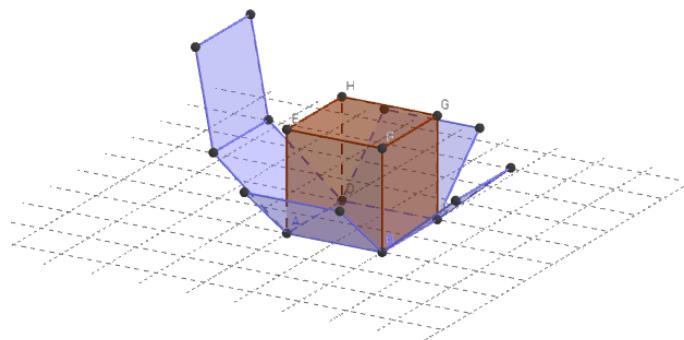


**QUEZIA DE O. VARGAS DA SILVA
ELINE DAS FLORES VICTER**

GEOMETRIA ESPACIAL

Uma abordagem
no Ensino Médio
com

GeoGebra



QUEZIA DE O. VARGAS DA SILVA
ELINE DAS FLORES VICTER

GEOMETRIA ESPACIAL

Uma abordagem no
Ensino Médio com
GeoGebra

VERSÃO PARA PROFESSORES

1^a Edição

Duque de Caxias
Editora UNIGRANRIO
2017

Permitida a reprodução total ou parcial, desde que os autores sejam citados.

CATALOGAÇÃO NA FONTE
NÚCLEO DE COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECAS - UNIGRANRIO

S586g Silva, Quezia de O. Vargas.

Geometria espacial: uma abordagem no ensino médio com GeoGebra: versão para professores / Quezia de O. Vargas da Silva, Eline das Flores Victer. – Duque de Caxias, RJ : Editora Unigranrio, 2017.

51 p.: il.

ISBN: 978-85-9549-041-3

1. Geogebra (Programa de computador). 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Geometria. 4. Tecnologia educacional. I. Victer, Eline das Flores. II. Título.

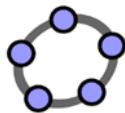
CDD – 516.3

Este trabalho foi produzido no âmbito do Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO, no curso de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica e foi Avaliado pela Banca Examinadora:

Dr. Adriano Vargas Freitas – UFF
Dra. Cleonice Puggian – UNIGRANRIO/UERJ
Dra. Jurema Rosa Lopes – UNIGRANRIO

SUMÁRIO

Apresentação	5
Introdução	8
1. Geometria Espacial	10
2. Por que ensinar geometria espacial?	18
2.1. O ensino da geometria espacial nas escolas	19
2.2. Aplicações da Geometria Espacial	21
3. Geometria Espacial GeoGebra 3D	28
3.1. Por que usar o GeoGebra 3D no ensino de Geometria Espacial?.....	28
3.2. GeoGebra 3D	30
4. Atividades	39
5. Sugestão de atividades	47
Considerações Finais	48
Referências	50



APRESENTAÇÃO

Este livro destina-se a professores da educação básica, interessados em integrar as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) em sala de aula. Apresenta sugestões sobre como introduzir conteúdos relacionados à geometria espacial, especificamente sólidos geométricos como prisma, cilindro, pirâmide, cone e esfera, com a utilização do programa GeoGebra3D (versão 5.0), escolhido por sua facilidade de uso simples e dinâmico, que proporciona aos alunos a possibilidade de explorar, visualizar, conjecturar, analisar, redescobrir e construir novos conhecimentos, fomentando sua curiosidade e criatividade.

No momento em que nos propusemos a preparar este material, a ideia era desenvolver algo que pudesse contribuir para o processo de ensino da matemática, fazendo uso do GeoGebra 3D. Essa iniciativa foi motivada pela aprendizagem adquirida ao longo do curso de mestrado profissional em ensino da ciências e matemática da Universidade do Grande Rio, o qual aponta para a elaboração de um produto educacional visando uma contribuição concreta para a educação básica.

Desde então, nossa pergunta motivadora foi: como abordar os conceitos iniciais da geometria espacial com o GeoGebra 3D

de forma que os estudantes tenham autonomia e real aprendizado? Em seguida surgiu a ideia de escrever um livreto voltado para professores e também para alunos. A proposta para os estudantes seria um material auto-instrutivo, onde ele pudesse desenvolver, de forma independente, as construções de figuras tridimensionais. Ao professor caberia a partir dos movimentos e manipulações das figuras, auxiliar os alunos na formulação de conjecturas, conclusões e justificativas.

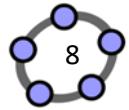
Todavia os questionamentos não cessaram. Passamos a ter outra pergunta motivadora: De que maneira incentivar o professor de matemática a utilizar o GeoGebra 3D no ensino de geometria espacial sem que este tenha profundo conhecimento e prática acerca do software? Percebemos então que o material a ser produzido poderia possuir duas vertentes: uma voltada para o estudante e outra para o professor.

A proposta do material para o professor traz uma abordagem de incentivo à autonomia do seu aluno no aprendizado dos conceitos da geometria espacial através do uso GeoGebra 3D.

O produto educacional "Geometria espacial e GeoGebra 3D" faz parte de uma pesquisa de mestrado profissional em ensino das ciências e matemática, e apresenta respostas aos nossos questionamentos iniciais. Os capítulos deste livro foram

testados por nós mesmas, demonstrando positividade no alcance do propósito de contribuição na educação básica.

Quezia da Silva e Eline Victer.



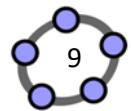
INTRODUÇÃO

Considerando a relevância do ensino da geometria, ocorreu em nós a motivação profissional de expor o conceito em discussão de maneira clara e dinâmica. As pesquisas realizadas nos últimos anos propõem uma abordagem mais visual e lúdica, de forma a evidenciar as principais concepções da geometria espacial.

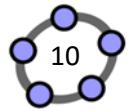
Nesse contexto, surge o pensamento de agregar uma ferramenta tecnológica, o GeoGebra 3D. A partir do estudo analítico de algumas pesquisas, consideramos relevante o uso de tecnologias para a abordagem do ensino geométrico, em particularidade o *software* GeoGebra.

Encontramos registros acerca do GeoGebra que defendem sua utilização quanto à criatividade e autonomia. Valério e Souza (2013) afirmam que empregar esse software no estudo de geometria pode favorecer a compreensão de conceitos matemáticos e propiciar animação e criatividade durante a aprendizagem. Venturini e Lúcio (2013) registram que há possibilidade do aluno construir, visualizar e manipular objetos geométricos com autonomia utilizando o software.

Nessa diretriz, nos dedicamos a desenvolver este produto educacional com a ideia de contribuir para o ensino de geometria



espacial através do uso do software GeoGebra em sua versão 5.0.



1. GEOMETRIA ESPACIAL

Nossa experiência em ministrar de aulas de geometria na educação básica nos permite afirmar que esta é apresentada nas escolas como a parte da matemática que estuda espaços e formas. Em geral são feitas identificações de figuras e seus respectivos elementos, comparações entre eles e classificações mediante às peculiaridades apresentadas. Dante (2011, p.20) traz uma definição da geometria bastante pertinente ao contexto da abordagem escolar.

Tão importante quanto os números é a geometria que permite compreender os espaços, sua ocupação e medida, as superfícies e suas formas, regularidades e medidas, e as relações entre todas essas figuras geométricas. (Dante, 2011, p.20)

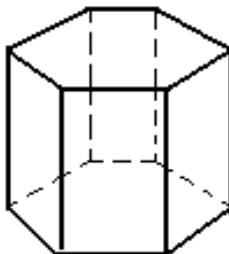
O grande nome envolvido no campo da geometria é o de Euclides. A ele atribuem o título de pai da geometria na história da matemática. O referido matemático escreveu a obra "Os Elementos", dividida em treze volumes. Os cinco primeiros abordam a geometria plana; os três seguintes enfocam os números; o próximo destaca a teoria das proporções; o sucessor tem como núcleo central os incomensuráveis; e os três finais discorrem sobre a geometria no espaço. Os Elementos de

Euclides trouxe contribuições para o ensino de geometria nas escolas que se aplicam até hoje.

Vamos abordar brevemente acerca dos sólidos geométricos mais comuns apresentados no conceito de geometria espacial durante a educação básica.

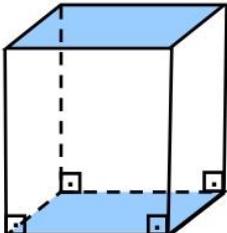
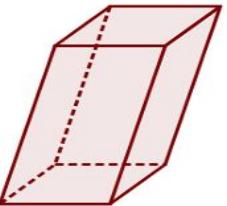
Prisma – Poliedro que possui duas bases congruentes (secções paralelas), faces laterais (paralelogramos), arestas e vértices. A natureza é dada conforme a base. Por exemplo, se a base for triangular, então a natureza do prisma também será triangular.

Prisma Regular



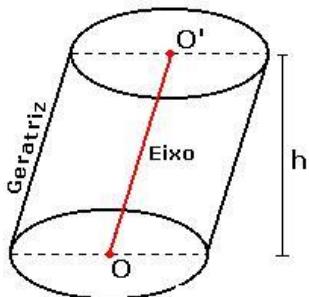
Prisma Regular Hexagonal

Um prisma regular é aquele cujas bases são polígonos regulares. No caso da figura ao lado temos um prisma cujas bases são hexágonos regulares.

<p>Prisma Reto</p>  <p>Prisma Quadrangular Reto ou Cubo</p>	<p>Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares (formam um ângulo de 90°) aos planos da base.</p>
<p>Prisma Oblíquo</p>  <p>Prisma Quadrangular Oblíquo</p>	<p>Um prisma é considerado oblíquo quando suas arestas laterais são oblíquas aos planos da base.</p>

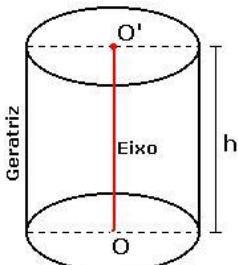
Cilindro – Sólido classificado como corpo redondo que possui duas bases circulares congruentes (em planos paralelos), geratriz e raio da base. Vejamos alguns exemplos:

Cilindro Oblíquo



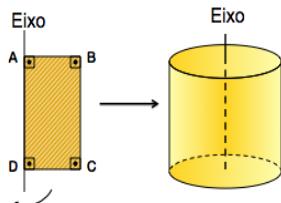
No cilindro oblíquo a geratriz é oblíqua ao plano da base.

Cilindro Reto



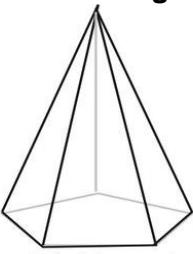
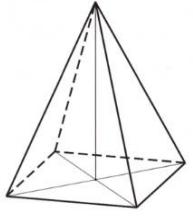
No cilindro reto temos que a geratriz é perpendicular ao plano da base.

Cilindro de Revolução

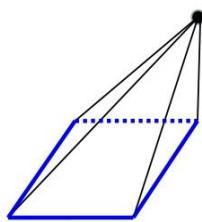


O cilindro de revolução é gerado a partir da rotação de regiões planas em torno de seu eixo de revolução.

Pirâmide – Poliedro como uma base (polígono convexo), faces laterais (triângulo), arestas e vértices. A natureza de uma pirâmide será dada de acordo com o polígono da base. Por exemplo, teremos uma pirâmide triangular se a base for um triângulo.

<p>Pirâmide Regular</p>  <p>Pirâmide Regular Pentagonal</p>	<p>Uma pirâmide é regular quando sua base representa um polígono regular. No caso da pirâmide ao lado a base é um pentágono regular.</p>
<p>Pirâmide Reta</p>  <p>Pirâmide Quadrangular Reta</p>	<p>Na pirâmide reta a projeção que une o vértice ao centro da base coincide com a altura da pirâmide.</p>

Pirâmide Oblíqua

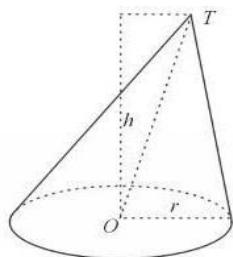


Pirâmide Quadrangular Oblíqua

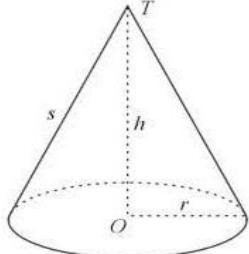
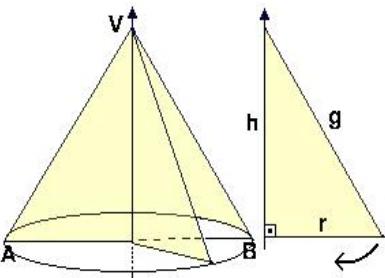
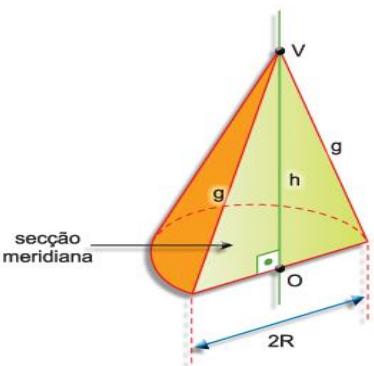
Na pirâmide oblíqua a projeção que une o vértice ao centro da base NÃO coincide com a altura da pirâmide.

Cone – Sólido classificado como corpo redondo. Possui uma base circular de centro O e raio r situado num plano qualquer, um ponto V fora desse plano. O cone reúne os segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra nos pontos do círculo. Temos assim:

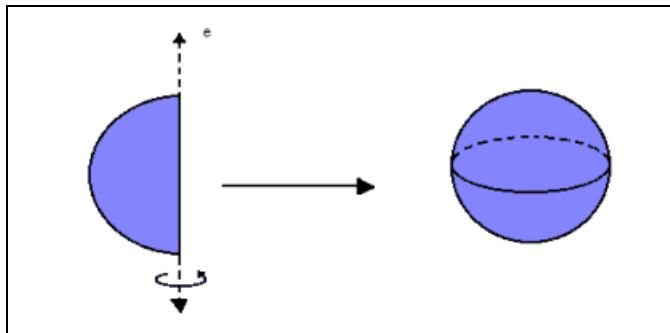
Cone Oblíquo

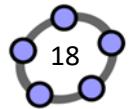


No cone oblíquo a projeção que une o vértice ao centro da base NÃO coincide com a altura do cone.

<p>Cone Reto</p> 	<p>No cone reto a projeção que une o vértice ao centro da base coincide com a altura do cone.</p>
<p>Cone de Revolução</p> 	<p>O cone de revolução é obtido ao girar um triângulo retângulo em torno do seu eixo de revolução.</p>
<p>Cone Equilátero</p> 	<p>No cone equilátero a secção meridiana é um triângulo equilátero, e por isso recebe esse nome.</p>

Esfera – Sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.





2. POR QUE ENSINAR GEOMETRIA ESPACIAL?

O ensino médio é a consolidação de uma etapa na vida do aluno, onde os conhecimentos alcançados são basilares para a formação social. Como professores devemos estar envolvidos nessa trajetória do estudante na posição de quem ensina com olhar de aprendiz.

Nossa posição em sala de aula representa mais do que alguém que incentiva, mas alguém que constrói, na ação pedagógica, diretrizes que estendam o conhecimento para além dos muros da escola, sem que se percam conteúdos e observando o sujeito inserido no mundo, almejando sempre o seu crescimento.

Por essa razão vale o incentivo ao ensino da geometria espacial. Na posição de professores é comum percebermos a dificuldade de muitos estudantes em distinguir características da geometria plana das características da geometria espacial. Por exemplo, não é difícil encontrarmos alunos identificando um cubo como um quadrado, uma pirâmide como um triângulo, ou uma esfera como um círculo.

O fato é que percebendo essa situação devemos agir de maneira a sanar essas dificuldades, levando ao estudante o

conhecimento que lhe cabe para a compreensão do assunto, o ensino da geometria espacial.

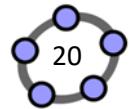
Podemos afirmar que o conhecimento da geometria tridimensional permite ao aluno fazer suas próprias reflexões sobre formas, posições e medidas. Além de concedê-lo a possibilidade de conhecer e aprofundar saberes científicos importantes para a formação plena de todo cidadão.

2.1. O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NAS ESCOLAS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são um conjunto de propostas que trazem sugestões, objetivos e fundamentação teórica dentro de cada área, com a intenção de subsidiar o trabalho docente nas escolas.

O PCN (BRASIL, 1998) de Matemática apresentam a geometria como um dos seus eixos estruturadores da disciplina de Matemática, reconhecendo sobretudo, sua importância no processo de formação e aprendizagem dos alunos da educação básica,

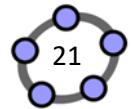
[...] a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p.122)



Os conteúdos de Geometria entre outros aspectos são considerados como tema importante, apontamos então a recomendação do desenvolvimento de conteúdos e habilidades no que se refere a geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos. (BRASIL,2006, p.125).

Além dos Parâmetros Curriculares, a Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro possui como referência o currículo básico, elaborado para orientar a abordagem dos conceitos no processo de ensino-aprendizagem. O documento visa estabelecer harmonia em uma rede de ensino múltipla e diversa, uma vez que propõe um ponto de partida mínimo (RIO DE JANEIRO, 2012).

O documento, disponível para acesso nos portais www.conexaoprofessor.rj.gov.br e www.educacao.rj.gov.br, serve como referência a todas as escolas do estado, apresentando as competências e habilidades que devem estar nos planos de curso e nas aulas. No que tange o ensino de geometria espacial, há competências primordiais como: compreender os conceitos primitivos da geometria espacial; relacionar diferentes poliedros



ou corpos redondos com suas planificações e identificar e nomear os poliedros regulares.

É possível afirmar a necessidade de salientar a aprendizagem da geometria espacial na educação básica, onde o estudante começa a compreender os aspectos espaciais do mundo físico, desenvolvendo uma intuição tridimensional e, mais tarde, seu pensamento lógico. Esse trajeto agrupa conceitos basilares para estudos mais avançados na universidade e, principalmente, para sua vida em sociedade.

2.2. APLICAÇÕES DA GEOMETRIA ESPACIAL

O conhecimento da geometria tridimensional nos permite fazer nossas próprias reflexões sobre formas, posições e medidas. Além de nos conceder a possibilidade de conhecer e aprofundar saberes científicos importantes para a formação plena de todo cidadão.

É possível identificar muitas profissões que utilizam conceitos geométricos tais como: arquitetura, astronomia, computação gráfica, corte e costura, coreógrafo, engenharia, entre outras. Vejamos:

Arquitetura:

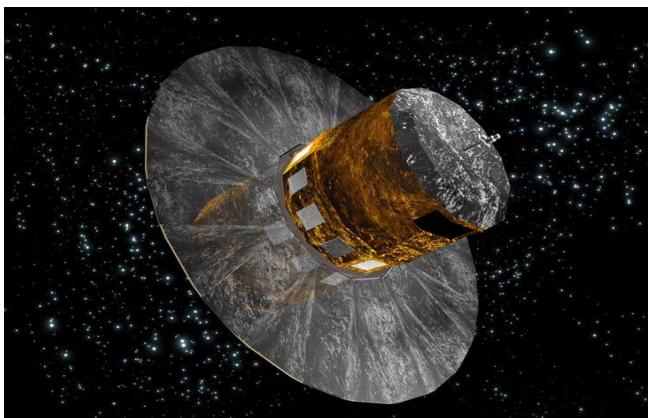
Congresso Nacional em Brasília, Distrito Federal
Obra de Oscar Niemeyer



Fonte: <https://www.archdaily.com.br/br/803043/classicos-da-arquitetura-congresso-nacional-oscar-niemeyer>

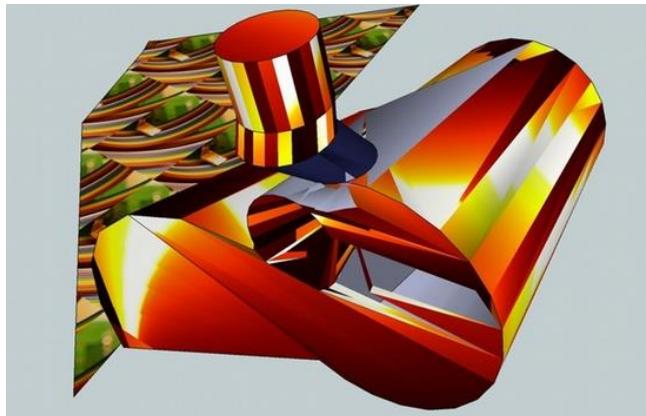
Astronomia:

Veículo Espacial, Gaia



Fonte: <http://sci.esa.int/gaia/40924-gaia-spacecraft/>

Computação e Designer Gráfico: Desenho Computacional



Fonte: https://loucosportecnologias.blogspot.com.br/2016_01_03_archive.html

Corte e Costura:

Utensílios de trabalho de corte e costura



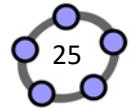
Fonte: https://scontent.cdninstagram.com/t51.2885-15/s320x320/e35/11386496_1685844118297415_1349686956_n.jpg

Coreografia:

Coreografia de Rodrigo Pederneiras, Parabelo



Fonte: <http://www.grupocorpo.com.br/obras/parabelo>



Percebemos a importância da Geometria tanto sob o ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento. Existem objetos presentes no cotidiano que exigem um pensamento elaborado da Geometria para que sejam identificados e compreendidos. Por exemplo:

Enfeites de casa (Prisma)



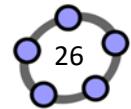
Fonte: <https://loucosportecnologias.blogspot.com.br/2016/11/geometria-espacial-solidos.html>

Casquinha de sorvete (Cone)



Fonte:

<http://nonomatematica.blogspot.com.br/2014/12/o-cone.html>



Bola de futebol (Esfera)



Fonte: <https://oglobo.globo.com/esportes/bolas-dos-campeonatos-estaduais>

Lata de leite (Cilindro)



Fonte: <http://inspiresuafesta.com/pote-de-doces-feito-com-lata-de-leite-lembrancinha/>

Museo da Grelha e a **pirâmide** de vidro, Paris



Fonte: <https://pt.dreamstime.com/fotos-de-stock-museu-da-grelha-e-pir%C3%A2mide-de-vidro-3-image24713533>

3. GEOMETRIA ESPACIAL E GEOGEBRA 3D

A Geometria espacial estuda as figuras geométricas no espaço. Entendemos espaço como um lugar onde podemos encontrar todas as propriedades geométricas em mais de duas dimensões. A geometria espacial sendo composta por três dimensões requer uma visualização clara e evidente para que não haja dúvidas acerca da figura apresentada. Sendo assim, é de fundamental importância a utilização de um software que permite trabalhar com essa perspectiva.

O GeoGebra 3D permite a construção de sólidos espaciais e possui ferramentas que ajudam o usuário na sua utilização como legenda, e a janela de visualização tridimensional, 3D. Esses aspectos contribuem para a escolha do software como recurso tecnológico na abordagem da geometria espacial.

3.1. POR QUE USAR O GEOGEBRA 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL?

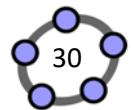
De modo geral, o aluno nem sempre reconhece a importância de saber conceitos geométricos, e muitas vezes, por

não compreender os conceitos geométricos, suas formas, propriedades, a relevância desse aprendizado para a vida em sociedade, o estudante não demonstra interesse pelo assunto. A ideia de apresentar tais conceitos utilizando uma abordagem mais dinâmica e clara chega com a intenção de despertar esse interesse, de forma que eles aprendam significativamente.

Nesse contexto, surge o pensamento de agregar uma ferramenta tecnológica, o GeoGebra 3D. O GeoGebra é um *software* educativo gratuito voltado para o ensino e aprendizagem de matemática, e por ser um aplicativo de linguagem acessível é recomendado para todos os níveis de ensino.

Criado por Markus Hohenwarter em 2001, na Universitat Salzburg (Áustria), o GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. As apresentações destas possibilidades estão disponíveis em <http://www.geogebra.org>.

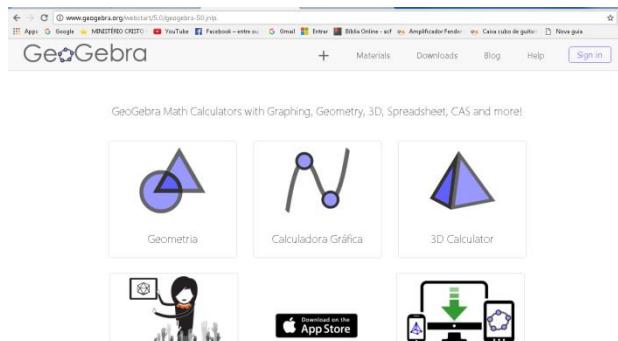
Em 2014 o software recebeu uma nova versão, chamada Beta. O GeoGebra 3D, Beta, versão 5.0 veio com a ideia de trabalhar a geometria tridimensional, e permite a criação e interação de objetos em coordenadas (x,y,z), tais como pontos, linhas, polígonos, esferas e poliedros. É possível executar o download e instalação do software em www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp.



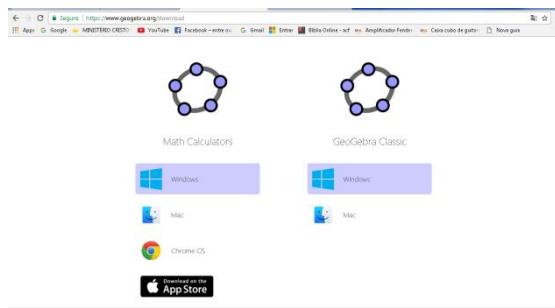
O programa permite gerar sólidos de revolução a partir da janela 3D. É possível construir sólidos espaciais, como prismas, pirâmides, cones, esferas e outros.

3.2. GEOGEBRA 3D: ELEMENTOS

Para realizar o download e instalar o programa em seu computador basta acessar o endereço do GeoGebra: www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp. Será aberta a página a seguir e então basta clicar em download.



Após clicar em download haverá opção para instalação no sistema operacional do seu computador: Windows XP, Windows Vista, Windows 8, Windows 7, Windows 10, ou Mac. Clique no sistema do seu computador e o programa apresentará uma tela para salvar o software no seu aparelho. Basta aceitar e já estará pronto para uso.

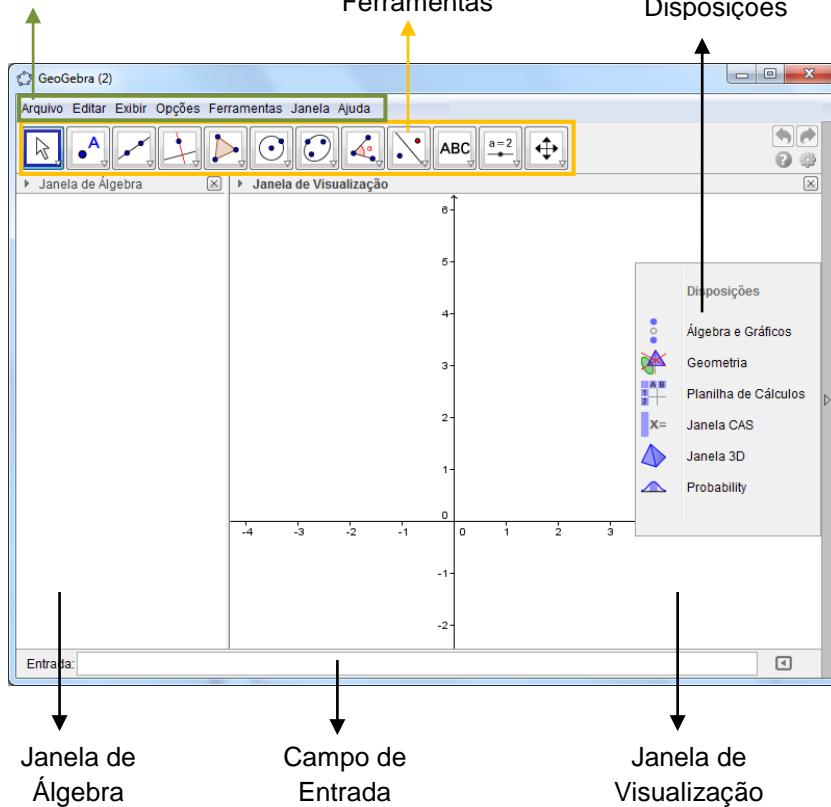


Apresentamos a seguir a figura que representa a tela inicial do GeoGebra 5.0

Barra de
Menu

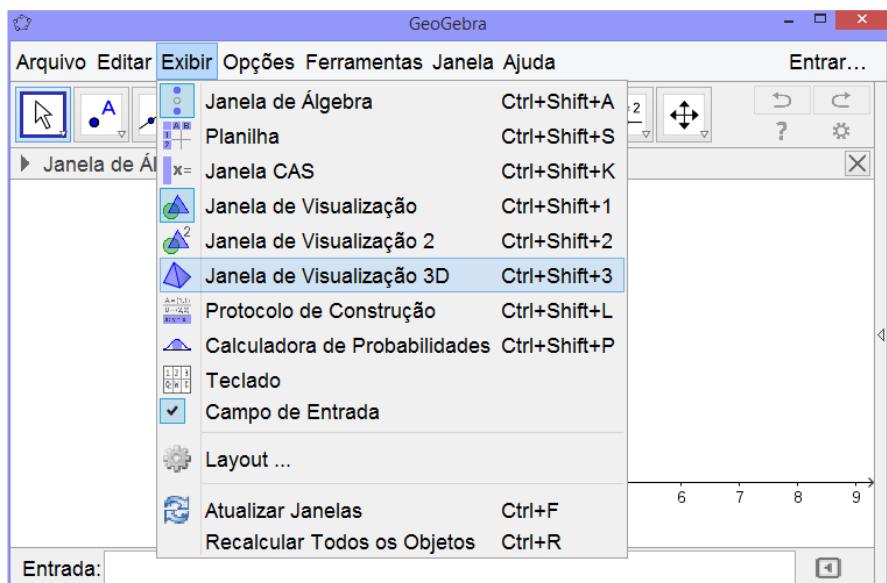
Barra de
Ferramentas

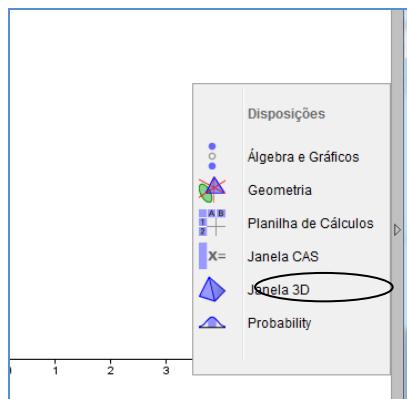
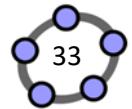
Janela de
Disposições



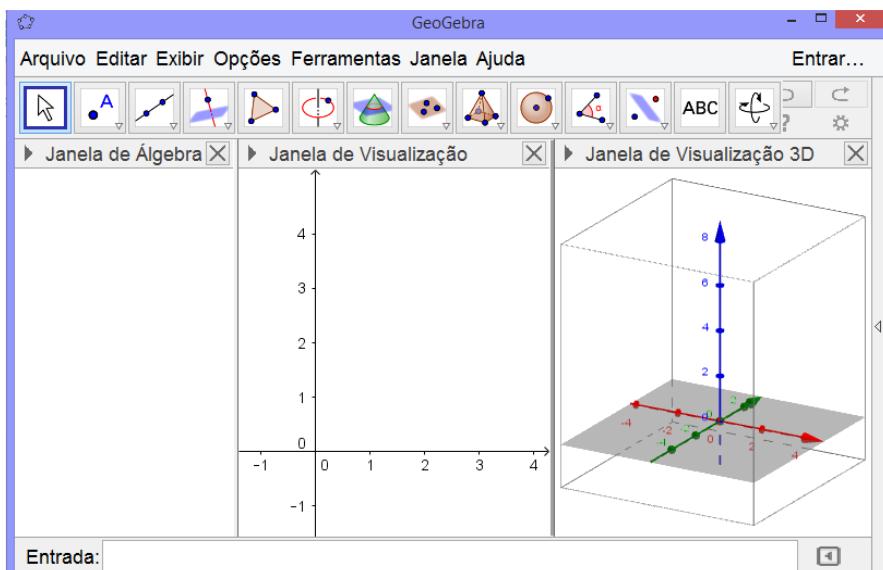
Um dos diferenciais do GeoGebra em relação aos outros softwares de Geometria Dinâmica é o fato de se poder acessar as funções, tanto pelos botões na Barra de Ferramentas quanto pelo Campo de Entrada. Além de ser possível alterar as propriedades dos objetos construídos através da Janela da Álgebra, assim como por algumas ferramentas no Botão Direito do Mouse.

O software também permite três janelas de visualização. Clicando com o botão esquerdo do mouse sobre o ícone EXIBIR aparecerá a opção Janela de Visualização 3D, que também pode ser obtida pressionando as teclas Ctrl+Shift+3, ou até mesmo na Janela de Disposições no canto direito da tela inicial.

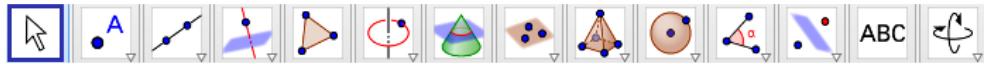




Temos a seguir a figura da tela do GeoGebra com 3 janelas de visualização.



A Barra de Ferramentas 3D:



A seguir apresentamos a descrição dos principais botões da Barra de Ferramentas 3D

 **Ponto:** clicamos primeiro no ícone e depois na janela geométrica. Quando movimentado, as coordenadas do ponto aparecem na janela algébrica, se ela estiver ativada. Já na janela 3D, selecionando esta ferramenta, o ponto só será marcado sobre o plano xy ou sobre o eixo z. Para que o ponto seja marcado fora do plano xy ou fora do eixo z, é necessário criar um ponto sobre o eixo xy, dar um clique com o botão esquerdo do mouse sobre o ponto para alterar o seu deslocamento.

 **Ponto em Objeto:** clicando nesta ferramenta, o ponto será marcado sobre um objeto, seja ele um plano, um poliedro ou um corpo redondo.

 **Interseção de dois objetos:** selecionando-se dois objetos, os pontos de interseção serão marcados. A outra opção é clicar na interseção dos objetos, mas neste caso somente este ponto será marcado.

 **Ponto médio ou centro:** Para utilizar esta ferramenta, clicamos em: dois pontos para encontrar o ponto médio; ou em um segmento para encontrar seu ponto médio.

 **Reta definida por dois pontos:** tendo dois pontos, clicamos neste botão e nos pontos dados para construir a reta.

 **Segmento definido por dois pontos:** selecionamos *dois* pontos que determinam as extremidades do segmento, na janela algébrica temos a sua medida.

 **Reta perpendicular a um plano:** selecionamos *um* ponto e, em seguida, *um* plano. Dessa forma, constrói-se *uma* reta perpendicular ao plano, passando pelo ponto marcado.

 **Reta paralela:** análogo a anterior.

 **Círculo definido pelo centro e um de seus pontos:** Marcando-se *um* ponto *A* e *outro* *B*, marcas e o círculo com centro em *A*, passando por *B*.

 **Círculo dados centro e raio:** Marca-se o centro *A* e digita-se a medida desejada para o raio, em uma janela que aparece automaticamente.

 **Intersecção de duas superfícies:** após selecionar essa ferramenta, basta clicar em *um* plano e em faces de poliedros ou em *um* plano e *um* corpo redondo. Dessa forma, será marcada a curva de intersecção entre tais superfícies.

 **Plano passando por três pontos:** marcando-se *três* pontos, determina-se *um* plano contendo-os.

 **Plano Perpendicular:** Clicando-se em *um* ponto e, em seguida, em *uma* reta, constrói-se *um* plano perpendicular à reta, passando pelo ponto.

 **Plano Paralelo:** clicando-se em *um* plano e em *um* ponto *fora* dele, constrói-se *um* planoparalelo ao plano considerado, passando pelo referido ponto.



Prisma: para construir o prisma, primeiro é necessário definir o polígono da base e a altura. Clica-se no polígono da base e, em seguida, no ponto que define a altura.



Cone: selecione esta ferramenta e marque dois pontos quaisquer. O primeiro definirá o centro do círculo da base e o segundo definirá o vértice do cone. A seguir, uma janela se abrirá solicitando o valor do raio.



Cilindro: selecione esta ferramenta e marque dois pontos quaisquer. O primeiro definirá o centro dos círculos das bases e o segundo definirá a altura do cilindro. A seguir, uma janela se abrirá solicitando o valor do raio.



Cubo: selecione esta ferramenta e marque dois pontos quaisquer.



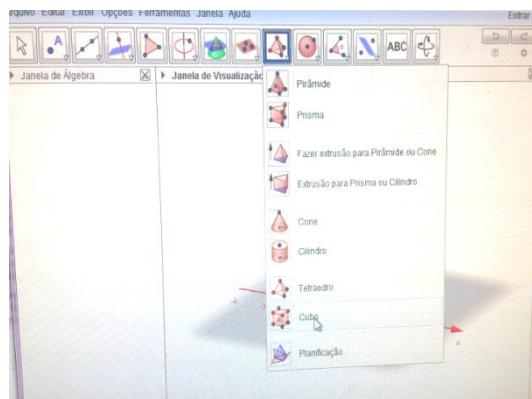
Esfera dados Centro e um de seus Pontos: selecione esta ferramenta e clique em um ponto qualquer. Em seguida, arraste o mouse até um outro ponto desejado.



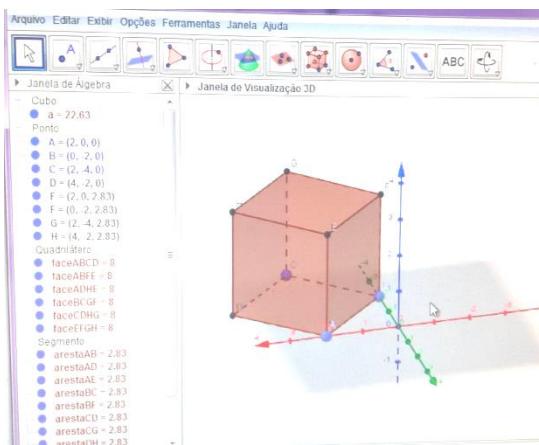
Girar Janela de Visualização 3D – Esta ferramenta permite girar toda a janela de visualização 3D. Para tanto, é preciso manter pressionado o botão esquerdo do mouse e arrastar o cursor pela tela.

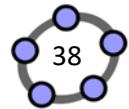
Por exemplo, vamos criar um cubo:

1. Inicie o **GeoGebra** versão beta 5.0
2. Abra a janela 3D grapher (essa é a janela de visualização 3D)



3. No menu exibir clique no desenho da pirâmide e selecione o plano referente ao cubo
4. Selecione dois pontos no plano (esses dois pontos irão estabelecer a medida da aresta do cubo).
5. Assim o cubo será definido com suas respectivas faces e arestas.





Acreditamos que a utilização do GeoGebra 3D no ensino de geometria espacial é muito positiva exatamente nesse aspecto de construir sólidos de revolução. O aluno consegue observar o sólido em movimento na tela, observando suas propriedades em geral. Essa situação possibilita ao estudante explorar, conjecturar e investigar conhecimentos geométricos tridimensionais.

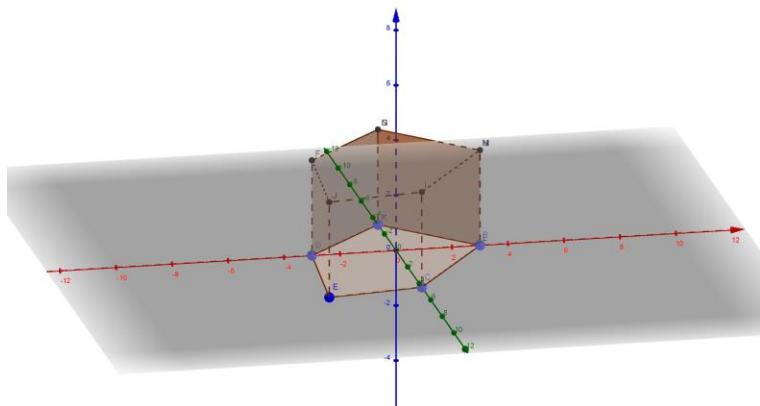
4. ATIVIDADES

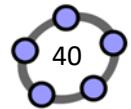
As soluções das questões abaixo devem ser dadas preferencialmente com o uso do software GeoGebra 5.0.

1. Um prisma será triangular, quadrangular, pentagonal, etc., conforme a base for um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc. Construa um prisma com 7 faces e nomeie sua natureza.

Objetivo: mostrar para o aluno que a nomenclatura do prisma depende do polígono da base.

Solução:

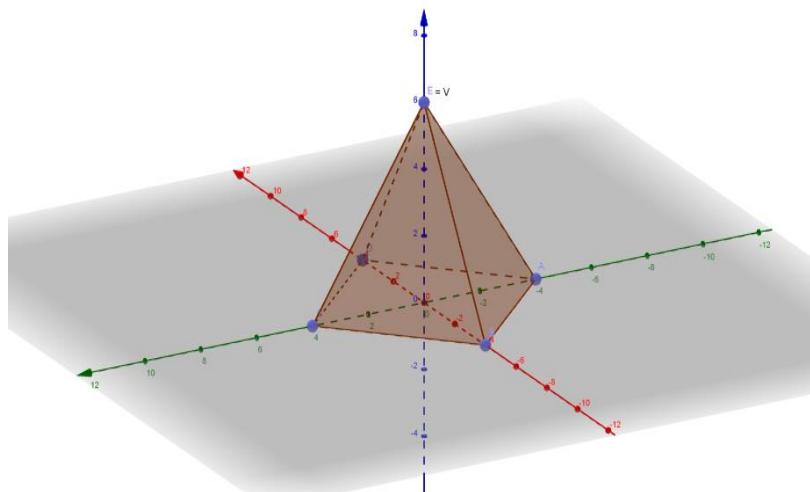




2. Considerando um polígono convexo (região poligonal convexa) situado num plano α e um ponto V fora de α . Chama-se pirâmide à reunião dos segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos do polígono. Construa uma pirâmide de acordo com a definição dada.

Objetivo: Levar o aluno a identificar ao desenho de uma pirâmide por meio de sua definição.

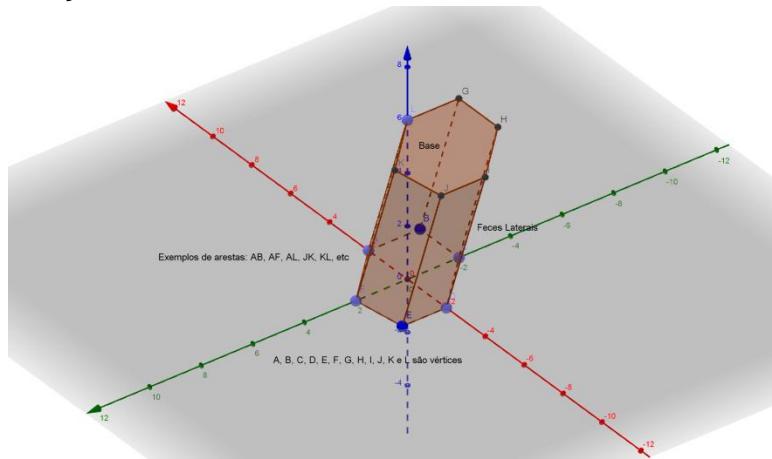
Solução:



3. Desenvolva um prisma e identifique seus elementos: bases, faces laterais, arestas e vértices.

Objetivo: Levar o aluno a reconhecer os elementos de um prisma.

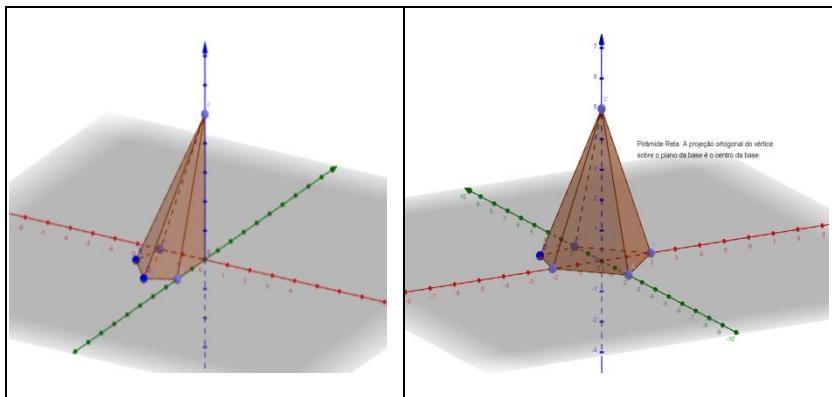
Solução:



4. Uma pirâmide oblíqua é aquela cujas arestas são oblíquas ao plano da base. Represente uma pirâmide oblíqua e outra reta.

Objetivo: Mostrar ao aluno a diferença entre uma pirâmide oblíqua e reta.

Solução:

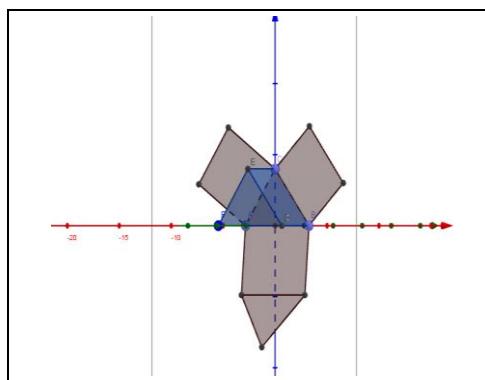


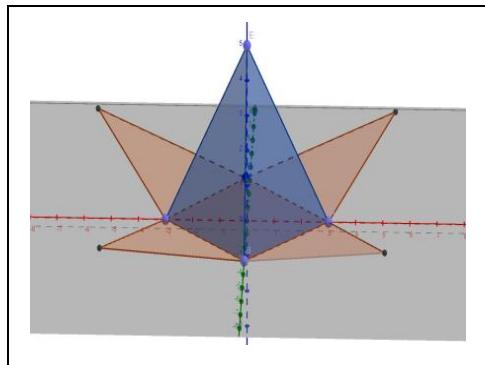
5. Represente a planificação de um prisma e de uma pirâmide.

Objetivos:

- Levar o aluno a identificar a planificação de um prisma;
- Levar o aluno a identificar a planificação de uma pirâmide.

Solução:

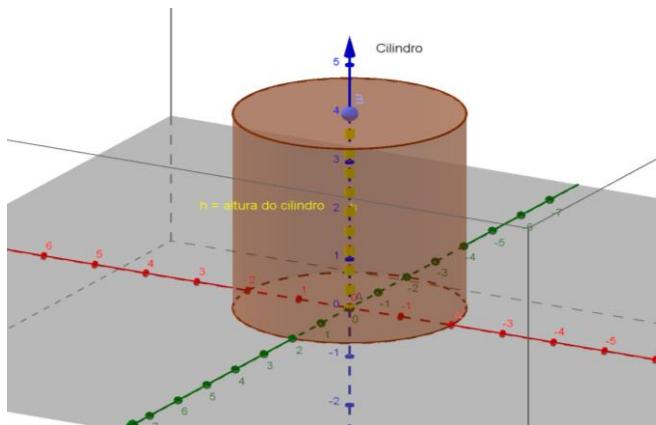




6. A altura de um cilindro é a distância h entre os planos das bases. Represente a altura de um cilindro.

Objetivo: Conduzir o aluno na identificação da altura de um cilindro.

Solução:

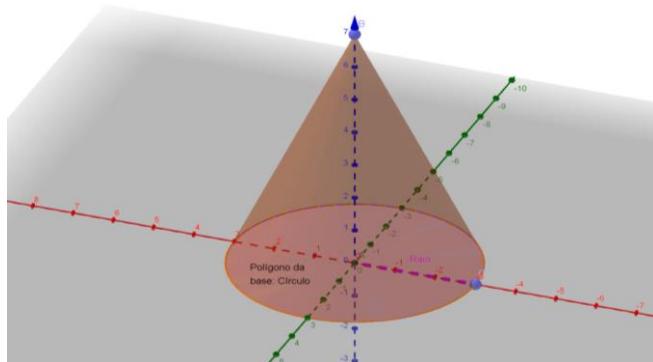


7. Construa um cone reto e identifique o polígono e o raio da base.

Objetivos:

- Mostrar ao aluno o polígono que representa a base de um cone;
- Levar o aluno a identificar o raio da base de um cone.

Solução:

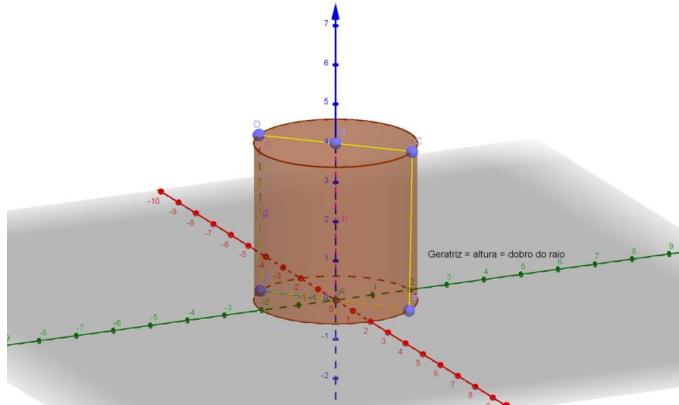


8. Um cilindro é equilátero quando a secção meridiana é um quadrado. Construa um cilindro equilátero, evidenciando a conclusão devida quanto à geratriz.

Objetivos:

Mostrar ao aluno quando um cilindro é considerado equilátero.

Solução:

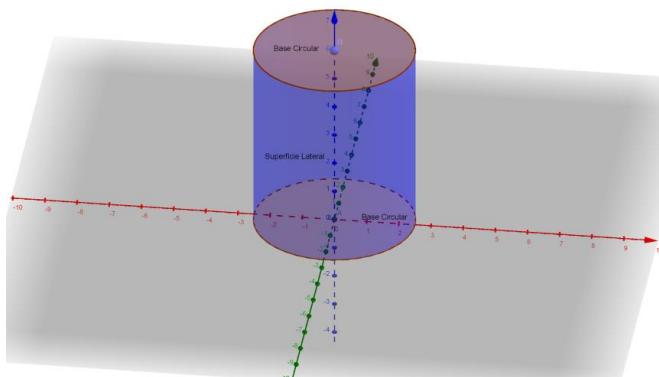


9. Desenvolva um cilindro e identifique a superfície lateral e suas bases.

Objetivos:

Levar o aluno a identificar os elementos de um cilindro.

Solução:

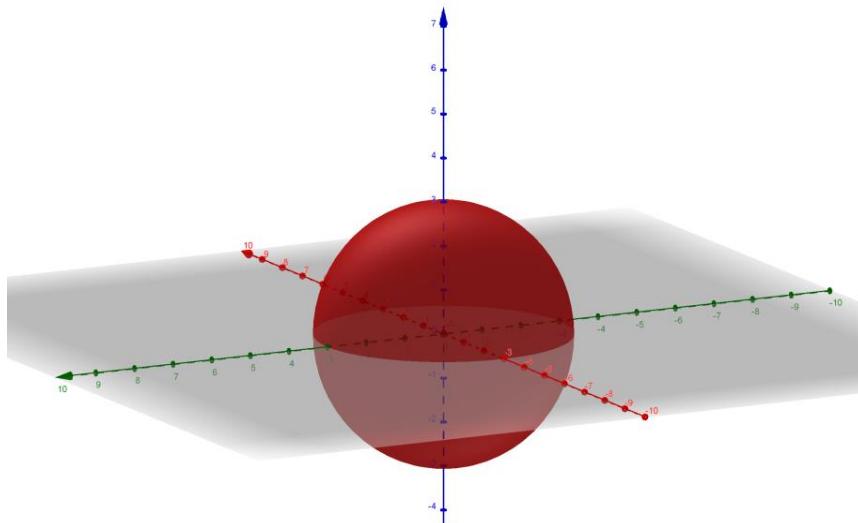


10. Chama-se esfera de centro O e raio r ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a distância OP seja menor ou igual a r . Construa uma esfera sabendo que o centro C é $(0,0)$ e o raio equivalente a 3.

Objetivos:

Levar o aluno a construir uma esfera através de sua definição.

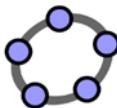
Solução:



5. SUGESTÃO DE ATIVIDADES

- I. Construa, com recursos 2D, um pentágono regular. Depois, usando o polígono como base, construa prisma e pirâmide de base pentagonal. Explore as planificações destes sólidos.
- II. Construir um círculo, e usá-lo na janela 3D como base de um cone. Em seguida, construa um cilindro contendo o cone.
- III. Construir um círculo, e usá-lo na janela 3D como base de um cone. Em seguida, construa uma esfera inscrita no cone.
- IV. Construa um cubo e usando seus vértices construa retas concorrentes, retas perpendiculares e retas paralelas.
- V. Construa uma pirâmide regular de altura 7 com base um hexágono de lado 3.





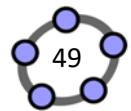
CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos na importância de verificar a situação que permite conceder tarefa ao aprendiz, observando a maneira como ele seleciona e transforma a informação dada, constrói hipóteses e toma decisões, contando com uma estrutura cognitiva para assim o fazer.

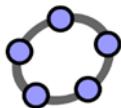
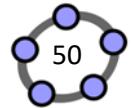
Quanto à utilização do software GeoGebra 5.0 na abordagem da geometria espacial, vale registrar a autonomia na construção dos sólidos e sua identificação peculiar. Aos profissionais do ensino vale o incentivo à promoção dessa autonomia estudantil, tendo em vista seu proveito no significado e na organização das experiências que permitem ao indivíduo ultrapassar o significado da informação.

Acreditamos que este livreto poderá ser direcionado a todos os profissionais da educação, em especial, os professores de matemática que acreditam que através de um processo pedagógico dinâmico na abordagem da geometria espacial é possível auxiliar o aluno a construir uma base de conhecimento essencial à sua formação intelectual, profissional e social.

Em conclusão, é relevante a situação na qual o professor em sala de aula construa na ação pedagógica, diretrizes que estendam o conhecimento para além dos muros da escola, sem



que se percam conteúdos e observando o sujeito inserido no mundo, almejando sempre o seu crescimento.



REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Fundamental, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio, 2006.

DANTE, L. R..**Matemática: contexto e aplicações.** São Paulo: Ática, 2011.

DOLCE, O. POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar - Geometria espacial posição e métrica.** Editora Atual, volume 10. 2001

RIO DE JANEIRO, Secretaria de Estado e Planejamento da Educação do Rio de Janeiro.**Curriculo Básico:** Matemática. 2012. Disponível em: <<http://www.conexaoescola.rj.gov.br/curriculo-basico/matematica>> Acesso em 26jun17.

SOBRE OS AUTORES



Quezia da Silva cursou a graduação de licenciatura em matemática pelo Centro Universitário Uniabeu, pós graduada em novas tecnologias no ensino de matemática na Universidade Federal Fluminense de Niterói e mestrandona Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Universidade do Grande Rio. Atualmente é professora na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro atuando como regente de turmas nos anos finais do ensino fundamental bem como nas turmas do ensino médio.



Eline das Flores Victer possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Mestrado e Doutorado em Modelagem Computacional pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Atualmente é docente do Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica da Unigranrio (PPGEC).