobre a inclusão de alunos com necessidades especiais no Brasil e a aprendizagem Matemática**. Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife, BA, 2011.

ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS EM DADOS DE INSTRUMENTAÇÃO DE BARRAGEM DE CONCRETO

Eduardo Kenji Simo

Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
Matemática
Toledo - Paraná

Suellen Ribeiro Pardo Garcia

Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
Matemática
Toledo – Paraná

RESUMO: Neste trabalho apresenta-se uma aplicação da técnica análise de componentes principais em dados reais da instrumentação de uma barragem de concreto. Os dados são de 14 variáveis que são leituras de 7 sensores dos instrumentos pêndulos direto e invertido, instalados em um bloco de concreto da barragem de Itaipu, localizada no Rio Paraná, nas cidades de Foz do Iguaçu, no Brasil, e Ciudad del Este, no Paraguai. Após a aplicação da técnica, as 14 variáveis originais foram redimensionadas para 3 componentes principais. Mesmo após considerável redução do número de variáveis, a representatividade da variabilidade total dos dados originais foi de aproximadamente 85%, evidenciando que a utilização da técnica é apropriada.

PALAVRAS-CHAVE: Pêndulo Direto, Pêndulo Invertido e Software R.

ABSTRACT: This work presents an application

of the technique of principal component analysis in real data of the instrumentation of a concrete dam. The data are of 14 variables that are readings of 7 sensors of the direct and inverted pendulums instruments, installed in a concrete block of the Itaipu dam, located in the Paraná River, in the cities of Foz do Iguaçu, Brazil, and Ciudad del Este, in Paraguay. After the application of the technique, the original 14 variables were resized to 3 principal components. Even after considerable reduction in the number of variables, the representativity of the total variability of the original data was approximately 85%, evidencing that the use of the technique is appropriate.

KEYWORDS: Direct Pendulum, Inverted Pendulum and R Software.

1 | INTRODUÇÃO

A técnica análise de componentes principais (ACP) é uma ferramenta de análise multivariada, utilizada para redimensionar os dados, reduzindo o número de variáveis. Além disso, a aplicação técnica pode facilitar a interpretação de como as variáveis se relacionam. Assim, a aplicação da técnica facilita a leitura e contribui para um melhor entendimento do problema, diminuindo o trabalho do pesquisador (SANTO, 2012).

A ACP é indicada para situações em que os dados originais são correlacionados entre si, assim a redução no número de variáveis é mais significativa. O pesquisador é que decide quantas componentes considerar, que serão as novas variáveis, combinações lineares das variáveis originais. De fato, o pesquisador avalia qual proporção de variabilidade dos dados originais deve ser aplicada pelas novas variáveis, escolhendo entre parcimônia ou maior variabilidade explicada.

Na literatura, encontram-se muitas aplicações da técnica em diferentes contextos, por exemplo, Santo (2012) utilizada a ACP para realizar a compressão de imagens digitais, a fim de reduzir o espaço de armazenamento das imagens sem perder características importantes que viabilizam os diagnósticos.

Uma outra aplicação da técnica teve o objetivo de classificar quais características do solo são mais significativas em sua textura, pois é a textura do solo que influencia a taxa de infiltração de determinados nutrientes (fertilidade do solo) (MAESTRE, et al., 2010).

Neste trabalho apresenta-se a aplicação da técnica análise de componentes principais em dados reais da instrumentação de uma barragem de concreto. Os dados são de 14 variáveis que são leituras de 7 sensores do instrumento pêndulo direto e invertido, instalado em um bloco de concreto. Após a aplicação da técnica, as 14 variáveis originais foram redimensionadas para 3 componentes principais. Mesmo após considerável redução do número de variáveis a serem consideradas em análises estatísticas futuras, a representatividade da variabilidade total dos dados originais foi de aproximadamente 85%, evidenciando que a utilização da técnica é apropriada.

2 | A TÉCNICA DE ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

2.1 Conceitos Importantes

Se faz necessária a definição de alguns conceitos importantes que são utilizados na aplicação da ACP, como as definições de correlação, matriz de correlação e o teorema da decomposição espectral. As definições a seguir foram retiradas do livro de Mingoti (2005).

Correlação: O coeficiente de correlação entre a i -ésima variável X_i e a j -ésima variável X_j do vetor X é dada por:

$$r_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{ii}s_{jj}}} = \frac{s_{ij}}{s_i s_j}$$

onde - $-1 < r < 1$ " $i = 1, 2, \dots, p$ ". Quando $i = j$ tem-se $r_{ii} = 1$. Logo, a correlação é uma medida mais adequada para medir o grau de relacionamento linear entre duas variáveis. A interpretação é feita da seguinte maneira: quanto mais próximo de 1, indica-se que existe um relacionamento linear positivo entre as variáveis

(crescimento), quanto mais próximo de -1, indica-se que existe um relacionamento linear negativo (decréscimo) e, por fim, quanto mais próximo de zero, indica-se um não relacionamento linear entre as variáveis. É importante ressaltar que essa medida é adimensional o que é interessante quando se trabalha com variáveis de unidades de medidas diferentes.

Matriz de correlação: A matriz de correlação do vetor aleatório X é dada por:

$$P_{p \times p} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Por exemplo, seja a mesma matriz considerada no exemplo da matriz de covariâncias $\hat{\Sigma}_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, então $r_{11} = r_{22} = 1$ e $r_{12} = r_{21} = \frac{-2}{\sqrt{8 \times 5}} = -0,3162$; logo $P_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & -0,3162 \\ 0,3162 & 1 \end{pmatrix}$.

Teorema da Decomposição Espectral: Este teorema relaciona a matriz de covariâncias com seus autovalores e autovetores. Este teorema da álgebra linear é de fundamental importância em estatística multivariada. Seja $\hat{\Sigma}_{p \times p}$ uma matriz de covariâncias, então existe uma matriz ortogonal $O_{p \times p}$, isto é, $O'O = OO' = I_{p \times p}$, tal que:

$$O' \hat{\Sigma} O = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_p \end{pmatrix} = L$$

Onde $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ são autovalores ordenados em ordem crescente da matriz $\hat{\Sigma}_{p \times p}$. A matriz $\hat{\Sigma}_{p \times p}$ é semelhante à matriz $L_{p \times p}$, o que implica:

$$i) |\hat{\Sigma}_{p \times p}| = |L_{p \times p}| = \prod_{i=1}^p \lambda_i$$

$$ii) \text{traço}(\hat{\Sigma}_{p \times p}) = \text{traço}(L_{p \times p}) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p$$

A i -ésima coluna da matriz $O_{p \times p}$ é o autovetor normalizado e_i correspondente ao autovalor λ_i , $i = 1, 2, \dots, p$, que é denotado por:

$$e_i = \begin{pmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \\ \vdots \\ e_{ip} \end{pmatrix}$$

então a matriz O é dada por $O = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_p \end{bmatrix}$ e pelo teorema da decomposição espectral tem-se a igualdade

$$\hat{\Sigma}_{p \times p} = O \Lambda O' = \sum_{i=1}^p \lambda_i e_i e_i'$$

com e_i unitário e os autovalores dois a dois ortogonais, ou seja, $\langle e_i, e_j \rangle = 0$ ($\langle, \rangle$ denota produto interno), pela ortogonalidade da matriz $O_{p \times p}$.

Na próxima seção, apresenta-se como são obtidas as novas variáveis, as componentes principais, que são combinações lineares das variáveis originais.

2.2 Estimação das Componentes Principais Via Matriz de Correlação

Para obtenção das componentes principais, pode-se utilizar tanto a matriz de covariância ($\hat{\Sigma}_{p \times p}$) quanto a matriz de correlação ($P_{p \times p}$). Quando alguma transformação é aplicada aos dados, como por exemplo a padronização, pode-se utilizar a matriz de covariância nos dados padronizados, o que é equivalente a utilizar a matriz de correlação das variáveis originais (MINGOTI, 2005).

A matriz de covariância só é utilizada quando não há muita discrepância entre as variâncias. Essa discrepância, normalmente é causada pelas diferentes unidades de medidas das variáveis. Para amenizar esse problema pode-se utilizar a matriz de covariâncias dos dados padronizados ou simplesmente utilizar a matriz de correlação ($P_{p \times p}$). O procedimento apresentado é o mesmo definido para a matriz de covariância, calcula-se seus autovalores λ_i e seus correspondentes autovetores normalizados (e_i), $i = 1, 2, \dots, p$.

A j -ésima componente principal da matriz $P_{p \times p}$ dos dados padronizados é dada por:

$$Y_j = e_j' Z = e_{j1} Z_1 + e_{j2} Z_2 + \dots + e_{jp} Z_p$$

sendo que:

- (a) A variância de Y_j é igual a λ_j , $j = 1, 2, \dots, p$, e a covariância entre Y_j e Y_k é igual a zero, qualquer $j \neq k$;
- (b) A correlação entre a componente Y_j e a variável padronizada Z_i é igual a:

$$r_{Y_j, Z_i} = r_{Y_j, X_i} = e_{ji} \sqrt{\lambda_j}$$

e, conseqüentemente, as variáveis Z_i com os maiores coeficientes na componente principal Y_j são as mais correlacionadas com a componente;

- (c) A variância total do vetor aleatório $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_p)'$ é igual ao traço da matriz $P_{p \times p}$, que é igual ao valor P , ou seja, o número de variáveis medidas em cada elemento amostra. Portanto, a proporção da variância total explicada pela j -ésima componente principal é igual a $\frac{\lambda_j}{P}$, $j = 1, 2, \dots, p$.

Na prática, a matriz de correlação ($P_{p'p}$) é estimada pela matriz de correlação amostral $R_{p'p}$

3 | MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Barragem de Itaipu e Dados d Instrumentação

A Usina Hidrelétrica de Itaipu fica localizada no Rio Paraná, nas cidades de Foz do Iguaçu, no Brasil, e Ciudad del Este, no Paraguai, e é administrada pelos dois países. Foi construída entre os anos de 1975 e 1984 e está em atividade até os dias de hoje. Tem 7919 metros de extensão e altura máxima de 196 metros, equivalente a um prédio de 65 andares. A usina tem uma potência de geração de 14000 MW, líder brasileira e vice-líder mundial na capacidade de geração de energia, em 2016 produziu mais de 100 milhões de KWh, determinando um novo recorde mundial de produção anual.

As principais componentes da usina são: Dique lateral direito; Vertedor; Barragem lateral direita; Barragem principal e tomada d'água; Casa de força; Barragem na margem esquerda; Barragem lateral esquerda; Dique lateral esquerdo; Dique complementar de Hernandarias; Subestações seccionadoras; Obras para navegação (terminais e conexões terrestres, eclusas, canais, elevadores, e seus similares) (ITAIPU BINACIONAL, 2010). Como mostra a Figura 1.

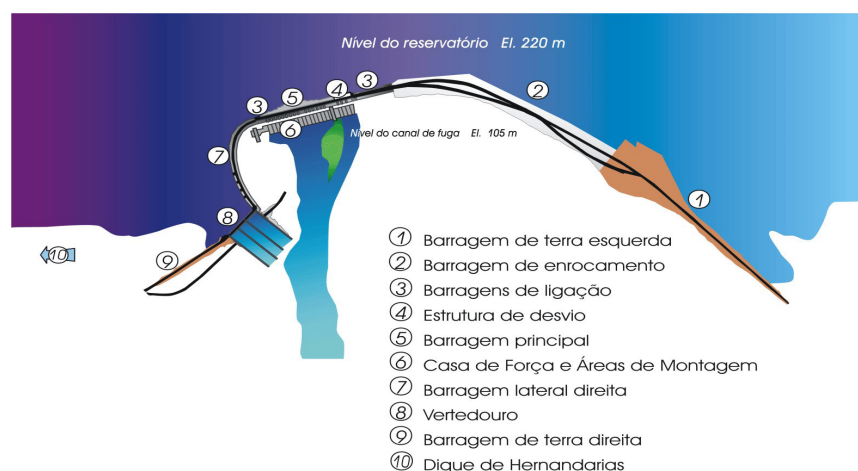


Figura 1: Planta da Barragem

Fonte: ITAIPU Binacional (2017)

A Itaipu tem o auxílio de 2.400 instrumentos (1.358 no concreto, 881 nas fundações e 161 para geodesia), sendo 270 automatizados, e 5.295 drenos (949 no concreto e 4.346 nas fundações) para acompanhar o desempenho das estruturas de concreto e fundações (ITAIPU BINACIONAL, 2010).

Na Figura 2 são representadas as instrumentações de um bloco chave da barragem principal. Um bloco-chave é um bloco altamente instrumentado estrategicamente, por

ser considerado mais relevante mediante aspectos de engenharia.

Este trabalho utilizou a base de dados do Sistema de Gestão de Medições (GSM) da barragem de Itaipu, disponibilizada pelo Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens (CEASB). O conjunto de dados é composto pelos valores mensurados pelos sensores dos pêndulos direto e invertido instalados ao longo do bloco F19/20 da barragem de concreto e esses valores foram aferidos manualmente pelos técnicos e engenheiros de Itaipu. Tais instrumentos mensuram os deslocamentos horizontais (relativos) do bloco de concreto.

O pêndulo direto possui vários sensores que vão da crista da barragem até o contato concreto-rocha. Segundo Silveira (2003 apud GARCIA, 2016, p.22), este instrumento é utilizado na medição dos deslocamentos horizontais da crista da barragem, que são afetados pelas seguintes grandezas físicas:

- Deflexão da estrutura de concreto;
- Rotação da base da estrutura, devido à deformabilidade da fundação;
- Influências térmicas ambientais.

As medições de deslocamento desses pêndulos são relativos, pois eles são instalados em vários pontos da estrutura. Os pêndulos invertidos são instalados na fundação da barragem, em um ponto suficientemente profundo para ser considerado ponto fixo e vão até o contato concreto-rocha. Estes pêndulos calculam os deslocamentos horizontais da base da barragem em relação a pontos profundos da fundação (ITAIPU BINACIONAL, 2010).

As leituras consideradas foram entre janeiro de 2000 até junho de 2015 com periodicidade mensal, ou seja, dispõe-se de uma amostra de 186 observações ($n = 186$). Existem 7 sensores dos pêndulos, 6 sensores do pêndulo direto (COF17, COF18, COF19, COF20, COF21 e COF22) dispostos ao longo da estrutura do bloco e, 1 sensor do pêndulo invertido (COF23) localizado na base do bloco.

Assim, tem-se 14 variáveis, pois os deslocamentos são na direção x , ou seja, no sentido do fluxo (direção montante-jusante) e, na direção y , perpendicular ao fluxo (margem direita-esquerda). Portanto, a amostra é uma matriz de dimensão 186×14 .

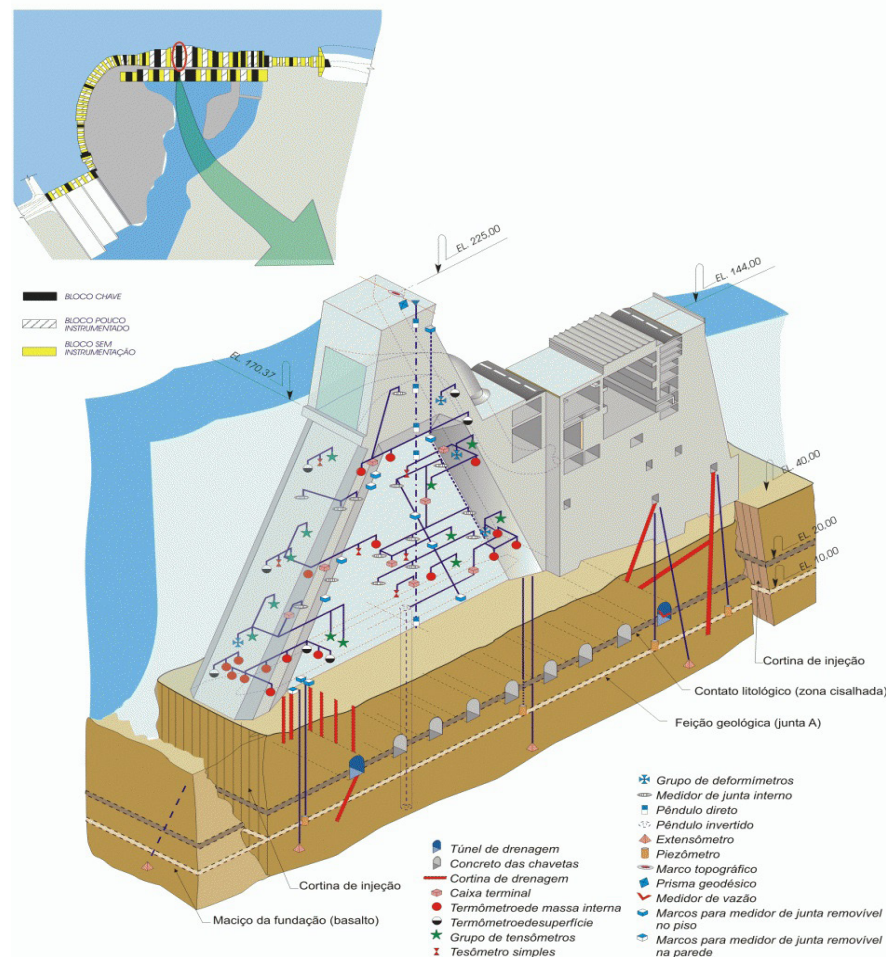


Figura 2: Representação de um Bloco Chave da Barragem Principal e sua Instrumentação.

Fonte: ITAIPU Binacional (2010).

3.2 Resultados da Aplicação nos Dados da Usina Hidrelétrica de Itaipu

A técnica Análise de Componentes Principais foi aplicada nas 14 variáveis que são referentes a 7 sensores dos pêndulos direto e invertido: COF17X, COF17Y, COF18X, COF18Y, COF19X, COF19Y, COF20X, COF20Y, COF21X, COF21Y, COF22X, COF22Y, COF23X e COF23Y.

A Tabela 1 mostra as médias, medianas, desvio padrão, valores mínimos e máximos das 14 variáveis. Nota-se que a variável COF22X registram os maiores movimentos da barragem, já as variáveis COF18Y e COF21Y registram os menores movimentos da barragem. As maiores dispersões entre os dados são da variável COF21X, e as menores são da variável COF23Y.

Variável	Média	Mediana	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
COF17X	2,12	2,15	0,30	1,20	2,80
COF17Y	2,19	2,20	0,27	1,60	2,80
COF18X	3,01	3,05	0,78	1,10	4,50
COF18Y	0,88	0,90	0,23	0,50	1,60
COF19X	5,24	5,25	1,21	2,40	7,30
COF19Y	-0,84	-0,90	0,40	-2,00	0,10

COF20X	7,75	7,80	1,31	4,40	10,10
COF20Y	-1,24	-1,20	0,42	-2,30	-0,30
COF21X	10,24	10,30	1,37	6,50	12,70
COF21Y	-0,79	-0,90	0,41	-1,60	0,10
COF22X	15,21	15,35	1,64	11,10	18,30
COF22Y	-1,97	-2,00	0,24	-2,40	-1,00
COF23X	3,72	3,70	0,23	3,20	4,30
COF23Y	1,86	1,90	0,14	1,40	2,20

Tabela 1: Estatística Descritiva das Variáveis

As Figuras 3 e 4 são os gráficos box-plot dos dados. Por conveniência foi decidido separar o gráfico box-plot em dois, pois, utilizando apenas um gráfico, a leitura do mesmo estava difícil, devido a algumas variáveis terem amplitudes pequenas. Dessa forma, separou-se os gráficos observando as médias das variáveis.

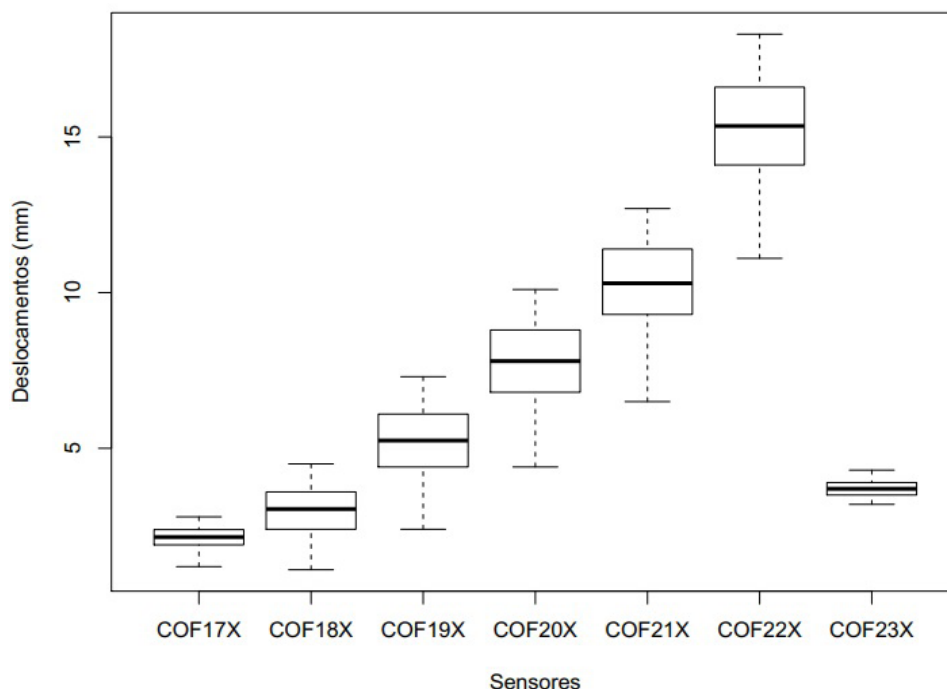


Figura 3: Gráfico box-plot.

Fonte: O autor (2017).

Na figura 3, pode-se notar que todas as variáveis são referentes aos sensores com deslocamento na direção x. A variável com maior amplitude é a COF22X, seguida das variáveis COF21X, COF20X, COF19X, COF18X e COF17X nesta mesma ordem, todas essas variáveis representam os deslocamentos dos pêndulos direto. A variável de menor amplitude é a COF23X, que representa o deslocamento do pêndulo invertido.

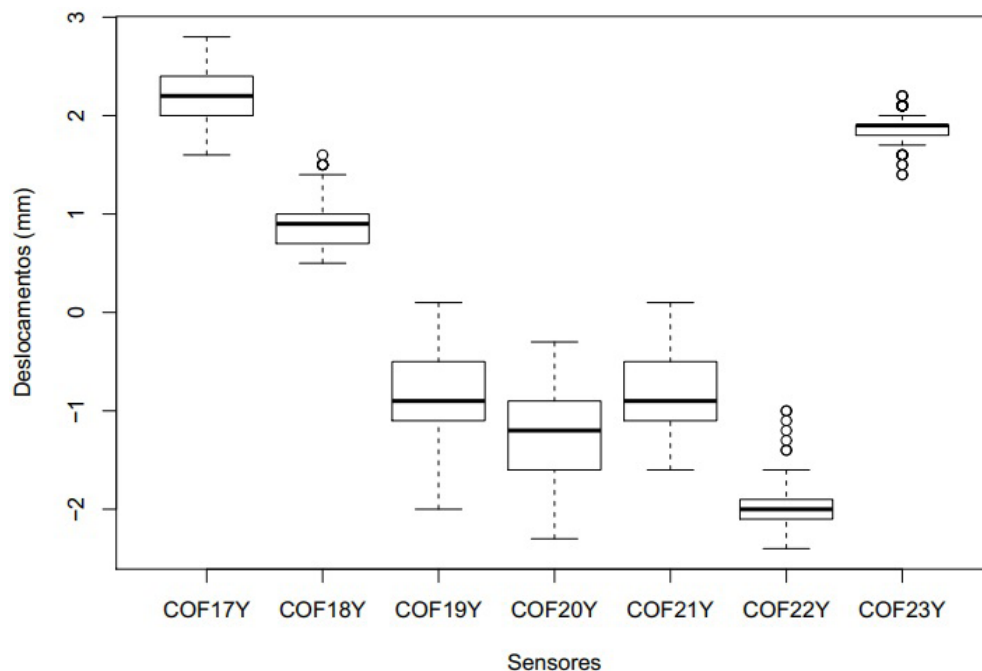


Figura 4: Gráfico box-plot.

Fonte: O autor (2017).

Na figura 4, pode-se notar que todas as variáveis são referentes aos sensores com deslocamento na direção y. Com auxílio do gráfico, é possível notar que as variáveis COF18Y, COF22Y e COF23Y possuem outliers (pontos discrepantes). As variáveis com maior amplitude são COF19Y, COF20Y e COF21Y (em ordem decrescente), e a variável com menor amplitude é a COF23Y, que representa o deslocamento do pêndulo invertido.

A Tabela 2 apresenta os cinco primeiros autovetores associados aos cinco primeiros autovalores em ordem decrescente. Os escalares dos autovetores representam os pesos das variáveis originais em cada uma das componentes principais. Quanto maior o valor numérico referente à variável, mais importante ela é na componente principal. Apresenta-se apenas as cinco primeiras componentes principais, as demais componentes não são exibidas na Tabela 2 por apresentarem pesos muito pequeno.

Variável	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5
1	-0,301	-0,113	0,013	-0,215	0,899
2	-0,087	0,353	-0,438	-0,055	-0,034
3	-0,375	-0,046	0,131	-0,138	-0,078
4	-0,237	-0,193	-0,452	-0,094	-0,123
5	-0,378	0,033	0,099	-0,073	-0,148
6	0,107	-0,441	-0,151	0,143	0,099
7	-0,384	0,006	0,081	-0,074	-0,078
8	0,147	-0,438	-0,079	0,118	0,096
9	-0,382	0,013	0,064	-0,050	-0,129
10	-0,052	-0,479	0,049	0,026	-0,055
11	-0,378	-0,071	0,048	-0,021	-0,132
12	-0,121	-0,265	-0,560	0,054	-0,171

13	-0,046	0,360	-0,436	0,269	0,266
14	-0,267	0,019	0,167	0,894	0,061

Tabela 2: Autovetores da Matriz de Correlação

Nota-se que a primeira CP está mais relacionada com a terceira, quinta, sétima, nona, décima primeira e décima quarta variáveis originais, ou seja, mais relacionada com as variáveis COF18X, COF19X, COF20X, COF21X, COF22X e COF23Y. Nota-se que são todos sensores do pêndulo direto cujos deslocamentos são na direção x, ou seja, na direção do fluxo do reservatório. A segunda CP está mais relacionada com a sexta, oitava e décima variáveis originais, ou seja, com as variáveis COF19Y, COF20Y e COF21Y, sensores do pêndulo direto cujos deslocamentos são na direção y, ou seja, na direção normal ao fluxo do reservatório. A terceira CP está mais relacionada com a segunda, quarta, décima segunda e décima terceira variáveis originais, ou seja, com as variáveis COF17Y, COF18Y, COF22Y e COF23X, ou seja, deslocamentos na direção y dos sensores do pêndulo direto e sensor do pêndulo invertido cujo deslocamento é na direção x. A quarta e quinta CP estão mais relacionadas, respectivamente, pela última (COF23Y) e primeira (COF17X) variável original. Considera-se desnecessária a inclusão de duas outras componentes por critério de parcimônia, assim a primeira variável COF17X, ou seja, o sensor do pêndulo direto cujo deslocamento é na direção x e a última variável COF23Y, o sensor do pêndulo invertido cujo deslocamento é na direção y, são consideradas como relevantes na primeira componente principal. Esta escolha de considerar apenas as três primeiras componentes se justifica novamente a seguir, pelos critérios de proporção de variância explicada pelas componentes e também pelo critério de Kaiser.

A Tabela 3 representa cada autovalor das dez primeiras componentes principais, bem como a variância explicada e acumulada de cada uma das componentes apresentadas.

Percebe-se que as três primeiras CP tem um valor considerável de variância explicada das variáveis originais, em que elas representam 47,00%, 28,08% e 10,61% respectivamente, e juntas somam um total de 85,70% de variância explicada das variáveis originais. Portanto, a técnica se mostra eficiente por reduzir o número de variáveis de um trabalho posterior de análise de dados, ou seja, antes o pesquisador precisava analisar 14 variáveis originais, agora é possível analisar apenas três variáveis que são as três componentes principais que representam bem a variabilidade dos dados. Para definir o número de CP adequado pode-se utilizar também o critério de Kaiser, no qual todas as componentes principais referentes aos autovalores λ menores ou iguais a 1 são descartadas. Utiliza-se o gráfico Scree-plot (Figura 5) para auxiliar nessa decisão.

CP	λ	% Explicada	% Acumulada
1	6,58	47,00	47,00
2	3,93	28,08	75,08
3	1,48	10,61	85,70
4	0,58	4,16	89,86
5	0,39	2,83	92,70
6	0,31	2,25	94,95
7	0,36	1,86	96,82
8	0,19	1,40	98,23
9	0,09	0,68	98,92
10	0,07	0,53	99,45

Tabela 3: Autovalores, variância explicada e variância acumulada associadas às componentes principais

Pela Tabela 3 é possível notar que apenas as três primeiras componentes principais têm valor de λ maior que 1. Assim, pelo critério de Kaiser, apenas essas componentes seriam utilizadas e as demais seriam descartadas

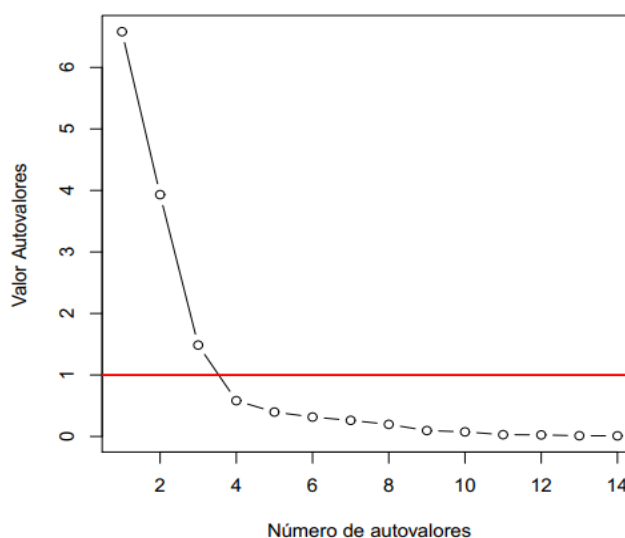


Figura 5: Gráfico Scree-plot

Fonte: O autor (2017)

O gráfico Scree-plot também auxiliou na decisão do número de componentes a serem utilizadas, pois ao plotar os pontos para este gráfico e traçar uma reta onde os valores dos λ são 1, a visualização de quantas são as componentes é facilitada.

Portanto, das 14 variáveis originais, apenas três componentes principais foram consideradas mediante todos esses critérios. As componentes são dadas pelas seguintes combinações lineares:

$$CP_j = \hat{y}_{j|u}^* [Z] = e_{j1}Z_1 + \dots + e_{j14}Z_{14}$$

onde $\hat{e}_{ij}$ é o autovetor normalizado e $Z_i = \frac{X_i - m}{s_i}$, ou seja, as componentes principais são combinações lineares das variáveis padronizadas. Sejam

$$Z = \begin{bmatrix} zCOF17X \\ zCOF17Y \\ zCOF18X \\ zCOF18Y \\ zCOF19X \\ zCOF19Y \\ zCOF20X \\ zCOF20Y \\ zCOF21X \\ zCOF21Y \\ zCOF22X \\ zCOF22Y \\ zCOF23X \\ zCOF23Y \end{bmatrix} \text{ e } v_i = \begin{bmatrix} 0,301 \\ 0,087 \\ 0,375 \\ 0,237 \\ 0,377 \\ 0,106 \\ 0,384 \\ 0,146 \\ 0,381 \\ 0,052 \\ 0,378 \\ 0,131 \\ 0,046 \\ 0,266 \end{bmatrix}$$

então a primeira componente principal $CP_1 = [v_1]^* [Z]$ é dada por

$$CP_1 = - 0,301 * zCOF17X - 0,087 * zCOF17Y - 0,375 * zCOF18X - 0,237 * zCOF18Y - 0,377 * zCOF19X + 0,106 * zCOF19Y - 0,384 * zCOF20X + 0,146 * zCOF20Y - 0,381 * zCOF21X - 0,052 * zCOF21Y - 0,378 * zCOF22X - 0,131 * zCOF22Y - 0,046 * zCOF23X - 0,266 * zCOF23Y$$

Seja

$$v_2 = \begin{bmatrix} 0,112 \\ 0,352 \\ 0,046 \\ 0,192 \\ 0,033 \\ 0,441 \\ 0,006 \\ 0,438 \\ 0,013 \\ 0,479 \\ 0,071 \\ 0,264 \\ 0,360 \\ 0,019 \end{bmatrix}$$

a segunda componente principal $CP_2 = [v_2] * [Z]$ é dada por

$$CP_2 = -0,112 * zCOF17X + 0,352 * zCOF17Y - 0,046 * zCOF18X - 0,192 * zCOF18Y + 0,033 * zCOF19X - 0,441 * zCOF19Y + 0,006 * zCOF20X - 0,438 * zCOF20Y + 0,013 * zCOF21X - 0,479 * zCOF21Y - 0,071 * zCOF22X - 0,264 * zCOF22Y + 0,360 * zCOF23X + 0,019 * zCOF23Y$$

e, por fim, seja

$$v_3 = \begin{bmatrix} 0,012 \\ 0,438 \\ 0,130 \\ 0,452 \\ 0,098 \\ 0,153 \\ 0,081 \\ 0,078 \\ 0,064 \\ 0,048 \\ 0,047 \\ 0,560 \\ 0,435 \\ 0,166 \end{bmatrix}$$

a terceira componente principal $CP_3 = [v_3] * [Z]$ é dada por

$$CP_3 = 0,012 * zCOF17X - 0,438 * zCOF17Y + 0,130 * zCOF18X - 0,452 * zCOF18Y + 0,098 * zCOF19X - 0,153 * zCOF19Y + 0,081 * zCOF20X - 0,078 * zCOF20Y + 0,064 * zCOF21X + 0,047 * zCOF21Y + 0,047 * zCOF22X - 0,560 * zCOF22Y - 0,435 * zCOF23X + 0,166 * zCOF23Y$$

Portanto, com a aplicação da técnica foi possível reduzir um número de 14 variáveis originais a serem monitoradas para um número de 3 novas variáveis que representam 85% da variabilidade total das variáveis originais. Após definidas essas 3 novas variáveis, o monitoramento pode ser realizado de várias maneiras como, por exemplo, a construção das cartas de controle multivariado. Em geral, quando as

variáveis são altamente correlacionadas entre si, o uso direto de gráficos de controle multivariados convencionais levam ao aumento das taxas de falsos alarmes, ou seja, nessa aplicação seria inviável trabalhar com as 14 variáveis originais, porém, com as 3 novas variáveis não correlacionadas é possível. A aplicação da técnica nesse contexto é imprescindível como um pré-tratamento dos dados para a análise posterior (SIMO, 2017).

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise de componentes principais é uma técnica extremamente útil quando se trabalha com dados cujas variáveis são correlacionadas. Neste caso, é possível redimensionar os dados, diminuindo o número de variáveis para futuras análises, sem perda considerável de representatividade.

Na aplicação aos dados dos sensores dos pêndulos haviam 14 variáveis originais. Com a utilização da análise de componentes principais, utilizando os critérios de variância explicada e de Kaiser, apenas 3 componentes principais foram consideradas para representar as variáveis originais. As três componentes juntas representam 85% da variabilidade total das variáveis originais, mostrando a eficiência da técnica e a redução considerável no número de variáveis.

Como trabalhos futuros, as três componentes consideradas podem ser variáveis dependentes em modelos de regressão cujas variáveis independentes poderiam ser nível do reservatório e temperatura, por exemplo. Pois essas variáveis de condições ambientes influenciam a movimentação dos blocos. Outro possível trabalho seria utilizar as componentes principais em cartas de controle multivariadas.

REFERÊNCIAS

GARCIA, S.R.P.; **Modelagem e Previsão de Deslocamentos em Barragens de Concreto: Aplicação a Dados de Instrumentação da Usina Hidrelétrica de Itaipu**. 2016. Tese (Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia) – Setor de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

ITAIPU BINACIONAL. **Barragem**, 2010, Disponível em: <<https://www.itaipu.gov.br/energia/barragem>>. Acesso em: 09 nov. 2017.

ITAIPU BINACIONAL. **Documentos Oficiais**, 2010. Disponível em: <<https://www.itaipu.gov.br/institucional/documentos-oficiais>>. Acesso em: 09 nov. 2017.

ITAIPU BINACIONAL. **Instrumentação**. 2010. Disponível em: <<https://www.itaipu.gov.br/energia/instrumentacao>>. Acesso em: 09 nov. 2017.

MAESTRE, M.R.; SARTÓRIO, S.D.; MARCIANO, C.R.; OLIVEIRA, F.C.; PIEDADE, S.M.S; LIMA, C.G.; **Aplicações da análise de componentes principais na seleção de características de solo**. São Pedro, 2010.

MINGOTI, S.A.; **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1 ed. 2005.

SANTO, R.E.; **Utilização da Análise de Componentes Principais na compressão de imagens digitais.** São Paulo, 2012.

SIMO, E.K.; **As Potencialidades da Técnica de Estatística Multivariada Análise de Componentes Principais.** 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Tecnológica do Paraná, Toledo.

COMPARAÇÃO DE FLECHAS EM LAJES DE CONCRETO ARMADO OBTIDAS POR MEIO DE CÁLCULOS MANUAIS (SÉRIES DE BARES), MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Paula de Oliveira Ribeiro

Escola de Engenharia de São Carlos/
Universidade de São Paulo
São Carlos – SP

Lucas Teotônio de Souza

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro – RJ

RESUMO: O cálculo de flechas em lajes de concreto armado por meio do método elástico é fundamentado nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade de deformações do mesmo. Diversos procedimentos podem ser utilizados para a resolução da equação diferencial fundamental de placas delgadas, a saber: elementos finitos (MEF), diferenças finitas (MDF), grelha equivalente e utilização de séries. O artigo tem por objetivo estabelecer uma comparação dos valores de flechas utilizando MEF, MDF e séries. Para aplicação do MEF, a laje foi simulada no programa ABAQUS. Na aplicação do MDF, foram desenvolvidas planilhas Excel para o cálculo das matrizes. A consideração de séries foi realizada por meio de tabelas baseadas nas soluções em séries de Bares. Por fim, foi realizado um estudo paramétrico variando a resistência do concreto. Espera-se conceber um comparativo entre os procedimentos e avaliar a sensibilidade das

deformações em função da resistência do concreto.

PALAVRAS-CHAVE: Lajes; flechas; MEF; MDF; séries.

ABSTRACT: The calculation of reinforced concrete slab deflection using the elastic method is based on the equilibrium equations of a plate infinitesimal element and on the compatibility of deformations. Several procedures can be used to solve the fundamental differential equation of thin plates, namely finite element method (FEM), finite difference method (FDM), equivalent grid and series. The objective of this paper is to compare the values of deflection using FEM, FDM and series. For the application of FEM, the slab was simulated in the ABAQUS program. In the application of the FDM, Excel spreadsheets were developed to calculate the matrices. Consideration of series was done through tables based on solutions in Bares series. Finally, a parametric study was carried out, varying the concrete strength. It is hoped to do a comparative between the procedures and to evaluate the sensitivity of the deformations in function of the concrete strength.

KEYWORDS: Slabs; deflection; FEM; FDM; series.

1 | INTRODUÇÃO

Lajes são elementos estruturais de superfície plana, em que a dimensão perpendicular à superfície, usualmente chamada de espessura, é relativamente pequena comparada às demais e sujeitas principalmente a ações normais a seu plano. O pavimento de uma edificação, que é um elemento estrutural de superfície plana, pode ser projetado com elementos pré-moldados ou moldados no local. O pavimento moldado no local pode ser composto por uma única laje, maciça ou nervurada, sem vigas, ou um conjunto de lajes apoiadas em vigas (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). Neste artigo, estuda-se um pavimento composto de lajes maciças de concreto armado apoiadas em vigas no contorno.

No caso de sistema construtivo convencional, a ação normalmente é transmitida para as vigas de apoio nas bordas da laje, e para as paredes no sistema de alvenaria estrutural. As lajes se deformam quando solicitadas. A verificação da flecha em lajes é uma importante avaliação a ser feita em todos os projetos e é prescrita na ABNT NBR 6118 (2014) pelo Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva. As deformações nas lajes podem ser divididas em imediatas e diferidas no tempo. A deformação elástica imediata ocorre por ocasião da aplicação do carregamento, enquanto a deformação lenta ocorre pelo aumento de deformação sob tensão constante. No presente trabalho serão calculadas as duas parcelas de deformação.

Existem basicamente dois métodos de cálculo para as lajes maciças, o elástico e o de ruptura. O primeiro é baseado no comportamento do elemento estrutural sob cargas de serviço e o concreto íntegro (não fissurado). O segundo se baseia nos mecanismos de ruptura da laje. No método elástico, subestimam-se os deslocamentos, pois não é considerada a fissuração do concreto. No método de ruptura, a formulação é baseada no mecanismo de ruptura da laje (teoria das charneiras plásticas), sendo difícil determinar os deslocamentos, uma vez que não é possível precisar informações sobre o comportamento da estrutura em serviço (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

O método elástico, clássico ou linear é baseado nas equações de equilíbrio de um elemento finito de placa e nas relações de compatibilidade das deformações do mesmo. Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), os métodos baseados na teoria da elasticidade podem ser utilizados nas estruturas de placas com coeficiente de Poisson ν igual a 0,2. O método elástico é utilizado no cálculo de flechas em lajes, sendo necessário contornar as limitações do mesmo, uma forma de prever o aumento da deformação devido a fissuração é multiplicar a mesma pela relação entre a inércia bruta e fissurada.

O valor da flecha é obtido pela solução da equação diferencial fundamental de placas delgadas. Existem diversos processos para a resolução do problema, dentre eles: diferenças finitas (MDF), elementos finitos (MEF) e utilização de séries. Será realizado um estudo comparativo entre os métodos citados. Serão utilizadas planilhas

em Excel para o cálculo da flecha por MDF. A resolução por MEF será realizada por modelagem no software ABAQUS (2014). O processo de cálculo de placas por séries será baseado nas soluções desenvolvidas por Bares (1972).

2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como supracitado, as lajes maciças em estudo são placas delgadas de concreto, sendo assim aplicam-se todos os conceitos e teorias desenvolvidas para estes elementos. Algumas hipóteses são admitidas para fins práticos e simplificação de cálculo. Admite-se que as placas de concreto são constituídas de material homogêneo, elástico, isotrópico, linear fisicamente e têm pequenos deslocamentos.

A equação diferencial fundamental das placas delgadas, obtidas por equilíbrio e compatibilidade de deslocamentos de um elemento infinitesimal, submetidas a uma carga é:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (1)$$

Onde: w é o deslocamento vertical; x, y são coordenadas de um ponto genérico da placa; p é a intensidade da carga vertical; $D = E \cdot h^3 / [12(1-\nu^2)]$ é a rigidez à flexão da placa; E é o módulo de deformação longitudinal do concreto e ν é o coeficiente de Poisson.

Resolvendo a Eq. (1), obtém-se a expressão para a superfície $w = w(x, y)$, e com suas derivadas os momentos m_x e m_y nas direções x e y respectivamente:

$$\frac{m_x}{D} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$\frac{m_y}{D} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3)$$

A determinação dos esforços e dos deslocamentos pode ser feita considerando as cargas em serviço, a partir da equação fundamental ou montando outro tipo de modelo. Há os seguintes processos de resolução: utilização de séries para a representação do valor de $p(x, y)$, diferenças finitas, elementos finitos e grelha equivalente. No presente estudo serão empregados os três primeiros métodos.

2.1 Cálculo dos deslocamentos por meio de séries

No cálculo por séries, o valor de $p(x, y)$ é substituído por uma série composta de funções trigonométricas, obtendo-se uma solução para a integração da equação fundamental. Uma solução, desenvolvida por Navier, é representar a carga por uma

série de Fourier dupla do tipo:

$$p = p(x, y) = \sum_m \sum_n P_{mn} \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (4)$$

Onde: a e b são as dimensões da placa; m e n correspondem ao número de retângulos em que se divide a placa; p_{mn} é o valor do carregamento no centro de cada retângulo.

A linha elástica $w(x, y)$ que tem a mesma forma do carregamento é dada por uma série dupla e obtida a partir das derivadas da equação fundamental e das condições de contorno da placa, apoiada ao longo das bordas e com rotação livre, resultando em:

$$w = \frac{P_{mn}}{\pi^4 \cdot D \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (5)$$

Os valores de p_{mn} são dados por:

$$p_{mn} = \frac{4}{a \cdot b} \cdot \int_0^b \int_0^a p(x, y) \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \cdot dx \cdot dy \quad (6)$$

Com m e n ímpares (valores pares levam a $p_{mn} = 0$) e com $p(x, y) = \bar{p}$ (carga uniformemente distribuída), p_{mn} torna-se: $p_{mn} = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^2 \cdot m \cdot n}$

Superpondo os efeitos, e substituindo o valor de p_{mn} na expressão da linha elástica, obtém-se a função $w(x, y)$ para carga uniforme:

$$w = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^6 \cdot D} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{m \cdot n \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)} \quad (7)$$

O processo de cálculo apresentado neste item é bastante adequado para a confecção de quadros que possibilitem determinar deslocamentos máximos (flechas) de forma facilitada a partir da geometria e das condições de apoio da placa. Os pavimentos devem ser discretizados e cada laje deve ser analisada individualmente. Serão utilizados os quadros baseados nas soluções em séries desenvolvidos por Bares e devidamente adaptados para coeficiente de Poisson igual a 0,2. Os quadros utilizados estão presentes no livro de Carvalho e Figueiredo Filho (2014). As condições de apoio possíveis de serem consideradas estão na Figura 1.

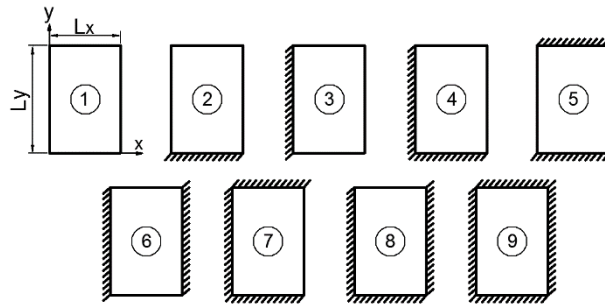


Figura 1 - Situações de vinculações de placas isoladas

Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho, 2014.

A flecha para lajes com carregamento uniforme e com condições de apoio de acordo com a Figura 1 é calcula pela Eq. (8). O coeficiente α é obtido pelo Quadro 7.2 do livro de Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

$$f = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \quad (8)$$

Onde: p é o carregamento uniformemente distribuído sobre a placa; α é o coeficiente tirado do Quadro 7.2; l_x é o menor vão da laje; E é o módulo de elasticidade do concreto; h é a altura da laje ou espessura da placa.

Para encontrar o coeficiente α , é necessário calcular o parâmetro geométrico λ , dado por:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (9)$$

Sendo l_x a menor dimensão da superfície da laje e l_y a maior.

Para verificação do estado limite de deformação excessiva, a ABNT NBR 6118 (2014) permite utilizar o momento de inércia da seção bruta e o módulo de elasticidade secante do concreto. Os efeitos de fissuração e deformação lenta devem ser considerados segundo o item 17.3.2.1 da norma.

Para o cálculo da flecha imediata, deve-se utilizar a expressão da rigidez equivalente dada pela Eq. (10), quando a seção estiver fissurada.

$$(EI)_{eq,r0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (10)$$

Onde: I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto; I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II; M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado; M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural; E_{cs} é módulo de elasticidade secante do concreto.

Para o cálculo aproximado da flecha diferida no tempo deve-se multiplicar a flecha imediata pelo coeficiente α_f dado pela Eq. (11).

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'} \quad (11)$$

Onde:

$$\rho' = \frac{A_z'}{b \cdot d}$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido por:

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Portanto, a flecha final quando a estrutura se encontra no estágio II é dada pela Eq. (12):

$$f_{final} = f_{imediate} \cdot \frac{(E_{cs} I_c)}{(EI)_{eq,t0}} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (12)$$

2.2 Cálculo dos deslocamentos por diferenças finitas

O cálculo dos deslocamentos verticais via método das diferenças finitas (MDF) consiste em transformar a equação diferencial fundamental de placas delgadas, Eq. (1), em um sistema de equações algébricas. O domínio é discretizado e as derivadas presentes na equação diferencial são substituídas por aproximações utilizando apenas os valores numéricos da função, empregando a fórmula de Taylor (FRANCO, 2006).

Em um problema bidimensional, tal como é o caso do tipo de laje analisado no presente estudo, a discretização do domínio é feita por meio de uma malha cartesiana ortogonal uniforme de dimensão $\square$. Em cada ponto da malha é aplicado o operador de diferenças finitas (ODF – *computational molecules*), apresentado na Figura 2. Assim, as derivadas da Eq. (1) são substituídas pela Eq. (13), Eq. (14) e Eq. (15) (AMES, 1977).

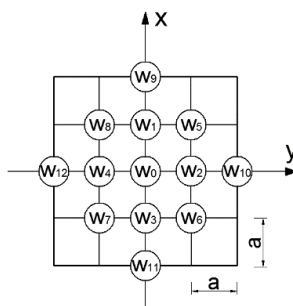


Figura 2 - Operador de diferenças finitas bidimensional genérico

Fonte: Ames, 1977.

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_0 = \frac{w_9 - 4w_1 + 6w_0 - 4w_3 + w_{11}}{a^4} \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)_0 = \frac{w_{10} - 4w_2 + 6w_0 - 4w_4 + w_{12}}{a^4} \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right)_0 = \frac{w_5 - 2w_2 + w_6 - 2w_1 + 4w_0 - 2w_3 + w_8 - 2w_4 - w_7}{a^4} \quad (15)$$

Os cálculos são efetuados por meio do emprego de uma transformação adimensional, fazendo $X = x/L$; $Y = y/L$; $W = w/L$; $A = a/L$, onde a é o lado da laje. Substituindo as aproximações via diferenças finitas (Eq. 13, 14 e 15) na Eq. (1), obtém-se a Eq. (16).

$$20W_0 - 8W_{1,2,3,4} + 2W_{5,6,7,8} + W_{9,10,11,12} = A^4 \cdot \lambda \quad (16)$$

Onde: $\lambda = L^3 \cdot p/D$.

Ressalta-se que os coeficientes que multiplicam os valores de W_i na Eq. (16) (ou seja, **20, -8, 2 e 1**) representam a contribuição do respectivo ponto na matriz de diferenças finitas, quando o operador é aplicado no ponto . Se este for interno à malha resulta no operador da Figura 3(a). Quando os pontos do ODF coincidem com regiões de apoio, sua contribuição é nula, uma vez que não apresentam deslocamento vertical. Por outro lado, de acordo com as condições de contorno da placa, devem ser avaliadas as contribuições dos pontos do operador que estão externos à malha da laje. Para o caso de apoio simples, pela compatibilidade de rotações, é subtraída uma unidade (1) na contribuição do ponto central do operador (ponto) para cada ponto deste que seja externo à malha. Logo, o operador de um ponto próximo ao apoio simples é mostrado na Figura 3(b) e próximo ao canto de apoio simples na Figura 3(c).

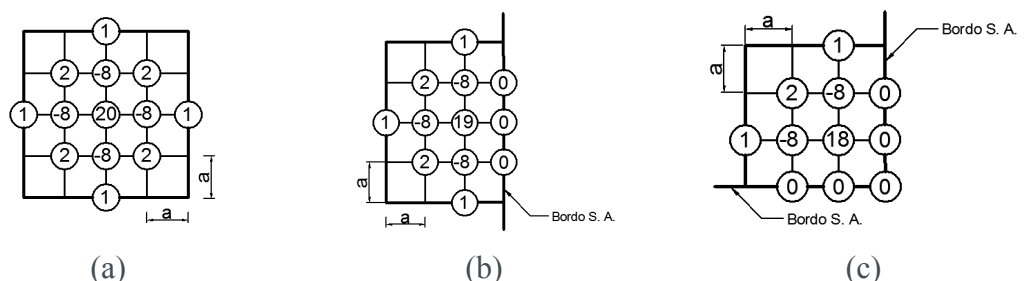


Figura 3 - Operador de diferenças finitas aplicado em pontos internos (a), próximos ao apoio simples (b) e próximos ao canto de apoio simples (c)

Fonte: Ames, 1977.

2.3 Cálculo dos deslocamentos por elementos finitos

No processo de elementos finitos, a placa é dividida em elementos de dimensão finita conectados por pontos nodais, nestes pontos há a imposição de compatibilidade de esforços e deslocamentos. Para esta finalidade, é utilizada a equação fundamental, exprimindo os deslocamentos w com polinômios cujos coeficientes devem ser determinados. Essas condições, aplicadas aos diversos pontos nodais dos elementos, conduzem a um sistema de equações lineares cuja solução não apresenta grandes dificuldades (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

3 | MODELO GEOMÉTRICO DE REFERÊNCIA

O modelo geométrico adotado nas análises é constituído por uma laje quadrada com vão (L) de 6,0 m, 10,0 cm de espessura (h_{laje}) e bordos simplesmente apoiados, Figura 4. O material constituinte é o concreto armado com resistência característica (f_{ck}) de 25 MPa e peso específico (γ_{conc}) 25 kN/m³. O piso possui revestimento em mármore com 2,0 cm de espessura ($h_{már}$) e peso específico ($\gamma_{már}$) 28,0 kN/m³. A espessura da argamassa de assentamento (h_{arg}) é 2,0 cm e seu peso específico (γ_{arg}) 19,0 kN/m³. De acordo com a NBR 6118 (2014), o módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}) é de 23,8 GPa ($E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$). O coeficiente de Poisson (ν) é igual a 0,2.

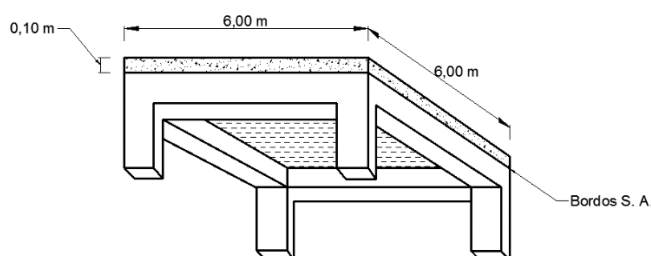


Figura 4 -Modelo de laje analisado

Fonte: Autor, 2019.

A estrutura é utilizada como um escritório, portanto, a carga acidental é $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$, de acordo com a ABNT NBR 6120 (1980). A carga permanente é $g_k = 3,44 \text{ kN/m}^2$ ($g_k = h_{laje} \cdot \gamma_{conc} + h_{arg} \cdot \gamma_{arg} + h_{már} \cdot \gamma_{már}$). Com base nas tabelas 11.1, 11.2, 11.3 e 11.4 da NBR 6118 (2014) serão feitas as diversas combinações de ações, sendo fornecidos os momentos fletores em cada caso.

a. Estado limite último (ELU):

$$p_d = \gamma_g \cdot g_k + \psi_2 \cdot q_k = 1,4 \cdot 3,44 + 1,4 \cdot 2,00 = 7,62 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow M_d = 12,15 \text{ kNm/m.}$$

Portanto a armadura da laje é $\phi 8.0 \text{ c/ } 12,5 \text{ cm}$.

b. Combinações quase permanentes (CQP):

$$p_d = g_k + \psi_2 \cdot q_k = 3,44 + 0,4 \cdot 2,00 = 4,24 \text{ kN/m}^2 \quad \Rightarrow \quad M_{CQP} = 6,76 \text{ kNm/m.}$$

c. Combinações frequentes (CF):

$$p_d = g_k + \psi_2 \cdot q_k = 3,44 + 0,6 \cdot 2,00 = 4,64 \text{ kN/m}^2 \quad \Rightarrow \quad M_{CF} = 7,40 \text{ kNm/m.}$$

d. Combinações raras (CR):

$$p_d = g_k + q_k = 3,44 + 2,00 = 5,44 \text{ kN/m}^2 \quad \Rightarrow \quad M_{CR} = 8,68 \text{ kNm/m.}$$

4 | RESULTADOS

4.1 Comparação entre os métodos

Neste item será apresentado o cálculo da flecha do modelo geométrico da Figura 4 por meio de séries, MDF e MEF, os resultados serão comparados a fim de verificar as peculiaridades dos métodos.

4.1.1 Cálculo por meio de séries

A combinação de ações utilizadas para o cálculo da flecha é a combinação quase-permanente, ou seja, $P_d = 4,24 \text{ kN/m}^2$. A laje em estudo é apoiada nas bordas, portanto representada pelo caso 1 de vinculação (ver Figura 1). O parâmetro geométrico λ é dado pela Eq. (10), como $l_y = l_x = 6\text{m}$, o valor de λ é 1. Pelo Quadro 7.2 do livro de Carvalho e Figueiredo Filho (2014) obtém-se $\alpha = 4,67$. Sendo assim, o valor da flecha é calculado por:

$$f_{imediate} = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} \Rightarrow f_{imediate} = \frac{4,24 \cdot 6^4}{0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} \cdot 10^3 \cdot 0,1^3} \cdot \frac{4,67}{100} = 0,01078\text{m} = \boxed{1,078\text{cm}} \quad |$$

A flecha calculada não considera a fissuração, uma forma simplificada de considerá-la é multiplicar a flecha pela relação entre a inércia no estágio I e a inércia equivalente dada pela Eq. (10). O primeiro passo é verificar o estado limite de serviço de formação de fissura a fim de avaliar se a estrutura está realmente fissurada.

a. ELS-F (Item 17.3.1 da NBR 6118:2014)

Momento de fissuração é dado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctm} \cdot I_c}{y_t} \Rightarrow M_r = \frac{1,5 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{2/3} / 1,4 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,1^3 / 12}{0,05} = 3,20 \text{ kN/m}$$

Momento solicitante raro é dado por:

$$M_{d,raro} = 8,68 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{d,raro} > M_r \therefore \text{Seção fissurada!}$$

b. Inércia no estágio II

Cálculo da LN:

$$\frac{b}{2} \cdot x_{II}^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot x_{II} - \alpha_e \cdot A_s \cdot d = 0$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210000 MPa}{0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} MPa} = 8,82$$

$$50x_{II}^2 + 35,46x_{II} - 265,92 = 0 \therefore x_{II} = 1,98 \text{ cm}$$

Cálculo da Inércia no estágio II:

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2$$

$$I_{II} = \frac{100 \cdot 1,98^3}{3} + 8,82 \cdot 4,02 \cdot (1,98 - 7,5)^2 = 1339,11 \text{ cm}^4 \Rightarrow \boxed{I_{II} = 1,33911 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4}$$

c. Inércia equivalente

Como há trechos fissurados e não fissurados, a NBR 6118 (2014) recomenda que seja utilizada a inércia equivalente, Eq. (10), na correção da flecha. Vale ressaltar que o momento atuante da Eq. (10) deve ser aquele obtido com a combinação quase permanente e o valor do momento resistente é calculado considerando f_{cd} igual a f_{ctm} . Logo, o momento atuante é 6,76 kN.m/m e o momento de fissuração é 4,57kN.m/m.

Logo, a inércia equivalente é dada por:

$$(EI)_{eq,r0} = 23800 \cdot 10^3 \left\{ \left(\frac{4,57}{6,76} \right)^3 \cdot \frac{1 \cdot 0,1^3}{12} + \left[1 - \left(\frac{4,57}{6,76} \right)^3 \right] \cdot 1,33911 \cdot 10^{-5} \right\} \leq 23800 \cdot 10^3 \cdot \frac{1 \cdot 0,1^3}{12}$$

$$(EI)_{eq,r0} = 833,02 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \leq 1983,33 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \therefore \boxed{(EI)_{eq,r0} = 833,02 \text{ kN} \cdot \text{m}^2}$$

d. Flecha imediata corrigida

A flecha corrigida é dada por:

$$f_{\text{flecha imediata corrigida}} = f_{\text{flecha imediata}} \cdot \frac{E_{cs} I_c}{(EI)_{eq,r0}} = 1,078 \cdot \frac{1983,33}{833,02} = 2,57 \text{ cm}$$

e. Flecha total

A flecha final considera a fluência. Para $t_0 = 0$ e $t_{\square} > 70$ meses, obtém-se:

$$\xi(t=0) = 0,68 \cdot (0,996^0) \cdot 0^{0,32} = 0$$

$$\xi(t_{\square}) = 2 \therefore \Delta \xi = 2$$

Como não há armadura de compressão: $a_f = 2$. A flecha total é dada por:

$$f_{\text{total}} = f_{\text{flecha imediata corrigida}} = 2,57 \cdot (1 + 2) \therefore \boxed{f_{\text{total}} = 7,71 \text{ cm}}$$

A flecha limite é $l/250$ que resulta em 2,4 cm, portanto a flecha total é maior que a limite. E como a contra-flecha máxima é $l/350$ (1,70 cm), a laje não atende ao ELS-DEF.

4.1.2 Cálculo por diferenças finitas

Para a aplicação do MDF, a laje foi discretizada em uma malha de 8x8, 64

elementos, de lado a . Por se tratar de um problema geometricamente simétrico (placa quadrada com todos os lados simplesmente apoiados) e com carregamento uniformemente distribuído, existe simetria de deformações. Isto posto, os nós da malha foram numerados de 1 (um) a 10 (dez), aproveitando a simetria nas direções x , y e xy , conforme apresentado na Figura 5.

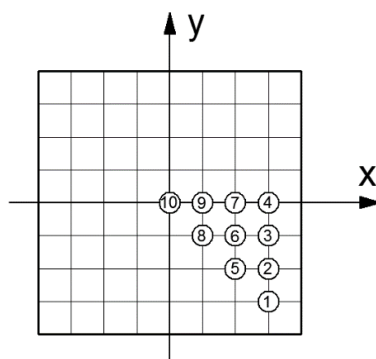


Figura 5. Malha empregada na análise via MDF e pontos analisados

Fonte: Autor, 2019.

Aplicando adequadamente os operadores em cada nó da malha, a matriz de diferenças finitas resultante (M) é mostrada na Eq. (17), onde cada linha representa o nó que está sendo analisado e as colunas são os pontos da malha que fazem parte do operador aplicado no respectivo nó. Ressalta-se que, no nó 1 foi aplicado o operador referente à canto de bordo simplesmente apoiado, nos nós 2, 3 e 4 o operador para um ponto próximo ao apoio simples e nos demais o operador para nós internos da malha.

$$M = \begin{bmatrix} 18 & -16 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 21 & -8 & 1 & -8 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -8 & 20 & -8 & 2 & -8 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -16 & 19 & 0 & 4 & -8 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -16 & 4 & 0 & 20 & -16 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -8 & 2 & -8 & 23 & -8 & -8 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -8 & 2 & -16 & 20 & 4 & -8 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & -16 & 4 & 22 & -16 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -8 & -16 & 25 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 8 & -32 & 20 \end{bmatrix} \quad (17)$$

As deformações nos nós (W_i) são obtidas pelo produto da inversa da matriz de diferenças finitas (M^{-1}) pelo vetor unitário (U – vetor de uns) e os escalares $A^4\lambda$, Eq. (18).

$$W = (M^{-1}U)A^4\lambda \quad (18)$$

As operações foram realizadas no software Excel, com auxílio a função “matriz. inverso” para a inversão da matriz e “matriz.mult” para a multiplicação da matriz inversa pelo vetor unitário. Por fim, o vetor resultante é multiplicado por $A^4 = \frac{a}{L} = \left(\frac{1}{8}\right)^4$. Desse

modo, a deformação vertical nos nós da malha da laje é dada pela Eq. (19).

$$w_i^T = [0,663 \ 1,186 \ 1,515 \ 1,627 \ 2,134 \ 2,733 \ 2,937 \ 3,507 \ 3,770 \ 4,055] \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(p \cdot L^4)}{D} \quad (19)$$

Com i variando de 1 a 10, representando respectivamente os nós de 1 a 10. Portanto, pelo MDF, a flecha na laje é dada pela Eq. (20). Para as mesmas condições, a literatura fornece o resultado igual a $w_{10} = 0,00406 \cdot p \cdot L^4 / D$ (TIMOSHENKO; WOINOWSKY-KRIEGER, 1985), portanto o erro é $-0,12\%$.

$$w_{10} = 0,004055 \frac{p \cdot L^4}{D} \quad (20)$$

Aplicando as características da laje em análise, a flecha imediata é:

$$f_{\text{imediata}} = 0,004055 \cdot \frac{4,24 \cdot 6^4}{\frac{0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} \cdot 10^3 \cdot 0,1^3}{12 \cdot (1 - 0,2^2)}} = 1,0785 \text{ cm.}$$

O efeito da fissuração é computado multiplicando o valor encontrado pela relação entre a inércia da seção bruta e equivalente, portanto a flecha imediata corrigida é . Para considerar o efeito da fluência, a flecha deve ser multiplicada por três (cálculo similar ao realizado no item 4.1.1), resultando em uma flecha total de. A flecha limite é $l / 250$ que resulta em 2,4 cm, portanto a flecha total é maior que a limite. Uma vez que a contra-flecha máxima é $l / 350$ (1,70 cm), a laje não atende ao ELS-DEF.

4.1.2 Cálculo por elementos finitos

O cálculo da flecha pelo método dos elementos finitos foi feito com a utilização do software ABAQUS. A biblioteca do programa dispõe de vários elementos finitos, tais como: elementos sólidos, de casca e de viga. Foi utilizado na modelagem o elemento Shell (casca) de quatro nós com integração reduzida, conhecido como SR4. A integração reduzida diminui consideravelmente o tempo de execução, sobretudo em problemas tridimensionais, e não compromete a precisão dos resultados obtidos. O elemento de casca de uso geral, com integração reduzida e controle de hourglass, apresenta quatro nós, cada um com seis graus de liberdade, e um ponto de integração.

O modelo possui 400 elementos e 441 nós, a malha adotada foi quadrática e está apresentada na Figura 6. Para a consideração da fissuração, foi adotado um módulo de elasticidade igual a 42% do módulo de elasticidade considerando a seção não fissurada. O valor de 42% deve-se a relação entre a inércia equivalente e a inércia da seção bruta ($833,02 / 1983,33 = 0,42$). Portanto, na definição do material, foram adotados: $E = 9996 \text{ MPa}$, $\rho = 3440 \text{ kg} / \text{m}^3$ e $n = 0,2$. A Figura 6 apresenta a laje

deformada.

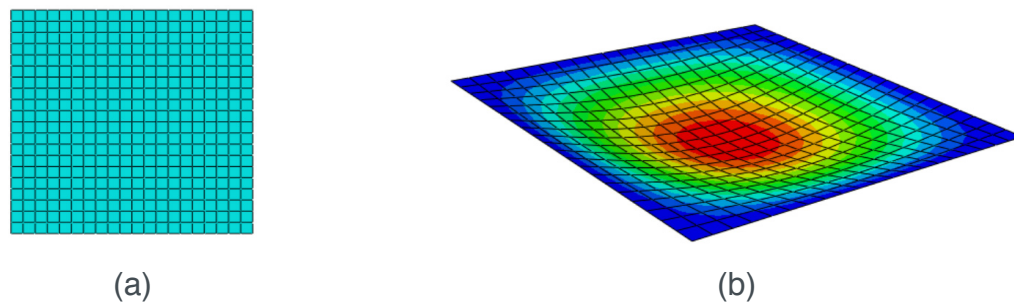


Figura 6 - Malha empregada na análise via MEF (a) e deformada da laje (b)

Fonte: Auto

9.

O valor encontrado para flecha pelo programa foi de 2,63 cm, para considerar o efeito da fluência a flecha deve ser multiplicada por três, resultando em uma flecha total de 7,89 cm. A flecha limite é $l / 250$ que resulta em 2,4 cm, portanto a flecha total é maior que a limite. Como a contra-flecha máxima é $l / 350$ (1,70 cm), a laje não atende ao ELS-DEF.

4.1.3 Comparação entre os processos de cálculo

O resumo dos resultados encontrados para flecha pelos diferentes processos encontra-se na Tabela 1. Como pode ser observado, os valores foram bem próximos. Considerando o cálculo por séries como referência, a variação em relação ao cálculo por método das diferenças finitas foi -0,13% e em relação ao método dos elementos finitos foi 2,33%. Portanto, os resultados mostram a coerência e precisão dos processos utilizados na resolução da equação diferencial de placas delgadas.

Processo	Flecha total (cm)	Contra-flecha (cm)	Flecha resultante (cm)	Valor aceitável (cm)	Atende ao ELS-DEF?
Séries	7,71	1,70	6,01	2,40	Não
MDF	7,70	1,70	6,00	2,40	Não
MEF	7,89	1,70	6,19	2,40	Não

Tabela 1 – Comparação das flechas para os diferentes processos de cálculo

Fonte: Autor, 2019.

4.2 Análise paramétrica

A análise paramétrica foi feita com o auxílio do software ABAQUS, portanto a flecha foi calculada pelo método dos elementos finitos. A análise teve por objetivo encontrar o valor mínimo da resistência do concreto para que o estado limite de deformação excessiva fosse atendido. A Figura 7 mostra o gráfico com os resultados da análise paramétrica, observa-se que a flecha diminui com o aumento da resistência.

O gráfico apresenta a curva da flecha total, da flecha resultante (flecha total menos contra-flecha) e da flecha limite. É possível concluir que para atender ao ELS-DEF, o valor mínimo da resistência do concreto deve ser 35 MPa.

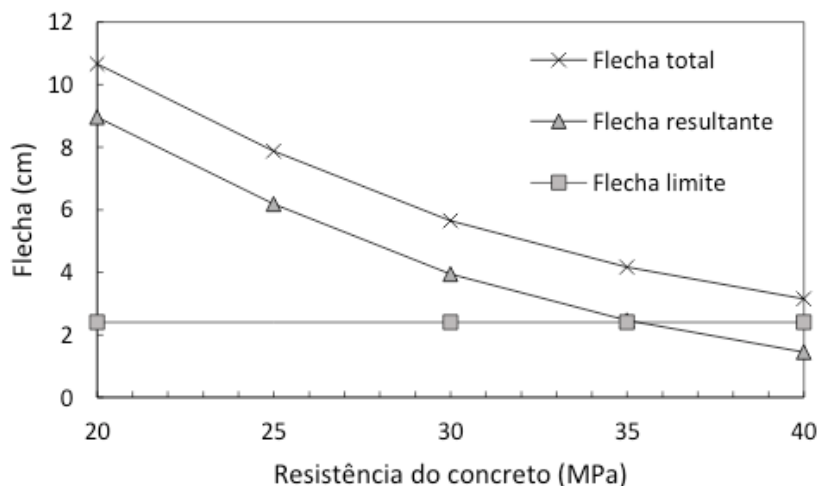


Figura 7 - Variação da flecha em função da resistência do concreto

Fonte: Autor, 2019.

Com a finalidade de avaliar a sensibilidade da flecha em relação ao vão e as condições de contorno, foram estudados mais quatro casos, sendo dois com variação no vão e outros dois com variação nas condições de contorno. A Tabela 2 apresenta os resultados (ver Figura 1).

Vão	Condição de contorno	Flecha total	Flecha aceitável	Atende ao ELS-DEF?
4 m	Caso 1	0,64 cm	1,60 cm	Sim
8 m	Caso 1	33,34 cm	3,20 cm	Não
6 m	Caso 1	7,89 cm	2,40 cm	Não
6 m	Caso 4	1,68 cm	2,40 cm	Sim
6 m	Caso 9	1,02 cm	2,40 cm	Sim

Tabela 2. Comparação das flechas para os diferentes vãos e condições de apoio

Fonte: Autor, 2019.

Como pode ser observado na Tabela 2, a flecha é bastante sensível ao vão, ao dobrar o vão de 4m para 8 m a flecha aumenta de 0,64 cm para 33,34 cm, sendo este um dos motivos de limitar o vão de lajes maciças. Outro fator bastante importante nesta análise é a variação das condições de contorno, o engastamento da borda diminui consideravelmente a flecha.

5 | CONCLUSÕES

Com base nos resultados encontrados, os processos de cálculo de flechas por meio de séries, método das diferenças finitas e elementos finitos possuem semelhante

precisão, uma vez que os resultados ficaram bastante próximos. Além disso, a análise paramétrica feita com auxílio do software Abaqus foi capaz de fornecer a resistência mínima para que a laje em estudo atendesse ao ELS-DEF, sendo uma alternativa viável para tal análise. A variação do vão da laje e das condições de contorno mostraram o quão sensível é a flecha a essas variáveis. Outras análises podem ser feitas de forma similar, variando, por exemplo, a espessura da laje a fim de obter a altura mínima para atendimento ao estado limite de serviço.

REFERÊNCIAS

ABAQUS, V. 6.14. **Documentation**. Dassault Systemes Simulia Corporation, v. 651, 2014.

Ames, W. F., 1977. **Numerical Methods for Partial Differential Equations**. 2. Ed. Academic Press, INC. New York.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118, 2014. **Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6120, 1980. **Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações**. Rio de Janeiro.

Bares, R., 1972. **Tablas para el cálculo de placas y vigas parede**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili.

Carvalho, R. Chust e Figueiredo Filho, J. Rodrigues, 2014. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4ª Ed. EduFSCar. São Carlos, São Paulo.

Franco, N. B., 2006. **Cálculo numérico**. 1ª Ed. Person Prentice Hall. São Paulo.

Timoshenko, S. e Woinowsky-Krieger, S. 1985. **Theory of plates and shells**. 2ª Ed. McGraw-Hill. New York.

AS NOTAS TEXTUAIS NO MANUAL DIDÁTICO ARITHMETICA ELEMENTAR ILLUSTRADA: O ESTUDO DE GRANDEZAS E UNIDADES DE MEDIDA (1870 – 1940)

Relicler Pardim Gouveia

Universidade Federal de Goiás – UFG/CAJ

Jataí - Goiás

RESUMO: Este artigo apresenta elementos de uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo investigar os aspectos históricos das práticas e saberes na Educação Matemática relativas ao estudo de Grandezas e Unidades de Medidas presentes em textos didáticos em circulação no período de 1870 a 1940. Para o desenvolvimento e análise de dados pauta-se no método crítico da história a partir de alguns conceitos propostos por Marc Bloch.

PALAVRAS-CHAVE: Grandezas e Unidades de Medidas. Notas Textuais. Manuais.

ABSTRACT: This article presents elements of a master 's research that had as objective to investigate the historical aspects of the practices and knowledge in Mathematical Education related to the study of Grandezas and Units of Measures present in didactic texts in circulation in the period from 1870 to 1940. For the development and data analysis is based on the critical method of history from some concepts proposed by Marc Bloch.

KEYWORDS: Quantities and Units of Measurements. Textual Notes. Manuals.

1 | INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte da pesquisa de mestrado intitulada: *Mètre, Litre, Gramme... Grandezas e Unidades de Medidas na Cultura Matemática Escola*. Esta pesquisa foi desenvolvida, junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. O objetivo principal da pesquisa consiste em discutir as reflexões Matemáticas e Didáticas da Cultura Matemática Escolar proposta para o estudo do Sistema Métrico Decimal, tomando como referência o livro didático *Arithmetica Elementar Illustrada*, de Antonio Bandeira Trajano, conhecido autor de livros didáticos que começaram a ser publicados ainda no final do século XIX.

Um dos pontos chaves que chamaram a atenção para a constituição da pesquisa aqui relatada, diz respeito à escolha do livro didático, pois sabemos que existe uma grande quantidade de textos didáticos publicados, com as suas diversas e específicas qualidades. A princípio, cogitamos a ideia de enveredarmos pela análise de livros didáticos mais contemporâneos, entretanto com base nas discussões propostas no Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar – GEPHEME, no qual estamos inseridos, optamos por

investigar este livro texto que atravessou várias décadas de (re)formulação do ensino, constituindo-se um verdadeiro “sucesso”, no campo editorial de livros didáticos, o qual segundo Valente (2007) caracteriza-se como sendo um verdadeiro best-seller.

Valente (2008) descreve que ao se investigar uma obra vários elementos vão sendo mostrados e este aprofundar dentro do objeto estudado frequentemente faz com que mostremos novos elementos ali escondidos. Para que isso seja demonstrado é interessante que façamos uma biografia deste livro. Valente (2008) elenca alguns pontos que podem ser levados em conta na construção da biografia didática: como a análise do conteúdo interno da obra, o seu prefácio, as referências colocadas pelo tradutor; a investigação sobre a origem da obra, origem do seu autor, das finalidades originais a que era destinada a obra, o contexto político social em que foi feita a tradução para o português, as referências sobre o tradutor, a legislação educacional, a política de adoção de livros didáticos.

Deste modo os elementos relatados a partir do final do século XIX, se farão presentes na obra de Antonio Bandeira Trajano, a qual permitirá com que se perceba como era caracterizado o ensino de matemática no uso das grandezas e unidades de medidas.

2 | NOTAS TEXTUAIS NÓS MANUAIS

Podem-se definir como relevantes para a produção de uma leitura dos textos didáticos os indicativos explícitos ou implícitos que o autor da obra escreve, a fim de produzir uma leitura correta da mesma, ou seja, aquela que se faria de acordo com sua intenção. Chartier (2004) baliza que essa escritura, quando dirigida claramente ao leitor ou imposta de modo inconsciente, tende a definir o que poderia ser uma relação correta com o texto, impondo um sentido. “Elas repousam em uma estratégia de escrita: inscrever no texto as convenções, sociais ou literárias, que permitirão a sua sinalização, classificação e compreensão [...]” (CHARTIER, 2004, p. 96). Deste modo o autor acena que essa leitura deve ser cruzada com outros elementos, trazidos pela disposição e divisão do texto, bem como suas ilustrações.

Neste contexto, analisar as pequeninas e subestimadas **notas textuais** presentes no texto didático é de significativa importância mediante a sua representação no texto. Temos que, estas notas possuem uma importância fundamental diante do texto, exercendo várias funções de natureza teórica e argumentativa, procurando convencer o leitor, sobre a plausibilidade do que está afirmando o autor.

O uso de notas textuais é comumente utilizado com as seguintes funções:

discorrer sobre temas considerados por demais periféricos para estar no texto principal, explicitar melhor alguns conceitos utilizados ao longo do texto, citar as fontes da pesquisa utilizadas no texto e sua localização, remeter-se a outros autores, buscando apoio para argumentação ou ressaltando a discordância (OLIVEIRA; RAMOS, 2010, p. 250-251)

Também podemos acrescentar que as notas de rodapé servem para indicar elementos anteriormente apontados no texto, bem como atribui argumentações que o autor não quis explicitar no corpo do texto por achar não ser relevante na atual situação (um exemplo disso seria quando o autor utilizasse da nota textual para explicar alguma coisa do exercício).

Atribuímos à terminologia nota textual, por achar que este termo tem melhor sentido quanto ao nome nota de rodapé (uma vez que esta se subjugava como estando à margem da folha), no entanto entendemos esta como tendo a mesma conotação tomada por Burke (2003) ao caracterizar que

Entre os historiadores, o surgimento da indução estava ligado à nota de pé de página. O termo ‘nota de pé de página’ não deve ser tomado literalmente. O importante era a difusão da prática de dar algum tipo de orientação ao leitor de um texto particular sobre aonde ir para encontrar a evidência ou informações adicionais, fosse essa informação dada no próprio texto, à sua margem (“nota lateral”), ao pé (“nota de página” ou “de rodapé”), ao final ou em apêndices especiais de documentos. (BURKE, 2003, p. 184).

Seguindo esta instrução de que as notas textuais, são encontradas em qualquer espaço proposto pelo autor no texto didático, na *Arithmetica Elementar Illustrada*, encontramos um total de 14 notas, somente na parte na qual se faz o estudo das grandezas e unidades de medidas, as quais se localizam em diferentes partes da página conforme o texto foi elaborado.

As notas textuais produzidas por Trajano no texto, em sua maioria estão ligadas às situações de explicação do conteúdo que por ele está sendo trabalhado. Em algumas situações, o autor mistura a explicação do conteúdo, por meio de regra¹ com a nota para enfatizar o que ele está trabalhando e para tanto recorre também à observância de conteúdos anteriormente trabalhados.

Regra. Para se reduzirem metros quadrados a aros, divide-se o numero de metros por 100; e para se reduzirem aros a hectaros divide-se o numero de aros por 100.

Nota. Esta divisão pôde ser operada só com a vírgula separando dois algarismos, para reduzir metros quadrados a aros; e separando quatro para reduzir metros quadrados a hectaros (vêde nº 56)² (TRAJANO, 1936, p. 85)

Em outros momentos ele utiliza mesmo da nota como argumento para enfatizar a importância daquela temática na qual ele está trabalhando

Nota. O aro, ainda que foi adoptado por lei no Brazil, não o tem sido ainda adoptado na pratica, pois prevalece, entre os lavradores, o uso antigo de medir mattas,

1 Regra é o nome atribuído, por Trajano as informações de métodos em seu livro didático.

2 O número 56 aqui solicitado descreve: “56. Para dividir um número por 10, 100, 1000, etc., bastará cortar à direita do dividendo tantos algarismos quantas forem as cifras do divisor, e a parte que ficar á esquerda, será o quociente, e a que ficar á direita, será o resto da divisão.” (TRAJANO, 1936, p. 37)

terrenos, campos, roças, etc. por alqueire de terra.

O alqueire de terra é o espaço necessário para plantar um alqueire de milho, e varia de tamanho, conforme o modo de plantar o milho. Em S. Paulo, o alqueire de terra tem 5,000 braças quadradas, isto é, 100 braças de comprimento e 50 de largura. Em algumas partes de Minas, o alqueire tem 7,200 braças quadradas, e em outros logares tem até 10000 braças quadradas.

O alqueire de terra dividi-se em 4 quartas de terra; a quarta divide-se em 8 pratos, cada prato de terra deve ter 600 covas, e cada cova deve levar 5 grãos de milho (TRAJANO, 1936, p. 85)

Em outra nota bastante interessante o Antonio Trajano reflete sobre o porquê de se trabalhar números complexos e a importância da aplicação do número complexo, destacando que este é aplicado em condições, no qual não estão sujeitas ao sistema decimal, deste modo destaca-se as unidades de tempo, do círculo, e de algumas moedas.

Nota. O systema metrico, como tem as suas medidas e pesos sujeitos á divisão decimal, dispensa os calculos sobre complexos; mas, atendendo a que as divisões do tempo, do circulo e de algumas moedas e medidas estrangeiras não estão sujeitas ao systema decimal; attendendo que os livros escriptos antes de ser adoptado o systema metrico se referem ás nossas medidas antigas, achamos conveniente que se ensinem nas escolas as operações complexas, para instruir os meninos e meninas nesta especie de calculos tão communs em quase todos os negocios e avaliações do trabalho.

Antes de entrarmos nestas operações, é necessário que os discipulos se familiarizem com a formação das seguintes unidades: (TRAJANO, 1936, p. 88)

Trajano (1936) destaca a importância de instruir os meninos e meninas, quanto a estes cálculos, pois eles são tão comuns em quase todos os negócios e avaliações de trabalho. Um exemplo da importância de se apreender sobre a numeração complexa se perfaz diante da necessidade da utilização do dinheiro e do tempo, onde em sua maioria, são atribuídas a situações do cotidiano. Como destaque podemos tomar a situação na qual, tem que transformar certa quantidade de dias em ano, ou até mesmo quando deve se calcular quanto dinheiro será necessário para a compra de certa quantidade de grãos.

O artifício empregado por Trajano na *Arithmetica Elementar Illustrada*, para argumentar sua exposição teórica, com a sujeição de comentários junto ao texto, também foi mobilizado nos livros: *Elementos de Aritmética: curso primário ou elementar (Ir. Isidoro Dumont)*; *Elementos de Arithmética: curso primário ou elementar (FTD)*; *Segunda Arithmetica (José Theodoro de Souza Lobo)*. No entanto as professoras do Collegio São José em sua obra *Arithmetica Elementar (S. T.)* não apresentaram notas textuais ao longo do capítulo que se trabalha as grandezas e unidades de medidas.

A aparição das notas nos livros acima é identificada conforme a descrição que segue abaixo

Nos *Elementos de Aritmética: curso primário ou elementar (Ir. Isidoro Dumont)* são apresentadas um total de 12 notas dentro do capítulo que expõem as grandezas

e unidades de medidas, sendo estas em sua maioria como nota de rodapé de página. Do total elas são encontradas no texto como sendo: três notas solicitando observar páginas de conteúdos que ainda esta por vir; quatro notas explicando o conteúdo em partes que ele não quis colocar no texto; cinco notas contendo explicação de elementos contidos nas tabelas ou figuras que são apresentadas no capítulo. Um exemplo de nota observada no texto podemos observar na figura abaixo.

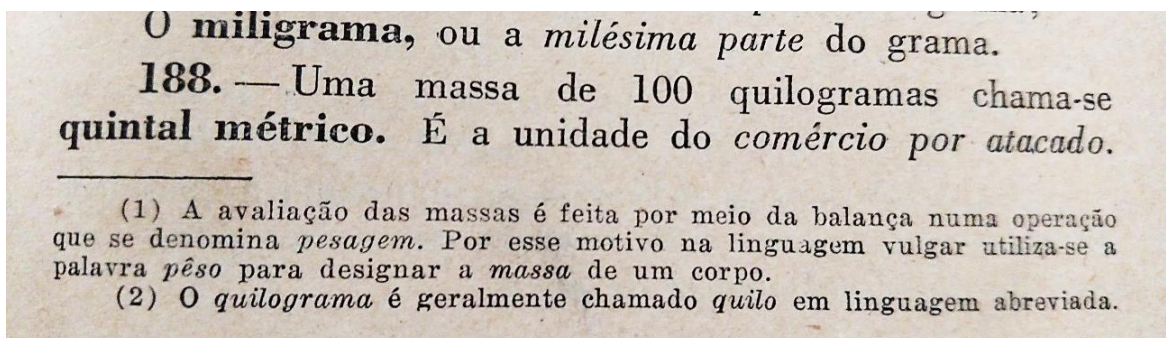


Figura 36: Nota Textual Massa

Fonte: DUMONT, 1937, p. 113

Nos *Elementos de Arithmética: curso primário ou elementar* (FTD) encontramos todas as notas dispostas ao final da página, totalizando 9 notas textuais, as mesmas estão assim distribuídas: uma nota solicitando olhar o conteúdo e a imagem que ainda estão por vir; três notas solicitando ao leitor observar o conteúdo que ainda será trabalhado mais a frente; cinco notas contendo explicação do conteúdo trabalhado pelo autor.

Na *Segunda Arithmetica* (José Theodoro de Souza Lobo), aparecem 19 notas textuais, sendo estas divididas em: dezessete explicações de conteúdo, uma explicação de ilustração; uma de referência bibliográfica sobre a origem dos exercícios que são apresentados na seção. As notas textuais nesta obra se encontram no rodapé da página, com exceção da nota de ilustração que é apresentada conforme a figura abaixo.



Figura 37: Nota Textual Quantidade de Dias no Mês

Fonte: LOBO, 1920, p. 124

O método utilizado pelos autores para explicação do conteúdo, por meio da representação de notas remete-nos à matriz produtora de sentidos (CHARTIER, 1991), formada a partir dos sistemas propostos pelos autores na elaboração de seus textos didáticos, as quais se organizam na atualização social e se concretizam, mediante as práticas dos indivíduos enquanto coletividade. Em outras palavras “uma máquina de fabricar respeito e submissão, num instrumento que produz uma exigência interiorizada, necessária exatamente onde faltar o possível recurso à força bruta” (CHARTIER, 1991, p.186).

Portanto, o emprego de notas textuais dirigidas ao leitor acena um cruzamento com outros elementos trazidos pela disposição do texto, remetendo assim importância significativa ao texto didático.

3 | CONSIDERAÇÕES

Com certeza, podemos afirmar que o livro didático é o instrumento mais utilizado na conjuntura escolar, devido a sua finalidade tanto sendo utilizado como recurso didático, quanto fonte de informação. Eles têm sido historicamente produtos sujeitos ao controle político ou religioso, submetendo-se a mecanismos de censura e autorização. Cabe-nos questionar quanto à produção, circulação, difusão, avaliação e adoção – como funcionam esses aspectos no quadro das instituições escolares e na

rede de outras instituições que fomentam a cultura escolar e definem a finalidade das disciplinas?

Os livros didáticos ou manuais escolares são publicações com características próprias, resultantes das necessidades de ensino. Em um primeiro momento o uso exclusivo dado ao livro didático é feito pelo professor, e tempos mais tarde passam a ser destinados para uso pelos alunos.

Chervel (1990) conceitua que a disciplina por muito tempo teve sua definição um tanto quanto vaga, resumindo-se “aquilo que se ensina e ponto final” (p. 177). Contudo as disciplinas escolares foram organizadas por intermédio de diversos dispositivos materiais e simbólicos, do qual o Livro didático é um instrumento fundamental da institucionalização escolar.

REFERÊNCIAS

BURKE, P.. **Uma história social do conhecimento**: de Gutenberg a Diderot. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2003.

CHARTIER, R.. **Leitura e leitores na França do Antigo Regime**. São Paulo: UNESP, 2004

CHARTIER, R.. O Mundo Como Representação. Tradução de Andréa Daher e Zenir Campos Reis. **Revista das Revistas**, Estudos Avançados, 11 (5), 1991.

CHERVEL, A.. **História das disciplinas Escolares**: reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria & Educação, Porto Alegre: Panonima, n. 2, 1990.

DUMONT, Ir. I.. **Elementos de Aritmética**: curso primário ou elementar. São Paulo: FTD, 1937. Coleção de Livros Didáticos - FTD.

LOBO, J. T. de S.. **Segunda Arithmetica**. 20^a ed. 1920. Porto Alegre: Livraria Selbach

OLIVEIRA, E. C. de; RAMOS, V. C.. Que Vença O Melhor Argumento: As Notas De Rodapé Como Artífício Argumentativo Em Casa Grande & Senzala. **Revista de Teoria da História**, Goiânia, v. 1, n. 3, p.249-266, jun. 2010. Disponível em: <<https://revistas.ufg.br/teoria/article/viewFile/28854/16085>>. Acesso em: 12 nov. 2016.

TRAJANO, A. B.. **Arithmetica Elementar Illustrada**: Para uso dos alumnos adiantados das escolas primarias. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1936.

VALENTE, W. R.. Livro Didático e Educação Matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, Campinas, v. 30, n. 16, p.139-162, jul./dez. 2008. Semestral. Disponível em: <<https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/viewFile/2518/2277>>. Acesso em: 24 mar. 2015.

VALENTE, W. R.. **Uma História da Matemática Escolar no Brasil, 1730-1930**. 2. ed. São Paulo: Annablume, 2007a. 211 p.

A VALORIZAÇÃO DO NEGRO NO AMBIENTE ESCOLAR: PANORAMA SITUACIONAL E PERSPECTIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Clebson Carvalho de Oliveira

Universidade do Estado do Pará, Bolsista PIBIC/
CNPq

Igarapé-Açu - PA

Emerson Batista Gomes

Universidade do Estado do Pará, Professor do
DMEI/UEPA
Belém - PA

RESUMO: Este trabalho apresenta uma discussão inicial sobre uma pesquisa de iniciação científica em andamento cujo foco situa a valorização do negro na produção científica e matemática. O tema surge de discussão no Grupo Colaborativo de Educação Matemática (GCEM), na Universidade do Estado do Pará (UEPA), em que bolsistas, até então do PIBID, ao se engajarem em sala de aula e, sendo negros, revelam interesse pela problemática da inserção da matemática no debate da valorização do negro na escola e na ciência. Este trabalho objetiva contribuir para a discussão da valorização da memória cultural e científica africana e afrodescendente em matemática. A pesquisa se enquadra em uma abordagem qualitativa e toma por referências Da Silva et al (2009) no tocante à cartografia sobre a produção do conhecimento pelo negro e Boyer (1974) que dá suporte à construção histórica e epistemológica da matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Educação, Valorização do negro, Negro na Matemática.

ABSTRACT: This paper presents an initial discussion about an ongoing scientific initiation research focused on the valorization of the black in scientific and mathematical production. The theme arises from a discussion in the Collaborative Mathematics Education Group (GCEM), at the University of the State of Pará (UEPA), where scholarships, until then of the PIBID, when engaging in the classroom and, being black, show interest in the problematic of the insertion of mathematics in the debate about the valorization of the black in school and science. This work aims to contribute to the discussion of the valorization of African and Afrodescendent cultural and scientific memory in mathematics. The research fits in a qualitative approach and takes by reference Da Silva et al (2009) regarding cartography on the production of knowledge by the black and Boyer (1974) that supports the historical and epistemological construction of mathematics.

KEYWORDS: Education, Appreciation of Black, Black in Mathematics.

1 | INTRODUÇÃO

O presente artigo retrata uma pequena parcela do panorama em que se encontra nossa população negra e parda no Brasil, apresentando dados que constata a baixa presença destes sujeitos nos espaços institucionais da sociedade, consequências de um passado escravizado o qual traz, até hoje, marcas da desigualdade vinda de uma construção social estruturada para estabelecer diferenças entre os homens, a ideia de raça.

Dando ênfase em *políticas afirmativas* que buscam sanar essas diferenças históricas, tratamos da Lei 10.639/03 responsável pela implementação do estudo da História e Cultura Afro-Brasileira nos currículos escolares, visando desconstruir uma imagem pejorativa do negro e (re)construir outros princípios e valores, bem como salientar algumas importantes contribuições do negro para a construção de conhecimentos, em especial conhecimentos matemáticos, que evidenciamos não nos são apresentados como contribuições dos negros.

Outra *ação afirmativa*, que discutimos neste trabalho, trata da Lei Federal N° 12.711/12, a Lei de Cotas para o ingresso às Universidades e às Escolas Técnicas do País. Legislação esta que vem sendo importante aliada no processo de inclusão dos negros no ambiente acadêmico, onde a presença de negros é substancialmente baixa.

O trabalho também apresenta algumas contribuições dos negros para a matemática, fornecendo um possível ponto de partida para abordar a discussão étnico racial na matemática, bem como no processo de ensino e aprendizado da matemática, buscando romper com a predominância da matemática eurocêntrica que descaracteriza a presença do negro em seu desenvolvimento.

2 | PREMISSAS SOBRE A DESVALORIZAÇÃO DO NEGRO NO AMBIENTE ESCOLAR

A escola deve ser um ambiente plural e acolhedor onde os alunos, independente de sua raça, gênero, etc., sintam-se inseridos neste espaço. Contudo, a escola mostra-se um pouco distante desta vivência, o que não deveria acontecer. Especialmente quando nos voltamos às questões etnicorraciais, quando podemos perceber que o preconceito racial, assim como outras espécies de preconceito, existe e está introjetado no ambiente escolar.

As formas de opressão estão presentes até mesmo no conteúdo estudado, passando despercebidas tanto pelo professor quanto pelos alunos, e, por vezes, a escola ao invés de ser um instrumento formador, para o desenvolvimento de alunos críticos sobre práticas de discriminação, implicitamente acaba lesando aos grupos étnicos, resultando na opressão do aluno negro que, por vezes, apresenta-se isolado em sala de aula.

Não obstante, a sociedade civil tem lutado pela melhoria das condições dos

negros na sociedade e, apesar de ter conseguido avanços como a Lei Federal Nº 10.639/03 - uma ação afirmativa que torna obrigatório o ensino de “História e Cultura Afro-Brasileira” para todas as disciplinas -, existem inúmeras escolas que não estão preparadas para lidar com esta demanda, e mesmo aquelas que desenvolvem atividades com as temáticas afro-brasileiras, ou a fazem de modo estereotipado e pontual, ou desenvolvem ações em poucas disciplinas como História, Geografia, Artes, Educação Física, Língua Portuguesa e Literatura.

As disciplinas de Ciências e Matemática tendem a permanecer aquém destas discussões. Deste modo, faz parecer que os negros¹ não tiveram sua parcela de contribuição na construção destes campos do saber. Contudo, é possível evidenciarmos uma história bem diferente. Partindo de estudos bibliográficos pudemos perceber grandes feitos dos negros na produção do conhecimento matemático, aos quais não são dados os méritos devidos aos negros e, quando trabalhados em sala de aula, não são claras as referências por tais feitos aos negros e/ou são simplesmente negligenciados, como se não fossem relevantes para o aprendizado dos alunos.

Na produção do conhecimento matemático pudemos perceber, de acordo com Boyer (1974), que alguns processos utilizados na resolução de problemas no continente Africano, precisamente na civilização egípcia, são similares aos métodos que estudamos no ensino básico, portanto, tem-se aí um ponto do qual podemos partir para um possível estudo de matemática envolvendo questões sociais e, utilizando essas questões não apenas como instrumento de inclusão, mas como recursos didáticos para o ensino e aprendizagem em matemática. Assim, evidenciaríamos um ensino de matemática pautado nas contribuições dos negros, passível de desvelar um grande leque de contribuições na construção do conhecimento matemático e científico.

A dificuldade e o modo de se trabalhar a temática do negro no ambiente escolar, em especial em disciplinas de ciências e matemática, torna necessário uma profunda mobilização em estudos historiográficos neste sentido. De nossa parte apresentamos aqui breves resultados, de um estudo mais ampliado, em evidenciamos algumas contribuições dos negros para a estruturação do saber matemático, presente no ambiente escolar, mas nunca referenciado que, trabalhados devidamente, poderiam atenuar, ou mesmo dirimir, o quadro de discriminação do negro nas escolas.

A respeito da discriminação racial, a qual muitas vezes ignoramos no ambiente escolar, Da Silva (2009) apresenta o seguinte posicionamento:

Se negada no espaço da escola, a discriminação racial chega a ser admitida pelos educadores na sociedade em geral, configurando uma visão que acaba dissociando escola e sociedade, esvaziando uma das funções da escola que é a da afirmação e reprodução de determinados valores, nesse caso a recuperação da positividade dos valores da(s) cultura(s) afro-brasileira. (DA SILVA, 2009, p. 290)

¹ Como medida de esclarecimento, referimo-nos por *pretos e pardos* apenas quando tratamos em conformidade com as legislações e relatórios institucionais que tomamos por referência. Quando em discurso livre, por posição político-ideológica, assumimos o termo *negro* indistintamente.

Portanto, a escola deve assumir um posicionamento de mediadora na construção de conhecimentos e valores, tornando-se, verdadeiramente, um espaço multicultural e acolhedor e jamais opressor, buscando a inserção dos muitos grupos, os quais ela deve estar aberta a receber e, dessa forma, promover a inclusão e valorização destes no meio social.

3 | UM PANORAMA SOBRE A SITUAÇÃO DO NEGRO NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA

A data de 13 de maio é celebrada nas escolas brasileiras como a abolição da escravidão. Esta é uma positivação do que na realidade significa uma tardia mudança de um dos regimes sociais mais bestiais da história: o tráfico e escravidão de seres humanos. Esta data nos lembra dos quase 400 anos de cativeiro e dizimação de vidas de famílias inteiras. Estimativas indicam que cerca de 40% dos 15 milhões de escravos que desembarcaram nas Américas foram trazidos para o Brasil (BONZATTO, 2011). Tais estimativas acabam por nos marcar pejorativamente como uma nação de sádicos e desonrosos.

A publicação da Lei Áurea em meados do século XIX, ainda no governo Imperial, deveria pôr fim à escravidão no Brasil. Mas ao contrário do que poderíamos imaginar, a libertação dos escravos não representou a inclusão do negro na sociedade. Pelo contrário, configurou um estado de exclusão e discriminação do negro que, sob muitos aspectos, perdura ainda na contemporaneidade. Os negros saíram das senzalas para construir suas moradias nos morros e favelas, configurando uma paisagem urbana de contrastes e segregação.

Foi somente no final do século XX que, em virtude de inúmeras mobilizações sociais, alguns anseios dos negros repercutiram em políticas públicas de inserção e valorização dos negros na sociedade. Entre essas políticas podemos destacar a instituição das cotas para estudantes negros e pardos em universidades, bem como em concursos públicos. Tais *políticas afirmativas* buscam compensar séculos de exclusão, e que ainda hoje apresentam números muito aquém do necessário em comparação a outros países.

Como reflexo de um panorama mais amplo, a inserção de negros no sistema educacional também apresenta percentuais bem desanimadores. Quando nos voltamos à categoria *escolarização* verificamos que, no final século XX, no ano de 1999, 12,9% da população de estudantes brancos completaram o Ensino Médio, enquanto apenas 3,3% dos estudantes negros galgaram este nível de escolarização (DURHAN, 2003). Pesquisas revelam que uma boa parcela desta minoria negra que concluiu o Ensino Médio pertence a famílias que possuem um pouco mais de recursos financeiros em relação a outros negros, o que torna o fator econômico uma das principais consequências trazidas pela discriminação racial e, consequentemente,

implicando em um baixo nível educacional dos negros.

A baixa renda familiar é, segundo Durhan (2003), um dos três fatores com maior influência no sucesso escolar, e, conseqüentemente, a sua ausência resulta no fracasso social. A falta de recursos se torna um dos principais obstáculos à escolarização para a população mais desfavorecida, a qual a maior parte da população negra se encontra. Com poucas alternativas, os negros tendem a desertar das escolas prematuramente, não concluindo o Ensino Básico. O abandono precoce da escola se dá trocando-se o aprendizado escolar por trabalho, para a subsistência e complementação da renda familiar.

Embora muitos negros abandonem a escola em busca de trabalho para auxiliar nas despesas familiares, temos, segundo o Censo Escolar de 2005, um número alto de matrículas de negros e pardos no Ensino Fundamental. Contudo, ao observarmos o Censo Escolar do ano de 2010, podemos perceber que houve uma diminuição no número de matrículas em relação ao ano de 2005, evidenciada na tabela 1:

ANO	NÍVEL ESCOLAR	Nº DE MATRÍCULAS	PRETA	PARDA
2005	Fundamental	33.534.561	2.643.561	13.260.064
	Médio	9.031.302	753.923	3.163.348
2010	Fundamental	31.010.425	922.001	8.898.738
	Médio	8.358.647	223.639	2.059.878
2015	Fundamental	27.931.255	920.826	10.149.186
	Médio	8.076.150	248.255	2.509.412

Tabela 1: Número de matrículas dos alunos pretos ou pardos no ensino Fundamental e Médio.

Fonte: MEC/Inep – Censo Escolar.

Apesar da evidente diminuição do número de matrículas de negros e pardos de um censo ao outro, em um período de 10 anos, somos levados a crer que esta redução também se deve a outro fator, também demasiado preocupante. Especula-se que a considerável diminuição das matrículas não significou apenas a evasão escolar dos negros e pardos da escola, mas também se deveu à quantidade de pessoas que não declararam sua cor ao censo. Somente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no Censo de 2010, cerca de 36,97% dos alunos não se posicionaram quanto a sua cor, ou seja, algo pode estar comprometendo a espontaneidade das respostas ao censo. Estaria o nível de discriminação afetando o processo de coleta de dados dos censos? Operando implicitamente na declaração da identidade étnica dos alunos?

Ao considerarmos como evidência a pesquisa de Bezerra (2011), percebemos que na medida em que se eleva o nível educacional, o número de negros tende a diminuir consideravelmente. Por exemplo, em 2005, enquanto o percentual de negros que frequentavam ou possuíam o nível básico chegava a 53,2% do total de estudantes, uma quantidade significativa, o número de negros que cursavam ou possuíam o ensino

superior, caía para a metade desse percentual, reduzindo ainda mais esse valor nas pós-graduações, chegando a apenas 17,6% do total dos cursistas.

Em 2006 o número de estudantes classificados como pretos e pardos no Ensino Médio não encontrara números animadores, chegando a apenas 42% dos matriculados, segundo dados do INEP (2006). Há quem pondere que o baixo número de negros no Ensino Superior está associado ao método de seleção ao qual os alunos que concluíram o Ensino Médio estão sujeitos, pois o processo seletivo privilegia aqueles que tiveram condições de um ensino de qualidade e preparação adequada para o mesmo, ou seja, em sua maioria, alunos brancos que, por sua vez, possuem regalias que influenciam positivamente na ascensão escolar: “a escolaridade dos pais, renda familiar e ascendência étnica” (DURHAN, 2003, p. 8).

O prejuízo histórico causado aos indivíduos negros tem reflexo direto na quantidade desses no Ensino Superior. Mesmo sob influência de ações afirmativas a taxa de escolarização no Ensino Superior ainda sofre o impacto de pelo menos um século de desigualdades. Tomando bases de dados mais atuais, como a do Inep (2012), observamos que o acesso dos pretos ao Ensino Superior não chega a 20%, enquanto para pardos, chega a pouco mais de 20%. Embora os percentuais ainda não indiquem a superação de desigualdades históricas, podemos afirmar que houve uma mudança significativa no quadro situacional.

No quadro docente das escolas de Ensino Básico não é muito diferente o reflexo de anos de discriminação sofridos pelos negros. Dados do Censo Escolar do ano de 2007, referente ao corpo docente do Ensino Fundamental dos anos finais, revela-nos uma quantidade pequena de professores negros e pardos na sua composição. De um montante de 736.502 professores do Ensino Fundamental, cerca de 2,07% se declararam pretos e 13,61% se consideraram pardos. No ano de 2009 o número de pretos e pardos no quadro docente, dos anos finais das escolas de Ensino Fundamental, obteve um aumento um tanto significativo, sendo que o número de professores que se declaram pretos chegou a 3%, enquanto os que se declararam pardos subiu para 19,85%.

Em decorrência da desigualdade a qual o negro esteve/está submetido por conta de seu passado histórico, que o impossibilitaram de emergir socialmente, fizeram-se necessárias as chamadas ações afirmativas, com vistas à correção de uma sociedade anti-igualitária, que para Cardoso (2009, p. 42) “nunca foi realmente sacudida por nossas transformações sociais”.

Dentre essas ações temos a Lei Federal Nº 12.711/2012, que versa sobre o ingresso nas instituições de Ensino Superior e Técnico. Esta lei constitui uma ação afirmativa que obriga Institutos e Universidades Públicas do Brasil a reservarem 50% do total das vagas, em quaisquer cursos, para a chamada demanda social, destinadas a alunos da rede pública, pretos, pardos e indígenas.

Ações afirmativas não significam privilegiar um grupo étnico em relação a outro, mas visam buscar atenuar as diferenças as quais determinado grupo social vem

sofrendo com o processo de discriminação, buscando corrigir injustiças históricas pelas quais estes passaram/passam. O sistema de cotas é fundamental não apenas para os negros e pardos garantirem acesso ao Ensino Superior, mas a toda uma gama da sociedade que sofreu/sofre discriminação. Deste modo, as instituições de Ensino Superior passaram a reservar 50% do total das vagas de seus cursos para estudantes que cursaram integralmente e concluíram o Ensino Médio em escolas públicas.

Essas cotas universitárias são distribuídas conforme as seguintes orientações:

Art. 1º As instituições federais de educação superior vinculadas ao Ministério da Educação reservarão, em cada concurso seletivo para ingresso nos cursos de graduação, por curso e turno, no mínimo 50% (cinquenta por cento) de suas vagas para estudantes que tenham cursado integralmente o ensino médio em escolas públicas.

Parágrafo único. No preenchimento das vagas de que trata o caput deste artigo, 50% (cinquenta por cento) deverão ser reservados aos estudantes oriundos de famílias com renda igual ou inferior a 1,5 salário-mínimo (um salário-mínimo e meio) per capita.

(...)

Art. 3º Em cada instituição federal de ensino superior, as vagas de que trata o art. 1º desta Lei serão preenchidas, por curso e turno, por autodeclarados pretos, pardos e indígenas e por pessoas com deficiência, nos termos da legislação, em proporção ao total de vagas no mínimo igual à proporção respectiva de pretos, pardos, indígenas e pessoas com deficiência na população da unidade da Federação onde está instalada a instituição, segundo o último censo da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. (BRASIL, 2012. LEI Nº 12.711)

É notório que até a década de 1990 a hegemonia dos estudantes no Ensino Superior era constituída pela população branca, atendendo a uma “reserva proveniente das camadas mais altas da sociedade” (BEZERRA, 2011, p. 3). Entretanto, paulatinamente, este quadro vem mudando a partir da inserção do sistema de cotas nos processos de seleção ao Ensino Superior. Sobre este aspecto positivo Bezerra (2011) acrescenta que:

A política de cotas além de proporcionar o acesso ao conhecimento a pessoas antes impedidas, também pode funcionar como um caminho para a inclusão social. Inclusão aqui entendida como desempenho quantitativo dos cotistas, bem como a sua aceitação no novo grupo social a que passam a pertencer na Universidade. (BEZERRA, 2011, p. 3)

Embora o acesso à educação superior fosse limitada em grande parte aos brancos, algumas universidades, mesmo antes de ser sancionada a Lei 12.711/2012, já utilizavam cotas raciais para o ingresso de alunos em seus cursos. Todavia, foi a partir do momento em que entrou em vigor a lei de cotas, que o número de estudantes negros teve aumento significativo de seus indicadores.

Segundo a Síntese de Indicadores Sociais divulgada pelo IBGE (2014), em relação aos concluintes pretos e pardos do Ensino Médio, no ano de 2004 apenas 16,7% conseguiram matrícula no Ensino Superior. Este percentual chegou a 45,5%

em 2014, um aumento expressivo. Entretanto, não chegara ao nível de estudantes brancos, que no ano de 2004 matriculavam 47,2% do total de sua demanda no Ensino Superior, passando a 71,4% uma década depois. Evidenciamos, por esses dados, ainda haver uma diferença considerável entre esses grupos.

Passados cinco anos desde que entrara em vigor a Lei 12.711 o número de estudantes negros que concluíram o Ensino Médio e ingressaram no Ensino Superior apresentara crescimento. A Síntese de Indicadores Sociais do ano de 2017 apresenta dados interessantes a respeito do ingresso de estudantes negros no Ensino Superior, ela separa os dados dos alunos negros da Rede Privada de Ensino dos oriundos de Escolas Públicas, o que do nosso ponto de vista para nossa análise é mais produtivo.

No ano de 2017 a população preta ou parda oriundos das Escolas Públicas e que ingressaram nas Universidades chegou à 29,1%, já aqueles vindos da Rede Particular de Ensino foram 71,6%. Diante disso, podemos verificar o que apresentamos acima a respeito do posicionamento de Durhan (2002) sobre os fatores que influenciam no sucesso escolar. Percebemos que os alunos provenientes das Escolas Particulares representaram um maior número de pretos e pardos que ingressaram nas Universidades, pois possuíam regalias que os auxiliaram a galgarem esse feito.

Mesmo os alunos negros das Escolas Públicas não representando o maior número dos ingressos nas Universidades, podemos perceber a importância das *ações afirmativas* na tentativa de sanar essas desigualdades e presenciamos esse fato no crescimento dos alunos negros nas Universidades a partir da implantação do sistema de cotas.

4 | SOBRE A INCLUSÃO DO NEGRO NAS TEMÁTICAS DE ENSINO DAS BASES NACIONAIS DA EDUCAÇÃO

A Lei Federal Nº10.639, de 9 de janeiro de 2003, que altera a Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática 'História e Cultura Afro-Brasileira' (Diário Oficial da União, 2003), abre-nos a oportunidade para explorarmos os conhecimentos de origem africana em todas as disciplinas de nosso ambiente escolar. Entretanto, como salientamos não se tem dado o mérito aos protagonistas destes conhecimentos, os negros.

A respeito disso, Coelho (2003, p. 4) esclarece que a discussão étnico-racial deve ser uma postura adotada pelas instituições e não apenas individualmente, como acontece em alguns segmentos da escola e da universidade, onde, por exemplo, alguém do corpo docente, que notavelmente deve pertencer ao grupo de negros, abraça o discurso sobre o quão é importante o estudo do negro para formação social dos alunos e o faz, buscando desenvolver nos educandos conceitos favoráveis em relação aos negros, buscando sanar a imagem pejorativa a qual estes estiveram

submetidos durante todos esses anos.

O parágrafo segundo da Lei Nº 9.394 estabelece que os conteúdos sobre a História e Cultura Afro-Brasileira devem ser ministrados em todo o currículo escolar, dando ênfase nas áreas de Literatura, Histórias Brasileiras e Educação Artística. Contudo, a matemática tem tudo para ser uma das áreas de expressão da cultura Afro-brasileira, uma vez que os conteúdos trabalhados apresentam grandes contribuições de povos africanos. O que não vem ocorrendo devido os objetos de ensino estarem sendo apresentados como uma produção puramente eurocêntrica, branca, enquanto as contribuições dos negros permanecem ocultas.

Podemos perceber que a Lei 10.639 de 2003 é uma ação afirmativa que, segundo Da Silva (2009, p. 301) busca reorientar o sistema educacional, que até então coagia e desinformava jovens e crianças negras, bem como de outras etnias, impedindo que vivenciassem uma escola multicultural e receptiva.

No ambiente escolar, muitas vezes, passamos despercebidos pelas contribuições dos intelectuais africanos para o desenvolvimento da matemática. Em grande parte, por falta de conhecimento, afinal são pontos que também não são discutidos na formação universitária de grande parcela dos professores, principalmente os de Ciências e Matemática, o que nos reporta novamente à fala de Coelho (2003) de que a discussão etnicorracial deve ser uma prática adotada institucionalmente.

Objetos que estão presentes no currículo escolar de matemática como a Análise Combinatória, o Triângulo de Pascal, o Teorema do Triângulo Retângulo - conhecido no Brasil por Teorema de Pitágoras-; tiveram grande influência dos negros em sua elaboração. O “Teorema de Pitágoras”, por exemplo, segundo Ferguson (2011, *apud* JUNIOR, 2017, p. 110) era conhecido no continente africano por volta de “dois mil anos antes do período de vida deste filósofo”, mas nada sobre isso é mencionado durante as aulas de matemática, em que se privilegiam as técnicas de manuseio, em detrimento da história e epistemologia envolta em tal conjunto de técnicas.

Operações básicas de multiplicação e divisão são conhecimentos antigos e que também podem ser trabalhadas dentro de uma perspectiva de valorização do negro no interior das escolas, apresentando-se as contribuições dos povos africanos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, buscando-se desenvolver a conscientização dos estudantes sobre a importância que os negros tiveram no desenvolvimento de diversos algoritmos operatórios. Torna-se, neste sentido, papel fundamental de nós educadores, promovermos pesquisas e que desenvolvamos materiais que auxiliem aos professores escolares a socializar as produções dos negros, explorando técnicas e métodos resolutivos de problemas matemáticos, contrastando práticas do passado com as atuais.

A título de exemplo, os Egípcios realizavam seus processos de multiplicação da seguinte forma: para se obter o produto de $a*b$ devia-se somar a a ele mesmo e, o resultado obtido, somava-se a ele mesmo e assim por diante até que o número das somas, desses resultados $a+a=s_1; s_1+s_1=s_2...$, se aproximasse de b . Observemos que

$s_1=2a$, logo $s_2=2(2a)=4a$; $s_2+s_2=s_3=2(4a)$ e assim por diante. Na prática ficaria assim: se quiséssemos o produto de $35 \cdot 15$, teríamos $35+35=70$, somamos 70 a ele mesmo e teremos 140, o próximo seria $140+140=280$. Neste sentido, é possível concluir que temos $8 \cdot 35$, como $15=8+4+2+1$, logo $35 \cdot 15=280+140+70+35=525$.

Como é possível perceber, poderemos ter muitas gratas surpresas quanto ao estudo da matemática sob uma perspectiva de valorização multicultural, por exemplo, “nossa palavra ‘multiplicação’, na verdade sugere o processo egípcio” (BOYER, 1974, p. 11) e estes conhecimentos que não são apresentados aos alunos podem se mostrar motivadores e interessantes, além de promoverem a inclusão. Portanto, a valorização da reconstituição histórica de um saber por de trazer grandes contribuições à valorização do negro na construção do saber matemático.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Depois de séculos de escravidão, de injunções as quais os negros estiveram acometidos e que hoje ainda têm reflexo significativo nas relações sociais dessa minoria, minoria entendida aqui não como baixo contingente – afinal negros e pardos compõem a maior parte da população do Brasil – mas como posição a qual este grupo está sujeito na sociedade, percebemos que certo avanço está acontecendo. Com conquistas por meio de lutas sociais e de tomada de espaços importantes na educação, na política e sociedade.

Todavia, ainda está longe de se tornar equânime o número de negros e brancos nesses espaços institucionais, o que nos mostra a necessidade de *ações afirmativas* que busquem dirimir essas diferenças. Pois a construção social de “raça”, que estratificou a população humana por sua pigmentação de pele e traços fenotípicos, criada para “explicar” as diferenças entre os homens, vem gerando consequências nefastas à nossa sociedade.

Ações afirmativas como as Leis 10.639 e 12.711 respaldam discussões sobre a inserção no currículo escolar do estudo da História e da Cultura Afro-Brasileira e constituem grande força no combate às discriminações raciais. Sobretudo, oportunizando o acesso a informações e promovendo a conscientização da sociedade sobre a problemática da inclusão social. Mas, acima de tudo, oportunizam tirar os negros de uma posição de vitimização para uma posição de protagonistas, em que práticas letivas que valorizem as produções científicas e matemáticas dos negros podem tomar o lugar das práticas de ocultamento destas contribuições, que invisibilizam e calam os negros.

Discutimos aqui que as escolas e, principalmente os professores, podem e devem se mobilizar em prol de uma formação complementar e continuada que contemple discussões sobre a produção do negro nas ciências e matemática, para que assim possam desenvolver ações consistentes de valorização do negro na produção do conhecimento e que oportunizem aos alunos, negros ou não, uma tomada de

consciência com base em informações seguras e construção de conhecimentos e valores socialmente justos.

Avaliamos que o professor de matemática não deve se furtar de trabalhar questões que envolvam mais discussões com componentes históricos e sociais, que possibilitem a resolução de problemas em que se debatam as contribuições dos negros na construção de modelos representacionais e algoritmos, explicitando os autores e suas procedências étnicas, combatendo assim a conduta de invisibilização do negro na produção de conhecimentos matemáticos e científicos.

Neste trabalho, marcamos o início de uma investigação que apenas se inicia e busca tomar corpo por meio de pesquisas aprofundadas sobre as representações do negro nos livros didáticos de matemática, na literatura disponível à formação de professores e, sobretudo, instituindo espaços de debate sobre a valorização do negro no espaço escolar, em especial nas aulas de matemática.

REFERÊNCIAS

BEZERRA, Teresa Olinda Caminha. *A política pública de cotas em universidades, desempenho acadêmico e inclusão social*. In: SBI JOURNAL, n. 09, 2011.

BONZATTO, Eduardo Antônio. *Aspectos da História da África, da Diáspora Africana e da Escravidão: sob a Perspectiva do Poder Eurocêntrico*. São Paulo: Ícone, 2011.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Lei nº 10.639. de 9 de janeiro de 2003. Diário Oficial da União.

BRASIL. Lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012. Dispõe sobre o ingresso nas universidades federais e nas instituições federais de ensino técnico de nível médio e dá outras providências. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Brasília, DF, v. 30, 2012.

CARDOSO, Raul Róis Schefer. *A inserção do negro na sociedade branca*. RS Negro: Cartografias sobre a produção do conhecimento. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 32, 2009.

COELHO, Wilma Baía. *O professor negro na universidade: notas preliminares*. Belém. [Internet], v. 4, n. 1, p. 19-28, 2003.

DA SILVA, Gilberto Ferreira. *Caminhos para a educação antirracista: experiências que falam*. RS Negro: Cartografias sobre a produção do conhecimento. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 285-293, 2009.

DA SILVA, Jacira Reis. *Diversidade cultural, relações étnico-raciais e práticas pedagógicas*. RS Negro: Cartografias sobre a produção do conhecimento. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 294-303, 2009.

DURHAN, Eunice R. *Desigualdade educacional e quotas para negros nas universidades*. Equipe do Núcleo de Pesquisas sobre Ensino Superior (NUPES), Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.

JUNIOR, Henrique Cunha. *Afroetnomatemática: da filosofia africana ao ensino de matemática pela arte*. In: Revista da Associação Brasileira de Pesquisadores/as Negros/as (ABPN), v. 9, n. 22, p. 107-122, 2017.

IBGE. *Síntese de Indicadores Sociais 2018*: Uma análise das condições de vida da população brasileira. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/ce915924b20133cf3f9ec2d45c2542b0.pdf. Acesso em: 10 fev. 2019.

INEP. *Sinopses Estatísticas da Educação Básica*. Brasília – DF. Disponível em: <http://www.portal.inep.gov.br/sinopses-estatisticas-da-educacao-basica>. Acesso em: 20 nov. 2017.

SALES, Robson. *IBGE - Acesso de negros à universidade cresce*: maioria ainda é branca. Valor Econômico, RIO, 04 dez. 2015. Disponível em: <http://www.valor.com.br/brasil/4342534/ibge-acesso-de-negros-universidade-cresce-maioria-ainda-e-branca>. Acesso em: 28 set. 2017.

FRAGMENTOS SOBRE USO DE JOGOS E DEMAIS MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARAENSE

Amanda Moura da Rocha

Faculdade Integrada Brasil Amazônia – FIBRA
Belém, Pará, Brasil

João Cláudio Brandenberg

Universidade Federal do Pará – UFPA
Belém, Pará, Brasil

RESUMO: A presente pesquisa buscou encontrar a ligação inicial entre as práticas de ensino de matemática e pesquisas na área da utilização dos jogos e materiais manipuláveis no ensino de Matemática, especificamente no Estado do Pará. Para isso, realizamos uma pesquisa na modalidade qualitativa, do tipo bibliográfica, que nos proporcionou encontrar, a partir de um recorte histórico da formação do Movimento de Educação Matemática Paraense, a influência de um movimento incentivado internacionalmente e na década de 60 nacionalmente, o Movimento da Matemática Moderna, foi disseminado no estado através da formação de professores de matemática ligados às relações teórico-práticas desenvolvidas no âmbito do Clube de Ciências, da Universidade Federal do Pará, cujos jogos e materiais manipuláveis tiveram forte participação na criação de Laboratórios de Ensino de Matemática, evidenciando o destaque dado às questões metodológicas e culturais

como característica peculiar do Movimento de Educação Matemática no estado.

PALAVRAS-CHAVE: História da Educação Matemática. Formação de professores. Laboratório de ensino de matemática.

ABSTRACT: The present research sought to find the initial link between the teaching practices of mathematics and researches in the area of the use of games and manipulable materials in the teaching of Mathematics, specifically in the State of Pará. For this, we carried out a research in the qualitative modality, of the bibliographic type, which allowed us to find, from a historical cut of the formation of the Movement of Mathematical Education Paraense, the influence of a movement encouraged internationally and in the 1960s nationally, the Movement of Modern Mathematics, was disseminated in the state through teacher training of mathematics linked to the theoretical-practical relations developed within the Science Club of the Federal University of Pará, whose games and manipulable materials had a strong participation in the creation of Laboratories of Mathematics Teaching, highlighting the emphasis given to methodological and cultural issues as a specific characteristic of the Mathematics Education Movement in the state.

KEYWORDS: History of Mathematics Education. Teacher training. Mathematics

1 | INTRODUÇÃO

Que a utilização de jogos e materiais manipulativos no ensino da matemática é incentivado na Formação de Professores de Matemática, isto é facilmente encontrado em documentos nacionais, artigos, livros, etc.:

Por meio dos jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações. (BRASIL, 1997, p.35).

El matemático experto comienza su aproximación a cualquier cuestión de su campo con el mismo espíritu explorador con el que un niño comienza a investigar un juguete recién estrenado, abierto a la sorpresa, con profunda curiosidad ante el misterio que poco a poco espera iluminar, con el placentero esfuerzo del descubrimiento. ¿Por qué no usar este mismo espíritu en nuestra aproximación pedagógica a las matemáticas? (GUZMÁN, 2007, P.45).

Os materiais são usados em atividades que o próprio aluno, geralmente trabalhando em grupos pequenos, desenvolve na sala de aula. Essas atividades têm uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático. (MENDES, 2006, p.16).

Presumivelmente há quem também ressalte o cuidado com o planejamento das atividades a serem desenvolvidas com esses materiais, a questão de sistematizar os conhecimentos adquiridos, entre outras questões que podem transformar uma atividade educativa em atividade de lazer se não houver a devida atenção a estas orientações (ROCHA, 2017).

Contudo, apesar da vasta literatura publicada sobre estes materiais, pouco procura-se desvelar as origens de inserção dos mesmos na educação local, no nosso caso, pesquisaremos principalmente no âmbito da educação matemática paraense, mediante o seguinte problema: *o que motivou, historicamente, a pesquisa e utilização de jogos e materiais manipuláveis na formação de professores paraenses?*

No intento de realizar parte da pesquisa histórico-bibliográfica da dissertação “*Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: perspectivas histórica e atual*” (ROCHA, 2017), concluída em 2017 como requisito parcial para a conclusão do Curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/UFGA) e de responder ao problema de pesquisa proposto, de forma inicial, realizando uma pesquisa qualitativa descritiva.

Consideramos ser uma pesquisa sob a *abordagem qualitativa* por procurar

descrever a realidade histórica da inserção de jogos no ensino da matemática paraense de forma subjetiva, pois, segundo Lima e Mito (2007), não seria possível realizá-la com exata fidedignidade. O fato de não poder ser uma pesquisa objetiva faz com que o pesquisador busque reduzir, o máximo que puder, seus “juízos de valores” e dar a devida importância aos métodos e as técnicas de coleta e tratamento dos dados.

Ao dizermos que nossa pesquisa é *descritiva*, damos destaque à análise, observação, registro e o correlacionamento de aspectos (variáveis) que envolvem os fatos ou fenômenos pesquisados, sem manipulá-los (HEERDT, LEONEL, 2007).

Este *tipo de pesquisa* procura a frequência com que um fenômeno ocorre, sua relação e conexão com outros, sendo nosso principal foco a natureza e características, utilizando como *técnica de coleta de dados* a *pesquisa bibliográfica* de fontes secundárias. Dentre elas utilizamos Teses e Dissertações (FIORENTINI, 1994; SILVA, 2014; SOUSA, 2015), Livros (NACARATO, 2005; OLIVEIRA, SILVA, VALENTE, 2011; VALENTE, 2005) e artigos (FIORENTINI, 1995; JUCÁ, DIAS, SÁ, 2015; LIRA, MENDES, 2015).

Diante da abordagem qualitativa, de tipo descritiva, a análise dos dados ocorre segundo o *método indutivo*, partindo da análise de dados particulares até as noções mais gerais obtidas durante o seu processo de realização:

Para um investigador qualitativo que planeie elaborar uma teoria sobre o seu objecto de estudo, a direcção desta só se começa a estabelecer após a recolha dos dados e o passar de tempo com os sujeitos. Não se trata de montar um quebra-cabeças cuja forma final conhecemos de antemão. Está-se a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes. O processo de análise dos dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo. O investigador qualitativo planeja utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes. Não presume que se sabe o suficiente para reconhecer as questões importantes antes de efectuar a investigação. (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p.50).

Explicitado o problema, a abordagem, o tipo, a técnica e o método de pesquisa, a *seguinte seção* partirá do percurso histórico de realização nacional dos Movimentos da Escola Nova, Matemática Moderna e, principalmente, de Educação Matemática, obtendo informações sobre como as tendências metodológicas/pedagógicas internacionais foram disseminadas no território brasileiro; na *terceira seção* encontramos algumas particularidades da realização destes movimentos no estado do Pará, demonstrando a efervescência dos estudos científicos sobre as práticas de educação matemática, dando destaque à utilização dos jogos e materiais manipuláveis, culminando com as *conclusões* alcançadas, no qual percebemos ser o Movimento da Matemática Moderna (MMM) o principal movimento direcionador da criação, adaptação e reprodução dos referidos materiais pedagógicos, consequentemente da pesquisa e criação de Laboratórios nas Universidades da capital do estado.

2 | O CONTEXTO NACIONAL DE FORMAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A matemática no Brasil sofreu diversas influências estrangeiras para chegar a tais preocupações do ensinar/aprender, como o Congresso internacional, ocorrido em Roma, no ano de 1908, no qual foi criada uma Comissão Internacional para estudo do Ensino de Matemática (CIEM, 1908 apud VALENTE, 2005, p.89) e foi a primeira tentativa de internacionalização da Matemática escolar; e, posteriormente, em 1912, ocorreu V Congresso Internacional de Matemática, em Cambridge, com o objetivo inicial de fazer relatórios abordando o estado da instrução Matemática nos vários países, ampliando para a disseminação de uma reforma do ensino de matemática.

Até o início do século XIX não era permitido imprimir e importar livros para o Brasil, por isso a educação ficou restrita a ações isoladas como as dos Jesuítas, ocorrendo, apenas após este período, mudanças sobre o ensino de matemática, mais precisamente na década de 30, ocorrendo, durante a revolução de Vargas, as reformas educacionais “Francisco Campos” e a reforma “Gustavo Capanema” perante o contexto do *Movimento da Escola Nova*, movimento este que foi iniciado na década de 1920 e buscava os “métodos ativos” de ensino-aprendizagem.

Nacarato (2004) cita ser neste período o início das recomendações sobre a utilização de materiais nas aulas de matemática. Sua tendência empirico-ativista foi influenciada pelos estudos realizados no século XIX, pelo professor suíço, Johann Pestalozzi (1746-1827) que destacou, pela primeira vez, a utilização de materiais manipuláveis, defendendo o início da educação através da percepção de objetos concretos, as ações sobre eles e a realização de experimentações, conforme o seu método didático que partia da prática, utilizando os sentidos em contato direto com os objetos, para depois chegar às idéias.

As referidas recomendações aconteceram, consoante a Fiorentini (1995), em oposição a tendência pedagógica para o ensino da matemática denominada de “Formalista clássica”, que perdurou até a década de 1950 e seria facilmente encontrada nos livros didáticos, nos quais representavam implícitamente o modelo euclidiano, “[...] pois geralmente partem de elementos primitivos e definições para prosseguir com a teoria (teoremas e demonstrações)” (FIORENTINI, 1995, p. 6), surgindo apenas após esta exposição completa os exercícios de aplicação; enquanto, a partir da década de 1930, surgem manuais escolares com abordagem mais pragmática, em que “[...] o importante não era a formação de uma ‘disciplina mental’, mas sim a instrumentalização técnica do indivíduo para a resolução de problemas” (FIORENTINI, 1995, p. 8).

Valente (2005) explica que as reformas educacionais mencionadas anteriormente, ocorridas no Brasil, foram idealizadas por Euclides Roxo (1890-1950), que tinha por base a reforma implantada no Colégio Pedro II, em 1927, onde foi diretor e professor de Matemática, reformas que proporcionaram à educação nacional levá-la a atingir uma classe média cada vez mais numerosa, na época bastante elitizada; a discussão sobre a criação de faculdades de filosofia para a formação de professores de matemática

e alterações no ensino de matemática através da aprendizagem por descoberta, resolução de problemas e aplicações, da síntese das várias disciplinas (Aritmética, Geometria, e Álgebra) em uma só, a denominada Matemática, impostas nacionalmente por decreto, sem a intervenção dos professores das demais instituições.

Na década de 1960 houve grandes propostas de mudanças curriculares no Brasil a partir do Movimento da Matemática Moderna (MMM), nascido na França, durante o Seminário de Royaumont, no final do ano de 1959, pela Organização Europeia de Cooperação Econômica (OECE) com a participação também de representantes dos Estados Unidos e do Canadá.

Esse evento resultou no reconhecimento, por parte dos representantes dos governos, da necessidade de reformas no ensino secundário, com uma maior e melhor formação matemática dos cidadãos em geral (GUIMARÃES, 2007 apud OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p. 21), principalmente diminuir a diferença existente entre os estudos referentes à ciência e a tecnologia e o ensino de matemática aplicados nas escolas secundárias, que seriam fundamentais ao acesso à Universidade (JUCÁ; DIAS; SÁ, 2015, p. 2).

Nessa mesma década projetos de modernização do ensino da matemática foram difundidos na América Latina pelos Estados Unidos que, nesse período de guerra fria, buscavam ampliar sua influência sobre os demais países americanos.

Grande parte da divulgação do novo discurso no Brasil partiu da publicação de livros didáticos, referentes à matemática moderna, por alcançarem lugares afastados dos centros e adentrarem quase que diretamente em sala de aula; das Conferências, Congressos e demais eventos de divulgação; Formação de professores, influenciada pela psicologia de Jean Piaget e das propostas metodológicas de Zoltan Dienes, este último através de suas experiências ditas “bem sucedidas” com materiais manipuláveis em detrimento dos excessos de formalismo precoce e desnecessário:

Nesse rol de propostas para a inclusão da Matemática Moderna para crianças, sobressaíram os seguintes materiais didáticos: os blocos lógicos de Zoltan Dienes, os blocos multibase, o material de Cuisenaire e outros materiais não estruturados como geoplano, cartões e tabelas. A autora também mencionou que houve ênfase no uso de jogos baseados na Lógica Matemática. Também foram sugeridas atividades de resolução de problemas matemáticos advindos de situações cotidianas com o auxílio da manipulação de materiais concretos”. (BORGES, 2008 apud OLIVEIRA; SILVA; VALENTE, 2011, p. 131).

A institucionalização oficial do MMM no Brasil se deu sem um forte incentivo de políticas públicas nos seus primeiros anos, institucionalização da qual foram incorporados elementos da matemática moderna aos programas e exames segundo dinâmicas regionais e setoriais diversas.

Nesse período ainda houve a presença de outras tendências, como a tecnicista que ora o MMM assumia essa feição, ora assumia a resistência ao tecnicismo ao dar ênfase na compreensão; além de que

Esse quadro sugere que a Educação Matemática enquanto campo de estudo/pesquisa não possuía uma existência claramente configurada. Entretanto, a realização dos CBEMs, o intercâmbio com alguns educadores matemáticos internacionais e, sobretudo a formação de grupos de estudo em torno do MMM como, por exemplo o GEEM e o GRUEMA em São Paulo, preparariam terreno para o nascimento, na década seguinte, da Educação Matemática. (FIORENTINI, 1994, p.105-106).

Apesar da relevância das décadas seguintes, em que ocorre o surgimento de propostas inovadoras como a evolução histórica dos conceitos, a problematização contextualizada, a abordagem interdisciplinar, uso de novas tecnologias, entre outros, daremos destaque ao período do Movimento da Matemática Moderna (MMM) que é o propulsor de outro movimento, o Movimento da Educação Matemática Paraense.

3 | O CONTEXTO PARAENSE DE FORMAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A ocorrência em Belém do Pará do IV Congresso Brasileiro de Educação Matemática, em julho de 1962, trouxe a ampliação das discussões nacionais sobre a Matemática Moderna à comunidade local, sendo que “os pontos discutidos foram à introdução da matemática moderna no ensino secundário, a experiência realizada em cursos regulares experimentais e a reestruturação do ensino de matemática ante a lei de bases e diretrizes” (JUCÁ; DIAS; SÁ, 2015, p.3).

As discussões referentes ao ensino de matemática neste evento consideravam também o ensino essencialmente tecnicista e com forte apoio da matemática formal. Esta forma de ensino imperou durante muitos anos na formação de professores de matemática paraense (SILVA, 2014), comprovado por Lira e Mendes (2015, p. 9) quando mencionam que

Os primeiros cursos de matemática em Belém da UFPA, UNAMA e UEPA, possuem respectivamente 61, 35 e 26 anos e observa-se que os dois cursos mais antigos inicialmente não possuíam disciplinas voltadas à educação matemática (assim como as universidades dos outros estados).

Quanto à origem da formação de professores em Belém, inicialmente aconteciam na Escola de Engenharia do Pará, criada em 1947, logo após o funcionamento, em 1954, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Belém (FFCLB), na qual haviam apenas dois engenheiros civis que ministravam as disciplinas de Cálculo Infinitesimal, Geometria Descritiva e Projetiva, e Geometria Analítica, posteriormente ocorrendo no Centro de Estudos Superiores do Pará (CESEP), atualmente a Universidade da Amazônia (UNAMA), na década de 1980 e em 1989 na Faculdade do Estado do Pará (FEP) que posteriormente transforma-se na Universidade do Estado do Pará (UEPA) (LIRA; MENDES, 2015, p. 5).

Apenas em 1957 houve a criação da Universidade Federal do Pará (UFPA) e

a criação, após a ocorrência de algumas transformações originais da instituição, em 1993 da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

O IV Congresso Brasileiro de Educação Matemática acabou por configurar-se, no contexto nacional, como movimento de renovação do ensino de matemática, que em 1964 suas idéias foram disseminadas através de um Ciclo de Conferências sobre a Matemática Moderna, por Jorge Barbosa, professor e matemático paraense radicado no Rio de Janeiro.

O evento ocorreu no Núcleo de Física e Matemática da UFPA, onde houve a participação de vários professores de matemática que atuavam no ensino superior desta instituição universitária.

Jucá, Dias e Sá (2015, p. 10), que investigaram a presença do MMM em Belém do Pará mediante a realização de entrevista, com questões semi-estruturadas, a cinco professores que lecionaram no período do Movimento, nas décadas de 1960 e 1970, em escolas públicas e particulares.

Estes autores apresentaram consciência de estarem participando do Movimento da Matemática Moderna (MMM), em grande parte, devido a sua disseminação ter ocorrido pelos livros didáticos que foram escritos pelo professor Osvaldo Sangiorgi, fundador do GEEM (Grupos de Estudos de Ensino de Matemática) de formação de professores e divulgador do Movimento, pois os professores entrevistados notaram as mudanças nos conteúdos curriculares, mas sem grandes influências ou modificações no ensino de matemática, mas somente

[...] na forma de apresentação do conteúdo que aparecia no livro didático utilizado na época. Neste caso, o livro do Sangiorgi. E que o livro didático aparecia como o único referencial sobre o MMM, uma vez que os professores disseram que não houve cursos de preparação para os professores discutirem as propostas e mudanças no ensino de matemática. Somente o congresso de 1962 trouxe as discussões referentes ao MMM, entretanto, maioria dos professores entrevistados nem tiveram conhecimento do deste congresso ocorrido em Belém. Outro ponto colocado pelos professores, é que as escolas pareciam que não estavam interessadas nas mudanças que ocorriam e que foram trazidas pelo MMM. (JUCÁ, DIAS, SÁ, 2015, p. 10).

Esta citação evidencia também a participação, na maioria das vezes, em formações para a comunidade acadêmica, o que não se estendia para os professores da Educação Básica.

Nessa mesma década de 1960, Bassalo (2012, apud SILVA, 2014, p. 55) explica terem começado as participações dos professores em eventos da área de Matemática como Congressos e Colóquios, entretanto, com a ocorrência do Golpe Militar em 1964 fez com que vários professores optassem em realizar sua formação continuada em outros estados do país, adiando, portanto, o Movimento de Educação Matemática no Pará.

Dentre os professores que realizaram sua formação continuada em outro estado podemos citar Terezinha Valim Oliver Gonçalves e Tadeu Oliver Gonçalves, ambos

formados no final da década de 1970 no curso de Mestrado em Ensino de Ciências, na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), devendo à professora Terezinha Valim a criação, em 1979, do *Clube de Ciências* da Universidade Federal do Pará (CCIUFPA), considerado um espaço de iniciação científica que se vivenciava/vivencia na prática o fazer ciência com crianças e adolescentes, nas áreas de química, física, biologia e matemática.

Quanto à formação dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, antigo 1º grau, denominados “normalistas” também sofreu com o regime militar (1964-1985), pois as ações políticas educacionais foram voltadas apenas aos interesses burguesia da época, pois havia “a desobrigação dos militares com o financiamento da educação- LDB/1961- que empurrava a educação pública para a falência” (SOUSA, 2015, p. 57). Uma das instituições paraenses responsáveis pelo Curso Normal era o Instituto de Educação do Pará (IEP), atualmente, Instituto de Educação do Estado do Pará (IEEP), onde eram ensinados no currículo, além da instrução moral, havia o ensino da Geografia, Álgebra, coreografia, Aritmética, Geometria, História do Brasil, Pedagogia, Química, estágio curricular e outras disciplinas, algumas específicas para mulheres e alteradas no decorrer do tempo, Curso extinto nacionalmente em 1971, por meio da Lei nº 5692/71.

Em 1984 foi criado o *Grupo de Matemática* no interior do Clube de Ciências, grupo tomado como referência primeira no processo de institucionalização da Educação Matemática na UFPA, que contou com a participação dos alunos universitários Neivaldo Oliveira Silva e Cristina Lúcia Dias Vaz, sob a Coordenação do professor Tadeu Oliver Gonçalves.

Posteriormente, após a consolidação do *Grupo de Matemática* e da mudança de direção, em que o professor Neivaldo Oliveira Silva ficou responsável, a ação do grupo desencadeou na ocorrência, em 1984, da I Olimpíadas de Matemática de Belém, específica para alunos do Ensino Fundamental (antigo 1º grau), que era diferente da Olimpíada Brasileira, por apresentar questões sem um grande grau de dificuldade e a seleção ser flexível a alunos com um índice menor de acertos, mas com um processo de resolução diferente ou particular.

Neste momento Silva (2014) considera ser o ponto demarcatório do Movimento de Educação Matemática no Estado do Pará, por causa da clara intencionalidade de disseminação de idéias com perspectivas de mudanças diante das evidentes preocupações com o ensino e aprendizagem de matemática.

A partir da seleção realizada pelas Olimpíadas, eram oferecidos aos alunos selecionados o Curso de Iniciação à Matemática, que tornou-se regular, ocorrendo a cada ano e organizado para

[...] rever de modo mais analítico e dinâmico a matemática do 1º grau e o uso de jogos, curiosidades e a análise de mecanismos práticos eram os elementos tomados como instrumentos principais no desenvolvimento do trabalho. A metodologia era, portanto, o foco principal trabalhado, sob o pressuposto de que

a aprendizagem acontecia em função do interesse, da ação e do envolvimento intelectual por parte do aluno. Identifico nessas duas iniciativas o *primeiro momento da Educação Matemática no Pará*. Sua característica principal está relacionada à uma ênfase maior dirigida aos materiais e métodos de ensino. (SILVA, 1999, apud SILVA, 2014, p.82).

Como encaminhamento didático, eram produzidos nas aulas materiais didáticos e jogos, assim como a adaptação de jogos existentes, como exemplo o “jogo no painel”, posteriormente chamado de “Transporte na Amazônia”, que ensinava multiplicação de forma compreensiva em conjunto com múltiplos, divisores, números primos, composição e decomposição de números em fatores primos através de descobertas dos princípios matemáticos, explorar as regras, realizar alterações nas regras, da dimensão interdisciplinar ao ligar matemática e meio de transporte comum da região e frutas locais.

Além do trabalho com as questões metodológicas, em 1986 fizeram-se presentes os aspectos culturais e questões sociais e ambientais, através do desenvolvimento de projetos de pesquisa ligados à Etnomatemática, como, por exemplo, as temáticas “As brincadeiras infantis”, “a cerâmica de Icoaraci”, “a Vitória Régia” e “o desmatamento da Floresta Amazônica”.

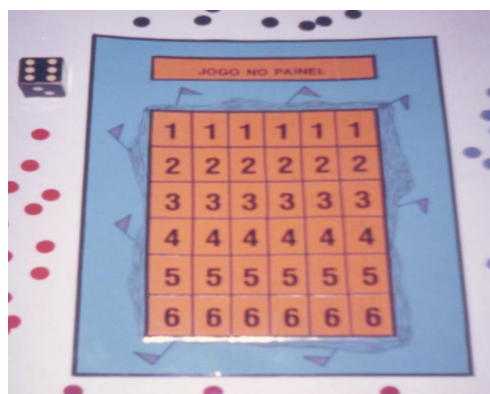


Figura 1- Jogo no painel

Fonte: Silva (2014, p. 61)

Essas ações permitiram ao Grupo de Matemática a conexão com a sala de aula, funcionando o Curso de Iniciação à Matemática como uma espécie de Laboratório de Matemática, dentro do Clube de Ciências, que proporcionaram o desenvolvimento das ações do grupo para além da teoria e da disseminação das idéias relativas ao ensino de matemática através dos professores que atuavam junto aos alunos.

O Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico (NPADC) foi criado para permitir o desenvolvimento de ações de formação continuada de professores, que não cabiam mais no âmbito do Clube de Ciências da UFPA, criado em 1985, transformando-se posteriormente, em 2009, no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI).

A partir da criação do Instituto se deu a continuidade e consolidação das

atividades realizadas no NPADC através da criação, em 2002, do Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), com o curso de Mestrado acadêmico em Educação em Ciências e Matemática e, em 2009, com o Doutorado na área, proporcionando a criação de seis grupos de pesquisa; e a criação, em 2010, do Curso de Licenciatura Integrada em Educação em Ciências Matemática e Linguagens, voltado à formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Similarmente, na Universidade Estadual do Pará (UEPA), ocorriam atividades metodológicas voltadas ao lúdico durante a formação de professores de matemática, através da criação do laboratório de ensino de matemática, além das novas perspectivas de ensino/aprendizagem do MMM e referentes à importância creditada à psicologia da aprendizagem, uma das características das preocupações oriundas da Educação Matemática:

A UEPA, por ser a mais nova a implantar o curso, já nasce em meio às discussões da matemática moderna e assim tem como espaço de discussão, temas relacionados à educação matemática por possuir também em sua estrutura curricular o ensino básico como referência e orientação, além disso, disponibilizava um laboratório de ensino de matemática como um espaço de discussão, produção, testagem de materiais e metodologias voltados para o ensino. Nas estruturas curriculares atuais dessas respectivas universidades, tem-se novas perspectivas frente à sociedade atual, o que antes possuía como exigência somente a compreensão da área, hoje mostra também a preocupação com o processo de ensino e aprendizagem bem como com a acessibilidade ao ensino. (LIRA; MENDES, 2015, p. 9).

Essa e as demais contribuições para a formação do Movimento estão presentes na criação:

- Do Sistema de Organização Modular de Ensino (SOME), um pouco antes das atividades do Grupo de Matemática, através da Secretaria de Estado de Educação do Pará, como alternativa de expansão e atendimento do ensino médio no estado;
- Do Laboratório de Ensino de Matemática (LABEM), em 1992, na Universidade do Estado do Pará (UEPA), com vínculo ao Curso de Licenciatura em Matemática, a partir da disseminação dos trabalhos desenvolvidos no NPADC, além da formação em 2004 do Grupo de pesquisa Estudos em Cognição e Educação Matemática (ECEM);
- Do Laboratório de Ensino de Matemática (LABMAT), em 2007, na Universidade da Amazônia (UNAMA) e do grupo de pesquisa, Grupo de Ensino de Matemática (GEM);
- Da Sociedade de Educação Matemática no Pará (SBEM- PA) informalmente desde 1988 e formalmente no ano de 2004, acontecendo em 1998 o I Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM).

Como traços da pesquisa desenvolvida na Educação Matemática Paraense, Silva (2014) utilizou 100 pesquisas divididas entre as instituições UFPA (83 dissertações de

mestrado e 2 teses do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, 2 livros oriundos do Programa EDUCIMAT do NPADC/IEMCI), UEPA (8 dissertações do programa de Mestrado em Educação), mais 2 dissertações de mestrado e 2 teses desenvolvidas em outros estados por professores paraenses e/ou com temáticas relacionadas ao Estado do Pará.

Essas produções existentes no período de 2002 a 2012, contabilizaram na área temática *Materiais didáticos e meios de ensino* 15 pesquisas, dentre elas 5 o foco era voltado para os jogos, sendo 4 delas buscando a compreensão da construção de conhecimentos matemáticos de conteúdos específicos utilizando jogos e 1 sobre a interação professor-aluno na construção da solução de um jogo.

4 | CONCLUSÕES

É sabido que não podemos reduzir a história da Educação Matemática Paraense em algumas páginas, mas sintetizando-a fomos conduzidos a pontos essenciais da mesma, direcionando ao foco de nossa análise da presença de instrumentos de ensino, especificamente os jogos e materiais manipuláveis, que permearam toda gênese do Movimento de Educação Matemática no Pará, através de preocupações metodológicas, surgidas de outro movimento nacionalmente e internacionalmente disseminado, o Movimento da Matemática Moderna.

Entretanto, percebemos também que os eventos e formações voltados ao Movimento não aconteceram de forma homogênea para os professores de matemática e ainda causaram dúvidas nos professores pesquisados por Jucá, Dias e Sá (2015) sobre o seu término ou a sua continuação até o momento atual.

Apesar do desenvolvimento da Educação Matemática demonstrar ser contínuo e crescente através do grande número de pesquisas realizadas na área, observamos o compartilhamento das preocupações inicialmente focadas em questões metodológicas para o ensino de matemática, como a utilização de jogos e materiais manipuláveis, dividirem espaço com as demais temáticas/tendências como é o caso da Etnomatemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Editora: Porto Editora. Portugal, 1994. (Coleção Ciências da Educação).

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**: o caso da produção científica em cursos de Pós-graduação. 1994. 113f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP, Faculdade de Educação. Campinas, SP, 1994.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista**

Zetetiké, [S. I.], ano 3, n. 4, 1995.

GUZMÁN, M. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación**, [S. I.], n. 43, p. 19-58, 2007.

HEERDT, M. L.; LEONEL, V. **Metodologia científica e da pesquisa**: livro didático. 5. ed. rev. e atual. Palhoça: UnisulVirtual, 2007. 266 p.: il.; 28 cm.

JUCÁ, R. S.; DIAS, S. C.; SÁ, P. F. **O movimento da Matemática moderna em Belém do Pará**: a visão de alguns professores. XI Seminário Nacional de História da Matemática-SNHM. Natal-RN, 2015.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Rev. Katál**, Florianópolis, v. 10, n. esp., p. 37-45, 2007.

LIRA, A. S.; MENDES, M. J. F. **Licenciatura em matemática em Belém do Pará**: Percorrendo Caminhos. X Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém-PA, 2015.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. – Natal: Flecha do tempo, 2006.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, p.1-6, 2005.

OLIVEIRA, M. C. A. de; SILVA, M. C. L. da; VALENTE, W. R. (Org.). **O movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular. – Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2011.

ROCHA, A. M. **Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: perspectivas histórica e atual. 2017. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém – PA, 2017.

SILVA, N. O. **Educação matemática no Pará**: genealogia, institucionalização e traços marcantes. 2014. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém- PA, 2014.

SOUSA, C. B. **O ensino de matemática na Escola Normal de Belém entre 1950-1970**: um fragmento de história. 2015. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém- PA, 2015.

VALENTE, W. R. Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática- Unión**, [S. I.], n. 1, p. 89-94, Março de 2005.

MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO SISTEMA EPIDEMIOLÓGICO SI ATRAVÉS DE SISTEMAS DINÂMICOS

João Socorro Pinheiro Ferreira

Universidade Federal do Amapá, Colegiado de
Licenciatura em Matemática
Macapá, Amapá

Cleonaia Silva de Alfaia

Universidade Federal do Amapá, Colegiado de
Licenciatura em Matemática
Macapá, Amapá

RESUMO: Este Artigo Científico tem como objetivo apresentar os resultados da pesquisa sobre a Modelagem em Educação Matemática de Sistemas Epidemiológicos Clássicos e particularmente ao sistema composto pelos grupos de indivíduos suscetíveis e infectados (SI). A modelagem em educação matemática destina-se a acadêmicos. A problemática aborda um tema de grande importância para a humanidade – a(s) Epidemia(s) – pois, cada vez mais esta(s) (re)surge(m) para as mais diversas doenças. A fundamentação teórica deste trabalho é realizada através da análise da estabilidade de sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's) de primeira ordem (sistemas dinâmicos). A metodologia de pesquisa é bibliográfica e também à análise de metadados disponíveis em *sites* governamentais. Como situação problema da pesquisa, são apresentados os resultados parciais da pesquisa sobre a Doença de Chagas. Para compreensão dos estudos,

são deduzidas fórmulas, construídas tabelas, tabulado os dados e plotado gráficos. Ao final, apresenta-se à análise comparativa a nível de Brasil ou região de Doença de Chagas.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Sistema Dinâmico. Suscetível e Infectado. Doença de Chagas.

ABSTRACT: This article aims to present the results of the research on Modeling in Mathematical Education of Classical Epidemiological Systems and particularly to the system composed of groups of susceptible and infected individuals. Modeling in mathematics education is for academics. The issue addresses a topic of great importance to humanity - the Epidemic (s) - as it is increasingly (re) arising for the most diverse diseases. The theoretical basis of this work is performed through the analysis of the stability of first order Ordinary Differential Equations (EDOs) systems (dynamic systems). The research methodology is bibliographical and also the analysis of metadata available on government websites. As a problem situation of the research, the partial results of the research on Chagas' disease are presented. For understanding the studies, formulas are deduced, tables constructed, data tabulated and graphs plotted. At the end, it is presented to the comparative analysis at the level of Brazil or region of Chagas Disease.

KEYWORDS: Mathematical Modeling. Dynamic System. Susceptible and Infected. Chagas disease.

1 | INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como temática central à modelagem matemática de sistemas epidemiológicos de doenças que atingem uma população (N) constante, formada por dois grupos de indivíduos, fato este que pode ocorrer em diversas doenças no mundo. Neste trabalho, delimitaremos a verificação da ocorrência de uma epidemia de Doença de Chagas no período de 1999 a 2013 em uma localidade hipotética, designada por X . Os dois grupos são: os suscetíveis (S), são aqueles formados por indivíduos que podem contrair a doença enquanto que os infectados (I), são indivíduos que podem transmitir a doença.

Segundo Ferreira (2016, p. 13), “há quatro principais microrganismos causadores de doença: vírus, bactérias, protozoários e fungos”. A Doença de Chagas ou Tripanossomíase americana é uma doença tropical parasitária causada pelo protozoário *Trypanosoma cruzi* e transmitida principalmente por insetos da subfamília *Triatomínea* (conhecido popularmente no Brasil por “barbeiro” – ou “insetos voadores” em outros países, graças ao seu hábito de procurar picar a fina pele dos lábios).

De acordo com o Boletim Epidemiológico do Ministério da Saúde:

No Brasil, atualmente, predominam os casos crônicos decorrentes da infecção por via vetorial em décadas passadas. [...] A vigilância epidemiológica tem detectado casos de transmissão oral, principalmente na região Norte do país, o que indica a necessidade de estratégias de vigilância e controle do agravo, compatíveis com o padrão epidemiológico atual.

(BRASIL, 2015).

Segundo Murray (2001), o primeiro modelo matemático de epidemias estudado na idade contemporânea é o SIR, foi desenvolvido por Kermack e McKendrick e publicado em um artigo científico em 1927. A modelagem SIR incluir um terceiro grupo denominado de recuperados (R), porém não será objeto de estudo neste trabalho. Este modelo impulsionou estudos de novos sistemas epidemiológicos, como é o caso do SI.

2 | MODELO SI

Os fundamentos teórico-metodológicos do modelo conhecido como SI (suscetíveis e infectados), sem dinâmica vital (a população permanece constante no período pesquisado), é considerado o modelo epidemiológico mais simples. Trata-se de um modelo compartimentado que considera uma população dividida em dois grupos de indivíduos: suscetíveis (S) e infectados (I), como apresentado no esquema na Figura 1. A constante de proporcionalidade r entre os dois grupos é denominada de

taxa de infecção.

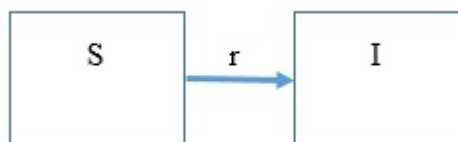


Figura 1 – Modelo compartimentado SI com taxa de infecção ou transmissão r .

Fonte: Dos Autores (2017), apud Edelstein-Keshet (2005).

Este modelo pode ser adequado para doenças de caráter crônico no qual o indivíduo uma vez infectado, não se recupera, nem mesmo se torna suscetível novamente, tal como ocorre em algumas doenças como a doença de Chagas (O nome desta doença é em homenagem ao médico mineiro Carlos Chagas (1839 - 1934)), entre outras.

Matematicamente, o modelo SI é modelado por um sistema de duas equações diferenciais ordinárias (EDO's) não lineares de primeira ordem, conforme Equação 1.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -rSI \\ \frac{dI}{dt} = rSI \end{cases} \quad \text{Equação 1}$$

A primeira EDO do sistema, Equação 1, indica que a taxa instantânea dos indivíduos suscetíveis decresce enquanto que a outra EDO, mostra que a taxa de infectados aumenta durante a dinâmica epidemiológica.

Considerando-se a população total, $N(t) = S(t) + I(t)$, temos que $\frac{dN}{dt} = 0$, ou seja, N é uma população constante. Assim, $S(t) = N(t) - I(t)$, e, assumindo-se $N(t) = 1$, com $t \geq 0$, tem-se:

$$S(t) = 1 - I(t), \quad \text{Equação 2}$$

onde $S(t)$ e $I(t)$ representam, respectivamente, proporções de indivíduos suscetíveis e infectados. Substituindo a Equação 2 na segunda EDO do sistema, Equação 1, tem-se:

$$\frac{dI}{dt} = r(1 - I)I. \quad \text{Equação 3}$$

Aplicando-se o método de separação de variáveis na Equação 3, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{dI}{(1-I)I} = r dt. \quad \text{Equação 4}$$

Em seguida, utiliza-se o método de integração por frações parciais, vem:

$$\frac{1}{(1-I)I} = \frac{(A_1 - A_2)I + A_2}{(1-I)I},$$

onde $A_1 = A_2 = 1$.

Integrando-se à Equação 4 e aplicar à fração acima, na integral e manipulando-a algebricamente, tem-se:

$$\int \frac{1}{(1-I)I} dt = \int r dt,$$

cujas solução geral é a função logística:

$$I(t) = \frac{\kappa e^{rt}}{1 + \kappa e^{rt}}, \quad \text{Equação 5}$$

em que κ é constante. Para determinar o valor de κ utiliza-se as condições iniciais do problema epidemiológico, $I(0) = I_0$ e $S(0) = S_0$, segue que:

$$\kappa = \frac{I_0}{S_0}, \quad \text{Equação 6}$$

isto é, a constante κ representa a razão entre o número inicial de indivíduos infectados e de suscetíveis da população acometida por epidemia no SI. Assim, a solução particular é obtida substituindo-se a Equação 6 na Equação 5:

$$I(t) = \frac{I_0 e^{rt}}{S_0 + I_0 e^{rt}}. \quad \text{Equação 7}$$

Analisando-se a Equação 7, para $t \rightarrow \infty$ tem-se $I(t) \rightarrow 1$, ou seja, a predição é que, com o passar do tempo, toda a população se torne infectada. A Figura 2, ilustra esta conclusão, para a simulação numérica com dez por cento (10%) da população inicial infectada a uma taxa de infecção (r) também de 10%.

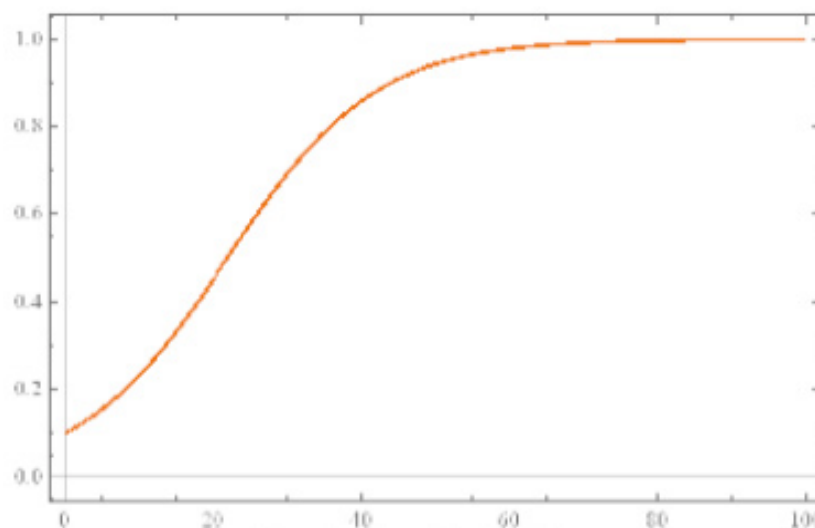


Figura 2 – Gráfico da função logística $I(t) = \frac{0,1e^{0,1t}}{0,9+0,1e^{0,1t}}$, para $I_0 = 0,1$, $S_0 = 0,9$ e $r = 0,1$.

Fonte: Ferreira (2016).

Substituindo-se a Equação 7 na Equação 2, obtém-se a função que descreve a dinâmica epidemiológica dos suscetíveis em função do tempo:

$$S(t) = \frac{S_0}{S_0 + I_0 e^{rt}}. \quad \text{Equação 8}$$

Na função (EQUAÇÃO 8), quando o $t \rightarrow \infty$, $S(t) \rightarrow 0$, significando que, mantida a população constante, com o passar do tempo, os suscetíveis tenderão a zero. A seguir o gráfico da função (EQUAÇÃO 8) (ver FIGURA 3), para os mesmos valores do exemplo anterior (gráfico da figura anterior).

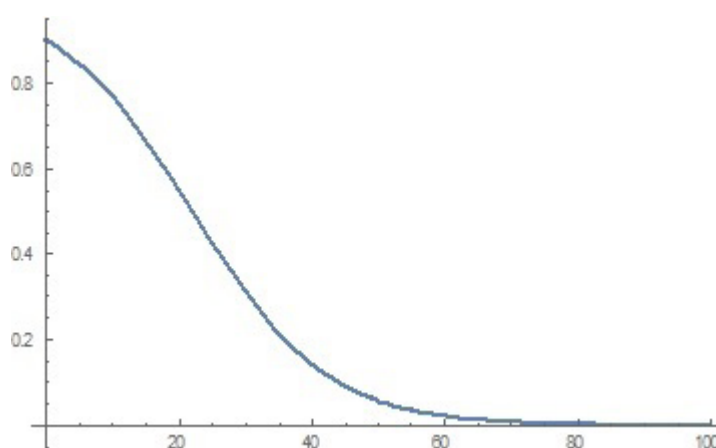


Figura 3 – Gráfico da função $S(t) = \frac{0,9}{0,9+0,1e^{0,1t}}$, admitindo-se que $I_0 = 0,1$, $S_0 = 0,9$ e $r = 0,1$.

Fonte: Ferreira (2016).

3 | TEMPO

Para se determinar o tempo em que o número de infectados é igual ao número de suscetíveis (t^*), deve-se igualar as Equações 7 e 8 e proceder algebricamente:

$$I(t) = S(t)$$

$$\frac{I_0 e^{rt}}{S_0 + I_0 e^{rt}} = \frac{S_0}{S_0 + I_0 e^{rt}}$$

$$t^* = \frac{\ln(S_0) - \ln(I_0)}{r}, \quad \text{Equação 9}$$

$S_0, I_0 > 0$ e $\forall r \neq 0$, onde t^* é o tempo procurado. Para o exemplo em que $I_0 = 0.1$, $S_0 = 0.9$ e $r = 0.1$, $t^* \cong 22$ unidades de tempo (ver à Figura 4(a)). Para $I_0 = S_0 = 0.5$ e $r = 0.1$, i.e., $S_0 = I_0$, $t^* = 0$, conforme a Figura 4(b).

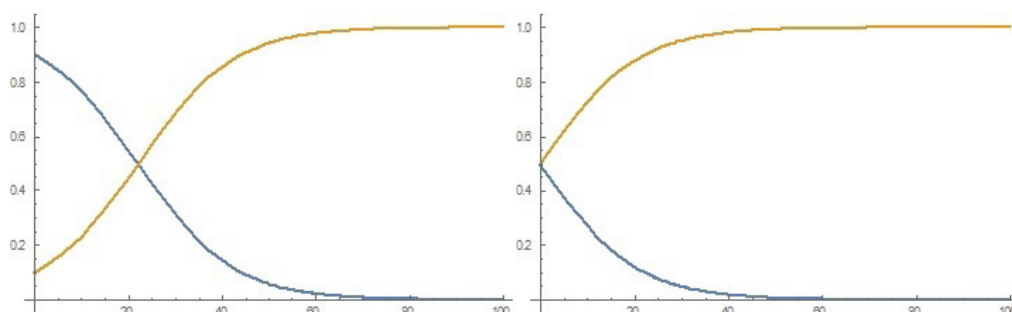


Figura 4 – (a) Gráfico do SI para o caso em que ; (b) Gráfico para o caso em que , .

(b)

Fonte: Ferreira (2016).

4 | TAXA DE INFEÇÃO R

A partir da Equação 9, pode-se estabelecer a fórmula para determinar a taxa de infecção r :

$$r_i = \frac{\ln(S_i) - \ln(I_i)}{t_i}, \quad \text{Equação 10}$$

para $i = 0, \dots, n - 1$, onde n é o número de períodos pesquisados. A taxa de infecção r , é a média aritmética simples, das taxas r_i , logo:

$$r = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} r_i}{n}. \quad \text{Equação 11}$$

5 | ESTABILIDADE DO SI

O sistema que modela matematicamente o sistema epidemiológico SI é não linear, conforme descrito a seguir:

$$\begin{bmatrix} \frac{dS}{dt} \\ \frac{dI}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -rSI \\ rSI \end{bmatrix}.$$

Além disso, a matriz A é nula, porém, o sistema é localmente linear (BOYCE; DIPRIMA, 2011), por isso podemos transformá-lo em um sistema linear, escrevendo a matriz jacobiana do sistema:

$$J(S, I) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial S} & \frac{\partial F}{\partial I} \\ \frac{\partial G}{\partial S} & \frac{\partial G}{\partial I} \end{bmatrix},$$

onde $F(S, I) = -rSI$ e $G(S, I) = rSI$. As derivadas parciais de F e G são: $\frac{\partial F}{\partial S} = \frac{\partial(-rSI)}{\partial S} = -rI \frac{\partial S}{\partial S} = -rI$, $\frac{\partial F}{\partial I} = \frac{\partial(-rSI)}{\partial I} = -rS \frac{\partial I}{\partial I} = -rS$, $\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{\partial(rSI)}{\partial S} = rI \frac{\partial S}{\partial S} = rI$ e $\frac{\partial G}{\partial I} = \frac{\partial(rSI)}{\partial I} = rS \frac{\partial I}{\partial I} = rS$, portanto, a jacobiana é:

$$J(S, I) = \begin{bmatrix} -rI & -rS \\ rI & rS \end{bmatrix},$$

observe que no ponto de equilíbrio $X(S, I) = (0, 0)$ a matriz jacobiana é nula, por isso, faz-se necessário analisar o sistema (1) por outro método, como por exemplo, o comportamento das trajetórias das linhas de campo na vizinhança da origem. Um dos critérios é os autovalores e autovetores, para isto, utiliza-se os parâmetros traço, determinante e discriminante da jacobiana. O traço da matriz jacobiana é:

$$Tr(J) = r(S - I), \quad \text{Equação 12}$$

o determinante da jacobiana é:

$$Det(J) = 0 \quad \text{Equação 13}$$

e o discriminante é:

$$Discr(J) = [r(S - I)]^2.$$

Com os resultados obtidos nas Equações (12) e (13), conforme Ferreira (2016, p. 26), o sistema (1) é instável, porque o traço é positivo, $S > I$ e o determinante é nulo da matriz jacobiana. O polinômio característico é:

$$P(\lambda) = \lambda^2 - r(S - I)\lambda.$$

Os autovalores da matriz, são:

$$\lambda_1 = 0 \quad \text{e} \quad \lambda_2 = r(S - I),$$

o segundo autovalor é o próprio traço da jacobiana.

Os autovetores são obtidos por:

$$J\vec{v} = \lambda\vec{v},$$

sendo que $\vec{v} = (\vec{v}_1, \vec{v}_2)$ e $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$. O auto vetor associado a $\lambda_1 = 0$ é:

$$\begin{bmatrix} -rI & -rS \\ rI & rS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} = 0 \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix}$$

$$rIv_{11} + rSv_{21} = 0$$

como $r \neq 0$:

$$v_{21} = -\frac{s}{I}v_{11},$$

portanto, o autovetor 1, será:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} v_{11} \\ -\frac{s}{I}v_{11} \end{bmatrix}.$$

Arbitrariamente para $v_{11} = 1$, tem-se um autovetor:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{s}{I} \end{bmatrix}.$$

O autovetor 2, associado a $\lambda_2 = r(S - I)$ é:

$$\begin{bmatrix} -rI & -rS \\ rI & rS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} = r(S - I) \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix}$$

$$2rIv_{12} - rSv_{12} = -rSv_{22}$$

como $r \neq 0$:

$$v_{22} = \left(1 - 2\frac{I}{S}\right) v_{12},$$

portanto, o autovetor 2 é:

$$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} v_{12} \\ \left(1 - 2\frac{I}{S}\right) v_{12} \end{bmatrix}.$$

Arbitrariamente para $v_{12} = 1$, tem-se um autovetor:

$$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \left(1 - 2\frac{I}{S}\right) \end{bmatrix}.$$

A solução do sistema (1) será:

$$X(S, I) = c_1 \vec{v}_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \vec{v}_2 e^{\lambda_2 t},$$

em que c_1 e c_2 são constantes arbitrárias e $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são os autovalores associados respectivamente aos autovalores λ_1 e λ_2 . Como $\lambda_1 = 0$, logo a solução reduz-se a:

$$\begin{aligned} X(S, I) &= c_1 \vec{v}_1 + c_2 \vec{v}_2 e^{r(S-I)t}, \\ X(S, I) &= c_1 \begin{bmatrix} v_{11} \\ -\frac{S}{I} v_{11} \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} v_{12} \\ \left(1 - 2\frac{I}{S}\right) v_{12} \end{bmatrix} e^{r(S-I)t}. \end{aligned}$$

Para $S(0) = S_0$, $I(0) = I_0$ e $v_{11} = v_{12} = 1$, uma solução particular é:

$$\begin{cases} S(t) = c_1 + c_2 e^{r(S_0 - I_0)t} \\ I(t) = -c_1 \frac{S_0}{I_0} + c_2 \left(1 - 2\frac{I_0}{S_0}\right) e^{r(S_0 - I_0)t} \end{cases}$$

6 | FUNÇÃO AUTÔNOMA: $S = F(I)$

A função autônoma (independentemente do tempo) do sistema SI é obtida pela razão entre as EDO's do sistema (1), ou seja, pela regra da cadeia, o que decorre em:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{dS}{dt}}{\frac{dI}{dt}} = \frac{-rSI}{rSI} &\Rightarrow \frac{dS}{dt} \frac{dt}{dI} = -1 \Rightarrow \frac{dS}{dI} = -1 \Rightarrow \\ dS = -dI &\Rightarrow \int dS = -\int dI \Rightarrow S = -I + c_1. \end{aligned}$$

As condições iniciais do problema são $S(0) = S_0$ e $I(0) = I_0$, logo o valor da constante será:

$$c_1 = S_0 + I_0$$

e a função autônoma dos suscetíveis em função dos infectados, será:

$$S(I) = S_0 + I_0 - I. \quad \text{Equação 14}$$

Com esta função é possível concluir que a taxa de variação dos suscetíveis em relação aos infectados é decrescente, constante e unitária. Do ponto de vista da inferência estatística, a Equação 14, representa uma reta de regressão linear de correlação negativa um (-1) . A população inicial é $N_0 = S_0 + I_0$.

7 | DOENÇA DE CHAGAS

O resultado da pesquisa será apresentado nesta seção e de acordo com o documento eletrônico (DOENÇA DE CHAGAS, 2017, texto digital), é possível conhecer os números de casos (frequência absoluta) da Doença de Chagas no Amapá, porém, como a população no período pesquisado é variável, optamos em realizar uma adaptação daqueles dados e considerar um caso em que a população (N) é constante para uma localidade X , conforme a Tabela 1. Os dados originais baseiam-se nas famílias cadastradas no Sistema de Informação da Atenção Básica do Ministério da Saúde (SIAB).

O SIAB é um sistema (software), desenvolvido pelo DATASUS em 1998, cujo objetivo centra-se em agregar, armazenar e processar as informações relacionadas à Atenção Básica (AB) usando como estratégia central a Estratégia de Saúde da Família (ESF).

(BRASIL, 2017, texto digital).

Para se fazer um estudo qualitativo, deve-se determinar a taxa de infecção (ou transmissão) r , através da Equação 11, com os dados da Tabela 1.

Índice (i)	Ano (t_i)	População (N_i)	Infectados (I_i)	Suscetíveis ($S_i = N_i - I_i$)	Taxa (r_i)
0	1999	485406	6	485400	0,005653
1	2000	485406	39	485367	0,004715
2	2001	485406	12	485394	0,005301
3	2002	485406	21	485385	0,005019
4	2003	485406	22	485384	0,004993

5	2004	485406	21	485385	0,005014
6	2005	485406	32	485374	0,004801
7	2006	485406	23	485383	0,004964
8	2007	485406	22	485384	0,004983
9	2008	485406	19	485387	0,005054
10	2009	485406	14	485392	0,005203
11	2010	485406	14	485392	0,005201
12	2011	485406	10	485396	0,005366
13	2012	485406	26	485380	0,004888
14	2013	485406	20	485386	0,005016
Σ	30090	7281090	301	7280789	0,076172

Tabela 1 – Distribuição de casos confirmados de doença de Chagas na localidade X, no período de 1999 a 2013.

Fonte: Dos Autores (2018).

Na última linha da Tabela 1, o somatório das taxas anuais deverá ser dividido por quinze (15) por ser o tamanho da amostra. A Tabela 2, contém estes resultados.

Índice médio ($\bar{t}$)	Ano médio ($\bar{t}_i$)	População média (N_i)	Infectados médios ($\bar{I}_i$)	Suscetíveis médio ($\bar{S}_i = \bar{N}_i - \bar{I}_i$)	Taxa média r
S/15	2006	485.406	20,06667	485.385,933	0,005078

Tabela 2 – Médias aritméticas simples da variáveis t , N , I , S e r da Tabela 1.

Fonte: Dos Autores (2018).

Usando os resultados da Tabela 2, podemos calculamos r , com os respectivos números de suscetíveis S_i e infectados I_i de cada ano, t_i , da Tabela 1, logo:

$$r = 0,005078. \quad \text{Equação 15}$$

Esta taxa indica que a de doença de Chagas naquele período cresceu aproximadamente a uma taxa instantânea de 0,5 % ao ano. Comparando-se este resultado com outros no Brasil, de acordo com Dias (2015):

No Brasil, [...] taxa de infecção de gestantes como sendo de 1,1%, com taxa de transmissão vertical de 1,7%, [...]. A Universidade Federal de Goiás (UFG), ao analisar 1.211 indivíduos nascidos de mães sabidamente infectadas por *T. cruzi*, identificou taxa de transmissão vertical de 2%, consistente com as estimativas anteriores, [...].

(DIAS, 2015)

A taxa média de infecção natural dos vetores é 2,7% no Brasil, no período de 2007 a 2011 (BRASIL, 2015, p. 8, texto digital), com isto, a taxa obtida na Equação

15, demonstra que os dados registrados na Tabela 1, indicaram a inexistência naquele período pesquisado.

Uma outra forma de calcular r , é usar a média aritmética das variáveis suscetíveis ($\bar{S}$), infectados ($\bar{I}$) e tempo ($\bar{t}$) (TABELA 2), conforme abaixo:

$$\bar{r} = \frac{\ln(\bar{S}) - \ln(\bar{I})}{\bar{t}} \quad \text{Equação 16}$$

$$\bar{r} = 0,005031725 \cong r. \quad \text{Equação 17}$$

Esta forma alternativa de calcular r , mostra que os resultados obtidos em (15) e (17) são aproximadamente iguais e corrobora que os dois modelos de taxa de infecção podem ser usados.

Com a determinação da taxa de infecção r , podemos agora escrever o modelo matemático que descreve a dinâmica da doença de Chagas no Amapá, no período pesquisado, substituindo-a na Equação 1:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -0,005078SI \\ \frac{dI}{dt} = 0,005078SI \end{cases} \quad \text{Equação 18}$$

Considerando-se que na Tabela 1, $S_0 = 485400$, $I_0 = 6$ e na Tabela 2, $r = 0,005078$, vamos escrever as funções $S(t)$ e $I(t)$, respectivamente a partir das Equações 7 e 8, conforme a seguir:

$$I(t) = \frac{6e^{0,005078t}}{485400 + 6e^{0,005078t}}$$

e

$$S(t) = \frac{485400}{485400 + 6e^{0,005078t}}.$$

O tempo t^* em que o número de infectados será igual ao número de suscetíveis é calculado pela Equação 9, conforme a seguir:

$$t^* = \frac{\ln(485400) - \ln(6)}{0,005078} \cong 2225, \quad \text{Equação 19}$$

portanto, aproximadamente 2225 anos, a partir de 1999, número de infectados será igual ao número de suscetíveis, se mantida a taxa r . Na Figura 5 estão os gráficos das funções de infectados e suscetíveis em função do tempo. O ponto em que as

funções se interceptam corresponde ao tempo t^* .

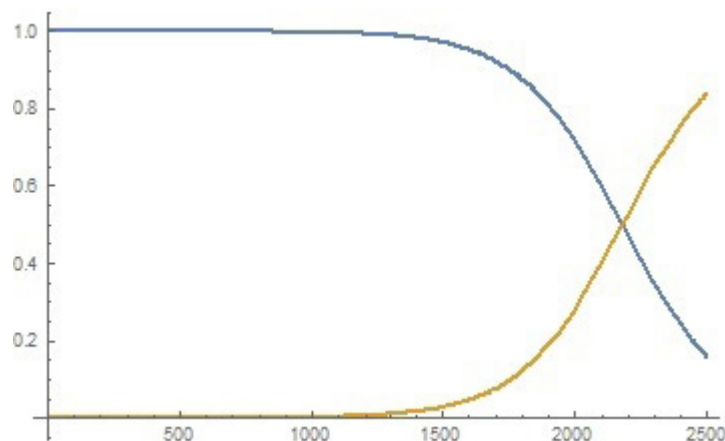


Figura 5 - Gráfico das funções $S(t)$ e $I(t)$ indicando o ponto em que $S(t) = I(t)$ de doença de Chagas na localidade X.

Fonte: Dos Autores (2017).

A matriz jacobiana do sistema (18) é:

$$J(S, I) = \begin{bmatrix} -0,005078I & -0,005078S \\ 0,005078I & 0,005078S \end{bmatrix},$$

para o par ordenado $(S_0, I_0) = (485400; 6)$, tem-se:

$$J(485400; 6) = \begin{bmatrix} -0,030469 & -2964,916 \\ 0,030469 & 2964,916 \end{bmatrix}.$$

Como visto anteriormente, nas Equações 12 e 13, o sistema é instável, porque o traço é positivo e o determinante é nulo. Um sistema de EDO's (sistema dinâmico), pode ser classificado quanto a sua estabilidade em estável, assintoticamente instável e instável. Para este estudo, o fato de se tratar de um sistema instável, significa que em um processo lento e a longo prazo, ocorrerá uma epidemia de Doença de Chagas na localidade pesquisada.

A função autônoma que correlaciona as variáveis suscetível e infectados, obtida na Equação 14, é linear, cuja lei para os dados da Tabela 1 é a seguinte:

$$S(I) = 485406 - I. \quad \text{Equação 20}$$

Na Figura 6, os quinze pares foram plotados e são colineares corroborando as previsões deduzidas anteriormente.

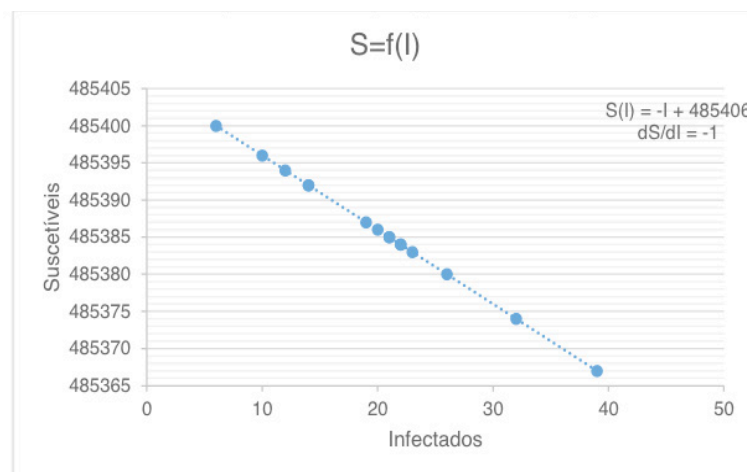


Figura 6 – Gráfico da função autônoma (independente do tempo) das variáveis S e I .

Fonte: Dos Autores (2018).

8 | CONCLUSÃO

No decorrer dos estudos realizados para produção científica deste texto, os pesquisadores tiveram muitas dificuldades em coletar dados em fontes primárias sobre Doença de Chagas, como por exemplo em secretaria de saúde ou órgão de vigilância epidemiológica, por motivos variados, por isso utilizaram à *internet* como fonte de pesquisa.

O sistema dinâmico proposto para estudo, comportou-se muito bem para a obtenção dos resultados e explicação dos fenômeno de saúde estudado (epidemia). As informações foram produzidas em conformidade com o observado e a modelagem matemática confirmada. Um exemplo é a Equação 14, que após substituir a constante escrevemos a Equação 20, cujo gráfico está representado na Figura 6.

Há muito ainda a ser pesquisado sobre o modelo epidemiológico SI, haja vista que consideramos um caso particular, sem dinâmica vital, ocasionando uma população constante, por este motivo, optamos em mater a população constante (N) na Tabela 1. Para estudos futuros, pretende-se acrescentar uma taxa de natalidade nos suscetíveis e outra de mortalidade nos infectados, com isto, nova dinâmica epidemiológica ocorrerá e consequentemente com novos modelos matemáticos serão escritos.

REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, R.C. **Equações diferenciais ordinárias**: um curso introdutório. Santo André, SP: Universidade Federal do ABC, s.d. (Coleção BC & T - UFABC. Textos Didáticos. Volume 1).
- BOYCE, E. W.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.
- BRASIL. Ministério da Saúde. Departamento de Atenção Básica (DAB). **Sistema de Informação da Atenção Básica**. Brasília. Disponível em: <<http://dab.saude.gov.br/portaldab/siab.php>>. Acesso em: 04 set. 2017.

_____. Ministério da Saúde. Boletim Epidemiológico. Brasília, DF, v. 46, n. 21, 2015. ISSN 2358-9450. Disponível em: <<http://portal.arquivos2.saude.gov.br/images/pdf/2015/agosto/03/2014-020..pdf>>. Acesso em: 27 jan. 2018.

DIAS, João Carlos Pinto et al. II Consenso Brasileiro em Doença de Chagas, 2015. **Epidemiol. Serv. Saúde**, Brasília, v. 25, n. spe, p. 7-86, jun. **2016**. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2237-96222016000500007&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 27 jan. 2018. <http://dx.doi.org/10.5123/s1679-49742016000500002>.

DOENÇA DE CHAGAS: veja número e incidência de casos por estado do Brasil

- Amapá. **Deepask**: o mundo e as cidades através de gráficos e mapas. Disponível em: <<http://www.deepask.com/goes?page=amapa-Confira-o-numero-depessoas-com-doenca-de-chagas-no-seu-estado>>. Acesso em: 04 set. 2017.

EDELSTEIN-KESHET, L. **Mathematical models in biology**. Philadelphia, USA: SIAM – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. (Classics In Applied Mathematics, 46).

FERREIRA, J. S. P. **Modelagem matemática de sistemas epidemiológicos clássicos**: um estudo exploratório. 2016. 82 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2016. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/321457>. Acesso em: 22 jan. 2018.

MURRAY, J.D. **Mathematical biology**: 1. introduction. 3. ed. Verlag: Springer, 2001. pp. 315 - 394. (James Dickson Murray). Disponível em: < <http://www.ift.unesp.br/users/mmenezes/mathbio.pdf>>. Acesso em: 05 set. 2017.

MODELAGEM MATEMÁTICA: DISCUSSÕES TEÓRICAS E POSSIBILIDADES NOS ANOS INICIAIS

Lília Cristina dos Santos Diniz Alves

Universidade Federal do Pará-UFPA
Belém-PA

RESUMO: Esse estudo tem como objetivo investigar como as práticas em Modelagem Matemática na Educação Matemática estão sendo utilizadas por professores da educação básica na sala de aula, principalmente os temas abordados e quais as possibilidades se mostram e fascinam os professores de matemática. Para tal, buscamos discutir por meio de uma pesquisa de cunho qualitativo algumas questões como: O que é Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica? O que é modelo matemático na Educação Matemática? Quais ideias de Modelagem Matemática o professor usa em sala de aula? Por que Modelagem fascina os professores? A partir da análise de alguns estudos podemos concluir que as ideias de Modelagem Matemática que estão sendo trabalhadas de acordo com as condições de formação dos docentes e de temas de interesse e relevância para os alunos e professores e que as possibilidades nas atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais são inúmeras, apesar de o foco das atividades nesse nível de ensino não se debruçarem em criar modelos matemáticos, a perspectiva sócio crítica da Modelagem Matemática ao ser trabalhada

em sala de aula gera debates relevantes que possibilitam os alunos serem críticos nas tomadas de decisões frente à sociedade.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Anos iniciais. Possibilidades. Discussões.

ABSTRACT: This study aims to investigate how the practices in Mathematical Modeling in Mathematics Education are being used by teachers of basic education in the classroom, especially the topics addressed and what possibilities are shown and fascinate teachers of mathematics. For this, we seek to discuss through a qualitative research some questions such as: What is Mathematical Modeling in the critical partner perspective? What is a Mathematical Model in Mathematics Education? What ideas of Mathematical Modeling does the teacher use in the classroom? Why does Modeling fascinate teachers? From the analysis of some studies we can conclude that the ideas of Mathematical Modeling are being worked according to the conditions of teacher training and topics of interest and relevance for students and teachers and that the possibilities in Mathematical Modeling activities in the initial years are numerous, although the focus of activities at this level of education does not focus on creating mathematical models, the socio-critical perspective of Mathematical Modeling when being worked in the classroom raises

relevant debates that enable students to be critical in decision making against society.

KEYWORDS: Mathematical Modeling. Early years. Possibilities. Discussions.

1 | INTRODUÇÃO

Essa pesquisa tem como objetivo investigar de que forma o uso de modelos estão sendo abordadas por professores da educação básica para além da sala de aula, onde buscamos responder algumas questões inerentes ao tema tais como: **O que é Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica? O que é modelo matemático na Educação Matemática? Quais as ideias de Modelagem Matemática que o professor usa em sala de aula? Por que Modelagem fascina os professores?**

Com o intuito de responder tais questionamentos realizamos um levantamento teórico de alguns estudos concernentes ao campo da Modelagem Matemática na Educação Matemática em esfera nacional e internacional que julgamos segundo alguns critérios satisfazer nossa pesquisa em termos teóricos e metodológicos.

O interesse em realizar tal estudo teve início durante a disciplina de ‘Tendências’ no curso de Pós-Graduação em Educação, Ciências e Matemáticas do IEMCI/UFPA EM 2016, a partir de leituras em Educação Matemática sobre modelagem e modelos na disciplina.

A relevância do estudo no âmbito da Educação Matemática discorre em discutir as abordagens da Modelagem em sala de aula e interesse dos professores por tal metodologia frente aos seus ensejos.

2 | DISCUSSÕES TEÓRICAS E POSSIBILIDADES

Nesta seção faremos um levantamento teórico com intuito de responder as questões levantadas na introdução deste artigo, a saber: O que é Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica? O que é modelo matemático na Educação Matemática? Quais as ideias de Modelagem Matemática que o professor usa em sala de aula? Por que Modelagem fascina os professores?. Por meio desta discussão teórica verificar quais são as possibilidades da Modelagem Matemática em sala de aula.

2.1 O que é Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica? O que é modelo matemático em Modelagem Matemática?

Em seu estudo sobre as perspectivas da Modelagem Kaiser e Srirnam (2006) mostram cinco perspectivas diferentes para o campo, no âmbito da Educação Matemática, a saber: a realística, a epistemológica, a educacional, a sócio crítica e a contextual dentre estas destaco a sócio crítica, na qual Barbosa (2003, 2006), sustentado nas ideias de Educação Matemática Crítica defendidas por Skovsmose (1994), definem a perspectiva sócio crítica como um ambiente fecundo para os alunos

discutirem o papel da Matemática na sociedade e a essência dos modelos matemáticos, produzindo conhecimento reflexivo. Para justificar o uso da mesma Barbosa (2003), admite que as aplicações da matemática estão vastamente visíveis no meio social e conduzem demandas importantes que perpassam em diversas áreas no cotidiano das pessoas.

No que se refere ao desenvolvimento das atividades de Modelagem em sala de aula, Barbosa (2004) não atribui etapas para a construção de modelos, pois a Modelagem nesta perspectiva é um ambiente vinculado a problematização e à investigação, onde a problematização consiste em criar perguntas e/ou problemas e a investigação permeia à busca, seleção, organização, na construção das discussões e na formulação de informações e reflexões sobre as mesmas, mas nesta perspectiva Barbosa (2001), evidencia que existem três possibilidades de organização pedagógica inerente a participação do professor e dos alunos distribuídas nas tarefas de modelagem, de modo que estão classificadas em caso 1, caso 2 e caso 3 como mostra no quadro abaixo.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Quadro 01- Possibilidades de organização das tarefas em Modelagem Matemática.

Fonte: Barbosa (2001, p.40)

Barbosa (2001) sugere que os casos 1,2 e 3 sejam possibilidades e não regras definitivas para o uso em sala de aula, nestes casos o professor deve intervir em todo o processo, exceto no aluno, mas afirma que a maneira de dispor as tarefas inerentes a Modelagem Matemática está sujeito às perspectivas de organização escolar, da experiência docente, dos interesses dos alunos e outros fatores. Vejamos a descrição dos casos abaixo:

Caso 1: Neste o professor apresenta aos alunos o problema, descreve a situação e os dados, incumbindo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2: O aluno deverá investigar e coletar os dados qualitativos e quantitativos essenciais para a resolução do problema, neste caso cabe ao professor apenas apresentar e formular o problema.

Caso 3: Neste caso o uso de projetos é sugerido para integrar a Modelagem Matemática ao currículo, desempenhados por meio de temas que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos, onde o aluno é responsável por buscar de informações, redigir e resolver o problema.

Ainda nessa perspectiva Orey e Rosa definem a Modelagem como uma metodologia onde:

Em nosso ponto de vista, a modelagem é uma metodologia de ensino voltada para a eficiência sócio crítica dos alunos, pois os engaja num ensino-aprendizagem relevante e contextualizado, permitindo que os alunos se envolvam na construção do significado social do próprio mundo para que eles atinjam um grau de eficiência sócio crítica necessária para agir no meio social (OREY E ROSA, 2007, p. 03).

Orey e Rosa (2007) mostram que os objetivos da modelagem nessa perspectiva é permitir que os alunos se empenhem na construção da natureza social do próprio mundo com a intenção de atingir um nível social que lhe torne capaz de atuar no meio social, para Barbosa (2003), um dos papéis inerentes à modelagem é fortalecer a manifestação das pessoas nas discussões e nas tomadas de decisões sociais que perpassam pelas aplicações matemáticas, o que de certo modo revela uma ampliação das possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas.

Ao entendermos a definição de Modelagem na perspectiva sócio crítica, é necessário discorreremos sobre o conceito de modelo matemático e qual o seu papel na sociedade frente aos objetivos da modelagem, uma vez que os mesmos possam assumir caminhos diferentes de acordo com os interesses dos alunos e perspectivas da Modelagem eleitas.

Ao definir Modelagem Matemática na Educação Matemática, Biembengut (2006), infere que, é o processo que envolve a obtenção de um modelo matemático. Nesta concepção a autora suscita que a obtenção de um modelo é a finalidade da Modelagem, o que nem sempre é obrigatório, necessário ou possível até mesmo em outras perspectivas como vimos anteriormente.

Na concepção de modelo matemático Bassanezi (2009), afirma que, ‘um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado’. Almeida, Souza e Santiago (2009) sugerem que nos anos iniciais, o foco não se centralize em resolver de forma algébrica esses modelos, mas analisá-los e questioná-los de forma crítica e refletir sobre a forma que tais modelos estão alocados na sociedade.

2.2 Quais as ideias de Modelagem Matemática que o professor usa em sala de aula?

Focada em iniciar um debate a fim de responder quais ideias de Modelagem Matemática o professor usa em sala de aula, BARBOSA (2001a) em sua tese intitulada ‘**Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**’ infere que antes de tudo tem que haver o interesse e motivação em incluir e conduzir a Modelagem em sala de aula.

Antes de qualquer coisa, é necessário que o professor tenha interesse por atividades de Modelagem, que, ele mesmo, deve sentir-se instigado por investigações

matemáticas desse tipo. A condução das atividades curriculares exige que o professor esteja ou queira ser “socializado” no campo da Modelagem (BARBOSA, 2001a, p. 05).

Foram analisados os artigos de Julie (1993, 1998) onde descreve do ponto de vista da pedagogia crítica, um estudo sobre o uso de aplicações de matemática no ensino superior, no curso de Educação Matemática da formação inicial de professores da *University of the Western Cape* na África do Sul. Onde foram usadas situações de Modelagem para levantar as reflexões dos professores referentes às suas práticas com Modelagem Matemática em sala de aula.

Julie (1993, 1998) cita que os mesmos se mostraram motivados com as atividades, com indicativos de que desempenharam uma compreensão mais ativa e universal da matemática, apesar de desenvolverem as atividades de tal modo. Em um estudo mais recente Gomes (2005), desenvolveu uma atividade de Modelagem Matemática com alunos detentos do Ensino Fundamental do 2º Segmento da Penitenciária Estadual de Piraquara, de regime fechado e segurança máxima, e na Colônia Penal Agrícola, de regime semiaberto, na cidade de Piraquara, PR. O tema abordado foi construção civil, em que os estudantes deveriam projetar uma residência que comportasse uma família, de acordo com os critérios legais, com setenta metros quadrados de área.

Para tal estudo Gomes (2005), relata que a professora que estava aplicando a atividade de Modelagem se limitava a dar respostas evasivas do tipo: *está bom! Continue! Que bom que você conseguiu!* Evitando dessa forma a dar respostas prontas sobre o conteúdo, o que nos remete que possivelmente essas atitudes auxiliaram no aperfeiçoamento da autonomia do aluno, por não terem os modelos prontos sentiram a necessidade de recorrer aos conhecimentos escolares e à experiência cotidiano, onde foi possível uma reflexão, interação e investigação que são fatores característicos da Modelagem Matemática e deve ser trabalhados desta forma. Burak (1994) sugere para as atividades de Modelagem nos anos iniciais que:

A modelagem nas séries iniciais deve enfatizar mais o processo do que se preocupar em criar modelos porque a ferramenta matemática está sendo construída. A partir da quinta série, alguns modelos simples podem ser iniciados e a construção de modelos de uma forma mais sistemática deverá ser trabalhada no ensino médio (BURAK, 1994 p.59).

Algumas práticas de modelagem matemática desenvolvidas com alunos e do ensino fundamental e são descritas por Scheffer (1999), onde concorda com Burak (1994) quando sugere para os professores das séries iniciais do ensino fundamental não se preocuparem exacerbadamente com a criação de modelos, onde Scheffer (1999) relata uma experiência em que os alunos do terceiro ano desempenharam a função de observação e acompanharam o processo de nascimento, crescimento e fase de comercialização envolvendo questões de custo e lucro.

É evidente que, no nível de pesquisa que o campo da Modelagem Matemática

se encontra no cenário atual brasileiro, já é possível trabalhar com a modelagem em diversas modalidades de ensino de forma mais abrangente, diversificada e ousada. Embora, nem todos, professores, alunos, a escola, o currículo não estejam acompanhando esse avanço na mesma proporção que os grupos de pesquisas de institutos de universidades que se debruçam em estudos que possam trazer contribuições para o campo.

2.3 Por que a Modelagem Matemática fascina os professores?

Com a intenção de iniciar um debate teórico a fim de responder por que a Modelagem Matemática fascina os professores, nos propomos a inquirir algumas pesquisas que tratam do tema. Ao analisar a tese de Barbosa (2001a), em sua tese intitulada ‘Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores’ onde o autor toma por foco algumas experiências advindas de futuros professores de matemática de um projeto de modelagem desenvolvido por ele em uma Licenciatura de Matemática em uma universidade pública do Estado de São Paulo.

Em um dos relatos durante a entrevista que Barbosa (2001a, p. 6) fez a uma professora participante do projeto a docente enfatiza que: “Modelagem propicia a aprendizagem de matemática... ela ajuda a compreender melhor os conteúdos... Através da Modelagem, o aluno pode associar os conteúdos da sala de aula com a prática.”.

Na pesquisa de Barbosa (2001a), a docente participante aponta alguns indícios do que fascinam os professores na Modelagem, destacando primeiramente que a Modelagem favorece a aprendizagem em matemática, depois a compreensão dos conteúdos e por fim a promove a capacidade de o aluno associar os conteúdos ensinados na sala com a prática, elucidando desta forma sobre as potencialidades e contribuições do uso da Modelagem Matemática em sala e fora dela, tanto para os docentes quanto para os alunos, o que vislumbra a preocupação do uso da modelagem para além da sala de aula, em uma perspectiva geral da modelagem. Para Bassanezi (2002):

A modelagem matemática utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Uma modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. (BASSANEZI, 2002, p. 177).

Bassanezi (2002) em seu trabalho intitulado ‘Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia’ onde o autor concebe a modelagem como uma estratégia de ensino-aprendizagem e que esta se torna atraente em qualquer nível de ensino, ou seja, fascina os professores pelo fato de conduzir os alunos a reflexões, investigações e situações que envolvam modelagem, tornando capazes de tomar decisões. Nessas referidas situações que abrangem a modelagem

a autora Dallemole (2005) suscita que:

Os professores assinalam a pertinência das atividades de modelagem que ajudam a pensar, problematizar, investigar, etc., e contribuem para um desenvolvimento do aluno como cidadão crítico e transformador da realidade em que vive, desenvolvendo uma postura de independência e autonomia, e essencialmente compreendendo o papel sócio cultural que a matemática exerce em nosso meio (DALLEMOLE, 2005. P. 47).

Dallemole (2005) em seu trabalho ‘A modelagem matemática na visão dos professores de matemática’ argumenta sobre as vantagens que os professores de matemática têm ao utilizarem a modelagem matemática nas suas aulas, além de todas as qualidades citadas anteriormente acima, a autora traz para essa discussão o fato de a Modelagem possibilitar uma postura independente ao aluno, tornando-o capaz de entender o papel sócio cultural que a matemática possa oferecer, dando uma visão de um pensamento crítico da modelagem na perspectiva sócio crítica, uma vez que a autora aborda em seu texto essa perspectiva com embasamento teórico de Barbosa.

Se tratando de perspectivas da Modelagem Matemática, como as definidas por Kaiser e Sriraman (2006) desta forma: realística, epistemológica, educacional, sócio crítica e contextual podem ser associadas à priorização sobre os argumentos para inserção de Modelagem no currículo, destas, Barbosa (2001b) defende evidentemente a perspectiva sócio crítica, onde concebe a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem onde os alunos são convidados a investigarem por meio da matemática, situações advindas de outras áreas da realidade. Neste sentido, o que fascina não somente os alunos quanto professores é a forma como a Modelagem é concebida, como um convite para investigar as situações.

Na literatura internacional, tem sido observada uma ampla discussão sobre os motivos de se incluir a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem (BLUM, NISS, 1991; BLUM, 1995). Blum (1995) apresenta cinco argumentos: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel da matemática na sociedade. Além de preparar o indivíduo para outras áreas para além da sala de aula, Barbosa (2002) acredita nessa transformação dentro do contexto da própria matemática.

No que tange o *saber-fazer*, Barbosa (2002) infere que, a experiência com Modelagem pode proporcionar aos professores, uma conexão com novos aspectos da Matemática. Mas, essencialmente, num ambiente reflexivo, os professores têm a ensejo de questionar a própria essência da Matemática. Ainda sobre o que fascina o professor nas experiências com Modelagem e porque os mesmos incorporam a Modelagem nas suas aulas, Chaves (2012) em sua tese depreende que:

As experiências de Modelagem voltadas para o ensino da Matemática só repercutem nos saberes docentes, porque antes repercutem nas atitudes dos

alunos, ou seja, os motivos porque os professores incorporam em suas práticas, saberes desenvolvidos nas experiências de Modelagem, originam-se nos motivos porque dos alunos, que os levam a agirem da forma que agem nas experiências de Modelagem, em especial, envolvendo-se de modo ativo com sua própria aprendizagem e formação (CHAVES, 2012 p. 106).

Chaves (2012) relata essas ideias acerca das experiências com Modelagem Matemática, ao entrevistar alguns professores, que por ora tiveram e relataram essas experiências e que a partir dessa pesquisa de campo foi possível perceber porque os professores incorporam a Modelagem em suas aulas, onde conclui que os alunos instigam os professores a utilizar a modelagem, concebendo a mesma como uma metodologia diferenciada, pelo fato de os alunos aprenderem matemática sem copiar, só escutando e observando. Para Leite (2008),

[...] 1) A modelagem matemática é um importante instrumento pedagógico por que envolve: pesquisa, coleta e análise de dados e atividades em equipe. 2) A modelagem é um processo e não um fim. 3) Aspectos como o relacionamento entre os temas escolhidos e o programa da disciplina, o trabalho em grupo em sala de aula e a dinâmica desses grupos se constituem em dificuldades que precisam ser consideradas pelos professores que optam pela modelagem. 4) A modelagem no ensino relaciona-se com a necessidade da pesquisa sobre o assunto em estudo, sendo essas tarefas realizadas pelos alunos, que encontram na modelagem uma motivação para estudar. 5) Verifica-se que, enquanto na maior parte do livros didáticos as “fórmulas” (modelos) estão prontas e acabadas, com a modelagem, os alunos podem, eles mesmos, a partir de dados experimentais chegar aos modelos que descrevem o fenômeno em questão (LEITE, 2008 p.05).

Segundo Leite (2008) vale ressaltar que, por mais que a Modelagem matemática fascine os professores existem diversas dificuldades apontadas em seu estudo das quais ele destaca: a falta de tempo, a quantidade de conteúdos a serem trabalhados no ano letivo, a falta de materiais e a falta de conhecimentos sobre como fazer modelagem por parte dos professores de matemática. Todos esses fatores influenciam na condução de uma boa prática em sala de aula, muitas vezes o professor tem uma formação acadêmica excelente e tem o interesse em incluir a Modelagem em suas aulas, porque, vislumbra nesse ambiente de aprendizagem, técnicas, metodologias e formas de inserção e mobilização de conteúdos, onde possa conduzir debates interessantes para os alunos, para a escola, para si próprio e nesse ciclo favorece a todos de forma positiva.

3 | CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Esta pesquisa é de cunho qualitativo, caracteriza um estudo bibliográfico de revisão da literatura, onde procuramos responder algumas perguntas tais como: O que é modelo matemático em Modelagem Matemática? Quais as ideias de Modelagem Matemática que o professor usa em sala de aula? Por que a Modelagem Matemática fascina os professores? Para tanto elaboramos um quadro sobre os critérios de escolha

e objetivos dos critérios dos trabalhos analisados na pesquisa.

Critério de escolha e objetivo dos critérios	
Critério da escolha	Objetivo o critério: responder as seguintes perguntas
Critério 01: O trabalho selecionado pode contribuir para o debate teórico sobre definição da concepção de Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica e para definição de modelo matemático.	O que é Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica? O que é modelo matemático em Modelagem Matemática?
Critério 02: O trabalho pode dar indícios de ideias de modelagem que o professor utiliza em sala de aula. Para este critério achamos necessário selecionar os trabalhos por níveis de ensino.	Quais as ideias de Modelagem Matemática que o professor usa em sala de aula?
Critério 03: O trabalho infere algumas respostas sobre o porquê a modelagem atrai tanto os professores.	Por que a Modelagem Matemática fascina os professores?

Quadro 02- Critério e objetivos da escolha dos trabalhos analisados.

Fonte: Elaborado pela autora.

Após a escolha dos textos a serem analisados, incluindo dissertações e artigos, fizemos inicialmente uma leitura vertical, seguido do fichamento para posterior análise segundo os princípios do paradigma qualitativo. Após a análise trouxemos esses trabalhos para o corpo do texto, conversando com outros autores e inferindo ideias substantiadas com objetivo de responder as questões norteadoras desta pesquisa bibliográfica. Para o critério 02 achamos necessário selecionar os trabalhos por níveis de ensino, porque ao fazer a leitura vertical verificamos que as ideias de modelagem que os professores utilizam em sala de aula, variam ou sofrem adaptações de acordo com o nível de ensino.

4 | RESULTADOS E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Dentro dessa proposta maior ‘Modelagem Matemática: discussões teóricas e possibilidades nos anos iniciais’ conduzimos um breve debate teórico a fim de responder, **O que é Modelagem Matemática? O que é modelo matemático? Quais as ideias de Modelagem que os professores estão utilizando em suas práticas? O que fascina os professores na Modelagem Matemática?** A partir da análise de alguns trabalhos analisados podemos concluir que as ideias de Modelagem Matemática que estão sendo trabalhadas de acordo com as condições de formação dos docentes e de temas de interesse e relevância para os alunos e professores.

E ainda de acordo com as condições da escola como Barbosa (2001a), ressalta em sua pesquisa onde uma professora que participante relatou que, embora a Modelagem Matemática possua uma série de benefícios para o ensino e aprendizagem se faz

necessário muita cautela ao utilizar a Modelagem como ambiente de aprendizagem, no que diz respeito ao número de alunos que contém na sala, sobre a reação dos pais e da coordenação da escola.

As possibilidades nas atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais são inúmeras, apesar de o foco das atividades nesse nível de ensino não se debruçar em criar modelos matemáticos, a perspectiva sócio crítica da Modelagem Matemática ao ser trabalhada em sala de aula gera debates relevantes que possibilitam os alunos serem críticos nas tomadas de decisões frente à sociedade.

Esses benefícios que por ora fascinam os professores por outro lado, dependem também do interesse do aluno, da formação docente adequada para vislumbrar os objetivos de tal metodologia de forma que alcance além dos muros da escola, que os alunos possam ter uma visão mais ampla e crítica desses modelos em uma escala em que possam utilizar em suas profissões e tomadas de decisões frente aos problemas reais do cotidiano.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L; VIRGINIA, A; SOUZA, E. G; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 135-157, 2009.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro/SP: UEP, 2001.

_____. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: 24^a. REUNIÃO DA ANPED, 2001, Caxambu. **Anais da 24^a. Reunião Anual da ANPED**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001. Vol. único.

_____. Modelagem matemática e os futuros professores. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2002. 1 CD-ROM.

_____. Modelagem matemática e a perspectiva sócio crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003.

_____. Modelagem Matemática: **O que é? Por quê? Como?** Veritati, Salvador, n. 4, p. 73-80, 2004c. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Data de acesso: 21/02/2017.

_____. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Recife: SBEM, 2006. 1 CD-ROM. Disponível em <http://sites.uol.com.br/joneicb>. Data de acesso: 21/02/2017.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3^a ed. São Paulo: Contexto, 2009. 389p.

BIEMBENGUT, M. S. **História da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro**. 2006. (palestra). Disponível no site: <http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Historia-da-Modelagem-Matematica.pdf> (acesso em 10/ 01/ 2017).

BLUM, W. Applications and Modelling in mathematics teaching and mathematics education – some important aspects of practice and of research. In: SLOYER, C. *et al* (Eds.). **Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications**. Yorklyn, DE: Water Street Mathematics, 1995. p. 1-20.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, feb. 1991. p. 37-68.

BURAK, Dionísio. Critérios norteadores para a adoção de Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. **Zetetiké**, Campinas, ano2, n.2, p.47-60, 1994

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática**. 2012.117-118f. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Instituto de Educação Matemática-IEMCI. Universidade Federal do Pará-UFPA. Belém-PA, 2012.

DALLEMOLE, J.J. **A Modelagem Matemática na visão dos professores de matemática**. 2005. 46 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Universidade do Extremo Sul Catarinense-UNESC, Criciúma-SC, 2005.

GOMES, Martha Joana Tedeschi. **Modelagem Matemática no Cárcere**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2005. Disponível em <http://dspace.c3sl.ufpr.br:8080/dspace/handle/1884/2635>. Acessado em 26/03/2017.

JULIE, C. **People's mathematics and the applications of mathematics**. In: LANGE, J. *et. al* . Innovation in maths educations by modelling and applications. Chichester: Ellis Horwood, 1993. p. 31-40.

JULIE, C. **Prospective shouth african teach ers' handling of pedagogical activities related to the applications of mathematics**. In: GALBRAITH, P. *et al*. Mathematical Modelling: teaching and assessment in a technology-rich world. Chichester: Ellis Horwood, 1998. p. 291-300.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

LEITE, K,G. Modelagem Matemática para sala de aula: Uma experiência com alunos do ensino médio. **III Fórum de Educação e Diversidade**. MT. 2008.

ROSA, M.; OREY, D. C. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sócio crítica. **Revista Horizontes**, v. 25, n. 2, p. 197-206, jul/dez. 2007.

SCHEFFER, Nilce Fátima. Modelagem Matemática: uma abordagem para o ensino-aprendizagem da Matemática. **Educação Matemática em Revista-RS**, Porto Alegre, ano 1, n.1, .p. 11-16, mai. 1999.

SKOVSMOSE, Ole. **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Educacion**. Kluwer Academic Publishers, Dordresht, 1994. 246p.

O JOGO COMO UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Luciano Soares Gabriel

E.E. “Coronel Marcos Ribeiro”

Fartura – São Paulo

Norma Suely Gomes Allevato

Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL

São Paulo – São Paulo

RESUMO: O presente trabalho refere-se a um recorte de uma pesquisa de Mestrado Profissional concluída junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP. Com relação à Geometria, não mais podemos falar em abandono de seu ensino, sendo que seus conteúdos, nas escolas brasileiras, estão presentes nos livros didáticos, nas práticas pedagógicas de professores e nos estudos de pesquisadores. Contudo, é um ramo da Matemática que carece de atenção quanto à aprendizagem dos alunos, ao material didático e à formação de professores. Assim, este trabalho tem como objetivo principal compreender como um jogo, elaborado e aplicado, levando em consideração a Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau, pode contribuir para o ensino de Geometria – Quadriláteros – no Ensino Fundamental II. A pesquisa foi realizada com estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma

escola pública do município de Fartura, estado de São Paulo. O pesquisador, que se colocou como professor desses estudantes, propôs a realização de um jogo para finalizar uma sequência didática envolvendo a classificação dos quadriláteros. Trata-se de uma pesquisa qualitativa na qual foram analisados os diálogos dos alunos, as resoluções escritas e seus comportamentos frente à atividade proposta. Considerando o que se mostrou nos dados da pesquisa, foi possível verificar que a interação dos alunos com a atividade realizada estimulou o desenvolvimento do pensamento e do conhecimento matemático e geométrico através da resolução de problemas que estimularam a utilização das habilidades de observação, formulação, comunicação, argumentação e validação.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Educação Básica. Ensino de Geometria. Sequência Didática. Quadriláteros.

ABSTRACT: The present work refers to a cut of a Master's degree research completed with the Graduate Program in Teaching of Sciences and Mathematics, University Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP. Regarding Geometry, we can no longer speak of abandoning your teaching, and its contents in Brazilian schools are present in textbooks, in the teaching practices of teachers and in the studies of researchers. However, it

is a branch of Mathematics that lacks attention regarding student learning, teaching material and teacher training. Thus, this work has as main objective to understand how a game, elaborated and applied, taking into account the Theory of Didactic Situations, of Guy Brousseau, can contribute to the teaching of Geometry - Quadrilaterals - in Elementary School II. The research was carried out with students of the seventh year of the Elementary School of a public school in the municipality of Fartura, state of São Paulo. The researcher, who put himself as teacher of these students, proposed the accomplishment of a game to finalize a didactic sequence involving the classification of the quadrilaterals. It is a qualitative research in which the students' dialogues, the written resolutions and their behaviors against the proposed activity were analyzed. Considering what was shown in the research data, it was possible to verify that the interaction of students with the activity carried out stimulated the development of mathematical and geometric thinking and knowledge by solving problems that stimulated the use of observation, formulation, communication, argumentation and validation skills.

KEYWORDS: Mathematical Education. Elementary Education. Geometry Teaching. Didactic Sequence. Quadrilateral.

1 | INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação inquestionável de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos, com muita frequência, em relação à sua aprendizagem (BRASIL, 1998).

Como professor de Matemática do Ensino Básico na rede privada há 13 anos e vice-diretor de uma escola estadual há 9 anos, tenho presenciado a dificuldade dos alunos em aprender Matemática, sobretudo no que se refere a conteúdos geométricos. Seja pelo despreparo de alguns professores para ensinar tais conteúdos, seja pela falta de materiais didáticos pedagógicos de apoio ou pela não familiaridade de alguns docentes com recursos tecnológicos, a Geometria torna-se de difícil compreensão e, até mesmo, sem significado para muitos estudantes.

Diante disso, decidimos trabalhar com esse tema em nossa pesquisa de mestrado (GABRIEL, 2017a). Para isso, debruçamo-nos em leituras e estudos sobre o processo histórico de como ocorreu e ainda ocorre o ensino da Geometria no Brasil. Segundo Caldato e Pavanello (2015), depois de uma época de abandono que se configurou durante e após o Movimento da Matemática Moderna, hoje seus conteúdos estão presentes nas escolas brasileiras e as práticas pedagógicas para seu ensino estão recebendo atenção de professores e pesquisadores. Contudo, concluímos que é um ramo da Matemática que ainda carece de mais cuidado no que diz respeito à aprendizagem dos alunos, ao material didático e à formação de professores.

Verificamos, ainda, os apontamentos relativos à Geometria destacados nos documentos brasileiros de orientações curriculares e consideramos as orientações

atuais acerca das possíveis abordagens para seu ensino. Segundo PCN (BRASIL, 1998), o estudo da Geometria deve ter como ponto de partida a análise de figuras através de observações, manuseios e construções, que permitam elaborar conjecturas e identificar propriedades, ou seja, o documento recomenda estimular o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças e identificar regularidades.

Também encontrarmos nos objetivos indicados na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) sobre o ensino de Geometria, um específico relativo a esse conteúdo: “Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão de classes entre eles” (BRASIL, 2017, p. 259).

Por isso, elegemos o conteúdo Quadriláteros para criar uma sequência didática, pois, dentre as inúmeras figuras geométricas, os quadriláteros possuem propriedades envolvendo os seus elementos (lados, ângulos, diagonais, área, perímetro, etc.) que, quando trabalhados adequadamente, permitem os alunos raciocinar indutiva e dedutivamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, desenvolvendo, assim, o pensamento geométrico. Notamos, portanto, que o estudo com os Quadriláteros vai ao encontro das recomendações dos PCN (BRASIL, 1998) e da BNCC (BRASIL, 2017).

Ao adotarmos, como objeto de investigação, analisar as contribuições de uma sequência didática para o ensino e aprendizagem do conteúdo Quadriláteros, buscamos aporte teórico na Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau, para elaboração das atividades que comporiam a sequência. Uma dessas atividades é um jogo, o qual será apresentado e analisado no presente artigo.

2 | A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Brousseau (2008) expõe como ideia básica, em sua teoria sobre situações didáticas, aproximar o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Ao professor cabe a responsabilidade de apresentar um “bom problema”, que o levaria para a busca de um novo saber a partir do momento em que aceitar o desafio de resolvê-lo. Ainda segundo o autor, o aluno deve ser sempre estimulado a esforçar-se para superar seus limites e, com esforço próprio, construir novos conhecimentos. Para isso, sugere que o estudante passe por cinco etapas diante da resolução de um problema:

- **Etapas de devolução:** ato pelo qual o professor cede ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem.
- **Etapas de ação:** é aquela na qual o aluno, que se encontra ativamente empenhado na procura da solução do problema, realiza determinadas ações

mais imediatas. Caracteriza-se pelo predomínio do aspecto experimental e operacional.

- **Etapas de formulação:** o aluno já utiliza, na resolução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos, além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada.
- **Etapas de validação:** os alunos tentam convencer os interlocutores da veracidade das afirmações que fizeram, utilizando uma linguagem matemática apropriada e até demonstrações.
- **Etapas de institucionalização:** o professor retoma parte da responsabilidade cedida aos alunos e institucionaliza o saber construído, estabelecendo um caráter mais objetivo e universal para o conhecimento.

Assim, ao elaborarmos a sequência didática, estudada em nossa pesquisa de mestrado (GABRIEL, 2017a), selecionamos e criamos atividades que oferecessem aos estudantes a oportunidade de vivenciar as cinco etapas sugeridas por Brousseau na resolução de um problema (GABRIEL, 2017b).

Entretanto, é necessário observar que essas etapas não têm um início e um fim especificamente delimitado, mas se entrelaçam fortemente durante o seu desenvolvimento. O reconhecimento das etapas é fundamental para o êxito, tanto na elaboração, quanto na aplicação de uma situação didática, pois desse reconhecimento depende o grau e a qualidade da mediação do docente. Gostaríamos de ressaltar que o jogo, descrito e analisado neste trabalho, é uma das 15 (quinze) atividades que compõem a sequência didática por nós elaborada (GABRIEL, 2017b). Por isso, para compreendê-lo melhor, apresentamos também a história de aventura que criamos e que foi referência para o desenvolvimento de todas as atividades da sequência. Durante a análise de algumas partidas vivenciadas pelos alunos, pudemos analisar as fases de uma situação didática, que se constituíram de modo perceptível, facilitando, assim, o entendimento do leitor sobre o que é uma situação didática.

3 | METODOLOGIA DE PESQUISA

Para que pudéssemos coletar informações sobre as potencialidades da atividade que aplicamos em contribuir para o ensino e aprendizagem sobre os Quadriláteros, realizamos uma pesquisa de natureza qualitativa, na qual foram analisados os diálogos dos alunos, as resoluções escritas e seus comportamentos frente à atividade. Escolhemos atuar diretamente no ambiente de investigação – uma sala de aula com 33 alunos de uma escola pública do interior do estado de São Paulo –, envolvendo-nos com a situação por meio de uma pesquisa naturalista ou de campo, que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 106) “[...] é aquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno

acontece [...]”. A aplicação da atividade foi conduzida pelo próprio pesquisador, que assumiu as aulas de Matemática durante aquele período.

O registro das informações fez-se por meio de fotos, gravações de áudio, anotações (diário de campo) e documentos elaborados pelos alunos (resoluções escritas que os alunos fizeram para as atividades que compõem a sequência didática).

A análise e a interpretação dos dados iniciaram-se juntamente com a coleta e foram tomando forma à medida que eram redigidas as anotações. Para interpretarmos os dados das atividades desenvolvidas, foram analisadas as anotações das observações do diário de campo, as fotos e áudios dos alunos durante as aulas e, principalmente, o material produzido por eles ao realizarem as atividades propostas.

Através dos resultados obtidos por meio dos registros e da análise documental, confrontamos as informações obtidas com a posição dos autores que deram sustentação teórica para o desenvolvimento da pesquisa.

4 | AS ATIVIDADES

As atividades que apresentaremos a seguir nos remetem às ideias de Freitas (2008). Segundo ele, cabe ao professor criar situações para que o aluno se aproprie dos conhecimentos, valorizando o que já sabe e envolvendo-o na construção do saber matemático. Utilizando esse pensamento como referência, decidimos criar uma história de aventura que cativasse o aluno com uma leitura de seu interesse, que fosse agradável e que estivesse de acordo com sua faixa etária, despertando, assim, o interesse e a criatividade dos estudantes e abrindo portas para o incrível universo lúdico. A história criada serviu como alicerce para o desenvolvimento de todas as demais atividades da sequência didática, incluindo o jogo descrito neste trabalho.

5 | A HISTÓRIA

O reino dos Quadriláteros

Há muito tempo, quando os humanos nem pensavam em existir, o mundo era dominado por estranhas criaturas: os polígonos. Tinham poderes mágicos, falavam, movimentavam-se e pensavam.

A luta pelo domínio do planeta era constante entre essas figuras geométricas e, para evitar grandes guerras, eles se dividiam em reinos. Havia o reino dos triângulos, o dos quadriláteros, o dos pentágonos, o dos hexágonos... Mas, frequentemente, aconteciam golpes, através dos quais uns tentavam invadir o reino dos outros em busca do domínio supremo.

Na tentativa de evitar esses golpes e manter a tranquilidade, os quadriláteros construíram uma grande muralha em torno de seu reino, com apenas uma passagem de acesso, onde um quadrilátero, com fortes poderes, exercia função de guarda.

Qualquer um que ousasse chegar perto da passagem, já de longe escutava os

gritos do guarda que assim dizia:

-É um quadrilátero? Tem certeza de que tem quatro lados? Se não tiver, afaste-se, pois algo ruim pode lhe acontecer.

Assim era resolvido o problema das invasões no reino dos quadriláteros. Contudo, dentro do próprio reino, havia subdivisões. E, como o centro das terras era um lugar fértil e muito bonito, todos queriam lá habitar, porém era impossível, já que o espaço era notoriamente pequeno.

Assim, mais uma vez fortes e poderosos se beneficiavam, ficando com as melhores terras e, com o medo de perderem esse prestígio, novas muralhas eram levantadas e novos guardas foram designados para manter a hierarquia no reino.

A força e o poder dos polígonos de quatro lados eram medidos de acordo com algumas de suas características: lados paralelos lhes davam um poder, ângulos retos outros, lados congruentes outros. Existia, portanto, desde quadriláteros sem poderes até outros que acumulavam vários.

A política no reino dos quadriláteros funcionava assim: na muralha mais externa ficava um guarda que só deixava entrar polígonos com quatro lados. Perguntava e verificava se o polígono realmente tinha quatro lados. Havendo a confirmação, dava-lhe um colar com a identificação de quadrilátero.

Na segunda muralha, interna à primeira, a porta de entrada para terras um pouco mais férteis era vigiada por guardas que faziam uma restrição a mais para quem quisesse entrar. Perguntavam aos quadriláteros se tinham pelo menos um par de lados paralelos e, se tivessem, recebiam um outro colar com identificação de trapézios. Desse modo, nessas terras, entravam os trapézios mais simples (com apenas um par de lados paralelos) e também os paralelogramos, os retângulos, os losangos e os quadrados, que também podiam ser considerados trapézios, já que possuíam a característica exigida pelo guarda.

Para adentrar a área cercada pela terceira muralha, o guarda exigia dois pares de lados paralelos. Os que conseguiam entrar recebiam um colar com a identificação de paralelogramos. Entravam os paralelogramos mais simples (com dois pares de lados paralelos) e também os retângulos, losangos e quadrados, todos acumulando três colares, visto que podiam ser considerados quadriláteros, trapézios e paralelogramos.

A quarta e a quinta muralha se entrelaçavam na região mais rica do reino. A entrega do colar pelo guarda da quarta muralha só acontecia com a condição de que os paralelogramos que lá quisessem entrar tivessem todos os ângulos retos. Já o da quinta muralha, se o paralelogramo tivesse todos os lados iguais.

Na região central (entrelace das quarta e quinta muralhas) também havia guardas e estes não exigiam uma nova característica para liberar a entrada, mas que os pretendentes tivessem todas as características e colares entregues pelos cinco guardas anteriores.

Uns quadriláteros podiam andar por todo o reino, visto que colecionavam todos os colares e tinham todos os poderes; outros somente em algumas regiões (pois

possuíam apenas alguns colares) e outros em uma única região.

Durante milhares de anos, os quadriláteros organizaram-se assim até que, um dia, um pentágono irregular conseguiu esconder seu menor lado, passou-se por quadrilátero, entrando no reino e destruindo todos os quadriláteros e deixando apenas essa lenda como lembrança do reino.

6 | O JOGO

Lembramos que o jogo faz parte da sequência didática que criamos, por isso seu enunciado faz alusão às atividades anteriores. Contudo, com a leitura de suas regras, podemos entender seus objetivos.

Depois de pegarem o certificado de aprovação na prova, os guardas passam por um treinamento: um jogo para aperfeiçoarem suas habilidades de reconhecimento e de classificação dos quadriláteros.

Escolha um colega e vamos para esse treinamento!

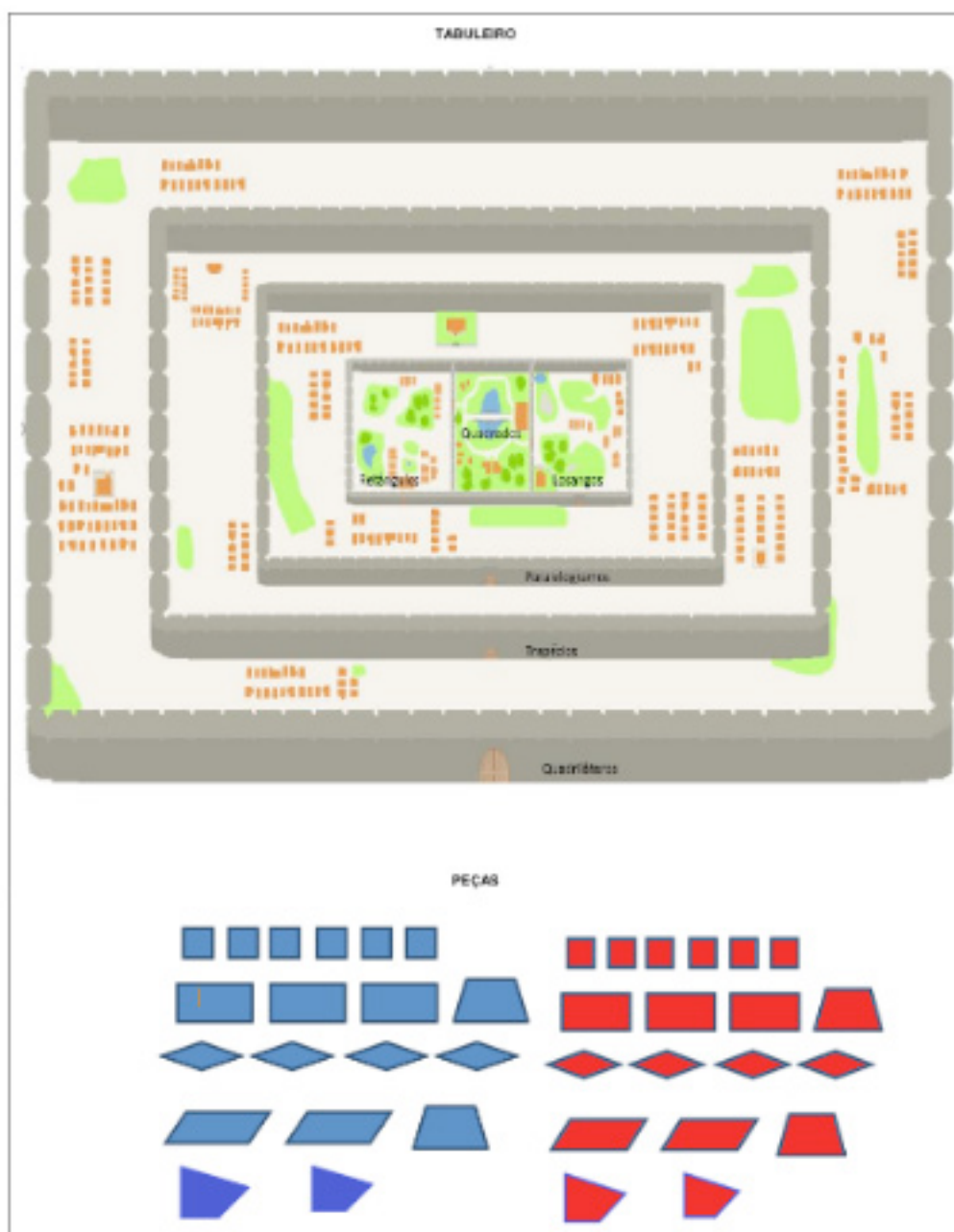
Jogo:

Você já sabe que alguns quadriláteros podem movimentar-se por todo o reino e outros não. Para verificar se você realmente entendeu como pode ser realizada essa movimentação, escolha um grupo de quadriláteros (azul ou vermelho) e distribua-os de maneira que cada região fique com pelo menos três quadriláteros. As regras a seguir orientarão sobre a forma de fazer essa distribuição.

- Regras do jogo

- a) Escolha um grupo de quadriláteros (azul ou vermelho).
- b) Lance o dado, escolha um dos quadriláteros do seu grupo e movimente-o.
- c) O número de movimentos pode ser igual ou inferior ao número que caiu no dado, mas nunca superior.

Ganha o jogo aquele que conseguir colocar primeiro, no mínimo, três quadriláteros em cada região do reino.



Para que os alunos pudessem externalizar o conhecimento que adquiriram sobre a classificação dos quadriláteros e continuar o processo de construção desse conhecimento, criamos esse jogo. Ele foi a 14ª atividade entre as 15 (quinze) que compõem a sequência.

Antes de iniciarmos o jogo, realizamos uma leitura compartilhada de suas regras, explicando-as detalhadamente. Contudo, mesmo com a leitura compartilhada e com a explicação detalhada, os alunos chamavam-nos até suas carteiras para perguntarem se estavam jogando corretamente. Pedimos, então, que jogassem uma partida apenas para se familiarizarem com as regras do jogo. Segundo Brousseau (2008), esse processo predominantemente experimental caracteriza a etapa de ação de uma situação didática.

Após a partida experimental, propusemos às duplas que jogassem uma “melhor de cinco” e, como forma de estimulá-los, oferecemos um chaveiro, como premiação,

aos vencedores. Os alunos iniciaram as partidas empolgadíssimos na tentativa de vencerem e receberem o prêmio. Combinamos que, ao final de cada partida, as duplas deveriam nos chamar para que analisássemos os tabuleiros ainda com as peças sobre eles. As imagens seguintes mostram os alunos durante uma partida.



Figura 1 – Alunos jogando

Fonte: acervo do autor

Finalizada a primeira partida, os alunos começaram a nos chamar para que analisássemos os tabuleiros. Inicialmente, notamos que a primeira estratégia de alguns alunos na distribuição dos quadriláteros foi estritamente mecânica, sem levar em consideração sua organização hierárquica – todo trapézio é um quadrilátero; todo paralelogramo é quadrilátero e trapézio; todo retângulo é quadrilátero, trapézio e paralelogramo; todo losango é quadrilátero, trapézio e paralelogramo; todo quadrado é quadrilátero, trapézio, paralelogramo, retângulo e losango –, na qual um mesmo quadrilátero pode receber mais de uma denominação. A seguir podemos visualizar um tabuleiro:

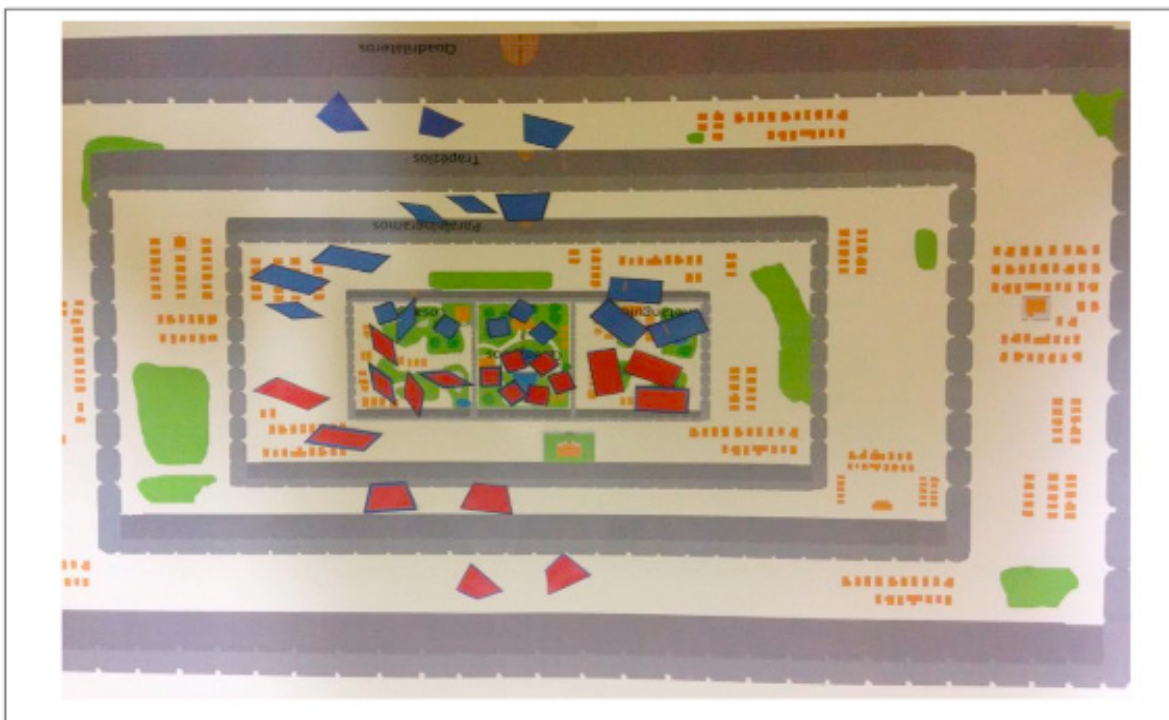


Figura 2 – Tabuleiro em que o grupo azul foi o vencedor

Fonte: acervo do autor

Ao analisarmos o tabuleiro, podemos notar que o jogador do grupo vermelho incluiu os dezenove quadriláteros no tabuleiro. Contudo dezoito peças já seriam suficientes para ganhar o jogo. Ao incluir esse quadrilátero a mais, deu vantagem de uma jogada ao jogador azul que, movimentando suas dezoito peças, ganhou o jogo.

Outro fato que nos chamou a atenção foi o número de quadrados e losangos vermelhos no interior do tabuleiro – quatro em cada sub-reino. O jogador não considerou que o quadrado poderia ocupar qualquer lugar do reino e que o losango também poderia ocupar o reino dos quadriláteros, dos trapézios e dos paralelogramos. Se o jogo não tivesse acabado, com mais uma rodada o competidor perceberia que teria de tirar um quadrado ou um losango, realizando um movimento inverso, para encaixá-los em um dos sub-reinos em que havia somente duas peças. Assim como ele, outros jogadores também incluíram quadriláteros a mais na região central, contudo puderam perceber isso logo na primeira rodada.

A partir da segunda rodada, as disputas tornaram-se mais acirradas, visto que muitos jogadores perceberam que o jogo não era somente um jogo de azar e que precisavam alterar suas estratégias para tentar ganhá-lo. A cada partida que se começava, os estudantes tinham a oportunidade de verificar se a nova estratégia formulada, por eles formulada, dava-lhes vantagens para alcançar a vitória. Essa fase da atividade é considerada como etapa de validação da situação didática (BROUSSEAU, 2008).

Na próxima imagem, podemos observar o tabuleiro de uma dupla ao final da segunda rodada:

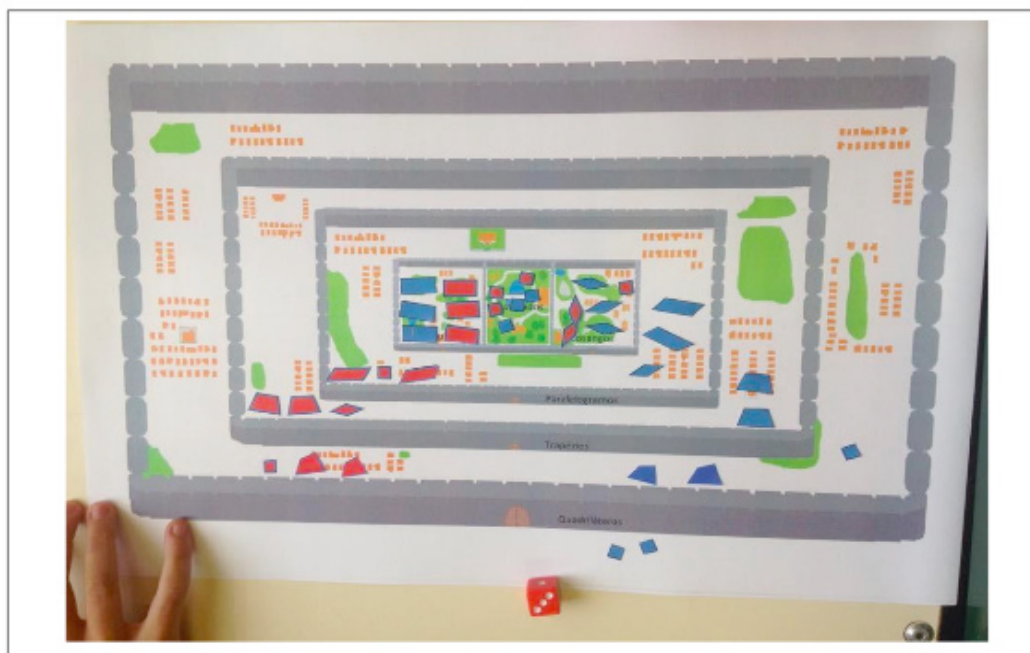


Figura 3 – Tabuleiro em que o grupo azul foi o vencedor

Fonte: acervo do autor

Observando o tabuleiro acima, notamos que, embora a equipe vermelha tenha vencido, a equipe azul entendeu a estratégia do jogo, pois deixou dois quadrados – que poderiam ocupar qualquer posição no reino – para serem inseridos ao final. Caso o grupo azul tivesse oportunidade de jogar mais uma vez o dado, teria grandes chances de vencer, já que, para isso, precisaria somente de mais um quadrilátero no sub-reino dos trapézios e, para isso, havia dois quadrados que poderiam ocupar essa posição. Só não ganharia o jogo se, ao lançar o dado, tirasse a face 1, pois qualquer um dos dois quadrados que estava fora do tabuleiro precisaria de dois movimentos para chegar ao reino dos trapézios.

Percebemos que muitos alunos, desde a primeira partida, já compreenderam a estratégia do jogo. Outros precisaram jogar mais vezes para entender; porém todos conseguiram. Segundo Brousseau (2008. p. 25), “a sucessão de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução de um problema”.

Vale observar que o jogo, depois de entendida a sua estratégia para vencer, permitiu a abordagem do conteúdo Quadriláteros, uma vez que, para vencerem, os alunos precisariam saber que todo trapézio é um quadrilátero; que todo paralelogramo é quadrilátero e trapézio; que todo retângulo é quadrilátero, trapézio e paralelogramo; que todo losango é quadrilátero, trapézio e paralelogramo; que todo quadrado é quadrilátero, trapézio, paralelogramo, retângulo e losango. De acordo Van De Walle (2009), a visualização, a análise e a organização formal das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos que encaminham para o entendimento formal de um conceito.

Para encerrar a atividade e institucionalizar o conhecimento adquirido, o professor propôs uma partida entre ele e os demais alunos da sala. Com o tabuleiro projetado no quadro branco e com as peças do jogo ampliadas e recortadas em EVA e coladas com durex, a cada jogada, tanto professor, quanto um representante dos alunos, explanavam suas estratégias.

7 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Segundo Brousseau (1996), uma situação didática é representada pelo esforço independente do aluno em determinados momentos da aprendizagem, quando mobiliza conhecimentos prévios e tenta se adaptar a um meio de contradições e desequilíbrios. Assim, analisando os apontamentos e descobertas revelados pelos alunos em seus diálogos e estratégias elaboradas para vencer o jogo, entendemos que a abordagem do conteúdo matemático – Quadriláteros – através de uma sequência didática, apoiada na Teoria das Situações Didáticas, contribuiu para o ensino de Geometria. A sequência proporcionou aos alunos refletir, simular processos e realizar tentativas ao se depararem com um problema, formulando, testando e reformulando hipóteses para resolvê-lo. Também oportunizou a realização de elaboração de justificativas para validarem seus raciocínios. Durante o processo de validação vivenciado pelos estudantes em algumas das atividades, desenvolveram habilidades de argumentação e comunicação matemática, aprimorando, assim, seu vocabulário matemático e compartilhando diferentes estratégias de resolução de um problema. No jogo, isso aconteceu ao final de cada partida, no momento em que as duplas nos chamávamos para explicar suas estratégias. Percebemos, ainda, que a troca de experiências proporcionada pelo trabalho em grupos auxiliou os adolescentes a desenvolverem atitudes de colaboração mútua, socialização e interação, aumentando a autoconfiança, a autonomia e fortalecendo o pensamento crítico de cada membro do grupo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: documento preliminar, terceira versão. Brasília: MEC, 2017.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. 3. ed. Brasília: MEC, 1998.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

_____. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996 a. Cap. 1. p. 35-113.

CALDATTO, M. E.; PAVANELLO, R.M. Um panorama histórico do ensino da geometria no Brasil: de 1500 até aos dias atuais. **Quadrante**, Lisboa, v. 24, p. 103-128, 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. In: Sílvia Dias Alcântara Machado (org.). **Educação Matemática**: Uma (nova) introdução. São Paulo: Educ, 2008. p. 77-111.

GABRIEL, L. S. **Contributos de uma sequência didática para o ensino de Quadriláteros**: compreensões a partir da Teoria das Situações Didáticas. 2017a. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2017.

_____. **O Reino dos Quadriláteros**: uma sequência didática para o ensino de Geometria na Educação Básica. 2017b. 26 f. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2017.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

EXPERIMENTO EDUCACIONAL NO ENSINO FUNDAMENTAL: ROBÓTICA EDUCACIONAL E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Angel Pena Galvão

Instituto Esperança de Ensino Superior – IESPES
Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA
Santarém - Pará

José Ricardo e Souza Mafra

Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA
Programa de Pós-Graduação em Educação –
PPGE
Santarém – Pará

RESUMO: Este estudo foi desenvolvido a partir da leitura e discussão de percursos teóricos da relação entre o professor e o uso de tecnologias na educação, como uma possibilidade na aprendizagem matemática dos alunos. Os pressupostos teóricos estão pautados nos estudos de Vygotsky (1995), Moran (2004) entre outros. A metodologia desenvolvida, foi realizada a partir de um levantamento da literatura sobre o tema, além do desenvolvimento de um conjunto de atividades experimentais. Dessa maneira o artigo tem o intuito de contribuir com apresentação de resultados das análises parciais da execução da proposta de experimento de ensino da robótica educacional com ensino da matemática executada com alunos do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública em Santarém – PA. Os resultados mostram que com essa experiência dentro da escola, é possível

constatar que desenvolver capacidades entre o conhecimento da área tecnológica e incentivar seu uso pode trazer resultados esperados por qualquer docente: a participação, o trabalho colaborativo, desenvolvimento do pensamento crítico e o aprendizado de seu aluno.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologia da Comunicação e Informação; robótica educacional; matemática; educação.

ABSTRACT: This study was developed from the reading and discussion of theoretical paths of the relation between the teacher and the use of technologies in education, as a possibility in the mathematical learning of the students. The theoretical assumptions are based on the studies of Vygotsky (1995), Moran (2004) and others. The methodology developed was based on a survey of the literature on the subject, besides the development of a set of experimental activities. In this way the article intends to contribute with the presentation of results of the partial analyzes of the execution of the proposal of experiment of teaching of educational robotics with teaching of mathematics executed with students of the 7th year of elementary school in a public school in Santarém - PA. The results show that with this experience within the school, it is possible to verify that developing skills between the knowledge of the technological area and encouraging its use can bring expected results

for any teacher: participation, collaborative work, development of critical thinking and learning of your student.

KEYWORDS: Communication and Information Technology; educational robotics; mathematics; education

INTRODUÇÃO

As inovações tecnológicas e os novos paradigmas oriundos da reestruturação produtiva do capital desencadeiam, por consequência, a necessidade de se incorporar o uso de artefatos tecnológicos no processo de formação humana. É importante ressaltar que, as inovações estão em todos os campos da sociedade e tem reflexo direto na vida do ser humano e principalmente na sua formação acadêmica e profissional (CANTINI et al., 2006). Na educação, uma quebra de paradigma está cada vez mais evidente. É impulsionada por mudanças profundas no mundo contemporâneo, promovidas pela inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) nos processos sociais e educacionais (CASTELLS, 2003).

É perceptível que, somente o investimento em recursos tecnológicos e as atuais políticas públicas, por si só não bastam para tornar efetivo o uso do computador no processo de ensino e aprendizagem, visto que apesar dos fortes apelos da mídia e das qualidades inerentes ao computador, a sua dimensão nas escolas está muito aquém do que se anuncia e deseja. Defende-se então, uma formação que permita ao professor a incorporação das TICs à sua prática pedagógica, visando à aprendizagem do aluno e, conseqüentemente, o desenvolvimento de habilidades visando sua formação plena.

Ressalta-se também o sistema educacional brasileiro que, segundo Pearson (2014), ocupa a 38º posição no ranking da curva de aprendizagem que avalia sistemas educacionais de 40 países do mundo afora. Referindo-se ao ranking de analfabetismo do mundo, o Brasil ocupa a 74º posição. O índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) mostra uma grande dificuldade no ensino brasileiro da matemática. Isso fica comprovado também no *Programme for International Student Assessment* (PISA) em que os resultados do Brasil apontou queda no ranking mundial nas três áreas avaliadas: 63ª posição em ciências, na 59ª na leitura e na 66ª em matemática em 2015 (PISA, 2015).

Como forma de contribuição à redução destas dificuldades, no ensino de matemática, muitas metodologias são propostas e desenvolvidas no campo educacional. Dentre elas destaca-se a robótica educacional, fornece um bom indicador para a projeção de elementos de ensino de conceitos matemáticos, diretamente conectados com as tecnologias de informação e comunicação. Associá-la aos conteúdos matemáticos ou de outras disciplinas pode ser de grande valia no processo de ensino, como uma alternativa adicional para a interação e aquisição de conhecimentos de conceitos matemáticos.

Os estudos relacionados a robótica possibilitam diversas ações e estudos dentro

da disciplina de matemática e com o consórcio entre ambos aliados ao interesse dos alunos, pode-se proporcionar momentos de significativa aprendizagem. O principal objetivo em uma aula de robótica, segundo Cambuzzi e Souza (2013), é o de estimular os alunos a trabalharem colaborativamente na montagem de mecanismos e na programação de ações para o funcionamento de seu sistema, priorizando a socialização, o trabalho em equipe e o aprendizado que reúne ciência e tecnologia.

Este artigo - que é parte integrante de uma investigação mais ampla, desenvolvida no programa de pós-graduação em educação, da Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA – aborda resultados da aplicação de um módulo de ensino (de um total de três módulos), a partir da proposta de um experimento de ensino. Tal módulo, possui em seus encaminhamentos metodológicos, procedimentos visando a utilização da robótica educacional com a educação matemática - em uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola municipal de Santarém – PA. Com isso, espera-se a proposição de um debate, em termos de aspectos formativos, visando a utilização da robótica educacional associada a pressupostos da educação matemática e que estejam diretamente relacionados com aos aspectos inerentes a problemática envolvendo as TIC's. Esperamos que esses encaminhamentos possam contribuir para reflexões envolvendo o desenvolvimento regional em nosso Estado, com propósitos formativos, contributivos para a prática e desenvolvimento profissional dos docentes, em diferentes níveis de ensino, e que envolvam ambientes tecnológicos.

TEORIA HISTÓRICO CULTURAL DE VYGOTSKY

Em nossa pesquisa, uma base teórica utilizada, advém das contribuições da perspectiva histórico-cultural, o qual segundo Oliveira (1993), destaca as funções psicológicas que têm um suporte biológico, produtos da atividade cerebral. De acordo com os estudos de Vygotsky, o funcionamento psicológico fundamenta-se nas relações sociais entre os indivíduos e o mundo exterior, as quais se desenvolvem num processo histórico; e a relação homem/mundo é uma relação mediada por sistemas simbólicos.

Para análise da determinação social, Vygotsky propôs um dos conceitos que foi a noção de funções psicológicas superiores. Sendo que, diferente dos demais animais que possuem apenas os processos psicológicos elementares, tais como reações instintivas, ações reflexas e associações simples, entre outras, que são de origem biológica, o homem possui também, além das indicadas anteriormente, outras funções, denominadas por ele como funções psicológicas superiores, tais como: a) memória voluntária que é qual nos recordamos de acordo com a nossa vontade; b) formação de conceitos que são construções culturais, internalizadas pelos indivíduos durante o processo de desenvolvimento; c) pela imaginação, no qual é a faculdade que o espírito possui de representar imagens; e d) etc. Nos textos de Vygotsky geralmente a lista de funções psicológicas superiores é incompleta, terminando com um “etc” (VYGOTSKY, 1995).

Na ótica da Teoria Histórico-Cultural, considera-se a existência de uma complexa relação entre linguagem e pensamento, bem como a valorização do papel do conteúdo escolar, no sentido de ser uma espécie de potencializador do pensamento, liberando-o das amarras do empírico. Forte destaque é dado, nesse sentido, à questão do ensino de conhecimentos na forma de conceitos científicos, através da concepção de mediação.

A mediação no processo de ensino tem papel importante, posto que ao se gerar aprendizagem promove-se o desenvolvimento do aluno. Para Vygotsky (1988), a relação entre aprendizagem e desenvolvimento é dialética e a mesma não se restringe à escola. E por que não? Porque essa relação se dá em uma perspectiva mais ampla, isto é, no interior das relações estabelecidas com o meio social.

De todo modo, a escola tem aí um importante papel a desempenhar, em especial por intermédio do professor. Este, enquanto mediador do processo de ensino-aprendizagem, precisa atuar na chamada zona de desenvolvimento proximal de seu aluno, possibilitando-lhe tornar real o seu desenvolvimento potencial.

Vygotsky (1988), identificou dois níveis de desenvolvimento, um real, já adquirido ou formado, que determina o que uma pessoa é capaz de fazer por si própria chamado de Nível de Desenvolvimento Real (NDR), e um potencial, ou seja, a capacidade de aprender com outra pessoa conhecido como Nível de Desenvolvimento Próximo ou Potencial (NDP). Para Vygotsky entre o NDP e o NDR existe um diferencial, que ele chamou de Zonas de Desenvolvimento Proximal (ZPD).

O USO DA ROBÓTICA COMO FERRAMENTA DE APOIO AOS PROCESSOS DE APRENDIZAGENS

Moran (2004), afirma que os alunos reclamam do tédio de ficar ouvindo um professor falando na frente por horas, da rigidez dos horários, da distância entre o conteúdo das aulas e a vida. A presença das TIC é uma alternativa possível de superação ou de ressignificação aos limites postos pelas “velhas tecnologias”, representadas principalmente por quadro-de-giz e materiais impressos. As tecnologias passaram a fazer parte da cultura, tomando lugar nas práticas sociais e significando as relações educativas ainda que nem sempre estejam presentes fisicamente nas organizações educativas. (ALMEIDA e SILVA, 2011)

Nesse contexto, os autores como Freire e Prado (1996), Alves et al., (2013) afirmam que o professor deve aprender primeiro o domínio das TIC, para depois ensinar, evidenciando a importância da preparação de professores nessa área, principalmente no que trata do uso adequado das novas tecnologias. Nesse sentido a formação de professores é essencial para a leitura e a posição crítica frente às tecnologias, e consequentemente a incorporação e integração mútua das TIC às necessidades não apenas pedagógicas, mas que envolva diferentes dimensões no seu uso e manipulação, tais como a dimensão crítica humanizadora, tecnológica, e didática (ALMEIDA, 2007).

Alguns estudos procuram situar investigações tecnológicas no âmbito educacional (ALVES et al., 2013; OLIVEIRA et al., 2013) com propósitos claros de inserção de princípios e diretrizes relativas ao uso e manipulação racional de instrumentos tecnológicos. Propõem-se sempre a melhoria da prática docente e da qualidade do processo ensino-aprendizagem por meio de diversas iniciativas mas pouco se tem feito em objetar projeções futuras de como tais iniciativas repercutem em termos de efeitos concretos de sua utilização.

Neste processo de utilização de novos recursos tecnológicos, Galvão e Mafra (2016) relatam a necessidade de busca pela desmistificação, por parte dos docentes, ao utilizar métodos diferentes e alternativos, como ferramentas facilitadoras do processo de ensino e aprendizagem. Para que isto ocorra, faz-se necessário uma formação permanente por parte do corpo docente, por meio de um manuseio adequado das tecnologias disponíveis. Portanto, tais desafios certamente sempre terão de ser enfrentados pelos profissionais da educação, de maneira que estes consigam trazer para o seu contexto as ferramentas tecnológicas (ARAUJO e MAFRA, 2014).

A robótica educacional, também conhecida como “robótica pedagógica”, é caracterizada por ambientes de aprendizagem onde o aluno pode montar e programar um robô ou sistema robotizado (MALIUK, 2009). A robótica educacional pode ser compreendida como um modelo ou proposta didática que utiliza os fundamentos e recursos tecnológicos da robótica convencional, através de kits didáticos, para auxiliar na aprendizagem e resolução de problemas.

Atualmente, muitas pesquisas (ALBUQUERQUE ET AL.: 2007; D’ABREU e BASTOS: 2015; SANTOS e MENDONÇA: 2016) e várias instituições com foco na pesquisa educacional têm desenvolvido projetos nessa área, principalmente em escolas públicas. No âmbito da gestão governamental, iniciativas educacionais, nesta perspectiva - por parte de secretarias estaduais e municipais - já disseminam a inclusão no currículo escolar da robótica educacional em escolas.

Com a utilização da Robótica Educacional os estudantes podem desenvolver estratégias para selecionar dados relevantes para o entendimento do problema, organizá-los de forma lógica, além de identificar, analisar, implementar e testar possíveis soluções. Segundo Blikstein (2008), estas habilidades integram o que, atualmente é chamado de pensamento computacional, o que certamente contribuem para o processo de desenvolvimento cognitivo e intelectual dos estudantes.

EXPERIMENTO DE ENSINO ALIANDO A ROBÓTICA EDUCACIONAL E A MATEMÁTICA

A partir de tais inferências teóricas, propomos um experimento de ensino aliando a robótica educacional com o ensino da matemática, com base em um conjunto de atividades introdutórias de conceitos e definições matemáticas, tendo como participantes da pesquisa, uma turma de discentes do 7º ano do ensino fundamental e seu professor

de matemática, em uma escola pública de ensino fundamental do município de Santarém. Essas atividades foram dimensionadas com base nas seguintes ações: oficinas, cursos e discussões teóricas, voltadas para a robótica educacional. Estas ações, assim denominadas de experimento de ensino, tinham por objetivo básico, proporcionar um aprendizado do aluno com base em processos formativos, subsidiados através do professor de matemática, através de uma colaboração mútua entre tais participantes.

O planejamento metodológico da pesquisa foi desenvolvido inicialmente com um levantamento bibliográfico, conforme literatura do tema de pesquisa. O levantamento mostra um número crescente de relatos de utilização de Robótica Educacional na Educação Básica para o ensino de conteúdos de Matemática (ALMEIDA, 2007; FAISAL; KAPILA; ISKANDER, 2012; ALBUQUERQUE ET AL., 2007; D'ABREU E BASTOS, 2015; SANTOS E MENDONÇA, 2016; THOMAS et. Al, 2016). Estes relatos reforçam os possíveis resultados positivos em nosso estudo, sobre o ensino de matemática, com base em aspectos tecnológicos.

No desenvolvimento da proposta do experimento de ensino, entre a robótica e a matemática, realizou-se o dimensionamento inicial dos planos de ensino (contemplando a carga horária, o objetivo das atividades, o vínculo com os conceitos matemáticos, as etapas para o aluno entender a execução do objeto robótico e finalizando com atividades práticas com o carro robótico). Esses planos foram base para a operacionalização da pesquisa, por meio de atividades pedagógicas aos estudantes com a finalidade de que o pesquisador-professor possa “ouvir” em detalhes a matemática desenvolvida por eles (STEFFE; THOMPSON, 2000).

Nosso planejamento de experimento de ensino do uso da robótica educacional para a matemática foi organizado em três (03) módulos, totalizando 32 horas/aula, sendo:

- O Módulo I (chamado Nivelamento): teve por objetivo capacitar os alunos para o uso do kit de Arduino (plataforma de prototipagem) trabalhando com os códigos iniciais da programação da placa, sendo requisito de aprendizado para os próximos módulos, como uma introdução aos que não possuem experiência com robótica educacional.
- O Módulo II (Fundamentos): trata das atividades práticas com o uso da Robótica Educacional cujo enfoque são os conteúdos matemáticos de fundamentação sobre razão e proporção entre distância percorrida e o tempo gasto, e fazer os alunos perceberem que, com a força do motor constante, a proporção entre as grandezas (espaço e tempo) se mantém no decorrer de um determinado percurso.
- O Módulo III (Avançado): possuiu o objetivo de desenvolver atividades de demonstrações das relações métricas e teoremas, com enfoque no Teorema de Pitágoras e de Tales, utilizando-se problemas de matemática e técnicas de robótica mais avançadas. A atividade de percurso do carro robótico possui a intenção do formato de triângulo retângulo e cálculo do triângulo

Para cada módulo, os conteúdos foram trabalhados em forma de resolução de um problema ou tema escolhido em planejamento entre pesquisador e professor. No módulo I, o problema foi intitulado *Como programar no arduino?* A ideia central é fazer códigos simples para acender um led, acender e apagar led com delay, conversão de números e elaboração de calculadora. No módulo II, o problema foi *O que preciso para montar carro robótico e como uso na matemática?* Foram apresentadas aos estudantes as estruturas e peças para a montagem do carro e trabalhado a mudança da força do motor, para mostrar a relação de proporção e razão entre tempo e velocidade, para resultar com que o estudante monte um plano cartesiano. No módulo III o problema foi *Como uso o carro para aprender os teoremas de Pitágoras e Tales?* No teorema de Pitágoras, o estudante programará o carro, de tal forma que ele percorra o formato de um retângulo, cortando-o para que transforme em dois triângulos. No decorrer da atividade, o aluno anotou valores e calculou os catetos e hipotenusa com o auxílio conceitual do teorema. Para o Teorema de Tales, o estudante fez o carro percorrer por linhas transversais, calculando os valores solicitados.

PERCEPÇÕES DAS ATIVIDADES DO MÓDULO II

As atividades do módulo II foram realizadas seguindo uma linha exploratória. Com base em Gil (2002), a pesquisa exploratória objetiva desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e idéias respectivas ao tema que está sendo estudado. É nessa fase da pesquisa, que os alunos começam a desenvolver seus primeiros protótipos através da montagem dos robôs, com base na plataforma arduino.

Foram trabalhados os conteúdos matemáticos de fundamentação sobre razão e proporção entre distância percorrida e o tempo gasto, e fazer os alunos perceberem que a razão entre as grandezas (espaço e tempo) se mantém no decorrer de um determinado percurso. A seguir serão discutidas as atividades, que os alunos são nomeados por AX (onde x é o número de identificação):

a) Calculadora simples

Nesta atividade os alunos trabalharam com as operações adição, subtração, divisão e multiplicação. Foi abordado também a conversão de numeração, tais como binários, decimal e octadecimal. A aluna A12 comentou que “*esse assunto é fácil, já vi isso oh ..., mas com arduino fica mais legal e a cada dia da oficina, os códigos não ficam tão complicados, talvez porque estamos nos acostumando*”. Na fala da aluna, percebem-se características próximas da concepção de ZDP, tal como SILVA (2009) apresenta. Se admite, portanto, que a cada mudança, a criança torna-se capaz de aprender conceitos e habilidades mais complexas. O que fez anteriormente, apenas com a assistência, passa a ser independente amanhã, sugerindo-se assim a

organização de um novo nível de desenvolvimento proximal, fornecendo elementos para se pensar o quanto a ZDP não é estática.

b) Sistema Numérico

O objetivo dessa atividade é trabalhar com o conhecimento da conversão numérica. Esse conteúdo não estava no plano de ensino professor, porém pensamos em inserir essa atividade devido a similaridade com a calculadora. A seguir é apresentado o código da atividade:

O aluno A2 comentou que *“essa atividade é parecida com a outra, ainda não tinha estudado esse assunto ai..., com o arduino fica mais fácil”*. Neste comentário, podemos observar o uso da mediação, que para Vygotsky (1988), a interação de um indivíduo com o mundo não é uma relação direta, mas mediada, sendo os sistemas simbólicos os elementos intermediários nessa intervenção. Em termos genéricos, a mediação é o processo de intervenção de um elemento numa relação, que deixa de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento. No caso da atividade, a mediação acontece através do arduino para o aprendizado do conteúdo da matemática.

c) Montagem do carro robótico

Essa atividade empolgou grande parte da turma, pois foi uma experiência que estimulou até os alunos que, nas primeiras atividades, estavam deslocados ou desinteressados nas aulas. O primeiro momento foi apresentado todos os componentes que eram necessários para a montagem do carro. Na Figura 1 é evidenciada a montagem por um dos alunos participantes.



Figura 1 Montagem do carro pelo aluno

Fonte: O pesquisador

Após a montagem do carro, tivemos o momento da inserção dos conteúdos matemáticos, o primeiro foi o plano cartesiano. Todos os experimentos com o carro robóticos foram realizados sob mesa que existia no laboratório de informática. Para essa etapa, além do carro, os alunos usaram trena, o celular e seus cadernos para anotação. A idéia é fazer o carro andar com determinadas distâncias percorridas,

medida pela trena, com a cronometragem do tempo para cada distância, com o celular. As medidas e o tempo usado eram anotados em seus cadernos, formando uma tabela, para após construir o plano cartesiano com os dados da tabela, como mostrado na Figura 2.

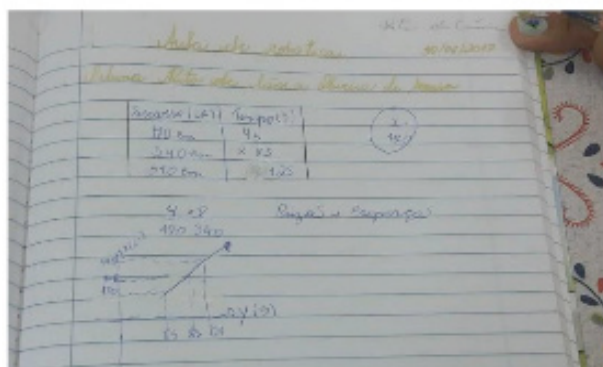


Figura 2 Tabela e plano cartesiano elaborado por A15

Fonte: O pesquisador

A aluna A15 que elaborou a tabela e plano cartesiano da Figura 2, comenta “achei muito interessante... aprendi um pouco da matemática...nunca imaginei que podia aprender com esse carro... gostei muito de aprender a matemática com a Robótica, achei muito divertido”. Nesse comentário, podemos notar novamente a mediação através do objeto robótico para aprender matemática. Vygotsky desenvolve assim, de acordo com Oliveira (1993), a noção de que a relação do homem com o mundo não é direta, e sim uma relação mediada. As funções psicológicas superiores se apresentam de uma maneira que entre o Homem e o mundo existem mediadores, ferramentas que auxiliam a atividade do ser humano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alguns dos resultados gerados por esta investigação apontam que a robótica educacional colabora para o interesse dos alunos e proporciona momentos de significativa aprendizagem dentro da disciplina de matemática. Dessa maneira, o presente artigo teve por intuito de contribuir para a elaboração e a efetivação de uma proposta de experimento de ensino da robótica educacional, com alunos do 7º ano do ensino fundamental em uma escola pública em Santarém - PA. Também fica explícito que com essa experiência dentro das escolas, pode-se perceber que desenvolver o conhecimento das áreas tecnológicas e incentivar seu uso pode trazer resultados esperados por qualquer docente: a participação, o trabalho colaborativo, desenvolvimento do pensamento crítico e o aprendizado de seu aluno.

Para que isto ocorra, faz-se necessário uma formação permanente por parte do corpo docente, por meio de um manuseio adequado das tecnologias disponíveis, pois uma maior interação entre professor-aluno e aluno-aluno pode indicar uma

não restrição apenas às salas de aula, mas sim incorporando novas percepções e dimensões educacionais na realidade do próprio aluno.

Ao pensarmos em trabalhos futuros, projeta-se com a execução de mais módulos, de como a pesquisa abordará a articulação entre a robótica e os conceitos envolvendo as aprendizagens de conceitos matemáticos. Espera-se que os alunos saibam conceituar razão e assim obtendo o contato com os elementos básicos da cinemática, tais como: espaço e tempo. Ao trabalhar com a razão, poderão interpretar a grandeza da velocidade. Os dados organizados e anotados a partir da observação dos alunos ajudarão para a compreensão do plano cartesiano. Também, espera-se que despertem nos alunos o entendimento do conceito de grandezas diretamente proporcionais, mostrando que o cálculo da razão entre as grandezas da força do motor nada mais é do que a velocidade do carro robótico.

No transcorrer das atividades desenvolvidas percebemos obstáculos e limitações para execução da proposta. Pudemos destacar os horários limitados que a escola disponibilizou para o desenvolvimento das atividades, obviamente, devido a fragmentação disciplinar ocasionado pelo quadro de horários bem definidos. Além disso, o desconhecimento da plataforma arduino e suas aplicações voltadas para a robótica, puderam fornecer elementos de projeção desafiadores na articulação das ferramentas tecnológicas para a disciplina de matemática, principalmente por parte do professor da escola envolvido na proposta. Acrescenta-se, a necessidade de tempo de planejamento e de preparação, o qual foi ponderado pelo professor envolvido na proposta, visando a aplicação educacional da robótica, além da limitação do espaço do laboratório, contribuindo assim para a redução efetiva das atividades desenvolvidas.

Em que pese as dificuldades e obstáculos presenciados - durante o desenvolvimento da investigação - os encaminhamentos indicados anteriormente, fornecem um indicador de caminhos norteadores, visando fortalecer atividades extracurriculares para professores e alunos da escola. Objetiva assim, a disseminação do conhecimento científico, ao aprimoramento do público-alvo e à melhoria do ensino de matemática nas escolas públicas da região. Mais do que pensar estas proposições, um objetivo latente é o de proporcionar um espaço de pensamento da pesquisa tecnológica, a partir do desenvolvimento de novos desdobramentos de ações realizadas, com propósitos alternativos para práticas educacionais e que levem em consideração recursos computacionais.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A. P.; MELO, C. M. M.; CÉSAR, D. R. e MILL, D. (2007) **Robótica pedagógica livre: instrumento de criação, reflexão e inclusão sócio-digital**, em 'Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE', São Paulo-SP).

ALMEIDA, M. (2007) As Possibilidades da Robótica Educacional para a Educação Matemática. Revista da Escola Regional de Informática UFRPE. Curitiba. V2, nº 2. p. 366-394.

ALMEIDA, M.E; SILVA, M.G. (2011) Currículo, Tecnologia e Cultura Digital: Espaços e Tempos de Web Currículo. Revista e-curriculum, São Paulo, v.7 n1.

ALVES, A. P. R.; SANTOS, I. L. dos; PINHO, E. M. C. (2013). Formação de Professores e Inclusão Digital na Zona Rural: As Oficinas Pedagógicas do Projeto Incluir. FÓRUM INTERNACIONAL INOVAÇÃO E CRIATIVIDADE INCREA. Disponível em: <<http://www.increa.uneb.br/anais/increa5/e1/Ana%20Paula%20Rodrigues%20Alves.pdf>>. Acesso em: 10 Dez 2014.

ARAUJO, C. A. P; MAFRA, J.R.S. (2014). **A Robótica Educacional na Matemática básica: Uma proposta de aprendizagem colaborativa.** em XXII Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste – EPENN.

BLIKSTEIN, P. (2008) O Pensamento Computacional e a Reinvenção do Computador na Educação. Disponível em: <<https://goo.gl/A7jPru>>, Acesso em 29/02/2017

CAMBRUZZI, E.; SOUZA, R. M. (2013) O Uso da Robótica Educacional para o Ensino de Algoritmos. Disponível em: <<http://www.eati.info/eati/2014/assets/anais/artigo4.pdf>>. Acesso em 15 fevereiro 2017.

CANTINI, M.C, BORTOLOZZO, A.R.S, FARIA, D.S. FABRICIO, F.B.V., BASZTABIN, R., MATOS, E (2006) O desafio do professor frente as novas tecnologias. Disponível em: <<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2006/anaisEvento/docs/CI-081-TC.pdf>>. Acesso em 01 junho 2016.

CASTELLS, M. (2003). A sociedade em rede. Brasil, São Paulo: Paz e Terra.

D'ABREU, J. V. V.; BASTOS, B. L. (2015), **Robótica Pedagógica e Currículo do Ensino Fundamental:** Atuação em uma Escola Municipal do Projeto UCA, em Revista Brasileira de Informática na Educação, Volume 23, Número 3, 2015.

FAISAL, A.; KAPILA, V. e ISKANDER, M. (2012). Using Robotics to Promote Learning In Elementary Grades. In: American Society for Engineering Education, New York.

FREIRE, F.M.P., PRADO M.E.B.B. (1996) Professores Construcionistas: a formação em serviço. Atas do III Congresso Ibero-Americano de Informática Educativa, Barraquilha, Colombia

GALVÃO, A. P.; MAFRA, J. R. e S. (2016) Professores de matemática e suas percepções sobre o uso de tecnologias na sala de aula. 1ª Reunião Científica Regional Norte – Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. 1ª ANPED Norte.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4.ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MALIUK, K. D. (2009) **Robótica Educacional como cenário investigativo nas aulas de Matemática.** Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

MORAN, J. M. (2004). Os novos espaços de atuação do professor com as tecnologias. Conhecimento local e conhecimento universal: diversidade, mídias e tecnologias na educação. Curitiba: Champagnat, v. 2.

OLIVEIRA, Marta Khol de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.** São Paulo: Scipione, 1993.

OLIVEIRA, L. C. de; GUBERT, L. C.; SIMON, M. I. S. (2013). Programa CATIVAR – TIC's na Educação do Campo. 2o Seminário Nacional de Inclusão Digital.

PEARSON. Pearson **divulga novo índice global de educação e mostra que superpotências asiáticas se destacam em termos educacionais.** 2014 Disponível em: <http://portal.pearson.com>.

br/portal/pearson/imprensa/noticias/pearson-divulga-novo-indice-global-de-educacao-e-mostra-que-superpotencias-asiaticas-se-destacam-em-termos-educacionais.htm. Acesso em: 10 Set 2015.

PISA. Brasil no Pisa 2015 – **Análise e reflexões sobre desempenho dos estudantes brasileiros**. 2015. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf>. Acesso em 12 junho 2016.

SANTOS, M. E.; MENDONÇA, A.P. (2016) Aplicação da Robótica Educacional no Ensino das Relações Métricas do Triângulo Retângulo. RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação V. 14 Nº2.

SILVA, A. F. da. RoboEduc: Uma Metodologia de Aprendizado com Robótica Educacional. 127 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2009.

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. (2000). **Teaching experiment methology: Underlying principles and essential elements**. Handbook of research design in mathematics and science education, p.267-306.

THOMAS, A.; GALVÃO, A. P.; PEREIRA, P. M. P. (2016) .Aplicação da Robótica Educacional em escolas públicas: relato de experiência. Anais do 7º Workshop de Robótica Educacional – WRE.

VYGOTSKY, L. S. **Historia del desarrollo de las funciones psicológicas superiores**. LS Vygotsky, Obras escogidas, v. 3, 1995.

VYGOTSKY, L. S. **Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar**. IN: _____; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Ícone: Editora Universidade de São Paulo, 1988, p. 103-117.

UM ESTUDO SOBRE A UTILIZAÇÃO DAS TIC NO CURSO DE LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA DA UFOPA

Neliane Mota Rabelo

Universidade Federal do Oeste do Pará,
Programa de Pós-Graduação em Educação
Santarém – Pará

Aniele Domingas Pimentel Silva

Universidade Federal do Oeste do Pará,
Programa de Pós-Graduação em Educação
Santarém – Pará

José Ricardo e Souza Mafra

Universidade Federal do Oeste do Pará,
Programa de Pós-Graduação em Educação
Santarém – Pará

RESUMO: Este artigo apresenta resultados que integram uma pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação – TIC na formação universitária. A princípio, entendemos que seja possível discutir concepções e compreensões sobre a utilização, implementação e operacionalização de recursos tecnológicos, em turmas de graduação voltadas para a docência. Nesse sentido, a questão central desta pesquisa procura investigar sobre como os estudantes dos cursos de Licenciatura Integrada em Matemática e Física - LIMF, vinculado a Universidade Federal do Oeste do Pará, situada na cidade de Santarém – PA, adquirem e utilizam seus conhecimentos através das Tecnologias de Informação e Comunicação, objetivando sua formação

acadêmica. Os procedimentos metodológicos estão pautados na extração de informações, junto a acadêmicos deste curso, através de depoimentos e questionários aplicados, visando uma análise criteriosa de informações que possam mostrar elementos de inquérito, na busca de informações. Os resultados evidenciados projetam distintas percepções dos alunos, tais como práticas tecnológicas ainda distantes da realidade em sala de aula e que, aos olhos dos professores, se revelam grandes desafios em nossa atualidade. Tais características se mostram necessárias, nos elementos que integram ações pertinentes ao curso de LIMF e voltadas para as aprendizagens de competências e habilidades tecnológicas.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologia da Comunicação e Informação; educação superior; formação universitária.

1 | INTRODUÇÃO

Este artigo trata de uma investigação que tem por objetivo geral compreender a percepção dos estudantes dos cursos de Licenciatura Integrada em Matemática e Física - LIMF, da Universidade Federal do Oeste do Pará - UFOPA, Santarém/PA, sobre a aquisição e a utilização de conhecimentos, relacionados com o uso das Tecnologias de Informação

Comunicação, no seu processo formativo acadêmico.

Este objetivo tem como premissa básica, a busca de uma compreensão de, como estratégias de aprendizagem baseadas nas Tecnologias de Comunicação e Informação (TIC), são utilizadas junto aos discentes do curso de LIMF, com base nas ações pedagógicas realizadas pelos docentes que ministram o rol de disciplinas que compõe o projeto pedagógico do curso (PPC). A pesquisa assim, procura estabelecer parâmetros analíticos entre os elementos que sustentam o PPC, do curso, tais como: sua estrutura curricular, componentes curriculares, atividades práticas e tecnológicas envolvidas, perfil do egresso entre outros, visando encontrar uma correlação possível com as informações obtidas, junto aos discentes do curso.

Sabemos que a nossa sociedade passa por mutações permanentes, dentre elas a mudança educacional, se torna extremamente sensível, a qual a formação docente possui um efeito preponderante e influente, nas gerações futuras. Isso é perceptível em curso, principalmente na área das ciências exatas e que, certamente demandará uma alta performance tecnológica necessária, em termos de conhecimentos e habilidades a serem aprendidas, quando do processo de formação primeira. Nesse sentido, em nossa sociedade, a capacidade de abstração e processamento de informação se torna essencialmente relevante, tendo em vista estarmos inseridos em uma verdadeira sociedade da informação, definida assim por Castells (2005).

Em se tratando de uma dimensão de formação possível, em um curso de formação inicial, considera-se o elemento político e pedagógico, de dimensões inseparáveis para a formação universitária. Entendemos que um ponto alto da discussão sobre o uso e inserção das TIC nos cursos de licenciatura, está direcionada as discussões existentes na proposta do curso, ou seja, sobre o seu Projeto Pedagógico. Para Bicudo (2011, p.125):

[...] o projeto político pedagógico como um documento que abriga a proposta de criação de um curso e, também, que acolhe o movimento de suas transformações ao revelar-se como um instrumento que registra o planejamento para a construção permanente e continua desse curso.

Nesse sentido, o PPC é o documento norteador de um curso e, principalmente, é ele que delineia e projeta a proposta de formação que o curso deve seguir, trazendo todas as informações pertinentes e que são importantes para o desenvolvimento e validação do curso. Nas palavras de Veiga (2000), “É uma proposta de ação político-educacional e não um artefato técnico” (VEIGA, 2000, p. 186). Daí a necessidade de estudarmos como se estabelece os aspectos relacionais envolvidos nos documentos teóricos e como esses aspectos (se) refletem no curso de LIMF, através de ações efetivas “na prática” por parte dos docentes.

2 | FIOS QUE SE ENTRELAÇAM: UMA COMPREENSÃO SOBRE O CURSO DE LICENCIATURA INTEGRADA EM MATEMÁTICA E FÍSICA DA UFOPA.

Nesta pesquisa, procurou-se verificar se a licenciatura em questão oferece ou não uma formação voltada para o uso das TIC, com base nas premissas indicadas no PPC e sua aplicação, no campo operacional docente.

Como um dos procedimentos metodológicos desta investigação, optou-se pela análise documental. Lakatos e Marconi (2003, 174) afirmam que:

A característica da pesquisa documental é que a fonte de coleta de dados está restrita a documentos, escritos ou não, constituindo o que se denomina de fontes primárias. Estas podem ser feitas no momento em que o fato ou fenômeno ocorre, ou depois. (LAKATOS e MARCONI, 2003, p.191)

Foram analisados a estrutura curricular, objetivos do curso, perfil do egresso indicados no PPC do curso e as atividades práticas e tecnológicas envolvidas, caso indicadas, nas ementas das disciplinas. Além disso, foram estudados os planos de cursos das disciplinas e verificação da existência ou não de utilização de componentes relacionados as TIC.

Tendo como base as informações constantes no PPC o curso oferta um total de 3.890 horas, sendo que 375 horas são destinadas a componentes curriculares que abordam conteúdos e práticas de ensino que utilizam as TIC em prol da formação universitária, quer sejam nos conteúdos ou em suas atividades práticas. O PPC nos apresenta um caminho possível de construção da produção do conhecimento desses futuros profissionais como apresentado a seguir:

É preciso um trabalho de reestruturação de conteúdos de modo a tornar o aprendizado do futuro professor licenciado mais eficiente. Aliado a isso, vem a necessidade de novas técnicas de ensino que permitam novas abordagens de certos tópicos. Nesse aspecto, a informática tem seu papel relevante. Em uma sociedade cada vez mais dependente de recursos computacionais é de fundamental importância que os futuros professores saibam lidar com um computador e absorver as possibilidades educacionais que esta máquina pode oferecer: jogos matemáticos, aplicativos para resolução de problemas geométricos, simuladores para experimentos da Física, pesquisa na Internet, software avançados de Matemática e Física, entre outros.(UFOPA, 2015, p.22)

Em uma pesquisa recente desenvolvida por BRATTI (2016) sobre o uso da tecnologia no ensino superior, a autora cita com relação ao papel do professor no ensino:

Assim, a autoridade do professor deslocou-se do conhecimento teórico que possuía (ou pelo menos deveria possuir) para a exigência de uma habilidade de mediação, que até então para muitos ficava em segundo plano. (BRATTI, 2016, p.39)

Com a propagação das TIC há uma necessidade de reorganização das estruturas

dos cursos de graduação com vistas ao atendimento das necessidades educacionais dos futuros professores e as exigências do MEC para autorização e regulação dos cursos superiores. Kenski (2013, p.86) reforça esse argumento ao se referir sobre os caminhos a serem trilhados pelos cursos de formação docente, ao colocar que “[...] precisa se repensar em novos caminhos que garantam a todos a prática docente em novos rumos”.

Um dos objetivos contemplados no projeto pedagógico do LIMF propõe “oferecer instrumentos para o uso apropriado de novas tecnologias e novas metodologias de matemática e física, através de material didático, análise de propostas curriculares e discussão de estratégias de ensino” (UFOPA, 2015, p. 23). Em uma perspectiva de formação docente (IMBERNÓN, 2011, p 22), considera o professor como um agente dinâmico cultural, social e curricular, capaz de “tomar decisões educativas, éticas e morais, de desenvolver o currículo em um contexto determinado e de elaborar projetos e materiais curriculares com a elaboração dos colegas”, situando o processo em um contexto específico controlado pelo próprio coletivo.

Em uma perspectiva tecnológica, quando se propõe oferecer instrumentos para o uso apropriado de novas tecnologias, (KENSKI 2013) coloca como uma nova realidade sendo ainda um dos grandes desafios para o ensino superior brasileiro. Desse modo, em uma visão mais direta deste objetivo proposto percebe-se a intenção do curso em formar seus egressos acompanhando as mudanças impostas pela sociedade no que tange ao uso e apropriação das tecnologias no processo de formação universitária. Desta maneira, o curso vai delineando novos rumos na formação destes egressos. Segundo Kenski (2007):

[...] É preciso que se organizem novas experiências pedagógicas em que as TICs, possam ser usadas em processos cooperativos de aprendizagem, em que se valorizem o diálogo e a participação permanentes de todos os envolvidos do processo. (KENSKI, 2007, p.88)

Também podemos evidenciar que o curso em seu perfil profissional do egresso coloca o discente como “agente modificador” da realidade social, e tem como um dos seus pontos para essa construção profissional “demonstrar capacidade de atuação em áreas afins da habilitação, inclusive adaptação às novas tecnologias, facilitando sua inserção crítica e competente no mercado de trabalho”. (UFOPA, 2015, p. 27).

Não podemos chegar à conclusão do que seria se adaptar às novas tecnologias. Para Kenski (2007) é preciso respeitar as especificidades do ensino e da própria tecnologia para poder garantir que o seu uso, realmente faça a diferença. Primeiramente, precisa-se fazer a adequação das TIC no contexto universitário para depois pensarmos de que maneira adaptar as TIC na realidade dos discentes.

Os pressupostos apresentados nas competências e habilidades tratam dos modos de incorporação das TIC na Educação, apresentam as capacidades, relacionadas às habilidades e competências necessárias ao exercício da profissão na formação inicial

de professores, projetando assim a necessidade de se reconfigurarem, visando o atendimento as novas demandas da atual sociedade e, por conseguinte, o perfil do aluno atendido hoje pela escola de Educação Básica. Assumir novas posturas frente ao novo profissional que se deseja formar, se torna imperativo, na busca por novas inovações que facilitem o alcance de conhecimentos e habilidades pertinentes à era da informação.

As novas inovações pedagógicas colocam os professores a buscarem por novos conhecimentos e novas formas de aprender e ensinar. Nos apontamentos sobre as inovações tecnológicas, Cunha (2014) corrobora que:

Percebe-se que as inovações se materializam pelo reconhecimento de formas alternativas de saberes e experiências, nas quais imbricam objetividade e subjetividade, senso comum e ciência, teoria e prática, cultura e natureza, anulando dicotomias e procurando gerar novos conhecimentos. (CUNHA, 2014 p.13)

No PPC do curso investigado temos como habilidades e atitudes as seguintes: perceber a conexão entre a Matemática e a Física e sua produção interna com as questões mais atuais do mundo contemporâneo, sua utilização, fins e produção externa bem como seus reflexos na dinâmica mundial (UFOPA, 2015, p. 28). Com a inserção das TIC mesmo que de forma gradativa na formação, a educação superior preencherá as lacunas do “fosso tecnológico”, como diz Kenski (2013) apud Michel Lewis (2001), não criando mais as largas barreiras mencionadas pelo autor entre os alunos e professores. Percebe-se que com o passar dos anos a tecnologia já se faz tão presente quanto à roupa que usamos se encaixando perfeitamente o uso das TIC dentro desta habilidade proposta pelo curso o de inserir os discentes nas questões atuais do mundo contemporâneo.

Outra habilidade que o documento apresenta é saber fazer uso de tecnologias e dispositivos de mídia, como suporte nas suas atividades diárias e profissionais (UFOPA, 2015, p. 29). Desta maneira, esse profissional tem a possibilidade de quebrar a rotina tradicional de aulas expositivas. A nova cultura da sociedade da informação passa ao largo dos cursos e das aulas (presenciais e a distância) no ensino superior Kenski (2013, p.70).

Integrar, no processo do ensino-aprendizagem, experiências diversas, e que estejam relacionadas a este processo, vivenciadas pelos sujeitos integrantes do espaço escolar (UFOPA, 2015, p. 29) é uma das habilidades aparentemente genérica do documento, pois pode se aplicar essa habilidade em qualquer área do conhecimento. Deste modo, é totalmente moldável no que tange ao uso e inserção das TIC em um curso de formação, visando a projeção de ações pertinentes ao ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem, que envolve cognição, transformação cultural e social, de acordo com Kaptelini & Nardi (2012) apud BANELL (2016), caracterizando uma atividade voltada para a aquisição e a utilização dos conhecimentos gerados :

A Teoria da Atividade oferece uma perspectiva sociocultural para essa área, pois pressupõem que os usos humanos da tecnologia só podem ser compreendidos no contexto de sua intencionalidade, de sua mediação e do desenvolvimento da interação entre “sujeitos” ativos e o mundo. (BANELL, 2016, p.64)

Outro aspecto relevante detectado nas competências expostas pelo documento é a de “Elaborar propostas para a utilização das novas tecnologias e de recursos de mídia que possam ser instrumentos de apoio e suporte no processo de ensino e aprendizagem da Física e da Matemática” (UFOPA, 2015, p. 29). Com base nesse indicador, percebemos que a produção, concepção e o uso de artefatos tecnológicos impõem mudanças na organização do conhecimento e nos métodos de trabalho dos docentes, ocasionado de forma gradativa uma mudança de percepção e de expectativas, relacionadas a maneira de pensar e ensinar.

3 | ANALISANDO, DO PONTO DE VISTA PRÁTICO, A UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS NA PRÁTICA DIÁRIA DA DOCÊNCIA NO ENSINO SUPERIOR, NO CURSO DE LIMF

Ao analisarmos o PPC, percebe-se claramente na distribuição da carga horária dos componentes do curso, a carga horária destinada à prática, onde deve ser enriquecida com elementos voltados para os estudos sobre tecnologias de informação, desta maneira promovendo a articulação entre os conteúdos teóricos e práticos e que tenham um sentido para a formação docente, relacionada com a formação em questão.

As informações obtidas, junto a acadêmicos do curso de LIMF, através de questionário aplicado e de depoimentos colhidos, foram efetivadas durante o desenvolvimento do componente curricular Geometria Plana, quando da ocorrência das aulas ministradas no laboratório de informática, referente a carga horária prática da disciplina. Assim, foi possível obter informações pertinentes, de forma a verificar se o uso das TIC é realizado pelos docentes do curso, também em outras disciplinas. Quanto inquiridos sobre qual(is) a(s) tecnologia(s) de ensino, foram mais utilizadas pelos docentes? Obteve-se as seguintes respostas, que serão representadas através do Gráfico 1:

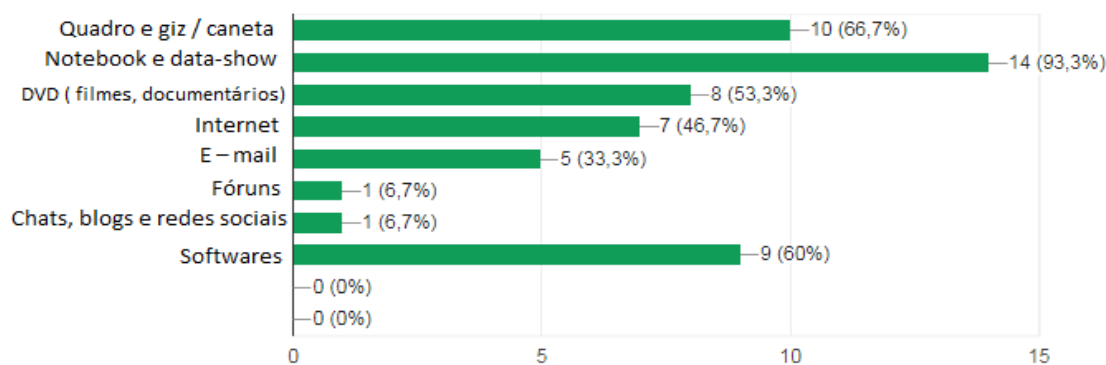


Gráfico 1: Tecnologias usadas pelos docentes.

Fonte: Dados extraídos do questionário (2018).

A pergunta era de múltipla escolha possibilitando maior flexibilidade nas respostas dos participantes. Kenski (2012, p. 89) informa que “é preciso que o professor saiba utilizar adequadamente, no ensino, essas mídias para poder melhor explorar suas especificidades e garantir o alcance dos objetivos do ensino oferecido”. Neste interim, percebe-se que a maioria dos docentes utiliza somente os recursos usuais como o Notebook e data-show, quadro e giz.

A turma tinha em média 18 participantes por aula, sendo ministradas aos sábados pela manhã. Tivemos a oportunidade de participar, como observadores, de algumas dessas aulas e conversamos com os alunos que se fizeram presentes neste dia. Percebe-se, através de questionários aplicados e dos depoimentos obtidos, que a prática tecnológica ainda está longe de se concretizar neste curso. Percebe-se através do Gráfico 1, que a utilização de fóruns, chats, blogs, e-mail e internet, são pouco utilizadas não se fazendo uma prática nos componentes cursados pelos participantes.

No componente Geometria Plana, em um primeiro momento houve a apresentação do software Geogebra que seria o recurso tecnológico responsável pela mediação dos conteúdos teóricos e a prática em si. Os discentes com a mediação do professor, procuravam articular a teoria ministrada nas aulas teóricas, ministradas anteriormente, com a prática. Um dos conteúdos trabalhados foi Introdução a Triângulos. No decorrer da aula, percebeu-se que muitos discentes desenvolvem com habilidades introdutórias as questões solicitadas e respondidas através do GeoGebra, incluindo-se aí dois alunos de origem indígena. Durante o acompanhamento da turma, verificou-se que, ao invés de utilizarem o papel, a régua e o quadro para construções estáticas, o uso de recursos tecnológicos podem auxiliar as construções solicitadas, ampliando as possibilidades de produção de conhecimento de maneira dinâmica e inovadora, percebendo de forma clara as alterações dos ângulos, vértices e pontos do triângulo.

A influência da tecnologia é percebida em diferentes setores da sociedade, e, no campo educacional, não é diferente, o que tem exigido do professor a adoção de novas atitudes, o domínio de novos saberes, a exigência de criatividade e inovação, além da necessidade e do compromisso constante com o processo de formação.

Ao final da aula, ao serem inquiridos sobre o uso de tecnologias e sua inserção na prática docente dos professores responsáveis pelos processos formativos, obteve-se as seguintes informações, obtidas através dos seguintes depoimentos:

MF 01: “Muitas aprendizagens, hoje, ocorrem via dispositivos computacionais. Jogos, comunicações pessoais, conversas on-line, plataformas e programas de aprendizagens específicas entre outros. Contribuem para o desenvolvimento de habilidades e competências, dentro de uma determinada área de conhecimento”.

MF 14: “As tecnologias auxiliam e ajudam muito na aprendizagem, pois, como por exemplo, podemos constatar na prática, por meio de aplicativos ou softwares, o que vemos teoricamente na sala de aula. Como podemos citar, um aplicativo que auxilia muito na compreensão de geometria é o GeoGebra”.

Tais registros mostram uma possível contribuição para os processos de produção de conhecimentos, em que pese as limitações apontadas de muitos docentes, em relação ao uso e domínio das tecnologias.

Em algumas falas e depoimentos dos alunos, percebe-se até uma iniciativa, por parte do docente, em relação ao incentivo ao uso do laboratório de informática, mas não adentram especificamente, nos conteúdos relacionados com os propósitos da disciplina. Estes encaminhamentos, fornecem indicadores muito incipientes para o uso efetivo das TIC no ensino superior, contribuindo pouco, em termos de processos formativos, para aquilo que Moran discute (2013), ao se referir sobre a produção de conhecimento com autonomia, com criatividade, com criticidade e espírito investigativo, atributos capazes de provocar a interpretação do conhecimento e não apenas sua aceitação.

Tais considerações apontam para a necessidade ainda permanente de a formação docente, apresentar indicadores consistentes sobre o papel das TIC, no contexto da formação docente, ainda no contexto universitário. Tal formação deve ser transformadora, visando a quebra de concepções, crenças e atitudes perante as tecnológicas educacionais, além de agregar o domínio dos novos saberes. Assim, será possível um caminho satisfatório para a integração do uso das tecnologias, em estreita articulação com os conteúdos ministrados, tal como Imbernón (2011, p.41) apresenta: “o processo de formação deve dotar os professores de conhecimento, habilidades e atitudes para desenvolver profissionais reflexivos ou investigativos”. Com isso, espera-se que o processo formativo, seja importante para a mudança do perfil das futuras gerações de professores.

4 | CONCLUSÃO

Neste trabalho procurou-se mostrar de que forma as TIC estão presentes no documento norteador do curso e nos processos formativos envolvidos. Ao citarmos as disciplinas obrigatórias destinadas a formar os futuros profissionais da educação para o uso das TIC, visualizamos a necessária inclusão de práticas tecnológicas docentes, necessárias em um currículo de um curso superior e o quanto elas se tornam importantes e relevantes para a orientação formativa dos futuros professores, visando a aquisição de uma base tecnológica mínima possível, para o seu desenvolvimento profissional.

Em contraste, revela, na prática, o quanto nossos cursos ainda estão distantes de uma formação mínima, de base tecnológica. Em relação ao curso de LIMF, isso pode fazer uma diferença significativa na formação universitária, dos atuais graduandos. Não basta apenas estarem alocadas no PPC, mas sim que estas práticas, atitudes e comportamentos tecnológicos, possam estar presentes na forma como se fornece o processo de aquisição e incorporação de conhecimentos, na sala de aula. Com este intuito, Kenski (2013) corrobora que:

[...] O compromisso social da universidade com o avanço do conhecimento e com a inovação precisa alcançar as salas de aula de graduação e pós-graduação. O processo de ensino-aprendizagem não pode se desvincular dos processos de investigação, e, por consequência, é necessário que seja compreendido como um desafio à inovação. (KENSKI, 2013, p.76)

Estes encaminhamentos permeiam a necessidade de um aprofundamento crítico sobre o uso e o potencial educacional relacionado às tecnologias, serem um fator de discussão, especialmente quando se trata da discussão em cursos de formação docente. Segundo Moran et al. (2000, p.135), “Nos próprios cursos do ensino superior, o uso da tecnologia adequada ao processo de aprendizagem e variada para motivar o aluno não é tão comum”, fornecendo assim uma perspectiva de como as TIC podem ser inseridas e configuradas, a partir de novos cenários educacionais.

É possível considerar através do rol de componentes presentes no documento, que o curso coloca as TIC como um instrumento prático de mediação tecnológica para seus discentes, mas, é necessário confirmar, na prática, se a *prática* é efetivada. As disciplinas abordadas devem fornecer um suporte para que os discentes consigam desenvolver ao longo do curso competências e habilidades tecnológicas para o uso das TIC em sua profissão, tornado desta maneira o aprendizado do futuro professor mais consciente das necessidades de inclusão dos usos das TIC nas salas de aula da Educação básica.

O PPC apresenta de forma satisfatória a presença das TIC no processo formativo dos discentes, isso demonstra que o curso está inovando, buscando uma maneira de apresentar o uso das TIC como forma de contribuição no processo de ensino aprendizagem dos discentes fazendo com que esses futuros professores possam ter

autonomia quanto ao uso das tecnologias em suas salas de aula. São essas novas inovações pedagógicas dos cursos que podem auxiliar de forma direta os futuros profissionais frente a sua atuação.

Através de pequenas mudanças nos cursos e principalmente na inclusão de componentes curriculares voltados diretamente para o uso das TIC, revela-se uma mudança de postura nos cursos de licenciatura, que nortearão futuramente mudanças e avanços no seu uso, na formação universitária e na atuação docente, com repercussões claras na docência da educação básica.

Entretanto, não podemos afirmar se esses elementos disciplinares encontrados realmente compõem a prática em sala de aula. Uma pesquisa participativa, a ser realizada a médio prazo, irá confirmar ou não o uso dessa premissa na visão dos discentes e docentes do curso investigado. Com a observação em outros componentes curriculares, além de depoimentos e registros complementares a serem obtidos com os discentes do curso de LIMF, esta pesquisa poderá delinear de forma mais precisa e discutir características presentes ou ausentes, nas práticas que compõem elementos disciplinares do curso investigado.

Ao verificarmos as primeiras impressões sobre a proposta de investigação em desenvolvimento, vemos o quanto a formação de novos profissionais aptos a acompanhar as mudanças do campo educacional e da sociedade devem estar articulados com a proposta pedagógica de um curso superior. Esta articulação passa essencialmente pela necessidade de um quadro de professores comprometidos com as necessidades da sociedade atual, a sintonia de um projeto pedagógico de curso atualizado e o apoio institucional, visando a oferta de cursos de formação de professores de qualidade.

REFERÊNCIAS

BANELL, Ralph Ings (Org.). Educação no século XXI: cognição, tecnologia e aprendizagem. São Paulo: Vozes, 2016, p.64.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica. 1ªed. São Paulo: Editora Cortez, 2011, p. 125.

BRATTI, M. P., Tecnologia no ensino superior: da prática almejada à prática possível. 1ª ed. São Paulo: Editora Mackenzie, 2016. p.39 – Coleção saberes em tese; v.15)

BRASIL. Resolução CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf>. Acesso em: 10 jan.2017.

CASTELLS. M. A sociedade em rede: do conhecimento à política. In: CASTELLS. M; CARDOSO, G. (ORG). **A sociedade em rede**: do conhecimento à ação política. Lisboa: Centro Cultural de Belém, 2005. Disponível em: http://www.egov.ufsc.br/portal/sites/default/files/anexos/a_sociedade_em_rede_-_do_conhecimento_a_acao_politica.pdf.

CUNHA, M. I; ZANCHET, B.M. **Desenvolvimento Profissional Docente**. Form. Doc., Belo Horizonte,

v. 06, n. 11, p. 11-22, ago./dez. 2014. Disponível em <http://formacaodocente.autenticaeditora.com.br>

IMBERNÓN, F. Formação docente e profissional: formar a mudança e a incerteza. 9ª ed. São Paulo: Cortez, 2011. – (Coleção questões da nossa época; v. 14)

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007. p. 88 – (Coleção Papirus Educação)

KENSKI, V. M. **Tecnologias e tempo docente**. Campinas-SP: Papirus, 2013. (Coleção Papirus Educação)

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. - 5. ed. - São Paulo: Atlas 2003.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas-SP, Papirus, 2000.

VEIGA-NETO, A. Educação e Governamentalidade Neoliberal: Novos Dispositivos, Novas Subjetividades. In: BRANCO e PORTO CARREIRO (org.) Retratos de Foucault. Rio de Janeiro: NAU, 2000. p.179-232.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ. Instituto de Ciências da Educação. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura Integrada em Matemática e Física, Santarém: UFOPA, 2015

AS MATEMÁTICAS NA *ENCYCLOPÉDIE* E O CASO DA MÚSICA

Carla Bromberg

RESUMO: A *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné* editada por Denis Diderot (1713-1784) e Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) foi uma das obras que contribuiu para a divulgação das ciências, das letras e artes durante o século XVIII. A organização do conhecimento ali proposto foi de certa forma uma modificação da classificação anteriormente desenvolvida na obra *De augmentis* de Francis Bacon (1561- 1626). De acordo com a classificação enciclopédica, as matemáticas foram divididas entre puras e mistas, encontravam-se na seção razão e incluíam a música. Apesar da adoção do sistema de Bacon, da construção de uma árvore genealógica e de etimologias que puderam favorecer a organização dos tópicos e de seus conteúdos, a *Encyclopédie*, como se sabe, foi fruto da compilação de escritos comissionados a inúmeros autores. Um mesmo tópico, como as matemáticas, foi fragmentado em verbetes cujas autorias foram diversas. Estes autores, assim como os próprios editores, assumiram diferentes posicionamentos filosóficos e possuíam formações e objetivos que não podiam ser mais diversos. Desta forma, ao contrário de uma visão homogênea e coerente das áreas do conhecimento e de suas particularidades, as ciências/ artes aparecem classificadas

através de verbetes cujos posicionamentos muitas vezes são conflitantes. Neste trabalho, pretende-se identificar os parâmetros utilizados para a classificação das matemáticas e analisar o posicionamento e natureza da música focando principalmente nos verbetes a elas relacionados, assim como nos principais textos de introdução e reflexão dos editores.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática e Música, Enciclopédia, Classificação do Conhecimento.

THE CLASSIFICATION OF MATHEMATICS IN THE *ENCYCLOPÉDIE* AND THE SPECIAL CASE OF MUSIC

ABSTRACT: The *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné* edited by Denis Diderot (1713-1784) and Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) was probably the most important work to contribute to the dissemination of sciences and arts during the 18th century. The classification system developed by the editors was, in a way, a modification of Francis Bacon's *De augmentis*, in which the mathematical sciences was divided into pure and mixed sciences, under the faculty of reason and included the science of music. As it is known, the editors had constructed their own knowledge tree and had also developed etymologies, aiming at organizing the whole content of knowledge. Nevertheless, the

Encyclopédie had not come to be considered a uniformed text due to the diversity of contributors and the numerous commissions of entries. Topics - such as mathematics, would be advanced by different authors, with different theoretical and philosophical traditions. Therefore, far from presenting an homogeneous and coherent organization of the fields of knowledge, the *Encyclopédie* provides many conflicting instances of such classifications. In this chapter, we would like to identify some of the parameters used in the classification of mathematics with special attention to the definition and nature of music. We have chosen specific excerpts from the introduction, texts in which the editors offer us their thoughts on the topic and entries related to music.

KEYWORDS: Mathematics and Music, Encyclopedia, Knowledge Classification

1 | INTRODUÇÃO

A *Encyclopédie* foi uma grande obra do século XVIII inicialmente planejada como uma tradução da *Cyclopaedia* inglesa de Ephraim Chambers (1680-1740). O empreendimento partiu do livreiro e tipógrafo André-François Le Breton, que em 1745 contratou os serviços de Diderot para a tradução francesa (DARTON, 1996). O projeto inicial acabou afastando-se da ideia de tradução, para tornar-se um empreendimento intelectual de grande proporção. Seus dois principais editores foram Denis Diderot (1713-1784) e Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) e inúmeros autores colaboradores.

No Prefácio da *Encyclopédie*, d'Alembert explicou que a obra possuía dois propósitos: como enciclopédia, deveria expor de forma organizada a ordem e a relação dos conhecimentos humanos, e como dicionário das ciências, artes e ofícios, deveria prover sobre cada ciência e arte, fossem elas liberais ou mecânicas, os seus princípios gerais, sobre os quais se baseiam, assim como os detalhes essenciais que constituem o corpo e substância das mesmas.

A organização do conhecimento ali proposto foi de certa forma uma modificação da classificação anteriormente desenvolvida na obra *De augmentis* de Francis Bacon (1561- 1626), e de acordo com ela, as matemáticas encontravam-se na seção razão, foram divididas entre puras, mistas e físicas e incluíam a música (DIDEROT, D'ALEMBERT, 1751, vol.1, p.i-xlv).

2 | CLASSIFICAÇÃO DO CONHECIMENTO

2.1 MATEMÁTICAS

Na *Encyclopédie*, para chegarmos às áreas de conhecimento propriamente ditas, somos introduzidos ao método da classificação. A primeira divisão que aparece no *Discourse Préliminaire* distingue entre duas formas de conhecimento: o direto e o reflexivo. A primeira forma designa os conhecimentos que temos de forma involuntária, “que entram em nossa alma sem resistência” e que acontecem através dos sentidos. A segunda forma designa aqueles conhecimentos que o entendimento adquire atuando

sobre os conhecimentos diretos; porque os relaciona (DIDEROT, D’ALEMBERT, 1751, vol.1, p.i-*xliv*).

As matemáticas são apresentadas na seguinte ordem: a geometria que tem por objeto a extensão, a aritmética ou a arte de expressar a relação entre os números, e a álgebra. Embora não seja nesta seção que d’Alembert faz a repartição tripartida da matemática em pura, mista e físico-matemática, paradoxalmente é aqui que explica a físico-matemática. As ciências físico-matemáticas são aquelas matemáticas que deduzem com uma única observação um grande número de inferências próximas às verdades geométricas. Elas se valem dos cálculos matemáticos nos experimentos.

Uma segunda classificação das matemáticas, se dá nas observações que os editores fazem acerca da proximidade e/ou modificações da sua classificação com relação à classificação baconiana, no trecho *Observations sur la Division des Sciences du Chancelier Bacon* (DIDEROT, D’ALEMBERT, 1751, vol.1, p.i-*xliv*). Aqui, a menção feita às matemáticas é rápida e apenas expõe a sua proximidade das noções oferecidas por Bacon, separando-as em mistas e puras.

Uma terceira classificação se dá na explicação do Sistema do Conhecimento Humano (DIDEROT, D’ALEMBERT, 1751, vol.1, p.*xlvii*). Desta vez, é Diderot quem apresenta as matemáticas, no grupo razão, na subdivisão da filosofia como ciência da natureza a qual, por sua vez, é dividida em física e matemática. Ele explica que de acordo com a forma reflexiva de conhecimento recebemos dos sentidos o conhecimento das coisas reais como: os elementos, o clima, as coisas da história natural, mas também o conhecimento das abstrações como: cor, som, calor, fluidez, peso, forma, movimento, duração, extensão, quantidade e impenetrabilidade. Algumas destas abstrações são aplicáveis a corpos individuais e assim tornam-se objetos da física geral ou particular, enquanto que o objeto da matemática é a quantidade, outra das propriedades gerais dos corpos.

Ele define então, a quantidade como aquilo que pode ser aumentado ou diminuído, podendo ser considerada tanto independentemente de qualquer coisa real ou abstrata, como também nas coisas reais ou abstratas, ou em seus efeitos.

Segundo ele, pensar nessas considerações é o que nos permitiria saber diferenciar entre a matemática pura, mista ou física. Diderot parece considerar a quantidade abstrata como o objeto da matemática pura. Segundo ele, se fosse numerável, seria objeto da aritmética e se fosse extensível, seria objeto da geometria. Já o objeto da matemática mista seria a quantidade considerada nas coisas. Diderot explica o caso da mecânica (estática e dinâmica e suas divisões como a hidráulica e a balística), da cosmografia, da geografia, da gnômica, da pneumática dentre outras. No caso da quantidade considerada quanto ao som, se considerássemos o seu movimento, intensidade, reflexão e velocidade, teríamos o objeto da acústica.

2.2 MÚSICA

Dentre e por vezes afora das matemáticas, a música é um tópico abordado em inúmeros verbetes e diversas classificações. No *Discourse Préliminaire*, como mencionado, a matemática e a música aparecem em subdivisões do pensamento reflexivo. Este pensamento consistia de ideias que criamos para nós mesmos, imaginando e conectando coisas similares àquelas que são os objetos diretos de nossas ideias.

Ainda no *Discourse*, provê-se a distinção entre as ciências e as artes. As ciências são distinguidas das artes por serem especulativas, enquanto as segundas são práticas. Embora, como confessavam os editores, não era tão simples reconhecer esta distinção, pois haveria conhecimentos nos quais a especulação se uniria à prática.

Eles nomeiam as Artes como sendo um sistema de conhecimentos que possa ser reduzido a regras positivas, invariáveis e independentes da opinião ou do capricho. Em uma etapa posterior, acabam também as distinguindo das artes mecânicas, por estas últimas serem artes que “limitadas aos corpos exteriores, precisam unicamente da mão para serem executadas” (DIDEROT, D’ALEMBERT, 1989a, p.43). Não obstante, na sequência, propõem a música dentre as Belas Artes, como a última das artes na ordem de imitação, concluindo-se que “a música que nada pinta é somente barulho” (DIDEROT, D’ALEMBERT, 1989a, p.43).

Na segunda parte do *Discourse Préliminaire*, d’Alembert explica que, considerando a *Encyclopédie* agora como um dicionário, descreveria a música como próxima das *Belles lettres* (D’ALEMBERT, 1989a, p.68). A definição de Arte passa também pela ideia de que seu objeto último seja o prazer. Assim, o verbete “som” da *Encyclopédie* é definido primeiramente de acordo com a física, explicando que a natureza do som é objeto de estudo do físico, enquanto suas alterações sensíveis são responsabilidade do músico. Chambers, em sua *Cyclopaedia* havia definido o som como o objeto da música, que não era nada mais do que a arte de utilizar os sons sob certas circunstâncias de ordem e afinação, de uma maneira a conseguir sensações agradáveis (CHAMBERS, 1753, p.100).

Havia uma ciência responsável pela definição do som. Ela havia sido definida pelo matemático e médico Joseph Sauveur (1653-1716). Esta ciência, insistia Sauveur, não era a ciência da Música. Ele explicava que acreditava ter cunhado uma ciência superior à Música, visto que, a Acústica tinha por objeto o som de forma geral, enquanto a Música tinha por objeto somente os sons agradáveis ao ouvido (MAXHAM, 1976, vol. II, p.1-2). Sauveur também defendia que, para tratar desta ciência, ele deveria explicar qual era a natureza do som, o funcionamento do órgão auditivo, e em detalhes, as propriedades do som, para que se pudessem inferir as causas da concordância ou discordância dos sons.

Importante é ressaltar, que a Música e a Acústica eram ciências apartadas. A Música, até o século XVIII, era uma ciência preponderantemente de tradição

matemática, especificamente aritmética e de cunho especulativo. Seus estudiosos não se preocupavam com o que conhecemos por prática musical (as habilidades de tocar, cantar, compor e etc). Contudo, havia simultaneamente, interesses na investigação da acústica, que incluía leis sobre a vibração dos corpos, sobre a velocidade do som, construção dos instrumentos musicais, assim como na audição e fisiologia humana. Tópicos que por vezes eram comuns a ambas as áreas.

A tradição matemática da música, que se estendeu ao século XVIII, pode ser evidenciada através da análise dos escritos dos teóricos do século XVII, e autores do XVIII. Jean Jacques Rousseau (1712-1778), o principal colaborador de textos na área da música, valeu-se de Marin Mersenne (1588-1648) e Sébastien de Brossard (1655-1730) que, por sua vez foram referência, juntamente de René Descartes (1596-1650) para outros autores do século XVIII, como Jean Philippe Rameau (1683-1764) (BROMBERG, 2014a).

D'Alembert, no verbete “matemática física”, listou as duas ciências, a Música e a Acústica juntamente da Mecânica, da Hidrostática, da Hidráulica e da Óptica (DIDEROT, D’ALEMBERT, 1765, vol.12, p.536-37).

No verbete “harmonia”, assinado também por d'Alembert, foi provida a definição matemática da música acompanhada de narrativa histórica, uma narrativa da disputa sobre a autoria da descoberta dos sons graves harmônicos que teria acontecido entre Sr.Tartini e Mr.Romieu da *Société Royale des Sciences de Montpellie*.

3 | OS AUTORES, AS TRADIÇÕES FILOSÓFICAS E TEXTUAIS

Os dois principais editores da *Encyclopédie* contribuíram com muitas entradas para a obra e tiveram em amigos filósofos, como Jean Jacques Rousseau e Étienne Condillac (1714-1780) inúmeras contribuições. Na relação com a matemática música, foram três os principais colaboradores: d'Alembert, com sua formação matemática e física; Diderot com sua aproximação às artes mecânicas e a descrição visual e do funcionamento dos instrumentos e Rousseau, o autor escolhido para a maior parte dos verbetes musicais.

No *Discourse Preliminaire*, d'Alembert apresentou Rousseau como o autor dos verbetes sobre Música, enquanto ele próprio seria o responsável pelos verbetes das Matemáticas e da Física.

Contudo, as contribuições não estavam puramente relacionadas ao rigor de seus conteúdos. Ou seja, os autores aproveitavam os verbetes para defender suas narrativas ou teorias em detrimento de outras, ou para responder a acusações de outros autores.

Diderot por exemplo, havia publicado o verbete “Arte” juntamente de panfletagem em resposta a certas colocações feitas no *Journal de Trévoux*, então dirigido por padre Castel. No caso de Rousseau, ele havia sido o segundo autor a ser chamado para escrever os verbetes sobre música. Inicialmente havia sido a obra teórica

de Jean Phillip Rameau (1683-1764) que atraía o foco dos editores, mas, após desentendimentos, Rousseau havia sido convidado para a função. O abade Condillac, d'Alembert e o historiador da época, Jean Benjamin de Laborde, entendiam a obra de Rameau como um sistema de ciências análogo aos sistemas propostos por Isaac Newton (CHRISTENSEN, 1993, p.7). O secretário perpétuo da *Académie Royale des Sciences*, em um reporte da década de 1760, explicava que o princípio da harmonia de Sr. Rameau era tão verdadeiro quanto era o da Ótica de Newton (*Histoire*, 1750, p.337).

Rameau, que era também um músico de renome, pleiteava reconhecimento como estudioso da música na *Académie Royale des Sciences*. D'Alembert havia se dedicado ao estudo da obra de Rameau, a qual havia sintetizado e explicado em seu *Éléments de Musique Théorique et Pratique* (1752). Nesta obra, d'Alembert esclarecia que a Música era para ser entendida como arte e ciência. Arte porque buscava o prazer, e ciência, por ser reduzível a primeiros princípios.

A recorrência aos primeiros princípios, uma estrutura matemática e a presença do som como qualidade sonora (intervalos e escalas musicais eram expressos por relações de razões de números inteiros e não por unidades referentes à percepção sonora, ou frequência) indicavam ainda a natureza matemática da música.

Nos documentos do século XVI e XVII, adotados pelos autores do XVIII, a música encontrava-se classificada dentre as ciências subalternas. As ciências subalternas eram ciências que, de acordo com uma noção aristotélica de ciência, podiam possuir o mesmo objeto da ciência primeira, no caso a Música (subalternada) o mesmo da Aritmética (subalternante) ou parte deste, e compartilhavam os seus primeiros princípios. Essa classificação possibilitava às ciências matemáticas uma forma de lidar com os aspectos tanto quantitativos quanto qualitativos. Era uma forma de esclarecer o elemento natural da ciência. No caso da música, o aspecto sonoro, por isso, o objeto denominado número sonoro (BROMBERG, 2014c).

Em sua *Cyclopaedia*, Chambers também explicou que seria suficiente, para que certas artes fossem consideradas ramos da matemática mista, serem definidas e demonstradas pelos mesmos princípios da aritmética ou da geometria. Contudo, dividiu as matemáticas de acordo com a sua finalidade, em especulativa e prática e enquanto na *Encyclopédie*, a música aparecia também classificada no subconjunto de *mathematicae mediae* ou *mixtae*.

De acordo com a matemática, o verbete “Música” de Rousseau estaria seguindo os desígnios traçados por d'Alembert. Tomada como a ciência das magnitudes de forma geral, a matemática era a chave de descoberta para ciências como a mecânica, a música e a astronomia, que não eram as puramente matemáticas como a aritmética e a geometria (BROWN, 1991, p.86). Basicamente, a matemática mista, seguia aqui o conceito de Bacon (PIRES, 2008), que por sua vez classificara a matemática na metafísica, mas a dividia em pura e mista, tendo na mista, aquela ciência que lidava ao mesmo tempo com a quantidade e a matéria (BROWN, 1991, p.83). Rousseau também

dizia que a música era como a ciência dos sons que afetavam de maneira agradável ao ouvido, ou a arte de dispor e conduzir bem os sons; que de suas consonâncias, sucessão e de suas durações relativas resultavam sensações agradáveis (DIDEROT, D’ALEMBERT, vol.10, p.898).

No Dicionário de Música de Sébastien Brossard, o único sobre música a ser publicado na França antes da *Encyclopédie*, o termo “Música” designava tanto a ciência dos sons, como das proporções harmônicas. Brossard chamava a atenção para o fato do termo ser utilizado, de forma geral, para tudo “que era harmônico, ou seja, que apresentasse ordem e boa disposição” (BROSSARD, 1708, p.73). O conteúdo exposto por Brossard em seu dicionário era bastante similar ao verbete *Music* da *Cyclopaedia* de Ephraim Chambers.

Com relação à presença da acústica dentre as matemáticas mistas é preciso considerar as colocações que foram feitas anteriormente e ater-se ao fato das matemáticas mistas não serem análogas, ao que chamamos hoje de matemáticas aplicadas. As matemáticas mistas se opunham a uma matemática puramente especulativa, mas não podem ser consideradas uma matemática aplicada (ROUX, 2010). Embora o verbete “*Application*” apareça na *Encyclopédie*, a sua noção remete a outro tipo de relação. D’Alembert explicava que aplicação de uma ciência à outra se dizia ao usar os princípios e as verdades pertencentes a uma para aperfeiçoar a outra. Para ele, aplicar, em geral, é relacionar uma ciência/arte com outra. A aplicação de uma ciência à outra se daria entre ramos diferentes da matemática e em ambas as direções (ou seja, entre mista e pura, ou entre pura e mista, ou entre física e pura, ou entre física e mista, etc). Segundo Eppele *et.al.* (2013), d’Alembert entende que a noção de aplicação era objeto de uma consideração epistemológica diversa da que será entre pura e aplicada nos séculos XIX e XX. Para o autor, d’Alembert está tentando construir relações entre ciências que sejam úteis para a vida e o melhoramento humano. Contudo, esta colocação de d’Alembert não passou despercebida por Diderot que, em *Pensées sur l’interprétation de la nature*, publicado três anos após o primeiro volume da *Encyclopédie*, fez modificações no verbete *Application*.

4 | CONCLUSÕES

Frente ao corpo heterogêneo de definições sobre a arte/ciência e matemática-música-acústica nos dicionários e enciclopédias da época, percebe-se uma simultaneidade de definições as quais demonstram o caráter não dicotômico da arte-ciência naquela época. O dilema desta dicotomia pertence ao século XX, e muitos historiadores, que o imputam aos escritos dos séculos XVII e XVIII acabam produzindo análises e interpretações anacrônicas das ciências e artes passadas.

Áreas fortemente constituídas de conhecimentos teóricos e naturais/empíricos apareciam, como multifacetadas que eram classificadas de diversas formas, e conferiam à filosofia natural, que possuía um lugar bastante privilegiado no século

XVIII, sua relevância sem restringi-la ou às artes ou às ciências.

Os dicionários e enciclopédias desta época, que retrataram variadas definições de uma mesma ciência, pareciam incluir também uma distinção que apontaria para a divisão das ciências entre aquelas cuja finalidade era definir a natureza das coisas, e aquela que tentava prever o comportamento das mesmas (SLAUGHTER, 1982).

Quanto à relação entre a classificação e a participação das tradições textuais na *Encyclopédie*, percebemos que a fundamentação matemática se comprovou. Fosse através dos verbetes que explicam quais são as estruturas musicais (como intervalos, acorde, afinação, baixo fundamental, consonância, dissonância, intervalo, tempero, equisonante, sistema, falso, dentre outro) ou através dos diálogos dos inúmeros autores em busca de elucidações, como em d'Alembert, Diderot, Rousseau e Rameau, mas também em J.Serre, D. Dodart, S.Brossard, P.Burette, J.B. DuHalde, P.Gassendi, M.Lambert, J.Wallis, dentre outros.

A presença, na *Encyclopédie*, de interpretações de obras dos séculos XV e XVI mostra a permanência de filosofias e teorias anteriores, como a dos comentários de Proclus ao primeiro livro dos Elementos de Euclides, redescobertos no século XVI. Comentaristas como o jesuíta Christophorus Clavius (1537-1612) explicava a Música como matemática mista.

Outros escritos mais tardios, como o do matemático Christian Wolff (1679-1754), pupilo de Leibniz, traziam a explicação de que as matemáticas mistas não seriam aquelas que podiam ser aplicadas, mas sim, matemáticas com princípios da física ou da natureza (MULDER, 1990, p.37). Até finais do século XVIII, foi ainda a matemática-física que proveu à música as razões e proporções das escalas e intervalos, que em breve passariam a ser derivadas dos sons da série harmônica, como induzia a obra de Rameau e como seria demonstrado na obra de Hermann von Helmholtz (1821-1894). Não obstante, Rameau, o primeiro teórico musical dos enciclopedistas, levaria ainda quase um século para ser digerido e obter sua teoria normatizada.

REFERÊNCIAS

BATTEUX, Charles. **As belas-artes reduzidas a um mesmo princípio (1746)**. Trad. Natalia Maruyama, Adriano Ribeiro; revisão de Victor Knoll; apresentação e notas de Marco Aurélio Werle. São Paulo: Humanitas/Imprensa Oficial. 2009.

BONNET, Jacques e Bourdelot. **Histoire de la musique et de ses effects son origine jusqu'à présent**. Jean Cochart, Amsterdam, 1725, Lecerf de la Viéville, Comparaison de la musique italienne et de la musique française. Faksimile Graz, 1966.

BROMBERG, Carla..A **Classificação da música na obra de Jean Jacques Rousseau**, Opus vol. 20, n.1, 2014a, p.39-54. _____. A Música do número sonoro, do som acústico e da linguagem falada. In : MELLO, Magno (org.) **Formas, Imagens, Sons : O Universo Cultural da História da Arte**, Belo Horizonte : Clio Gestão Cultural e Editora, 2014b, p.45-52._____. Os Objetos da Música e da Matemática e a subalternação das Ciências em alguns tratados de Música do século XVI. Trans/From/ Ação, v.37, n.1, p.9-30, 2014c.

BROSSARD, Sébastien de. **Dictionnaire des termes grecs, latins et italiens, dont on se sert**

fréquemment dans toutes sortes de musique. Paris : C.Ballard, 1701. Rep. Dictionnaire de musique, contenant une explication des termes grecs, latins, italiens, et françois les plus usitez dans la musique. Paris : C.Ballard, 1703. 2nd. ed.1705; 3rd. ed. Amsterdam: Estienne Roger, 1708.

BROWN, Gary I. **The Evolution of the Term “Mixed Mathematics”.** Journal of the History of Ideas, Vol.52, n.1, 1991, p.81-102.

CHAMBERS, Ephraim. **Cyclopaedia**, London : James and John Knapton, (original,1728), publ.1753.

CHISTENSEN, Thomas. **Rameau and Musical Thought in the Enlightenment.** Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

DESCARTES, Renée. **Compendium of Music.** Trans. Walter Roberts. American Institute of Musicology, 1961.

D’ALEMBERT, Jean. Éléments de musique théorique et pratique suivant les Principes de M.Rameau éclaircis, développés et simplifiés. **Nouvelle Édition.** Jean-Marie Bruyset, pere & Fils.: Lyon, 1779.

DARTON, Robert. **O iluminismo como negócio: história da publicação da “Enciclopédia” 1775-1800.** São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

DIDEROT; D’ALEMBERT. Discurso preliminar dos editores. In: _____. **Enciclopédia ou dicionário raciocinado das ciências, das artes e dos ofícios por uma sociedade de letrados.** Tradutora Fúlvia Maria Luiza Morreto. São Paulo: UNESP, p.19-135, 1989a.

DIDEROT; D’ALEMBERT. Prospecto. In: _____. **Enciclopédia ou dicionário raciocinado das ciências, das artes e dos ofícios por uma sociedade de letrados.** Tradutora Fúlvia Maria Luiza Morreto. São Paulo: UNESP, p.137-152, 1989b.

DIDEROT; D’ALEMBERT, eds.; **Encyclopédie, ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers**, 32 vols. (1751-1772).Disponível em <http://www.lib.uchicago.edu/efts/ARTFL/projects/encyc/>.

EPPLE, Moritz.; KJELDSSEN, Tinne H.; SIEGMUND-SCHULTZE, Reinhard. (Orgs) **From “Mixed” to “Applied” Mathematics: Tracing an important dimension of mathematics and its history.** Vol.10, issue1, p.657-733, 2013.

Histoire de l’académie royale des sciences: centième ou denier Volume de la première centurie. Amsterdam: Schreuder et Mortier, 1760.

MAXHAM, Robert E. **The Contributions of Joseph Sauveur (1653-1716) to Acoustics.** 2 vols. PhD Dissertation. The University of Rochester, 1976.

MULDER, Henry M. Pure, Mixed and Applied Mathematics: The Changing perception of mathematics through History. **Historical Notes**, p.27-41, 1990.

OBELKEVITCH, Mary Helen. 1973. **Manifestations of Philosophy and Science in Music of 17th century France** .PhD. Dissertation. Columbia University, New York.

O’DEA, Michael. Rousseau contre Rameau: musique et nature dans lês articles pour l’Encyclopédie et audelà . In : **Reserches sur Diderot et sur l’Encyclopédie**, vol.17, n.1, p.133-148, 1994.

PIRES, Bruna. **A presença de Francis Bacon na Enciclopédia.** 2008. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, 2008.

SAUVEUR, Joseph. **Système Général des Intervalles des Sons, et son application à tous les**

Systemes et à tous les Instruments de Musique. Amsterdam: Chez Pierre Mortier, 1736.

SLAUGHTER, Mary M. **Universal languages and Scientific Taxonomy in the Seventeenth Century.** Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA EM UMA ESCOLA DO CAMPO

Jonas Souza Barreira

Universidade Federal do Pará - UFPA,
Instituto de Educação Matemática e Científica –
IEMCI.

Marcos Guilherme Moura Silva

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará –
UNIFESSPA,
Faculdade de Ciências da Educação.

Carlos Alberto Gaia Assunção

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará –
UNIFESSPA,
Faculdade de Ciências da Educação

RESUMO: Objetivou-se analisar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática Financeira por meio de Tecnologias Digitais (TD) em uma escola do campo. Para tanto, participaram 36 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, pertencentes a Vila Cruzeiro do Sul, município de Itupiranga – PA. A partir de uma pesquisa de campo realizada em diferentes setores econômicos da comunidade supracitada, os alunos coletaram dados e os sistematizaram com auxílio de Tecnologias Digitais. Os resultados evidenciam que as TD potencializam o tempo de aprendizagem dos estudantes, otimizando suas habilidades ao realizarem cálculos que envolvam algoritmos complexos, além de possibilitar a problematização dos dados de maneira crítica

e dinâmica. Os desafios da democratização do acesso às ferramentas tecnológicas e a carência na formação de professores de escolas rurais para a inserção delas em suas práticas, sinaliza que o ensino de Matemática Financeira por meio de Tecnologias Digitais nas escolas do campo ainda necessita de amplos debates e intervenções de modo a encontrarmos evidências consistentes de suas implicações para o uso das TD no processo de ensino e aprendizagem de sujeitos do campo.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologias Digitais, Ensino e Aprendizagem, Matemática Financeira.

ABSTRACT: The objective of this study was to analyze the teaching and learning process of Financial Mathematics through Digital Technologies (TD) in a rural school. For that, 36 high school students from Vila Cruzeiro do Sul, municipality of Itupiranga - PA participated. From a field survey conducted in different economic sectors of the aforementioned community, the students collected data and systematized them with the aid of Digital Technologies. The results show that TD enhances students' learning time, optimizing their abilities by performing computations involving complex algorithms, as well as making it possible to problematize data in a critical and dynamic way. The challenges of the democratization of access to technological tools and the lack of training of teachers in

rural schools to insert them in their practices, indicates that the teaching of Financial Mathematics through Digital Technologies in rural schools still requires extensive debates and interventions in order to find consistent evidence of its implications for the use of TD in the teaching and learning process of field subjects.

KEYWORDS: Digital Technologies, Teaching and Learning, Financial Mathematics.

1 | INTRODUÇÃO

O presente estudo trata de uma investigação envolvendo o uso de Tecnologias Digitais no ensino de Matemática Financeira em uma escola do campo, localizada na Vila Cruzeiro do Sul, Itupiranga-PA e foi desenvolvido a partir de intervenção em turmas do 3º ano do Ensino Médio.

A escolha dos objetos relativos a Matemática Financeira, para este trabalho, tem sua importância pelos usos e aplicações voltados ao exercício da cidadania que se pode promover por meio da problematização de seus tópicos (HENRIQUE 2008). Para além disso, vê-se a necessidade de se estabelecer novas práticas didáticas nas escolas do campo, considerando, inclusive, as interfaces tecnológicas/digitais que já são recorrentes em educandários camponeses.

Em levantamento preliminar desse estudo realizado pelos autores, envolvendo 36 estudantes do campo via questionário estruturado. Foi diagnosticado que 82% dos entrevistados disseram utilizar a internet para desempenhar suas tarefas; os quais fazem uso das tecnologias digitais no desenvolvimento de suas atividades. 72% fazem uso de aparelhos celulares; 10% necessitam do computador para suas atividades rotineiras; 8% disseram usar a calculadora; 6% usam o rádio e 4% disseram fazer uso da TV. A partir desta análise preliminar, percebe-se que as tecnologias digitais estão presentes no cotidiano dos sujeitos do campo e não podem ser desconsideradas, negligenciadas nas práticas pedagógicas e em seus processos de ensino e aprendizagem.

Ainda que existam vários estudos sobre o uso das tecnologias digitais no ensino de matemática, pouco tem se pensado sobre a inserção dessas ferramentas nos processos pedagógicos dos ambientes rurais, sobretudo nas escolas do campo. Diante de tal conjuntura, colocamos uma questão que norteou esse estudo: Em que medida as Tecnologias Digitais podem contribuir para melhorias no processo de ensino e aprendizagem de Matemática Financeira em uma escola do campo?

Para tanto, embasamo-nos nas proposições de Borba (2010), Henrique (2008), Stieler (2009) e Gonçalves (2005) por serem autores que em seus estudos argumentam sobre o uso adequado das tecnologias digitais em sala de aula, que podem, por sua vez, transformar e potencializar a apreensão do conhecimento matemático, mediando construções a partir de sua utilização.

2 | TECNOLOGIAS DIGITAIS E O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

No decorrer do processo histórico da evolução da sociedade, houve uma convergência com a evolução da tecnologia de modo que isso não poderia mais ser desassociado das atividades de ensino e aprendizagens escolares. Com o advento das Tecnologias Digitais e sua inserção nos ambientes sociais, o homem modificou a tecnologia, e por esse motivo foi modificado por ela. Desse modo, o comportamento humano é sobretudo um comportamento tecnológico haja visto que

A evolução social do homem confundiu-se com a evolução das tecnologias e que diferentes períodos da história podem ser reconhecidos pela tecnologia presente na época. O avanço científico da humanidade ampliou o conhecimento sobre os recursos tecnológicos, cada vez mais sofisticados, moldando essas tecnologias enquanto que as tecnologias criadas iam moldando também esse comportamento social do homem. (ALMEIDA, 2015 p. 234)

As tecnologias digitais começaram a ser introduzidas como ferramentas para o ensino em 1981 no I Seminário Nacional de Informática Educativa. Foi quando os órgãos federais e entidades governamentais começaram a pensar o ensino nas escolas também com o uso de Tecnologias Digitais. (FERREIRA, 2013). A tecnologia acompanhou a educação no decorrer de sua historicidade, mas com a inserção do computador no processo educativo, outros caminhos foram sendo trilhados para a transformação da educação.

No entanto, a função do computador era restrita apenas a um suporte, um auxílio ou extensão das práticas desenvolvidas em sala de aula, assumindo uma postura passiva, pois era tido apenas como o local onde as informações estavam armazenadas. Nesse sentido, novos questionamentos sobre a função do computador para a educação começaram a ganhar força e o computador assume um método denominado Instrucionismo, no qual

O processo de transmissão de conteúdos programados acontece quando um aluno faz uso do computador e, através dele, recebe o “pacote de informações” previamente programado. O aluno é o espectador para um volume de conhecimentos pré-determinados, pois, a interação existente entre o discente e o computador limita-se ao fornecimento de respostas a exercícios e avanços ou retrocessos no conteúdo (COSTA, 2010 p.3).

O Instrucionismo teve fundamental importância para a educação, pois, gerou reflexões acerca de novas possibilidades para a inserção da informática nas escolas e, assim, o computador assume o papel de ferramenta educacional. Nesse contexto, emerge a figura do estudioso Seymour Papert, que se destacou com a associação do uso dos computadores à Educação, assumindo uma postura “construcionista”. (COSTA, 2010)

Papert argumenta negativamente sobre o método Instrucionista, e inova defendendo sua teoria do Construcionismo, no qual o computador passa a ser

entendido como uma máquina que produz conhecimento, e que o estudante faz uso dessa ferramenta para potencializar suas habilidades de acordo com seu interesse, de modo que a aprendizagem ocorra durante todo o decorrer do processo.

Essa concepção Construcionista é sustentada por estudiosos como Piaget (1972), Vygotsky (1984) e Freire (1996), pois, são autores que defendem que o processo de produção do conhecimento ocorre nas relações sociais, interação, manipulação e transformação entre sujeito e objeto. Tais características podem definir o ensino de matemática financeira por meio de tecnologias digitais, quando o aprendiz consegue utilizar o computador/ferramenta não mais como um local de armazenamento de conteúdo permitindo que “os conteúdos matemáticos sejam abordados de outras formas, fazendo com que os alunos deixem de ver a matemática como uma disciplina em que é preciso apenas memorizar fórmulas, procedimentos e algoritmos e tenham uma visão diferente”. (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 116)

Trata-se, portanto, de uma abordagem experimental investigativa e interventora sendo uma possibilidade para a construção de novos conceitos matemáticos nos quais os estudantes podem testar hipóteses e alterar seu modo de coletar dados. (Borba, 2010)

Dessa forma, os conteúdos matemáticos adquirem um novo significado, transcendem à simplicidade no fazer matemático, propicia uma autonomia para o estudante no desenvolvimento de suas potencialidades ao ponto de produzirem uma fundamentação coesa, baseado em presunções, podendo ser dinamizadas, transformadas e expostas numa apresentação matemática.

É nessa perspectiva de produção do conhecimento numa dinâmica significativa e prazerosa e transformadoras que o tópico a seguir apresenta os caminhos metodológicos deste estudo.

2.1 PERCURSOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi desenvolvida durante os meses de maio, junho e julho de 2017, com a participação de 36 estudantes do Ensino Médio da vila Cruzeiro do Sul, área rural do município de Itupiranga-Pa. Dentre as ferramentas tecnológicas que mediarão nossa intervenção, cita-se o computador a partir do *Software Excel*, a Calculadora e o Aplicativo Bloco de Notas disponíveis nos aparelhos de celulares, por serem as ferramentas que foram diagnosticada como mais recorrentes nas atividades desenvolvidas por esses sujeitos e que estão mais presentes no cotidiano dos estudantes.

Após análise preliminar que mostrou a realidade tecnológica da comunidade rural, foram definidos os tópicos de matemática financeira que seriam considerados, bem como o plano balizador que definiria o uso das tecnologias digitais nas aulas de Matemática Financeira na escola. Os tópicos estudados privilegiaram o estudo do cálculo de juros simples, porcentagens, regra de três, lucro e prejuízo.

A atividade em sala de aula se originou a partir da problematização das despesas

de uma família de baixa renda que se tomou como amostra, tendo enquanto base para a construção do perfil familiar a realidade da maioria dos estudantes da localidade. Abaixo, apresenta-se essa sistematização

Membros da família	Emprego	Renda mensal	Total
Pai	Trabalhador autônomo	R\$ 1 957,00	R\$ 2 707,00
Mãe	Empregada doméstica	R\$ 500,00	
Filho maior	Mecânico de motocicleta	R\$ 250,00.	
Filho do meio	Não exerce atividade remunerada	-	
Filha menor	Não exerce atividade remunerada	-	

Tabela 1- Atividade problematizadora

Fonte: pesquisa de campo, 2017.

O uso do computador e um equipamento de multimídia foram utilizados, com os quais foi possível debater situações reais vividas pelos estudantes, os quais também estavam munidos com seus aparelhos celulares e notebooks.

Os aspectos problematizadores da realidade dessa família, foi sendo construído na relação pedagógica entre professores/pesquisadores, alunos e os conhecimentos de tópicos de matemática financeira com base nas despesas básicas de setores específicos, determinados pelos estudantes como mais significativos: Despesas com mercado; Despesas com móveis e eletrodomésticos; e despesas financeiras gerais – setor responsável por organizar a renda financeira da família.

Em seguida, considerando a quantidade de estudantes, houve a necessidade de fazer uma organização por equipes, na qual os estudantes foram agrupados em três grupos com 12 integrantes, designados para exercer diferentes tarefas nos setores da comunidade: Mercado; loja de móveis e eletrodomésticos; incluindo pequeno escritório de contabilidade localizado na região, conforme destacado na tabela abaixo:

Grupo	Setor	Procedimentos
1	Mercado	Os estudantes deste grupo ficaram incumbidos de organizar uma lista de compras para o mercado, com o uso do <i>software Excel</i> , com os itens essenciais para uma família. O grupo listou os itens que consideravam essenciais para compor uma cesta básica. Os preços dos produtos seriam pesquisados no mercado. Todas as informações foram registradas nos aparelhos de celulares e sistematizadas no <i>software Excel</i> .
2	Loja de móveis e eletrodomésticos	Os componentes deste grupo ficaram responsáveis por organizar quais seriam os móveis e eletrodomésticos necessários para essa família considerando sua renda. Utilizaram os celulares para listar os itens que iriam ser comprados e tomaram como base os utensílios de suas residências.
3	Financeiro	Os componentes deste grupo ficaram responsáveis para organizar quanto, em porcentagem, do orçamento bruto seria destinado para cada setor da família, ou seja, para os demais grupos, de forma que ainda disponibilizassem uma renda mínima para ser aplicada numa poupança. Utilizaram a calculadora para dividir e distribuir a renda em seus respectivos setores.

Em sala de aula, cada grupo ficou incumbido de sistematizar e montar uma planilha com os dados obtidos no decorrer da pesquisa. O *software Excel* proporcionou uma facilidade para a produção desta atividade, pois foi possível otimizar o cálculo dos valores, na medida em que os preços dos produtos estavam sendo inseridos na planilha. É importante ressaltar que a função do *software Excel* consiste na sistematização das ideias dos estudantes, com isso foi possível elaborar um orçamento no qual propiciou que as demais equipes pudessem melhor desenvolver suas tarefas, durante a pesquisa de campo.

3 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste item apresentaremos resultados que colocam a TD como elementos pedagógicos do conhecimento para potencializar o tempo de aprendizagem dos estudantes, otimizando suas habilidades ao realizarem cálculos que envolvam algoritmos complexos, além de possibilitar a problematização dos dados de maneira crítica e dinâmica, a partir da sistematização da produção dos estudantes.

A planilha abaixo (Planilha 1) mostra a sistematização dos dados produzidos na pesquisa de campo, englobando todas as equipes. Com a organização dos dados foi possível elaborar algumas situações-problemas para serem resolvidas pelos estudantes utilizando as ferramentas tecnológicas digitais disponíveis.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16															
17															
18															
19															
20															
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															
35															
36															
37															

Planilha 01 - Organização geral das despesas

Fonte: Pesquisa de campo: Produção dos alunos.

Abaixo, socializa-se as produções dos estudantes, frente aos objetivos definidos:

4					
5					
6	1- Construa uma planilha no Excel e determine os juros simples obtidos nas seguintes condições:				J=C
7	Capital	Taxa (a.m)	Tempo	Juros	
8	R\$ 200,00	5%	12	R\$ 120,00	
9	R\$ 180,00	10%	3	R\$ 54,00	
10	R\$ 3.500,00	30%	5	R\$ 5.250,00	
11	R\$ 1.000,00	12%	18	R\$ 2.160,00	

Planilha 2: cálculo de juros simples

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017

Para o desenvolvimento desta atividade, os estudantes criaram a fórmula de juros simples no *software Excel*, em seguida foram adicionando os valores na fórmula, isso contribuiu para que os cálculos fossem resolvidos de forma mais rápida do que o habitual, permitindo uma exploração crítico-reflexivo, envolvendo vários cenários de capital, taxas, tempo e juros.

15	2- Construa uma planilha no Excel e calcule o prejuízo de alguns produtos comprados na loja Mara Moveis.				
16					
17	Produto	preço de custo (à vista)	Preço de compra (parcelado)	prejuízo	L=PC- PV
18	fogão	R\$ 450,00	R\$ 540,00	R\$ 90,00	
19	geladeira	R\$ 1.730,00	R\$ 2.007,60	R\$ 277,60	
20	mesa	R\$ 839,00	R\$ 1.005,80	R\$ 167,80	
21	cama	R\$ 650,00	R\$ 780,00	R\$ 130,00	
22	antena parabólica	R\$ 480,00	R\$ 576,00	R\$ 96,00	
23	guarda roupa	R\$ 460,00	R\$ 552,00	R\$ 92,00	
24					

Planilha 3: cálculo de prejuízo

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017

Esta atividade foi construída a partir dos dados obtidos na pesquisa de campo, com isso foi possível contextualizar o cotidiano dos estudantes. A função do *software Excel* neste exercício foi de otimizar os cálculos de prejuízo, visto que foi necessário desenvolver o algoritmo apenas uma vez, pois esta ferramenta tem função de copiar e colar repetidas vezes, permitindo direcionar a atenção do estudante para a problematização da atividade.

9									
10	CÁLCULO DE TAXA								
11	TAXA PERCENTUAL DO LUCRO SOBRE O PREÇO DE CUSTO								
12	PC	Preço de custo			IC=L/PC	50%			
13	PV	Preço de venda			IC=L/PV	33%			
14	IC=L/PC								
15	PC	R\$	300,00						
16	PV	R\$	450,00						
17	L	R\$		150,00					
18	IC			50%					
19	IC			33%					
20									

Os estudantes desenvolveram no *software Excel*, a fórmula do cálculo de taxa: $IC=L/PC$, com isso, foi possível calcular todos os exercícios propostos.

	F	G	H	I	J	K	L
	CAPITAL		R\$	5.000,00			
	TAXA			4%			
	TEMPO			6			
	JUROS		R\$	1.200,00			
	MONTANTE		R\$	6.200,00			

Planilha 4: cálculo de montante

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017.

A planilha 04 apresenta outra produção dos estudantes com auxílio do *software Excel*, desenvolvidas em sala de aula após a pesquisa de campo e sistematização dos dados. É importante ressaltar que nem todas as atividades são oriundas do contexto social dos estudantes. Isso não significa que não seja possível contextualizar, mas que é importante perceber que as tecnologias digitais podem contribuir com o aprendizado, mesmo estando fora de seus modos de vida.

Os estudantes mostraram-se solícitos com as propostas e desenvolveram as atividades de forma participativa expondo suas dúvidas sempre que estas se mostravam persistentes. Muitas dúvidas eram respondidas por outros estudantes que estavam mais familiarizados com as tecnologias digitais. Os conteúdos foram apresentados com o auxílio do computador e, passo a passo, foi sendo mostrado como as fórmulas matemáticas podiam ser trabalhadas dentro do *software Excel*.

Almeida (2015) enfatiza que quando o conteúdo matemático passa a ser percebido com o auxílio das tecnologias digitais, tais ferramentas deixam de ser apenas objetos manipuláveis e adquire uma função fundamental, a de coautor nesse processo de transformação do fazer matemático, mas, sobretudo, na transformação individual e coletiva.

Borba (2010) ressalta que as tecnologias digitais proporcionam potencialidades para dar novos olhares e significados aos conhecimentos matemáticos, alcança novas dimensões tanto visuais quanto cognitivas quando amparados ao uso das tecnologias digitais. Dessa forma:

Uma abordagem que privilegia uma postura investigativa pode possibilitar um envolvimento maior dos estudantes com o conteúdo e os levar a uma investigação de conceitos, que podem vir a obter um novo sentido quando estudados de modo

A exploração dos conteúdos matemáticos aliados as tecnologias digitais produziram um aprendizado crítico e dinâmico. A produção do conhecimento matemático nesse sentido é uma ação transformadora cujo resultados podem ser mensurados como impactantes no processo de ensino e aprendizagem, proporciona liberdade na manipulação do objeto de saber. Nessa perspectiva, os gráficos abaixo mostram o índice de aproveitamento dos estudantes antes e depois da intervenção.

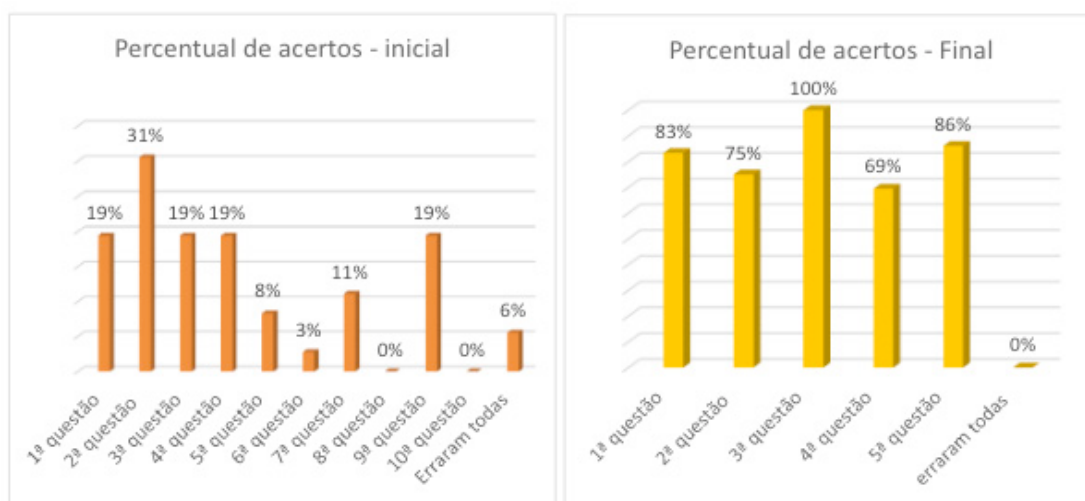


Gráfico 11: Rendimento dos estudantes.

Fonte: Pesquisa de Campo, 2017

Os gráficos acima revelam a avaliação da proposta de intervenção, evidenciando um aumento significativo no índice de aproveitamento dos estudantes, relacionando os dados obtidos no início e o final da pesquisa, a partir de testes de rastreo de desempenho, elaborados e conduzidos pelos autores desse estudo.

Das análises dos resultados, com base nos gráficos e tabelas, revelam o ganho significativo do aproveitamento escolar apesar dos desafios da democratização do acesso às ferramentas tecnológicas e a carência na formação de professores de escolas rurais para a inserção delas em suas práticas, podemos inferir que com base nos resultados que o ensino de matemática por meio de tecnologias nas escolas do campo ainda necessita de amplos debates e intervenções de modo a encontrarmos evidências consistentes de suas implicações no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Matemática Financeira, quando aliado as TD.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo percebeu-se que as tecnologias digitais já estão presentes na vida dos sujeitos do campo e podem ser consideradas como parte de sua cultura, podendo serem inseridas nas práticas pedagógicas dos professores. As tecnologias

digitais já estão presentes na escola do campo de Cruzeiro do Sul e podem contribuir significativamente para potencializar as habilidades dos estudantes.

Foi perceptível que o processo é mais relevante que o resultado, professor e tecnologias digitais podem atuar em conjunto, visto que cabe esta última a função de operar os problemas e solucioná-los com mais rapidez e exatidão, o professor, por sua vez, tem a função de criar os problemas e refletir sobre o que foi sancionado, atua na elaboração de situações pertinentes à realidade dos seus alunos, problematizando-as de forma crítica.

Considera-se relevante conceber as tecnologias digitais como um conjunto de ferramentas que permitem ao estudante manipular suas ideias e testar sugestões traçando estratégias que o faça, no decorrer deste percurso, se tornar cada vez mais autônomo e seguro de suas decisões no desdobramento de sua prática.

Neste estudo, a função das tecnologias digitais constituiu de uma dinâmica que otimiza a aprendizagem, pois, potencializa as habilidades dos estudantes enquanto propõe o desenvolvimento de novos métodos para resolver uma problemática, deixando o estudante livre para refletir nas atividades, auxiliando na resolução dos cálculos mais complexos, os quais, quando resolvidos sem o uso destas ferramentas, ocasionam momentos de estresse e fadiga.

Esta pesquisa aponta como limitações, para que o ensino de matemática financeira ocorra com as tecnologias digitais, a negação e abandono das escolas por considerar que as políticas públicas ainda não produzem efeitos significativos no campo, o descaso para com as tecnologias digitais nesta instituição também provoca efeitos negativos no processo de ensino e aprendizagem, sobretudo, por contribuir na negação dos sujeitos do campo, na condição de transformadores sociais.

Destaca-se também a formação de professores que ensinam Matemáticas como uma limitação que precisa ser problematizada e aliada as tecnologias digitais. Os professores precisam se capacitarem e se atentarem para essas novas ferramentas, no intuito de melhorarem suas práticas construindo novos fazeres pedagógicos que transformem o ambiente educacional, produzindo referências significativas no processo de produção do conhecimento.

Conclui-se que o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira quando aliados às tecnologias digitais, potencializa os avanços significativos na produção de conceitos matemáticos, estimula o aprendizado dos estudantes, suas habilidades e produz novos saberes aliados às necessidades sociais recorrentes do contexto no qual os sujeitos estão inseridos. Os conteúdos matemáticos são facilmente manipulados pelos estudantes com o uso destas ferramentas de forma a torná-los autônomos no processo de significação de tais elementos. Os desafios da democratização do acesso à ferramentas tecnológicas e a carência na formação de professores de escolas rurais para a inserção delas em suas práticas, sinaliza que o ensino de matemática por meio de tecnologias nas escolas do campo ainda necessita de amplos debates e intervenções de modo a encontrarmos evidências consistentes

de suas implicações

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, H. R. F. L. **Das tecnologias às tecnologias digitais e seu uso na educação matemática**. V. 26, n. 2, p. 222-239, 2015.

BORBA, C, Marcelo. **Software e internet na sala de aula de matemática**. Artigo publicado no X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador, 2010.

CARNEIRO, F. C; PASSOS, C. L. B. **A utilização das tecnologias da Informação e Comunicação nas a aulas de Matemática: Limites e possibilidades**. Revista Eletrônica de Educação, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

COSTA, T. C. A. **Uma abordagem construcionista da utilização dos computadores na educação**, 2010.

FERREIRA, F.P. **O uso das TIC nas aulas de matemática na perspectiva do professor**. 2013. 66 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura e Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

GONÇALVES, J. P. **A História da Matemática Comercial e Financeira**. 2005.

HENRIQUE, P. H. **Matemática Financeira – Um Enfoque da Resolução de Problemas Como Metodologia de Ensino e Aprendizagem**. Dissertação Mestrado. Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2008.

STIELER, E. C. **Uso da tecnologia da informática no ensino superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de Matemática Financeira**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano. Santa Maria. 2009.

O MANUSCRITO SOBRE GEOMETRIA DIFERENCIAL LOCALIZADO NA BIBLIOTECA DA SOCIEDADE LITERÁRIA E BENEFICENTE 5 DE AGOSTO NO MUNICÍPIO DE VIGIA (PA)

Miguel Chaquiam

Universidade do Estado do Pará – UEPA
Belém - PA

Ana Paula Nascimento Pegado Couto

Universidade do Estado do Pará – UEPA
Belém - PA

RESUMO: de Vigia de Nazaré, no estado do Pará foi fundada em 1º de outubro de 1871, entretanto foi oficialmente instalada em 5 de agosto deste mesmo ano com a intenção de instituir ações de cunho educacional, cultural e humanístico. O manuscrito sobre Geometria Diferencial foi identificado durante o desenvolvimento das atividades de pesquisa de campo realizada no município de Vigia. Essas ações de pesquisa de campo foram estabelecidas pelo Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia – GHEMAZ, que vem realizando pesquisas nessa direção. Nesse sentido, o presente estudo tem por objetivo apresentar o manuscrito sobre Geometria Diferencial encontrado na Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto. Observa-se pelo tipo de linguagem empregada, que este é uma produção antiga, por mais que não possua a data de origem, podemos inferir de acordo com a semântica que se trata de um manuscrito dos meados do século passado. O autor apresenta

métodos e estuda a resolução histórica da teoria das tangentes, ocupando-se dos métodos apresentados por Descartes, Fermat e Leibnitz. A abordagem dos conteúdos nos leva a inferir que houve uma preocupação do autor em explicá-los de modo sistemático e detalhado, com apoio de figuras. Ressalta-se que, nesse trabalho, apenas fizemos uma apresentação do manuscrito encontrado, sem necessariamente nos determos numa análise dos conteúdos relacionados a Geometria Diferencial, esse feito será realizado em pesquisas futuras.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática, Manuscrito, Geometria Diferencial. Teoria das Tangentes.

THE MANUSCRIPT ON DIFFERENTIAL GEOMETRY LOCATED IN THE LIBRARY OF THE LITERARY AND CHARITABLE SOCIETY 5 DE AGOSTO IN THE MUNICIPALITY OF VIGIA (PA)

ABSTRACT: The library of the “Cinco de Agosto” Literary and Charitable Society, located in the municipality of Vigia de Nazaré, in the state of Pará, was founded on October 1st, 1871, though it was officially installed on August 5th of that same year with the intention of instituting educational, cultural and humanistic actions. The manuscript on Differential Geometry was identified during the development of the field

research activities carried out in the municipality of Vigia. These field research actions were established by the Research Group on History, Education and Mathematics in the Amazon, which has been conducting research in this direction. In this sense, the present study has the objective to present the manuscript on Differential Geometry found in the Literary and Beneficent Society of Cinco de Agosto. It is observed by the type of language used, that this is an old production, although it does not have the date of origin, we can infer according to the semantics that it is a manuscript of the middle of the last century. The author presents methods and studies the historical resolution of tangent theory, dealing with the methods presented by Descartes, Fermat and Leibnitz. The approach of the contents leads us to infer that there was a concern of the author in explaining them in a systematic and detailed way, with support of figures. We emphasize that in this work we only made a presentation of the manuscript found, without necessarily dwelling on an analysis of the contents related to Differential Geometry, this achievement will be carried out in future researches.

KEYWORDS: History of Mathematics, Manuscript, Differential Geometry. Tangent Theory.

1 | INTRODUÇÃO

O interesse pela pesquisa em História da Matemática surgiu junto à iniciativa de alguns alunos da graduação em desenvolver pesquisas nesta área de conhecimento durante o III Congresso Ibero-americano de História da Educação Matemática (III CIHEM), realizado em Belém do Pará, em novembro de 2015. Diante dos desafios encontrados na iniciação científica, tivemos o apoio de professores da Universidade, em especial do professor Miguel Chaquiam, que nos orientou e auxiliou no desenvolvimento de pesquisas acadêmicas. Com o desejo em pesquisar sobre a História da Matemática e do Ensino de Matemática, em especial a História da Educação Paraense, desenvolvemos pesquisas que foram publicadas e apresentadas em eventos científicos.

Dentre essas pesquisas estão as publicações no XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM), que teve por objetivo descrever a trajetória da Instrução Pública no Pará, com enfoque para o Colégio Gentil Bittencourt, sua origem e processo de estruturação. O grupo também desenvolveu pesquisas relacionadas a outras duas instituições que consideramos relevantes para o desenvolvimento do ensino primário e secundário no Pará, o Colégio Estadual Paes de Carvalho e o Instituto Lauro Sodré.

Por iniciativa dos professores Miguel Chaquiam e Natanael Freitas Cabral, observados os primeiros resultados da pesquisa e a publicação destes em eventos científicos, assim, foi constituído o *Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia* (GHEMAZ), vinculado a Universidade do Estado do Pará (UEPA), credenciado pelo CNPq. Para alcançar um dos objetivos estabelecidos pelo grupo foi realizada uma pesquisa de campo no município Vigia de Nazaré, no estado

do Pará, no qual foi efetuado um levantamento de materiais com intuito de buscar literaturas que servissem como fontes de pesquisas e que subsidiassem estudos futuros, tendo em vista que o referido município foi o segundo a ser fundado na região, antecedendo Belém.

Sabe-se que Vigia é a mais antiga de todas as cidades da Amazônia, tendo sido fundada por Francisco Caldeira Castelo Branco durante sua expedição de conquista do Grão-Pará, em 06 de janeiro de 1616, seis dias antes da fundação de Belém. Neste município visitamos o Museu da cidade, a Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto, fundada em 01 de outubro de 1871, e a Biblioteca professora Irene Favacho Soeiro, biblioteca particular do escritor e poeta José Ildone Favacho Soeiro, membro da Acadêmica Paraense de Letras. Neste trabalho damos enfoque à Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto e sua importância sociocultural para o município de Vigia de Nazaré.

A Sociedade Cinco de Agosto foi o principal local de pesquisa para a elaboração deste trabalho, visto que nesse espaço tivemos contato com documentos que contam a história do Pará, entre eles destacam-se o Álbum do Estado do Pará que retrata oito anos de governo (1901 a 1909); Livros Didáticos antigos de Matemática e também tivemos acesso às primeiras edições do jornal local *O Cinco de Agosto* que teve sua primeira publicação em 11 de setembro de 1938.

No decorrer dessa busca por materiais antigos voltados para o ensino de Matemática, nos deparamos com manuscritos sobre Geometria Diferencial, no entanto, sem data e sem identificação dos autores, mas são de extrema importância e de uma relevância muito grande por tratar de um tema mais atual e abordar conteúdos que não figuram mais nos cursos de licenciatura em Matemática.

Desta forma, o presente estudo tem por objetivo apresentar o manuscrito sobre Geometria Diferencial encontrado na Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto.

2 | A SOCIEDADE LITERÁRIA E BENEFICENTE CINCO DE AGOSTO

Na década de setenta do século XIX, um grupo de homens pertencente à classe intelectualizada vigiense, representada por políticos, escritores, jornalistas, oradores e educadores, mostravam-se dispostos e condicionadas a promover um movimento de comunhão de ideais. Neste sentido, em 1º de outubro de 1871, foi fundada a Sociedade Literária e Beneficente “Cinco de Agosto”, com a intenção de instituir ações de cunho educacional, cultural e humanístico.

Inicialmente, sem sede própria, a “Cinco de Agosto” foi abrigada na sala da residência do primeiro presidente, o Professor Francisco Quintino de Araújo Nunes. Embora conste como data de fundação oficial 1º de outubro de 1871, a associação foi instalada oficialmente em 5 de agosto deste mesmo ano, data que lhe foi nomeada, data essa que, na época, era dedicada a festa de Nossa Senhora de Nazaré, padroeira

da paróquia.

Conforme o estatuto da Cinco de Agosto, datado de 1905, dentre seus objetivos prioritários, consistiam em: distribuir a educação, o esclarecimento e benefícios ao povo, aos associados e seus dependentes, como, por exemplo, a destinação de recursos, em casos de enfermidade, e financiamento de despesas fúnebres, em decorrência do falecimento; apoiar a cultura e motivar o amor aos valores locais. Outra atividade essencial era promover, em parceria com a paróquia, o Círio de Nazaré, colaborando para a expansão da fé católica. A parte educacional seria exercida através da implantação de uma Escola primária e de um Externato, para levar instrução gratuita à população desprivilegiada.

Findando o século XIX, a Cinco de Agosto enfrentava difícil situação, o Externato não tinha como se manter e fechou as portas. A entidade tomava rapidamente o ritmo da decadência, chegando à beira da extinção. Fato atribuído a motivos diversos, como diminuição no número de sócios contribuintes, a consequente falta de recursos e a mudança de alguns dos membros mais importantes para a capital e para outros lugares, onde integravam movimentos sociais ou buscavam melhores ofertas de trabalho e níveis de instrução mais avançados.

Diante da situação em que se encontrava a associação, o Prof. Manuel Evaristo Ferreira convocou alguns membros para uma reunião em sua residência, em 08 de maio de 1902, a fim de se discutir providências para que a Cinco de Agosto não viesse a desaparecer. Neste renascimento foi idealizada a organização da biblioteca e ficou a cargo do professor Bertoldo Nunes identificar quais dos associados residentes em Belém continuariam a participar, além de coletar os livros que estavam em poder deles, para a posterior devolução à associação.

Em 1981 o professor, escritor e poeta José Ildone Favacho Soeiro ingressa na Academia Paraense de Letras e na mesma época o mesmo assume a presidência da Cinco de Agosto. Em 1998, o prédio da sede apresenta riscos estruturais, sendo interditado e o acervo removido e, somente em 2004 que é iniciado o trabalho de resgate do acervo literário e documental da entidade. Na presidência de Irineu Rabelo Vilela, em 2007, é reinaugurada a sede da Cinco de Agosto em parceria com a prefeitura do município de Vigia.

Sendo considerada uma das mais antigas e importantes sociedades literárias e beneficentes do Brasil, a Cinco de Agosto atualmente tem 145 anos e também conta com um museu para manter viva a história do Município de Vigia de Nazaré na memória dos conterrâneos e dos visitantes que a ela recorrem.

Diante dessa breve história acerca da Sociedade Literária Cinco de Agosto e da visita feita a este município, constatou-se a preocupação dos seus atuais colaboradores em preservar os documentos e matérias dispostos no acervo da biblioteca. Entre esses materiais encontramos um manuscrito sobre Geometria Diferencial que nos chamou a atenção por ser um assunto que não faz mais parte integrante da estrutura curricular dos cursos de licenciatura em Matemática nas atuais universidades com polo em Vigia.

3 | OS POLOS DAS UNIVERSIDADES

Nas décadas de 70 e 80, a disciplina Geometria diferencial foi parte integrante da estrutura curricular dos cursos de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA) e antigo Centro de Estudos Superior do Estado do Pará (CESEP), atual da Universidade da Amazônia (UNAMA). Tal disciplina nunca fez parte da estrutura curricular do curso de licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

No município de Vigia, o Campus da UEPA foi implantado em 2001, com turmas do Curso de Formação de Professores, em sistema intervalar de ensino. Dez anos depois foi o pioneiro em ofertar o curso de Licenciatura em Geografia, cuja primeira turma contou com 38 alunos. Além desse curso, são ofertadas as licenciaturas em Matemática, Letras – Língua Portuguesa e Música.

Considerando que os cursos de licenciatura em Matemática ofertados pela UFPA e UEPA no município de Vigia podem ser considerados recentes e que nestes não figuravam mais a disciplina Geometria Diferencial, muito nos intriga o fato de que alguém se propôs a escrever um curso bastante consistente de Geometria Diferencial, numa linguagem nada atual e ressaltando diferentes métodos de abordagem de conteúdos vinculados a geometria diferencial e cálculo avançado. Isso demonstra que a sociedade Cinco de Agosto, embora fosse uma sociedade beneficente, também teve a preocupação de trazer para o seu acervo e preservar materiais de qualidade de matemática, dentre eles: esses manuscritos que revelam uma geometria esquecida no decorrer do tempo.

4 | APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO SOBRE GEOMETRIA DIFERENCIAL

O texto sobre Geometria Diferencial tem ao todo 170 páginas, todas escritas a mão, numeradas na parte superior das folhas e centralizado. O manuscrito não possui capa, não apresenta data ou nomes do autor(es). Diante desses fatos ficamos incomodados com a ausência desses importantes elementos para a identificação de uma obra tão valiosa quanto esse manuscrito. No entanto, nos propomos em fazer uma apresentação desse material que foi guardado e preservado na Sociedade Literária Cindo de agosto.

Na primeira página dessa obra, o autor define o que seria a Geometria Diferencial, ressaltando a diferença dos seus dois domínios: o subjetivo e o objetivo.

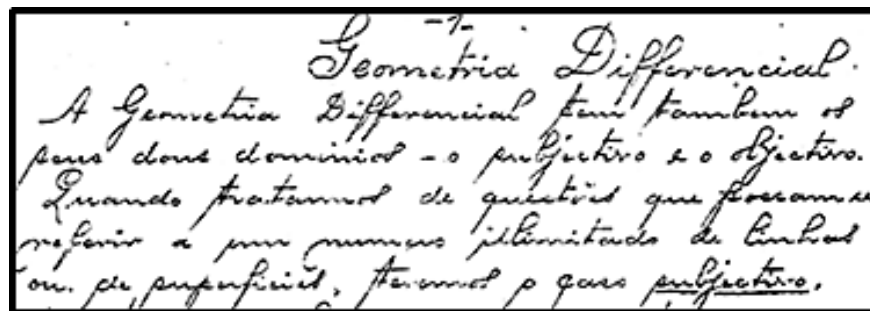


Figura 1: Recorte da página 1 do manuscrito

Fonte: Biblioteca da Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto.

Observa-se pelo tipo de linguagem empregada, conforme podemos identificar nas palavras *subjectivo* e *objectivo*, entre outras contidas no decorrer do texto, que este é uma produção antiga, por mais que não possua a data de origem, podemos inferir de acordo com a semântica que se trata de um manuscrito dos meados do século passado.

Houve uma preocupação por parte do autor em fazer uma abordagem sistemática e detalhista do conteúdo, iniciando na página 2, com um contexto histórico da *Theoria das tangentes* esclarecendo que Descartes e Leibnitz enveredaram por caminhos diferentes, o primeiro por meio geometria diferencial e o outro por meio da geometria integral, respectivamente, convergindo para formação de uma geometria transcendente, conforme exposto no recorte abaixo.

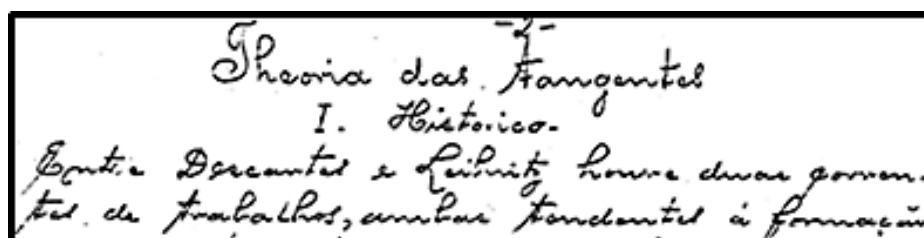


Figura 2: Recorte da página 2 do manuscrito

Fonte: Biblioteca da Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto.

Nesse manuscrito o autor deixa claro que não abordará parte dos trabalhos relativos à instituição da geometria integral, entretanto, irá abordar somente os trabalhos que tiveram por fim instituir a geometria diferencial. Desta forma o autor explica a origem do cálculo diferencial, definindo que:

Foi a Theoria das Tangentes às linhas planas que originam a instituição do calculo diferencial, pois foi na solução à esse problema que diversos geometras apresentaram trabalhos que, sucessivamente aperfeiçoados, prepararam o advento do calculo. (Página 2 do manuscrito, s/d)

A partir da exposição do problema, o autor cita os “geometras” que desenvolveram

métodos para a resolução da *Theoria das Tangentes* às linhas planas:

Descartes na sua geometria publicada em 1637, instituía um método para a determinação das tangentes às linhas planas. Fermat após o aparecimento da geometria de descartes publicou um outro método para a resolução do mesmo problema. (Página 2 do manuscrito, s/d)

De posse da origem do Calculo Diferencial, o autor se propõe a apresentar em que consistem esses dois métodos e estudar a resolução histórica da teoria das tangentes, ocupando-se os métodos que foram apresentados por Descartes, Fermat e Leibnitz. Tais métodos foram identificados ao longo das páginas do manuscrito, conforme disposto no a seguir.

Conteúdo constante no manuscrito
Theoria das Tangentes - 2
I – Historico - 2
1º Methodo de Descartes - 3
1º Methodo de Fermat - 8
2º Methodo de Descartes - 18
3º Methodo de Descartes - 21
2º Methodo de Fermat - 23
Modificação de Berroso - 25
Methodo de Leibnitz - 26
II - Theoria reetilinea das tangentes às linhas planas - 29
Questões Accessoria - 37
Aplicação da Theoria das tangentes - 49
2 º Aplicação da Theoria das tangentes - 63
III - Theoria reetilinea dos planos tangentes - 71
Questões Accessoria - 80
Aplicação abstracta da theoria dos planos tangentes - 85
Theoria das Asymptotas - 88
Asymptotas rectilineas - 89
1º methodo - 91
2º methodo - 93
Asymptotas curvilíneas - 100
Methodo subsidiário - 104
Theoria polar das tangentes e das asymptotas - 106
I - Tangentes - 106
II – Asymptotas - 111
Exercícios Praticos - 113
Theoria da curvatura - 117
Propriedades da evoluta - 134
Curva evolutória - 145
Theoria dos contactos das linhas planas - 153
Curvatura das linhas não planas - 167

Quadro 1: Sumário do Manuscrito

Fonte: Elaborado pelos autores.

A organização dos conteúdos apresentadas no quadro acima nos subsidiou quanto a identificação dos conteúdos elencados pelo autor, assumindo a figura de um protótipo de sumário deste manuscrito, além de facilitar sua manipulação.

Percebe-se que além da *Theoria das Tangentes*, o autor apresenta outras teorias, a saber, a *Theoria das Asymptotas*, a *Theoria Polar* e a *Theoria da Curvatura*, todas retratando temas importantes dentro da geometria diferencial. A disposição dos conteúdos ao longo do texto segue uma mesma linha de metodológica: apresentação da teoria, métodos e propriedades e, por fim, as questões e aplicações ou exercícios práticos.

Os métodos são sempre apresentados com demonstrações na íntegra, isso mostra uma preocupação da parte do autor em fazer uma abordagem sistemática e detalhista, apoiadas em desenhos, sempre procurando esclarecer terminologias e fazer interpretações geométricas. Não foi possível incluir, por contingência do tamanho do documento a figura com o primeiro *Methodo de Descartes* que iria nos dar maior respaldo quanto as nossas afirmações anteriores referentes a apresentação dos conteúdos constantes no texto.

Observa-se no primeiro método uma preocupação em esclarecer noções anteriores que seriam necessárias para o entendimento da demonstração. Assim, o autor faz a demonstração para a determinação das tangentes as linhas planas.

Em função do exposto percebem-se dois fatos, o primeiro quanto a coerência metodológica empregada ao longo do texto para explicar os temas e, o segundo, quanto a didática do autor evidenciada no manuscrito por meio da preocupação em relação a apresentação, detalhamento dos métodos e figuras de apoio, ambos corroboram no sentido de elevar a importância dos temas abordados num material de Geometria Diferencial, muito provavelmente, favorecer a aprendizagem desse conhecimento matemático restrito a poucos que dominam os fundamentos do cálculo diferencial e integral.

5 | CONCLUSÃO

O presente estudo teve por objetivo apresentar o conteúdo de Geometria Diferencial presente nos manuscritos encontrados na Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto. Para isso foi feito uma abordagem histórica sobre o surgimento do Cinco de Agosto e sua importância na preservação de literaturas que constitui a história do município de Vigia e de materiais do ensino de matemática, como é o caso do manuscrito sobre Geometria Diferencial.

O manuscrito encontrado, apesar de não conter data e nem a identificação dos autores, é de suma importância por tratar de um tema tão importante como é o caso da Geometria Diferencial, embora não faça mais parte do currículo das licenciaturas em Matemática no Brasil, observado as diretrizes curriculares nacionais para tais cursos.

Em alguns casos, a transcrição das palavras contidas no texto foi feita na íntegra,

de modo que se tornasse perceptível pelo leitor o tipo de linguagem empregada no texto. Além disso, caracterizando o texto em termos de linguagem, podemos inferir que se trata de um texto antigo que retrata temas importantes dentro da geometria diferencial.

A abordagem de um conteúdo frente aos diversos métodos nos leva a inferir que houve uma preocupação do autor em explicar este conteúdo de modo sistemático e detalhista, assim como a preocupação quanto a metodologia empregada na exposição dos temas e a didática evidenciada com a preocupação em produzir um material de extrema importância para o meio acadêmico e científico.

É importante ressaltar que este trabalho se propôs a fazer uma apresentação do manuscrito encontrado, sem necessariamente nos determos numa análise do conteúdo relacionado a Geometria Diferencial, este feito será realizado em pesquisas futuras, tendo-se em vista os objetivos estabelecido para o Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia: *Desenvolver pesquisas sobre História da Matemática e Educação Matemática na região Amazônica visando à construção de diálogo entre as diferentes áreas do conhecimento; efetuar o resgate da memória individual, coletiva e institucional e a constituição histórica da educação de modo a subsidiar a compreensão e a análise das concepções e práticas educacionais no contexto amazônico. As ações também estão voltadas para a análise e produção de estratégias, metodologias e materiais instrucionais com o intuito de contribuir para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.*

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Wilkler Luiz Almeida e SOEIRO, José Ildone Favacho. **Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto**: Levantamento Histórico. Vigia de Nazaré (PA): Sociedade Literária e Beneficente Cinco de Agosto, 2008.

CORDEIRO, Paulo. **A mulher na sociedade vigiense**: 1917 a década de 70. Vigia de Nazaré (PA): O autor, 2012.

SOEIRO, José Ildone Favacho. **Cem anos de educação**: A Vigia em seu “Barão”. Belém (PA): IOEPA, 2002.

SOEIRO, José Ildone Favacho. **Ginásio “Bertoldo Nunes”**: Medalha de ouro para Vigia de Nazaré. Vigia de Nazaré (PA): O autor, 2008.

Geometria Diferencial. Manuscrito, sem autoria e data.

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E AS FRAÇÕES

Fernando Cardoso de Matos

Instituto Federal do Pará – Pará
Secretaria de Estado de Educação - Pará

Jose Carlos de Souza Pereira

Secretaria de Estado de Educação - Pará

José Messildo Viana Nunes

Universidade Federal do Pará - Pará

RESUMO: O objetivo do presente estudo foi desenvolver uma proposta de ensino de operações com frações a partir da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Trata-se de uma teoria cognitivista e da aprendizagem, concerne à aquisição e organização de situações de aprendizagem de conceitos matemáticos. A preocupação com tais dificuldades associada à formação de professores de Matemática e a relevância da teoria dos Registros de Representação Semiótica, levou ao interesse em investigarmos uma proposta para enfrentar o problema de possíveis dificuldades, que os alunos manifestam ao estudarem as operações com frações. A necessidade da conversão da representação numérica para a representação figural contínua das frações deve melhorar o caminho metodológico percorrido pela sequência didática elaborada neste artigo, a fim de melhor contribuir para superar as dificuldades conforme apresentadas pelos alunos. Para

alcançar nosso objetivo elaboramos uma sequência de atividades a partir das deias de guerra e silva, que trazem uma intervenção no estudo das operações com frações baseados no princípio da contagem e não com os conceitos relacionados com equivalência e classes de equivalência. A conversão do registro numérico para o figural visa construir uma melhor compreensão o objeto matemático fração e das operações com as mesmas, já que relacionamos com um caráter geométrico. Na realidade com essa construção esperamos contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de fração para o ensino fundamental 2, etapa seguinte da pesquisa em sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Registro de Representação Semiótica. Frações.

ABSTRACT: The purpose of the present study was to develop a proposal for teaching operations with fractions based on Duval's Semiotic Representation Registers theory. It is a cognitive theory and learning, concerning the acquisition and organization of learning situations of mathematical concepts. The concern with such difficulties associated with the formation of Mathematics teachers and the relevance of the theory of the Registers of Semiotic Representation led to the interest in investigating a proposal to address the problem of possible difficulties that students manifest

when studying operations with fractions. The need to convert numerical representation to continuous figural representation of fractions should improve the methodological path followed by the didactic sequence elaborated in this article, in order to better contribute to overcome the difficulties as presented by the students. In order to reach our goal, we elaborate a sequence of activities based on war and silva deities, which provide an intervention in the study of operations with fractions based on the counting principle and not with the concepts related to equivalence and equivalence classes. The conversion of the numerical record to the figural aims to construct a better understanding of the mathematical fraction object and the operations with them, since we relate with a geometric character. In fact, with this construction, we hope to contribute with the process of teaching and learning from fraction to elementary school 2, the next stage of classroom research.

KEYWORDS: Mathematics Education. Record of Semiotic Representation. Fractions.

1 | INTRODUÇÃO

A escola é uma instituição que preconiza a socialização de saberes legitimados culturalmente, reestruturados por processos de Transposição Didática (CHEVALLARD, 2004), para torná-los ensináveis aos sujeitos em fase desenvolvimento intelectual, preparando-os para a vida em sociedade.

Nessa preparação compete ao professor de matemática fazer com que os educandos realizem tarefas matemáticas, por meios de variadas técnicas, perpassando por diferentes formas de registros. Nesse sentido, a teoria de Registros de Representação Semiótica, idealizada por Duval (1988, 1993, 1995, 2003), concentra seus estudos na aprendizagem da matemática, mas voltado para aspectos cognitivos que possibilitem tornar aprendíveis os objetos matemáticos. Assim, Duval apresenta noções teórico-metodológicas que viabilize o processo de compreensão de objetos matemáticos no ensino de Matemática. O ensino das frações há grande dificuldade por parte dos alunos no reconhecimento da representação e na operação com esses números.

Escolhemos como referencial teórico deste artigo, a abordagem teórica de Duval, porque os Registros de Representação Semiótica aplicados ao domínio da Matemática, potencializa a compreensão de objetos matemáticos do currículo escolar.

As ideias supracitados nos permitiu significar as técnicas operatórias para as frações, utilizando a contagem, um conhecimento presente no sistema cognitivo de boa parte dos alunos do ensino fundamental 2.

O objetivo do presente estudo foi desenvolver uma proposta de ensino de operações com frações a partir da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

2 | REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

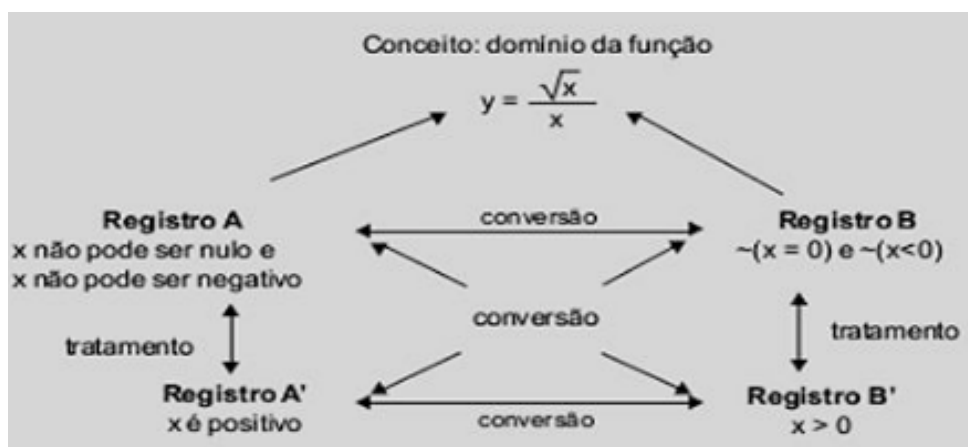
Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam dois grandes problemas no ensino de Matemática no Brasil: a necessidade de reversão do quadro, onde a Matemática se constitui em um ‘forte filtro social’, selecionando aqueles que concluirão o ensino fundamental, ou não, e a necessidade de que o ensino de Matemática cresça em qualidade e contribua para a formação do cidadão.

Nesse sentido há um vasto campo teórico da Educação Matemática buscando enfrentar essa problemática dentre elas a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1988, 1993, 2003 e 2009). Trata-se de uma teoria cognitivista que enfoca à aquisição e organização de situações de aprendizagem de conceitos matemáticos.

Um registro para Duval (1999) é um sistema semiótico que apresenta funções cognitivas fundamentais, como descrever, raciocinar e visualizar em matemática. No caso da fração, por exemplo, pode-se ter um registro de representação linguística (um meio), um registro de representação simbólica (figura geométrica, fórmula algébrica, etc.), ou ainda, um registro de representação figural (desenhos onde se dividem as figuras em partes iguais).

A contribuição de Duval para o processo de ensino e aprendizagem em matemática está em apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. Isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. É preciso que o estudante seja capaz de converter, de transitar entre uma e outra representação. Além disso, há singularidades que devem ser observadas em relação aos tratamentos e conversões de uma determinada representação (FLORES, 2006).

Segundo Duval (1999), um tratamento é a transformação de uma representação em outra do mesmo registro, isto é, uma transformação estritamente interna a um registro, enquanto que a conversão é uma representação de um registro em outra representação. Toda conversão em um sentido não significa que seja possível efetuarla no sentido inverso, necessitando assim, identificar o registro de saída e de chegada (Figura 1).



Duval (1993, 2003) assinala outras vantagens da diversidade dos registros de representação semiótica. Uma primeira vantagem tem a ver com economia de tratamento. Havendo vários registros de representação, é possível ocorrer mudança entre eles, e estas mudanças poderão ser mais econômicas e potencializadas; há uma ampliação de possibilidades de trocas e, por conseguinte, um aumento, também, na escolha do procedimento de resolução mais econômico para certo tipo problema.

A segunda vantagem refere-se à complementaridade dos registros. Esta resposta está apoiada, fortemente, no que certo tipo de sistema semiótico pode oferecer. Por exemplo, a linguagem discursiva não oferece as mesmas possibilidades que podem oferecer um diagrama, tabela, gráfico.

Acreditamos que o conceito de número fracionário é difícil de ser abstraído, havendo a necessidade de o aluno manipular diferentes formas de registro para facilitar o entendimento. Para Duval (2012, p. 268): “[...] a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível [...]”

A representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação, diz-se então que há congruência. Em caso de não transparecer absolutamente, então ocorrerá a não congruência. O segundo tipo de fenômeno é o da importância do sentido da conversão.

Segundo Severo (2008), em sua pesquisa sobre registros de representação semiótica e números racionais que visou avaliar as dificuldades dos alunos de uma Escola estadual da Zona Sul de Porto Alegre, em relação às representações de frações, investigando se eles mesmos, sem mencionar conversão e tratamento, conseguiam transitar por essas duas representações sem dificuldades, concluiu que “[...] há grande dificuldade, por parte dos estudantes, em realizar diferentes representações dos números racionais seja na passagem da fração para os números decimais ou vice versa” (Ibidem, p. 3).

Santana et al. (2013) investigaram os conhecimentos de futuros pedagogos com relação à fração e elucidaram como eles pensam e relacionam fração com seus registros de representação semiótica, à luz da teoria de Duval apontando um caminho que vai além de um reforço do discurso de que existe uma defasagem na formação dos professores. Assim sendo, a partir dos resultados obtidos e tomando-se como base os pressupostos da teoria dos registros de representação semiótica, foi possível elencar alguns elementos para o repensar das práticas formativas com relação à fração, quais sejam: propiciar a realização de conversões entre os registros de fração; propor situações que evidenciam a relação entre frações com

outros conceitos matemáticos como porcentagem e razão; evidenciar os invariáveis de equivalência e ordem nos diferentes registros de fração; explorar situações que envolvam os registros figurais contínuos e discretos; explicitar as diferenças de relações e propriedades entre o conjunto dos números inteiros e racionais; possibilitar a coordenação de várias representações de fração de modo simultâneo; trabalhar a formação das representações de fração partindo da compreensão de suas relações com o conceito.

Assumimos a ideia de fração como resultado da aplicação de duas etapas sucessivas sobre um todo. Construiremos figuras retangulares e estas serão “cortadas” em partes de mesma medida, pois podem existir n possibilidades de “cortarmos” o todo em partes iguais. Não se deve confundir a representação de fração, por exemplo, $1/2$, $4/3$, $7/1$ e $-3/2$, com o estudo do objeto fração.

3 | METODOLOGIA

O presente artigo se constitui como um estudo de natureza qualitativo e teórico-didático apresenta as ideias de uma sequência didática para se trabalhar operações com frações no 6º ano do ensino fundamental.

Fundamentamos nossa proposta em estudos da literatura Guerra e Silva (2008), que trazem uma intervenção no estudo das operações com frações baseados no princípio da contagem e não com os conceitos relacionados com equivalência e classes de equivalência como é trabalhado por alguns livros.

4 | REPRESENTAÇÃO E OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

De um modo geral podemos representar as frações como os livros didáticos as representam, perpassando pelas conversões, que segundo a teoria de Duval, são necessárias para o aluno apreender o conhecimento de matemática e mais especificamente de frações.

Em nossas práticas docentes, vemos que os alunos revelam dificuldades na tarefa de converter $\frac{1}{5}$ em 0,20, por exemplo. Sentem mais dificuldade quando ao contrário, ou seja, quando o registro de partida é o numérico na forma decimal e a conversão é para o registro na forma fracionária. Outro problema detectado está relacionado às frações impróprias, que são aquelas em que o numerador é maior que o denominador. O aluno tem dificuldade em representa-las e um recurso para isto é o registro figural (Figura 2).

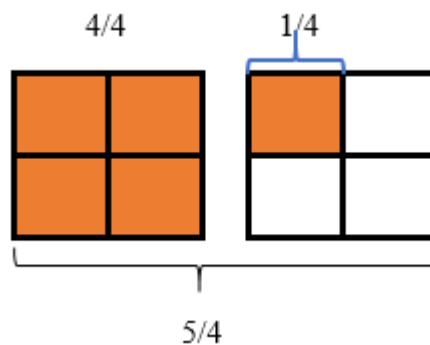


Figura 2 - Representação da fração imprópria $5/4$.

Fonte: Autores.

Na Figura 2, temos a fração $5/4$. Os alunos representariam essa fração, separadamente, por $\frac{4}{4}$ e $\frac{1}{4}$. Isso decorre da ideia figural que eles assumem, que a fração está em uma única figura, porém, se contarmos as partes pintadas, teremos um numerador 5 e, estabelecendo que os dois desenhos representam um único denominador 4, resulta na fração $5/4$. De outro modo, se a ideia for de somar duas frações com o mesmo denominador, então a interpretação figural torna-se numérica: $\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$.

5 | TRATAMENTO E CONVERSÕES DAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS COM FRAÇÕES

As quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) merecem nossa atenção, porque estruturam uma gama de compreensões futuras, principalmente, quando os registros passam a ser números racionais positivos ou negativos. No que segue, estaremos tratando a ideia de fração como parte de um todo, representável no registro figural e numérico.

Sejam as frações $3/6$ e $1/2$, se estabelecermos a soma numérica entre elas, ou seja, $\frac{3}{6} + \frac{1}{2}$, podemos usar o registro figural contínuo para melhorar a compreensão dos alunos e estes apreenderão melhor o conhecimento, conforme mostramos na Figura 3.

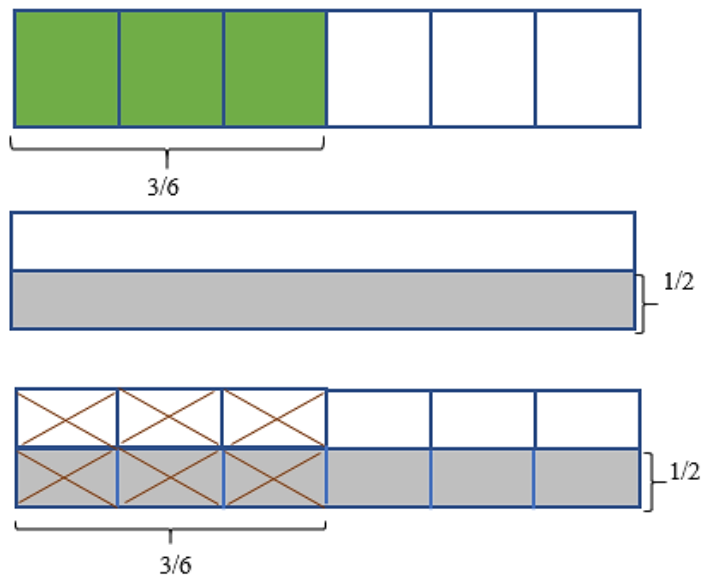


Figura 3 - Representação da soma $\frac{3}{6} + \frac{1}{2}$.

Fonte: Autores.

Na Figura 3 é possível contarmos os retângulos pequenos pintados, num total de 6, que é a quantidade que representa a fração $\frac{1}{2}$. Os indicados com um X representam a fração $\frac{3}{6}$, estes em números de 6. Obtemos pela soma dos retângulos pequenos pintados e com os indicados por X o numerador da fração soma: $6 + 6 = 12$. O número total de retângulos pequenos é 12 (denominador), logo, chegamos como resultado a fração soma igual a $\frac{12}{12} = 1$, significando o todo ou inteiro.

O resultado $\frac{12}{12}$ não converge com as ideias dos livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental, nos quais, calcula-se o mínimo múltiplo comum (m. m. c) de 6 e 2, obtendo-se 6 e o registro operatório seria: $\frac{3}{6} + \frac{1}{2} = \frac{(6 \div 6) \times 3 + (6 \div 2) \times 1}{6} = \frac{3+3}{6} = \frac{6}{6} = 1$. Entretanto, na fração $\frac{12}{12}$ temos a fração $\frac{6}{6}$, ou seja, $\frac{12}{12} = \frac{2 \times 6}{2 \times 6} = \frac{2}{2} \times \frac{6}{6} = 1 \times \frac{6}{6} = \frac{6}{6}$.

Se observamos com mais atenção a Figura 3, notamos que as frações $\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{2}$ possuem a mesma medida, isso indica que as frações são equivalentes devido a fração três sextos conter a fração um meio: $\frac{3}{6} = \frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{3}{3} \times \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Dessa compreensão surge a seguinte registro: $\frac{3}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$. Além disso, temos ainda que: $\frac{3}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times (\frac{3}{3} + 1) = \frac{1}{2} \times (1 + 1) = \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$. Na Figura 4 temos outro exemplo de adição de frações.

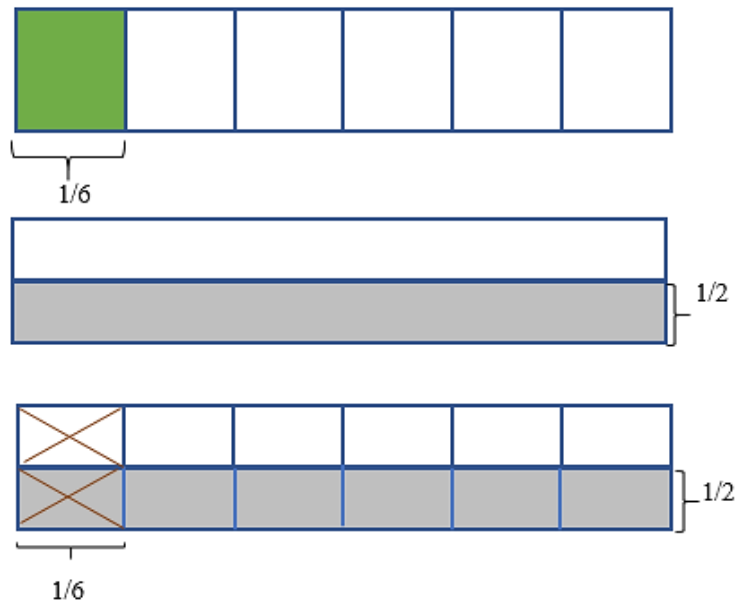


Figura 4 - Representação da soma .

Fonte: Autores.

Na Figura 4, o resultado de $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$, surge da soma de 6 retângulos pequenos pintados com dois indicados com X, isto é, $6 + 2 = 8$ (numerador) e como o total de retângulos pequenos é 12 e representa o denominador da fração adição, temos que: $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{8}{12}$. Novamente, a fração adição difere das estratégias didáticas dos livros didáticos de Matemática, nos quais, o m. m. c., compõe a técnica para solucionar esse tipo de adição: $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1+3}{6} = \frac{4}{6}$. Porém, $\frac{8}{12} = \frac{2}{2} \times \frac{4}{6} = 1 \times \frac{4}{6} = \frac{4}{6}$. De outro modo, $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} + 1\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1+3}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{2 \times 3} = \frac{4}{6}$.

A subtração $\frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{13}{6}$, também é ilustrável pela representação figural, como consta na Figura 5. Essa operação, $\frac{5}{2} - \frac{1}{3}$, é resolvida da seguinte maneira: primeiro se calcula o mínimo múltiplo comum que dá 6, e depois divide-se por 2, que é 3 e multiplica-se por 5 para se obter 10, em seguida subtrai-se da divisão de 6 por 3 que dá 2 multiplicado por 1 que dá 2, então $\frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{(6+2) \times 5 - (6+3) \times 1}{6} = \frac{15-2}{6} = \frac{13}{6}$. Para o aluno que trabalha só com esse tratamento fica mais difícil o entendimento sobre o porquê deste procedimento. Na Figura 5 é mostrado a conversão para o registro figural.

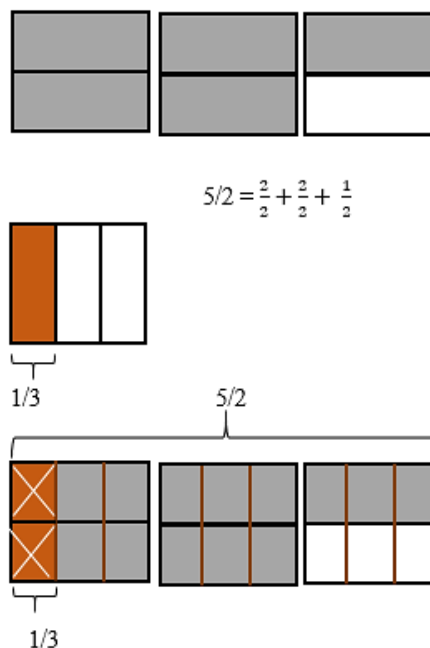


Figura 5 - Representação da subtração $\frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{13}{6}$.

Fonte: Autores.

Na Figura 5, a fração $\frac{5}{2}$ possui 15 retângulos menores pintados, mas desses 15, retiramos os dois simbolizados pelos retângulos com X, que corresponde a fração $\frac{1}{3}$, restando 13 retângulos menores pintados. Esses 13 retângulos menores é o numerador da subtração em questão, cujo denominador está indicado nos retângulos maiores, todos “cortados” em seis partes iguais.

Conforme Guerra e Silva (2008, p. 48), a “[...] ‘nova unidade’ que é comum e pode ser considerada a partir da unidade referencial utilizada inicialmente nos levando a buscar mais uma motivação na matemática grega que, embora não medisse magnitudes, por não fixar uma unidade, as comparava [...]”.

Para a multiplicação de $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$ iremos representar, como mostra a Figura 6.

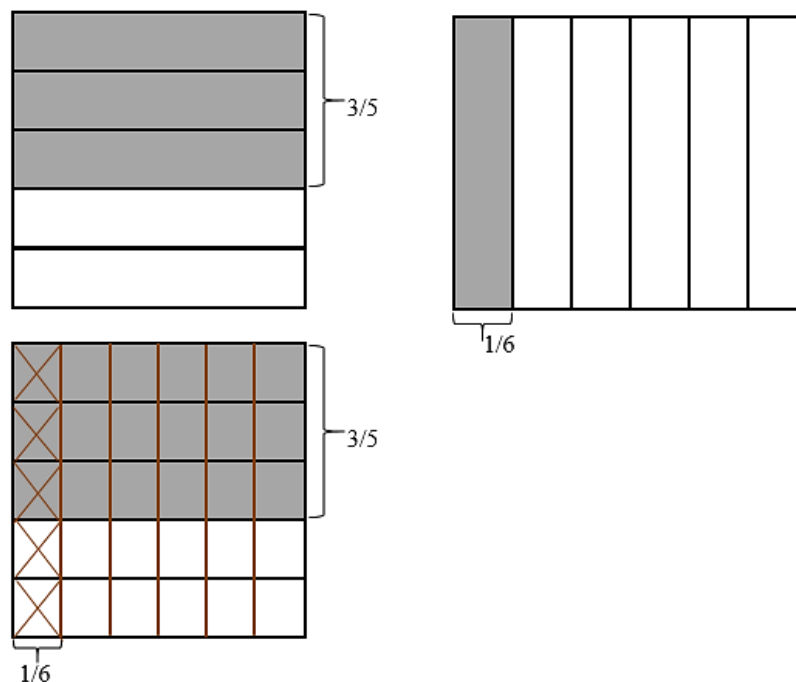


Figura 6 - Representação da soma .

Fonte: Autores.

Neste caso, na Figura 6, observa-se a interseção entre os retângulos menores pintados, que são um total de 18, e os marcados com X, que são 6. A interseção entre os indicados com X e retângulos menores pintados são apenas 3, que representa o numerador da fração produto, enquanto no retângulo maior há 30 retângulos menores, que representa o denominador da fração, portanto, $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$. Quando o aluno resolve essa multiplicação pela técnica apresentada na maioria dos livros didáticos, ele apenas utiliza o tratamento: $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3 \times 1}{5 \times 6} = \frac{3}{30}$. Neste caso, o aluno trabalha apenas com registros numéricos.

No caso da divisão de fração iremos usar uma ideia associada a divisão entre dois números inteiros, por exemplo, quando se tem $6 : 3 = 2$, significa dizer que o 3 cabe 2 vezes dentro do seis. Quando se divide $2 : \frac{1}{2} = 4$. Da maneira usual, os alunos fariam $2 \times \frac{2}{1} = \frac{2 \times 2}{1} = \frac{4}{1} = 4$, pois a regra ensinada é conservar-se a primeira fração e multiplica-se pelo inverso da segunda. O quociente 4 indica que a fração $\frac{1}{2}$ cabe quatro vezes no 2. As Figuras 7 e 8 mostram como isso ocorre.



Figura 7 - Registro figural de 2 inteiros.

Na vertical dividimos cada inteiro na metade, como mostra a Figura 8.

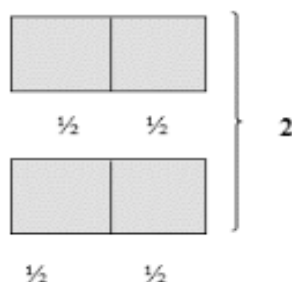


Figura 8 - Quantas vezes o $\frac{1}{2}$ cabe no 2.

Fonte: Autores.

Vemos pela Figura 8 que $\frac{1}{2}$ cabe 4 vezes dentro de 2 inteiros ou $\frac{1}{2}$ cabe 2 vezes dentro de um inteiro. Para a divisão de $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{6}$, faremos pela técnica convencional dos livros didáticos: $\frac{3}{5} \div \frac{1}{6} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{18}{5}$. Nesse tipo de procedimento, Duval chama de tratamento. A conversão para o registro figural, exibimos na Figura 9. Nessa Figura 9, é possível observar que $\frac{1}{6}$ equivale a 5 quadrados pintados, enquanto que a fração $\frac{3}{5}$ equivale a 18 quadrados marcados com X. Os quadrados pintados, que são em número de 5, cabem 3 vezes dentro dos quadrados marcados com X, ou seja, $3 \cdot 5 = 15$, restando 3 quadrados com X. Então, só é possível colocar 3 quadrados pintados de um total de 5, como mostram as Figuras 10 e 11.

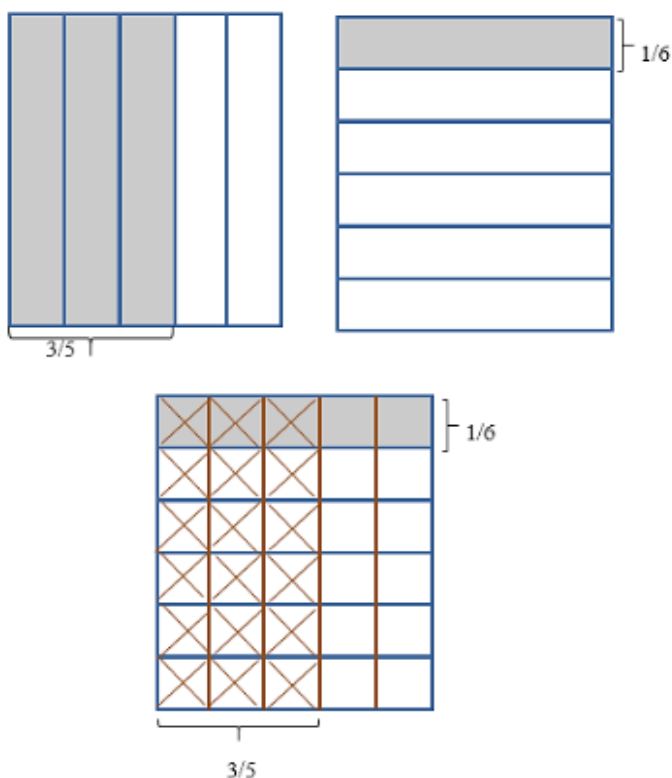


Figura 9 - Representação de $\frac{3}{5} \div \frac{1}{6} = \frac{18}{5}$

Fonte: Autores.

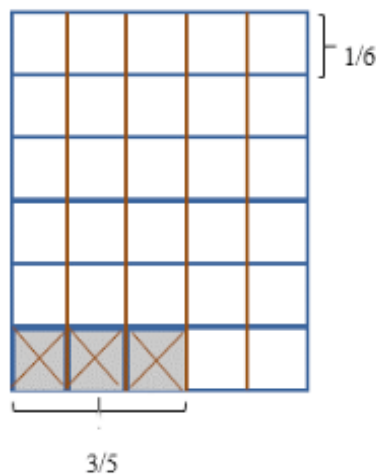


Figura 10 - Representação de $\frac{3}{5}$ que faltam.

Fonte: Autores.

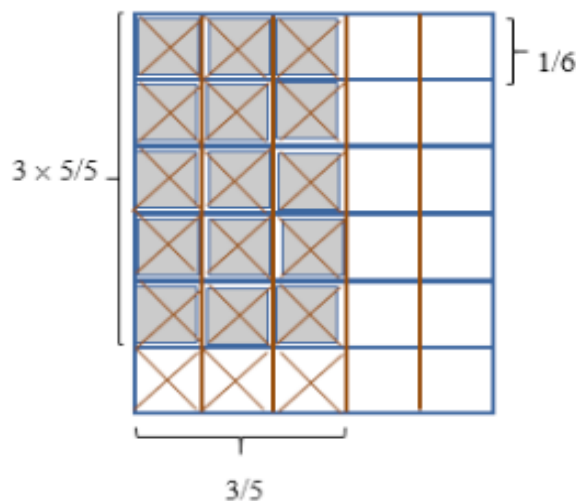


Figura 11 - Representação de $3 \times \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$.

Fonte: Autores.

É possível observar que há 18 quadrados pintados (unindo as Figuras 10 e 11) e as subdivisões verticais que são em número de cinco, ou podemos fazer referência aos 5 quadrados pintados que são representados por $\frac{1}{6}$ (Figura 9).

Moretti (2002, p. 349) cita Duval (1993) e que ele anuncia como hipótese fundamental de aprendizagem, mediada pelos registros de representação semiótica e a cognição de conversão: “A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.” Além disso, vemos que a coordenação de registros movimenta a cognição do aluno, ação importante para que este compreenda, no que se refere a fração, o conceito de número fracionário, algo difícil de ser abstraído, principalmente no 6º ano do ensino fundamental.

Guerra e Silva (2008, p. 53) comentam que estes “[...] procedimentos se mostram inadequados para operar com mais de duas frações, embora possam ser empregados

em operações com um número qualquer de frações [...]”, mas é necessário valorizar as técnicas empregadas nos livros didáticos.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Raymond Duval que desenvolve estudos relativos à Psicologia Cognitiva contribui com a área da Matemática e Educação Matemática, aponta a conversão como condição necessária para a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Essas ideias contidas na teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) possibilita uma ótica diferente para analisar as dificuldades que os alunos revelam ao estudarem frações mais complexas (impróprias) e solucionar tarefas que envolvem operações com frações.

A importância de se trabalhar frações com manipulação de diferentes formas de registro, principalmente o figural contínuo, conforme o que é proposto neste artigo, é de relevância, pois nestes registros é possível visualizarmos as frações impróprias e realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com frações, onde na maioria das vezes, o que se observa é os alunos com dificuldade de adotar um procedimento resolutivo para essas operações, principalmente da adição e subtração, somam ou subtraem tanto os numeradores, quanto os denominadores.

A necessidade da conversão da representação numérica para a representação figural contínua das frações deve melhorar o caminho metodológico percorrido pela sequência didática elaborada neste artigo, a fim de melhor contribuir para compreensões de alunos e professores.

Nosso objetivo em desenvolver uma proposta de ensino de operações com frações a partir da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, foi alcançado, pois evidenciamos nesta proposta que o conceito de contagem, pode ser estendido ao estudo das operações com frações, subsidiando um fazer docente com o propósito de promover a compreensão das operações com frações que surgem como em um passe de mágica.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 5ª – 8ª séries: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998, 148 p.

CHEVALLARD, Yves. **La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire**. 2004. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=48>. Acesso em: 18 mar. 2017.

DUVAL, R. **Écarts sémantiques et cohérence mathématique: introduction aux problèmes de congruence** (C. R. Flores & M. T. Moretti). Strasbourg: IREM (Obra original publicada, 1988).

DUVAL, R. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Strasbourg, v. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, R. (2009). **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (L. F. Levy & M. R. A. da Silveira. São Paulo: Livraria da Física (Obra original publicada, 1995).

DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In A. Franchi, B. A. da Silva, J. L. M. de Freitas, L. C. Pais, M. C. S. de A. Maranhão, R. F. Damm et. al, *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução de Mérciles Thadeu Moretti. *Revemat: R. Eletr. de Educação Matemática*. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: < <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266> >. Acesso em: 18 mar. 2017.

FLORES, C. R. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem**. *Bolema*, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, pp.77 a 102.

GUERRA, R. B. e SILVA, F. H. S. **As operações e o princípio da contagem**. *Bolema*. Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p 41 a 54.

MORETTI, M. T. **O papel dos registros de representação na aprendizagem da matemática**. *Contrapontos*, Itajaí, v. 2, n. 6, p. 343-363, 2002.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F.; FRANCO, P. L. **Estudo das formas de negação no processo de ensino da matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica**. *Ciênc. educ. (Bauru)* [online]. v. 18, n.2., 2012. pp. 469-486.

SANTANA, L. E. de L., LIMA, L. H. M., HOLANDA DA SILVA. S., OLIVEIRA, B. P. **Frações e seus diferentes registros de representação semiótica: uma análise da percepção de futuros pedagogos**. Disponível em: <sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/144_1180_ID.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2018.

SEVERO, D. F. **Os Registros de Representação Semiótica e os Números Racionais**. III Mostra de Pesquisa da Pós-Graduação PUCRS. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Faculdade de Física, PUCRS. 2008.

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES NO ENSINO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dayson Wesley Lima Castro

Universidade do Estado do Pará
Belém – Pará

Natanael Freitas Cabral

Universidade do Estado do Pará
Belém – Pará

RESUMO: As pesquisas em Educação Matemática trazem constantes discussões sobre novas abordagens no ensino de matemática, que buscam a superação das aulas tradicionais sustentadas pelo tripé definição-exemplo-exercício de um conteúdo matemático. As Sequências Didáticas surgem neste cenário como uma possibilidade viável para esse problema, proporcionando uma aprendizagem mais significativa aos alunos por meio de um ambiente mais participativo. Assim, este artigo tem por objetivo identificar as contribuições que as Sequências Didáticas estão trazendo ao processo de formação inicial dos futuros professores de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). A estrutura e elaboração dessas Sequências Didáticas são influenciadas pelo construto teórico de Cabral (2017), as unidades articuladas de reconstrução conceitual (UARC) que estimula uma participação mais ativa dos alunos escolares sem descartar a presença do professor. Por

meio de um questionário eletrônico aplicado aos discentes do Curso de Licenciatura em Matemática e de uma pesquisa bibliográfica às produções científicas dos cursos de Graduação e Pós-Graduação em Matemática da UEPA. Os resultados apontam quatro aspectos importantes na perspectiva da formação inicial dos futuros professores de Matemática da UEPA, quais sejam: o reconhecimento da importância do ensino planejado articuladamente; a aplicação dessas sequências didáticas revelou maior nível de envolvimento dos alunos escolares na produção dos saberes; o aprofundamento argumentativo dos futuros professores na apresentação dos conteúdos e, por fim, o papel do professor orientador e do aluno mais ativo se materializam em um nível significativo.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de professores. Ensino de Matemática. Sequências Didáticas.

DIDACTIC SEQUENCES IN THE MATHEMATICS EDUCATION: CONTRIBUTIONS ON TEACHING AND ON TEACHER'S TRAINING

ABSTRACT: Research in Mathematics Education brings constant discussions about new approaches in mathematics teaching, which seek to overcome traditional lessons supported by the tripod definition-example-exercise of a mathematical content. The

Teaching Sequences appear in this scenario as a viable possibility for this problem, providing a more meaningful learning to the students through a more participative environment. Thus, this article aims to identify the contributions that the Didactic Sequences are bringing to the initial formation process of future Mathematics teachers of the University of the State of Pará (UEPA). The structure and elaboration of these Didactic Sequences are influenced by the theoretical construct of Cabral (2017), the articulated units of conceptual reconstruction (UARC) that stimulates a more active participation of the school students without ruling out the presence of the teacher. By means of an electronic questionnaire applied to the students of the Degree in Mathematics and a bibliographical research to the scientific productions of the courses of Graduation and Post-Graduation in Mathematics of UEPA. The results point to four important aspects from the perspective of the initial formation of UEPA future teachers of Mathematics: Recognition of the importance of teaching planned articulately, the application of these didactic sequences revealed a higher level of involvement of school students in the production of knowledge, deepening the argumentative future teachers in the presentation of the contents and, finally, the role of the tutor and the most active student materialize at a significant level.

KEYWORDS: Teacher's training. Mathematics Teaching. Didactic Sequences.

1 | INTRODUÇÃO

A necessidade de mostrar a aplicabilidade da Matemática no cotidiano dos alunos da educação básica, vem se destacando entre os pesquisadores em educação que alertam a superação de dificuldades nos processos de ensino e aprendizagem desta disciplina. Atualmente, a dinâmica pedagógica nas aulas de Matemática é fortemente marcada pela exposição do conteúdo, em que o aluno não participa ativamente da construção dos conceitos matemáticos.

Com estes alertas, pode-se perceber que há uma certa urgência no desenvolvimento de novas metodologias de ensino que tenham o aluno como um agente ativo nas aulas de Matemática. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) destacam que

[...] uma opção metodológica que considera a atuação do aluno na construção dos seus próprios conhecimentos, valoriza suas experiências, seus conhecimentos prévios e a interação professor-aluno e aluno-aluno, buscando essencialmente a passagem progressiva de situações em que o aluno é dirigido por outrem a situações dirigidas pelo próprio aluno. (BRASIL, 1997, pp. 61-62)

Percebe-se então que o aluno necessita possuir também responsabilidade em sua aprendizagem durante sua formação escolar. O que remete a refletir que o professor, por sua vez, precisa elaborar uma metodologia que favoreça a atuação do aluno na construção dos conceitos matemáticos por meio de uma linguagem mais acessível e que considera as experiências desse aluno.

Destaca-se, então, o professor como peça fundamental para a elaboração, desenvolvimento e aplicação de metodologias alternativas que potencializem o processo de ensino-aprendizagem. Dias ressalta que

[...] o professor tem importante papel, atuando como mediador, impondo o ritmo e não centralizando todas as ações. Cabe a ele incentivar e determinar que os alunos estudem, trabalhem, pois sem esforço não há aprendizagem. Assim, o professor não ensina, apenas, deve orientar a aprendizagem que é de responsabilidade do aluno. Para isso, deve estar sempre empenhado, procurar novas abordagens visando atingir o maior número de alunos, o que requer domínio da linguagem e capacidade de se relacionar bem, mesmo sem deixar de ser exigente e justo. (DIAS, 2017, p. 72)

Por meio deste incentivo aos professores de Matemática, mostra-se a possibilidade da flexibilização do ensino de Matemática nas escolas da educação básica, como já vem sendo realizado com as tradicionais tendências da Educação Matemática. E agora, destaca-se uma recente abordagem educacional que vem sendo desenvolvida nos cursos de Graduação e Pós-Graduação, em diversas universidades brasileiras, inclusive no curso de licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará, qual seja, as chamadas “Sequências Didáticas”.

As Sequências Didáticas no ensino de Matemática são caracterizadas como o conjunto de atividades que estão, intrinsecamente, interligadas para a aprendizagem de um conceito possa ser feita de forma gradual. Uma contribuição a esta abordagem é o construto teórico de Cabral (2017) denominado Unidade Articulada de Reconstrução Conceitual que orienta na estruturação das intervenções (atividades) a serem desenvolvidas pelo professor.

A aplicação das Sequências Didáticas em sala de aula vem mostrando que as dificuldades em diferentes conteúdos matemáticos podem ser diminuídas significativamente proporcionando uma melhoria na aprendizagem dos alunos. Nesse contexto, este artigo tem por objetivo identificar as contribuições que as Sequências Didáticas estão trazendo ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática e durante a formação de professores de Matemática.

2 | ESTRUTURA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As primeiras concepções associadas ao modelo de Sequência Didática (SD) são expostas por Araújo (2013, p. 322) em sua pesquisa sobre os trabalhos desenvolvidos pelo grupo de Genebra. Este grupo realizou pesquisas que exploravam a aquisição da língua escrita por meio de um trabalho sistemático envolvendo gêneros textuais. Assim, originalmente, as SD's caracterizam-se como uma metodologia em que o professor organiza as atividades que dependem de núcleos temáticos (conceito dos objetos de estudo) e procedimentais (técnicas de constituem o conceito).

Com o desenvolvimento de tais ideias, conceituou-se a SD como “o conjunto de

atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero textual oral ou escrito” (DOLZ, NOVERRAZ e SCHNEUWLY, 2004, p. 96). No entanto, especificamente, ao ensino de Matemática, a natureza de uma SD é abstrata em virtude da particularidade dos objetos matemáticos apresentarem essa característica.

O modelo de SD utilizado pelos pesquisadores é dividido em quatro fases em que o conjunto de atividades nela proposta resultará em um padrão, modelo ou fórmula matemática construída pelo aluno durante a SD. A figura 1 mostra a estrutura de uma SD ainda na concepção do grupo de Genebra.



FIGURA 1: Procedimento metodológico de uma Sequência Didática

Fonte: Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004, pp. 97-98, adaptado)

O procedimento acima não foi estruturado para o ensino específico de matemática, mas por meio de adaptações, na *primeira fase*, em que é feita a apresentação da situação, os alunos são dirigidos pelo professor a analisar um problema matemático por meio dos dados elencados por este problema e a delimitação do objetivo do problema (descoberta da solução). Além de que neste primeiro momento, é feita uma representação da situação-problema sem que o objeto matemático seja explicitado.

Na *segunda fase*, onde tem-se uma produção inicial, é necessário a verificação dos conhecimentos prévios dos alunos, que são os conteúdos fundamentais para adquirir novos conhecimentos. Esta fase é primordial pois, por meio da identificação desses conhecimentos prévios surge a possibilidade da potencialização de tais conhecimentos entre os alunos, e então são desenvolvidas as atividades da fase seguinte de forma sistemática.

A *terceira fase* pode ser a fase mais trabalhosa na elaboração de uma SD em virtude do desenvolvimento de módulos. Estes módulos caracterizam-se pela confecção de atividades que propõem o desenvolvimento das capacidades adquiridas pelos alunos previamente. Nesta fase, inicia-se a construção do novo objeto matemático que o professor quer que seus alunos aprendam. E como toda construção, é necessário delinear a sustentação do projeto e em seguida, executar pequenas tarefas que resultarão no objetivo proposto. Assim, há a criação de elos entre as atividades que sempre estarão interligadas e que podem aumentar a complexidade entre elas. A determinação do número de módulos depende intrinsecamente do objetivo proposto pelo professor na primeira fase e do suprimento das possíveis dificuldades que aparecerão durante a realização das atividades propostas.

Na *quarta fase*, após a finalização dos módulos, há uma produção final que

representa o objetivo proposto pelo professor. A construção feita pelos alunos na fase anterior por meio dos padrões observados, proporcionará na visualização de um modelo matemático que auxiliará na resolução da situação-problema inicial. É nesse momento o professor faz a formalização do objeto matemático.

Por meio dessa estrutura e da sistematização intrínseca a ela, o professor consegue flexibilizar o ensino de matemática com uma linguagem mais acessível ao aluno. Antes, o professor colocava no quadro uma fórmula ou procedimento, agora, com o modelo construtivista de uma SD, o professor faz com que os alunos construam a fórmula ou percebam o procedimento para encontrar os resultados por meio da exploração de regularidades.

Outra contribuição ao ensino de Matemática através de SD's, é o construto teórico de Cabral (2017) denominado de Unidade Articulável de Reconstrução Conceitual (UARC). Esse construto possibilita um suporte na elaboração das atividades orientando os professores nas intervenções que serão adotadas para a (re)construção do conceito matemático.

Para compreensão do construto de Cabral, utiliza-se uma analogia entre a reconstrução conceitual de um objeto de aprendizagem ao revestimento de uma superfície S . Essa superfície S pode ser revestida por superfícies s , ou seja, há um conjunto de pequenas unidades s que unidas podem constituir a mesma área da superfície S (Figura 2). A UARC seria justamente essa superfície menor s , conceituada como o conjunto de intervenções que o professor utiliza para minimizar a dificuldade de aprendizagem de seus alunos, tais intervenções são constituídas das atividades que formarão a SD.

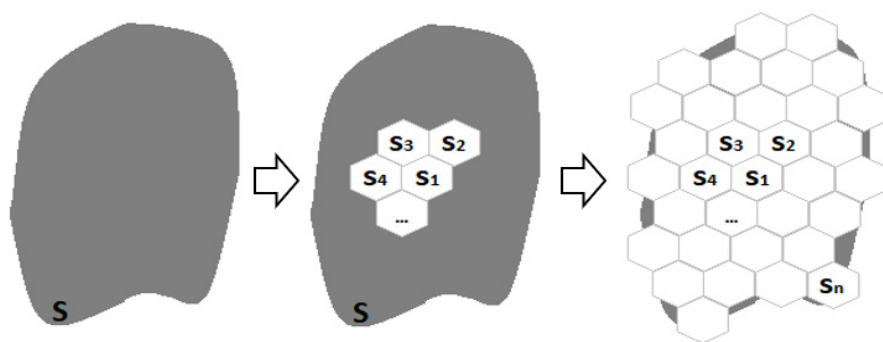


FIGURA 2: Consolidação de uma UARC

Fonte: Cabral (2017, pp. 39-40, adaptado)

Observa-se que não há uma determinação para o número de UARC's que o professor pode realizar, pois isso depende de muitos fatores como o conteúdo trabalhado, as dificuldades dos alunos, tempo, entre outros. No entanto, vale frisar que todas as UARC's adotadas devem manter-se conectadas, até que em uma n -ésima UARC a dificuldade inicial seja sanada.

Cabral (2017, p.40-43) categoriza essas intervenções que constituem uma UARC

de modo a explicitar a funcionalidade desse construto teórico. Para o autor há seis *categorias estruturantes* de intervenções: Intervenção Inicial (*Ii*), Intervenção Reflexiva (*Ir*), Intervenção Exploratória (*Ie*), Intervenção Formalizante (*If*), Intervenção Avaliativa Restritiva (*IAR*) e Intervenção Avaliativa Aplicativa (*IAa*).

A Intervenção Inicial (*Ii*) é o primeiro estímulo do professor em seus alunos para que de uma maneira empírico-intuitiva estes possam perceber as regularidades funcionais de um conceito. Geralmente, é constituída de uma atividade muito simples, capaz de ser realizada por qualquer aluno que obtêm um conhecimento informal do pensamento matemático.

A Intervenção Reflexiva (*Ir*) materializa-se por meio de um questionamento que se refere a um ou mais aspectos relacionados ao objeto matemático de reconstrução. Por meio dessa intervenção, o aluno é estimulado a refletir sobre o que está fazendo e as implicações desse fazer sobre outros aspectos da atividade desenvolvida.

A Intervenção Exploratória (*Ie*) tem por objetivo aprofundar o conhecimento do aluno a respeito das respostas obtidas por meio das *Ii*'s. Nesta intervenção, o aluno é solicitado para executar procedimentos como simulações, experimentações, descrições, preenchimento de tabelas, elaborar gráficos, entre outros, que contribuirão na visualização de generalizações.

A Intervenção Formalizante (*If*) é resultante das generalizações empírico-intuitivas oriundas de um conjunto de *Ii*'s e *Ie*'s. Essa intervenção é feita pelo professor que considera essas verdades “empírico-intuitivas”, supostas pelos alunos, e reelabora-as com a formalidade matemática, satisfazendo as exigências do saber axiomático.

A Intervenção Avaliativa Restritiva (*IAR*) é concebida com a finalidade de estabelecer um primeiro parâmetro de aferição de aprendizagem do objeto matemático. Nessa intervenção, é fortalecido o aspecto de justificativa do procedimento adotado por meio das verdades “empírico-intuitivas” estabelecidas. Além de que proporciona ao aluno perceber o significado (sentido) do objeto matemático e a funcionalidade dos algoritmos decorrentes na construção desse conceito.

A Intervenção Avaliativa Aplicativa (*IAa*) tem por finalidade a Resolução de Problemas. Esta intervenção estimula o aluno a mobilizar as noções conceituais ligadas aos algoritmos estabelecidos em situações-problemas, sejam reais ou abstratas, mas que se adequem ao seu nível de ensino.

Percebe-se que em grande parte das intervenções o aluno é responsável por expor suas ideias, elencar conjecturas, perceber padrões, entre outras ações, o que vem diferenciar o ensino de Matemática por meio de SD's como uma metodologia alternativa. Para Cabral

É justamente a percepção dessas regularidades que permitem aos alunos, ainda que intuitivamente, numa lógica fundamentalmente empírica, serem convencidos de “certas verdades” do saber matemático. Esse processo de “convencimento” que não é promovido pelos argumentos estruturantes de uma “demonstração matemática” em seu sentido mais rigoroso, mas que nesse nível de aprendizagem

Assim, não se desconsidera a viabilidade do rigor matemático em sala de aula, mas estimasse que este rigor pode ser flexibilizado em uma linguagem favorável ao entendimento dos alunos por meio de suas conclusões orientadas pelo professor. Tal contribuição ao ensino de matemática vem criando adeptos, em virtude das implicações positivas ocorrentes na aprendizagem dos alunos. A seguir, é feita uma análise estrutural de SD's aplicadas em sala que tiveram resultados significantes.

3 | ANÁLISE DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao tratar-se da estrutura, buscou-se analisar exemplos de SD's aplicadas em sala de aula e que mostraram uma nova abordagem ao ensino de Matemática na educação básica gerando resultados satisfatórios na aprendizagem dos alunos. Bem como, priorizaram a reflexão dos alunos durante as atividades para a construção de novos conceitos matemáticos. Segundo os estudos de Golbert,

[...] a reflexão gera uma “atitude” matemática, dá origem a esquemas mentais apropriados para pensar matematicamente e fazer matemática. Nesta perspectiva, *a matemática deixa de ser a prática de memorizar e executar técnicas* e passa a ser o modo de abordar um problema, isto é, pensar num problema, a partir de diferentes perspectivas, procurando relações. (GOLBERT, 2009, pp.43-44, *grifo nosso*)

Nessa ótica, ratifica-se que as SD's propiciam um método para que o aluno participe de sua aprendizagem ativamente por meio das indagações feitas pelo professor, criando um desequilíbrio cognitivo que será solucionado por meio das atividades elaboradas. Além disso, abandona-se o processo de memorização de fórmulas e procedimentos durante a aprendizagem de matemática.

Com o objetivo de sondar as potencialidades que uma SD traz ao ensino de Progressão Aritmética (P.A.), Gama (2017) realizou sua pesquisa com 16 alunos do 3º Ano do ensino médio de uma escola em Belém/PA, onde através de sua SD possibilitou com que estes alunos construíssem conceitos inerentes a esse conteúdo.

Para viabilizar sua pesquisa, o método utilizado pelo pesquisador foi a análise microgenética, uma ferramenta utilizada tanto na Psicologia quanto na Educação que considera os pressupostos de Vygotsky em observar os indícios de aprendizagem em episódios interativos. O que proporcionou a visualização dos indícios de aprendizagem dos alunos na aplicação das 3 listas de atividades da SD.

De início, os alunos foram dirigidos a analisar sequências numéricas, neste caso, se o pesquisador utilizasse o construto teórico de Cabral, essa primeira situação seria uma *li*, em que os alunos começam a desencadear as primeiras conclusões empírico-intuitivas a partir de suas observações nas sequências numéricas. A primeira lista

de atividades conteve 4 questões que serviram como roteiros para desencadear as primeiras observações dos alunos ao analisar um conjunto de 3 sequências numéricas. A primeira sequência numérica analisada pelos alunos foi 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29. Veja algumas observações feitas pelos alunos a partir das indagações do professor (Figura 3).

- (117) Professor- A primeira pergunta que eu fiz foi essa: Se está aumentando, ou crescendo, ou se está diminuindo? Vocês todos falaram que eles estão crescendo. Não foi isso que vocês falaram?
- (118) Foi.
- (119) Professor- Então se eles estão crescendo de um número para o outro... está variando [de um termo para o outro], não é?
- (119) Professor- A gente acabou de perguntar...
- (119) Professor- Daqui para cá [apontando para primeiro termo e depois para o segundo termo da sequência A] foi respondido que variou quanto?
- (120) Dois.
- (121) Professor- E do segundo termo para o terceiro variou quanto?
- (122) Dois.
- (123) É constante sim, porque todos estão [variando] de dois em dois.

FIGURA 3: Transcrição das observações dos alunos em diálogo com o professor sobre a primeira sequência numérica apresentada na SD de Gaa (2017)

Fonte: Gama (2017, pp. 30-31)

Observa-se que as indagações do professor vão dirigindo o pensamento dos alunos que, intuitivamente, constroem suas ideias sobre a razão de uma P.A. A cada pergunta que o professor realiza, associa-se a uma I_r , e a partir do momento em que novas sequências numéricas são apresentadas aos alunos, tem-se uma I_e , que contribuiu para o desenvolvimento de conjecturas e relações.

A medida que as atividades se desenvolveram, as noções intuitivas sobre o conceito de P.A. foram construídas e ao final feita a formalização (I_f) (Figura 4).

- (1004) Professor- (...) estão aqui algumas sequências numéricas [apontando para os exercícios resolvidos]. As sequências numéricas encontradas nas listas de atividades 1,2 e 3 são muito conhecidas na Matemática e são denominadas de Progressão Aritmética, também chamada de P.A e possui a seguinte definição: P.A é uma sequência numérica e que a cada termo a partir do segundo é somado um valor constante r , denominado de razão.

FIGURA 4: Formalização do conceito de P.A. feita pelo professor após a finalização da SD

Fonte: Gama (2017, p.40)

Por meio da SD de Gama (2017) foi possível perceber que o professor pode ensinar o conteúdo de P.A. sem que, diretamente, apresente as definições e fórmulas para o aluno. De tal modo que, através da construção dos conceitos, o aluno tornou-se integrante central em sua aprendizagem, criando um ambiente propício a discussões e contribuições entre os alunos e o professor.

A pesquisa de Moura (2017) objetivou identificar as potencialidades de uma SD elaborada para a aprendizagem de Desigualdade Triangular por meio de um material concreto para facilitar a construção desse conceito. O pesquisador contou com a participação de 4 alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Belém/PA. O autor também utilizou a análise microgenética em sua pesquisa, assim como utilizou a análise de discurso para aprimorar seu estudo de caso.

O material concreto elaborado por Moura era constituído de quadrados de diferentes tamanhos e cores. Assim, inicialmente, os alunos foram orientados a descobrir a medida dos lados de cada quadrado com a utilização da régua (*Ii*). Posteriormente, as atividades seguem com o intuito dos alunos construir triângulos com os lados dos quadrados e a partir disso surgem as indagações do professor (*Ir*). Na Figura 5, tem-se uma das atividades de construção de triângulos.

- (159) (A4) – É possível construir um triângulo usando a medida do lado de três quadrados: um de lado 6 cm, outro de lado 6 cm e por último um de lado 4 cm?
(160) Prof – E aí? Será que é possível? O que vocês acham?
(161) (A2) – É.
(162) Prof – Vamos observar lá o A1 (A2 e A3 observam atentamente)
(163) (A2) – Égua! Ganhou uma o A1... Finalmente!
(164) (A1) – Sim
(165) (A3) – Sim

FIGURA 5: Transcrição do desenvolvimento de uma das atividades da SD de Moura (2017) em que é possível construir um triângulo.

Fonte: Moura (2017, pp. 43-44)

Observa-se que há a situação em que é possível construir um triângulo de medidas dadas (*Ie*), e com o intuito de criar um desequilíbrio cognitivo, Moura coloca uma situação em que não há a formação de um triângulo (*Ie*) (Figura 6).

- (232) (A1) – É possível construir um triângulo usando a medida do lado de dois quadrados vermelhos e um roxo? Se não, Qual a medida de cada lado?
- (233) (A4) – Não, não tem! (responde após verificar manipulando o Material Concreto)
- (234) Prof – Não tem como formar usando a medida do lado de dois vermelhos e um roxo? (A4 balança a cabeça que não)
- (235) (A3) – Não!
- (236) (A2) – Nunca! (risos)

FIGURA 6: Transcrição do desenvolvimento de uma das atividades da SD de Moura (2017) em que não é possível construir um triângulo.

Fonte: Moura (2017, p.50)

A estratégia de Moura em colocar situações que formam e outras que não formam triângulos, leva os alunos a buscar uma relação, entre os lados dos triângulos. De tal forma, o professor consegue orientá-los na descoberta dessa relação observando as anotações e observações feitas pelos próprios alunos no desenvolvimento de toda a atividade.

Tais contribuições dos alunos viabilizam uma *lf* para o professor, em que modelando as afirmações dos alunos é possível a descoberta das condições necessárias para a formação de um triângulo. Moura descreve sua formalização na Figura 7.

(544) Prof – A Definição Matemática que você acabou de redescobrir completando as lacunas é a definição da propriedade da Desigualdade Triangular que é a condição de existência de um triângulo. Essa propriedade diz o seguinte: Quando cada um dos lados de um triângulo é sempre menor que a soma dos outros dois lados é possível formar um triângulo.

FIGURA 7: Formalização de Moura (2017) para a Desigualdade Triangular ao finalizar sua SD

Fonte: Moura (2017, p.73)

Ao concluir sua pesquisa, Moura observa que a estrutura de sua SD possibilitou consideráveis contribuições na aprendizagem dos alunos, principalmente por haver um constante diálogo entre os alunos e o professor e que a manipulação do material concreto favoreceu, substancialmente, na realização das atividades. Tal contribuição potencializa a utilização de SD's para o ensino de matemática propiciando o desenvolvimento de tal estudo entre os professores.

4 | SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Ao tratar do ensino de matemática por meio de SD's, analisou-se o desenho curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do

Pará. Esta análise fundamentou-se na importância que é dada à elaboração de SD's durante a formação de professores de matemática desta Instituição.

O curso tem duração de quatro anos e dentre estes, são reservados dois anos para o estudo, elaboração e aplicação de SD's. O desenho curricular nº 88 mostra que há dois componentes curriculares que visam este estudo: Instrumentação para o Ensino da Matemática I, que direciona os discentes na elaboração de SD's voltadas ao Ensino Fundamental II e, Instrumentação para o Ensino da Matemática II, que direciona na confecção de SD's para o Ensino Médio. Respectivamente, as disciplinas são ministradas no 2º e 3º anos do curso e cada uma apresenta uma carga horária anual de 120 horas.

Para frisar a importância da elaboração de SD's na formação de professores, aplicou-se um questionário eletrônico disponibilizado por e-mail aos discentes que já concluíram pelo menos um dos componentes curriculares citados acima. O questionário continha 8 perguntas que objetivavam recolher as opiniões dos discentes sobre a elaboração de SD's e quais as implicações deste estudo em suas (futuras) práticas docentes.

O questionário apontou que já houveram produções de SD's nos mais diversos conteúdos matemáticos da Educação Básica, como Geometria Plana, Geometria Espacial, Geometria Analítica, Funções, Matemática Financeira, Trigonometria, entre outros. No entanto, o questionário também revelou que alguns discentes apenas produziram SD's para o ensino de Matemática, não permitindo a descoberta de resultados promissores em uma possível aplicação em sala de aula, como ocorre com o discente 2 na Figura 8.

☒ SIM ☐ NÃO

2) Em quais conteúdos você produziu suas Sequências Didáticas?

Progressão Geométrica, Matemática Financeira, Volume de Sólidos

3) Dentre as Sequências Didáticas que você produziu, foi possível aplicar alguma em sala de aula?

☐ SIM ☒ NÃO

FIGURA 8: Respostas do discente 2 às perguntas 1, 2 e 3 do questionário eletrônico

Fonte: Questionário eletrônico

O resultado apontado acima revela que há um interesse dos discentes na produção de SD's, mas a aplicação em sala não vem sendo realizada por alguns. O que pode retardar o desenvolvimento dessa recente abordagem educacional que proporciona um novo método de ensinar matemática.

Dentre os discentes que conseguiram aplicar suas SD's em sala de aula, em resposta à pergunta 4 do questionário, as contribuições mais apontadas ao ensino de matemática foram: *os comandos utilizados e estruturados contribuíram na construção*

do conceito matemático por 100% dos discentes, a estrutura da Sequência Didática possibilitou a formalização do conteúdo por 100% dos discentes, os exercícios posteriores ficaram mais acessíveis com a construção do conceito matemático feito pelos próprios alunos por 80% dos discentes e houve uma melhoria na interação entre aluno e professor por 60% dos discentes. O que ressalta a validade dessa recente abordagem educacional em sala.

Visando uma futura docência, o questionamento 5 objetivava informar se os discentes pretendem utilizar SD's em suas práticas docentes. O questionário apontou que 100% dos discentes consultados utilizariam essa metodologia de ensino pelas mais diversas justificativas, dentre as quais elencou-se a justificativa do discente 5 (Figura 9) como destaque nesta pesquisa.

5) Como professor de Matemática em formação, você usaria Sequências Didáticas em suas aulas?

(X) SIM () NÃO

Justifique sua resposta: acredito que as Sequências Didáticas são ferramentas que facilitam o processo de ensino-aprendizagem em sala de aula, pois elas permitem que as etapas de ensino sejam realizadas de forma gradual e sequencial. No qual, uma etapa seguinte é justificada por uma anterior, o que fundamenta (empiricamente) para o aluno os métodos matemáticos envolvidos no conteúdo a ser aprendido. Além de diferenciar-se do método de ensino mais utilizado em sala de aula, ou seja, a metodologia tradicional.

FIGURA 9: Resposta do discente 5 à pergunta 5 do questionário eletrônico

Fonte: Questionário eletrônico

A resposta do discente 5 reforça os ideais da superação das aulas tradicionais e fomenta a necessidade da criação de metodologias alternativas para o ensino de matemática na educação básica, que valorizem a participação do aluno na construção do conhecimento junto o professor, o que vem sendo observado nas aulas em que há a aplicação de SD's.

As perguntas 6 e 7 não obtiveram resultados relevantes a esta pesquisa, mas poderão dar continuidade em outra. A pergunta 8 objetivou obter informações dos discentes em relação à importância da elaboração de SD's durante a formação de professores. Todos os discentes que participaram da pesquisa, redigiram uma relevância da elaboração de SD's, que em linhas gerais, apontaram o ensino por meio da construção de conceitos matemáticos como a maior contribuição em sua formação docente.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tornar a matemática mais atrativa aos alunos é uma meta entre os pesquisadores em Educação Matemática. Em virtude da necessidade de promover novas metodologias de ensino de matemática, buscamos com êxito por meio deste artigo identificar as contribuições que as Sequências Didáticas estão trazendo ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática e durante a formação de professores de Matemática.

Os resultados apontados neste artigo permitem a expansão do estudo das Sequências Didáticas em termos acadêmicos, visto nas melhorias possibilitadas na aplicação destas em relação a aprendizagem dos alunos, bem como na elaboração por parte dos professores em formação que geram novas abordagens ao ensino de matemática. Entre as contribuições identificadas neste artigo, destacamos quatro principais, entre elas observamos: o reconhecimento da importância do ensino planejado articuladamente; a aplicação dessas Sequências Didáticas revelou maior nível de envolvimento dos alunos escolares na produção dos saberes; o aprofundamento argumentativo dos futuros professores na apresentação dos conteúdos e, por fim, o papel do professor orientador e do aluno mais ativo se materializam em um nível significativo.

Ao reconhecermos a importância do ensino planejado articuladamente, notamos que o planejamento das aulas é relevante para que a construção dos conceitos seja feita de forma gradual e consistente, respeitando o nível de entendimento dos alunos. Acerca da interação mostrada pelos alunos nas Sequências Didáticas analisadas, nota-se que o ambiente escolar fica mais enriquecido com a participação dos alunos na produção de seus próprios saberes. Destacamos o aprofundamento argumentativo dos professores em formação, pois esta contribuição favorece uma pesquisa mais detalhada das bases dos conteúdos e o aperfeiçoamento do conhecimento matemático dos professores na produção das aulas. Referente à aprendizagem significativa, as trocas de saberes e experiências entre professor e alunos favorecem diálogos e discussões que atribuem sentido ao objeto matemático em contextos mais amplos à sala de aula.

Apesar das observações feitas, ressaltamos a necessidade do fortalecimento das interações entre os alunos e o próprio professor para que haja um ambiente educacional favorável a discussões e contribuições no processo de ensino-aprendizagem. Frisa-se também que se deve ter a conscientização de que o conhecimento matemático pode ser adquirido pela construção de conceitos, ao invés de mera memorização de fórmulas e procedimentos, sendo por meio de Sequências Didáticas ou qualquer outra metodologia alternativa.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Denise Lino de. **O que é (e como faz) sequência didática?** Fortaleza: Entrepalavras, 2013. ano 3, v.3, n.1, p.322-334. Disponível em: <http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/46/texto%201%20aula%205.pdf>. Acesso em 18/10/2017.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências Didáticas**: Estrutura e Elaboração. Belém: SBEM-PA, 2017.

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA. **Desenho Curricular nº 88**. Belém: UEPA, s.d. Disponível em: <http://www.uepa.br>

DIAS, Antônio A. S. Fracasso no ensino de matemática na educação básica – A quem interessa? *In*: CASTEJON, Marângela; ROSA, Rosemar (Orgs). **Olhares sobre o ensino da matemática: educação básica**. Uberaba (MG): IFTM, 2017. cap.7. p.71-83.

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. **Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento**. *In*: SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. (Orgs.). Gêneros orais e escritos na escola. Campinas: Mercado de Letras, 2004.

GAMA, Paulo Ferreira da. **As potencialidades de uma sequência didática para o ensino de Progressão Aritmética**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). 55 f. Belém: UEPA, 2017.

GOLBERT, Clarissa Seligman. **Novos rumos na aprendizagem da matemática: conflito, reflexão e situações-problemas**. Porto Alegre: Editora Mediação, 2009.

MOURA, Paulo Ricardo Santos de. **Explorando a desigualdade triangular a partir do uso de Sequências Didáticas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). 165 f. Belém: UEPA, 2017.

CAPÍTULO 17

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO “MATEMÁTICA”

Edson Ribeiro de Britto de Almeida Junior

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Maringá – Paraná.

Camila Muniz de Oliveira

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Goioerê – Paraná.

Elisangela Rovaris Nesi

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Maringá – Paraná.

Higor Valentim da Silva

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Goioerê – Paraná.

Renan André Peres

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Maringá – Paraná.

Evelyn Carollayne dos Santos de Oliveira

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Maringá – Paraná.

Junior de Lima

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Goioerê – Paraná.

Mayara Hilgert Pacheco

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.

Goioerê – Paraná.

Kelly Vanessa Parede Barco

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Estatística.
Maringá – Paraná.

João Marcos de Araújo Krachinski

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Goioerê – Paraná.

Geislana Padeti Ferreira Duminelli

Universidade Estadual de Maringá, Departamento
de Ciências.
Maringá – Paraná.

RESUMO: A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe que os estudantes do 8º ano Ensino Fundamental, durante a disciplina de matemática, devem ser capazes de identificar a regularidade de uma sequência figural não recursiva e sejam capazes de construir um algoritmo, por meio de um fluxograma, que permita identificar as figuras seguintes dessa sequência. Entretanto, um dos grandes entraves para o ensino de Matemática é a falta de interesse e/ou dificuldades, por parte dos estudantes, a desenvolverem estratégias cognitivas necessárias para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Acreditamos que a apropriação de materiais lúdicos para a discussão de conceitos matemáticos, em geral,

pode despertar a atenção e curiosidade dos estudantes, características essenciais para a aprendizagem. Nesse sentido, esse trabalho objetiva apresentar uma atividade de investigação de matemática, destinada a auxiliar os estudantes no estudo de conceitos de fluxogramas e generalizações de figuras não recursivas. A aplicação desta atividade no âmbito da sala de aula requer uma mudança de postura do professor em relação ao que vai ensinar e como vai ensinar. Requer que o papel do professor mude de comunicador dos conceitos matemáticos para o de observador, organizador, mediador e incentivador da aprendizagem. Nossa atividade de investigação matemática, oportuniza um certo protagonismo do estudante em seu processo de aprendizagem, pois oferece condições dos estudantes serem cognitivamente ativos e não meros receptores de informações.

PALAVRAS-CHAVE: Mágica; Investigação Matemática; Fluxogramas.

A PROPOSAL OF “MATH MAGIC” ACTIVITY

ABSTRACT: The National Curricular Common Base (BNCC) proposes that students of the 8th year of Elementary School, during the mathematics discipline, should be able to identify the regularity of a non-recursive figural sequence and be able to construct an algorithm by means of a flowchart, to identify the following figures of that sequence. However, one of the major obstacles to the teaching of Mathematics is the lack of interest and / or difficulties on the part of students to develop cognitive strategies necessary for the learning of mathematical concepts. We believe that the appropriation of play materials for the discussion of mathematical concepts, in general, can arouse students' attention and curiosity, essential characteristics for learning. In this sense, this work aims to present an activity of mathematical investigation, designed to assist students in the study of concepts of flowcharts and generalizations of non - recursive figures. The application of this activity within the classroom requires a change of attitude of the teacher in relation to what he will teach and how he will teach. It requires that the role of the teacher changes from communicator of mathematical concepts to that of observer, organizer, mediator and incentive of learning. Our mathematical research activity allows a certain protagonism of the student in his learning process, since it offers the conditions of the students to be cognitively active and not mere receivers of information.

KEYWORDS: Magic; Mathematical Research; Flowcharts.

1 | INTRODUÇÃO

A Matemática é vista pelos estudantes e pela população, em geral, como uma matéria difícil. Tal entrave se justifica ao considerarmos que a falta de interesse e/ou dificuldades, por parte dos estudantes, dificulta o desenvolvimento de estratégias cognitivas necessárias para a aprendizagem de conceitos matemáticos. No entanto,

todos nós precisamos dela, basta olharmos ao nosso redor, que veremos a matemática implicitamente em diversas situações cotidianas, até no simples gesto de dividir um doce com um amigo. A importância da matemática é reconhecida em todos os países, tanto que é disciplina universal e obrigatória.

Lima (2017) no traz que “o tema dificuldade no aprendizado em Matemática tem sido elemento de pesquisas, palestras, encontros, objetivando encontrar quais as causas de tantos problemas no ensino” (LIMA, 2017, p.6511). Muitas questões difíceis são levantadas nesses debates, porém a mais intrigante seria: Quais os fatores que leva o aluno a não conseguir aprender Matemática?

Sadovsky (2007) expõe, que o baixo desempenho dos alunos na matéria de matemática, é a realidade não apenas do Brasil, mas também de muitos outros países. É nítido, que a maioria dos alunos sentem grandes para compreender os conceitos matemáticos. Segundo Sanchez (2004), as dificuldades na aprendizagem em matemática podem se manifestar nos seguintes aspectos:

“Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações. Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente. Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais acerca da matemática. Questões de grande interesse e que com o tempo podem dar lugar ao fenômeno da ansiedade para com a matemática e que sintetiza o acúmulo de problemas que os alunos maiores experimentam diante do contato com a matemática. Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. [...] Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque a organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz (SANCHEZ, 2004, p.174).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), propõe que para a aprendizagem de certo conceito matemático, é fundamental proporcionar um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática (BRASIL, 2016). No entanto, segundo Andrade (2013), nem sempre tais conceitos são trabalhados com o intuito de fazê-los associar o que aprendem com situações substantivas, conseqüentemente acabam assimilando que o único objetivo do conhecimento matemático é fazer uma prova, deixando de perceber as aplicações importantes que a matemática tem em seu dia a dia (ANDRADE, 2013). Santos, França e Lúcia (2007) corroboram com o autor supracitado, nas palavras dos autores:

“Hoje o ensino de Matemática se resume em regras mecânicas oferecida pela

escola, que ninguém sabe onde utilizar. Falta formação aos docentes para aprofundar os aspectos mais relevantes, aqueles que possibilitam considerar os conhecimentos prévios dos alunos, as situações e os novos saberes a construir” (SANTOS; FRANÇA; LÚCIA, 2007, p.13).

Assim, entendemos que a prática docente é uma das principais responsáveis por esse “desencanto” dos estudantes, ao estudarem conceitos inerentes à Matemática. Simplesmente saber o conteúdo não é suficiente para ser considerado “um bom professor” (TARDIF, 2012). É necessário que o agente central da aprendizagem seja o aluno. Nesse sentido, o papel de professor é fornecer os direcionamentos necessários para que, os estudantes, possam aferir sentido pessoal à maneira como as asserções do conhecimento são geradas e validadas (DRIVER, 1999).

A BNCC propõe que para favorecer a abstração dos conceitos matemáticos, é crucial que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, pretende-se que os alunos formulem empiricamente novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma premissa fosse modificada ou se alguma informação fosse alterada do problema proposto.

Um dos caminhos para superar as dificuldades do ensino de Matemática, é apropriar-se de materiais lúdicos para a discussão de conceitos matemáticos pois, em geral, despertam a atenção e curiosidade dos estudantes, características essenciais para a aprendizagem. Tendo em vista que “introduzir o lúdico no ensino da matemática, permitirá o maior aproveitamento da disciplina, pois é possível que se faça isso sem alterar o seu caráter lógico e conceitual, interagindo com o caráter lúdico do ato de brincar com seriedade” (MOREIRA, 2006, p.1). Portanto a ludicidade apresenta características capazes de auxiliar, o professor, em atividades direcionadas ao desenvolvimento de habilidades e competências no aluno, motivando-o a aprender Matemática.

Desta maneira, esta pesquisa objetiva apresentar a sistematização de uma atividade, aqui denominada: investigação “Matemágica”. Essa denominação se justifica, tendo em vista que o objetivo principal dessa atividade é, propor que os estudantes descubram qual a “lógica” por trás dessa mágica. Os resultados, de nossa aplicação piloto, apresentam indícios que essa atividade proporciona a participação ativa dos estudantes, durante o processo de investigação. Os conceitos contemplados nessa atividade são o de fluxogramas e generalizações de figuras não recursivas.

2 | O LÚDICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

O termo “lúdico” deriva da palavra *ludus*, do latim que significa brincar. Quando empregamos esse termo, referimo-nos a uma atividade humana que contempla sentimentos e ações espontâneas e livres. Os autores Brougère (1998) e Huizinga (2000), associam a ludicidade com brincadeiras e jogos.

A cultura lúdica é, antes de tudo, um conjunto de procedimentos que permitem tornar o jogo possível. [...] Dispor de uma cultura lúdica é dispor de um certo número de referências que permitem interpretar como jogo atividades que poderiam não ser vistas como tais por outras pessoas. [...] Se o jogo é questão de interpretação, a cultura lúdica fornece referências intersubjetivas a essa interpretação, o que não impede evidentemente os erros de interpretação (BROUGÈRE, 1998, p. 4).

Não existe uma definição epistemológica para a palavra jogo e sim diferentes concepções acerca do seu significado (ALMEIDA JUNIOR; CARDOSO, 2017). Pesquisadores do Laboratório de *Recherche sur le Jeu et le Jouet*, da Universidade Paris-Nord, como Gilles Brougère (1981, 1993, *apud.* KISHIMOTO, 2002) e Jaques Henriot (1983, 1989, *apud.* KISHIMOTO, 2002), apontaram três níveis de diferenciações para explicar o jogo: o resultado de um sistema linguístico que funciona dentro de um contexto social; um sistema de regras; e um objeto.

No primeiro caso, o jogo assume o sentido que cada sociedade lhe atribui. É este aspecto que nos mostra porque, dependendo do lugar e da época, os jogos assumem significações distintas. Em tempos passados, o jogo era visto como inútil, como coisa não séria. Já no século XVIII com o Romantismo, o jogo aparece como algo sério e destinado a auxiliar na educação e desenvolvimento cognitivo da criança (KISHIMOTO, 2002). Enfim, cada contexto histórico/social constrói uma imagem e sentido de jogo conforme seus valores e modo de vida.

No segundo caso, o sistema de regras permite identificar, em qualquer jogo, uma estrutura sequencial que especifica sua modalidade. São as regras do jogo que, distinguem, por exemplo, jogar pife ou truco, usando o mesmo objeto, o baralho. Quando alguém joga, está executando as regras do jogo e ao mesmo tempo desenvolvendo uma atividade lúdica. O terceiro nível de diferenciação refere-se ao jogo enquanto objeto. O xadrez materializa-se no tabuleiro e nas peças.

Com essas características supracitadas, acreditamos que por meio da motivação, típica do lúdico, os alunos podem desenvolver melhores condições para a aprendizagem de conceitos inerentes à Matemática.

A atuação docente continua sendo de suma importância no processo de ensino e aprendizagem. No entanto, isso requer uma mudança de postura do professor. Seu papel deve mudar de comunicador dos conceitos matemáticos para o de observador, organizador, mediador e incentivador da aprendizagem. Tendo em vista que, o trabalho pedagógico é de oferecer estímulos externos que auxiliem os estudantes na sistematização e organização dos conceitos abordados pela atividade em sua estrutura cognitiva.

Na próxima seção apresentaremos a atividade “Investigação Matemática” e algumas possibilidades de seu uso para o ensino de Matemática.

3 | O SEGREDO DA ATIVIDADE “MATEMÁTICA”

Para realizar essa atividade, é necessário um baralho com 21 cartas. O primeiro passo é distribuir essas 21 cartas em três montes, com 7 cartas em cada monte. A pessoa, participante da mágica, deverá escolher uma das cartas para memorizar. A seguir, deverá indicar ao “mágico”, em qual coluna essa carta se localiza. Para fins de explicação, adotou-se que a carta escolhida pelo participante, se encontra na coluna da direita (Figura 1). No entanto, a “mágica” funciona, independentemente da localização da carta escolhida.

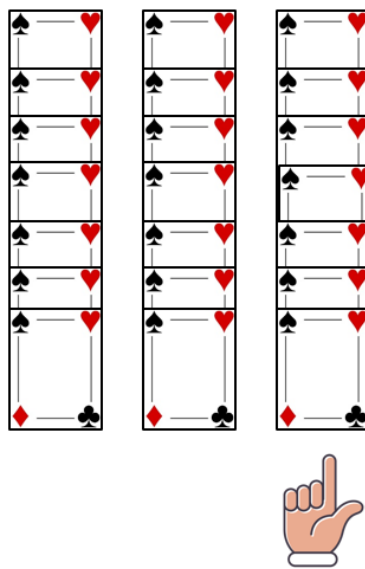


Figura 1 - Representação da primeira distribuição das 21 cartas em 3 colunas, com 7 cartas cada.

Fonte: Autores.

Tendo conhecimento da coluna em que se encontra a carta escolhida, o mágico irá recolher os montes, sempre de baixo para cima, conforme ilustrado na figura 2.

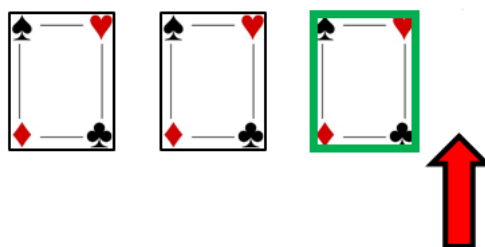


Figura 2 - Representação dos três montes de cartas após serem recolhidos no sentido de baixo para cima.

Fonte: Autores.

O “mágico” deve posicionar o monte, que contém a carta escolhida, no meio dos outros dois. A seguir, em posse desse novo grupo de 21 cartas, o “mágico” deverá distribuí-las novamente, seguindo a ordem indicada na figura 3.

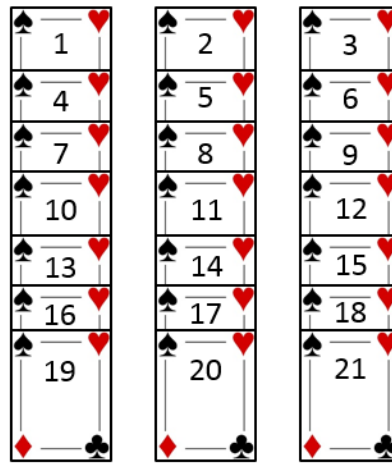


Figura 3 - Representação da ordem da segunda distribuição das 21 cartas.

Fonte: Autores.

Os números indicam a ordem e a posição que cada carta deve ser distribuída, tendo em posse as 21 cartas. Portanto, os números da figura 3, representam apenas a posição das cartas e não números e naipes. Nesse momento, devido ao fato que a coluna de cartas, que contém a escolhida pelo participante, ter sido posicionada entre as outras duas colunas, podemos afirmar que a carta selecionada não é nenhuma das 7 primeiras cartas, tampouco as últimas 7 cartas. Assim, a carta escolhida se encontra em uma das posições, entre 8 e 14. Nesse momento, o participante deverá indicar novamente a coluna na qual se encontra a carta, conforme ilustrado na figura 4.

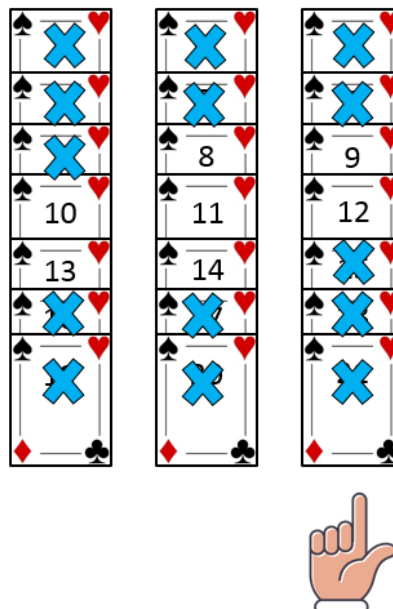


Figura 4 - Representação da segunda distribuição de cartas.

Fonte: Autores.

Ressaltamos que, nessa etapa, nem sempre a carta continuará na mesma coluna/linha inicial. A escolha dessa coluna, conforme acima indicado, se justifica apenas

para as explicações didáticas. No entanto, garantimos o sucesso dessa “mágica” independentemente da posição ocupada pela carta.

Assim que indicado o monte, que contém a referida carta, nessa segunda distribuição, faremos novamente a junção destas em três montes mantendo o monte indicado no meio dos outros dois. Na terceira e última distribuição, podemos afirmar que a carta escolhida estará localizada nas posições 10, 11 ou 12. Como isso é possível? Existem diversos modos de explicação para esse truque. Para fins deste texto, utilizaremos a seguinte equação matemática para justificar os resultados:

$$8 + (7 - n) = p$$

Onde, o número 8 representa a quantidade de cartas do primeiro monte a ser recolhido que, conseqüentemente, não contemplará a carta em questão, acrescentado de 1, pois, a carta se localizará na posição “p” posterior a essa em tese. O termo “n” representa a linha na qual a carta escolhida se encontra. O termo “n”, pode assumir os seguintes valores: 3, 4 ou 5.

Caso a carta esteja localizada na posição 8 ou 9, estará posicionada na linha 3 e conseqüentemente, teremos $n=3$. Nesse caso, a carta em questão ocupará obrigatoriamente a posição 12, conforme indicado pela figura 5.

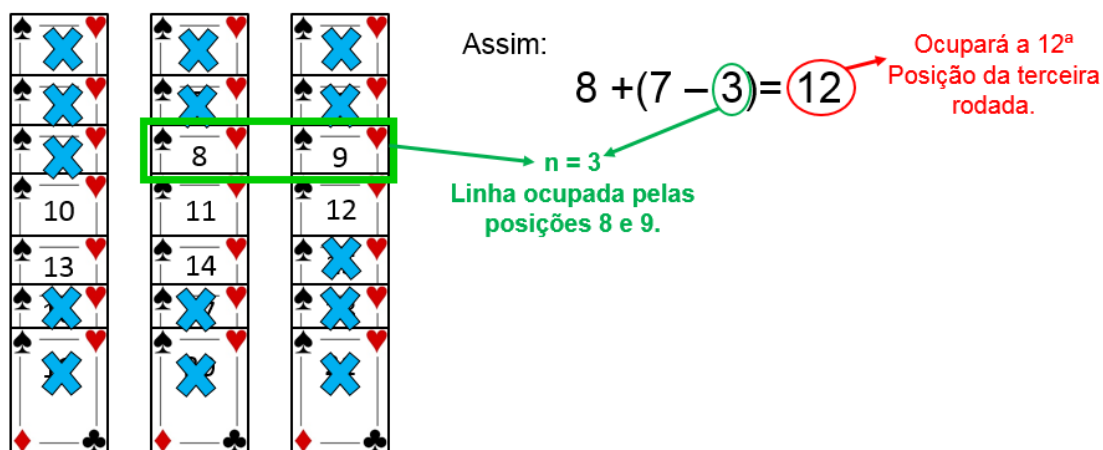


Figura 5 - Explicação da Mágica quando a carta escolhida se encontra nas posições 8 e 9, na segunda distribuição.

Fonte: Autores.

Se na segunda rodada a carta escolhida ocupar a posição 10, 11 ou 12, sabemos que ela não será as sete primeiras cartas que são do monte de cima ao que contém a carta escolhida. Nesse caso, a carta se localiza na linha $n = 4$ e portanto, pela equação supracitada, sua posição na terceira distribuição será obrigatoriamente a número 11, conforme ilustrado na figura 6.

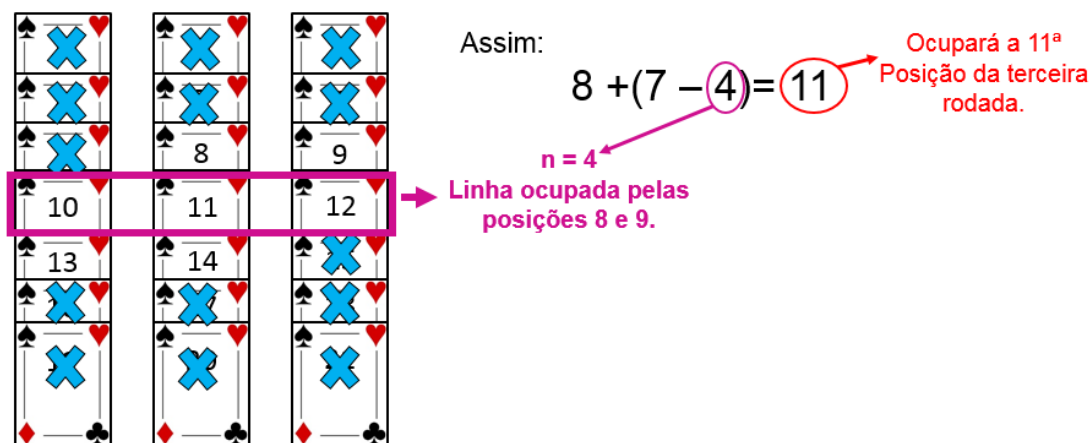


Figura 6 - Explicação da Mágica quando a carta escolhida se encontra nas posições 10, 11 ou 12, na segunda distribuição.

Fonte: Autores.

Se na segunda rodada a carta escolhida ocupar a posição 13 ou 14, sabemos que ela não será as sete primeiras cartas, que são do monte de cima ao que contém a carta escolhida. Sabemos que nesse caso, a carta está posicionada na linha 5 e, conseqüentemente, teremos $n=5$. Nesse caso, a carta em questão ocupará obrigatoriamente a posição 10, conforme indicado pela figura 7.

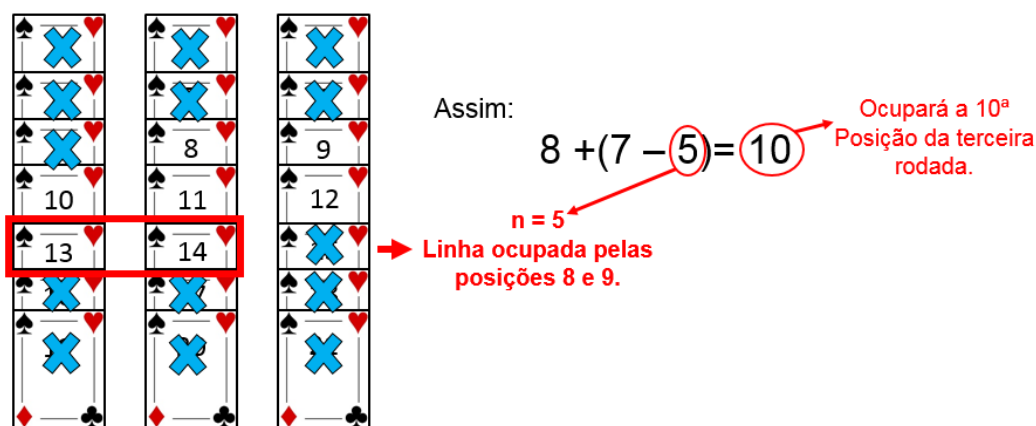


Figura 7 - Explicação da Mágica quando a carta escolhida se encontra nas posições 13 ou 14, na segunda distribuição.

Fonte: Autores.

Tendo em vista as condições supracitadas, os únicos valores possíveis para “p”, são: 10, 11 ou 12 e, conseqüentemente, após a terceira distribuição, a carta será localizada em uma dessas posições do resultado de p. Teremos que, na terceira e última rodada, a carta escolhida sempre estará na linha central da distribuição e portanto, ao agrupar os montes, ocupará a décima primeira posição, conforme ilustrado na figura 8.

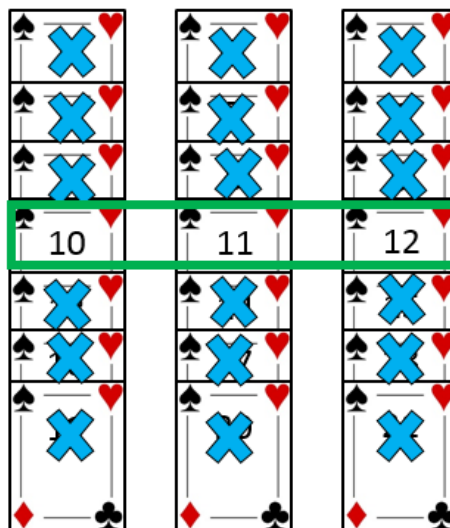


Figura 8 - Possíveis posições para a linha central da distribuição da carta escolhida, ocupará sempre a décima primeira posição.

Fonte: Autores.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação dessa atividade, no âmbito da sala de aula, requer uma mudança de postura do professor em relação ao que vai ensinar e como vai ensinar. Para proporcionar um melhor ambiente de aprendizagem, o papel do professor deve mudar de comunicador dos conceitos matemáticos para o de observador, organizador, mediador e incentivador da aprendizagem.

A BNCC ressalta a necessidade de atividades que desenvolvam a habilidade de compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática, para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Para isso, é de suma importância que os estudantes sejam capazes de reelaborem as situações problemas propostas, após as terem resolvido.

Essa atividade possibilita o desenvolvimento da habilidade de identificar a regularidade de uma sequência figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de fluxogramas ou afins, que permitam indicar as figuras seguintes ou, no nosso caso, as sequências seguintes. Essa habilidade está em consonância com a habilidade (EF08MA10), proposta pela BNCC, para o oitavo ano do Ensino Fundamental.

Neste sentido, por meio da lógica da “mágica”, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto.

Acreditamos que ao se apropriar de um recurso lúdico para uma atividade de investigação matemática, ampliamos o leque de possibilidade que visam auxiliar os alunos no processo de aprendizagem, pois oferece condições dos estudantes serem cognitivamente ativos e protagonistas no processo de investigação e não meros receptores de informações.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA JUNIOR, E. R. B.; CARDOSO, V. C. **O estado da arte do uso de jogos digitais para o ensino de Física**. In: ENCONTRO INTERNACIONAL DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA, 10., 2017, Maringá. **Anais...** Maringá: Unicesumar, 2017.
- ANDRADE, C. C. O. **Ensino da Matemática para o Cotidiano**. 48 f. Monografia - Especialista na Pós Graduação em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira - PR, 2013.
- BROUGÈRE, G. **Jogo e educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**, 2ª versão. Brasília, DF, 2016.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Médio. Brasília: MEC. Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: 17 março 2019.
- DRIVER, R. et al. Construindo conhecimento científico na sala de aula. **Química nova na escola**, v. 9, n. 5, 1999.
- HUIZINGA, J. **Homo ludens**. 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2000.
- KISHIMOTO, T. M. (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 6 ed. – São Paulo: Cortez, 2002.
- LIMA, T. C. B. S. **Refletindo acerca das Dificuldades de Aprendizagem no Ensino da Matemática no Ensino Médio de uma Escola Pública a partir das Falas dos Próprios Estudantes**. Curitiba - PR, 2017.
- MOREIRA, S. O. **Lúdico no Ensino de Matemática**. 38 f. Monografia – Especialização em Ensino de Matemática – Universidade Tuiuti do Paraná, Curitiba - PR, 2006.
- SADOVSKY, P. Falta **Fundamentação Didática no Ensino da Matemática**. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.
- SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. 41 f. Trabalho de conclusão de curso - licenciado em Matemática, pelo Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo - SP, 2007.
- TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Editora Vozes Limitada, 2012.

UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PARA ENGENHARIA ESTRUTURAL BASEADA NA ANÁLISE NUMÉRICA DE BARRAS SOB TORÇÃO

Natan Sian das Neves

Universidade Federal do Espírito Santo
Vitória – ES

Vitor Pancieri Pinheiro

Universidade Federal Espírito Santo
Vitória – ES

Daniel Carvalho de Moura Candido

Universidade Federal Espírito Santo
Vitória – ES

Carlos Friedrich Loeffler Neto

Universidade Federal Espírito Santo
Vitória – ES

Norminda Luiza Oliveira Bodartart

Universidade Vila Velha
Vila Velha - ES

RESUMO: No âmbito do ensino de engenharia estrutural, um dos grandes desafios consiste em elucidar os conceitos fundamentais, de forma a desenvolver no discente a habilidade de associar um fenômeno físico com os modelos matemáticos disponíveis na literatura, juntamente com a capacidade de compreender e implementar as técnicas de solução de tais modelos. Sendo assim, o objetivo do vigente artigo é expor uma estratégia para analisar com viés educacional, os efeitos de torção sobre elementos de barra, oriundos do carregamento de um sistema estrutural

completo. A metodologia adotada se inicia com a representação do comportamento de um sistema estrutural sujeito à uma solicitação externa, seguida da análise dos efeitos de tal solicitação em um único elemento de barra, nesse caso, sujeito à torção. Executa-se então uma análise analítica de tensões na barra, por meio da função tensão de Prandtl, com foco nas premissas e limitações inerentes ao modelo do qual essa função se origina, de forma que sua proximidade com a realidade física possa ser compreendida com precisão. Em seguida, a mesma análise é executada numericamente através dos Métodos de Diferenças Finitas e Elementos de Contorno. Por fim, os resultados numéricos são validados pela solução analítica e comparados entre si. A inclusão desta comparativa tem por objetivo adicional expor algumas das ferramentas computacionais disponíveis ao engenheiro no trato de um determinado problema de interesse. O artigo resultante é uma estratégia conceitual para o ensino de engenharia estrutural, que pode ser útil para profissionais de ensino nessa área.

PALAVRAS-CHAVE: ensino; métodos numéricos; torção; elasticidade;

ABSTRACT: In structural engineering teaching, one of the major challenges is to elucidate fundamental concepts in order to develop in students the ability to associate a physical

phenomenon with the mathematical models available in the literature, together with the ability to understand and implement the techniques solution of such models. Thus, the objective of the current article is to present a strategy to analyze with educational bias, the effects of torsion on bar elements, resulting from the loading of a complete structural system. The methodology adopted begins with the representation of the behavior of a structural system subject to an external request, followed by the analysis of the effects of such request on a single bar element, in this case, subject to torsion. An analytical analysis of stresses in the bar is then performed, using the Prandtl stress function, focusing on the assumptions and limitations inherent to the model from which this function originates, so that its proximity to physical reality can be accurately understood. Then, the same analysis is performed numerically through the Finite Differences Methods and Contour Elements. Finally, the numerical results are validated by the analytical solution and compared to each other. The inclusion of this comparative has as an additional objective to expose some of the computational tools available to the engineer in dealing with a particular problem of interest. The resulting article is a conceptual strategy for the teaching of structural engineering, which may be useful for teaching professionals in this area.

KEYWORDS: teaching; numerical methods; torsion; elasticity;

1 | INTRODUÇÃO

Com o decorrer do avanço científico e tecnológico, a engenharia estrutural tornou-se uma área com crescente investimento e pesquisa devido às diversas aplicações práticas na engenharia, como em peças mecânicas, estruturas aeronáuticas e navais, ou usualmente na construção civil. Em particular na engenharia civil, elementos primitivos isolados como barras, vigas, pilares ou lajes, em geral constituem um sistema estrutural, como pontes, edificações, torres e etc. Comumente, tais estruturas devem estar preparadas para suportar diversas influências externas, como cargas adicionais, efeitos térmicos, ações do vento, vibrações e entre outras, ao passo que, a análise estrutural atinge grau de dificuldade maior com a concatenação de tais efeitos (Carvalho; Filho, 2010).

As inúmeras complexidades que uma estrutura apresenta corroboram com as dificuldades no ensino de estruturas dentro da academia, acarretando em um déficit no processo de aprendizado dos discentes. Dentro deste contexto, faz-se necessário aos docentes formas e recursos didáticos a fim de potencializar a assimilação do conteúdo das disciplinas. Dentro deste direcionamento de maximizar o binômio ensino-aprendizagem, o uso estratégias de ensino e contextualização com situações reais na engenharia estimulam os discentes a explorar os abstratismos matemáticos e interpretações físicas (Bortolo; Linhares, 2006; Guimarães, 2018).

Neste contexto, associado ao processo de ensino, deve-se figurar também no aprendizado dos discentes a importância da construção de uma base técnica

sólida. No vigente trabalho aborda-se o problema de torção, devido possibilitar uma discussão tanto no campo de ensino como no técnico. Este problema físico possui aplicações sofisticadas como em Teimoori et al (2016), Ecsedi e Baksa (2010), Strek et al (2016) e Hosseini et al (2016). Assim, os discentes devem ter um entendimento físico-matemático preliminar de um modelo com caráter simplista, que fornece a base necessária para tal poder realizar a extrapolação dos conceitos em um problema de escala maior.

2 | CONTEXTUALIZAÇÃO E DELIMITAÇÃO DO FENÔMENO FÍSICO

Dentro do curso de engenharia civil, a gama de conteúdos associadas a mecânica dos sólidos tem papel fundamental do processo formação de uma base conceitual-matemática sólida acerca dos conceitos primitivos sobre comportamento estrutural. Usualmente, os problemas físicos abordados em tais disciplinas, no nível de graduação, tem modelos simplificados e unidimensionais, como flexão de barras, flambagem de colunas, torção ou barra sob carga axial. Esta linha de raciocínio na graduação fornece um entendimento inicial sobre os efeitos e comportamentos de elementos estruturais aos alunos (Popov, 1968; Hibbeler, 2010).

Contudo, a extrapolação de tais conceitos adquiridos no ciclo básico, aplicado em problemas com maior grau de complexidade nem sempre é de fácil entendimento aos discentes, devidos alguns fatores, como por exemplo, a teoria adotada não permite tantas simplificações como nos problemas clássicos da mecânica dos sólidos, a difícil visualização do problema físico dentro do contexto real, os procedimentos matemáticos tornam-se um pouco mais abstratos, o modelo adotada nem sempre tem solução analítica ocasionando o uso de técnicas aproximadas e entre outros obstáculos (Lima et al., 2016; Moreira; Pitangueira, 2018)

Neste âmbito, quando se analisa a torção de barras de seção circular verifica-se que a natureza do problema física é axissimétrico, ou seja, o problema torna-se unidimensional, pois a tensão varia radial ao longo da seção circular da peça. Todavia, o problema de torção de barras de seção retangular é bidimensional, isto é, a equação de governo é parcial e deve-se recorrer à teoria da elasticidade (Timoshenko; Goodier, 1951). Para exemplificar a aplicabilidade deste problema na engenharia civil, considere um esquema contextualizado conforme a Figura 1.

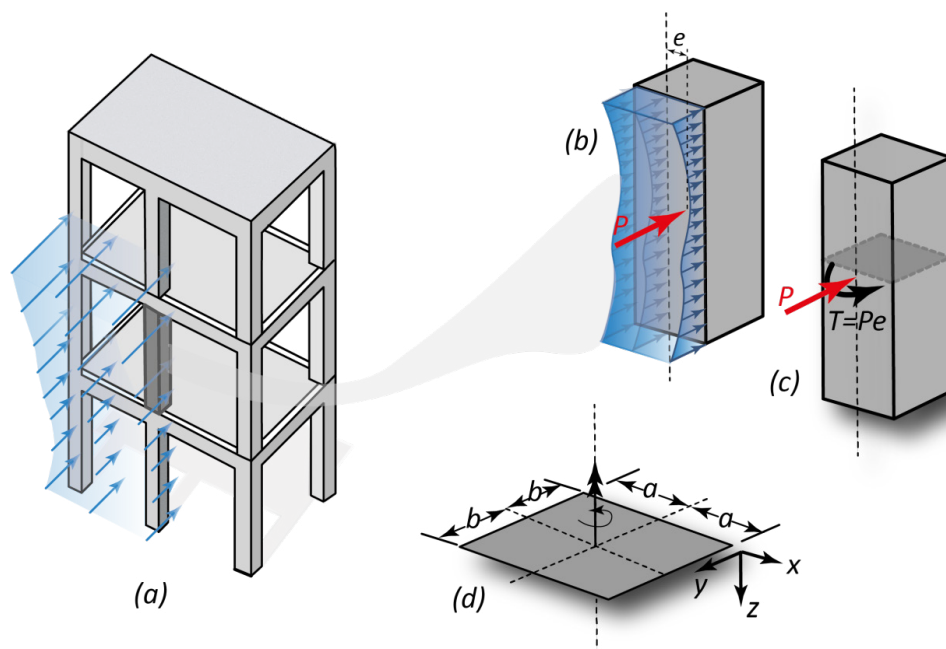


Figura 1. Esquema didático do problema físico

Fonte: Acervo Pessoal

Considere que na Figura 1a exista um perfil genérico devido à ação do vento atuando na face frontal de uma edificação. Então, isola-se um elemento de barra do edifício, considera-se somente a ação do vento na sua faceta, ou seja, despreza-se qualquer outra contribuição de esforços externo ou interno, conforme mostra a Figura 1b. Pelos conceitos de mecânica, pode-se concentrar a intensidade de uma carga distribuída em uma força resultante, contudo, devido o perfil do vento ser uma ação variável, a localização da força resultante fica definida por uma excentricidade em relação à linha de centro da faceta.

Então, na Figura 1c realiza-se uma transmissão da força resultante para linha de centro, associado a um momento torsor que atua na seção transversal da barra. Desprezando efeito da carga, chega-se na Figura 1d que evidencia a torção de uma barra de seção retangular. Enfatizando que em geral os efeitos de torção provenientes da ação do vento são potencializados em análises de edifícios altos.

Observe ainda, que na análise de estruturas, sendo válido o princípio da superposição, é possível avaliar cada efeito separadamente de cada ação e posteriormente verificar suas influências, logo, motiva-se entender o comportamento do elemento sob um único efeito. Note como um esquema didático contextualizado com uma situação prática facilita a motivação e interesse do o(a) aluno(a) em sala de aula, fornecendo um incentivo maior para exploração da modelagem matemática abstrata, que usualmente não desperta a atenção do discente (Bardini; Spalding, 2017; Pravia; Kripka, 1999).

Desta maneira, para modelagem matemática do problema de torção, adota-se modelo proveniente da teoria da elasticidade, que descreve o fenômeno pela equação

parcial de Poisson, conforme a Eq. (1).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = F \quad (1)$$

Onde ϕ é a função tensão de Prandtl e o termo fonte $F = -2G\theta$, em que G é o módulo de elasticidade transversal e θ é o ângulo de torção. A função tensão é nula nas bordas do domínio bidimensional, o que define condições de contorno do problema, ou seja, existe somente potencial prescrito em todo contorno. Esta função tensão é um artifício matemático para simplificação do problema físico, ou seja, na realidade busca-se determinar as tensões de cisalhamento, conforme as Eq. (2) e Eq. (3) (Timoshenko; Goodier, 1951).

$$\tau_{xz} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2)$$

$$\tau_{zy} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3)$$

A solução do problema de torção baseia-se em dois estágios, a solução da equação de Poisson, conforme Eq. (1) e o segundo estágio que realiza a diferenciação da solução primal, conforme as expressões dadas pelas Eq. (2) e Eq. (3). Para este problema, as soluções analíticas são conhecidas, vide Timoshenko & Goodier (1951) e Silva (2005).

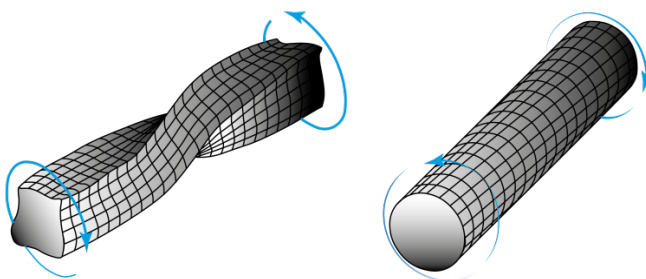


Figura 2. Torção de barra de seção retangular e circular

Fonte: Acervo Pessoal

Nota-se ainda, que um dos motivos da torção de seção retangular ser um problema mais complexo e não ser tratado com maiores detalhes nos cursos de graduação, além de trabalhar com equações diferenciais parciais, a seções transversais da barra não permanecem planas, como ocorria com a torção de seção circular, conforme ilustra a Figura 2 (Mindlin, 1975; Filho, 1981).

3 | FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Para diversos problemas de engenharia, a solução analítica fica limitada para casos específicos com domínios e parâmetros bem definidos. Para contornar tais restrições e soluções de problemas configurações diversas, recorresse ao uso de métodos aproximados para solução de equações diferenciais parciais que governam os fenômenos. Como método pioneiro, destaque o método das diferenças finitas (MDF), que preserva sua boa aplicabilidade em problemas de engenharia, conforme Oliveira & Pedroso (2008) e Mansour (2018). Com o avanço científico, atualmente ressaltase método dos elementos de contorno (MEC) que esta apresentando bons resultados em inúmeros problemas, vide em Loeffler, Barbosa & Barcelos (2018) e Carrer et al. (2013).

3.1 Aproximação por Diferenças Finitas

O método das diferenças finitas tem com cerne a aproximação dos operadores derivadas por aproximações algébricas. Por meio das expressões deduzidas por série de Taylor para um operador de segunda ordem, pode-se aproximar a Eq. (1) e assim determinar com algumas manipulações a equação de diferenças finitas para o problema de torção, como posto na Eq. (4) (Ozisik, 1994; Thomas, 2013).

$$\gamma\phi_{i+1,j} + \beta\phi_{i,j+1} + \chi\phi_{i,j} + \gamma\phi_{i-1,j} + \beta\phi_{i,j-1} = F_i \quad (4)$$

Os coeficientes contidos na Eq. (4) podem ser expressos em função do espaçamento da numérica na direção x e y , respectivamente h_x e h_y , conforme Eq. (5).

$$\chi = -2\left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2}\right) \quad \gamma = \frac{1}{h_x^2} \quad \beta = \frac{1}{h_y^2} \quad (5)$$

Aplicando a Eq. (4) em cada ponto do domínio discreto associado às respectivas condições de contorno em cada ponto, pode-se chegar ao sistema algébrico final, como expresso na Eq. (6).

$$[K]\{\phi\} = \{F\} \quad (6)$$

Em que a matriz K é usualmente conhecida como matriz de rigidez e o vetor F e ϕ são denominados respectivamente, sendo o vetor de carga e vetor de incógnitas. Logo, conhecidos os valores da função tensão, dado pela Eq. (6), pode determinar a tensão de cisalhamento em cada eixo por meio da Eq. (2) e Eq. (3).

3.2 Método dos Elementos de Contorno

O MEC é um método de natureza integral, que busca realizar a discretização

no contorno do problema, acarretando em uma redução da dimensão do problema. Para facilitar a formulação do método, trabalha-se em notação tensorial. Inicia-se multiplicando cada sentença integral por uma função auxiliar u^* , onde a Eq. (7) é conhecida como formulação integral forte (Wrobel, 2002).

$$\int_{\Omega} \phi_{,ii} u^* d\Omega = \int_{\Omega} F u^* d\Omega \quad (7)$$

Onde a função auxiliar é conhecida como solução fundamental de Laplace, posta pela Eq. (8).

$$u^*(\xi, X) = -\frac{1}{2\pi} \ln r(\xi, X) \quad (8)$$

O tratamento do termo da esquerda ou termo difusivo da Eq. (7) já é difundido na literatura, vide Brebbia (2012). Logo, tem-se a Eq. (9).

$$c(\xi)\phi(\xi) + \int_{\Gamma} (\phi q^* - q u^*) d\Gamma = \int_{\Omega} F(X) u^* d\Omega \quad (9)$$

Com o termo difusivo plenamente tratado, então, deve-se direcionar o foco para o tratamento da sentença integral associado ao termo fonte. Para tal termo, existe algumas técnicas já apresentadas na literatura, para este trabalho adota-se o tensor de Galerkin.

$$G_{,ii}^* = u^* \quad (10)$$

O tensor de Galerkin, posto na Eq. (10), é constituído pelo operador Laplaciano e a solução fundamental do problema. Então, aplica-se a Eq. (10) em Eq. (9), tem-se a Eq.(11).

$$c(\xi)\phi(\xi) + \int_{\Gamma} (\phi q^* - q \phi^*) d\Gamma = \int_{\Omega} (F G_{,ii}^*) \eta_i d\Omega - \int_{\Omega} F_{,i} G_{,i}^* d\Omega \quad (11)$$

Como o termo fonte é uma constante, uma sentença integral se anula e a Eq. (11) pode ser expressa pela Eq. (12), onde todas as sentenças integrais matemáticas então contidas no contorno.

$$c(\xi)\phi(\xi) + \int_{\Gamma} (\phi q^* - q \phi^*) d\Gamma = \int_{\Gamma} F G_{,ii}^* \eta_i d\Gamma \quad (12)$$

Reorganizando os termos e escrevendo cada sentença na forma integral, chega-se em um sistema de equações. Note que, o método dos elementos de contorno determina paralelamente tanto o potencial como fluxo.

$$[H]\{\phi\} + [G]\{q\} = \{F\} \quad (13)$$

Onde, na Eq. (13), H e G são matrizes de coeficientes e os vetores F , e q é respectivamente, o vetor de ações, vetor de potenciais e de derivadas a determinar. Observe que, diferentemente o método de diferenças finitas, o MEC determina diretamente a função tensão e as tensões de cisalhamento associadas.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados baseiam-se na solução do problema de torção de barra de seção retangular via método das diferenças finitas e elementos de contorno. Como o presente trabalho não visa uma aplicação em escala de projeto de engenharia adota-se os parâmetros geométricos e físicos sendo unitários. Inicialmente, realiza-se uma análise em relação a validação numérica dos métodos, conforme Figura 3.

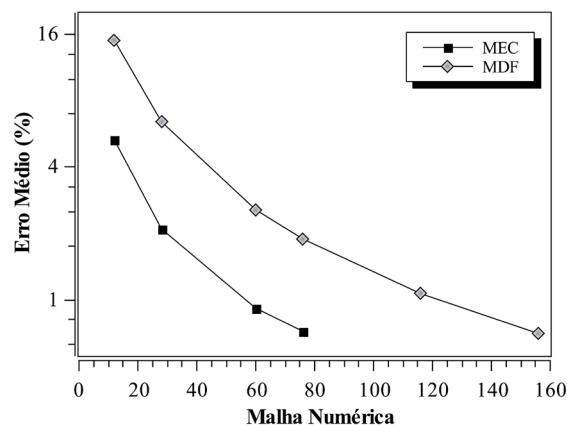


Figura 3. Performance numérica do MDF e MEC

Fonte: Acervo Pessoal

Considere para requisitos de cálculo de erro médio somente os pontos contidos no contorno, onde ocorre as maiores tensões de cisalhamento. Note que, ambos os métodos apresentam um bom desempenho com um comportamento decrescente com o refinamento da malha. Observa-se ainda, que o MDF necessita de um refinamento maior para atingir um erro na mesma ordem de grandeza do MEC.

Para este problema de torção de barras, vale destacar um fato em relação ao comportamento da solução analítica, onde tanta a solução da função tensão de Prandtl como as tensões de cisalhamento são constituídas por uma série infinita de contador ímpar. Na Figura 4, apresenta-se uma análise da influência dos termos da série na solução do problema.

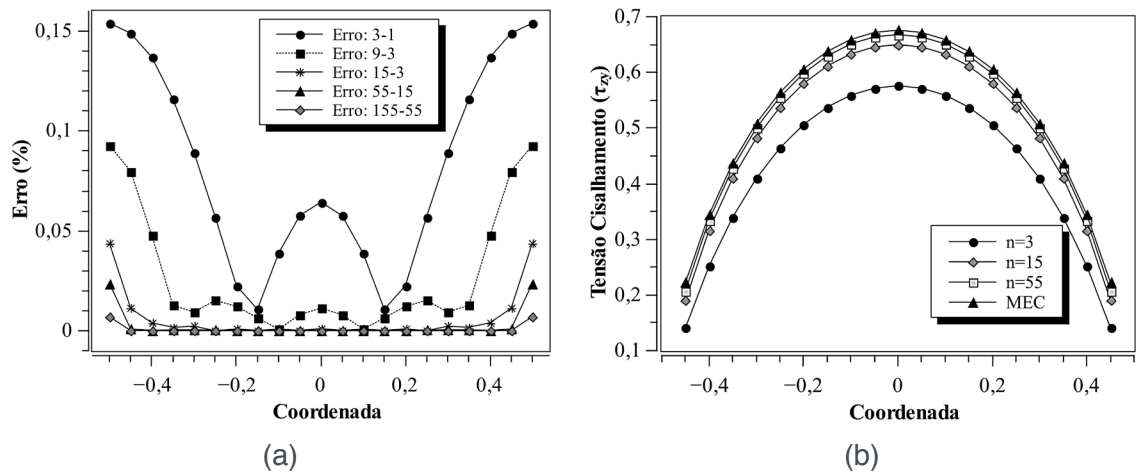


Figura 4. (a) Erro em relação aos termos da série na solução de (b) Estimativa da influência dos termos da série na solução analítica de na extremidade da seção

Fonte: Acervo Pessoal

Na Figura 4a, estima-se o erro com o aumento dos termos da série na solução da função tensão, para valores contidos na linha de centro da seção, observa-se como a solução converge para os mesmos resultados. Em relação a tensão de cisalhamento na face extrema da seção, a Figura 4b evidencia que tal solução necessita de mais termos para uma boa aderência.

Com os comportamentos numéricos e analíticos bem postos, pode-se realizar um detalhamento do problema. É comum em projetos e dimensionamentos de engenharia determinar valores máximos de grandezas, a fim de garantir critérios últimos e de serviço. Desta maneira, busca-se estimar o valor da tensão de cisalhamento máxima na seção transversal, como mostra a Figura 5.

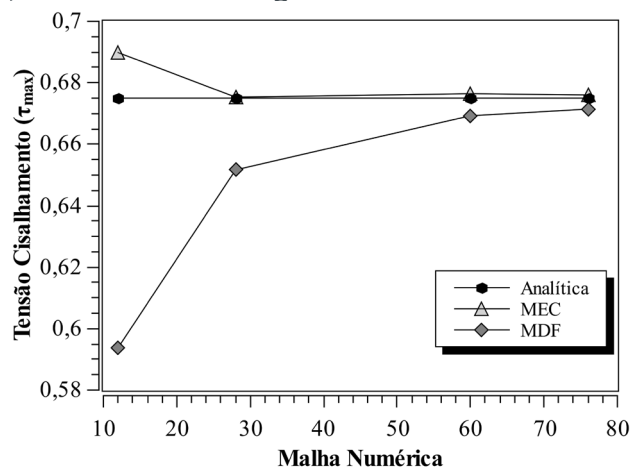


Figura 5. Aproximação via MDF e MEC da tensão máxima na seção

Fonte: Acervo Pessoal

Perceba que o método dos elementos de contorno atinge valores satisfatórios para malhas com pouco refinamento, em detrimento ao método de diferenças finitas que necessita de um maior desempenho computacional para atingir resultados parelhos. Na Figura 4b, mostra-se o perfil parabólico na face extrema da seção, contudo, no

interior na seção transversal, o perfil de tensão varia conforme a posição, como mostra a Figura 6.

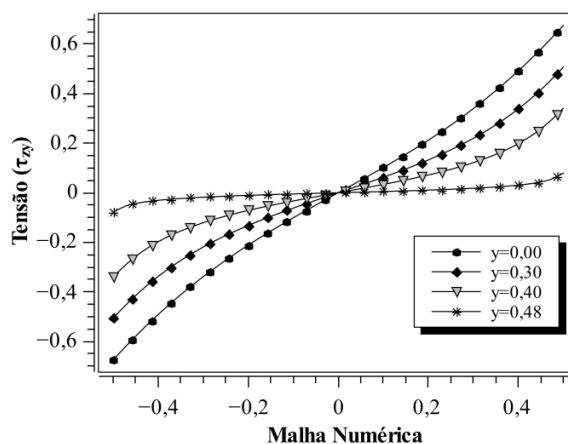


Figura 6. Perfil de tensão cisalhante no plano zy

Fonte: Acervo Pessoal

Devido considerar uma seção unitária, os valores são iguais para as tensões de cisalhamento ZX e ZY, alterando somente o eixo de aplicação de tais. Por tal fato, o perfil de tensão assume o formato apresentado na Figura 6, onde tende a nulidade quando próximo a borda da seção e aos valores máximo próximo ao centro. Na Figura 7 exibe-se o comportamento do campo provido da função tensão.

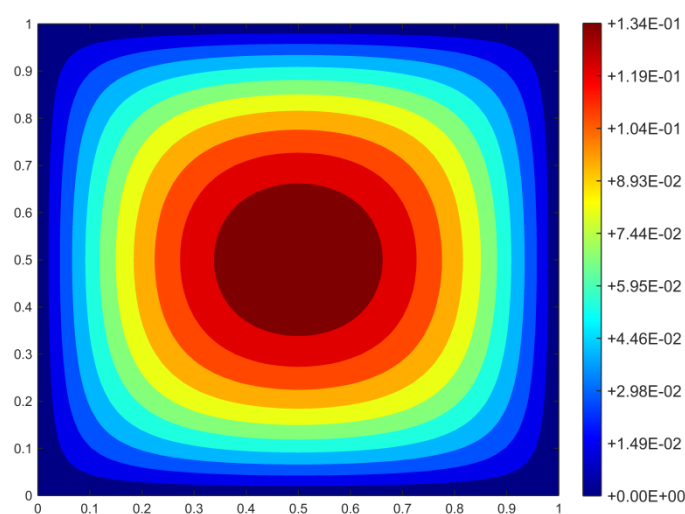


Figura 7. Função tensão de Prandtl

Fonte: Acervo Pessoal

Note que a solução da Eq. (1) é representada na Figura 7, onde ilustra um campo de uma função potencial, em que pode-se verificar a concordância do comportamento correlacionado as condições de contorno nulas em todas as bordas da seção. Seguindo nesta linha, posteriori, a Figura 8 ilustra a representação gráfica da distribuição de tensão de cisalhamento na seção transversal da peça.

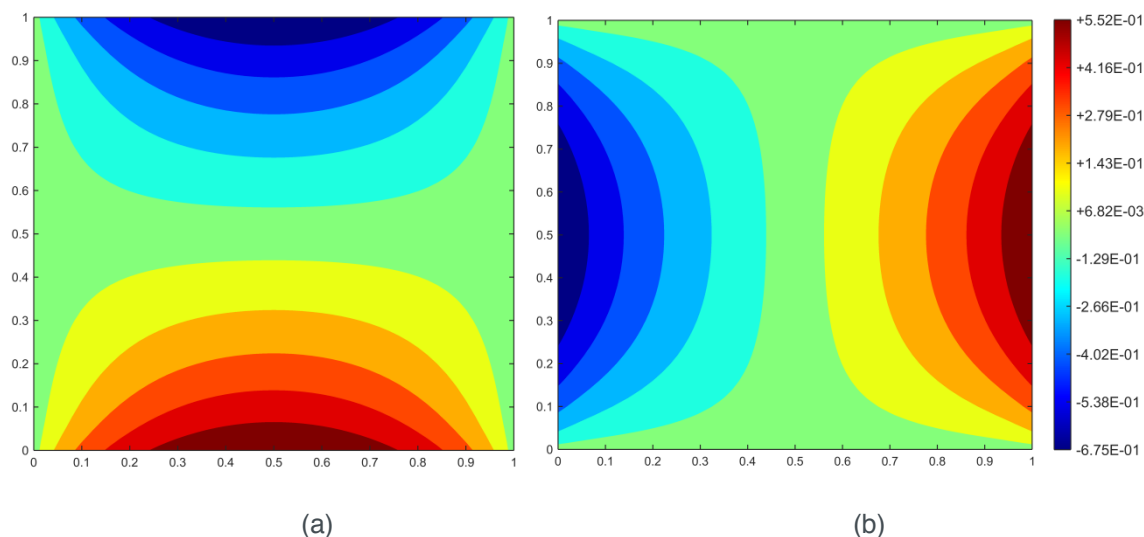


Figura 8. (a) Tensão de cisalhamento ZX, (b) Tensão de cisalhamento ZY

Fonte: Acervo Pessoal

As tensões de cisalhamento ZX e ZY são representadas na Figura 8a e 8b, respectivamente atendem ao fato de ser nulas no eixo vertical e horizontal. Para compreender o problema de forma global, determina-se as tensões de cisalhamento resultantes em cada ponto, ou seja, em cada ponto da malha numérica calcula-se por meio das componentes a tensão resultante no referido ponto, tal comportamento pode ser visto na Figura 9.

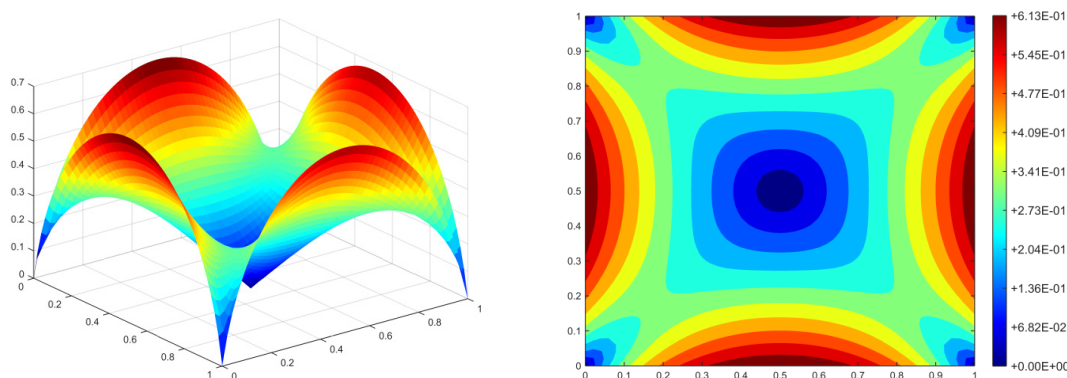


Figura 9. Distribuição de tensão de cisalhamento resultante na seção

Fonte: Acervo Pessoal

Observa-se que nas bordas só existe uma tensão associada com uma direção específica. Nota-se ainda que nos pontos de quina da seção, a tensão resultante é nula, pois as tensões na superfície da peça são nulas, como o cisalhamento ocorre em pares associados a planos perpendiculares, em tal ponto não pode existir tensão, como evidencia a Figura 9.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

No que se refere à quantificação da performance dos métodos numéricos na solução do problema de torção de barras de seção retangular, tanto o método das diferenças finitas como elementos de contorno apresentaram um bom desempenho associado ao comportamento parelho com a solução de referência, em destaque, o MEC atinge menores medidas de erros para malhas com pouco refinamento em relação ao MDF. Desta maneira, para este problema evidencia-se que ambos os métodos permitir obter respostas assertivas em relações as tensões de cisalhamento e a função tensão.

Além do direcionamento numérico do problema, deve-se destacar ainda a vertente de ensino, no que tange a estratégia de contextualização didática e modelagem matemática, evidenciando como ferramentas e formas didáticas de transmissão de conceitos despertam o senso de investigação dos discentes. Portanto, dos inúmeros caminhos para o aprimoramento do binômio ensino-aprendizagem, o simples fato de correlacionar os modelos matemáticos com situações praticas expostas de forma didática auxiliam os discente na captação e estimulação do conteúdo.

REFERÊNCIAS

- Filho, M. P. A. **Torção em barras prismáticas de secção transversal arbitrária e multiconexa- abordagem por elementos finitos isoparamétricos**. 1981. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina.
- Bardini, V. S. S.; Spalding, M. **Aplicação de metodologias ativas de ensino-aprendizagem: experiência na área de engenharia**. *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 36, n. 1, 2017.
- Bortolo, K. F.; Linhares, J. C. **Verificação da necessidade de dispositivos didáticos para o ensino na graduação em engenharia mecânica**. In: *Congresso Brasileiro de Ensino Abenge/Upf*. 2006. P. 1128-1139.
- Brebbia, C. A.; Telles, J. C. F.; Wrobel, L. C. **Boundary element techniques: theory and applications in engineering**. *Springer Science & Business Media*, 2012.
- Carrer, J. A. M. et al. **Dynamic analysis of Timoshenko beams by the boundary element method**. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 37, n. 12, p. 1602-1616, 2013.
- Carvalho, R. C.; Filho, J. R. F. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118: 2003**. EdUFSCar, 2010.
- Ecsedi, I; Baksa, A. **Prandtl's formulation for the Saint-Venant's torsion of homogeneous piezoelectric beams**. *International Journal of Solids and Structures*, v. 47, n. 22-23, p. 3076-3083, 2010.
- Guimarães, G. G. **Aprendendo cálculo diferencial e integral em engenharia civil: uma proposta interdisciplinar entre teoria e prática**. *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 37, n. 1, 2018.
- Lima, W. M. et al. **Uma ferramenta computacional para suporte nos processos de ensino e aprendizagem de equações diferenciais parciais**. *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 35, n. 1, 2016.

Loeffler, C. F.; Barbosa, J. P.; Barcelos, H. M. **Performance of BEM superposition technique for solving sectorially heterogeneous Laplace's problems with non-regular geometry.** *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 93, p. 105-111, 2018.

Moreira, R. N.; Pitangueira, R. L. **Sistema gráfico interativo para ensino de análise estrutural através do método dos elementos finitos.** *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 37, n. 1, 2018.

Mansour, Alaa El-Din. **Generalized finite difference approach verification on circular plates.** In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2018. p. 042030.

Mindlin, R. D. **Solution of St. Venant's torsion problem by power series.** *International Journal of Solids and Structures*, v. 11, n. 3, p. 321-328, 1975.

Oliveira, V. G. Pedroso, L. J. **Frequências e modos acústicos de vibração de reservatórios pelo método das diferenças finitas.** *Revista de Pesquisa Aplicada à Engenharia*, v. 1, n. 1, 2008.

Ozisik, M. N. **Finite difference methods in heat transfer.** CRC Press. 1994.

Popov, E. P. **Introduction to mechanics of solids.** 1968.

Pravia, Z. C.; Kripka, M. **Proposta metodológica para o uso e desenvolvimento de ferramentas computacionais no ensino de estruturas.** In: *Anais do XXVII congresso brasileiro de ensino de engenharia*, Natal-Rn. 1999.

Hosseini, M et al. **Nonlinear analysis of torsion in reinforced concrete members after developing initial crack.** *Indian Journal of Science and Technology*, v. 9, n. 7, 2016.

Hibbeler, R. C. **Resistência dos Materiais.** Pearson Education, 2010.

Silva, H. F. **Formulação do problema da torção uniforme em barras de seção transversal maciça.** 2005. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

Strek, T; Jopek, H; Fraska, A. **Torsion of elliptical composite beams with auxetic phase.** *Physica Status Solidi (b)*, v. 253, n. 7, p. 1359-1368, 2016.

Teimoori, H.; Faal, R. T.; Das, R. **Saint-Venant torsion analysis of bars with rectangular cross-section and effective coating layers.** *Applied Mathematics and Mechanics*, v. 37, n. 2, p. 237-252, 2016.

Timoshenko, S.; Goodier, J. N. **Theory of elasticity.** 1951. New York, V. 412, P. 108.

Thomas, J. W.. **Numerical partial differential equations: finite difference methods.** *Springer Science & Business Media*, 2013.

Wrobel, L. C. **The boundary element method, applications in thermo-fluids and acoustics.** John Wiley & Sons, 2002.

ORDEM, DESORDEM, INFINITO E SALA DE AULA

Lênio Fernandes Levy

Universidade Federal do Pará – UFPA. E-mail:
leniolevy@ufpa.br

RESUMO: O presente artigo tem por objetivos:

(i) discorrer sobre o tema “infinito”, considerando, em referido sentido, a teoria filosófica da complexidade de Edgar Morin (e, nesta, em especial, a relação “ordem-desordem”); (ii) argumentar a propósito de liames envolvendo o tema “infinito” e o diálogo complexo entre “ordem e desordem”; (iii) propor a inserção, em sala de aula, do tema “infinito” não somente pela via matemática, mas também pela via filosófica; (iv) sugerir a abordagem do tema “infinito”, tanto filosófica quanto matematicamente, no mesmo “espaço-tempo” pedagógico, ou seja, na(s) mesma(s) aula(s), a exemplo da(s) aula(s) de matemática. Quanto à sua metodologia, trata-se de um estudo teórico e de caráter bibliográfico, que se fundamenta, sobremaneira, nos ideários de Edgar Morin e de Ilya Prigogine.

PALAVRAS-CHAVE: Ordem. Desordem. Infinito. Sala de aula.

INTRODUÇÃO

Há ordem e, concomitantemente, há desordem na natureza, na vida, no homem e/

ou na sociedade, e isso guarda relação com o “princípio complexo dialógico”, segundo o qual ordem e desordem são realidades complementares e, ao mesmo tempo, antagônicas ou contraditórias (MORIN, 2002a; 2002b).

De um lado, temos categorização, reversibilidade, repetição, regra, teorização, generalização, abstração. De outro lado, temos singularidade, irreversibilidade, criatividade, experimentação, prática, particularização, concreção. Soa-nos pertinente a seguinte declaração: “(...) É admirável que o caráter eventual do mundo não o impeça de obedecer a relações necessárias, que, entretanto, não excluem acidentes e acontecimentos, como as explosões de estrelas ou os embates de galáxias” (MORIN, 2001, p. 235).

Edgar Morin, baseado em Ilya Prigogine e em outros cientistas, bem como em suas próprias reflexões, apregoa o supramencionado diálogo, qual seja o diálogo entre ordem e desordem na natureza, na vida, no homem e/ ou na sociedade.

De acordo com Ilya Prigogine, há correspondência entre (i) os chamados “sistemas não integráveis de Poincaré”, (ii) a irreversibilidade¹ do tempo e (iii) a elevação

1 Assumir a existência da “irreversibilidade” equivale à assunção da existência do “tempo”.

da entropia² do universo. Em “sistemas não integráveis de Poincaré”, onde as partículas estão sujeitas às energias cinética e potencial, torna-se impossível prever comportamentos individuais. Essa indeterminação fornece lastro a uma incerteza (ou a uma desordem) no que concerne às leis naturais e, por extensão, à vida, ao homem e/ou à sociedade.

Nas laudas imediatamente posteriores a este parágrafo, tecemos considerações acerca da díade certeza-incerteza, que é central no corpo teórico propalado por Ilya Prigogine, e acerca do binômio ordem-desordem, que é o cerne da perspectiva filosófica de Edgar Morin. Em seguida, dentre aquelas que entendemos constituírem-se em criações humanas, é nosso propósito destacar, no presente texto, a matemática e, especialmente, o tema “infinito”. Uma vez admitida a validade concomitante da ordem e da desordem, como será que podemos contextualizá-las na matemática (e no tema “infinito”) e vice-versa? Como será que podemos lidar, outrossim, com essa contextualização (e com a sua recíproca) em sala de aula? Finalizamos o artigo com a proposta de aulas de matemática e de filosofia conjugadas no mesmo “espaço-tempo” pedagógico, as quais abordem o tema “infinito”, com ênfase, de nossa parte, ao viés filosófico atinente à teoria da complexidade de Edgar Morin.

CERTEZA E INCERTEZA

Prigogine (1996, p. 62) afirmara adquirido a convicção de que “(...) A irreversibilidade macroscópica é a expressão de um caráter aleatório de nível microscópico”. Orear, guiado pela visão quântica, expressa sua concepção de indeterminismo da natureza por meio das seguintes palavras:

Nos dias da Física Clássica, estabeleceu-se que, se se soubessem as posições exatas e as velocidades de todas as partículas do universo no instante $t = 0$, seria possível, em princípio, calcular-se o curso futuro (e passado) do universo a partir de leis exatas da Física. Imaginava-se o universo como uma máquina gigantesca. Utilizando esse raciocínio, os filósofos podiam concluir que todas as ações humanas (mesmo os seres humanos são constituídos por prótons, nêutrons e elétrons) seriam completamente determinadas. É claro que se tinha noção de que tais cálculos do futuro ou do passado seriam sempre impossíveis por causa do número enorme de partículas do universo. Mesmo assim, tal raciocínio era aborrecido para os que acreditam no livre arbítrio.

Como vemos, pelo princípio da incerteza, há um obstáculo mais fundamental para a efetivação desses cálculos. Assim, o determinismo clássico não é mais imposto ao físico.

(OREAR, 1971, p. 301)

Prigogine acrescenta um elemento significativo a tal visão: as eventuais interferências entre as partículas de um sistema, o que geraria a “incerteza por excelência” (a incerteza prigoginiana) quanto a comportamentos futuros. Em conformidade com Henri Poincaré, ele classifica os sistemas dinâmicos em dois tipos:

2 Vide, em se tratando de entropia, o “segundo princípio da termodinâmica”.

a) Sistema integrável de Poincaré: é aquele cuja(s) partícula(s) é(são) dotada(s) de energia cinética, porém destituída(s) de energia potencial, ou seja, ela(s) não sofre(m) influência(s)/interferência(s) de outra(s) partícula(s). É um sistema estável, com comportamento regular alcançável pelas equações da física tradicional. Prigogine afirma, em consonância com a conclusão a que chegou Poincaré, que é fenômeno raro na natureza:

Um sistema dinâmico integrável é um sistema cujas variáveis podem ser definidas de tal maneira que a energia potencial seja eliminada, ou seja, de tal maneira que seu comportamento se torne isomorfo ao de um sistema de partículas livres, sem interação. Poincaré mostrou que, em geral, tais variáveis não podem ser obtidas. Com isso, em geral, os sistemas dinâmicos não são integráveis.

(PRIGOGINE, 1996, p. 41)

Trata-se da concepção de um conjunto onde haja uma ou algumas (poucas) partículas. Lembremo-nos de que o universo, contudo, é múltiplo, é plural.

b) Sistema não integrável de Poincaré: É aquele em que as partículas, além de possuírem energia cinética, são influenciadas/perturbadas pelas suas vizinhas (através de interações que criam energia potencial), havendo variações de frequência (vide formação de “ressonâncias”), o que torna o comportamento futuro de tais partículas incerto (no sentido prigoginiano), aleatório, inalcançável pelas equações da física tradicional, abrindo-se caminho para a formulação estatística das leis da dinâmica. Segundo Prigogine (1996), é o caso mais comum na natureza. Diz respeito a situações com muitas partículas. Ele afirma que:

Num mundo isomorfo a um conjunto de corpos sem interação, não há lugar para a flecha do tempo, nem para a auto-organização, nem para a vida. Mas Poincaré não só demonstrou que a integrabilidade se aplica apenas a uma classe reduzida de sistemas dinâmicos, como também identificou a razão do caráter excepcional dessa propriedade: a existência de ressonâncias entre os graus de liberdade do sistema.

(PRIGOGINE, 1996, p. 41)

As mecânicas clássica e quântica consideram movimentos isolados (sistemas integráveis), ao passo que a irreversibilidade só ganha seu sentido quando consideramos partículas mergulhadas num meio em que há interações (sistemas não integráveis).

Logo, no nível estatístico, as ressonâncias (vide sistemas não integráveis) acarretam a ruptura do determinismo, introduzem a “incerteza prigoginiana” no contexto das mecânicas clássica e quântica (para Prigogine, mesmo a mecânica quântica, restrita a sistemas integráveis, é determinista, haja vista a “equação de Schrödinger” pretender calcular os comportamentos de uma função de onda) e, por serem dizentes a processos irreversíveis, quebram a simetria do tempo. As ressonâncias de Poincaré levam a uma forma de caos. De fato, as simulações numéricas mostram que essas ressonâncias induzem o aparecimento de trajetórias erráticas (PRIGOGINE, 1996), as

quais são inalcançáveis pelas equações da física tradicional. Prigogine garante que “(...) A descrição da natureza circunstante tem, portanto, pouco a ver com a descrição regular, simétrica em relação ao tempo, associada tradicionalmente ao mundo newtoniano” (1996, p. 134).

ORDEM E DESORDEM

Malgrado a indeterminação preconizada por Prigogine e/ou admitida pelo segundo princípio da termodinâmica, existe um reduzido nível de ordem na natureza, na vida, no homem e/ou na sociedade. Os sistemas integráveis de Poincaré, consoante Prigogine (1996), são raros, mas possíveis.

Morin defende uma relação dialógica entre ordem e desordem. Tal relação foge dos ditames impostos pela lógica clássica na medida em que (essa relação) diz respeito a um dialogismo entre elementos (quais sejam: ordem e desordem) complementares e, ao mesmo tempo, antagônicos ou contraditórios.

Morin, Ciurana & Motta (2003) asseveram que nas situações complexas não existe somente ordem, mas também desordem, não há apenas determinismos, mas também acasos. Trata-se de situações em que emerge a incerteza e que demandam a atitude estratégica do sujeito ante a ignorância, a desarmonia e a perplexidade. O ponto de vista desses três autores, embora diga respeito a múltiplas circunstâncias com as quais nos deparamos em nosso dia a dia, traz-nos à lembrança, por conta de nossa profissão, a complexidade dos processos que ocorrem na sala de aula e a necessidade de uma docência pautada pela investigação.

A ciência e a matemática são, a nosso ver, concepções humanas. Trata-se de conhecimentos ou de construções cognitivas que auxiliam o ser humano em seu contato com o mundo, em sua interpretação daquilo que acontece à sua volta. Por meio da ciência e da matemática, o homem busca ordem (certeza) na desordem (incerteza), busca um comportamento ordenado (ou certo) na natureza (a qual, de acordo com o “princípio complexo dialógico”, reúne em si tanto ordem quanto desordem) e/ou na sua maneira de ver a natureza (ou melhor, na sua maneira de ver o diálogo natural “ordem-desordem”).

Além da “ordem”, reiteramos que impera à nossa volta a “desordem”. Com efeito, ordem e desordem interagem de modo permanente para a composição das estruturas organizacionais da natureza e da sociedade. “Nosso universo é feito de uma liga, de uma aliança entre ordem e desordem que se contradizem absolutamente” (MORIN, 2002c, p.54). O indeterminismo não pode ser desprezado. O que parecia inevitável, muitas vezes não se concretiza, e o inesperado com frequência bate à porta. Nosso conhecimento da natureza é a navegação em um oceano de incertezas, entre arquipélagos de certezas (MORIN, 2002a). Urge que aprendamos a conviver com a incerteza, com o indeterminismo. Por oportuno:

Na termodinâmica, Prigogine detectou fenômenos de bifurcação no mundo físico. Num dado momento, encontram-se em jogo fatores de influências mútuas, sendo suficiente um fator infinitesimal para que um processo caminhe mais por um caminho do que pelo outro.
(MORIN, 2002c, p. 94)

É provável que a matemática acadêmica (vide a matemática pura), atualmente desligada do “mundo nomeado de real” (daí ser conhecida justamente pelo nome de matemática pura), haja tido a sua fonte histórica na observação e na interpretação de fenômenos naturais, na observação e na interpretação do citado “mundo real”, que não se exime, conforme argumentamos neste artigo, da interação “ordem-desordem”. Tratamos disso no tópico que se segue.

ORDEM, DESORDEM E INFINITO

O infinito é uma noção deveras importante para as construções matemáticas. A partir dos antigos gregos, praticamente se tornou inviável criar matemática sem se cogitar acerca do “infinito”. Uma lei, uma propriedade, um teorema caracterizam não apenas um objeto matemático, mas todos os infinitos objetos de certa modalidade ou categoria de objetos do âmbito matemático. A ideia de “infinito” é imprescindível à matemática dedutiva. Reportando-se ao infinito, Abbagnano assevera que:

Este termo tem os seguintes significados principais, entre os quais existem algumas semelhanças: 1.º I. matemático, que é a disposição ou qualidade de uma grandeza; 2.º I. teológico, que é a não-limitação da potência; 3.º I. metafísico, que é a não-completude.
(ABBAGNANO, 2000, p. 562)

O “homem de ciência” (em que pese a matemática pura manter-se alheia ao mundo real ou natural) tenta aplicar a noção de infinito matemático aos fenômenos que estuda. O método científico conjuga em si experimentação e raciocínio, empirismo e racionalismo, requerendo a observância de aspectos indutivos e dedutivos. A matemática acadêmica e o infinito ligam-se profundamente ao processo dedutivo, daí a importância da matemática acadêmica e do infinito para o método científico.

Ademais, certo tipo de infinito, menos formal, constitui-se em um jeito milenar de o “homem simples” ou cotidiano – que, normalmente, faz uso estratégico, sobretudo, do senso comum para lidar com o que encontra à sua frente, desconhecendo em larga escala a ciência e/ou a matemática acadêmica – conceber alguns aspectos do mundo, conceber alguns aspectos do seu dia a dia. Nesse caso, o infinito imaginado pelo “homem simples” ou cotidiano é fruto de induções, de generalizações ou de universalizações ingênuas, destituídas do rigor que marca o infinito com que se trabalha na matemática acadêmica.

Se há ordem e desordem na natureza, na vida, no homem e/ou na sociedade, então

torna-se plausível afirmar que os pensamentos, as construções, os conhecimentos e os comportamentos humanos sejam regidos, extrínseca e intrinsecamente, tanto pela ordem quanto pela desordem.

Nesse sentido, talvez possamos asseverar que a ciência e a matemática acadêmica, em geral, e que o infinito considerado pela matemática acadêmica, em particular, tenham a ver não apenas com ordem, conforme se costuma salientar, mas também com desordem.

Há, por exemplo, uma ordem evidente nas expressões matemáticas que dizem respeito aos (infinitos) números pares ($pn = 2n$) e aos (infinitos) números ímpares ($in = 2n + 1$). Entretanto, será que existirá, um dia, uma expressão ou uma fórmula matemática que venha a “alcançar” todos os (infinitos) números primos? O fato de tal expressão não existir e mesmo a possibilidade de ela jamais vir a existir um dia não fortalecem a ideia de desordem, desta feita no bojo da matemática acadêmica?

Além do mais, sabemos que existem infinitos pontos em uma reta, em uma semirreta e em um segmento de reta. Esse conhecimento denota ordem. Há, inclusive, diversas propriedades (que, para serem consideradas como tais, são demonstradas matematicamente) a que relacionamos os infinitos pontos desses objetos geométricos. Isso corrobora a ordem matemática relativa ao infinito. Mas, como determinar, num segmento de reta, o ponto imediatamente seguinte a – ou o ponto imediatamente vizinho de – um de seus extremos? Essa impossibilidade não corresponde a desordem?

Também achamos cabível ressaltar que o conhecimento não é um espelho das coisas ou do mundo exterior; as ideias e teorias não refletem, mas traduzem a realidade (MORIN, 2002a). As aplicações da matemática acadêmica à natureza, à vida, ao homem e/ou à sociedade dão-se por aproximação. Isso indica, por um lado, desordem. Dependente, em larga escala, do ferramental matemático, “(...) A Física é algumas vezes chamada uma ciência exata. Entretanto, estudantes que têm feito cursos de laboratório podem pensar de modo diferente – e, até certo ponto, estão certos” (OREAR, 1981, p. 7). O esperado e o inesperado convivem, por exemplo, no contexto de uma sala de aula. De acordo com Almeida *et al.*:

(...) Nossas certezas não nos dispensam de estarmos atentos perante tudo o que ocorre. Há sempre algo que nos escapa e que se pode mostrar inesperadamente em algum momento. Nós chamamos a isso de acaso, ou de desordem, como se tivéssemos a chave de toda a ordem. Não podemos simplesmente pressupor que sabemos tudo. A bem da verdade, temos de desconfiar de nossos saberes, ainda que confiando neles. Por isso, temos de considerar o que não prevíamos: o imprevisto pode ocorrer e ocorre (...).

(ALMEIDA *et al.*, 2006, p. 12)

Contudo, as aplicações da matemática acadêmica à natureza, à vida, ao homem e/ou à sociedade, mesmo que por aproximação, trouxeram-nos, trazem-nos e, pelo visto, continuarão a trazer-nos múltiplos e eficazes resultados científicos e tecnológicos. Isso indica, por outro lado, ordem.

Os alunos, em geral, estão preparados para compreender a ideia de “desordem” (ou de “incerteza”) de maneira compatível com aquela (maneira) por meio da qual se encontram, presumivelmente, preparados para entender a noção de “ordem”?

Pensamos que, em geral, os alunos estejam, sim, preparados para compreender a noção de “desordem”, (i) na medida em que as ordens ou as regras do dia a dia efetivam diálogos contínuos com desordens ou incertezas; (ii) na medida em que, afora uma ordem estrita e mesmo reduzida, há prevalência de desordem no mundo; (iii) na medida em que existem, na natureza, na vida, no homem e/ou na sociedade, “repetições proclamadas”, as quais, a rigor, não são cabais, ou melhor, existem “supostas igualdades” que, em verdade, são aproximações entre o que deveria (científica e/ou matematicamente) ser e o que (comprovadamente) é.

Os alunos, como seres humanos, não são e não estão, em geral, alheios ao que acontece na natureza, à sua volta, no seu dia a dia, em contextos da sua vida, em meandros da sua sociedade e/ou do mundo onde vivem.

Até que ponto – ou a partir de que ponto – os alunos podem entender (de modo, ao mesmo tempo, paralelo, imbricado, complementar, contraditório e/ou dialógico no que tange, esse entendimento, às noções de ordem e de desordem) a diferença entre, de um lado, o que é problemático no que diz respeito à quantificação (ex.: grãos de areia de uma praia), porém é finito ou real, e, de outro lado, o que é problemático no que diz respeito à quantificação (ex.: retas componentes de um plano), todavia é infinito ou matemático?

Se houver – e acreditamos que haja! – um ponto até o qual (ou a partir do qual) a referida possibilidade de entendimento mostre-se viável, então por que alijar os alunos do acesso a ela? Por que deixá-los à margem de discussões dessa natureza? Aquiescemos com Morin quando afirma que:

As ciências permitiram que adquiríssemos muitas certezas, mas igualmente revelaram, ao longo do século XX, inúmeras zonas de incerteza. A educação deveria incluir o ensino das incertezas que surgiram nas ciências físicas (microfísicas, termodinâmica, cosmologia), nas ciências da evolução biológica e nas ciências históricas.

(MORIN, 2002a, p. 16)

A “teoria moriniana da complexidade” não é, bem o sabemos, a única maneira de introduzir-se, filosoficamente, o tema “infinito” em aulas de matemática. Porém, é uma maneira de que, para tanto, nós, particularmente, faríamos uso.

Por um lado, relacionamos a matemática – e a noção de “infinito matemático” – à ideia de ordem. Através da matemática, que, a nosso ver, é um fruto humano, podemos asseverar que existe (ou que percebemos) certa ordem na natureza. Por sinal, ratificamos, em consonância com Morin (2002a), que o universo é um oceano de desordem pontilhado, contudo, por algumas ilhas de ordem.

Por outro lado, relacionamos a natureza, a vida, o homem e/ou a sociedade ao “diálogo complexo” (ou seja, ao diálogo complementar e, ao mesmo tempo, antagônico ou contraditório) entre ordem e desordem.

Nesse sentido, assim como o homem, a matemática (por ser, de nosso ponto de vista – reiteramos! –, um fruto humano) traz em si, forçosamente, as ideias de ordem e de desordem. Os números pares e os números ímpares (com seu grau de ordem), de um lado, e os números primos (com seu grau de desordem), de outro lado, são exemplos desse dialogismo. Igualmente, os números pares e os números ímpares (com sua parcela de desordem) dialogam com os números primos (e com a parcela de ordem destes).

Em suma: relacionamos a matemática – e a noção de “infinito matemático” – à ideia de ordem; igualmente, relacionamos a matemática – e a noção de “infinito matemático” – à ideia de desordem. Além disso, assumimos a postura de Edgar Morin quanto ao diálogo (complementar e contraditório/antagônico) entre ordem e desordem.

CONCLUSÃO

Entendemos haver, com efeito, ordem e desordem (vide a realidade do “princípio complexo dialógico”: ordem e desordem complementam-se e, concomitantemente, contradizem-se ou antagonizam-se) na natureza, na vida, no homem e/ou na sociedade.

De nosso ponto de vista, a matemática é uma criação humana, é um conjunto de produções cognitivas do qual o homem serve-se para, entre outras coisas, lidar de forma considerada plausível com o mundo em que vive. Como tal, quer dizer, como criação humana, como fruto do homem, como parte do ser humano, ela (a matemática) é potencial, implícita e (mesmo) explicitamente dotada de ordem e de desordem.

A matemática, em especial a matemática acadêmica, de origem grega-clássica, encontra-se, de um jeito inextricável, ligada à noção de infinito. As deduções ou demonstrações matemáticas não prescindem da ideia de “infinito”, porque elas ligam-se ao geral, ao universal, ou seja, elas vinculam-se ao que se encontra em todos os (infinitos) objetos de uma categoria ou de uma modalidade de objetos do contexto matemático.

Defendemos a posição de que a noção de infinito possa ser trabalhada, em sala de aula, tanto do ponto de vista matemático quanto do ponto de vista filosófico (e, no âmbito filosófico, particularmente, embora não exclusivamente, somos favoráveis a que a noção de infinito possa ser trabalhada sob a ótica da teoria da complexidade de Edgar Morin).

Ademais, cremos ser viável (por que não?) a introdução de ideias filosóficas (inclusas aí ideias afetas ao paradigma da complexidade de Edgar Morin) acerca do infinito (e acerca de características que nos reportem às noções e/ou às realidades da ordem e da desordem) nas próprias aulas de matemática, haja vista a filosofia e a matemática, com notável frequência, abordarem – reiteramos! – assuntos ou objetos

perpassados pela ideia de infinidade (e pelas noções de ordem e de desordem).

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de filosofia**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

ALMEIDA, Cleide; PETRAGLIA, Izabel; DIAS, Elaine Dal Mas; QUEIROZ, José J.; LORIERI, Marcos Antônio. Pensamento complexo nos caminhos da educação. In: ALMEIDA, Cleide; PETRAGLIA, Izabel (Orgs.). **Estudos de complexidade**. São Paulo: Xamã, 2006, p. 9-21.

MORIN, Edgar. **Ciência com consciência**. 5. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.

_____. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. 6.ed. São Paulo: Cortez, 2002a.

_____. **O método 4: as idéias - habitat, vida, costumes, organização**. 3. ed. Porto Alegre: Sulina, 2002b.

_____. Educação e complexidade: os sete saberes e outros ensaios. In: ALMEIDA, Maria da Conceição de; CARVALHO, Edgard de Assis. (Orgs.). **Edgar Morin**. São Paulo: Cortez, 2002c, p. 11-102.

_____. Edgar Morin: ninguém sabe o dia que nascerá. São Paulo: UNESP; Belém: UEPA, 2002c, **entrevista concedida a Edmond Blattchen**.

MORIN, Edgar; CIURANA, Emílio-Roger; MOTTA, Raúl Domingo. **Educar na era planetária: o pensamento complexo como método de aprendizagem pelo erro e incerteza humana**. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2003.

OREAR, Jay. **Física**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1971.

OREAR, Jay. **Fundamentos da física**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e científicos, 1981.

PRIGOGINE, Ilya. **O fim das certezas: tempo, caos e as leis da natureza**. São Paulo: UNESP, 1996.

ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM ADMINISTRAÇÃO DA UNESPAR-APUCARANA: UMA ANÁLISE A PARTIR DA RELAÇÃO ORIENTADOR-ORIENTANDO

Marilyn Louise Coelho Santos Silva

Graduada em Serviço Social, UNESPAR/
Apucarana (PR)

Marcia J. Beffa

Dra. Educação (UNESP, Marília, SP); Professora
UNESPAR/Apucarana (PR)

RESUMO: Este estudo tem como finalidade compreender o significado e a importância do estágio supervisionado no curso de Administração da UNESPAR campus Apucarana (PR), a partir da relação orientador-orientando. A qualidade da relação orientador-orientando tem sido evidenciada no processo para formação acadêmica e profissional. A investigação consistiu na aplicação de um questionário a alunos do último ano de graduação em Administração. Os resultados quanto ao significado do estágio supervisionado para a formação acadêmica e profissional indicou possibilidade do orientando relacionar a teoria com prática, obter experiência prática e conhecimento para atuar frente ao mercado de trabalho e contribuiu para a formação científica do administrador. No tocante a relação orientador-orientando, evidenciou-se fatores tais como confiança, compreensão, respeito, atenção, disponibilidade de atendimento. O conhecimento teórico do orientador apresenta-se como relevante no estabelecimento de boa

relação entre ambos e interfere na qualidade do trabalho. Ressalta-se que a relação orientador-orientando depende do domínio teórico do orientador na área e do estabelecimento de uma relação na qual predomina a discussão de ideias a partir do diálogo, um aprendizado conjunto. Considera-se que os dados deste estudo contribua para tomada de decisões no processo de organização das condições oferecidas para o orientando, na escolha e indicação de orientadores, alinhados ao interesse e eixo teórico escolhido pelo orientando, bem como garantia de disponibilidade de orientações conduzidas com comprometimento, respeito e estabelecimento de confiança, desenvolvendo a responsabilidade e autonomia do orientando.

PALAVRAS-CHAVE: Administração. Estágio. Relação Orientador-Orientando.

ABSTRACT: This paper aims to discuss about the significance and importance of supervised practice in business management course of UNESPAR at Apucarana (PR) campus, based on mentor-mentee relationship. The quality of this relationship has been evidenced in the process of academic and professional qualification. The research consists in applying a questionnaire to last year students of graduation in Business Management. The results regarding the meaning of supervised practice for academic and professional qualification indicated the

possibility of mentee to relate the theory with practice, to obtain practical experience and knowledge to act in front of the labor market and contributes to the scientific background of administrator. Regarding the mentor-mentee relationship, factors such as trust, understanding, respect, attention, availability of care were evidenced. The mentor's theoretical knowledge seems to be relevant in establishing a good relationship between both and influence in the quality of work. Note that mentor-mentee relationship depends on teacher's theoretical domain in the area and on the establishment of a relationship in which the discussion of ideas predominates from the dialogue, which results in a mutual learning. It is considered that the data of this study contributes to decision making in the process of analyse conditions offered for the mentee, besides the choice and indication of mentors. Aligned to the interest and theoretical axis chosen by the mentee, as well as guaranteeing the availability of orientations conducted with commitment, respect and establishment of trust, developing the responsibility and autonomy of the guided student.

KEYWORDS: Business Management. Internship. Mentor-mentee relationship.

1 | INTRODUÇÃO

O processo de construção do conhecimento se coloca como o grande desafio da universidade, transformar o conhecimento já produzido pela ciência, disseminá-lo e torná-lo acessível ao enfrentamento pela sociedade de problemas sociais, desenvolvimento socioeconômico e melhoria da qualidade de vida das pessoas fazem parte desta construção. Neste processo, o papel do professor como elemento intermediador entre ensino e sociedade, é imprescindível para a efetivação da formação de futuros profissionais que sejam capazes de transformar o conhecimento científico em comportamentos profissionais para bem atuar na sociedade.

Conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Administração, o Estágio integra a estrutura curricular, com o intuito de oportunizar a articulação teoria e prática e estabelece a relação e a relevância da interação dos estudantes com o meio organizacional (BRASIL, 2005).

O curso de Curso de Administração da UNESPAR campus Apucarana (PR), tem centrado esforços para conduzir de forma responsável e qualificada o processo de orientação. Ao longo do 4º ano de curso, o aluno deve realizar o estágio supervisionado obrigatório e isso, pressupõe a orientação de um professor de acordo com o eixo temático escolhido.

Este professor, tem por função: acompanhar, orientar e avaliar as atividades do orientando no campo de estágio. Além de orientar a sistematização através de um relatório, documentando assim, o que foi realizado no campo de estágio.

A realização do estágio evidencia-se como o momento em que ocorre a interação mais próxima entre professor-aluno, pois, a atuação prática do aluno é baseada no confronto utilizando os subsídios teóricos obtidos nas diferentes disciplinas ao longo do curso, sempre com o acompanhamento das atividades do professor orientador.

Deste modo, a relação que se estabelece entre orientador-orientando no processo de desenvolvimento do estágio, o interesse e foco desse estudo, o qual nem sempre é evidenciado nas pesquisas direcionadas a essa temática, direcionaram o objetivo deste estudo que traduz analisar a relação entre orientador-orientando no decorrer do processo de execução do estágio supervisionado obrigatório do curso de Administração da UNESPAR campus Apucarana (PR) sob a perspectiva dos alunos.

2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A gestão organizacional na contemporaneidade requer profissionais capazes de observar e refletir criticamente, a fim de tomar decisões baseadas em fatos e não em suposições. A experiência do estágio é uma atividade científica e de aprendizagem do saber “fazer ciência”, o processo de transformar os conhecimentos científicos disponíveis em comportamentos profissionais eficazes. Afinal, “ensino não é apenas a transmissão do já conhecido, mas o processo que leva à capacidade de observação e de reflexão crítica.” (WERNECK, 2006). Considera-se que é na relação orientando-orientador que esse processo se efetiva.

Para Severino (1999), é comum a ocorrência de casos de excessiva dependência do orientando ante o orientador, de falta de autonomia por parte do orientando. Muitos alunos têm dificuldade para desenvolver um roteiro para o seu trabalho e buscam uma contribuição do orientador muito maior do que deveria, já que o processo de orientação é um processo de discussão, de debate e leitura em parceria, onde a participação do professor deveria ser um contraponto, apenas um elemento de comparação.

Pardo et al (2004) indicam em seu estudo o grau de dificuldade que os alunos encontram para a elaboração de dissertações, relacionando-as às dificuldades da falta de experiência nas atividades requeridas para a pesquisa, como: a busca, a leitura e a análise e redação de textos científicos, além da familiaridade com procedimentos de coleta e análise de dados.

As dificuldades em desenvolver na prática os conhecimentos adquiridos teoricamente nas disciplinas ao longo do curso de graduação em Administração foram verificadas por Beffa e Melo (2012), e, se devem às falhas no ensino da Metodologia Científica ministrada nos anos iniciais do curso, pois não favorecem o aprendizado e a vinculação teoria-prática nas atividades acadêmicas como um todo ao longo do curso.

Sob esta perspectiva, é preciso considerar que a dificuldade do professor para despertar no aluno uma consciência científica se deve ao despreparo do aluno, mas também a dificuldade do professor em considerar o processo ensino-aprendizagem um sistema complexo de interações entre professores e alunos e a análise cuidadosa dos comportamentos envolvidos no ensinar e no aprender (KUBO; BOTOMÉ, 2001).

O processo de ensino-aprendizagem pressupõe um relacionamento orientador-orientando, no qual os componentes da díade apresentem conhecimento, dedicação e interesse pela área de estudo e certa empatia. A orientação é muito mais efetiva

quando há uma cooperação entre as partes (ROESCH, 1996).

Este aspecto é evidenciado no estudo de OLIVEIRA (2006), que além do compromisso mútuo, capacidade profissional (do orientador), capacidade de aprender (do aluno) o conteúdo, são fatores indispensáveis na relação orientador-orientando: a confiança, o respeito, a competência e o comprometimento. A autora ainda argumenta que a similaridade entre os parceiros facilita a comunicação no que tange as relações interpessoais e, conseqüentemente, na aprendizagem. Assim, pode-se reduzir as possibilidades de conflitos de opiniões e os mesmos serem encarados como intercâmbio de ideias.

O diálogo será sempre um aspecto importante na relação orientador-orientando, imprescindível no processo de construção e crescimento intelectual do aluno, elemento de definição e amadurecimento desta própria autonomia de que o orientando necessita para desenvolver com segurança sua pesquisa, e assim avançar no aprendizado do “aprender a aprender” (BARTH-TEIXEIRA et al, 2011).

As habilidades do professor/orientador, conforme Beffa e Melo (2012), favoreceram a autoconfiança em executar o trabalho, o que indica a importância da interação aluno-professor em torno da realização de tarefas, bem como o papel do professor como planejador competente, um mediador do processo ensino aprendizagem.

Estudos evidenciam a importância e a dificuldade no que concerne a relação orientador-orientando no processo de aprendizagem e formação profissional na elaboração de tese, dissertações e trabalhos de conclusão de curso (FREITAS, 2000 apud BARTH-TEIXEIRA et al, 2011; LEITE FILHO; MARTINS, 2006). Esses autores afirmam que muitos problemas surgidos durante o processo de construção do trabalho estariam ligados à relação orientador-orientando.

Concordam também neste sentido Teixeira, Vitchel e Lampert (2007), que a aprendizagem mútua e as relações interpessoais apresentam-se como os principais pontos fortes na relação orientador-orientando. Ou seja, o processo interpessoal de aprendizagem mútua e contínua representado pela relação entre um orientador e cada um de seus orientandos é provavelmente, na visão de Zilbermann (2002, p. 335), a principal novidade na educação e da ciência brasileira dos últimos trinta anos do século XX.

Neste sentido, justifica-se estudos na busca de levantar e analisar dados acerca de como o processo de realização do estágio supervisionado obrigatório tem ocorrido, na perspectiva da relação orientador-orientando, no intuito de garantir a qualidade do processo ensino-aprendizagem e a formação profissional dos acadêmicos do curso de Administração.

3 | METODOLOGIA

Esta pesquisa caracterizou-se por ser de abordagem qualitativa tendo sido aplicado um questionário com quatro questões abertas baseado em Barth-Teixeira et al (2011):

- a) Comente sobre o significado do estágio supervisionado para o desenvolvimento das competências do Administrador;
- b) Indique os principais pontos positivos na relação orientador-orientando;
- c) Aponte os principais pontos negativos na relação orientador-orientando;
- d) Indique sugestões para melhorar a relação orientador-orientando;

O questionário foi aplicado a todos os alunos do 4º. Ano de Administração (2015) presentes da sala de aula, após obter autorização da coordenação do curso e do professor que ministrava aula no momento da aplicação. Foi esclarecido os objetivos do estudo e solicitado a colaboração dos mesmos. Os dados foram analisados por meio de análise estatística descritiva para os dados quantitativos, análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (1997 apud MORAES, 1999) e discutido com base na literatura corrente da área específica deste estudo.

4 | RESULTADOS

Com a finalidade de compreender a importância da realização de estágio supervisionado do curso de Administração da UNESPAR Apucarana, foi aplicado o questionário conforme indicado na metodologia a 29 alunos. Quanto ao sexo, 41,7% são do sexo feminino e 58,3% são do sexo masculino. Quanto à faixa etária, oito participantes têm até 21 anos, treze entre 22 a 25 anos, três entre 26 a 29 anos, quatro entre 30 a 33 anos e um acima de 34 anos.

Os participantes foram questionados quanto ao significado do estágio supervisionado para formação das competências do administrador sendo que 64,7% indicaram a importância da experiência prática e conhecimento para atuação no mercado de trabalho, 25% indicaram que o estágio possibilita a relação teoria-prática, 3,6% evidenciaram a importância na formação acadêmica e 3,6% indicou como um facilitador no desenvolvimento de habilidades de pesquisa. Apenas 3,6% dos participantes desconsideraram a utilidade do estágio devido a atuação e experiência na área conforme Tabela 1.

	%
Experiência prática	64,7
Relação teoria-prática	25,0
Formação acadêmica	3,6
Possui experiência e não teve utilidade	3,6
Desenvolvimento habilidades de pesquisa	3,6

Tabela 1 - Significado do estágio supervisionado para formação das competências do administrador

Fonte: Dados da Pesquisa (2015)

Quanto aos pontos positivos na relação orientador-orientando 46,3% dos participantes indicaram o relacionamento estabelecido entre orientador e orientando baseado em confiança, compreensão, respeito, como também comprometimento, atenção e disponibilidade do orientador; 24,4% indicaram o domínio do orientador quanto ao conteúdo teórico específico do eixo temático do estágio; 9,7% indicaram a experiência prática do orientador; 7,3% indicaram a relação de amizade (extra acadêmica); 4,8% a pontualidade; 2,4% o interesse pelo assunto; 2,4% a motivação para realizar o estágio e outros 2,4% indicaram a facilidade em receber críticas e sugestões ao longo do processo (TABELA 2).

	%
Relacionamento (confiança, compreensão, respeito, atenção)	46,3
Domínio de conteúdo teórico	24,4
Experiência prática do orientador	9,7
Relação de amizade (extra acadêmica)	7,3
Pontualidade	4,8
Interesse pelo assunto	2,4
Motivação para realizar o estágio	2,4
Facilidade em receber críticas e elogios	2,4

Tabela 2 - Pontos positivos na relação orientador-orientando

Fonte: Dados da Pesquisa (2015)

Os participantes foram questionados acerca dos pontos negativos na relação orientador-orientando sendo que 40,7% indicaram a falta de disponibilidade para orientação; 11,1% a falta de compromisso do orientador; 11,1% a falta de conhecimento teórico do orientador; 7,4% o alto nível de exigência; 7,4% a divergência de ideias; 3,7% falta de conhecimento do orientador em relação ao modelo de estágio; 3,7% o fato de não conhecer o orientador; 3,7% indicaram a falta de interesse do orientador em compartilhar conhecimentos; 3,7% o número excessivo de orientados para cada orientador; e 3,7% não indicaram ponto negativo conforme Tabela 3.

	%
Falta de disponibilidade para orientação	40,7
Falta de compromisso orientador	11,1
Falta de conhecimento teórico do orientador	11,1
Nível de exigência	7,4
Divergência de ideias	7,4
Falta de conhecimento do orientador em relação ao novo modelo de estágio	3,7
Não conhecer o orientador	3,7
Falta de interesse do orientador compartilhar conhecimento	3,7
Número excessivo de orientandos por orientador	3,7
Nenhum ponto negativo	3,7

Tabela 3 - Pontos negativos na relação orientador-orientando

Fonte: Dados da Pesquisa (2015)

Quanto às sugestões para melhorar a relação orientador-orientando os participantes indicaram a necessidade de maior disponibilidade de tempo para orientação e assiduidade por parte do orientador (40,7%); a melhor organização de tempo no que se refere a ter agenda planejada (22,7%); maior respeito e empatia por parte do orientador para com o orientando (18,2%); maior interesse de ambas as partes para estabelecimento de uma boa relação (9,1%); a necessidade de iniciar o estágio no terceiro ano (9,1%); conhecimento da área escolhida (4,6%); indicação de orientador que tenha ministrado disciplina para a turma/alunos (4,6%) conforme Tabela 4.

	%
Maior disponibilidade de tempo para orientação/assiduidade	40,7
Organização de tempo/horário/agenda	22,7
Empatia por parte do orientador para com orientando	18,2
Interesse de ambas as partes para ter uma boa relação	9,1
Iniciar estágio no terceiro ano	9,1
Conhecimento da área escolhida (eixo temático)	4,6
Indicação de orientador que tenha ministrado disciplina para turma/alunos	4,6

Tabela 4 - Sugestões para melhorar a relação orientador-orientando

Fonte: Dados da Pesquisa (2015)

Os participantes indicaram no espaço destinado aos comentários a necessidade de maior flexibilidade entre IES e instituição concedente do estágio relacionados à burocracia (25%); indicaram a necessidade de maior número de professores para orientação (25%); necessidade da IES indicar orientadores com competência técnica em diversas temáticas de interesse dos orientandos (25%); e a importância da participação da IES e empresa concedente no processo de realização do estágio (25%) (TABELA 5).

	%
Não exigir obrigatoriedade de a empresa assinar estágio	25,0
Maior número de professores disponíveis para orientação	25,0
Instituição deveria indicar orientadores mais adequados ao tema	25,0
Participação da instituição juntamente com a empresa	25,0

Tabela 5 - Comentários

Fonte: Dados da Pesquisa (2015)

5 | DISCUSSÃO

Acerca do significado do estágio supervisionado para formação das competências do administrador alguns pontos merecem destaque pela notória importância e até mesmo pela sua recorrente incidência.

Observou-se que grande parte dos participantes discorreram sobre os benefícios provenientes da aproximação com a experiência prática e revelaram que o estágio supervisionado oferece oportunidade de relacionar a teoria aprendida na formação escolar com a prática vivenciada no estágio, reconhecendo assim a importância da experiência prática para a formação acadêmica.

Os dados indicaram que o estágio contribui para a formação científica do aluno e desenvolve habilidades de pesquisa a partir do contato e elaboração do projeto de pesquisa do estágio, no qual escolhem uma área de interesse ou eixo temático e posteriormente realizam a análise da realidade a partir do diagnóstico organizacional e a proposta ou sugestão de melhorias.

Barth-Teixeira et al (2011) evidenciaram que o TCC, na perspectiva dos alunos, destaca-se “como oportunidade ímpar de integração teoria e prática” e proporciona ao aluno as “condições de realimentação do processo de ensino-aprendizagem”, o que corrobora os dados obtidos neste estudo.

Este processo de “fazer ciência” e relacionar teoria à prática deveria ser uma experiência proporcionada ao longo de toda formação na graduação, iniciada na disciplina de Metodologia Científica, a qual tem como objetivo principal, preparar o aluno no processo de compreensão do significado da ciência e respectivas ferramentas. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p.14) a metodologia consiste em estudar, compreender e avaliar os vários métodos disponíveis para a realização de uma pesquisa acadêmica e em um nível aplicado, examina, descreve e avalia métodos e técnicas de pesquisa que possibilitam a coleta e o processamento de informações, visando o encaminhamento e à resolução de problemas e/ou questões de investigação. O autor ainda conclui que a metodologia é a aplicação de procedimentos e técnicas que devem ser observados para construção do conhecimento, com o propósito de comprovar sua validade e utilidade nos diversos âmbitos da sociedade.

Na formação acadêmica a metodologia científica é a responsável por orientar os graduandos e dar subsídios no decorrer da graduação em relação à elaboração de

trabalhos científicos, sendo um dos exemplos, a realização do estágio e respectivo relatório. Muitos alunos têm seu primeiro contato com o mundo científico somente neste momento e “assume o caráter de “monstro” aterrador, haja vista que o primeiro contato entre futuro profissional e a pesquisa científica se dá dentro de um clima, por si só antagônico, diante da pressão da formatura que se aproxima e do contato com o desconhecido” (QUADROS, 2007, p.92).

Por isso, o orientador passa a ter um papel fundamental nesse momento de formação acadêmica e inserção da prática profissional favorecida pelo estágio supervisionado. Marques (2002) considera que orientar “significa ajudar o orientando a descobrir o que quer investigar, delimitando seu tema/hipótese de trabalho (...) Arma-se assim o roteiro de pesquisa, desenho sumário que lhe define os rumos embora provisórios, desde que escrever é sempre reescrever. É responsabilidade do orientador “ler com atenção o que o orientando vem escrevendo, auxiliando-o, menos com sugestões do que com perguntas que o levam a produzir seus próprios saberes, com autonomia e competência” (p.231-232). Deste modo, “o orientando trabalha em pesquisa de autoria própria. Cabe ao orientador “não se imiscuir no texto alheio, muito menos sujeitá-lo a objetivos que não os do orientando” (p. 232).

Assim, a discussão sobre trabalho científico deve produzir o que Salomon (2000 apud BARTH-TEIXEIRA et al, 2011) chama de “diálogo criador” entre professor e aluno, funcionando o orientador como “interlocutor crítico”.

Quanto aos pontos positivos da relação entre orientador-orientado destacam-se a importância de aproximação e relacionamento de confiança, baseado no respeito, na compreensão, no comprometimento, atenção, disponibilidade, e no conhecimento e experiência da área do orientador, portanto eles avaliaram este contato como fundamental para formação deles enquanto estagiários.

Conforme Oliveira (2006), há dois fatores importantes no êxito da orientação de um trabalho científico: a necessidade de competência técnica e o relacionamento para o êxito no processo de orientação de trabalhos científicos. O diálogo é essencial no debate construtivo de ideias.

Acerca dos pontos negativos os participantes indicaram que a relação orientador-orientando pode ser comprometida pela falta de disponibilidade para orientação, de compromisso e de conhecimento teórico do orientador.

Quanto ao conhecimento teórico o professor orientador deve ter conhecimento na área e também apresentar interesse pelo tema, mas é fundamental que haja empatia entre professor e aluno. A orientação é muito mais efetiva quando há cooperação entre as partes, ao invés de cobranças por parte do orientador. Por outro lado, a falta de conhecimento ou desinteresse do aluno no tema, pouco tempo dedicado ao projeto e, em consequência, um projeto mal elaborado, bem como a pressa em terminar o trabalho apenas para cumprir um requisito, são os fatores negativos que levam à elaboração de um trabalho malfeito e ao desinteresse do orientador (ROESCH, 1996, p.33).

O orientador é o principal interlocutor do orientando, deve ser:

“seu elemento de confiança, aquele que vai lhe ensinar o caminho das pedras; ele não espera a sua subserviência, nem a sua concordância com tudo o que ele disser ou sugerir, mas o seu respeito, a sua dedicação e a sua seriedade (...). A aprovação do orientador é fundamental em todos os sentidos: acadêmicos, burocráticos e afetivos” (FREITAS, 2001, p.24).

Quanto às sugestões no sentido de melhorar a relação orientador-orientando destaca-se a indicação da necessidade de maior disponibilidade de tempo para orientação e assiduidade por parte do orientador. A IES deve prever no planejamento anual carga horária suficiente para atender os alunos inscritos na disciplina Estágio Supervisionado e que haja orientadores alinhados aos eixos temáticos.

No entanto, as universidades públicas têm enfrentado dificuldades quanto à manutenção das condições de ensino, pesquisa e extensão, o que compromete a qualidade do ensino, a formação acadêmica e profissional. Para Viana e Veiga (2010), paga-se um alto preço pela submissão à lógica da reestruturação de políticas públicas, especificamente na educação superior. A educação é tratada como mercadoria, exigindo índices de produtividade do orientador que comprometem a qualidade do trabalho docente.

Segundo Bock, Furtado e Teixeira (2008), o interesse em alguma atividade depende do contato com determinadas atividades e as condições com que ocorre esse contato. O contato com tais atividades associado a habilidades técnicas, intelectuais e interpessoais, gera a possibilidade de obtenção de um bom desempenho e satisfação do indivíduo.

Desta forma, há necessidade de que sejam oferecidas condições adequadas para que possamos gerar interesse do aluno e o contexto de ensino deve oferecer um rol de experiências e acesso a conhecimento a fim de que o aluno se desenvolva e tenha um bom desempenho, seja acadêmico, seja prático para bem atuar na sociedade como profissional. Segundo Skinner, é responsabilidade da escola em geral e, do professor, em particular, responder efetivamente pela transformação do aluno em direção a um indivíduo competente e autônomo, pronto para responder às transformações que poderá enfrentar. Isto é o que Skinner chama de educar para o futuro (SKINNER, 1972 apud ZANOTTO, 2000, p. 9).

Outro aspecto que nos chama a atenção nas sugestões refere-se à indicação de que o estágio deveria iniciar-se no terceiro ano da graduação, dada a extrema relevância para formação do administrador.

Em estudo realizado por Beffa e Melo (2013) evidenciou-se a importância da inserção na grade curricular do curso de Administração no campus da Unespar de Apucarana, da disciplina Projeto de Pesquisa ou Seminários de Pesquisa no terceiro ano, na qual o aluno elabora um projeto de pesquisa do estágio e desenvolve habilidades de elaboração e produção de textos e utilização das ferramentas da metodologia

científica para a realização de um trabalho científico. Os resultados da pesquisa indicaram que a presença da disciplina revela-se como um dos fatores facilitadores do processo de elaboração do trabalho de conclusão de curso e a possibilidade de articulação da disciplina de Metodologia de Pesquisa, presente no primeiro ano do curso a outras disciplinas presentes no curso, contribuindo para uma melhor formação acadêmica e profissional.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho evidenciou que o estágio supervisionado possibilita aliar pesquisa e ensino, bem como os alunos reconhecem a importância da experiência prática e conhecimento teórico para a formação como administrador e atuação com profissionalismo no mercado de trabalho.

Pressupõe-se que, em um mercado cada vez mais exigente na busca de satisfação de clientes, formação de equipes eficazes, a tomada de decisão no ambiente organizacional se caracteriza como um diferencial importante na atuação eficaz das organizações e o papel do administrador fundamental nesse processo.

A boa relação entre orientador-orientando se destaca no processo de aprendizagem e desenvolvimento pessoal do aluno, pois se entende que uma boa relação entre ambos facilita a interação, troca de informações e promova a noção exata de seus papéis e possíveis mudanças de postura quando necessárias.

Desta forma, considera-se a relevância para o processo de orientação na academia, desde a escolha e indicação de orientadores, alinhados ao interesse e eixo teórico escolhido pelo orientando, bem como garantia de disponibilidade de orientações conduzidas com comprometimento, respeito e estabelecimento de confiança, desenvolvendo a responsabilidade e autonomia do orientando. Acredita-se que seja possível melhorar a qualidade da relação entre orientadores-orientandos através da qualidade da atuação dos alunos no campo de estágio e comportamentos para bem atuar em sociedade no campo de atuação profissional do administrador.

REFERÊNCIAS

BARTH-TEIXEIRA, E., FROEMMING, L. M. S.; DREWS, G. A.; ZAMBERLAND, L. **Relação entre orientador-orientadores e seus reflexos na elaboração do trabalho de conclusão de curso (TCC): uma avaliação no curso de Administração da UNIJUÍ**. XI COLÓQUIO INTERNACIONAL SOBRE GESTÃO UNIVERSITÁRIA – II CONGRESSO INTERNACIONAL IGLU. Florianópolis, 7-9 dez. 2011.

BEFFA, M. J., MELO, L. S. **Elaboração do TCC no curso de Administração: habilidades e dificuldades**. II MOSTRA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO, EXTENSÃO E CULTURA DA FECEA. UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná. 2013.

BOCK, Ana M. Bahia; FURTADO, Odair; TEIXEIRA, Maria de Lourdes T. **Psicologias: uma introdução ao estudo de psicologia**. 13.ed. São Paulo: Saraiva, 2008.

BRASIL, Resolução CNE/CES nº 4, de 13 de julho de 2005. **Institui as Diretrizes Curriculares**

Nacionais do Curso de Graduação em Administração, Bacharelado, e dá outras providências. Disponível: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rces004_05.pdf. Acesso em 30 de abril 2015.

FREITAS, M. E. **Viva a tese? Um guia de sobrevivência.** Rio de Janeiro: FGV, 2001.

KUBO, O. M.; BOTOMÉ, S. P. **Ensino-aprendizagem: uma interação entre dois processos comportamentais.** Interação em Psicologia, v.5, 2001.

LEITE FILHO, G. A.; MARTINS, G. A. **Relação orientador-orientando e suas influências na elaboração de teses e dissertações.** RAE - Revista de Administração de Empresas. v.46, Edição Especial Minas Gerais, p. 99-109, 2006.

MARQUES, M. O. **A orientação de pesquisa nos programas de pós-graduação.** In: BIANCHETTI, L.; MACHADO, A. M. N. (Orgs.) **A bússula do escrever: desafios e estratégias na orientação de teses e dissertações.** São Paulo: Cortez, 2002.

MORAES, R. **Análise de Conteúdo.** Revista Educação. Porto Alegre, XXII, n. 37, p.7-32, mar. 1999.

PARDO, M. B. L.; ANDRADE, T. C.; DE SANTANA, I. T. T.; CARVALHO, A. B. G. C. **A formação em pesquisa segundo a opinião de alunos de um programa de pós-graduação da Universidade Federal de Sergipe.** RBPG – Revista Brasileira de Pós-Graduação, (Capes/MEC), v.1, n.1, p.70-85, jul. 2004. Disponível em: http://www2.capes.gov.br/rbpg/images/stories/downloads/RBPG/Vol.1_1_jul2004_/70_85_a_formacao_em_pesquisa_segundo_opinioao.pdf Pesquisado em 12/3/94. Acesso em: 14 ago. 2008.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** 2.ed. Novo Hamburgo: Feevale 2013.

OLIVEIRA, A. S. **Relação orientador-orientando e a teoria das relações interpessoais de Robert Hinde.** Dissertação. Mestrado em Educação. Universidade Católica de Brasília. 2006.

QUADROS, M. B. **A importância da disciplina de Metodologia Científica na Universidade.** VII CONGRESSO DE EDUCAÇÃO DO NORTE PIONEIRO (PR). Educação e Interdisciplinaridade. 2007. FAFIJA, 2007. p. 88 – 98.

ROESCH, S. M. A. **Projetos de estágios do curso de Administração: Guia para Pesquisa, Projetos, Estágios e Trabalhos de Conclusão de Curso.** São Paulo: Atlas. 1996.

SEVERINO A. J. **Problemas e dificuldades na condução da pesquisa.** In: FAZENDA, I. **Novos enfoques da pesquisa educacional.** 3.ed. São Paulo: Cortez, 1999.

TEIXEIRA, E. B.; VITCEL, M. S.; LAMPERT, A. L. **Iniciação científica; desenvolvendo competências e habilidades na formação do administrador.** In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPAD, 21, 2007, Anais... Rio de Janeiro (RJ), 2007.

VIANA, C. M. Q. Q.; VEIGA, I. P. A. **O diálogo acadêmico entre orientadores e orientandos.** Educação, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 222-226, set./dez. 2010.

WERNECK, V. **Sobre o processo de construção do conhecimento: o papel do ensino e da pesquisa.** Ensaio: Avaliação Política Pública Educacional. Rio de Janeiro, v.14, n.51, p. 173-196, abr./jun. 2006

ZANOTTO, M. de L. B. **Formação de Professores: a contribuição da análise do comportamento.** São Paulo: EDUC, 2000.

ZILBERMANN, R. **Orientação: a aventura compartilhada.** In: BIANCHETTI, L.; MACHADO, A. M. N. (Orgs.) **A bússola do escrever: desafios e estratégias na orientação de teses e dissertações.** São Paulo: Cortez, 2002.

APLICAÇÃO DE UM MÉTODO VERDADEIRAMENTE SEM MALHA PARA PROBLEMAS DE CORROSÃO

Samuel Berger Velten

Prof., Instituto Federal do Espírito Santo, Aracruz-ES

Samuelbv2004@yahoo.com.br

Edmundo Guimarães de Araújo Costa

Dr., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ

edmundo_costa@coc.ufrj.br

Wilian Jeronimo dos Santos

Dr. Prof., Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ

wilianj@ufrj.br

Jose Antonio Fontes Santiago

Dr. Prof., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ

santiago@coc.ufrj.br

Jose Claudio de Faria Telles

Dr. Prof., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ

telles@coc.ufrj.br

RESUMO: Neste trabalho, uma variante do *método sem malha* local Petrov-Galerkin é aplicada para resolver problemas de corrosão. Essa variante utiliza a “função” delta de Dirac como função de ponderação. O problema de potencial eletroquímico é governado pela equação de Laplace. Nesse problema, as condições de contorno são dadas por uma relação *não linear* entre a densidade de

corrente e o potencial eletroquímico, chamada curva de polarização. Para validar a formulação proposta, os resultados são comparados com aqueles obtidos pelo *método dos elementos* de contorno, que é um dos mais usados para modelagem de sistemas de proteção catódica. Uma discussão sobre o desempenho do método proposto é realizada a partir de uma simulação numérica de corrosão galvânica.

PALAVRAS-CHAVE: Método sem malha local Petrov-Galerkin; método dos elementos de contorno; proteção catódica.

APPLICATION OF A TRULY MESHLESS METHOD TO CORROSION PROBLEMS

ABSTRACT: In this work, a meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) method is applied to solve corrosion problems. This methodology uses the Dirac delta “function” as a test function. The problem of electrochemical potential is governed by Laplace equation. In this problem, the boundary conditions are given by a nonlinear relationship between the current density and the electrochemical potential, called polarization curve. In order to validate the proposed formulation, the results are compared with those obtained by boundary element method (BEM), which is one of the most commonly used for modeling of CP systems. A discussion on the

performance of the proposed method is carried out, considering a numerical simulation of galvanic corrosion.

KEYWORDS: Meshless local Petrov-Galerkin method; boundary element method; cathodic protection.

1 | INTRODUÇÃO

A corrosão é um processo natural e está constantemente transformando os materiais metálicos de modo a afetar suas propriedades e desta forma deixam de satisfazer os fins a que se destinam. Este fenômeno assume uma grande importância na vida moderna, uma vez que a cada dia são utilizados mais metais e suas ligas (GENTIL, 2007). Uma técnica empregada para combater a corrosão das instalações enterradas, submersas e em contato com eletrólitos é a proteção catódica.

A proteção catódica através de uma fonte externa de energia é aplicada a um grande grupo de estruturas que se encontram em ambientes agressivos, entre eles: navios, tubulações enterradas e plataformas *offshore*.

Através da modelagem matemática é possível prever diversos parâmetros envolvidos tanto por parte do eletrólito quanto por parte do material a ser protegido, e desta forma pode alcançar um menor custo para uma dada tomada de decisão.

Os programas computacionais empregados nesse tipo de problema tem o intuito de determinar o potencial e a densidade de corrente na superfície das estruturas a serem protegidas. Importante ressaltar que na simulação numérica sempre pode ser levada em conta detalhes da estrutura, tais como: materiais, variações geométricas e variações das condições do sistema.

Os métodos numéricos tradicionalmente utilizados nesse tipo de análise são o método dos elementos de contorno (MEC) e o método dos elementos finitos (MEF). Na última década, os métodos sem malha também vêm sendo empregados, mas ainda apresenta pouca expressão quando comparado aos métodos tradicionais. O MSF (método das soluções fundamentais) é um desses métodos e já foi empregado por SANTOS, SANTIAGO & TELLES (2014), obtendo bons resultados em problemas de proteção catódica. O MSF e o MEC quando comparados com os demais métodos numéricos, apresentam vantagem relativa à facilidade na discretização apenas do contorno. No presente trabalho foi utilizado um método MLPG (*meshless local Petrov-Galerkin*), onde a “função” delta de Dirac é aplicada como função de ponderação na forma fraca local. Alguns resultados preliminares são apresentados considerando um problema de corrosão galvânica.

2 | ASPECTOS ELETROQUÍMICOS DA PROTEÇÃO CATÓDICA

O mecanismo básico da proteção catódica é extremamente simples embora sua aplicação exija muita experiência tanto do projetista quanto do instalador do sistema

proposto. O princípio da proteção catódica pode ser explicado considerando a corrosão de um metal típico M em um meio ácido. As reações eletroquímicas que ocorrem são a dissolução e a evolução do gás hidrogênio e acontecem simultaneamente (AOKI & AMAYA, 1997):



O processo corrosivo de estruturas metálicas se caracteriza pelo aparecimento de regiões catódicas e anódicas, que produzem reações anódicas e catódicas as quais acontecem simultaneamente sobre a superfície metálica, com a consequente ocorrência de um fluxo de corrente elétrica. Esse fluxo é gerado por intermédio do contato metálico entre estas duas regiões (FONTANA, 1967). As heterogeneidades do solo, em conjunto com as heterogeneidades existentes no material metálico, agravam os problemas de corrosão. Tais variações como: resistividade elétrica, grau de aeração, composição química, grau de umidade, entre outras, também originam pilhas de corrosão na superfície de materiais enterrados. A relação entre o potencial (E) e a densidade de corrente (i) sobre o metal é dada pela curva de polarização. A relação entre a densidade de corrente e o potencial para as reações catódicas e anódicas são obtidas individualmente através de relações não lineares.

3 | MODELO MATEMÁTICO

Para representar o fenômeno da proteção catódica, o problema em questão foi considerado de forma simplificada por uma equação diferencial no regime estacionário, sujeita a condições de contorno que são caracterizadas por uma função não linear dependente do potencial.

3.1 Equação de Governo

O problema de potencial definido em um meio isotrópico e homogêneo W é governado pela equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad (3)$$

onde ϕ é o potencial elétrico.

Pela lei de Ohm, a densidade de corrente obedece a seguinte relação

$$i = k \frac{\partial \phi}{\partial n}, \quad (4)$$

onde k é a condutividade do eletrólito e n é a normal que aponta para fora do domínio. Note que o potencial elétrico ϕ é definido com referência ao metal, logo o sinal deve ser oposto ao E . Nesse caso, o potencial é definido com referência ao eletrodo, tal como: o eletrodo saturado de calomelano é dado por $\phi = -E$.

O problema pode estar sujeito às condições de contorno:

$$\phi(x) = \bar{\phi}(x), \quad x \in \Gamma_1 \quad (5)$$

$$i(x) = k \frac{\partial \phi}{\partial n}(x) = \bar{i}(x), \quad x \in \Gamma_2 \quad (6)$$

$$i(x) = cq(x) + d, \quad x \in \Gamma_3 \quad (7)$$

$$i(x) = F(\phi(x)), \quad x \in \Gamma_4 \quad (8)$$

sendo $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$ o contorno de Ω , $i(x)$ a densidade de corrente na direção da normal n , c e d são as constantes conhecidas e $F(\phi(x))$ uma função não linear de ϕ . As Eqs. (5) e (6) representam as condições de Dirichlet e Neumann, respectivamente. A Eq. (7) é uma condição de contorno linear e a Eq. (8) representa a curva de polarização, mencionada anteriormente.

4 | MÉTODO NUMÉRICO

4.1 Mínimos quadrados móveis

As funções de interpolação são empregadas na procura por uma solução aproximada, para um problema governado por equações diferenciais parciais e condições de contorno distintas. A primeira etapa é a escolha da aproximação para as variáveis do problema usando funções de forma. As funções de forma, no caso dos métodos sem malha, devem ser capazes de representar com precisão a variável de interesse em um ponto qualquer do domínio, definido em um suporte local conforme a Fig. 1, que contém os pontos distribuídos de forma arbitrária. Assim, a construção eficiente de funções de forma para métodos sem malha desempenha uma das etapas principais para a boa qualidade dos resultados. Comparando com o MEF, onde as funções de forma são pré-definidas (dependem somente dos tipos de elementos empregados), percebe-se que o método sem malha custa mais caro do ponto de vista computacional, posto que necessita de uma etapa a mais, que é a construção das funções de forma. Porém, o pré-processamento é mais vantajoso por parte dos métodos sem malha tendo em vista que nenhuma malha precisa ser gerada, necessitando somente de pontos distribuídos no domínio e contorno do problema de maneira arbitrária. Abaixo será apresentada, de forma sucinta, uma técnica de interpolação baseada no método dos mínimos quadrados móveis (BELYTSCHKO et al., 1996), altamente utilizada nos métodos sem malha.

Seja $\Omega_x \subset \Omega$ um subdomínio que representa localmente a vizinhança em relação ao ponto x , centro de um suporte. Uma função qualquer $u(x)$ deve ser aproximada em cada subdomínio Ω_x a partir de uma nuvem de pontos distribuídos aleatoriamente dentro de cada suporte. Os pontos vizinhos a x são utilizados para gerar uma aproximação por $u^h(x)$ da função $u(x)$ da seguinte forma (ATLURI & SHEN, 2002):

$$u^h(x) = \sum_1^m p_j(x) a_j(x) \equiv p^T(x) a(x) \quad (9)$$

onde $a_j(x)$ é a j -ésima incógnita, $p_1(x) = 1$ e $p_j(x)$ é o j -ésimo termo da base e são monômios do espaço coordenado $x^T(x) = [x, y]$. Sendo $p^T = \{p_1(x), p_2(x), \dots, p_m(x)\}$, onde m é o número de termos da base.

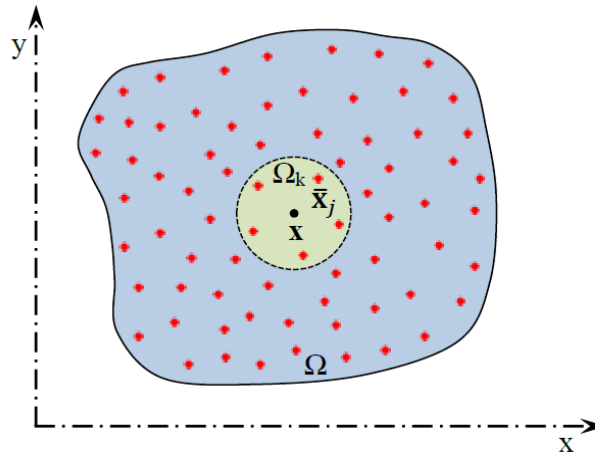


Figura 1 – Pontos dentro de um suporte.

Fonte: Adaptado por LIU & GU (2005).

Para subdomínios bidimensionais Ω_k , as bases polinomiais mais utilizadas são:

$$p^T(x) = [1, x, y], \quad m=3 \text{ para base linear.} \quad (10)$$

$$p^T(x) = [1, x, y, x^2, xy, y^2] \quad m=6 \text{ para base quadrática.} \quad (11)$$

$$p^T(x) = [1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3] \quad m=10 \text{ para base cúbica.} \quad (12)$$

A ideia central do MQM é minimizar o erro, ponderado por uma função $w(x)$, de forma local, entre a função aproximada (9) e a função exata.

4.2 MLPG

O MLPG2 trabalha diretamente com a forma forte das equações governantes, utilizando um esquema de interpolação adequado para a aproximação por pontos aleatórios no domínio do problema, por exemplo, os MQM. Esse método baseia-se no método de colocação, bem difundido na literatura e de simples implementação. Porém, as derivadas de ordem superior da variável de interesse são inevitáveis, surgindo, assim, problemas de instabilidade.

Os métodos aplicados à formulação forte apresentam muitas vantagens, as principais delas seguem abaixo (LIU & GU, 2005):

- O procedimento para discretizar a equação de governo é direto. A equação discretizada é obtida diretamente através da forma forte da equação diferencial parcial que governa o problema.
- Os métodos de formulação forte são, em geral, computacionalmente eficientes. As equações diferenciais parciais são discretizadas diretamente sem usar formulação fraca, assim não necessitam de integração numérica.

Devido essas vantagens, o método sem malha de formulação forte é usado na mecânica computacional com bastante sucesso, especialmente na mecânica dos

fluidos. Neste estudo, em especial, o método está sendo proposto para avaliar a proteção catódica de superfícies metálicas submetidas a ambientes nocivos a sua estrutura.

Considerando a presença de curvas de polarização nas condições de contorno, o sistema de equações discretas resultante passa ser não linear, cuja solução será obtida no presente trabalho pelo algoritmo de Newton-Raphson (AZEVEDO & WROBEL, 1988). Pode-se escolher, por exemplo, funções de base radial (FBR) ao invés dos MQM para a aproximação das variáveis de interesse (ATLURI & SHEN, 2002). Nenhum tipo de integração numérica é necessário nesse método.

5 | APLICAÇÃO NUMÉRICA

O problema de corrosão galvânica se caracteriza pelo acoplamento de dois materiais metálicos dissimilares imersos em um eletrólito, causando uma transferência de carga elétrica um para o outro, por terem potenciais elétricos diferentes. Neste tipo de cenário, a corrosão ocorre de forma localizada e próxima à região de acoplamento, ocasionando perfurações no material metálico que funciona como anodo.

Como exemplo de corrosão galvânica, considera-se a corrosão de dois materiais metálicos, com diferentes potenciais, que estão em contato com um eletrólito, como pode ser visto na Fig. 2. A densidade de corrente é considerada negativa no anodo já que é por onde o fluxo entra no eletrólito (domínio), ou seja, no sentido contrário da normal. No catodo ocorre o inverso, o fluxo de corrente sai do eletrólito sendo, por conseguinte, a densidade de corrente considerada positiva.

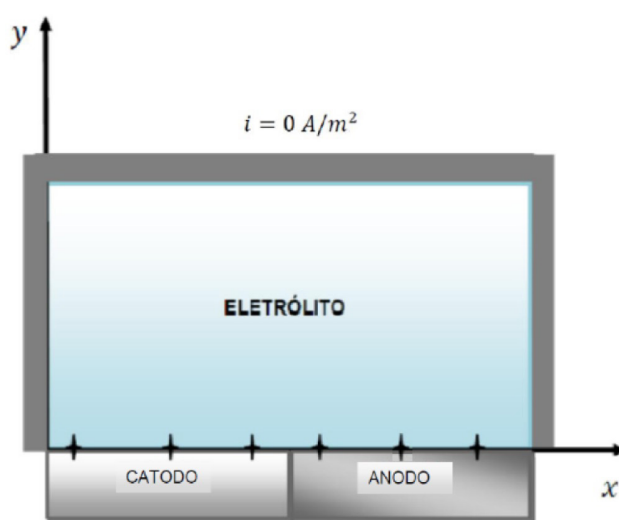


Figura 2 – Corrosão Galvânica.

As curvas de polarização do catodo e do anodo são dadas, respectivamente, pelas seguintes equações não lineares

$$i(\phi) = \sinh\left(\frac{\phi - b_1}{a_1}\right), \quad (13)$$

$$i(\phi) = \sinh\left(\frac{\phi - b_2}{a_2}\right), \quad (14)$$

As dimensões de ϕ e i são, respectivamente, V e A/m^2 .

O problema é resolvido considerando os seguintes valores para os parâmetros que caracterizam as curvas de polarização: $a_1 = -0,1V$, $b_1 = 0,7V$, $a_2 = -1,0V$ e $b_2 = 0,0V$. Considera-se, ainda, uma condição de isolamento eletroquímico, fazendo $i = 0 A/m^2$ a condição de contorno fora da região metálica.

A geometria do problema é da forma retangular com dimensões $2m \times 1m$, sendo utilizados 84 nós no contorno e 351 nós no domínio. A função de ponderação w dos MQM adotada nesta simulação foi a Spline de quarta ordem (ATLURI & SHEN, 2002). A solução obtida pelo MLPG2 foi comparada com a solução numérica obtida pelo MEC (BREBBIA, TELLES & WROBEL, 1984), analisando tanto a densidade de corrente quanto o potencial com condutividade do eletrólito dada por $k = 4,6 \Omega^{-1}.m^{-1}$.

As figuras abaixo apresentam as distribuições de potencial e de densidade de corrente sobre os eletrodos considerando bases polinomiais linear, quadrática e cúbica, onde é possível notar a convergência do MLPG2 conforme a ordem da base aumenta, tomando como referência o MEC.

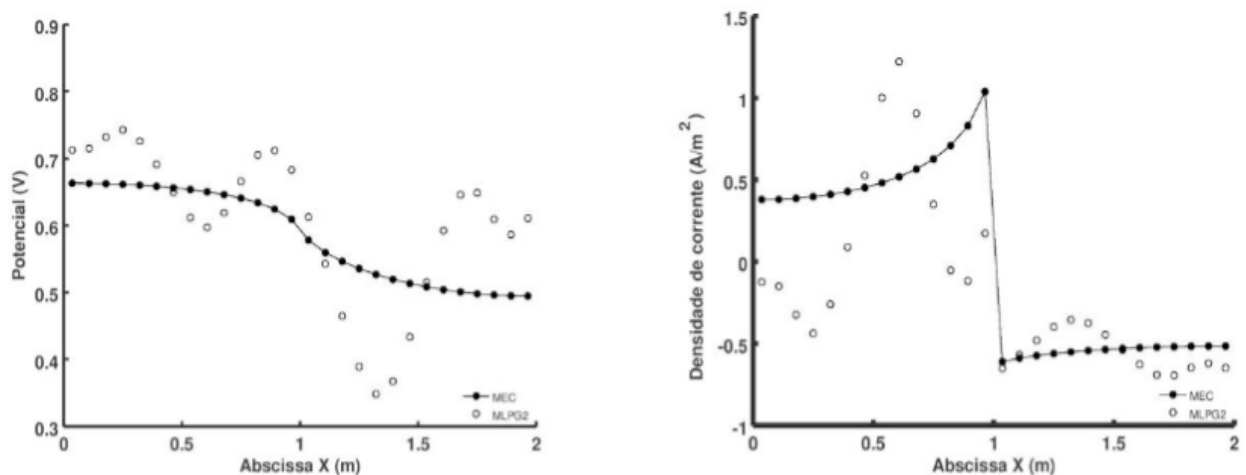


Figura 3 – Distribuições de potencial e densidade de corrente com base linear.

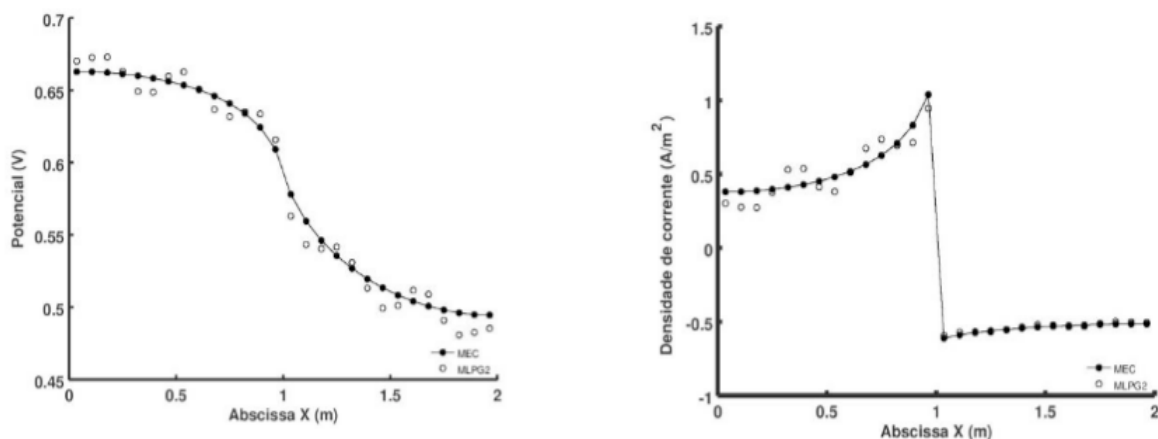


Figura 4 – Distribuições de potencial e densidade de corrente com base quadrática.

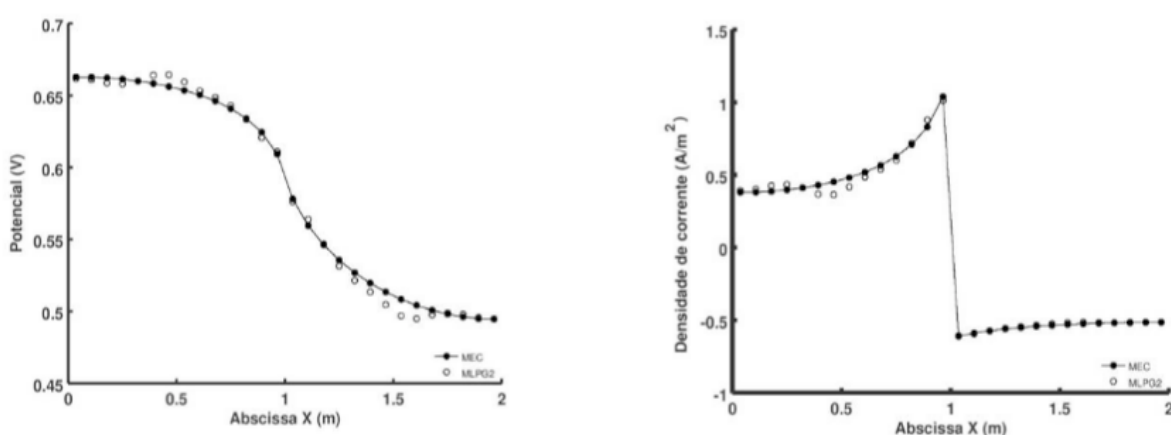


Figura 5 – Distribuições de potencial e densidade de corrente com base cúbica.

6 | CONCLUSÃO

Os resultados apresentados sugerem que o MLPG2 pode ser testado em problemas envolvendo sistemas de proteção catódica, porém com a necessidade de alta ordem para as bases polinomiais. É importante ressaltar que os resultados de densidade de corrente e de potencial obtidos pelo MLPG2 foram tendendo aos resultados obtidos pelo MEC, em função da ordem adotada para a base polinomial. Em trabalhos futuros, pretende-se aumentar ainda mais a ordem da base, testar o uso de funções de base radial como função de interpolação e desenvolver outras variantes do MLPG, tal como o denominado MLPG4.

7 | AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro fornecido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O presente trabalho também foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- AOKI, S., AMAYA, K., "Optimization of cathodic protection system by BEM", *Engineering Analysis with Boundary Elements* v. 19, pp. 147-156, 1997.
- ATLURI, S. N., SHEN, S., "The Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method: A Simple & Less-costly Alternative to the Finite and Boundary Element Methods", *CMES*, v.3, nº 1, pp. 11-51, 2002.
- AZEVEDO, P. S., WROBEL, L. C., "Nonlinear heat conduction in composite bodies: a boundary element formulation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 22, pp. 19-38, 1988.
- BELYTSCHKO, T., KRONGAUZ, Y., ORGAN, D., FLEMING, M, KRYSL, P., "Meshless Methods: An Overview and Recent Developments", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 139, pp. 3-47, 1996.
- BREBBIA, C.A., TELLES, J. C. F., WROBEL, L. C., "Boundary Elements Techniques: Theory and Applications in Engineering". Springer-Verlag: New York, 1984.
- FONTANA, M. G., "Corrosion Engineering". McGraw-Hill: New York, 1967.
- GENTIL, V., *Corrosão*. LTC, 5ª edição: Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- LIU, G. R., GU, Y. T., "An Introduction to Meshfree Methods and Their Programming". Springer: Netherlands, 2005.
- SANTOS, W. J., SANTIAGO, J. A. F., TELLES, J. C. F., "Optimal positioning of anodes and virtual sources in the design of cathodic protection systems using the method of fundamental solutions", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v. 46, n. 1, pp. 67-74, 2014.

RESOLVENDO PROBLEMAS POR MEIO DO *SOFTWARE MAXIMA*

Adriano Gomes de Santana

Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
Campus Toledo
Toledo – Paraná

concepts with the Maxima software and the graphic interface wxMaxima.

KEYWORDS: Technology, Problem Solving, Calculus, Linear Algebra

RESUMO: Em cursos de graduação nas áreas de ciências exatas, é comum que calouros sintam grande dificuldades nas primeiras disciplinas do curso tais como cálculo diferencial e integral, geometria analítica e álgebra linear. São nestas disciplinas que o aluno conhece os conceitos de limite, derivadas e integrais de funções, álgebra de vetores, espaços vetoriais e transformações lineares. Este artigo pretende apresentar uma alternativa de ensino destes conceitos com o software Maxima e a interface gráfica wxMaxima.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologia, Resolução de Problemas, Cálculo, Álgebra Linear

ABSTRACT: In undergraduate courses in the areas of exact sciences, it is common for freshmen feel great difficulties in the first course disciplines such as differential and integral calculus, analytical geometry and linear algebra. It is in these disciplines that the student knows the concepts of limits, derivatives and integrals of functions, vector algebra, vector spaces and linear transformations. This article intends to present an alternative teaching of these

1 | INTRODUÇÃO

Muitas vezes, os livros didáticos utilizados nas disciplinas de cálculo, geometria analítica e álgebra linear são preenchidos dos mais diversos métodos de resolução de problemas e exemplos previamente estruturados, mas que dificilmente o estudante deparará em um contexto real. Embora tais métodos e exemplos sejam importantes para o desenvolvimento intelectual do aluno, seu desenvolvimento pleno só é alcançado quando os conceitos teóricos são aliados ao desenvolvimento prático de sua formação.

A abordagem prática dos conceitos estudados nas disciplinas de cálculo diferencial e integral, geometria analítica e álgebra linear podem ser trabalhados desde as primeiras semanas de aulas com o auxílio da tecnologia. Softwares como MatLab, Mathematica e o Maxima, classificados como CAS (Computer Algebra System - Sistema de Computação Algébrica), são capazes de manipular expressões simbólicas e numérica de modo que possam resolver certas integrais, derivadas,

equações polinomiais, equações diferenciais, sistemas lineares e não lineares de modo exato, possibilitando trabalhar com problemas mais complexos, com mais variáveis e de forma rápida, algo inviável pelo método de lápis e papel no tempo limitado de uma aula.

Diferentemente do MatLab e do Mathematica, o Maxima (Lê-se: “Macsyma”) é um software livre registrado sobre a licença GNU General Public License (GPL). Assim sendo, além de ser gratuito, o código fonte aberto do software reuni diversos entusiastas da computação e da matemática que desenvolvem ferramentas e reportam erros ao grupo que mantém o projeto. Para um melhor trabalho com o software, o Maxima possui uma interfase gráfica chamada wxMaxima.

Este artigo pretende apresentar as principais ferramentas do Maxima utilizando sua interfase gráfica. O processo de apresentar uma matriz, fazer seu escalonamento em paralelo com a matriz identidade, obter a matriz inversa e tirar a prova real do resultado pode consumir minutos preciosos. Deixar para do procedimento mecânico com o software Maxima por economizar um bom tempo do processo.

2 | A INTERFACE DO Wxmaxima

O Maxima é um sistema de computação algébrica (CAS) desenvolvido inicialmente no MIT entre 1968 a 1982 com o nome original de Macsyma (Daí sua pronúncia). Em 1998 o professor William F. Schelter obteve a permissão para liberar o código fonte do Macsyma sobre a Licença Pública GNU e inicia o desenvolvimento do projeto Maxima.

O Maxima consegue trabalhar diretamente com expressões simbólicas obtendo respostas exatas para problemas que envolvam números racionais, raízes, integrais, derivadas, equações, etc... Este software está disponível para download em “<http://maxima.sourceforge.net/download.html>”.

O wxMaxima é um interface gráfica para se trabalhar com o Maxima. Esta interface pode ser obtida pelo site <https://wxmaxima-developers.github.io/wxmaxima/>.

Uma vez instalada, a interface wxMaxima consiste basicamente em uma tela branca onde o usuário pode digitar os comandos do Maxima com algumas ferramentas de cálculo e configuração na lateral esquerda e na barra de menus. A Figura 1 mostra a tela inicial da versão 18.02.0 só software para o sistema operacional Linux/ubuntu 18.04.

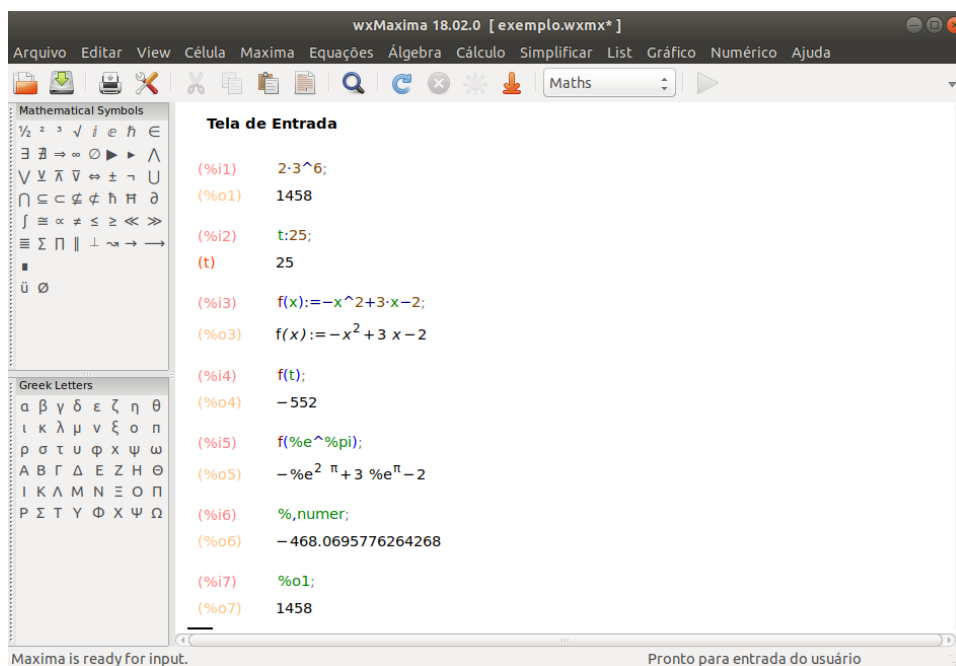


Figura 1: Tela inicial do wxMaxima

Inicialmente podemos entender o wxMaxima como uma calculadora que pode fazer algumas contas elaboradas. Ao digitar “2+3” e apertar a sequência de teclas “Ctrl+Enter” o programa mostrará na tela o comando digitado pelo usuário em uma linha indexada por “%in” seguida por uma linha logo abaixo com o resultado da operação aritmética indexada por “%on” onde n representa o número da operação, “i” a abreviação para in de entrada e “o” a abreviação de out de saída.

As operações aritméticas simples de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação pode ser feitas usando respectivamente os símbolos “+”, “-”, “*”, “/” e “^”. Outras funções como raiz quadrada, seno e logaritmo de um determinado valor x podem ser obtidas com comandos como “sqrt(x)”, “sin(x)” e “log(x)” respectivamente. O símbolo “:” é reservado para atribuição de variáveis, assim a expressão “t:25” guardará o valor 25 na variável “t”, já a expressão “y:-x^2+3*x-2” guardará a expressão “-x^2+3*x-2” à variável “y”.

A junção de símbolos “:=” serve para criar uma função a partir de uma expressão, por exemplo o comando “f(x):=-x^2+3*x-2” criará uma função nomeada por “f” cuja regra de associação é dada pela expressão “-x^2+3*x-2”. Aqui é importante ressaltar que os comandos “y=-x^2+3*x-2”, “y:-x^2+3*x-2” e “f(x):=-x^2+3*x-2” são entendidos de forma diferente pelo Maxima, o primeiro como equação, o segundo como uma atribuição de valores e o terceiro como uma função definida pelo usuário.

A Figura 1 apresenta uma sequência de comandos executados no wxMaxima, nesta figura o comando “f(t)” se aproveita do valor armazenado na variável “t” e da função “f” criada para calcular o valor da expressão aritmética “-25^2+3*25-2”. Observe que na próxima linha da mesma figura a função “f” é utilizada novamente, mas o resultado dado não é um número. Neste resultado “%e” é entendido como a constante de Euler e “%pi” a constante obtida pela razão do comprimento pelo diâmetro

de qualquer circunferência. Uma vez que o resultado de uma expressão numérica não é um inteiro, o Maxima retornará o valor exato do resultado com frações, raízes ou mesmo em função de constantes. Para obter uma aproximação decimal de uma expressão numérica “x” pode-se usar o comando “x,numer;”.

Cada cálculo realizado no wxMaxima é armazenado na memória da máquina e indexado como “%in” para as entradas e “%on” para as saídas onde “n” é o número da operação. Por exemplo, ao executar o comando “sqrt(%o32)” o Maxima retornará a raiz quadrada do resultado da operação número 32 se esta já tiver sido executada. Para limpar a memória do sistema e evitar travamentos indesejados basta executar o comando “kill(all)”. Caso seja necessário apenas limpar a memória armazenada em uma determinada entrada ou variável “x” basta executar o comando “kill(x)”.

3 | ABORDAGEM PARA SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Um dos temas principais da disciplina de Geometria Analítica e Álgebra Linear, que aparece muitas vezes no primeiro ano em cursos de graduação da grande área de ciências exatas, é o estudo de sistemas de equações lineares e matrizes. Considere os seguintes sistemas de equações lineares.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 8 \\ -x + z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x - z = -2 \\ y + z = 5 \end{cases}$$

Figura 2: Sistemas de equações equivalentes

Para resolver um sistema de equações lineares no Maxima pode usar a função “linsolve()”. No caso acima, a sintaxe do comando para resolver o primeiro sistema é “linsolve([2*x+y-z=1,x+2*y+z=8,-x+z=2],[x,y,z]);”. Uma das soluções para este primeiro sistema é o vetor (x=1,y=2,z=3), entretanto o Maxima retorna como solução a expressão “[x=%r1-2,y=5-%r1,z=%r1]”. Isso acontece pois o sistema de equações avaliado é indeterminado, possuindo infinitas soluções, uma para cada número real que o parâmetro “%r1” pode assumir.

Este exercício de resolver o sistema de equações dado com o programa abre espaço para a discussão de solução de um sistema, sistemas determinados e indeterminados e dependência linear entre as equações. Fazendo algumas alterações no comando de resolução do sistema podemos ainda obter exemplos de sistema determinados e sistemas impossível. Por exemplo o comando “linsolve([2*x+y-z=1,x+2*y+z=8,-x+z=1],[x,y,z]);”, obtido substituindo o último termo independente por 1, dá origem a um sistema impossível, já o comando “linsolve([x+y-z=1,x+2*y+z=8,-x+z=2],[x,y,z]);” onde modificamos o coeficiente de “x” da primeira equação por 1 resulta num sistema possível e determinado com solução (x=0,y=3,z=2).

Com estes exemplos em mãos o professor pode dar maior atenção à dependência linear entre as equações, o que explica a maior chance de se obter um sistema impossível alterando os termos independente e um sistema possível alterando algum coeficiente.

Quando tentamos resolver o segundo sistema no Maxima nos deparamos com a mesma solução obtida do primeiro exemplo. O que ocorre é que ambos os sistemas da Figura 2 são equivalente. Na verdade o segundo sistema é a forma escalonada do primeiro. O aluno que se deparar com estes dois exemplos de sistemas de equações perceberá logo de início que o segundo exemplo parece ser mais simples e fácil de resolver.

Como o comando “M:matrix([2,1,-1,1],[1,2,1,8],[-1,0,1,2]);” é possível atribuir à variável “M” a matriz ampliada do primeiro sistema. A expressão “M[3]” representa a terceira linha da matriz, já a expressão “M[2][4]” é o quarto elemento da segunda linha da matriz, ou ainda o elemento que está na segunda linha e quarta coluna. As operações de adição, subtração e multiplicação por escalar são feitas com os caracteres “+”, “-” e “*” respectivamente. A multiplicação de matrizes usa o carácter “.”.

O escalonamento da matriz “M” anteriormente obtida pode ser feita com o comando “echelon(M)”, entretanto é possível fazer o escalonamento passo a passo com operações sobre as linhas da matriz “M”. Por exemplo, os comandos “M[2]:M[2]-(1/2)*M[1]” e “M[3]:M[3]+(1/2)*M[1]” são os dois primeiros passos do escalonamento da primeira coluna visto na Figura 3.

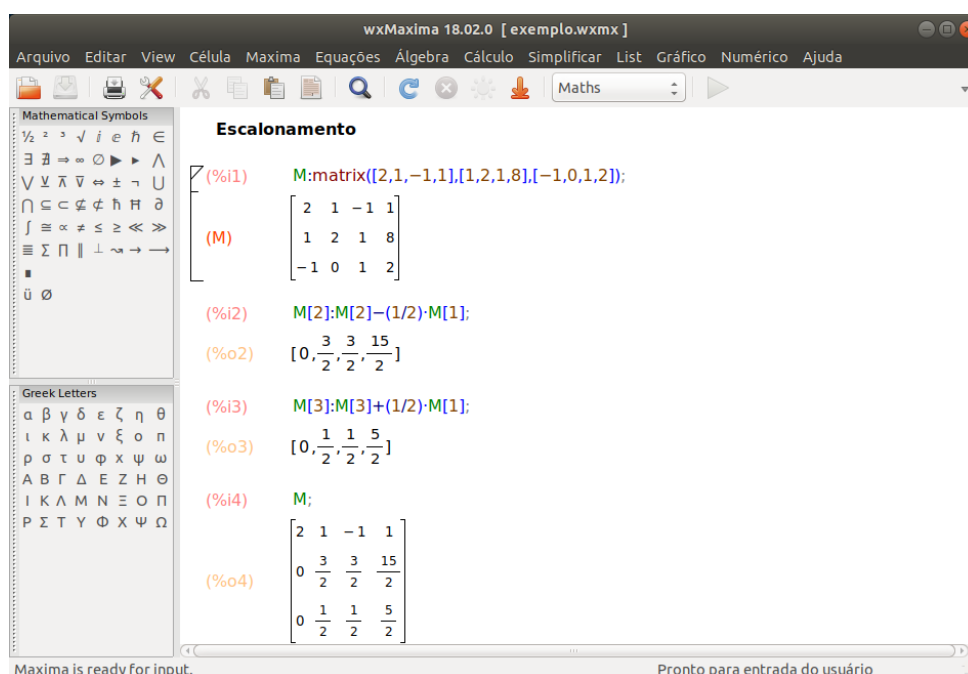


Figura 3: Escalonamento de matrizes

Este método de realizar operações sobre as linhas de uma matriz pode ser estendido para o método de obtenção da inversa de uma matriz. Outro tema pertinente nesta atividade é a definição e cálculo do determinante de matrizes, como o mesmo

é alterado dependendo da operação sobre linhas realizadas, a relação entre o determinante e as soluções do sistema e a regra de Cramer.

As aulas de Geometria Analítica e Álgebra Linear pode avançar ainda mais para temas como autovalores, autovetores, matrizes de transformações lineares, formas de Jordan entre outros utilizando o Maxima.

4 | ABORDAGEM PARA INTERPOLAÇÃO E INTEGRAIS

Problemas de interpolação e integrais sempre estão envolvidos em encontra uma expressão matemática de determine a curva ou superfície de um determinado objeto e a área ou volume de regiões do plano ou do espaço. Uma vez que podemos deixar a cargo do Maxima o trabalho de aplicar as regras de interpolação, simplificação de expressões, derivadas e integrais, é possível explorar com mais propriedade assuntos envolvendo a aplicação dos conceitos trabalhados na disciplina de cálculo.

Como proposta de atividade que explore o uso do método de interpolação polinomial e cálculo de áreas e volumes a partir de integrais, considere o problema de determinar o volume de uma fruta qualquer. Usando a simetria da fruta, podemos considera que o volume da fruta em questão possa ser obtido pela rotação do corte transversal ao sólido em torno de seu eixo de simetria. Na verdade, podemos considera apenas metade da região plana do corte como mostra a Figura 4.

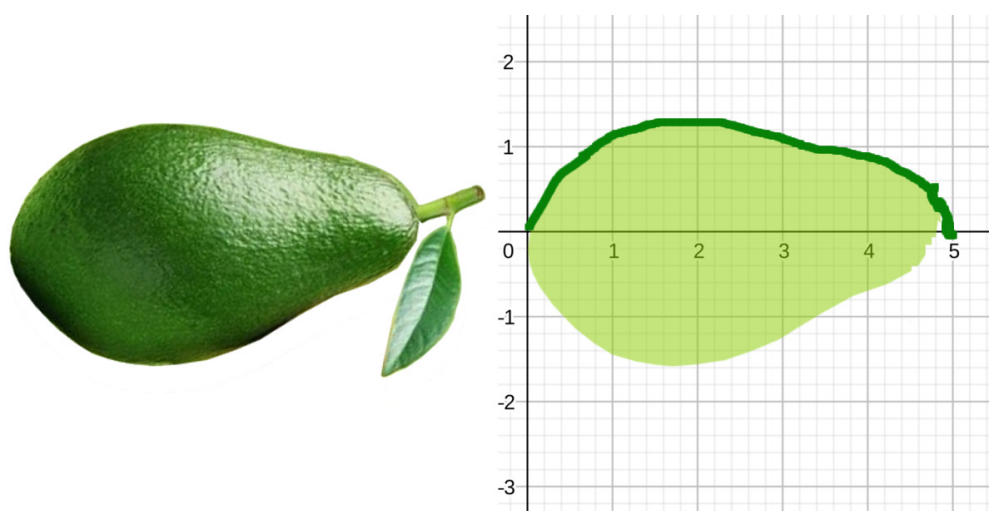


Figura 4: Abacate e corte transversal da fruta

Usando um sistema de eixos onde a abscissa coincida com o eixo de simetria da figura, a tarefa de descobria a região do corte transversal se resume em descobrir a curva do plano que delimita tal região. O que pretendemos aqui é obter uma função cujo gráfico seja o mais próximo possível da curva desejada.

Para obter a expressão de uma função cujo gráfico se aproxime da curva que delimita a região, inicialmente escolhemos alguns pontos da curva para realizar a interpolação. Neste exemplo foram escolhidos os pontos: $(0,0)$, $(1;1,1)$, $(2;1,2)$, $(3;1,1)$, $(4;0,9)$ e $(5,0)$.

O polinômio interpolador possui um grau a menos que o número de pontos escolhidos. Pelo método de Lagrange, o polinômio interpolador será da forma “ $f(x)=f_0(x)+f_1(x)+\dots$ ” onde “ $f_n(x)$ ” é o polinômio que tem a altura da curva no n -ésimo ponto (ou seja, intersepta a curva) e é igual a zero nos demais pontos. Os polinômios “ f_n ” pode ser obtido utilizando um jogo de multiplicações e divisões adequadas. No exemplo da Figura 3 tem-se a expressão para “ f_2 ”

$$f_2(x) := \frac{1.2 (x-0) (x-1) (x-3) (x-4) (x-5)}{(2-0) (2-1) (2-3) (2-4) (2-5)}$$

Substituindo na expressão acima “ $x=2$ ” podemos observar como os termos do numerador e do denominador se cancelam e obtêm-se “ $f_2(2)=1,2$ ”. Caso “ $x=0,1,3,4$ ” ou “ 5 ” um dos fatores do numerador será igual a zero.

Para obter a expressão do polinômio interpolador basta utilizar as operações aritméticas básicas do Maxima e o comando de atribuição de função “:=”. Na Figura 5 mostra os comandos de atribuição de funções para a função “ $f(x)$ ” e um gráfico da mesma função.

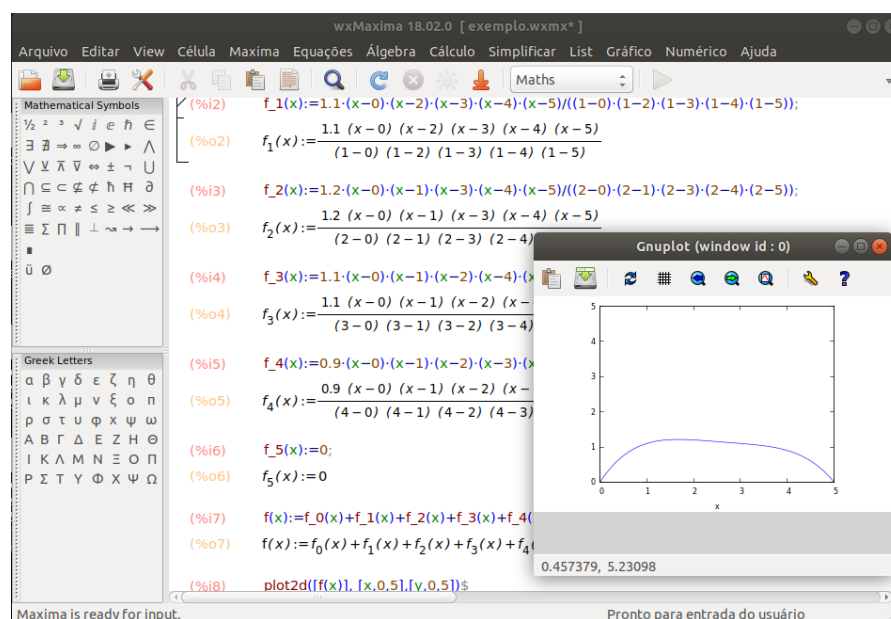


Figura 5: Interpolação polinomial com wxMaxima

Se queremos obter a área da região obtida pela secção basta fazer a integral definida a função no intervalo dado. No Maxima, utilizando o exemplo dado, basta executar o comando “ $\text{integrate}(f(x), x, 0, 5)$ ”. Observe que esta integral retornará apenas a metade da área desejada.

Outra maneira de obter a área da secção e ainda explorar o conceito de integral dupla é utilizar o comando “ $\text{integrate}(\text{integrate}(1, t, -f(x), f(x)), x, 0, 5)$ ”. Neste exemplo a primeira integral é calculada na variável “ t ” sendo a região delimitada pelas curvas “ $-f(x)$ ” inferiormente e “ $f(x)$ ” superiormente. O resultado obtido deste cálculo foi 9,20139

unidades de área.

Podemos ainda usar a integral para obter o volume da fruta inicial. O conceito que pode ser trabalhado neste caso é o de volume de sólido de rotação. O comando para o Maxima será “`integrate(%pi*(f(x))^2,x,0,5);`” cujo resultado é 14,87 unidades de volume.

Por fim, ainda é possível obter uma expressão para a superfície da fruta em questão. Neste caso fazendo “`y=f(x)`” e substituindo “`y`” por “`(z^2+y^2)^(1/2)`” obtemos uma fórmula implícita para a superfície obtida da rotação do gráfico de “`f(x)`” em torno do eixo das abscissas. Isolando a variável “`z`” obtêm-se com o comando “`plot3d(sqrt((f(x))^2-y^2), [x,0,5], [y,-5,5],[grid,100,100])`” uma representação da parte acima do plano xy para a superfície como apresenta a Figura 6.

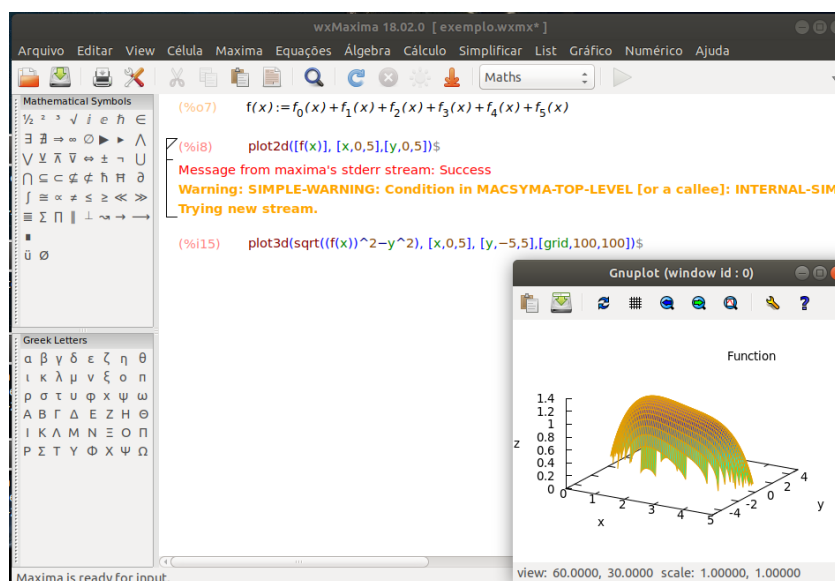


Figura 6: Gráfico da superfície de obtida pela rotação

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo foi inicialmente desenvolvido como um minicurso de resolução de problemas para a VI Semana Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo.

O leitor pode encontrar alguma dificuldade ou sentir falta de explicações mais aprofundada sobre os conteúdos matemático e as funções do Maxima aqui abordado. Entretanto, a intenção da abordagem aqui apresentada é somente apresentar a ideia do uso das ferramentas de tecnologia voltada à Matemática para facilitar o trabalho com os conceitos de disciplinas da graduação. O mesmo método aqui apresentado pode ser utilizado em outros temas e com outras ferramentas, tendo um foco na parte conceitual e deixando a maior parte do trabalho mecânico para a máquina.

Quando usada de forma consciente, esta e outras tecnologias podem ser grandes aliadas para o ensino de disciplinas de Matemática.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, L. N. de, e PESSOA, U. J., **Maxima, um completo programa de computação algébrica**, UFPB, 2014.

BOLDRINI, José Luiz et al. **Álgebra linear**. Harper & Row, 1980.

MANUAL DO MAXIMA: Tradução para português de portugal. Acessado em 10/05/2018, Disponível em <<http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/pt/maxima.pdf>>

SODRÉ, U., OLIVEIRA, A., TOFFOLI, S., ALVES, G., e BELANSSON, I. **Maxima no Cálculo**, XXV Semana da Matemática, UEL, 2009.

THOMAS, G. B.; WEIR, M. D., **Cálculo**, Addison Wesley, 2002.

A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DE SEGUNDO GRAU: O QUE PENSAM OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Júlio César Cabral

EE Nossa Senhora de Guadalupe/Colégio Águia de Prata, Lagoa da Prata – Minas Gerais

Alexandre Mendes Muchon

Centro Universitário de Formiga, Formiga – Minas Gerais

Alan Augusto Silva Souza

Universidade Federal de Minas Gerais – ICeX, Belo Horizonte – Minas Gerais

RESUMO: Como ciência, o desenvolvimento da matemática motivou os pensadores de suas épocas a desenvolverem métodos e técnicas que fossem possíveis para aplicar, explicar ou organizar, desde tarefas simples até as mais complexas, como construções. A matemática ainda continua atuando como “ferramenta” em diversos setores da sociedade contemporânea, no entanto, muitos ainda não reconhecem essa dependência. Dos Egípcios aos Hindus, percebe-se que a equação quadrática esteve presente nas diversas situações e que o objetivo era sempre o de resolver tais equações. No desenrolar da história, vários métodos foram desenvolvidos no intuito de aprimorar as técnicas já existentes. Atualmente, no ensino médio, o que se observa em termos dessa forma de equação é a aplicação da fórmula resolutive de equações do segundo grau; com isso, outros métodos que serviram de alicerce para o que

hoje conhecemos, são deixados de lado. A falta de uma sequência de fatos que mostre o crescimento da matemática como ciência torna a aprendizagem do aluno limitada, pois não disponibiliza meios para que eles percebam a beleza algébrica e geométrica contida nos outros métodos. Por meio de um questionário, aplicado a alunos das escolas públicas e particulares da cidade de Lagoa da Prata/MG, foi possível traçar um panorama de como a história da matemática e os vários métodos desenvolvidos ao longo dos séculos são vistos por eles. Com resultado, ficou evidente que apenas um método é utilizado pelos estudantes na resolução das equações de segundo grau. Também, que a grande maioria não conhece a história da matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Equação de segundo grau; História da matemática; Fórmula geral.

THE STORY OF THE SECOND GRADE EQUATION: WHAT DO STUDENTS THINK OF HIGH SCHOOL STUDENTS

ABSTRACT: As a science, the development of mathematics has motivated the thinkers of their time to develop methods and techniques that are possible to apply, explain, or organize, from simple to complex tasks such as constructions. Mathematics still continues to act as a “tool” in

various sectors of contemporary society, yet many still do not recognize this dependence. From the Egyptians to the Hindus, it can be seen that the quadratic equation was present in the most diverse situations and that the objective was always to solve such equations. In the course of history, several methods have been developed in order to improve existing techniques. Nowadays, in high school, what is observed in terms of this form of the equation is the application of the resolutive formula of equations of the second degree; with this, other methods that served as a foundation for what we know today are left out. The lack of a sequence of facts that shows the growth of mathematics as science makes student learning limited because it does not provide the means for them to perceive the algebraic and geometric beauty contained in other methods. Through a questionnaire, applied to students of public and private schools in the city of Lagoa da Prata / MG, it was possible to outline how the history of mathematics and the various methods developed over the centuries are seen by them. As a result, it became evident that only one method is used by students in solving the second-degree equations. Also, the vast majority do not know the history of mathematics.

KEYWORDS: Second-degree equation; History of Mathematics; General formula.

1 | INTRODUÇÃO

Para muitos estudantes do ensino médio e fundamental, quando se fala em matemática, logo vem à mente um amontado de contas, símbolos e gráficos que, para eles, em diversas situações, não tem fundamento algum. Diversas são as situações em que o ensino de matemática é proposto sem a ligação dos conceitos estudados com o cotidiano mais imediato do aluno.

No contexto do aluno, não se faz necessário saber ler e interpretar um gráfico, tabela ou relacionar uma determinada grandeza com outra, pois não ocorre uma transposição dos conteúdos vistos em sala de aula para a sua vivência diária. Na visão do professor, a matemática deve ser ensinada da forma que os livros didáticos trazem. O que não se percebe é que a matemática está relacionada com fatos ou acontecimentos diários de uma grande parcela da população ou ainda ligada a fenômenos naturais. Para Rodrigues (2004) exemplos que fariam a transposição entre o conteúdo e cotidiano são comumente encontrados em jornais ou notícias envolvendo linguagem matemática, tais como gráficos, tabelas, taxas de financiamento, pesquisas e tantas outras.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) do 5º ao 8º ano, a matemática é importante na construção da cidadania, pois

a sobrevivência na sociedade depende cada vez mais de conhecimento, pois diante da complexidade da organização social, a falta de recursos para obter e interpretar informações, impede a participação efetiva e a tomada de decisões em relação aos problemas sociais. Impede, ainda, o acesso ao conhecimento mais elaborado e dificulta o acesso às posições de trabalho (BRASIL, 1988, p. 26).

Desse modo, a matemática ensinada na escola de nível médio, deve ser tal que possibilite ao aluno transcender a um modo de vida ativo em seu meio social e ainda proporcione uma transformação do seu ambiente social.

Contudo, o processo de ensino e aprendizagem da matemática deve valorizar o saber matemático cultural e aproximá-lo do saber escolar em que o aluno está inserido (BRASIL, 1998. p.32) na tentativa de promover o estudante como um cidadão atuante e solidário dentro e fora do contexto escolar.

2 | MATERIAIS E MÉTODOS

O intuito deste trabalho é verificar qualitativamente como os alunos encaram a função de segundo grau, quais são os métodos conhecidos por eles e se a história da matemática é importante no que se refere à aprendizagem deste tópico.

A verificação dar-se-á por meio de um questionário, que será respondido por alunos dos segundos e terceiros anos do ensino médio da rede pública e particular da cidade de Lagoa da Prata, Minas Gerais.

O desenvolvimento deste trabalho visa ainda inserir alunos do ensino médio no campo da pesquisa, como forma de iniciar uma alfabetização científica no âmbito desse nível de ensino.

Embora seja objetivo deste trabalho inserir os alunos ao mundo da pesquisa, não discutiremos os pormenores da alfabetização científica, no entanto acreditamos que esta metodologia pode

ser considerada como uma das dimensões para potencializar alternativas que privilegiam uma educação mais comprometida. É recomendável enfatizar que essa deve ser uma preocupação muito significativa no ensino fundamental, mesmo que se advogue a necessidade de atenções quase idênticas também para o ensino médio (CHASSOT, 2006).

A seguir apresentaremos uma breve revisão histórica do desenvolvimento da matemática e também do conceito de função, os resultados obtidos e as considerações finais do trabalho.

3 | O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DA MATEMÁTICA

O termo “Matemática” deriva da palavra grega “*Mathemathike*”, que pode ser dividida em duas partes: “*Mathema*” que significa compreensão, explicação, ciência, conhecimento ou aprendizagem; e “*thike*” relacionada à arte. Assim, pode-se dizer que Matemática é a arte ou técnica de explicar, conhecer ou entender os números ou formas geométricas.

O que sabemos atualmente consiste de um agregado de conhecimentos e técnicas desenvolvidas ao longo do tempo. Os Egípcios (4000 a.C. – 30 a.C.) usavam o *método da falsa posição* para resolver equações de primeiro grau e, possivelmente,

de segundo grau. No Papiro de Kahun foram encontrados exercícios envolvendo a expressão $x^2 + y^2 = k$, onde k era um número positivo. Os Babilônicos (2000 a.C.) tinham conhecimentos bem desenvolvidos de álgebra e resolviam equações de segundo grau por meio de uma sequência de passos ou “receita matemática” ou ainda pelo método de completar quadrados. Os Gregos (350 a.C. – 250 a.C.) utilizavam construções geométricas para o estudo de equações e ainda conceitos de proporções. Na obra “Os Elementos”, de Euclides, é possível ter uma ideia de como os gregos resolviam problemas envolvendo equações quadráticas. Os Árabes (825 d.C.) resolveram as equações quadráticas por meio da álgebra (babilônicos) e da geometria (gregos). Pode-se destacar o trabalho de Al-Khowarizmi onde é apresentada a equação polinomial e sua resolução e a comprovação geométrica do método de completar quadrados. Para os Hindus (1000 d.C. – 1200 d.C.) a matemática era composta por problemas reais. Estes exerceram um papel fundamental na resolução de equações quadráticas. Entre os matemáticos hindus pode-se citar Bhaskara, que complementou os trabalhos de seus antecessores encontrando soluções gerais para algumas equações, em especial a equação do segundo grau (fórmula Bhaskara no Brasil).

A matemática é a ciência dos números e dos cálculos. Desde a antiguidade, o homem utiliza a matemática para facilitar a vida e organizar a sociedade. A matemática foi usada pelos egípcios na construção de pirâmides, diques, canais de irrigação e estudos de astronomia. Os gregos antigos também desenvolveram vários conceitos matemáticos. Atualmente, esta ciência está presente em várias áreas da sociedade como, por exemplo, arquitetura, informática, medicina, física, química etc. Podemos dizer que em tudo que olhamos existe a matemática.

O desenvolvimento da matemática não está restrito somente aos citados anteriormente, porém o foco do trabalho são as equações de segundo grau. Aos olhos de da grande maioria dos alunos, tais equações são vistas apenas como algo aprendido na escola para que seja cobrado em provas e, sendo assim, nunca mais visto. Ainda, quando em sua aplicação, se faz necessário obter as suas raízes, o método ensinado é sempre o mesmo, por meio da fórmula resolutive de equações do segundo grau. Desta forma, o desenvolvimento matemático dos estudantes em geral fica limitado, pois não percebem a beleza algébrica e geométrica contida em outros métodos.

4 | MÉTODOS PARA RESOLVER UMA EQUAÇÃO QUADRÁTICA

Quando se pensa em resolver uma equação do segundo grau, logo vem à mente a famosa fórmula Bhaskara, ou fórmula resolutive de equações do segundo grau: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. No entanto, devemos saber que tal método é conhecido somente no Brasil. Para Quaranta (2014) a fórmula geral tem caráter totalmente abrangente, por isso achou-se adequado abandonar as outras formas de se apresentar e de se resolver equações do segundo grau, resumindo o ensino atual com enfoque exclusivamente algébrico. Além da fórmula geral podem ser destacadas outras formas de soluções,

tais como: i) método geométrico; ii) complemento dos quadrados; iii) soma e produto; iv) fatoração.

A seguir será apresentado um exemplo de solução de uma equação de segundo grau.

4.1 Solução de uma equação quadrática por Viète

Somente no início da idade moderna que é introduzido o simbolismo algébrico, forma pela qual reconhecemos atualmente as equações do segundo grau, proposta pelo francês Viète. O exemplo apresentado a seguir pode ser utilizado como forma de solução de uma equação de segundo grau no intuito de que os alunos reconheçam elementos já conhecidos da fórmula geral.

Dada a equação $x^2 + 3x - 4 = 0$ o valor das raízes será $x' = -4$ e $x'' = 1$ quando utilizada a fórmula geral $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$. Aplicando o método de Viète, onde o objetivo é fazer uma substituição de variáveis. Para obter as raízes seguimos os seguintes passos:

1. Fazendo $x = u + v$

2 Substituindo em $x^2 + 3x - 4 = 0$, temos: $(u + v)^2 + 3(u + v) - 4 = 0$

3. Resolvendo e organizando a equação, fica

$$u^2 + 2uv + v^2 + 3u + 3v - 4 = 0$$

$$u^2 + v^2 + 2uv + 3u + 3v - 4 = 0$$

4. Isolando u na expressão, temos

$$u^2 + v^2 + 2uv + 3u + 3v - 4 = 0$$

5. Fazendo $2v + 3 = 0$ temos que $v = -\frac{3}{2}$

6. Substituindo na expressão do item 4, o termo $u(2v + 3)$ torna-se nulo restando então

$$u^2 + \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - 4 = 0$$

$$u^2 = \frac{25}{4}$$

$$u = \pm \frac{5}{2}$$

7. Finalmente substituindo os valores de u e v no item 1, chegamos aos valores

$$x = \pm \frac{5}{2} - \frac{3}{2}$$

$$x = -4$$

$$x = 1$$

Utilizando-se desse processo, os alunos podem resolver com tranquilidade outras equações de segundo grau. Daí para chegar à fórmula geral basta aplicar o método considerando uma equação $ax^2+bx+c=0$.

O método de Viète possibilita uma demonstração da fórmula resolutive de equações do segundo grau, de fácil compreensão e sem grandes artifícios. Com a aplicação de tal método, pode-se ainda chegar à solução de uma equação completa do 2º grau sem que seja necessário utilizarem a fórmula de maneira decorada como tantas vezes acontece.

4.2 Solução de uma equação quadrática pelo método geométrico de Descartes

Para resolver equações quadráticas, René Descartes desenvolveu um método geométrico para obtenção da raiz positiva. Descartes consideravam três possibilidades: a) $x^2=bx+c^2$; b) $x^2=c^2-bx$; c) $x^2=bx-c^2$. Considerando a equação $x^2-3x-4=0$ percebemos que a mesma se enquadra no item a, pois $x^2=3x+2^2$, onde $b=3$ e $c=2$.

Aplicando o método de geométrico de Descartes, para obter a raiz positiva seguimos os passos:

- 1) Trace um segmento de reta MN , na horizontal, cujo tamanho será o valor de c .
- 2) A partir de M , trace um segmento de reta MP perpendicular a MN de comprimento $\frac{b}{2}$.
- 3) Com centro em P , construa um círculo de raio MP .

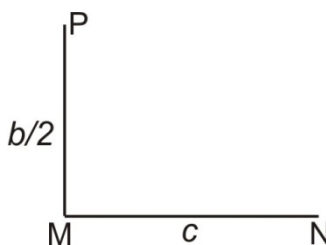


Figura 1: Passos 1 e 2 do método de Descartes.

Fonte: Autor

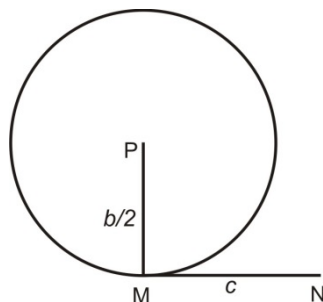


Figura 2: Passo 3 do método de Descartes.

Fonte: Autor

- 4) Trace uma reta unido os ponto N e P .

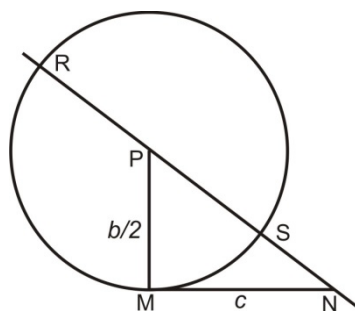


Figura 3: Passo 4 do método de Descartes.

Fonte: Autor

O segmento RN é a solução positiva da equação, enquanto $-SN$ a raiz negativa.

5) Na figura 3, do triângulo retângulo MNP , conclui-se que;

$$(PN)^2 = (MP)^2 + (MN)^2$$

$$PN = \sqrt{(MP)^2 + (MN)^2}$$

6) Fazendo $MP = \frac{b}{2}$, $MN = c$ e $RN = x$. De acordo com a figura 3, $MP = PR$ pois são raios da circunferência, logo:

$$RN = PR + PN$$

$$RN - MP = PN$$

$$x - \frac{b}{2} = PN$$

7) Substituindo na equação do item 5, temos;

$$x - \frac{b}{2} = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2}$$

$$x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2}$$

8) Lembrando que $b = 3$ e $c = 2$, temos:

$$x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + 4}$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x = 4 \text{ ou } x = -1$$

Por meio do método de Descartes, o aluno pode com certa facilidade relacionar

os conceitos da geometria para determinar o valor da raiz de uma equação quadrática.

O método de Descartes pode ser utilizado tanto por alunos do ensino fundamental quanto do ensino médio fazendo uso, por exemplo, do software Geogebra na obtenção das raízes.

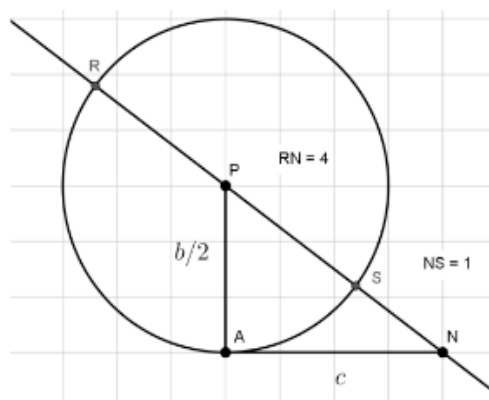


Figura 4: Método geométrico de Descartes, desenvolvido no Geogebra.

Fonte: Autor

5 | RESULTADOS

Para o desenvolvimento deste trabalho, um grupo de alunos de escolas públicas e particulares foi consultado por meio de um questionário em que o intuito era verificar o que sabem e pensam a respeito da equação do segundo grau. O público de pesquisados consiste de alunos do ensino médio.

Deste grupo, 61,1% são alunos da rede pública e 38,9% estudam em escola particular; 21,6% dos alunos cursam o primeiro ano, 27,0% estão no terceiro ano, enquanto 51,4% dos estudantes estão matriculados no segundo ano. O estudo da equação de segundo grau, seja nos livros didáticos ou apostilas adotadas pelas escolas particulares, é componente curricular para a primeira série do ensino médio. Todos os alunos consultados afirmam já terem estudado algo sobre o tema. Mas quando questionados sobre quais foram os métodos explicados, todos afirmaram entre os quatro disponíveis no questionário (*Bhaskara*, *Viète*, *Complementos dos quadrados* e *Geométrico*) que 100% estudaram a resolução por Bhaskara, 18,4% afirmaram conhecer o método de Viète e 10,8% conhecem o método de complemento de quadrados. O quadro que se observa é o mesmo discutido anteriormente, por conveniência ou talvez por simplicidade em se chegar às raízes da equação, os livros didáticos/professores preferem o uso da fórmula geral. Nenhum aluno conhece o método geométrico. No entanto, 78,4% dos alunos gostariam de saber mais sobre os métodos não conhecidos. Mesmo que outros métodos não sejam contemplados nos materiais didáticos, cabe aos professores analisar a importância desses outros métodos e explicá-los aos alunos, uma vez que tais métodos correspondem ao desenvolvimento da matemática.

Almeida (2006) afirma que as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem ocorrer por diversos fatores, sejam eles afetivos, cognitivos ou mesmo físicos. No entanto, devemos pensar na situação em que o aprendiz não sabe de onde vêm aqueles conceitos e muito menos verificam uma relação deles para com o seu dia a dia, fato que pode ser observado neste trabalho: apenas 29,7% dos alunos conhecem outros métodos de solução da equação de segundo grau. Tal fato pode ser ainda comprovado quando os alunos são questionados sobre a história da matemática: 83,8% dos alunos não conhecem a história da matemática, porém 81,1% afirmam ter interesse em saber mais sobre o seu desenvolvimento desde os primórdios até os dias atuais.

Na tentativa de minimizar tais dificuldades, iniciar os estudos propondo para os alunos por que um dado conteúdo foi desenvolvido, por que está sendo estudado, para que serve e qual é a relação dele com o seu cotidiano, além de motivar, pode ainda despertar o interesse dos alunos em aprender. E uma forma de se fazer isso é começar pela história ou por fatos de maior relevância que justifiquem o seu uso e desenvolvimento. Nesse sentido, os alunos, quando perguntados sobre a relação da equação de segundo grau com seu cotidiano, 67,6% deles não a relacionam com nada do seu dia a dia, como se verifica em uma das respostas *“No meu dia a dia, são raras as vezes que eu uso a matemática pra alguma coisa! Mais a matéria em si é bem complexa!”*. O aluno em questão ainda não descobriu que a matemática é uma ferramenta para a vida e que por mais complexa que seja, está presente em tudo o que o cerca. Para outro aluno a matemática se concentra apenas nas operações básicas *“Não percebo uso profundo da matemática aprofundada no dia a dia, somente matemática básica (adição, subtração, multiplicação e divisão)”*.

Para um grupo pequeno de alunos, a matemática não é necessária e não tem sentido em suas vidas. Outros atribuem a falta de afinidade com a disciplina pelo fato de não entenderem as aulas do professor, ou ainda estudam somente para fazer prova mesmo não gostando.

No entanto, alguns alunos consideram a matemática como fundamental e presente no seu dia a dia, como pode ser percebido na seguinte resposta *“A matemática hoje em dia está em tudo, precisamos dela na maioria das coisas que fazemos no dia a dia, como comprar algo, em toda questão da vida se utiliza a matemática, ela é uma das matérias fundamentais!”*.

Na visão de outro aluno *“O estudo da matemática é fundamental para vivermos na sociedade. Para realizar desde os cálculos mais simples e cotidianos, como calcular o valor dos itens que for comprar, até os cálculos mais complexos de alguma faculdade de engenharia. [...] A matemática está em todo lugar, para vê-la, basta deixar de lado os pensamentos negativos sobre ela e adentrar neste mundo”*.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou uma revisão sobre a história do desenvolvimento da matemática e também dos conceitos de função, que, atualmente, são amplamente utilizados nos mais diversos setores da sociedade.

A história da matemática nos mostra que o que hoje conhecemos não está pronto e muito menos finalizado, pois a necessidade é fator motivacional para novos descobrimentos e aperfeiçoamento das técnicas já existentes, como a história nos mostra.

No ensino médio, as equações quadráticas são geralmente estudadas de forma desconectada da realidade dos alunos e sem levar em consideração o seu desenvolvimento histórico, e estes, por vez, não conseguem ver relação delas com aplicações práticas.

Fica evidente, de acordo com nossa pesquisa, que o método mais utilizado pelos alunos é a fórmula geral (Bhaskara) em que os demais métodos que serviram de base para o desenvolvimento da matemática são deixados de lado. Ficam claras as dificuldades dos alunos, quando se introduz outro método, após ter visto o método de Bhaskara, que eles não conseguem pensar a não ser com base na facilidade gerada pela fórmula geral.

Apesar do ensino de matemática, em muitos casos, “esquecer” a história da matemática, devemos lembrar que a mesma é primordial para o desenvolvimento tecnológico, social e humano.

7 | AGRADECIMENTOS

Aos alunos das escolas que participaram deste trabalho respondendo ao questionário. Aos alunos do Colégio Águia de Prata, ora designados pesquisadores juniores, Alan Augusto Silva Souza (1º ano) e Alexandre Mendes Muchon (2º ano), pela dedicação e compromisso no desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Cínthia Soares de. 2006. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, Ucb. Trabalho de conclusão de curso.

BOYER, Carl Benjamin. 1993. **História da Matemática**, São Paulo, Edgard Blücher, 10a impressão.

BRASIL/MEC. 1998. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília.

CHASSOT, Attico. 2006. **Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social**.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. 2000. **Uma Abordagem Histórica da Equação do 2 grau**. [s. L]: Revista do Professor de Matemática, n. 43, p. 20-25.

PEDROSO, Hermes Antônio. 2010. **Uma breve história da equação do 2º grau**. 2. ed. [s. L.]: Revista Eletrônica de Matemática.

QUARANTA, Francisco. 2014. **Geometria e Aritmética Combinam com Equações do Segundo Grau?** V. 6; [s. L.]: Holos.

RODRIGUES, Luciano Lima. 2004. **A matemática ensinada na escola e a sua relação com o cotidiano**. Universidade Católica de Brasília.

VALE, Alberton Fagno Albino do. 2013. **As Diferentes Estratégias de Resolução da Equação do Segundo Grau**. 76 f. Dissertação (Mestrado) –

Curso de Matemática, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013. Disponível em: <<http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/>>. Acesso em: 22 fev. 2017.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU

Elisangela Dias Brugnara Brugnara

UNEMAT, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas
Sinop - Mato Grosso

Circe Mary Silva da Silva Dynnikov

UFPEL, PPGECEM
Pelotas – Rio Grande do Sul

RESUMO: Este artigo integra o projeto de tese intitulado *O uso da História da Matemática e do GeoGebra para o ensino e aprendizagem da geometria analítica com ênfase no estudo de retas* do doutorado da REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Procuramos apresentar uma metodologia alternativa para a resolução de equações algébricas do segundo grau. Adotamos o livro “A Geometria” de Descartes, como fonte original aliada a utilização da tecnologia com o software de geometria dinâmica GeoGebra. Por meio de uma pesquisa bibliográfica em fontes históricas constatamos que o método de Descartes para a resolução de equações pode ser utilizado em sala de aula. Nas pesquisas já realizadas sobre o uso das tecnologias como ferramentas constatamos que as investigações buscam a construção do conhecimento, como uma maneira de buscar desenvolver o raciocínio lógico, à dedução e a construção do conhecimento, por meio do desenvolvimento de

atividades planejadas com esta finalidade. Isso indica a necessidade de pesquisas futuras que visem explorar novos usos das Tecnologias de Informação e Comunicação -TIC's no ensino de geometria analítica. Como suporte teórico metodológico usamos a proposta de ecos e vozes de Boero, Pedemonte e Robotti (1997). O estudo piloto permitiu concluirmos sobre a viabilidade de usar essa metodologia na pesquisa. A presente investigação aponta para a diversificação de metodologias de ensino da Matemática, e a multiplicidade de estratégias que podem ser realizadas integrando a história da matemática e as tecnologias.

PALAVRAS-CHAVE: História, Geometria Analítica; Tecnologia;

ABSTRACT: This article integrates the thesis project entitled *The use of the History of Mathematics and GeoGebra for the teaching and learning of analytical geometry with emphasis on the study of the PhD of the REAMEC - Amazonian Network of Education in Science and Mathematics*. We try to present an alternative methodology for solving algebraic equations of the second degree. We adopted the book “A Geometry” by Descartes, as an original source allied to the use of technology with GeoGebra dynamic geometry software. Through a bibliographical research in historical sources we found that the Descartes method for

solving equations can be used in the classroom. In the researches already carried out on the use of technologies as tools, we find that the investigations seek the construction of knowledge, as a way of seeking to develop logical reasoning, deduction and knowledge construction, through the development of activities planned for this purpose. This indicates the need for future research aimed at exploring new uses of Information and Communication Technologies (ICTs) in the teaching of analytical geometry. As a theoretical and methodological support, we use the Boero, Pedemonte and Robotti (1997) echoes and voices proposal. The pilot study allowed us to conclude on the feasibility of using this methodology in the research. The present research aims at the diversification of mathematical teaching methodologies, and the multiplicity of strategies that can be accomplished integrating the history of mathematics and technologies.

KEYWORDS: History, Analytical Geometry; Technology;

1 | INTRODUÇÃO

Várias pesquisas visando a integração da história da matemática e dos recursos tecnológicos utilizados no ensino da matemática revelaram que o poder da representação múltipla é ferramenta poderosa para a construção do conhecimento (THOMAIDIS, 1991; ISODA, 2000; SILVA e SAD, 2007; MIGUEL e MIORIM, 2011). A presente investigação insere-se nessa perspectiva e apresenta uma metodologia alternativa para a resolução de equações algébricas, integrando a história da matemática e recursos tecnológicos como o software GeoGebra.

Pesquisadores que investigam sobre as provas e demonstrações no ensino básico constataram que não é dada ênfase, atualmente, ao ensino de demonstrações em matemática ALMOULOU (2010), que os livros de Matemática adotados em escolas públicas para a educação básica, quase não apresentam demonstrações de fórmulas para a resolução dessas equações, além disso, raras são as questões históricas neles introduzidas.

O objetivo geral da pesquisa de doutorado é compreender como a historicidade, as relações teórico-práticas e o uso do software GeoGebra no ensino da Geometria Analítica podem contribuir para uma melhor compreensão ou ressignificação dos conceitos de ponto, coordenadas e equação da reta no aprendizado dos alunos. No presente trabalho, com o intuito de exemplificar como a história da Matemática e a tecnologia podem estar integradas na educação matemática, utilizamos num projeto piloto o método geométrico de Descartes para a resolução de equações do 1º e 2º graus.

Para obtermos êxito neste projeto piloto, procuramos realizar uma revisão da literatura que abordasse a resolução das equações de 1º e 2º graus sob o enfoque geométrico fazendo uso de fontes históricas originais como a *Geometria* de Descartes. Para a realização das atividades, os participantes do projeto piloto fizeram uso do software GeoGebra para realizar as construções geométricas. Com a realização do

projeto piloto foi possível testarmos a viabilidade de utilizar tal metodologia em sala de aula.

2 | BASES TEÓRICO EPISTEMOLÓGICAS

Percebemos então que a História da Matemática não é linear, mas sim que a construção de conceitos depende de um contexto, de um determinado tempo, que favoreceu, como no caso de Descartes, Oresme, Fermat e tantos outros, o avanço da matemática.

A perspectiva sociocultural de Jogos de Vozes e Ecos de Boero, Pedemonti, Robotti (1997) busca uma conexão entre o passado e o presente, considerando suas representações, seus contextos históricos e sociais e seus significados próprios, sem que haja algum tipo de superioridade de um sobre o outro, mas sim um diálogo. Para nós é intangível o significado real de um conceito no passado, o que podemos fazer é ressignificá-lo no presente, utilizando como base nosso comportamento, nossas ferramentas tecnológicas e nossas concepções socioculturais históricas.

Desta forma o conhecimento matemático passa por transformações, ou seja, é recriado ou podemos dizer co-autoria-criação do aluno por meio da utilização de signos.

Para Boero, Pedemonti, Robotti (1997) e equipe de pesquisadores, a escola era a responsável pela transmissão do conhecimento matemático, ou seja, questões teóricas e sistemáticas, que não as encontradas no cotidiano. A transmissão desse conhecimento se daria pelas condições dadas a estes estudantes afim de apropriarem-se das características desse conhecimento teórico matemático. Os Jogos de Vozes e Ecos seriam as atividades que mediarão e permitiriam que essa apropriação se concretizasse, por criarem um ambiente dialógico de aprendizagem.

Para Boero, Pedemonti, Robotti (1997) a vantagem de utilizar os Jogos de Vozes e Ecos reside no fato de que ela permite que o aluno alcance um horizonte cultural mais complexo, difícil de ser alcançado com abordagens tradicionais como métodos experimentais e concepções intuitivas, entre outras.

Para estes autores, a “voz” é toda a expressão verbal ou não verbal, produzida por cientistas do passado, que proporcionaram as revoluções científicas nas áreas das ciências. Esses importantes saltos históricos na evolução da Matemática e da ciência, funcionariam como veículos de informações, de conteúdos, da cultura, do discurso, do método desses saltos.

Quando tais Vozes são apropriadas e ressignificadas por pessoas de outras épocas e de outros contextos, diz-se que produzem Ecos. Um eco é portanto, uma conexão remota estabelecida entre pessoas de diferentes épocas e culturas com base em seus diferentes propósitos, experiências, concepções e sentidos. (MIGUEL; MIORIN, 2011, p.141)

Desta maneira podemos dizer que Eco é uma forma de ligação estabelecida entre pessoas de diferentes épocas e culturas com base em seus diferentes propósitos, experiências, concepções e sentidos, ou seja, a interpretação que é dada a essa Voz.

3 | PESQUISA

Abordamos neste tópico uma discussão sobre a resolução de equações algébricas do 1º e 2º grau por meio do método geométrico, ou seja, uma outra maneira de resolver as equações algébricas fazendo uso da geometria plana, como realizado por René Descartes (1501 - 1576). Foi utilizado o software de geometria dinâmica GeoGebra para a realização das construções geométricas.

O nosso projeto piloto foi executado em uma oficina de 20 horas, com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, que estiveram participando do projeto *PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência*. Acreditamos que desta maneira estaremos atingindo a formação inicial dos futuros professores de matemática, assim como também influenciando suas práticas dentro das escolas onde desenvolvem as atividades do PIBID. Apresentamos as ações realizadas no projeto piloto descritas no quadro 1.

Aula	Data	C.H	Objetivos
1	24/10/2016	1 1	Apresentar a proposta da oficina. Discutir questões relacionadas com a utilização da História da Matemática em sala de aula – Tendências metodológicas no ensino de matemática / Iran Abreu Mendes. – Belém: EdUFPA, 2008. Slides – Oficina - INTRODUÇÃO
	Total	3 5	Oficina do GeoGebra – Revisão dos principais comandos.
2	25/10/2016	5	Oficina do GeoGebra – Revisão dos principais comandos.
	Total	5	
3	26/10/2016	2	Nicole D'Oresme (1323-1382) – História, Obra, Descobertas. (Coordenadas) – Breve apresentação e posteriormente leitura do Texto1. Slides: Oficina- Oresme Texto1: O Sistema de Coordenadas: Oresme, Descartes e Fermat. Resolução das questões do ENEM – Relacionadas a coordenadas. Questão ENEM 2010 – N° 142 Questão ENEM 2015 – N° 156
	Total	3 5	
4	27/10/2016	5	René Descartes – Trabalhar a vida e a obra, o seu papel no desenvolvimento da Geometria Analítica. Slides: Oficina DESCARTES e Oficina Fermat. Familiarizar-se com a obra “A Geometria”. (Páginas 221 -235) Desenvolver exercícios sobre segmentos de reta no GeoGebra.
	Total	5	
5	28/10/2016	5	Realizar a resolução das questões do Enem – Relacionadas a Equações da reta, coordenadas e pontos; ENEM 2009 – Questão 159 ENEM 2015 – Questão 156 ENEM 2010 – Questão 146 ENEM 2012 – Questão 166
	Total	5	

Quadro 1: Projeto Piloto.

Fonte: Dados do Autor.

No dia 24 de outubro de 2016 desenvolvemos com os alunos as atividades propostas, sem nenhum problema, a carga horária se manteve dentro do previsto. No dia 25/10/2016 damos continuidade a oficina sobre o software GeoGebra, este

momento foi importante para oportunizar aos alunos maior intimidade com os recursos que o software oferece. Além de que os alunos que participaram da oficina estão cursando várias fases do curso, alguns estão cursando diferentes fases do curso de Licenciatura em Matemática e as disciplinas de informática são ofertadas na 2º e 5º fases, mas apenas na 2º fase na disciplina de Informática Aplicada é que os alunos têm contato com o software GeoGebra, mas mesmo assim as 60 horas da disciplina precisam ser divididas entre os diversos softwares que são trabalhados. Desta forma a oficina é uma forma de ofertar aos alunos mais uma oportunidade de aprendizado e de contato com o software.

Durante a oficina apresentamos a interface do software, e as ferramentas exibidas no menu, além de desenvolver atividades fizessem o uso desses recursos.

No terceiro encontro no dia 26 de outubro de 2016, iniciamos as atividades conforme proposto, levamos neste dia uma hora e meia para realizar a primeira atividade: apresentação da vida e obra de Nicole D'Oresme e fazer a leitura do texto proposto, assim como realizar as discussões. Estava proposto três horas para a realização dos problemas P1: ENEM 2010 n°142 e P2: ENEM 2015 n° 156. Os alunos realizaram as atividades propostas em duas horas. Neste dia concluímos as atividades propostas em três horas e meia.

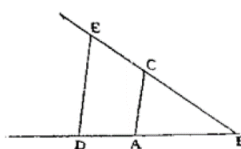
No quarto dia da oficina dia 27 de outubro de 2016 iniciamos as atividades como proposto no planejamento, realizamos todas as atividades propostas e concluímos dentro do prazo.

Após a conclusão da primeira atividade que envolveu a resolução da Proposição I no GeoGebra realizamos uma breve explicação sobre a vida e obra de Oresme, Descartes e Fermat e o papel da Geometria Analítica.

Apresentamos o Livro I – *A Geometria* de Descartes, primeiramente os alunos realizaram uma leitura de como Descartes realizava a multiplicação e a divisão de segmentos de reta e como se extraia a raiz quadrada de um segmento.

A multiplicação

Seja, por exemplo, AB a unidade, e que deve multiplicar-se BD por BC; não tenho mais do que unir os pontos A e C, e traçar DE paralela a CA, e BE é o produto desta multiplicação.

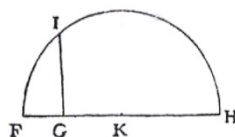


A divisão

Do mesmo modo, se pretende dividir BE por BD, tendo unido os pontos E e D, traça-se AC paralela a DE; BC é o resultado desta divisão.

A extração da raiz quadrada

Se se pretende extrair a raiz quadrada de GH, junta-se em linha reta FG, que é a unidade, e dividindo FH em duas partes iguais pelo ponto K, tomando esse ponto como centro, traça-se um círculo FIH; elevando então desde o ponto G uma linha recta,



formando ângulos retos com FH, até I, é GI é a raiz buscada. (DESCARTES, 2001, p.5)

Na realização de alguns exercícios que utilizavam adição, subtração, multiplicação, divisão e raiz quadrada entre dois segmentos os alunos explanaram que foi bastante ilustrativo este método, que não conheciam.

Durante a realização destas atividades, os alunos tiveram a oportunidade de testar o método de resolução geométrico proposto por Descartes, para segmentos de comprimentos distintos.

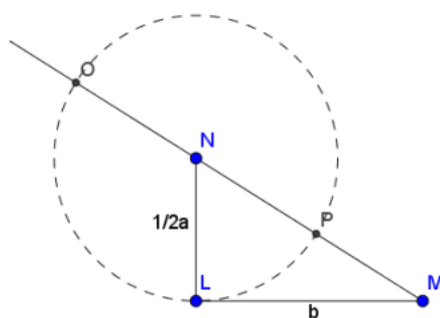
Pensando no cotidiano escolar, propomos aos alunos a resolução de várias equações utilizando o método geométrico de Descartes.

A resolução de equações do 2º grau, segundo o método de Descartes, inicia com a resolução de um tipo particular de equação:

Essa atividade propõe a construção de um triângulo retângulo e também de uma circunferência de raio igual ao cateto menor do triângulo. Por meio desta construção conseguimos determinar as raízes da equação.

E então esta raiz ou linha desconhecida, encontra-se facilmente. Se tivermos, por exemplo,

Construo o triângulo rectângulo NLM, cujo lado LM é igual a b , raiz quadrada da quantidade conhecida, e o LN é $\frac{1}{2}a$, a metade da outra quantidade conhecida, que está multiplicada por Z , que suponho ser a linha desconhecida. Logo, prolongando MN, base desse triângulo, até O, de modo que NO seja igual a NL,

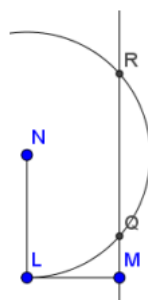


a linha total OM, ou Z , que é a linha buscada. (DESCARTES, 2003, p.11)

Ainda como o autor:

Enfim tendo ,

Faz-se NL igual a $\frac{1}{2}a$, e LN igual a b , como anteriormente; logo,



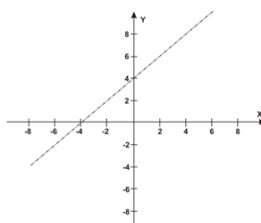
Em vez de unir os pontos M e N, traça-se a paralela MQR a LN e o círculo com o centro em N e que passa por L, que corta nos pontos Q e R; a linha buscada, z, é MQ ou MR, pois neste caso ela expressa-se de duas formas, a saber. (Descartes, 2003, p.13)

Propomos a resolução de algumas equações aos alunos.

Os alunos participantes da oficina relataram que foi uma experiência significativa, pois não tinham realizado anteriormente nenhuma atividade semelhante a esta e que foi possível compreender e visualizar como os processos algébricos podem ser construídos geometricamente.

Propomos que exercícios apresentados no ENEM fossem resolvidos utilizando como ferramenta um software de geometria dinâmica.

ENEN 2011 (Caderno 7 - Azul, p. 24) Questão 150 – Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com suas ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

- a) $(-5,0)$ b) $(-3,1)$ c) $(-2,1)$ d) $(0,4)$ e) $(2,6)$

Quadro2: Problema do metrô.

Fonte: Adaptado ENEN (2011, p. 24)

A questão do ENEM 2011 n° 150 foi selecionada pois têm o objetivo de verificar se o aluno compreende a ideia sobre a distância entre dois pontos e a construção da equação da reta.

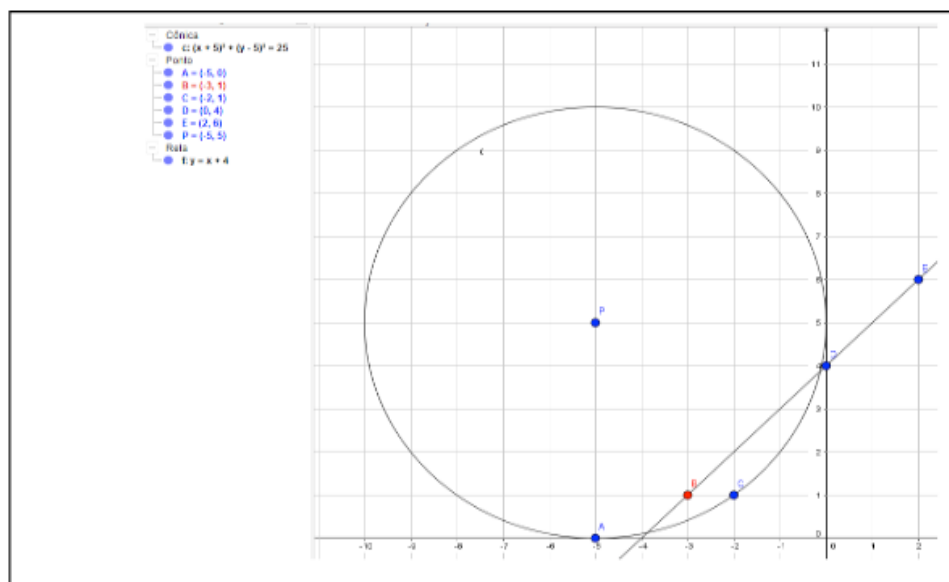


Figura 1: Resolução Sujeito - Pedro

Fonte: Dados da pesquisa.

Na figura1 observamos a resolução dos exercícios realizada por um aluno da 6ª fase, na resolução o aluno expressou que a construção o ajudou a compreender melhor a resposta dada no exercício.

Foi possível observar que durante a realização das atividades na oficina os alunos apresentaram-se bastante entusiasmados em realizar as construções utilizando a metodologia proposta. Todos os alunos relataram que nunca tinham resolvido atividades utilizando obras originais como fonte histórica. Empregamos durante o projeto piloto o livro A Geometria de autoria de René Descartes, ou seja, as Vozes que nos ajudaram a construir a resolução das atividades e o conhecimento dos alunos aliados a utilização dos recursos tecnológicos do GeoGebra para a resolução dos exercícios como os Ecos produzidos.

Durante a realização da oficina observamos que essa metodologia de trabalho é viável para o desenvolvimento de nossa Tese de doutorado. Com relação as questões trabalhadas durante a oficina percebemos que será necessário realizar um refinamento, escolhendo as questões que mais se aproximam do nosso objeto de estudo e que mais se adaptam com a metodologia de Vozes e Ecos. Percebemos também que o número de questões selecionadas e o tempo para a realização da oficina está adequado para a carga horária de 20 horas. A realização do projeto piloto foi importante pois observamos que os alunos do PIBID estão cursando semestres diversos, nesse contexto temos alunos no 2º, 3º, 4º, 5º, 6º e 7º semestre. Estes apresentam dificuldades relacionadas ao conhecimento de softwares voltados ao ensino da matemática no caso o software GeoGebra e apresentam uma bagagem de conhecimento sobre geometria distinta, o que nos levou a dar uma atenção maior aos alunos dos semestres iniciais.

Constatamos com o desenvolvimento do projeto piloto que o desconhecimento

do software GeoGebra e conhecimentos insuficientes que os alunos trazem do ensino básico, relacionado ao conhecimento da Geometria, pode ser um fator que gere uma certa dificuldade para desenvolvermos as atividades.

O projeto piloto também demonstrou que os alunos desconheciam a resolução geométrica proposta por Descartes, que no ensino básico não tiveram contato com essa Geometria e que mesmo cursando Licenciatura em Matemática também a desconheciam. Foi muito satisfatório conhecer essa metodologia que busca a fonte original como Vozes e a integração do antigo com o moderno, gerando Ecos, ou seja, novos conhecimentos.

Portanto o nosso universo de pesquisa serão os alunos do PIBID da universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT e os alunos regularmente matriculados na escola e nas turmas onde os alunos do PIBID da UNEMAT atuam.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo; FUSCO, C. A. S. **Provas e demonstrações em matemática: uma questão problemática nas práticas docentes no ensino básico**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA. 2010.

BOERO, Paolo; PEDEMONTE, Bettina; ROBOTTI, Elisabetta. **Approaching Theoretical Knowledge Through Voices and Echoes: a Vygotskian perspective**. 1997. Disponível em <https://www.researchgate.net/profile/Paolo_Boero2/publication/239864337_APPROACHING_THEORETICAL_KNOWLEDGE_THROUGH_VOICES_AND_ECHOES_A_VYGOTSKIAN_PERSPECTIVE/links/0a85e52f2cdc1ae280000000.pdf> Acesso em 01/02/2016.

BOGDAN, Robert C, BIKLEN, Sari k. **Investigação qualitativa em educação**. Ed. Porto, 1994.

BORBA, Marcelo C. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

Brasil. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC –SEMTEC, 2002.

DESCARTES, René. **A Geometria**. Tradução Emídio César de Queiróz Lopes. Lisboa: Editorial Prometeu, 2001.

ENEM 2009 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. (Caderno 7 Azul, Questão – 159, p.25).

ENEM 2012 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. (Caderno 7 Azul, Questão- 151, p.23).

ISODA, Massami. **Inquiring mathematics with history and software. History in mathematics education**. The ICMI study. Dodrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2000, p.351 - 358.

MIGUEL, Antônio; MIORIN, Maria Angela. **História na Educação Matemática: uma proposta e desafios**. 2.ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática -10)

SILVA, Circe. M. S; SAD, Lígia Arantes. **Uma abordagem pedagógica do uso de fontes originais em história da matemática**. Guarapuava: SBHMat, 2007 (Coleção História da Matemática para Professores).

THOMAIDIS, Yannis. **Historical digressions in greek geometry lessons**. In: *For the learning of mathematics*. vol. 11, n. 2, 1991, p. 37-43.

UBERJARA, Pedro Miguel González, **Los Origenes de La Geometria Analitica**. 1ªed, Fundación Canaria Orotava de História de la Ciencia, Canarias, 2004. (Colecion Materiales de História de la Ciência – V6)

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-389-7

