

NEM TUDO É POR

$$-b \pm \sqrt{BHASKARA} \over 2a$$

Uma abordagem Histórica



Telma Fidelis Fragoso da Silva
Eline das Flores Victer

NEM TUDO É POR

$$\frac{-b \pm \sqrt{BHASKARA}}{2a}$$

Uma abordagem Histórica

Roteiro: Telma Fidelis Fragoso da Silva
Eline das Flores Victer

Ilustrações: Lucas Barbosa da Silva

Permitida a reprodução total ou parcial, desde que os autores sejam citados.

CATALOGAÇÃO NA FONTE
NÚCLEO DE COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECAS - UNIGRANRIO

9549 Silva, Telma Fidelis Fragoso da

Nem tudo é por Bhaskara: Uma Abordagem Histórica/
Telma Fidelis Fragoso da Silva , Eline das Flores Victer. – Duque de
Caxias, RJ: Editora Unigranrio, 2017.

70 p.: il.

Inclui Referências
ISBN: 978-85-9549-037-6

Este trabalho foi produzido no âmbito do Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO, no curso de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica e foi Avaliado pela Banca Examinadora:

Ângelo dos Santos Siqueira– UNIGRANRIO
Jacqueline de Cassia Pinheiro Lima– UNIGRANRIO
Evelyse dos Santos Lemos – FIOCRUZ

**TELMA FIDELIS FRAGOSO DA SILVA
ELINE DAS FLORES VICTER**

NEM TUDO É POR BHASKARA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA

1^a Edição

**Duque de Caxias
Editora Unigranrio
2017**

SOBRE A HISTÓRIA EM QUADRINHOS

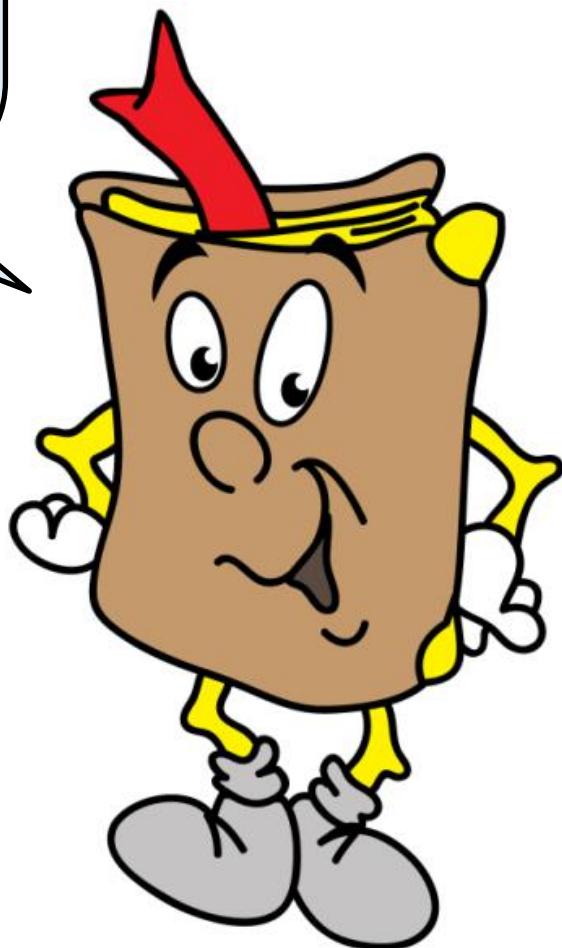
OI!!! ESSA HISTÓRIA EM QUADRINHOS PODE SER UTILIZADO COMO UM MATERIAL INSTRUCIONAL POIS É UM PRODUTO EDUCACIONAL DESENVOLVIDO DURANTE A PESQUISA NEM TUDO É POR BHASKARA: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DA HISTÓRIA EM QUADRINHOS PARA O ENSINO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU DO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS DA UNIGRANRIO.

LEGAL NÉ!?!?



CONVIDAMOS VOCÊS A
CONHECER A EQUAÇÃO DO
SEGUNDO GRAU DE UMA
FORMA DIFERENTE!!

ENTÃO... BOA DIVERSÃO!!!



MAIORES INFORMAÇÕES SOBRE COMO UTILIZAR A HISTÓRIA EM QUADRINHOS EM SALA DE AULA, ACESSSE O SITE DO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS DA UNIGRANRIO E ACESSSE A DISSERTAÇÃO NA INTEGRA. <http://w2.portais.atrio.scire.net.br/unigranrio-ppgec/index.php/pt/>

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO	11
CAPÍTULO 1	13
EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU??	
CAPÍTULO 2	19
A RECEITA BABILONICA	
CAPÍTULO 3	25
EUCLIDES DE ALEXANDRIA... QUEM!?!?	
CAPÍTULO 4	31
“ADAD, JIDHR E MAL” O QUE TEM HAVER COM EQUAÇÃO?	
CAPÍTULO 5	35
POR ONDE ANDA BHASKARA?	
CAPÍTULO 6	43
DEFININDO OS COEFICIENTES	
CAPÍTULO 7	49
$-b \pm \sqrt{b^2 - 4}$... MAIS O QUÊ MESMO??	
CAPÍTULO 8	53
MAS PORQUE FÓRMULA DE BHASKARA?	

ÍNDICE

CAPÍTULO 9	57
USANDO A FÓRMULA DE BHASKARA	
CAPÍTULO 10	63
EQUAÇÃO NO DIA-A-DIA É POSSÍVEL?	
REFERÊNCIAS	69

APRESENTAÇÃO

OLÁ!!! EU SOU O NOAH E JUNTO COM OS MEUS PRIMOS MARIA CLARA E LUCCA QUEREMOS MOSTRAR À VOCÊ ALGO BEM INTERESSANTE.

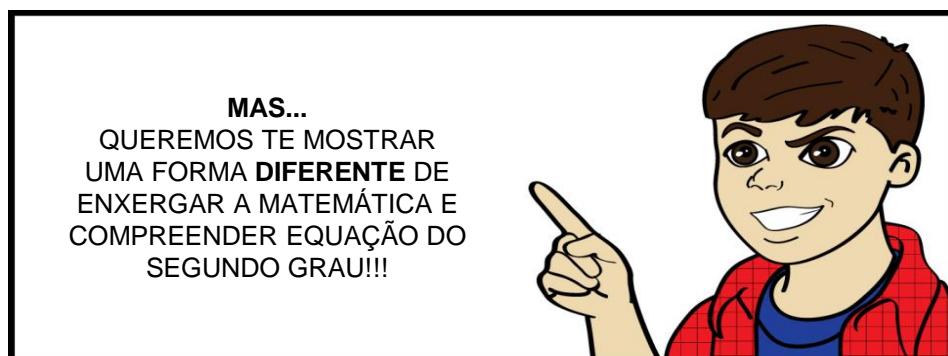
EU AMO MATEMÁTICA!!!

MAS SOU CURIOSO E GOSTO MUITO DE DESCOBRIR COMO TUDO SURGIU...



ENTÃO VAMOS DE MOSTRAR O QUE DESCOBRIMOS SOBRE EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU E A TAL FÓRMULA DE BHASKARA

DESCOBRIMOS QUE NEM TUDO SE RESOLVE POR BHASKARA...



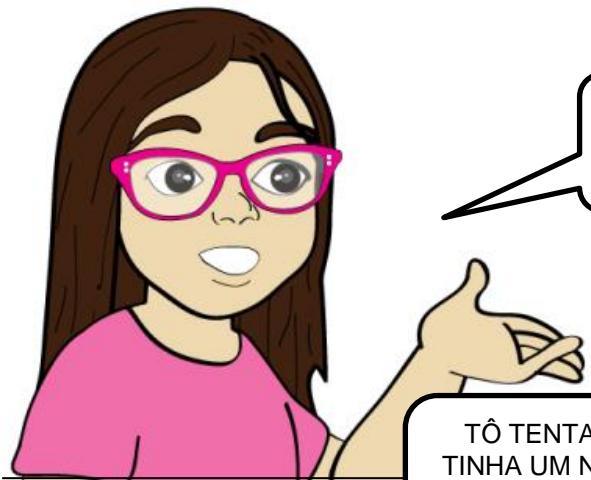
TUDO COMEÇOU NA SALA DE AULA....

CAPÍTULO 1

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU??

EM UM DIA NA SALA DE AULA...





MAS VOCÊ LEMBRA COMO
ERA ESSA FÓRMULA????

TÔ TENTANDO LEMBRAR...
TINHA UM NOME ESTRANHO...
LEMBRE!!!!
FÓRMULA DE BHASKARA!!!



BHASKARA?!



ISSO!!!!
DEVE SER O NOME DE
QUEM INVENTOU A
FÓRMULA



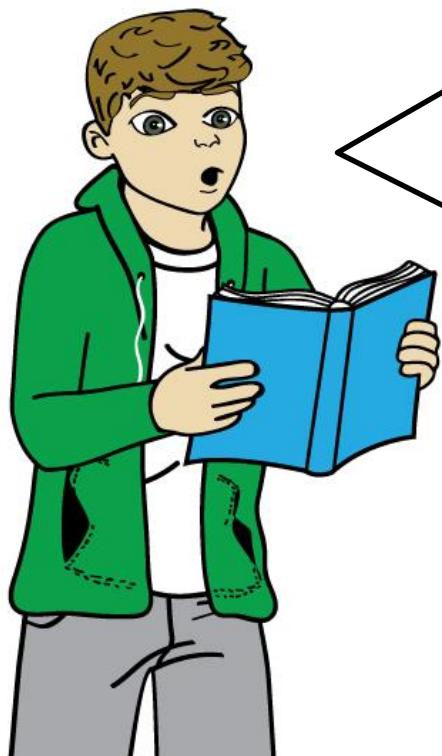


VAMOS PESQUISAR SOBRE
ESSE TAL DE BHASKARA E
SOBRE ESSA EQUAÇÃO
BIBLIOTECA?

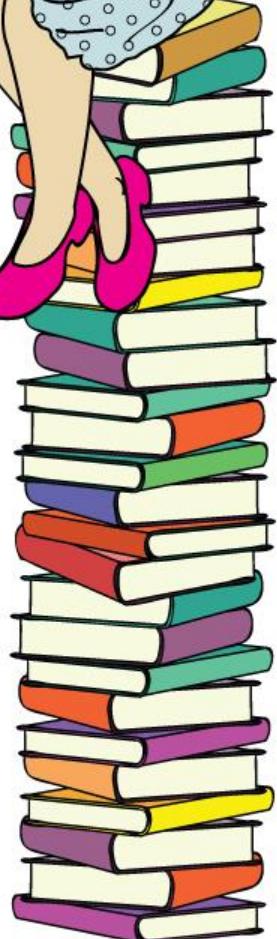
SIM

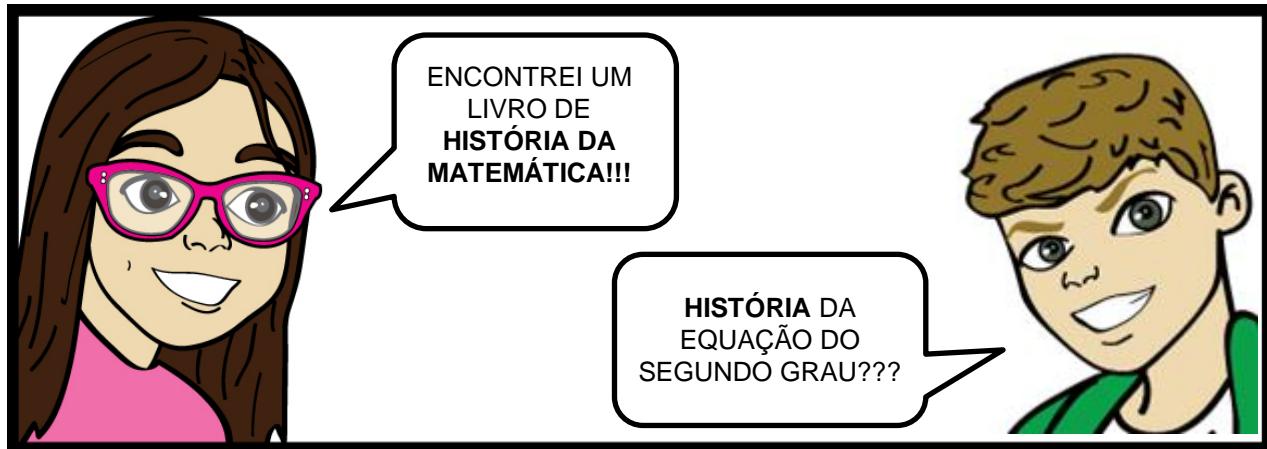


TEM MUITOS LIVROS, ESTOU OLHANDO ALGUNS,
PROCURANDO ENTENDER
EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU...
BHASKARA...

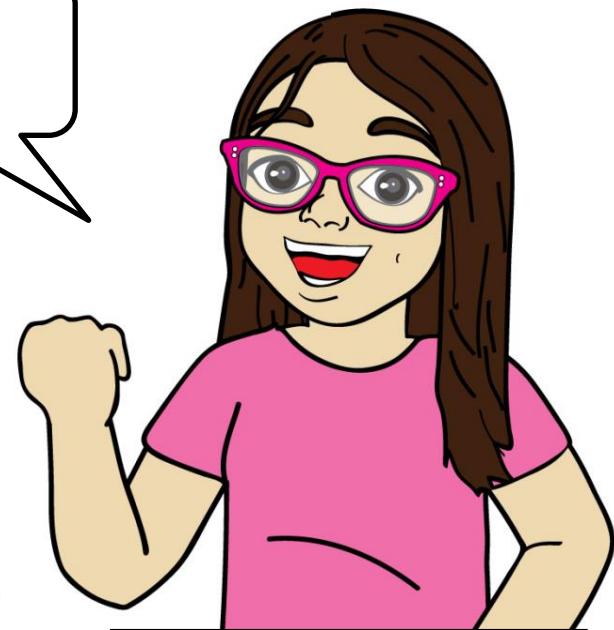


VOCÊ ENCONTROU
UMA **EXPLICAÇÃO** E
A TAL **FÓRMULA**!?!
ACONTECEU A
MESMA COISA
COMIGO.
PROCURE VOCÊ
TAMBÉM... E VAI
PERCEBER QUE
TEM POUCAS
FIGURAS, POUCA
HISTÓRIA E UMA
FÓRMULA COM
APARÊNCIA BEM
COMPLICADA!





VAMOS LER
JUNTOS!!!!



YEAH!!

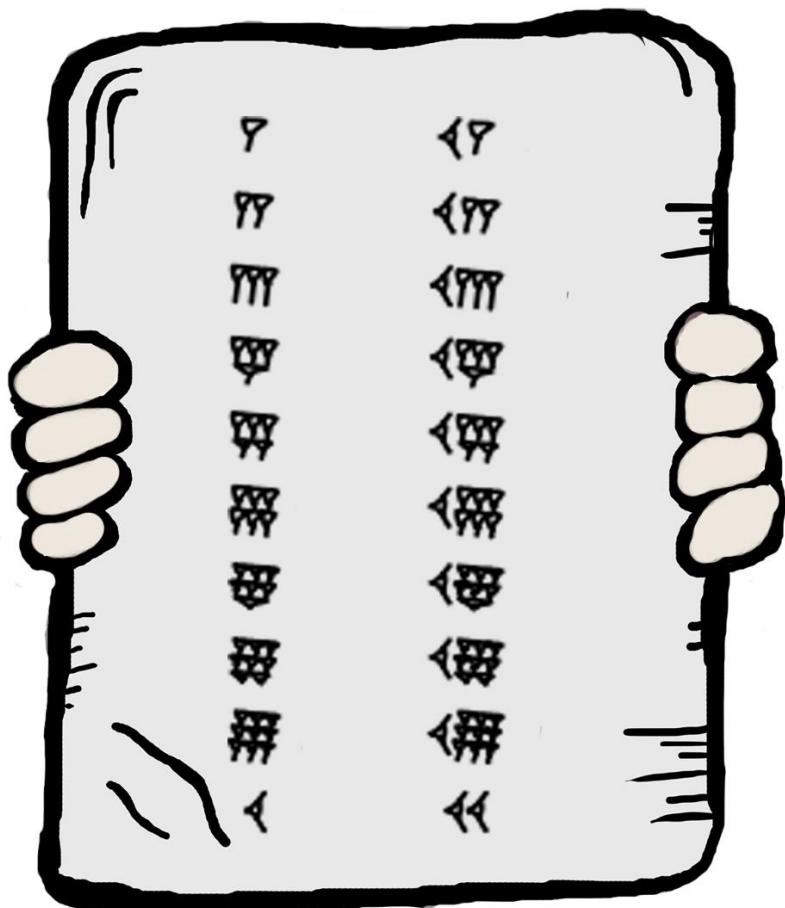


VAMOS INICIAR NOSSA VIAGEM NO TEMPO ...
E JUNTOS ENCARRAR
A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU!!!

CAPÍTULO 2

A RECEITA BABILÔNICA

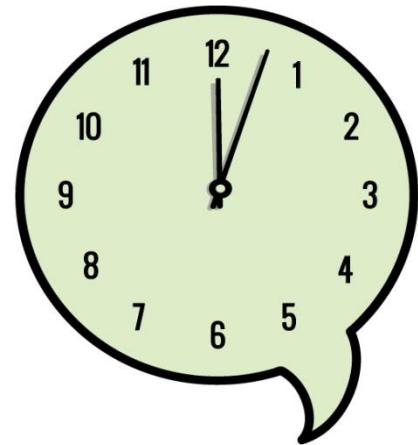
O COMEÇO COM OS ESCRIBAS...



OS BABILÔNIOS, DO PRIMEIRO IMPÉRIO MESOPOTÂMICO, DE 1.800 A 1.600 A.C., USAVAM COMO SUPORTE PARA SUA ESCRITA PLACAS DE ARGILA, QUE ERAM MARCADAS COM ESTILETE E, EM SEGUIDA, ERAM COZIDAS OU SECAS AO SOL PARA AUMENTAR SUA DURABILIDADE, AS PLACAS TINHAM PROCEDIMENTOS, COMO SE FOSSEM **EXERCÍCIOS RESOLVIDOS** E CORRESPONDIAM A **PROBLEMAS** QUE TRATARÍAMOS HOJE POR MEIO DE **EQUAÇÕES**.

OS BABILÔNIOS USAVAM A BASE 60 COMO SISTEMA NUMÉRICO,
CHAMADO DE SISTEMA SEXAGESIMAL.

VOCÊ SABE ONDE UTILIZAMOS O MESMO TIPO DE SISTEMA?



#segueadica

NOSSAS HORAS, MINUTOS E
SEGUNDOS ESTÃO NO SISTEMA
SEXAGESIMAL.



De  no exemplo...

QUANDO BUSCAMOS O VALOR EM SEGUNDOS DE
1H 4MIN 23S, PRECISAMOS CALCULAR:

$$1 \times 3.600 + 4 \times 60 + 23 = \\ 6.023s$$

OS ESCRIBAS DEDICAVAM-SE AO ENSINO DA MATEMÁTICA E DAVAM A SOLUÇÃO AOS PROBLEMAS DE FORMA RETÓRICA, ATRAVÉS DE UMA “RECEITA”.

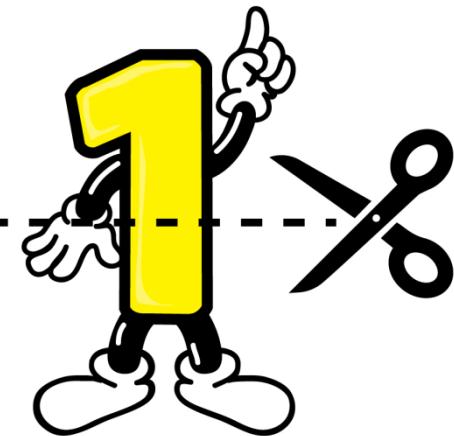


A “RECEITA MATEMÁTICA” PARA ESSE PROBLEMA É: TOME A METADE DE UM E MULTIPLIQUE POR ELA MESMA. SOME O RESULTADO A 870. OBTÉM-SE UM QUADRADO CUJO LADO SOMADO À METADE DE 1 VAI DAR O LADO DO QUADRADO PROCURADO.



HOJE, EXPRESSAMOS ESTE PROBLEMA ATRAVÉS DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU:

$$x^2 - x = 870$$



DEIXANDO ASSIM O PROBLEMA COM UMA CARA MAIS AMIGÁVEL. VAMOS RESOLVER PASSO A PASSO:

1º) TOME A METADE DE 1 (COEFICIENTE DE X)

$$1 \div 2 = 0,5$$

2º) MULTIPLIQUE O RESULTADO POR ELE MESMO

$$0,5 \times 0,5 = 0,25$$

3º) SOME O RESULTADO A 870

$$0,25 + 870 = 870,25$$

4º) OBTÉM-SE UM QUADRADO

JÁ SEI!!!
BASTA TIRAMOS A RAIZ
QUADRADA... ENTÃO!

$$\sqrt{870,25} = 29,5$$

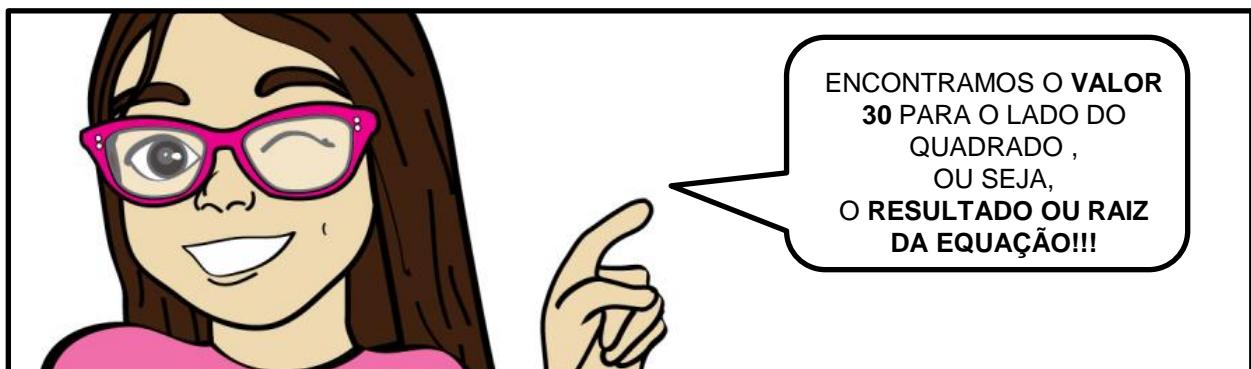


5º) SOMA-SE O QUADRADO ENCONTRADO A METADE DO LADO

$$29,5 + 0,5 = 30$$



$$L = 30$$



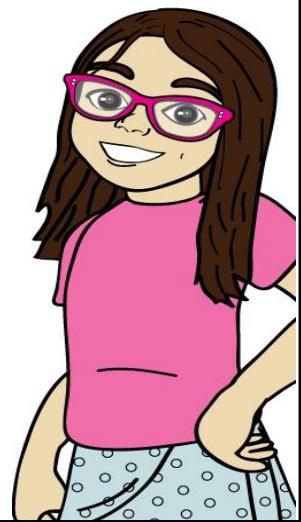
NOS TERMOS DE HOJE, PODEMOS OBSERVAR QUE:

A SOLUÇÃO APRESENTADA EQUIVALE À FORMULA

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

PARA UMA RAIZ DA EQUAÇÃO DO TIPO

$$x^2 - px = q.$$



CAPÍTULO 3

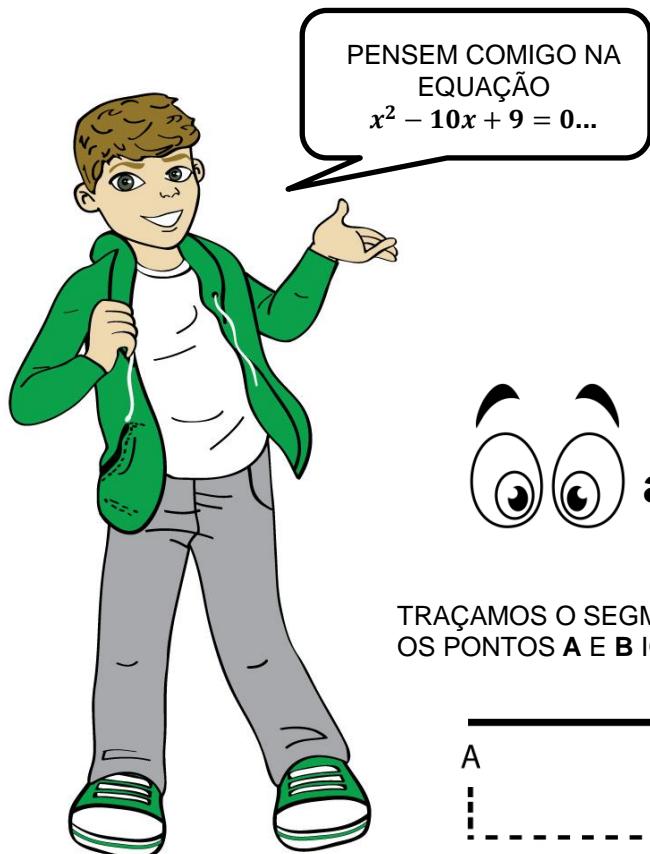
EUCLIDES DE ALEXANDRIA... QUEM!?!

O MUNDO DA RÉGUA NÃO GRADUADA E DO COMPASSO



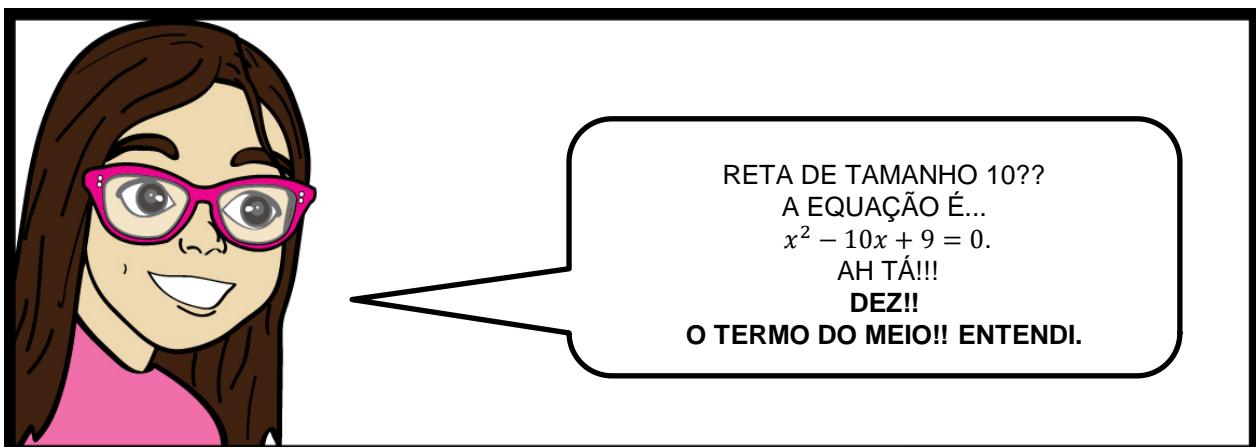
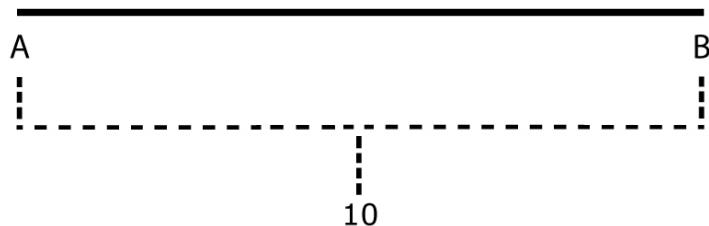
A GRÉCIA FOI O BERÇO DE GRANDES MATEMÁTICOS, COMO EUCLIDES, TALES DE MILETO E PITÁGORAS. **EUCLIDES**, MAIS CONHECIDO COMO EUCLIDES DE ALEXANDRIA, FOI LEACIONAR NA CIDADE, APÓS TER ESCRITO **OS ELEMENTOS**, EM 300 A.C., UM FAMOSO LIVRO DE MATEMÁTICA, ONDE REUNIU TODO O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE SUA ÉPOCA.

EUCLIDES NÃO FAZIA CÁLCULOS, USADA UMA RÉGUA NÃO GRADUADA E UM COMPASSO E POR MEIO DE LONGOS E COMPLEXOS ENUNCIADOS, ELE TENTAVA DESCOBRIR NOVAS RELAÇÕES GEOMÉTRICAS.



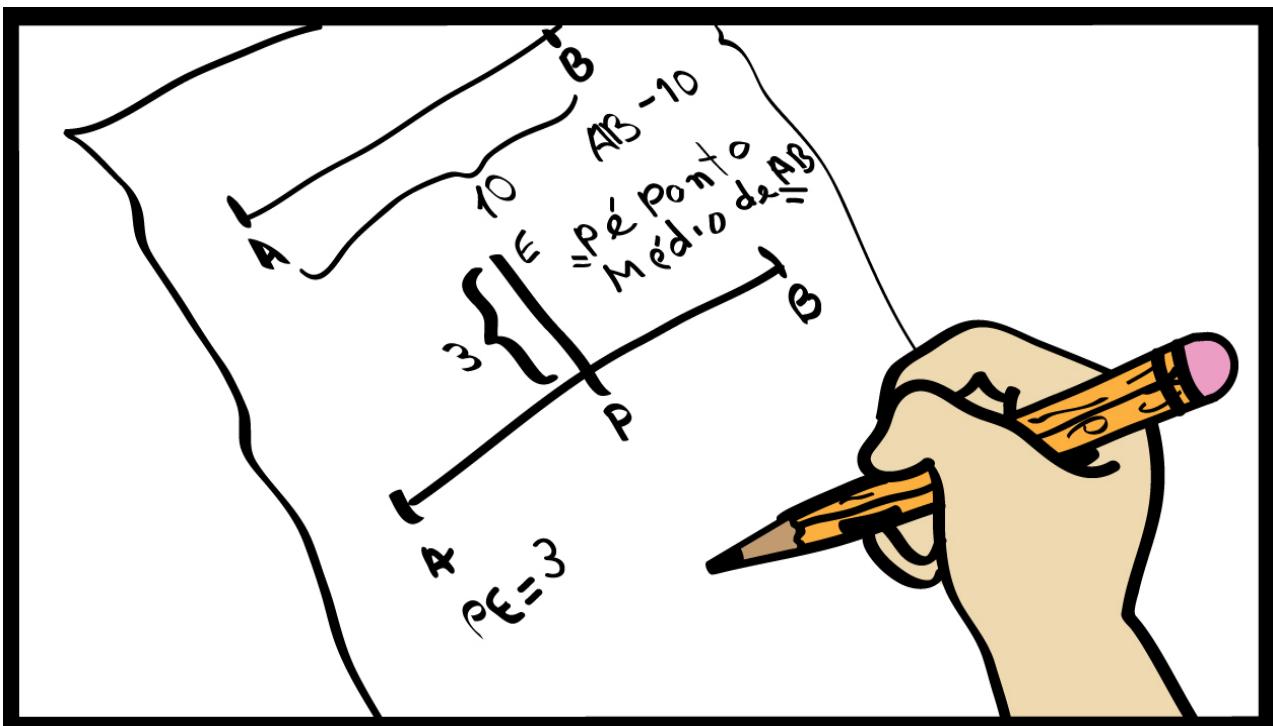
 aí a geometria...

TRAÇAMOS O SEGMENTO DE RETA COM DISTÂNCIA ENTRE OS PONTOS A E B IGUAL A 10 ($AB = 10$).



MARQUE UM PONTO P NA METADE DA RETA TRAÇADA

A PARTIR DELE TRACE UM SEGMENTO PERPENDICULAR DE TAMANHO 3 E NOMEIE O NOVO PONTO DE E, SENDO ASSIM, **DISTÂNCIA PE = 3**.



RELEMBRANDO...

RETAS PERPENDICULARES SÃO RETAS QUE SE INTERCEPTAM FORMANDO UM ÂNGULO RETO (90°).



3 !?!

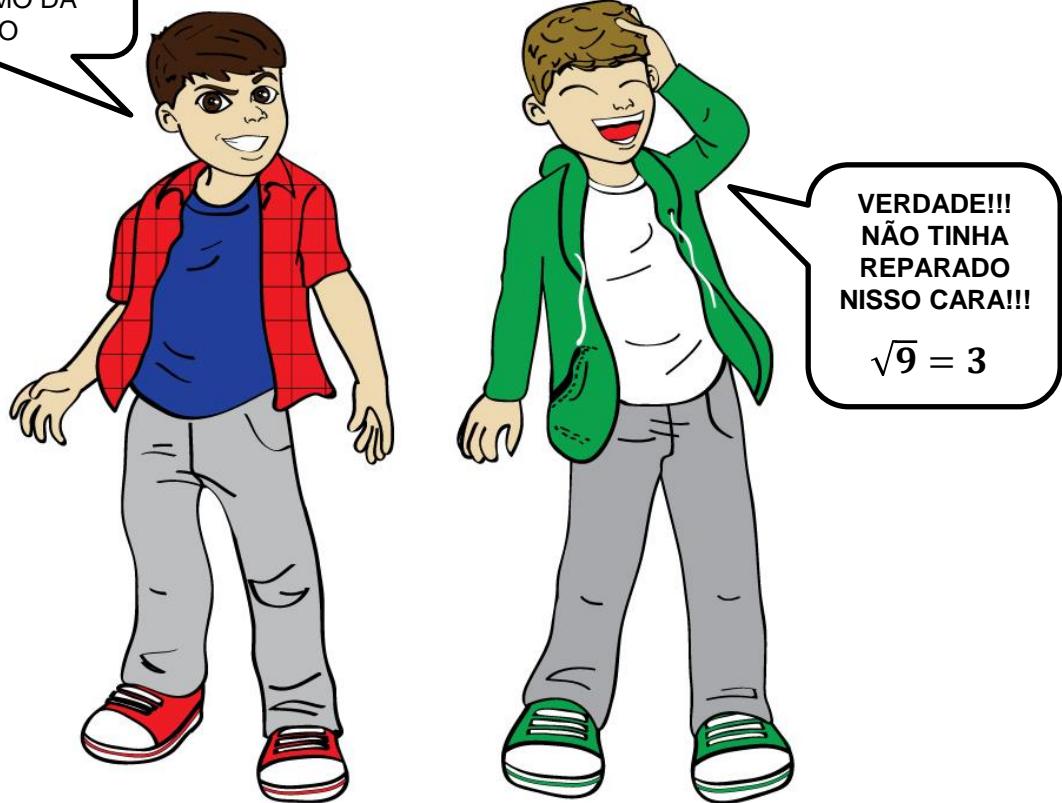
POR QUE DE TAMANHO 3



#segueadica

EU SEI!! **A RAIZ QUADRADA DO** **ÚLTIMO TERMO DA** **EQUAÇÃO**

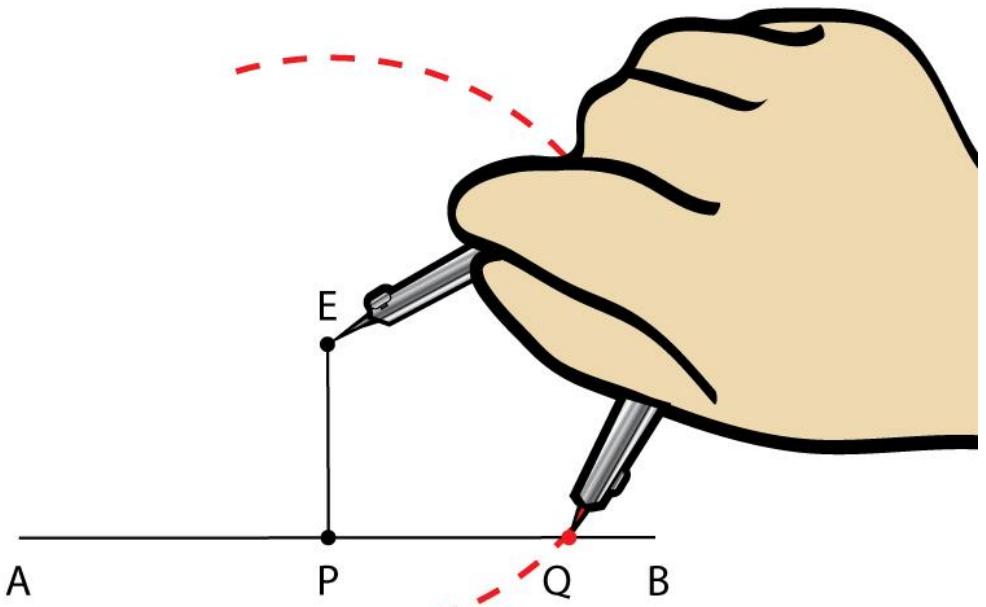
$$x^2 - 10x + 9$$



COLOQUE O **COMPASS** NO PONTO E

TRACE UM ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA COM RAIO DE 5, OU SEJA, A DISTÂNCIA ENTRE OS PONTOS P E B.

QUANDO O COMPASSO
CORTAR A RETA AB ,
MARQUE O PONTO Q.





IMAGINA SÓ...
A RAIZ DESEJADA
SERÁ DADA PELO
COMPRIMENTO AQ,
QUE VALE 9.

OU SEJA, TEREMOS:

$$\frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - (\sqrt{9})^2} = 9$$



UFAAAAAA!!!
ACHEI QUE NÃO IRIA
ENTENDER ESSA
RESOLUÇÃO.
MAS FOI MOLEZA!!!

NOS TERMOS DE HOJE, PODEMOS OBSERVAR QUE:

$$x^2 - ax + b^2 = 0 \quad \text{TEM PARA RAÍZES} \quad x_1 = AQ \text{ e } x_2 = BQ$$

$$x^2 + ax + b^2 = 0 \quad \text{TEM PARA RAÍZES} \quad x_1 = -AQ \text{ e } x_2 = -BQ$$

CAPÍTULO 4

“ADAD, JIDHR E MAL” O QUE TEM HAVER COM EQUAÇÃO?

A FORMA RETÓRICA DE RESOLVER EQUAÇÕES



Figura do centro científico de Bagdá¹

O CALIFA Al-Mamum BUSCAVA TORNAR BAGDÁ O MAIOR CENTRO CIENTÍFICO DO MUNDO, PARA ISSO, REUNIU GRANDES SÁBIOS MUÇULMANOS E Al-Khwarizmi ESTAVA ENTRE ELES, ESCRITOR DE UM DOS LIVROS MAIS IMPORTANTE DA IDADE MÉDIA, ONDE O TERMO “ÁLGEBRA” TEVE SUA ORIGEM. A PALAVRA *al-jabr*, OU ALGEBRA, EM ÁRABE, SIGNIFICAVA “RESTAURAÇÃO”, UMA DAS OPERAÇÕES USADAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES.

¹Figura extraída do site:
www.mpsnet.net

AL-KHWARIZMI TINHA UMA LINGUAGEM RETÓRICA, OU SEJA, VERBAL PARA REALIZAR SEUS CÁLCULOS. NO CASO DA EQUAÇÃO, EXISTIA UM VOCABULÁRIO PRÓPRIO E PADRÃO, A RAIZ, O QUADRADO E O NÚMERO SIMPLES. O QUADRADO É UM TERMO TÉCNICO, NÃO SE TRATA QUE UM QUADRADO GEOMÉTRICO E SIM DA QUANTIDADE DESCONHECIDA. A RAIZ, É O TERMO ESSENCIAL E O NÚMERO SIMPLES, É O NÚMERO DADO OU O NÚMERO CONHECIDO.

QUADRADO QUE NÃO É
QUADRADO
GEOMÉTRICO... SÓ EM
BAGDÁ MESMO!



Nomenclatura árabe	Significado na língua corrente	Sentido nos problemas	Notação moderna
--------------------	--------------------------------	-----------------------	-----------------

Adad

Número ou quantidade de dinheiro

Quantidade conhecida (número dado)

c

Jidhr

Raiz

Quantidade desconhecida

x

Mal

Possessão ou tesouro

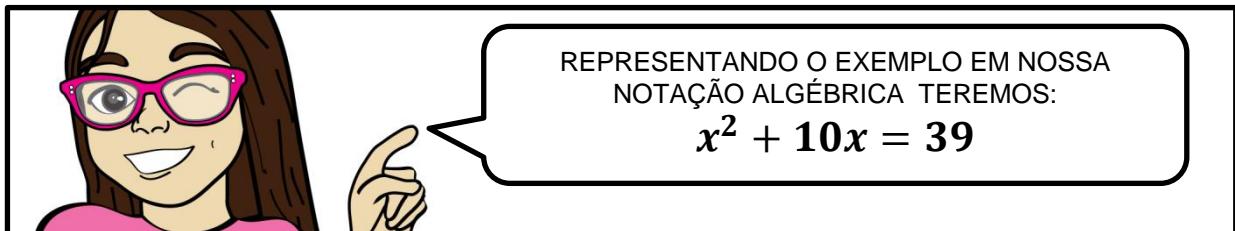
Quadrado da quantidade desconhecida

x^2

AGORA VAMOS PENSAR EM UM EXEMPLO E RESOLVER COMO OS ÁRABES????

CLARO QUE SIM!!!
PENSA ASSIM: "UM MAL E DEZ JIDHR IGUALAM 39 DINARES"

De no exemplo...



1º) TOME A METADE DA QUANTIDADE DE JIDHR

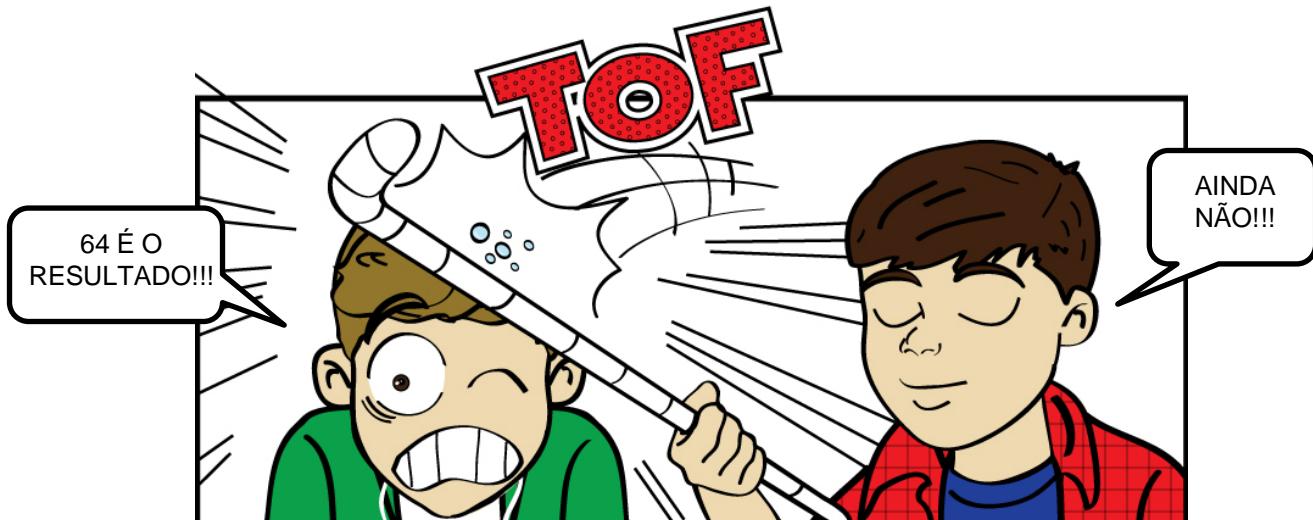
$$10 \div 2 = 5$$

2º) MULTIPLIQUE ESSA QUANTIDADE POR SI MESMA

$$5 \times 5 = 25$$

3º) SOME NO RESULTADO OS ADAD

$$25 + 39 = 64$$



4º) EXTRAIA A RAIZ QUADRADA DO RESULTADO

$$\sqrt{64} = 8$$

5º) SUBTRAIA DESSE RESULTADO A METADE DO JIDHR

$$8 - 5 = 3$$



NOS TERMOS DE HOJE, PODEMOS OBSERVAR QUE:

A SOLUÇÃO PARA A EQUAÇÃO DO TIPO

$$x^2 + bx = c$$

É DADA POR:

$$-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + c}$$

CAPÍTULO 5

POR ONDE ANDA BHASKARA?

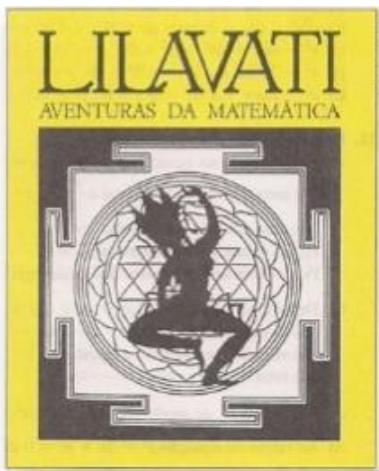
A RESOLUÇÃO POR VERSOS



A MAIOR PARTE DA MATEMÁTICA QUE CONHECEMOS COMO “INDIANA” FOI ESCRITA EM SÂNSCRITO E SE ORIGINOU NA REGIÃO DO SUL DA ÁSIA. COM O POSSÍVEL CONTATO COM A ASTRONOMIA BABILÔNICA E GREGA, AS OBRAS MATEMÁTICAS INDIANAS, FORAM ESCRITAS EM VERSOS. COMO OS VERSOS ERAM DE DIFÍCIL ENTENDIMENTO, AS OBRAS POSSUÍAM COMENTÁRIOS REDIGIDOS POR OUTROS MATEMÁTICOS PARA FACILITAR A COMPREENSÃO.

AUTOR DOS LIVROS *LILAVATI* E *O BIJA GANITA*, OS LIVROS MAIS POPULARES DE ARITIMÉTICA E ÁLGEBRA NO SÉCULO XII, BHASKARA DE ARIKA, OU BHASKARA II, ERA ASTRÔNOMO E NASCEU EM 1.114. SUA OBRA REPRESENTA A PASSAGEM DAS CONTRIBUIÇÕES DE HINDUS ANTERIORES.

LILAVATI ERA O NOME NA FILHA DE BHASKARA QUE PERDEU O MOMENTO CERTO DO SEU CASAMENTO



SEGUNDO A LENDA, BHASKARA TINHA CALCULADO QUE SUA FILHA SÓ PODERIA SE CASAR DE MODO PROPÍCIO NUMA DETERMINADA HORA DE UM DIA DADO. NO GRANDE DIA, A JOVEM ANCIOSA ESTAVA DEBRUÇADA SOBRE UM RELÓGIO DE ÁGUA. QUANDO SE APROXIMAVA A HORA DO CASAMENTO...

UMA PÉROLA CAIU DE SEU CABELO E DETEVE O FLUXO DA ÁGUA

COM ISSO A HORA PROPÍCIA TINHA PASSADO

PARA CONSOLAR A MOÇA, O PAI DEU SEU NOME AO LIVRO.

NO BIJA GANITA, QUE QUER DIZER “SEMENTE DO CÁLCULO”, BHASKARA DESCREVE REGRAS PARA RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO QUANTIDADES DESCONHECIDAS. AS REGRAS SÃO EXPRESSAS EM VERSOS, SÃO ILUSTRADAS POR EXEMPLOS E CONTÊM UM COMENTÁRIO DO AUTOR, VISANDO EXPLICÁ-LAS.



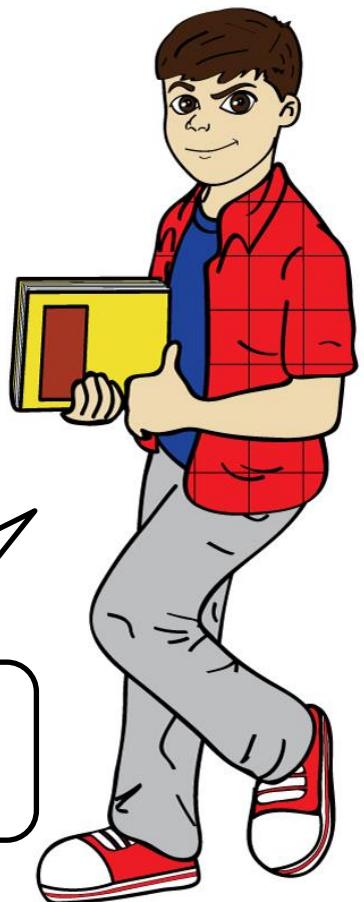
VERSOS!!!!
E A FÓRMULA DE
BHASKARA QUE ELE
INVENTOU???

ELE NÃO INVENTOU A FÓRMULA DA MANEIRA QUE CONHECEMOS!!!
VAMOS ENTENDER COMO ELE RESOLVIA EQUAÇÃO...



VAMOS MOSTRAR PARA VOCÊ COMO CALCULAR UM PROBLEMA DE JUROS, CASO VOCÊ EMPRESTE SEU DINHEIRO PARA ALGUÉM NO FUTURO. BHASKARA FORMULAVA O PROBLEMA DA SEGUINTE FORMA:

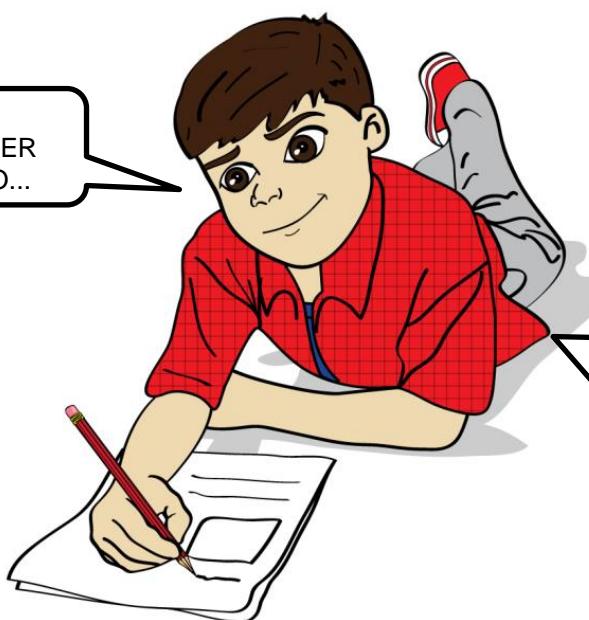
"Calcule a metade do capital ao quadrado, acrescente-a ao produto do juro total pelo capital, extraia a raiz quadrada e logo diminua a metade do capital."



VOCÊ CONSEGUIU ENTENDER ALGUMA COISA???
QUANDO EU LI, NÃO ENTENDI NADINHA.
NÓS TIVEMOS QUE PROCURAR MAIS PARA
ENTENDER MELHOR O NOSSO AMIGO BHASKARA.

De no exemplo...

VEM
RESOLVER
COMIGO...



UM CAPITAL DE 100 FOI
EMPRESTADO A UMA CERTA
TAXA DE JUROS AO ANO. O JURO
OBTIDO APÓS UM ANO FOI
APLICADO DURANTE MAIS UM
ANO. SE O JURO TOTAL É DE 75,
QUA É A TAXA DE JUROS?

1º) REPRESENTE A METADE DO CAPITAL AO QUADRADO

$$\left(\frac{100}{2}\right)^2$$

2º) ACRESCENTE-A AO PRODUTO DO JURO TOTAL PELO CAPITAL

$$+ 75 \times 100$$

3º) EXTRAIA A RAIZ QUADRADA

$$\sqrt{\left(\frac{100}{2}\right)^2 + 75 \times 100}$$

4º) E LOGO DIMINUA A METADE DO CAPITAL

$$\sqrt{\left(\frac{100}{2}\right)^2 + 75 \cdot 100} - \frac{100}{2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(50)^2 + 7500} - 50 = \\ & \sqrt{(10000)} - 50 = \\ & 100 - 50 = 50 \end{aligned}$$

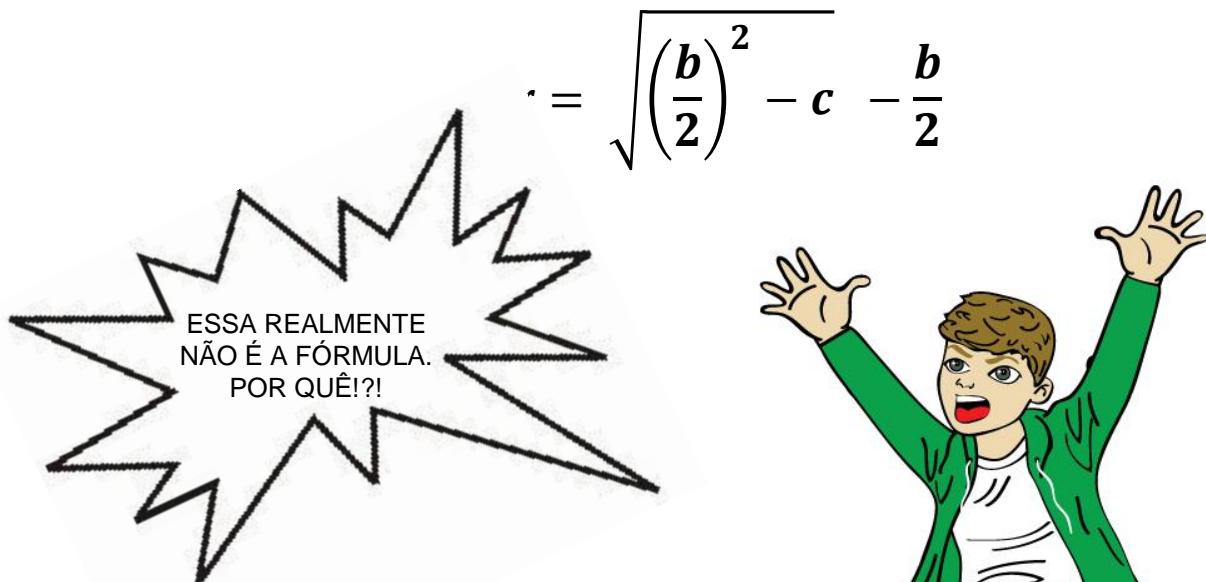
50 É O
VALOR DA
TAXA
APLICADA!!



O VALOR ENCONTRADO É A RAIZ POSITIVA PARA A RESPOSTA DO PROBLEMA, QUE PODE SER EXPRESSO PELA EQUAÇÃO:

$$x^2 + 100x - 75000 = 0$$

NOS TERMOS DE HOJE, TEMOS:



HOJE, O QUE CHAMAMOS DE "EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU" PODE SER RESOLVIDO PELO MÉTODO DE BHASKARA, PORÉM NÃO PODEMOS CONCEDER-LHE A INVENÇÃO DA FÓRMULA USADA ATUALMENTE.



JÁ EXISTIAM SÍMBOLOS PARA REPRESENTAR AS **INGÓGNITAS** E ALGUMAS OPERAÇÕES, PORÉM, NÃO HAVIAM SÍMBOLOS PARA EXPRESSAR **COEFICIENTES** GENÉRICOS A, B, C... DE UMA EQUAÇÃO COMO

$$ax^2 + bx + c = 0$$



RELEMBRANDO...

OS **COEFICIENTES** SÃO OS VALORES DETERMINADOS.

AS **INCÓGNITAS** SÃO OS VALORES DESCONHECIDOS QUE DEPENDENDO DO VALOR QUE ASSUMAM, PODEM TORNAR A EQUAÇÃO VERDADEIRA OU FALSA.

SENDO ASSIM, EXISTIA UM MÉTODO GERAL PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES, EXPLÍCITO DE MODO RETÓRICO. ENTRETANTO, NÃO PODEMOS AFIRMAR QUE JÁ EXISTISSE UMA “FÓRMULA” PARA RESOLVERMOS EQUAÇÕES, DO JEITO QUE ENTENDEMOS HOJE, VISTO QUE NÃO HAVIA SIMBOLISMO PARA OS COEFICIENTES, O QUE SERÁ APRESENTADO POR VIÉTE SOMENTE NO SÉCULO XVI.

CAPÍTULO 6

DEFININDO OS COEFICIENTES

A NOVA ÁLGEBRA COM O MESMO PRESTÍGIO DA GEOMETRIA

V
I
È
T
E



H
A
R
R
I
O
T



D
E
C
A
R
T
E
S



Figura de Viète, Harriot e Decartes ²

DO SÉCULO XII ATÉ O XIX, FOI O PERÍODO ONDEM MUITOS MATEMÁTICOS DESENVOLVERAM FORMAS DIFERENTES PARA REPRESENTAR A EQUAÇÃO DO 2º GRAU. FRANÇOIS VIÈTE, ADVOGADO FRANCÊS APAIXONADO POR MATEMÁTICA, BUSCAVA MOSTRAR QUE A ÁLGEBRA PODIA SER ÚTIL, DANDO OS PRIMEIROS PASSOS PARA A NOVA ÁLGEBRA, A ÁLGEBRA SIMBÓLICA.

²Figura extraída do site:
www.historiadomundo.uol.com.br

VIÊTE USOU UMA
VOGAL PARA
REPRESENTAR A
INGÓGNITA

E ABREVIOU
ALGUMAS PALAVRAS.

\bar{p} SIGNIFICAVA MAIS
 \bar{m} SIGNIFICAVA MENOS



ASSIM AS EQUAÇÕES PODIAM SER EXPRESSAS POR:

A \bar{p} 6 é igual a 18

$$x + 6 = 18$$

A2 \bar{m} 5 é igual a 27

$$2x - 5 = 27$$

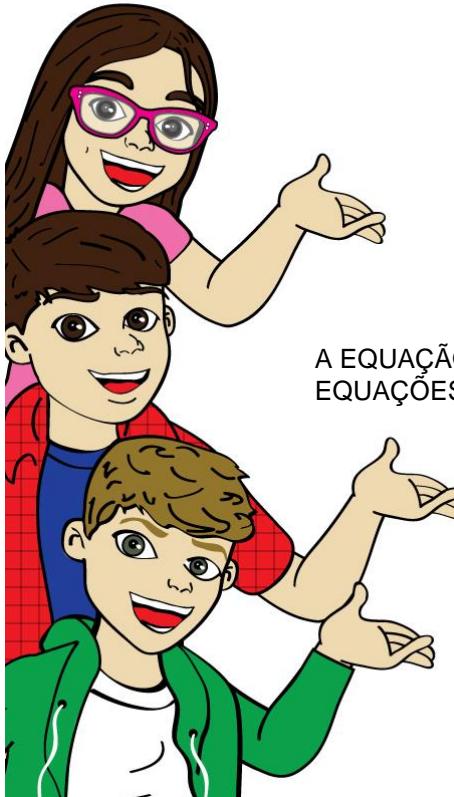
A área \bar{p} A3 é igual a 0

$$x^2 + 3x = 0$$

VOCÊ SABIA...

OS SINAIS DE + E - SUBSTITUÍRAM \bar{p} E \bar{m}
APÓS OS MATEMÁTICOS BUSCAREM
ESSES SINAIS COM OS COMERCIANTES DO
RENASCIMENTO.





B in A área + C in A + D é igual a 0

A EQUAÇÃO ACIMA, REPRESENTA A PRIMEIRA FORMA DE EXPRESSAR AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DE UMA FORMA GERAL.

#segueadica

VIETE USAVA A ABREVIAÇÃO
in PARA A PALAVRA **vezes**.

PARA O MATEMÁTICO INGLÊS ROBERT
RECORDE, DUAS COISAS NÃO PODEM SER **MAIS
IGUAIS** DO QUE **UM PAR DE RETAS GÊMEAS** DE
MESMO COMPRIMENTO, INICIANDO A IDEIA DE
UM SÍMBOLO PARA REPRESENTAR O SINAL
IGUALDADE QUE TEMOS HOJE.



OUTRO MATEMÁTICO INGLÊS, THOMAS HARRIOT, TAMBÉM CONTRIBUIU PARA CONSTRUÇÃO DA ÁLGEBRA SIMBÓLICA. ESSE MATEMÁTICO INTRODUZIU O **SINAL DE IGUALDADE** E UMA NOVA NOTAÇÃO PARA **POTÊNCIA** “AA” NA EQUAÇÃO.

ANTES

$$AA + A3 + 9 = 0$$

ATUALMENTE

$$x^2 + 3x + 9 = 0$$



MAS DE ONDE SURGIU

$$ax^2 + bx + c = 0$$

RENÉ DESCARTES, FILÓSOFO E MATEMÁTICO FRANCÊS TRANSFORMOU OS SÍMBOLOS DE VIÈTE POR REPRESENTAÇÕES MAIS PRÁTICAS.

A área

expoente 2

in

\times

incógnitas

últimas letras do alfabeto

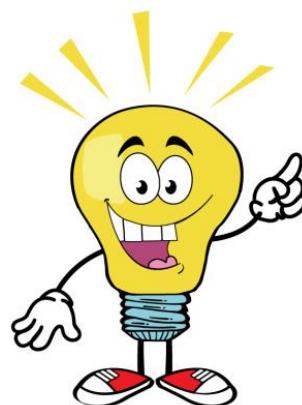
x y z

coeficientes

primeiras letras do alfabeto

a b c

DEPOIS DA **FORMA GERAL DA EQUAÇÃO** CRIADA POR VIÉTE, MUITOS MATEMÁTICOS, RAPIDAMENTE, FORAM DESCOBRINDO **PROPRIEDADES IMPORTANTES DAS EQUAÇÕES**, OU SEJA, QUASE QUE AO MESMO TEMPO, OS MATEMÁTICOS, DEDUZIRAM UMA **FÓRMULA ÚNICA** PARA RESOLVER QUALQUER TIPO DE EQUAÇÃO!!



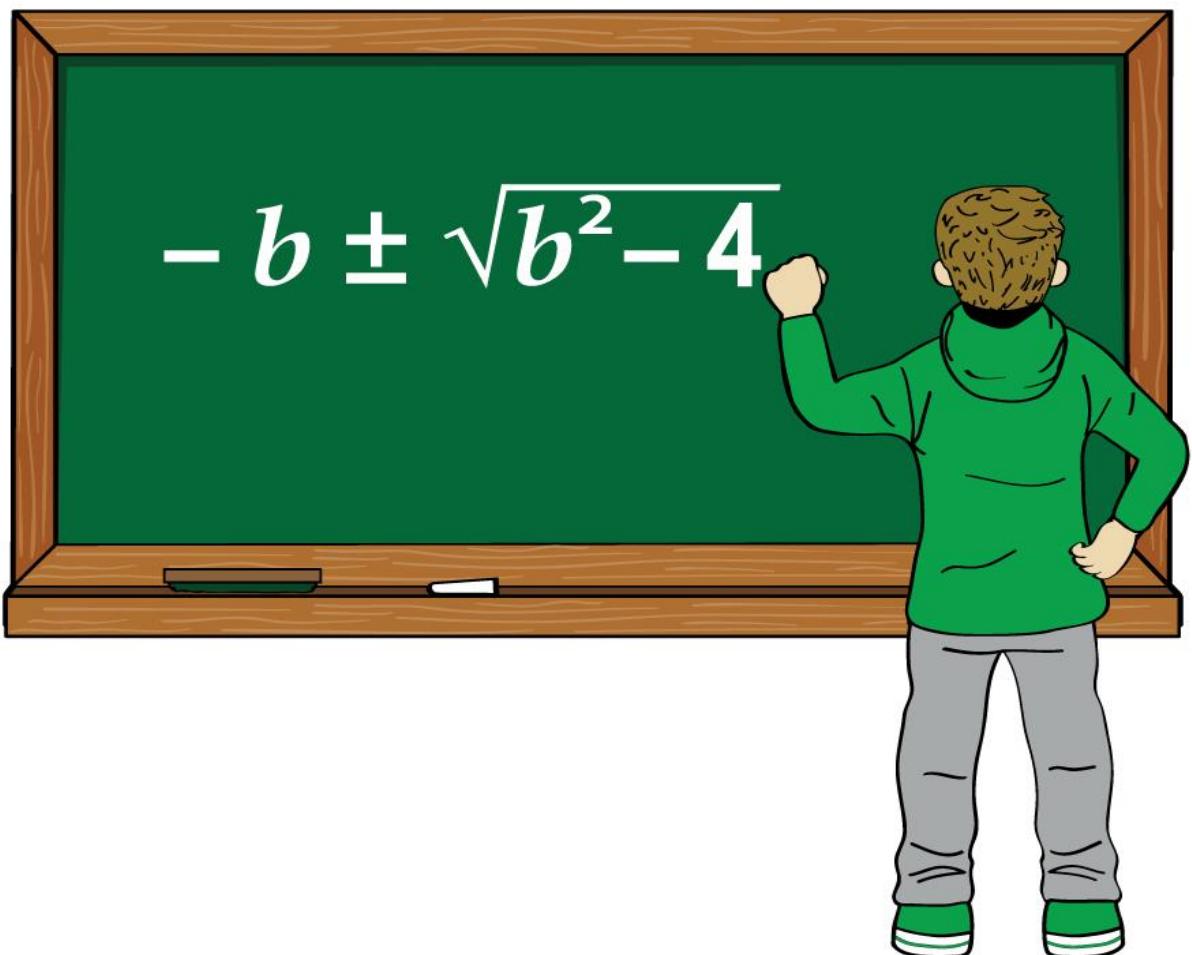
A FÓRMULA!!!

CAPÍTULO 7

$$-b \pm \sqrt{b^2 - 4} \dots$$

MAIS O QUÊ MESMO??

COMO A FÓRMULA FOI DEDUZIDA



A FÓRMULA QUE UTILIZAMOS FOI DEDUZIDA POR VÁRIOS MATEMÁTICOS DA ANTIGUIDADE ATRAVÉS CONCEITOS DA PRÓPRIA MATEMÁTICA.

NÃO PODEMOS ESQUECER QUE O NOSSO OBJETIVO É ENCONTRAR O VALOR DESCONHECIDO, A **INCÓGNITA**, OU SEJA, O VALOR DO NOSSO CAMARADA X.



PARTINDO A FORMA GERAL DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU, TEREMOS:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

1º) PASSAR O COEFICIENTE C PARA O OUTRO LADO DA IGUALDADE:

$$ax^2 + bx = -c$$

2º) MULTIPLICAR CADA LADO POR 4A

$$4a \times (ax^2 + bx) = 4a \times (-c)$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

3º) SOMAR b^2 A CADA LADO DA IGUALDADE

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

4º) TEMOS NO PRIMEIRO TERMO UM **TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO** E PODEMOS REESCREVÊ-LO DA SEGUINTE FORMA:

$$(2ax + b)^2 = -4ac + b^2$$

De  no exemplo...

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x^2 + 3x = 4$$

$$4.1(x^2 + 3x) = 4.1(4)$$

$$4x^2 + 12x = 16$$

$$4x^2 + 12x + 3^2 = 16 + 3^2$$

$$(2x + 3)^2 = 25$$

TRINÔMIO
QUADRADO
PERFEITO,
COMO ERA
MESMO?

BASTA
FATORAR
PRIMINHA!



#segueadica

$$9a^2 - 12ab + 4b^2$$

↓ ↑
 $\sqrt{9a^2}$ $\sqrt{4b^2}$
↓ ↓
3a 2b
↓ ↓
2 . 3a . 2b

CONTINUANDO
COM A
FÓRMULA...

5º) EXTRAIR A RAIZ QUADRADA DE CADA LADO:

$$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{-4ac + b^2}$$

6º) COMO A RAIZ QUADRADA DE UM TERMO AO QUADRADO É ELE MESMO, PODEMOS:

~~$$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{-4ac + b^2}$$~~

$$2ax + b = \sqrt{-4ac + b^2}$$

7º) UMA RAIZ QUADRADA ADMITE DOIS RESULTADOS, UM POSITIVO E OUTRO NEGATIVO

$$2ax + b = \pm \sqrt{-4ac + b^2}$$

8º) COMO QUEREMOS ENCONTRAR O VALOR DE X, PRECISAMOS ISOLÁ-LO NA EQUAÇÃO

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{(2x + 3)^2} = \sqrt{25}$$

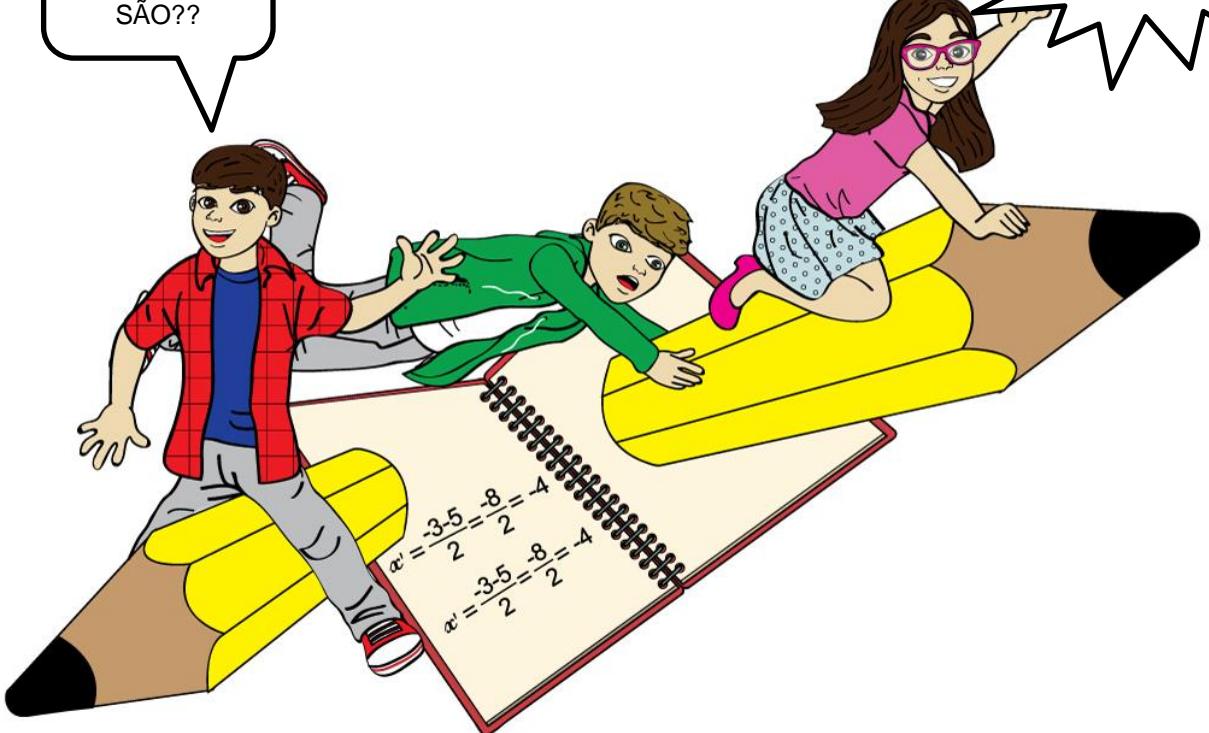
$$2x + 3 = 5$$

$$2x + 3 = \pm 5$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

E OS
RESULTADOS
DA EQUAÇÃO
SÃO??

EU SEI!!!



$$x' = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x'' = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$b^2 - 4ac$ RECEBE O
NOME DE
DISCRIMINANTE E É
INDICADO PELA
LETRA Δ (DELTA)

COM A FÓRMULA, VOCÊ PODE
RESOLVER UMA EQUAÇÃO DO
SEGUNDO GRAU EM POUcos
MINUTOS, ENQUANTO OS
MATEMÁTICOS DA ANTIGUIDADE
LEVAVAM MESES PARA
RESOLVER!

CAPÍTULO 8

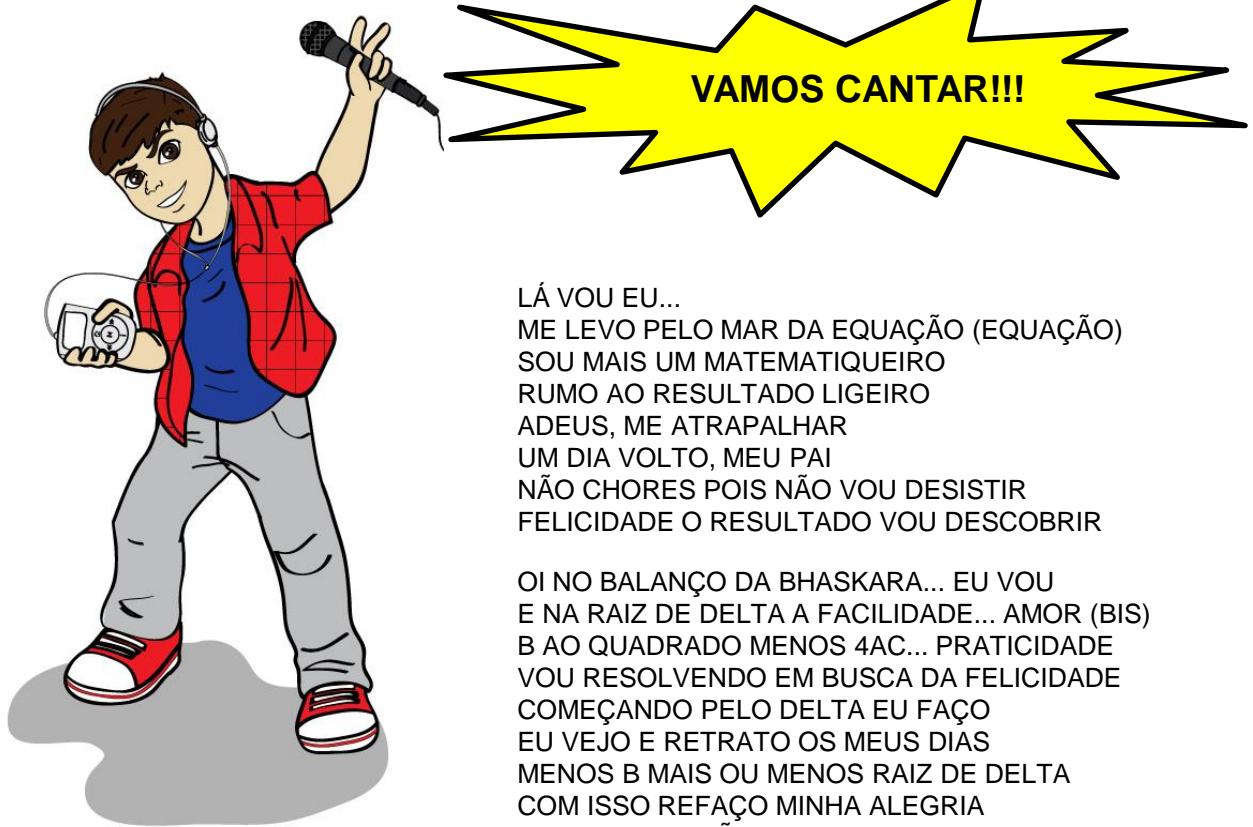
MAS PORQUE FÓRMULA DE BHASKARA?

A LITERATURA INTERNACIONAL X A LITERATURA BRASILEIRA... TUDO ACABA EM MÚSICA



VOCÊ DEVE ESTAR SE PERGUNTANDO O POR QUÊ QUE A FÓRMULA DE BHASKARA TEM ESSE NOME, JÁ QUE NÃO FOI CRIADA PELO BHASKARA II, COMO ACONTECE COM ALGUMAS FÓRMULAS NA MATEMÁTICA OU NA FÍSICA, QUE LEVAM O NOME DOS SEUS CRIADORES.





LÁ VOU EU...
ME LEVO PELO MAR DA EQUAÇÃO (EQUAÇÃO)
SOU MAIS UM MATEMATICHEIRO
RUMO AO RESULTADO LIGEIRO
ADEUS, ME ATRAPALHAR
UM DIA VOLTO, MEU PAI
NÃO CHORES POIS NÃO VOU DESISTIR
FELICIDADE O RESULTADO VOU DESCOBRIR

OI NO BALANÇO DA BHASKARA... EU VOU
E NA RAIZ DE DELTA A FACILIDADE... AMOR (BIS)
B AO QUADRADO MENOS 4AC... PRATICIDADE
VOU RESOLVENDO EM BUSCA DA FELICIDADE
COMEÇANDO PELO DELTA EU FAÇO
EU VEJO E RETRATO OS MEUS DIAS
MENOS B MAIS OU MENOS RAIZ DE DELTA
COM ISSO REFAÇO MINHA ALEGRIA
CHEGO A DIVISÃO POR DOIS A
ENCONTRANDO AS RAÍZES DA EQUAÇÃO
VOU RESOLVENDO O DIA-A-DIA
EMBALADO NA MAGIA
DO MUNDO RACIONAL
EXPLODE EQUAÇÃO
NA MAIOR FELICIDADE (BIS)
É LINDA A FÓRMULA DE BHASKARA
CONTAGIANDO, RESOLVENDO AS ATIVIDADES

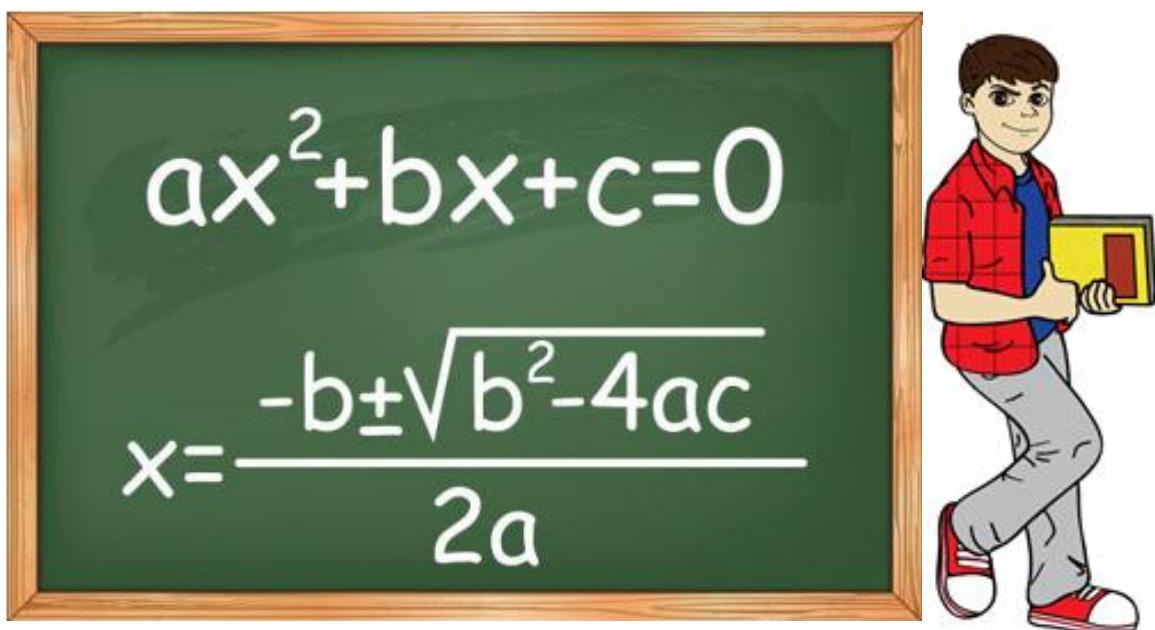


CAPÍTULO 9

USANDO A FÓRMULA DE

BHASKARA

RESOLVENDO EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU PELA FÓRMULA



CHEGOU A HORA DE VOCÊ ENTENDER COMO AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU SÃO RESOLVIDAS COM A UTILIZAÇÃO DA FÓRMULA CONSTRUÍDA COM O AUXÍLIO DOS MATEMÁTICOS DURANTE ANOS.



$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



PARA RESOLVEMOS A EQUAÇÃO.
BASTA APlicar a FÓRMULA!!!
VAMOS COM CALMA!

PRIMEIRO VAMOS IDENTIFICAR OS
COEFICIENTES A, B E C ...

DEPOIS PODEMOS SEGUIR OS
PASSOS:

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR
DO DISCRIMINANTE OU DELTA (Δ)

2º PASSO: APlicar a FÓRMULA
DE BHASKARA E ENCONTRAR AS
SOLUÇÕES



VAMOS RESOLVER
JUNTOS ALGUMAS
EQUAÇÕES DO
SEGUNDO



$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$10x^2 + 6x + 10 = 0$$

De  no exemplo...

PARTINDO DA EQUAÇÃO SOLICITADA, VAMOS IDENTIFICAR OS COEFICIENTES

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -2 \quad c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$$

$$\Delta = 4 + 12$$

$$\Delta = 16$$

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR DO DISCRIMINANTE OU DELTA (Δ)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$2 \cdot 1$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$2 \quad 2$$

$$x'' = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

OS RESULTADOS SÃO
 $x' = 3$ E $x'' = -1$.



De no próximo exemplo...

PARTINDO DA EQUAÇÃO SOLICITADA, VAMOS IDENTIFICAR OS COEFICIENTES

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 8 \quad c = 16$$

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR DO DISCRIMINANTE OU DELTA (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16$$

$$\Delta = 64 - 64$$

$$\Delta = 0$$

2º PASSO: APlicar a formula de BHASKARA

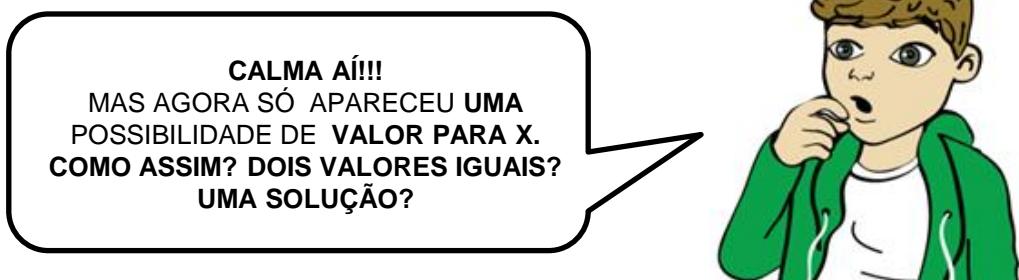
$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x' = \frac{-8 + 0}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x'' = \frac{-8 + 0}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

O RESULTADO É
 $x' = -4$.





De **nessa equação...**

PARTINDO DA EQUAÇÃO SOLICITADA, VAMOS IDENTIFICAR OS COEFICIENTES

$$10x^2 + 6x + 10 = 0$$

$$a = 10 \quad b = 6 \quad c = 10$$

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR DO DISCRIMINANTE OU DELTA (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10$$

$$\Delta = 36 - 400$$

$$\Delta = -364$$



MAS PERAI???
NÃO EXISTE RAIZ QUADRADA DE NÚMERO NEGATIVO...

ENTÃO ESSA EQUAÇÃO NÃO TEM SOLUÇÃO???

NA VERDADE TEM SIM! MAS NÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS!



CONSIDERANDO O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS NÃO EXISTE UM NÚMERO QUE MULTIPLICADO POR ELE MESMO DÊ UM VALOR NEGATIVO!

ENTÃO VOCÊ ESTÁ CERTO, PRIMINHO!

NAS RESOLUÇÕES EM QUE O VALOR DO DISCRIMINANTE É MENOR QUE ZERO, ISTO É, O NÚMERO É NEGATIVO, A EQUAÇÃO NÃO POSSUI RAÍZES REAIS.



VOCÊ PERCEBEU A DIFERENÇA NO
RESULTADO DO **DISCRIMINANTE**?
AS POSSIBILIDADES DE
RESULTADOS DE UMA EQUAÇÃO
DEPENDE DO VALOR DO Δ .

ISSO MESMO!
O DETERMINANTE OU
DELTA (Δ)
ME INFORMA QUANTAS
SOLUÇÕES A EQUAÇÃO
PODE TER.



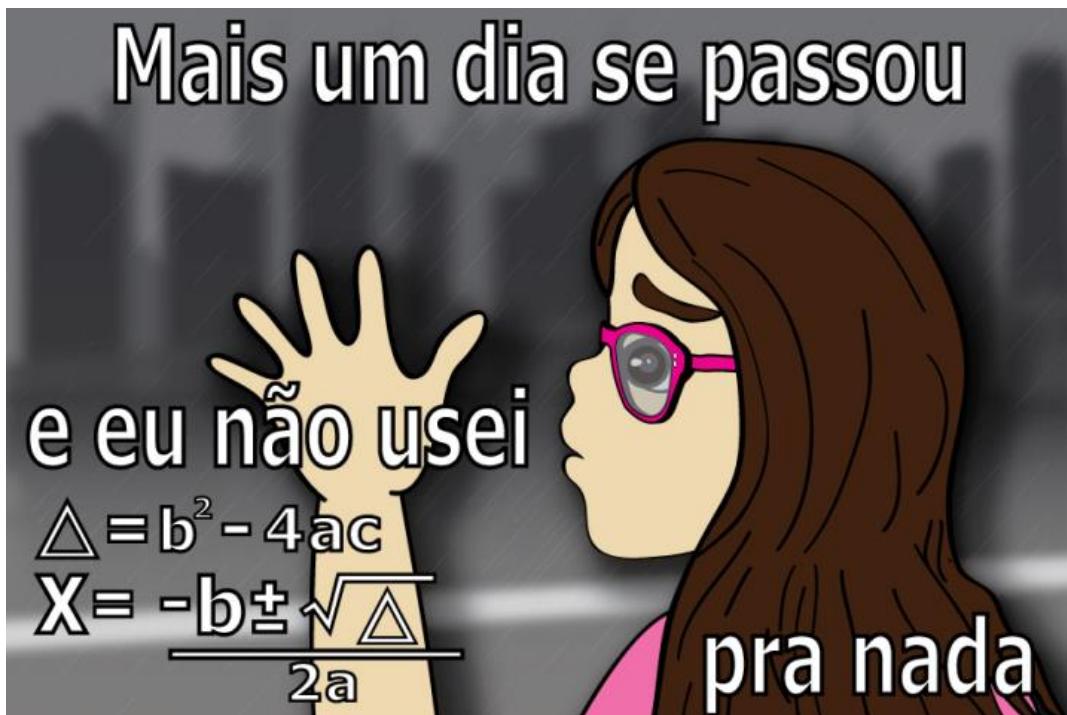
$\Delta > 0 \rightarrow$ *duas soluções reais diferentes*

$\Delta = 0 \rightarrow$ *uma solução real*

$\Delta < 0 \rightarrow$ *não existem soluções reais*

EQUAÇÃO NO DIA-A-DIA É POSSÍVEL?

MOSTRANDO A APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU



VOCÊ DEVE ESTAR SE PERGUTANDO O QUÊ A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU TEM HAVER COM SUA VIDA... VAMOS TE CONTAR E MOSTRAR A IMPORTÂNCIA DESTA EQUAÇÃO.

APESAR NÃO PARECER, AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ESTÃO PRESENTES EM VÁRIAS SITUAÇÕES DO DIA-A-DIA.

É CLARO QUE ELA NÃO É UTILIZADA PARA RESOLVER TAREFAS SIMPLES, COMO TOMAR BANHO OU COMER UM DELICIOSO BOLO DE CHOCOLATE.

MAS QUE AS APLICAÇÕES EXISTEM, EXISTEM!!! VAMOS À ELAS!!!



CÁLCULO DO ÍNDICE DE MASSA CORPÓREA (IMC)

EVITE A OBESIDADE.

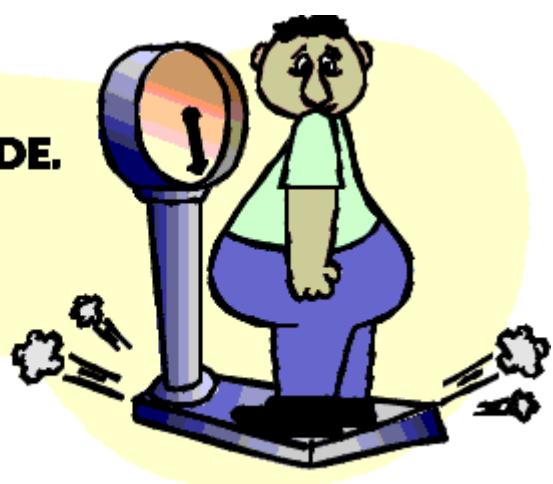


Figura Evite a Obesidade³



QUADRADO



TRAPÉZIO



RETÂNGULO

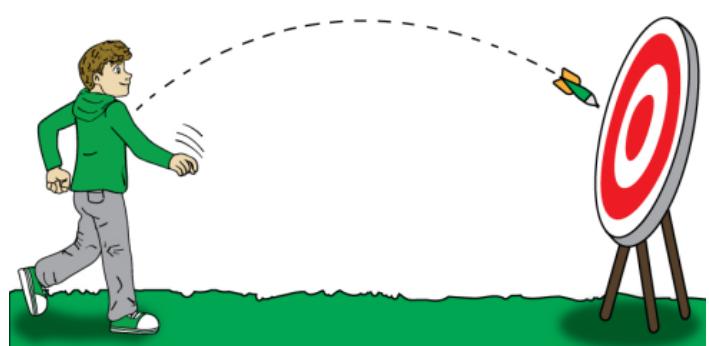


PENTÁGONO

CÁLCULO DA ÁREA DE ALGUMAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

³Figura extraída do site:
www.infobeso.blogspot.com.br

CÁLCULO DO LANÇAMENTO DE UM DARDO OU DE UMA BOLA DE FUTEBOL OU UM PROJÉTIL, PARA ANÁLISE DOS MOVIMENTOS UNIFORMEMENTE VARIADOS (MUV) NA FÍSICA



OU AINDA NAS CONSTRUÇÕES E NA ENGENHARIA.



TEM ALGO COMUM NESTAS FIGURAS...
VOCÊ ESTÁ PERCEBENDO O MESMO QUE EU?
FORMA DE ARCOS!!!!!!



MUITO BEM OBSERVADO!!!
AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU SÃO
UTILIZADAS NOS CÁLCULOS DE UMA
FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU E ESTES
ARCOS SÃO AS PARÁBOLAS DA FUNÇÃO.



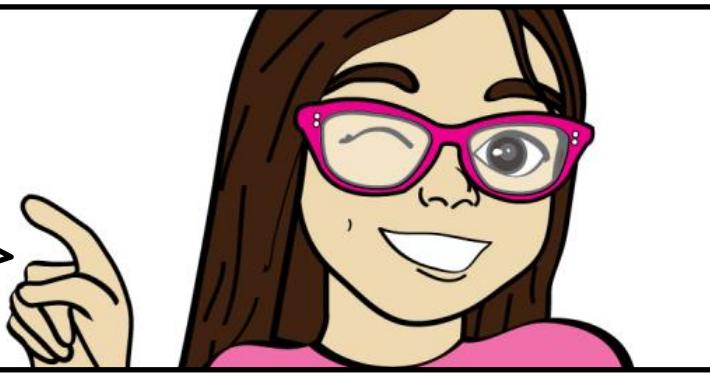
FUNÇÃO???



ISSO MESMO!!!
FUNÇÃO



VOCE SABIA QUE
DETERMINAR AS RAÍZES DE
UMA FUNÇÃO POLINOMIAL É
O MESMO QUE ENCONTRAR A
SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO?
ISTO É, ENCONTRAR O
VALOR OU OS VALORES QUE
SATISFAZEM A EQUAÇÃO?



***FUNÇÃO POLINOMIAL??
RAÍZES??
ESSA NÃOOOOO***



FIQUE CALMO MEU PRIMO!!!

ISSO É OUTRA HISTÓRIA.....

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 5 ed. Campinas: Unicamp, 2011.

FRAGOSO, W. **Equação do 2º grau: uma abordagem histórica**. 2 ed. Rio Grande do Sul: Unijuí, 1999.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática: história da equação do 2º grau**. 10 ed. São Paulo: Ática, 2010.

IEZZI, GELSON; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar – vol. 1**. 8 ed. São Paulo: Atual, 2004.

JAKUBOVIC, J; IMENES, L; LELLIS, M. **Equação do 2º grau**. 17 ed. São Paulo: Atual, 2012.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

