

# NEM TUDO É POR

$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$

2a

*Uma abordagem Histórica*



Telma Fidelis Fragoso da Silva  
Eline das Flores Victer



***NEM TUDO É POR***

***$$\frac{-b \pm \sqrt{BHASKARA}}{2a}$$***

***2a***

***Uma abordagem Histórica***

Roteiro: Telma Fidelis Fragoso da Silva  
Eline das Flores Viter

Ilustrações: Lucas Barbosa da Silva

Rio de Janeiro, 2017

Permitida a reprodução total ou parcial, desde que os autores sejam citados.

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
NÚCLEO DE COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECAS - UNIGRANRIO

9549 Silva, Telma Fidelis Fragoso da

Nem tudo é por Bhaskara: Uma Abordagem Histórica/  
Telma Fidelis Fragoso da Silva , Eline das Flores Victer. – Duque de  
Caxias, RJ: Editora Unigranrio, 2017.  
70 p.: il.

Inclui Referências  
ISBN: 978-85-9549-037-6

Este trabalho foi produzido no âmbito do Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências da UNIGRANRIO, no curso de Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica e foi Avaliado pela Banca Examinadora:

Ângelo dos Santos Siqueira– UNIGRANRIO  
Jacqueline de Cassia Pinheiro Lima– UNIGRANRIO  
Evelise dos Santos Lemos – FIOCRUZ

**TELMA FIDELIS FRAGOSO DA SILVA  
ELINE DAS FLORES VICTER**

# **NEM TUDO É POR BHASKARA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA**

**1ª Edição**

**Duque de Caxias  
Editora Unigranrio  
2017**



# **SOBRE A HISTÓRIA EM QUADRINHOS**

**OIIII** ESSA HISTÓRIA EM  
QUADRINHOS PODE SER UTILIZADO  
COMO UM MATERIAL INSTRUCIONAL  
POIS É UM **PRODUTO  
EDUCACIONAL DESENVOLVIDO**  
DURANTE A PESQUISA **NEM TUDO É  
POR BHASKARA: APRENDIZAGEM  
SIGNIFICATIVA POR MEIO DA  
HISTÓRIA EM QUADRINHOS PARA O  
ENSINO DA EQUAÇÃO DO  
SEGUNDO GRAU** DO PROGRAMA  
DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO  
DAS CIÊNCIAS DA UNIGRANRIO.

LEGAL NÉ!?!



CONVIDAMOS VOCÊS A  
CONHECER A EQUAÇÃO DO  
SEGUNDO GRAU DE UMA  
FORMA DIFERENTE!!

**ENTÃO... BOA DIVERSÃO!!!**



MAIORES INFORMAÇÕES SOBRE COMO UTILIZAR A HISTÓRIA EM QUADRINHOS EM SALA DE AULA, ACESSE O SITE DO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS DA UNIGRANRIO E ACESSE A DISSERTAÇÃO NA INTEGRA. <http://w2.portais.atrrio.scire.net.br/unigranrio-ppgec/index.php/pt/>



# ÍNDICE

---

<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>13</b>
EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU??	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>19</b>
A RECEITA BABILÔNICA	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>25</b>
EUCLIDES DE ALEXANDRIA... QUEM!?!	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>31</b>
“ADAD, JIDHR E MAL” O QUE TEM HAVER COM EQUAÇÃO?	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>35</b>
POR ONDE ANDA BHASKARA?	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>43</b>
DEFININDO OS COEFICIENTES	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>49</b>
$-b \pm \sqrt{b^2 - 4}$ ... MAIS O QUÊ MESMO??	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>53</b>
MAS PORQUE FÓRMULA DE BHASKARA?	

# ÍNDICE

---

<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>57</b>
USANDO A FÓRMULA DE BHASKARA	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>63</b>
EQUAÇÃO NO DIA-A-DIA É POSSÍVEL?	
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>69</b>

# APRESENTAÇÃO

OLÁ!!! EU SOU O NOAH E JUNTO COM OS MEUS PRIMOS MARIA CLARA E LUCCA QUEREMOS MOSTRAR À VOCÊ ALGO BEM INTERESSANTE.

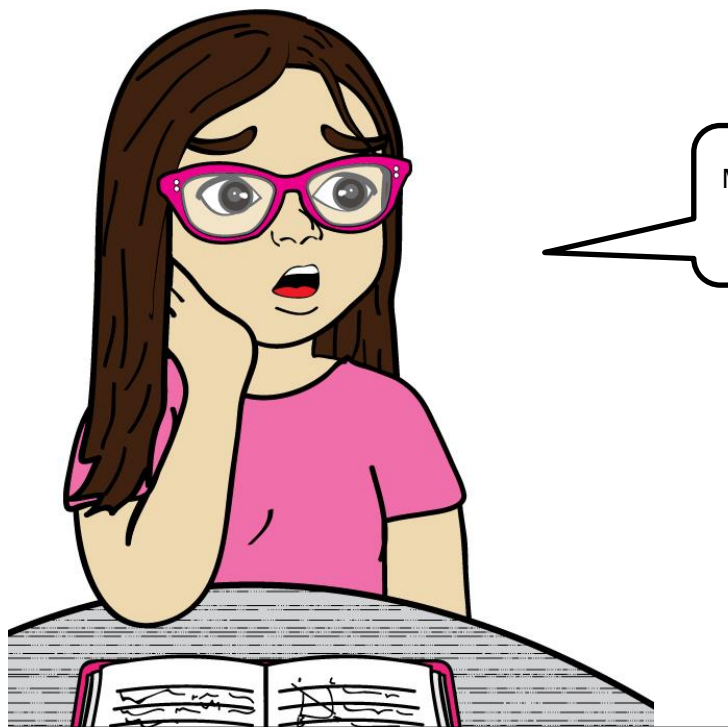
EU AMO MATEMÁTICA!!!

MAS SOU CURIOSO E GOSTO MUITO DE DESCOBRIR COMO TUDO SURTIU...

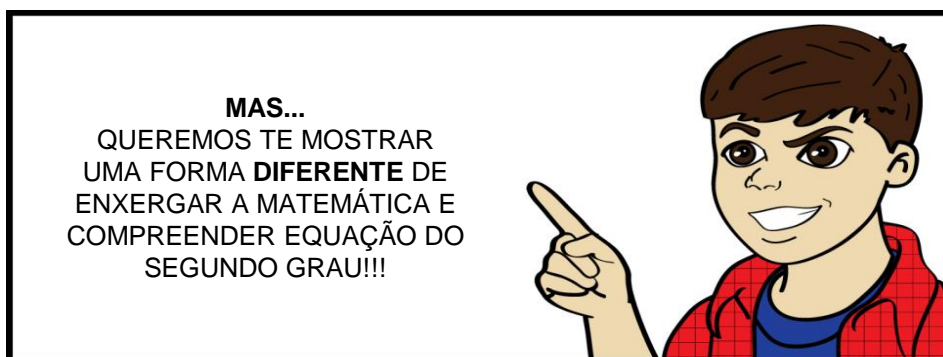


ENTÃO VAMOS DE MOSTRAR O QUE DESCOBRIMOS SOBRE EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU E A TAL FORMULA DE BHASKARA

# DESCOBRIMOS QUE NEM TUDO SE RESOLVE POR BHASKARA...



MAS PRECISAMOS TE FALAR  
A VERDADE...  
TAMBÉM TEM FÓRMULAS...



**MAS...**  
QUEREMOS TE MOSTRAR  
UMA FORMA **DIFERENTE** DE  
ENXERGAR A MATEMÁTICA E  
COMPREENDER EQUAÇÃO DO  
SEGUNDO GRAU!!!

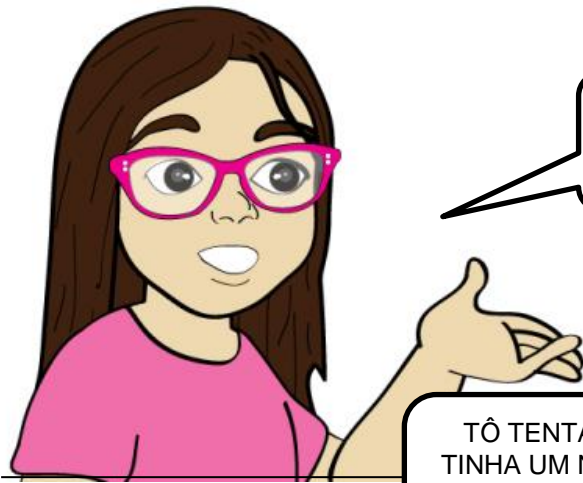
## TUDO COMEÇOU NA SALA DE AULA....

## CAPÍTULO 1

# EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU??

EM UM DIA NA SALA DE AULA...





MAS VOCÊ LEMBRA COMO ERA ESSA FÓRMULA????

TÔ TENTANDO LEMBRAR...  
TINHA UM NOME ESTRANHO...  
LEMBREI!!!!  
**FÓRMULA DE BHASKARA!!!**



**BHASKARA?!**

**ISSO!!!!**  
DEVE SER O NOME DE  
QUEM INVENTOU A  
FÓRMULA





VAMOS PESQUISAR SOBRE  
ESSE TAL DE **BHASKARA** E  
SOBRE ESSA EQUAÇÃO  
BIBLIOTECA?

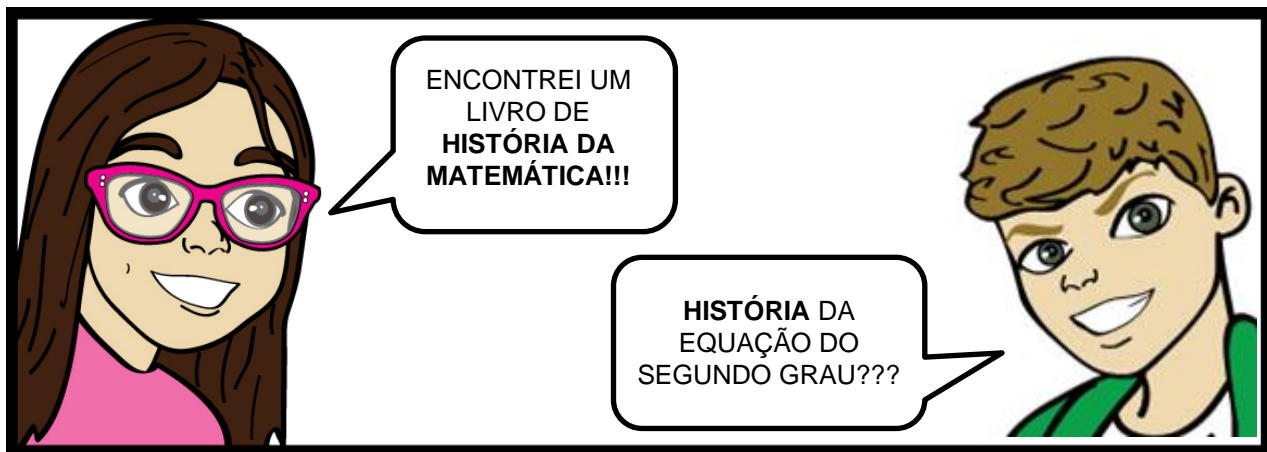
SIM

TEM MUITOS LIVROS, ESTOU OLHANDO ALGUNS,  
PROCURANDO ENTENDER  
**EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU...**  
BHASKARA...



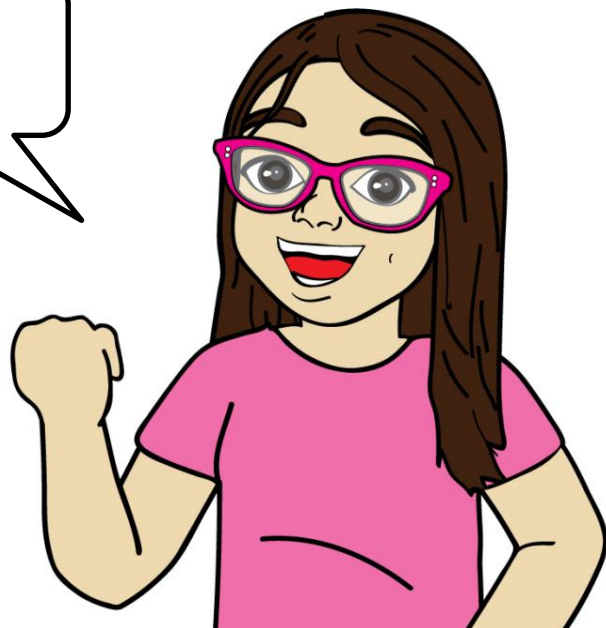
VOCÊ ENCONTROU  
UMA **EXPLICAÇÃO** E  
A TAL **FÓRMULA**!?!  
ACONTECEU A  
MESMA COISA  
COMIGO.  
PROCURE VOCÊ  
TAMBÉM... E VAI  
PERCEBER QUE  
TEM POUCAS  
**FIGURAS**, POUCA  
**HISTÓRIA** E UMA  
**FÓRMULA** COM  
APARÊNCIA BEM  
COMPLICADA!







VAMOS LER  
JUNTOS?!!!



**YEAH!!**



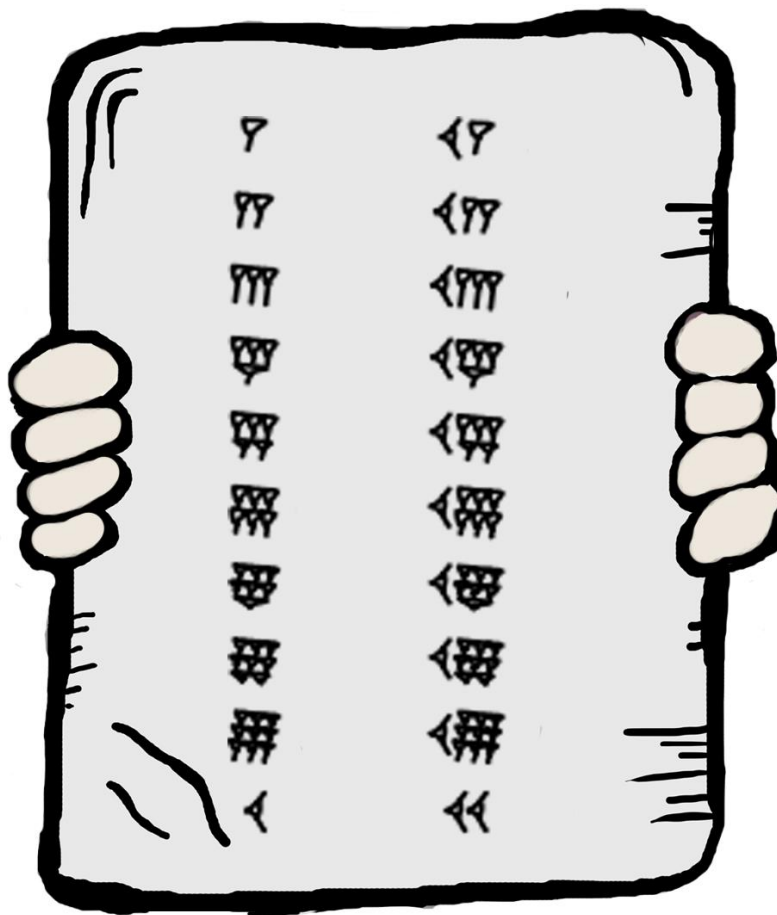
VAMOS INICIAR NOSSA VIAGEM NO TEMPO ...  
E JUNTOS ENCARRAR  
A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU!!!



# CAPÍTULO 2

## A RECEITA BABILÔNICA

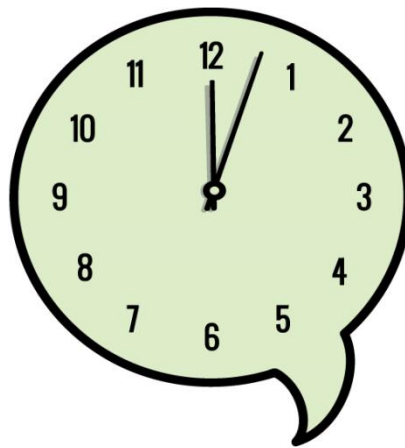
O COMEÇO COM OS ESCRIBAS...



OS BABILÔNIOS, DO PRIMEIRO IMPÉRIO MESOPOTÂMICO, DE 1.800 A 1.600 A.C., USAVAM COMO SUPORTE PARA SUA ESCRITA PLACAS DE ARGILA, QUE ERAM MARCADAS COM ESTILETE E, EM SEGUIDA, ERAM COZIDAS OU SECAS AO SOL PARA AUMENTAR SUA DURABILIDADE, AS PLACAS TINHAM PROCEDIMENTOS, COMO SE FOSSEM **EXERCÍCIOS RESOLVIDOS** E CORRESPONDIAM A **PROBLEMAS** QUE TRATARÍAMOS HOJE POR MEIO DE **EQUAÇÕES**.

OS BABILÔNIOS USAVAM A **BASE 60** COMO SISTEMA NUMÉRICO, CHAMADO DE **SISTEMA SEXAGESIMAL**.

VOCÊ SABE ONDE UTILIZAMOS O MESMO TIPO DE SISTEMA?



**#segueadica**

NOSSAS HORAS, MINUTOS E SEGUNDOS ESTÃO NO SISTEMA SEXAGESIMAL.



De  no exemplo...

QUANDO BUSCAMOS O VALOR EM SEGUNDOS DE **1H 4MIN 23S**, PRECISAMOS CALCULAR:

$$1 \times 3.600 + 4 \times 60 + 23 =$$

**6.023s**

OS ESCRIBAS DEDICAVAM-SE AO ENSINO DA MATEMÁTICA E DAVAM A SOLUÇÃO AOS PROBLEMAS DE FORMA RETÓRICA, ATRAVÉS DE UMA “RECEITA”.

VEJA O SEGUINTE  
**PROBLEMA:** QUAL O LADO DE  
**UM QUADRADO** SE A ÁREA  
MENOS O LADO DÁ 870?



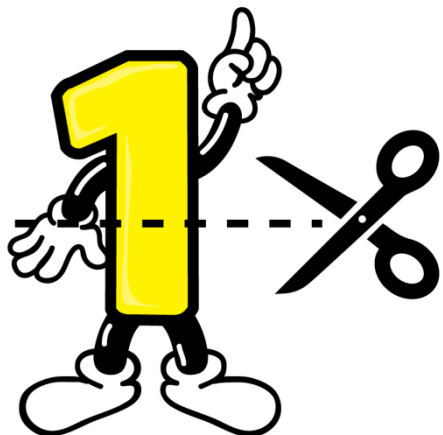
$$L = ?$$

A “**RECEITA MATEMÁTICA**” PARA ESSE PROBLEMA É: TOME A METADE DE UM E MULTIPLIQUE POR ELA MESMA. SOME O RESULTADO A 870. OBTÉM-SE UM QUADRADO CUJO LADO SOMADO À METADE DE 1 VAI DAR O LADO DO QUADRADO PROCURADO.



HOJE, EXPRESSAMOS ESTE PROBLEMA ATRAVÉS DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU:

$$x^2 - x = 870$$



DEIXANDO ASSIM O PROBLEMA COM UMA CARA MAIS AMIGÁVEL. VAMOS RESOLVER PASSO A PASSO:

1º) TOME A METADE DE 1 (COEFICIENTE DE X)

$$1 \div 2 = 0,5$$

2º) MULTIPLIQUE O RESULTADO POR ELE MESMO

$$0,5 \times 0,5 = 0,25$$

---

3º) SOME O RESULTADO A 870

$$0,25 + 870 = 870,25$$

---

4º) OBTÉM-SE UM QUADRADO

JÁ SEI!!!  
BASTA TIRAMOS A RAIZ  
QUADRADA... ENTÃO!

$$\sqrt{870,25} = 29,5$$

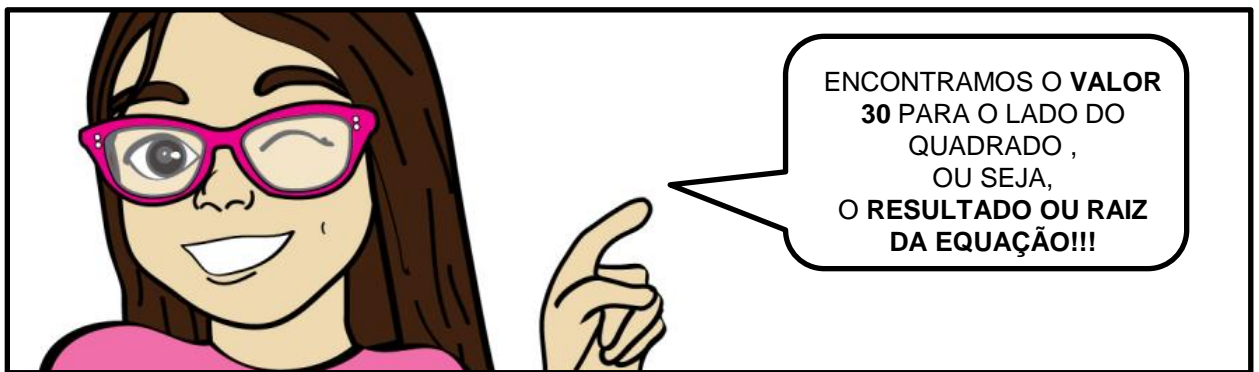


5°) SOMA-SE O QUADRADO ENCONTRADO A METADE DO LADO

$$29,5 + 0,5 = 30$$



**L = 30**



NOS TERMOS DE HOJE, PODEMOS OBSERVAR QUE:

A SOLUÇÃO APRESENTADA EQUIVALE À FORMULA

$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

PARA UMA RAIZ DA EQUAÇÃO DO TIPO

$$x^2 - px = q.$$





# CAPÍTULO 3

# EUCLIDES DE ALEXANDRIA..

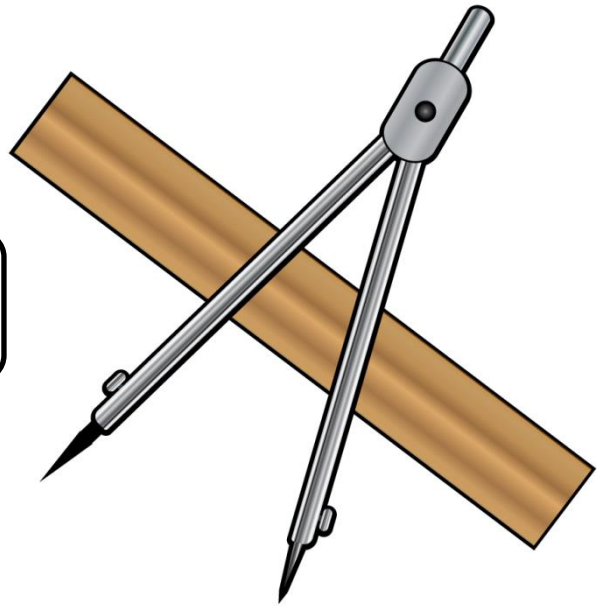
# QUEM!?!

O MUNDO DA RÉGUA NÃO GRADUADA E DO COMPASSO



A GRÉCIA FOI O BERÇO DE GRANDES MATEMÁTICOS, COMO EUCLIDES, TALES DE MILETO E PITÁGORAS. **EUCLIDES**, MAIS CONHECIDO COMO EUCLIDES DE ALEXANDRIA, FOI LECIONAR NA CIDADE, APÓS TER ESCRITO **OS ELEMENTOS**, EM 300 A.C., UM FAMOSO LIVRO DE MATEMÁTICA, ONDE REUNIU TODO O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE SUA ÉPOCA.

EUCLIDES NÃO FAZIA CÁLCULOS, USADA UMA RÉGUA NÃO GRADUADA E UM COMPASSO E POR MEIO DE LONGOS E COMPLEXOS ENUNCIADOS, ELE TENTAVA DESCOBRIR NOVAS RELAÇÕES GEOMÉTRICAS.

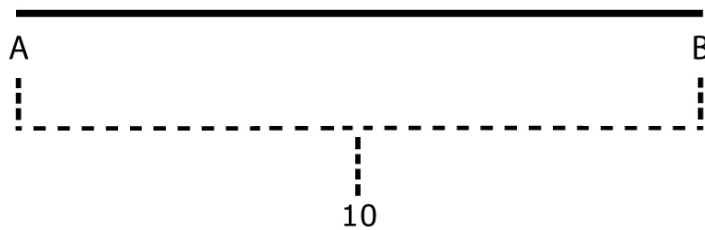


PENSEM COMIGO NA EQUAÇÃO  
 $x^2 - 10x + 9 = 0...$



**aí a geometria...**

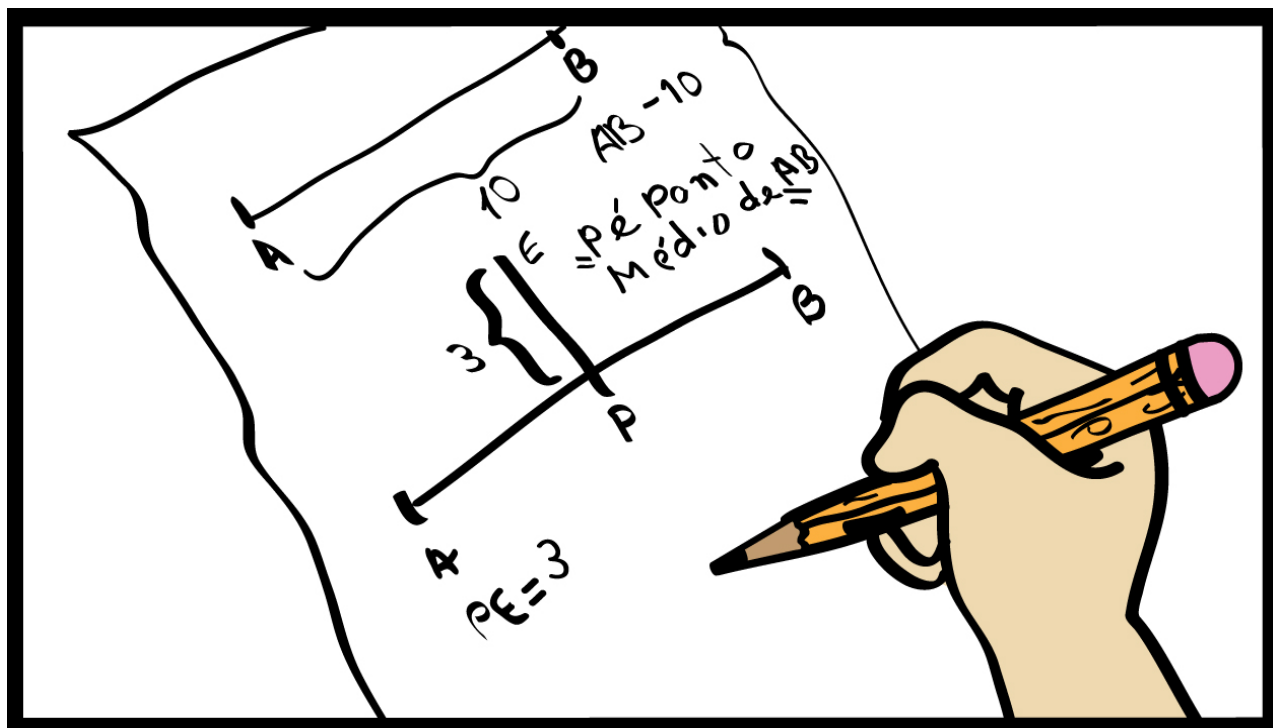
TRAÇAMOS O SEGMENTO DE RETA COM DISTÂNCIA ENTRE OS PONTOS A E B IGUAL A 10 (**AB = 10**).



RETA DE TAMANHO 10??  
A EQUAÇÃO É...  
 $x^2 - 10x + 9 = 0.$   
AH TÁ!!!  
**DEZ!!**  
**O TERMO DO MEIO!! ENTENDI.**

MARQUE UM PONTO P NA METADE DA RETA TRAÇADA

A PARTIR DELE TRACE UM SEGMENTO PERPENDICULAR DE TAMANHO 3 E NOMEIE O NOVO PONTO DE E, SENDO ASSIM, **DISTÂNCIA PE = 3**.

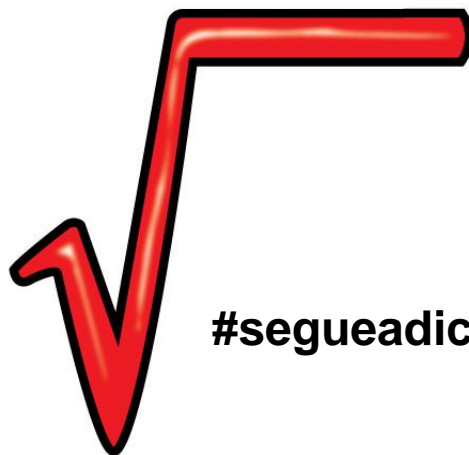


**RELEMBRANDO...**

RETAS PERPENDICULARES SÃO RETAS QUE SE INTERCEPTAM FORMANDO UM ÂNGULO RETO ( $90^\circ$ ).



3 !?!  
POR QUE DE TAMANHO 3



#segueadica

**EU SEI!!**  
A RAIZ QUADRADA DO  
**ÚLTIMO TERMO DA**  
EQUAÇÃO

$$x^2 - 10x + 9$$



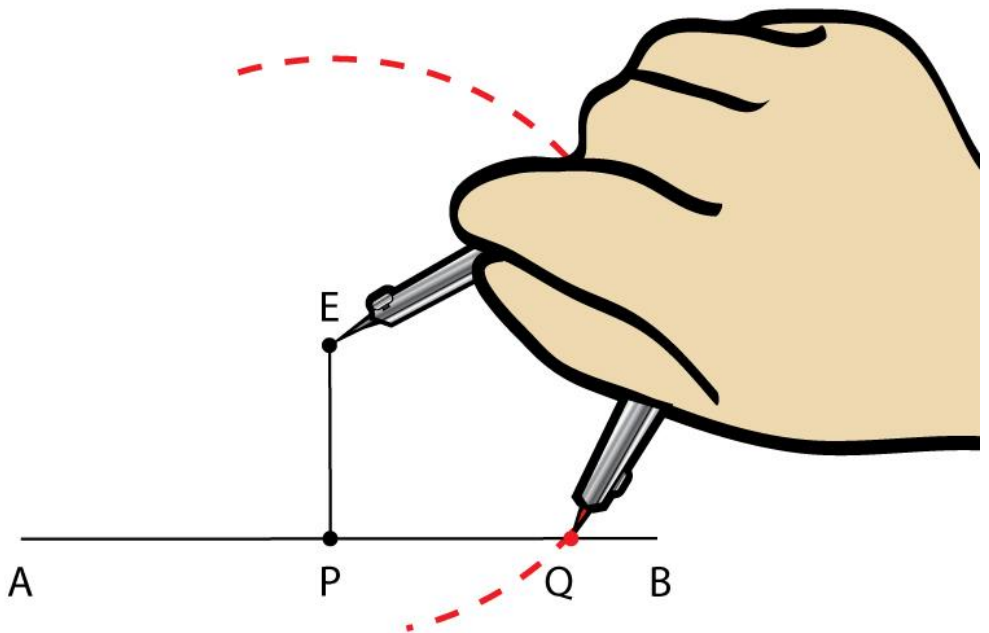
**VERDADE!!!**  
NÃO TINHA  
REPARADO  
NISSO CARA!!!

$$\sqrt{9} = 3$$

COLOQUE O **COMPASS**  
NO **PONTO E** .

TRACE UM ARCO DE  
CIRCUNFERÊNCIA COM  
RAIO DE 5, OU SEJA, A  
DISTÂNCIA ENTRE OS  
PONTOS P E B.

QUANDO O COMPASSO  
CORTAR A RETA AB,  
MARQUE O PONTO Q.





IMAGINA SÓ...  
A RAIZ DESEJADA  
SERÁ DADA PELO  
**COMPRIENTO AQ,**  
QUE VALE 9.

OU SEJA, TEREMOS:

$$\frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - (\sqrt{9})^2} = 9$$

**UFAAAAA!!!**  
ACHEI QUE NÃO IRIA  
ENTENDER ESSA  
RESOLUÇÃO.  
**MAS FOI MOLEZA!!!**



NOS TERMOS DE HOJE, PODEMOS OBSERVAR QUE:

$$x^2 - ax + b^2 = 0 \quad \text{TEM PARA RAÍZES} \quad x_1 = AQ \text{ e } x_2 = BQ$$

$$x^2 + ax + b^2 = 0 \quad \text{TEM PARA RAÍZES} \quad x_1 = -AQ \text{ e } x_2 = -BQ$$



# CAPÍTULO 4

## “ADAD, JIDHR E MAL” O QUE TEM HAVER COM EQUAÇÃO?

A FORMA RETÓRICA DE RESOLVER EQUAÇÕES



Figura do centro científico de Bagdá<sup>1</sup>

O CALIFA Al-Mamum BUSCAVA TORNAR BAGDÁ O MAIOR CENTRO CIENTÍFICO DO MUNDO, PARA ISSO, REUNIU GRANDES SÁBIOS MUÇULMANOS E Al-Khwarizmi ESTAVA ENTRE ELES, ESCRITOR DE UM DOS LIVROS MAIS IMPORTANTES DA IDADE MÉDIA, ONDE O TERMO “ÁLGEBRA” TEVE SUA ORIGEM. A PALAVRA *al-jabr*, OU ALGEBRA, EM ÁRABE, SIGNIFICAVA “RESTAURAÇÃO”, UMA DAS OPERAÇÕES USADAS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES.

---

<sup>1</sup>Figura extraída do site:  
[www.mpsnet.net](http://www.mpsnet.net)

AL-KHWARIZMI TINHA UMA LINGUAGEM RETÓRICA, OU SEJA, VERBAL PARA REALIZAR SEUS CÁLCULOS. NO CASO DA EQUAÇÃO, EXISTIA UM VOCABULÁRIO PRÓPRIO E PADRÃO, A RAIZ, O QUADRADO E O NÚMERO SIMPLES. O QUADRADO É UM TERMO TÉCNICO, NÃO SE TRATA QUE UM QUADRADO GEOMÉTRICO E SIM DA QUANTIDADE DESCONHECIDA. A RAIZ, É O TERMO ESSENCIAL E O NÚMERO SIMPLES, É O NÚMERO DADO OU O NÚMERO CONHECIDO.

QUADRADO QUE NÃO É QUADRADO GEOMÉTRICO... SÓ EM BAGDÁ MESMO!



Nomenclatura árabe	Significado na língua corrente	Sentido nos problemas	Notação moderna
<b>Adad</b>	Número ou quantidade de dinheiro	Quantidade conhecida (número dado)	<b>c</b>
<b>Jidhr</b>	Raiz	Quantidade desconhecida	<b>x</b>
<b>Mal</b>	Possessão ou tesouro	Quadrado da quantidade desconhecida	<b>x<sup>2</sup></b>

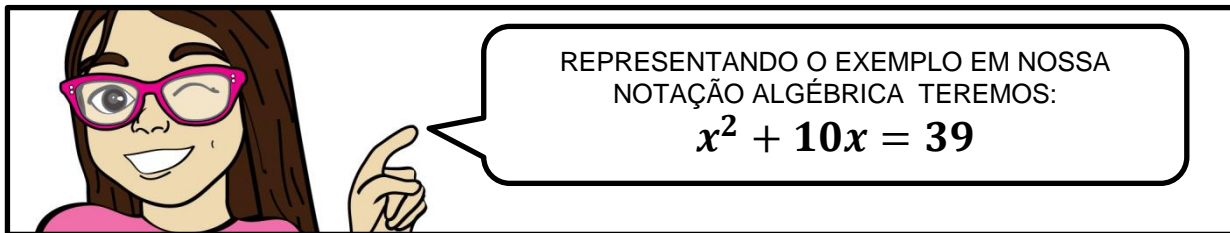
AGORA VAMOS PENSAR EM UM EXEMPLO E RESOLVER COMO OS ÁRABES????



CLARO QUE SIM!!!  
PENSA ASSIM: "UM MAL E DEZ JIDHR IGUALAM 39 DINARES"



De  no exemplo...



1°) TOME A METADE DA QUANTIDADE DE *JIDHR*

$$10 \div 2 = 5$$

---

2°) MULTIPLIQUE ESSA QUANTIDADE POR SI MESMA

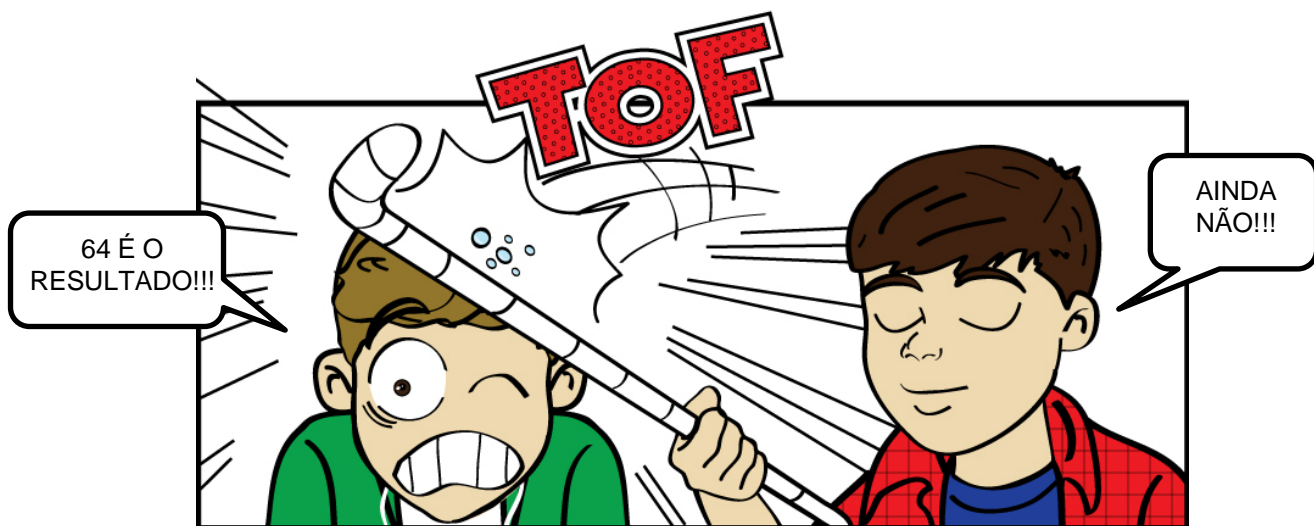
$$5 \times 5 = 25$$

---

3°) SOME NO RESULTADO OS *ADAD*

$$25 + 39 = 64$$

---



4°) EXTRAIA A RAIZ QUADRADA DO RESULTADO

$$\sqrt{64} = 8$$

---

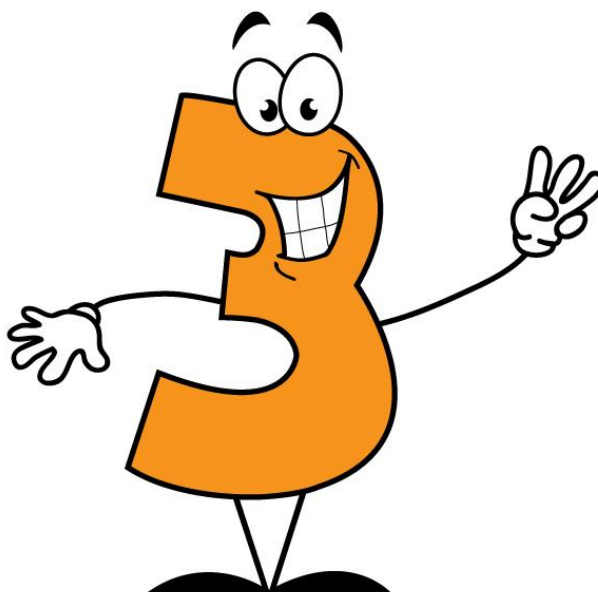
5º) SUBTRAIA DESSE RESULTADO A METADE DO JIDHR

$$8 - 5 = 3$$

---



AHHHHH!!!  
AGORA SIM!!!  
TEMOS A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO



NOS TERMOS DE HOJE, PODEMOS OBSERVAR QUE:

A SOLUÇÃO PARA A EQUAÇÃO DO TIPO

$$x^2 + bx = c$$

É DADA POR:

$$-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + c}$$

# CAPÍTULO 5

## POR ONDE ANDA BHASKARA?

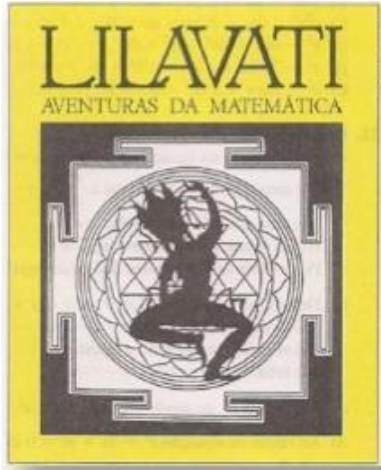
A RESOLUÇÃO POR VERSOS



A MAIOR PARTE DA MATEMÁTICA QUE CONHECEMOS COMO “INDIANA” FOI ESCRITA EM SÂNSCRITO E SE ORIGINOU NA REGIÃO DO SUL DA ÁSIA. COM O POSSÍVEL CONTATO COM A ASTRONOMIA BABILÔNICA E GREGA, AS OBRAS MATEMÁTICAS INDIANAS, FORAM ESCRITAS EM VERSOS. COMO OS VERSOS ERAM DE DIFÍCIL ENTENDIMENTO, AS OBRAS POSSUÍAM COMENTÁRIOS REDIGIDOS POR OUTROS MATEMÁTICOS PARA FACILITAR A COMPREENSÃO.

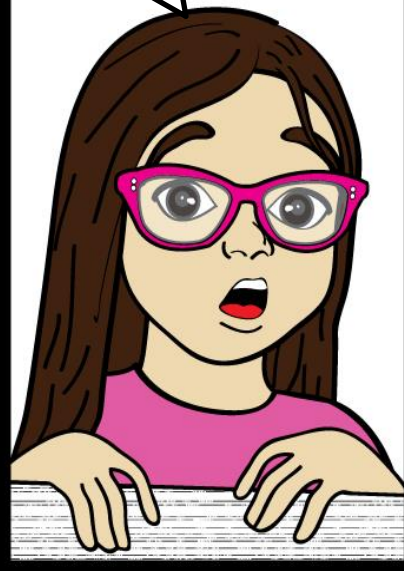
AUTOR DOS LIVROS *LILAVATI* E *O BIJA GANITA*, OS LIVROS MAIS POPULARES DE ARITMÉTICA E ÁLGEBRA NO SÉCULO XII, BHASKARA DE ARIKA, OU BHASKARA II, ERA ASTRÔNOMO E NASCEU EM 1.114. SUA OBRA REPRESENTA A PASSAGEM DAS CONTRIBUIÇÕES DE HINDUS ANTERIORES.

LILAVATI ERA O NOME NA FILHA DE BHASKARA QUE PERDEU O MOMENTO CERTO DO SEU CASAMENTO



SEGUNDO A LENDA, BHASKARA TINHA CALCULADO QUE SUA FILHA SÓ PODERIA SE CASAR DE MODO PROPÍCIO NUMA DETERMINADA HORA DE UM DIA DADO. NO GRANDE DIA, A JOVEM ANCIOSA ESTAVA DEBRUÇADA SOBRE UM RELÓGIO DE ÁGUA. QUANDO SE APROXIMAVA A HORA DO CASAMENTO...

UMA PÉROLA CAIU DE SEU CABELO E **DETEVE** O FLUXO DA ÁGUA



COM ISSO A HORA PROPÍCIA TINHA PASSADO



PARA CONSOLAR A MOÇA, O PAI DEU SEU NOME AO LIVRO.



NO BIJA GANITA, QUE QUER DIZER “SEMENTE DO CÁLCULO”, BHASKARA DESCREVE REGRAS PARA RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO QUANTIDADES DESCONHECIDAS. AS REGRAS SÃO EXPRESSAS EM VERSOS, SÃO ILUSTRADAS POR EXEMPLOS E CONTÊM UM COMENTÁRIO DO AUTOR, VISANDO EXPLICÁ-LAS.



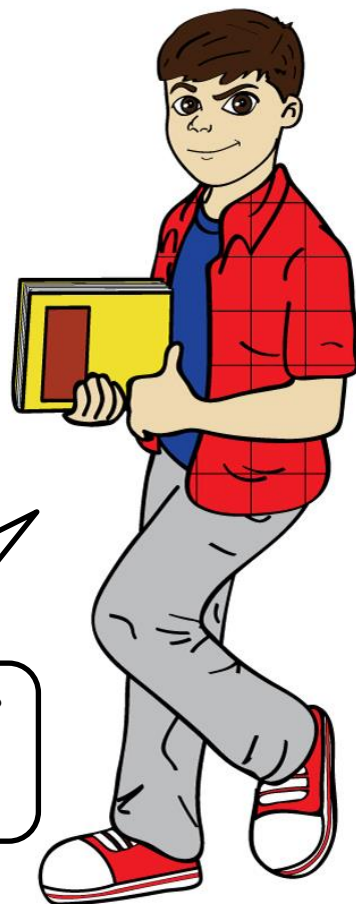
VERSOS!!!!  
E A FÓRMULA DE  
BHASKARA QUE ELE  
INVENTOU???

ELE **NÃO** INVENTOU A FÓRMULA DA MANEIRA QUE CONHECEMOS!!!  
VAMOS ENTENDER COMO ELE RESOLVIA EQUAÇÃO...



VAMOS MOSTRAR PARA VOCÊ COMO CALCULAR UM PROBLEMA DE JUROS, CASO VOCÊ EMPRESTE SEU DINHEIRO PARA ALGUÉM NO FUTURO. BHASKARA FORMULAVA O PROBLEMA DA SEGUINTE FORMA:

*“Calcule a metade do capital ao quadrado, acrescente-a ao produto do juro total pelo capital, extraia a raiz quadrada e logo diminua a metade do capital.”*



VOCÊ CONSEGUIU ENTENDER ALGUMA COISA???  
QUANDO EU LI, NÃO ENTENDI NADINHA.  
NÓS TIVEMOS QUE PROCUDRAR MAIS PARA  
ENTENDER MELHOR O NOSSO AMIGO BHASKARA.

De  no exemplo...

VEM  
RESOLVER  
COMIGO...



UM CAPITAL DE 100 FOI  
EMPRESTADO A UMA CERTA  
TAXA DE JUROS AO ANO. O JURO  
OBTIDO APÓS UM ANO FOI  
APLICADO DURANTE MAIS UM  
ANO. SE O JURO TOTAL É DE 75,  
QUA É A TAXA DE JUROS?

1º) REPRESENTA A METADE DO CAPITAL AO QUADRADO

$$\left(\frac{100}{2}\right)^2$$

---

2º) ACRESCENTE-A AO PRODUTO DO JURO TOTAL PELO CAPITAL

$$+ 75 \times 100$$

---

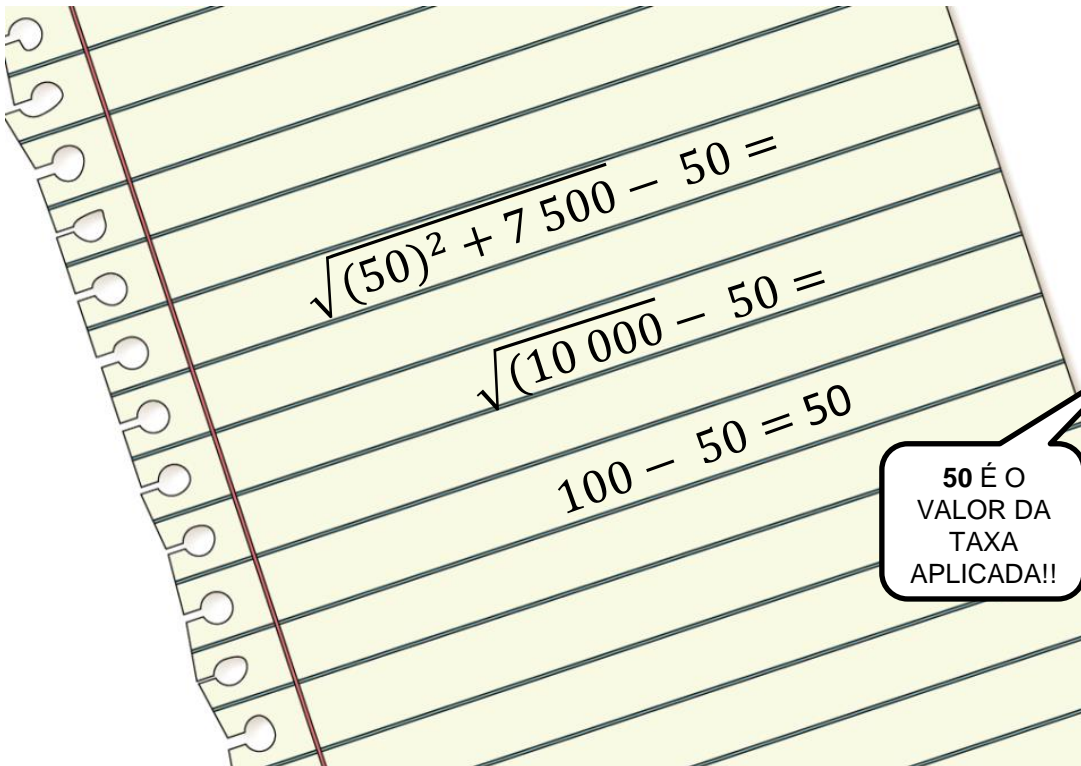
3º) EXTRAIA A RAIZ QUADRADA

$$\sqrt{\left(\frac{100}{2}\right)^2 + 75 \times 100}$$

---

4º) E LOGO DIMINUA A METADE DO CAPITAL

$$\sqrt{\left(\frac{100}{2}\right)^2 + 75 \cdot 100} - \frac{100}{2}$$



50 É O VALOR DA TAXA APLICADA!!

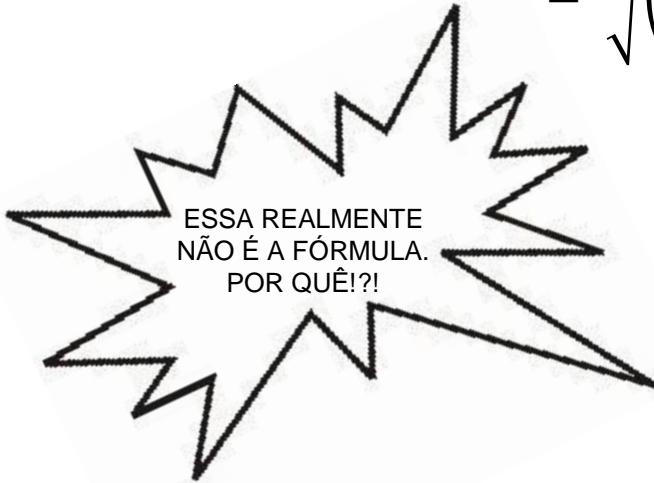


O VALOR ENCONTRADO É A RAIZ POSITIVA PARA A RESPOSTA DO PROBLEMA, QUE PODE SER EXPRESSO PELA EQUAÇÃO:

$$x^2 + 100x - 75000 = 0$$

NOS TERMOS DE HOJE, TEMOS:

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} - \frac{b}{2}$$



HOJE, O QUE CHAMAMOS DE "EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU" PODE SER RESOLVIDO PELO MÉTODO DE BHASKARA, PORÉM NÃO PODEMOS CONCEDER-LHE A INVENÇÃO DA FÓRMULA USADA ATUALMENTE.



JÁ EXISTIAM SÍMBOLOS PARA REPRESENTAR AS **INGÓGNITAS** E ALGUMAS OPERAÇÕES, PORÉM, NÃO HAVIAM SÍMBOLOS PARA EXPRESSAR **COEFICIENTES** GENÉRICOS A, B, C... DE UMA EQUAÇÃO COMO

$$ax^2 + bx + c = 0$$





### RELEMBRANDO...

OS **COEFICIENTES** SÃO OS VALORES DETERMINADOS.

AS **INCÓGNITAS** SÃO OS VALORES DESCONHECIDOS QUE DEPENDENDO DO VALOR QUE ASSUMAM, PODEM TORNAR A EQUAÇÃO VERDADEIRA OU FALSA.

SENDO ASSIM, EXISTIA UM MÉTODO GERAL PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES, EXPLÍCITO DE MODO RETÓRICO. ENTRETANTO, NÃO PODEMOS AFIRMAR QUE JÁ EXISTISSE UMA “FÓRMULA” PARA RESOLVERMOS EQUAÇÕES, DO JEITO QUE ENTENDEMOS HOJE, VISTO QUE NÃO HAVIA SIMBOLISMO PARA OS COEFICIENTES, O QUE SERÁ APRESENTADO POR VIÈTE SOMENTE NO SÉCULO XVI.



# CAPÍTULO 6

## DEFININDO OS COEFICIENTES

A NOVA ÁLGEBRA COM O MESMO PRESTÍGIO DA GEOMETRIA

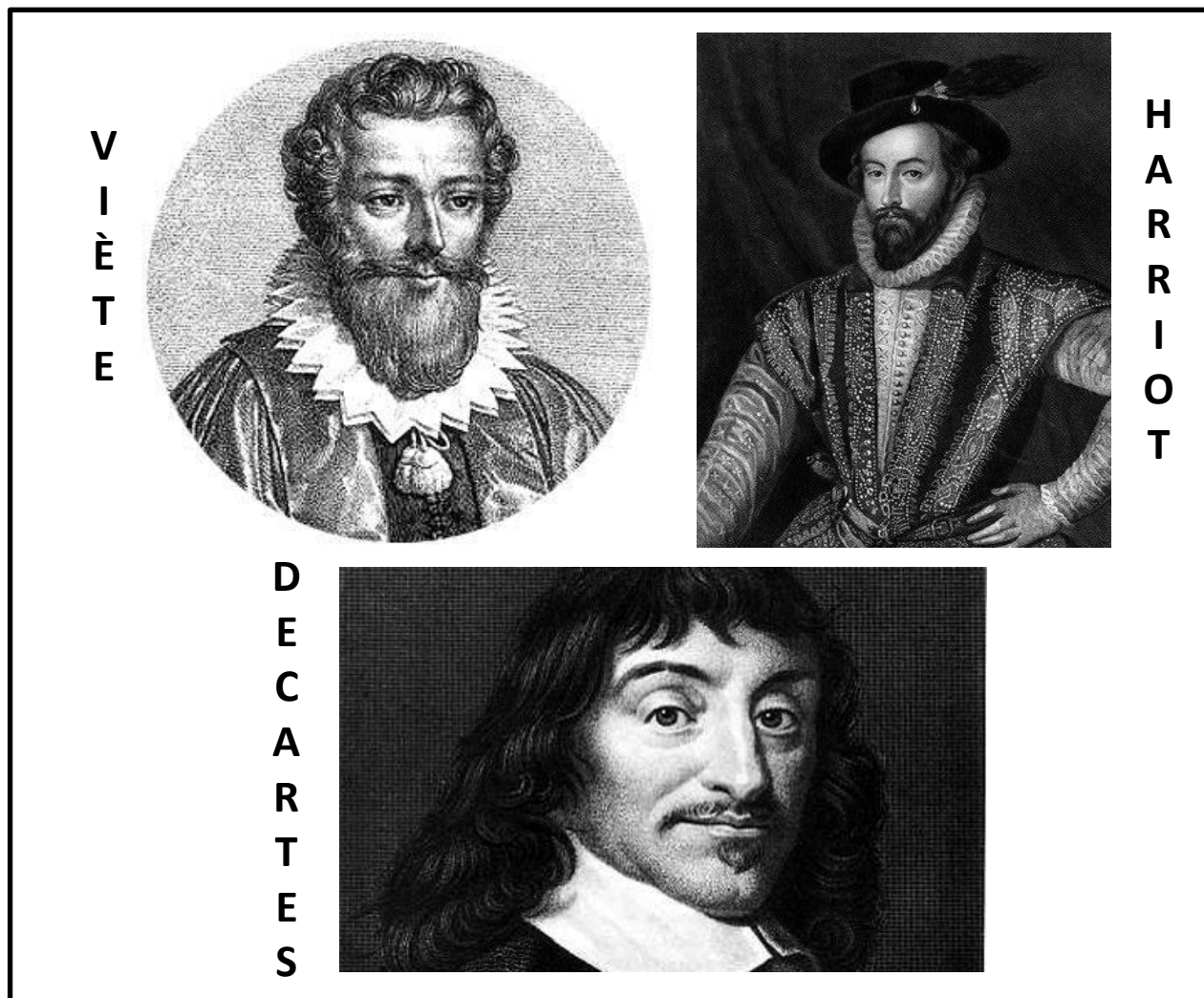


Figura de Viète, Harriot e Decartes <sup>2</sup>

DO SÉCULO XII ATÉ O XIX, FOI O PERÍODO ONDEM MUITOS MATEMÁTICOS DESENVOLVERAM FORMAS DIFERENTES PARA REPRESENTAR A EQUAÇÃO DO 2º GRAU. FRANÇOIS VIÈTE, ADVOGADO FRANCÊS APAIXONADO POR MATEMÁTICA, BUSCAVA MOSTRAR QUE A ÁLGEBRA PODIA SER ÚTIL, DANDO OS PRIMEIROS PASSOS PARA A NOVA ÁLGEBRA, A ÁLGEBRA SIMBÓLICA.

<sup>2</sup>Figura extraída do site:  
[www.historiadomundo.uol.com.br](http://www.historiadomundo.uol.com.br)

VIÊTE USOU UMA **VOGAL** PARA REPRESENTAR A **INGÓGNITA**

E ABREVIOU ALGUMAS PALAVRAS.

$\bar{p}$  SIGNIFICAVA **MAIS**  
 $\bar{m}$  SIGNIFICAVA **MENOS**



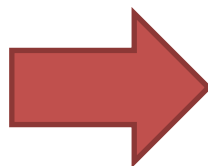
AS LETRAS TINHAM UM **TRAÇO** PARA INFORMAR QUE SE TRATAVA DE UM SÍMBOLO MATEMÁTICO.

ASSIM AS EQUAÇÕES PODIAM SER EXPRESSAS POR:

*A  $\bar{p}$  6 é igual a 18*

*A  $2 \bar{m}$  5 é igual a 27*

*A área  $\bar{p}$  A3 é igual a 0*



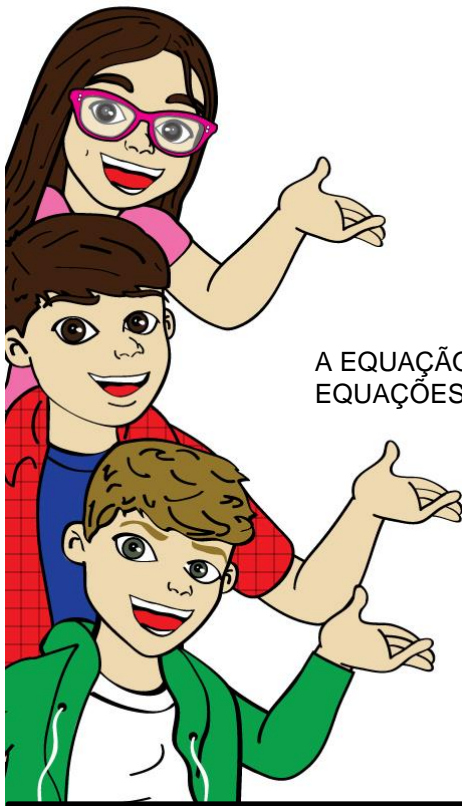
$$x + 6 = 18$$

$$2x - 5 = 27$$

$$x^2 + 3x = 0$$

**VOCÊ SABIA...**  
OS SINAIS DE + E - SUBSTITUÍRAM  $\bar{p}$  E  $\bar{m}$   
APÓS OS MATEMÁTICOS BUSCAREM  
ESSES SINAIS COM OS **COMERCIANTES DO**  
**RENASCIMENTO.**





**B in A área + C in A + D  
é igual a 0**

A EQUAÇÃO ACIMA, REPRESENTA A PRIMEIRA FORMA DE EXPRESSAR AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DE UMA FORMA GERAL.

**#segueadica**

VIÊTE USAVA A ABREVIACÃO  
*in* PARA A PALAVRA *vezes*.

PARA O MATEMÁTICO INGLÊS ROBERT RECORDE, DUAS COISAS NÃO PODEM SER **MAIS IGUAIS** DO QUE **UM PAR DE RETAS GÊMEAS** DE MESMO COMPRIMENTO, INICIANDO A IDEIA DE UM SÍMBOLO PARA REPRESENTAR O SINAL IGUALDADE QUE TEMOS HOJE.



OUTRO MATEMÁTICO INGLÊS, THOMAS HARRIOT, TAMBÉM CONTRIBUIU PARA CONSTRUÇÃO DA ÁLGEBRA SIMBÓLICA. ESSE MATEMÁTICO INTRODUZIU O **SINAL DE IGUALDADE** E UMA NOVA NOTAÇÃO PARA **POTÊNCIA “AA”** NA EQUAÇÃO.

## ANTES

$$AA + A3 + 9 = 0$$

## ATUALMENTE

$$x^2 + 3x + 9 = 0$$



MAS DE ONDE SURTIU

$$ax^2 + bx + c = 0$$

RENÉ DESCARTES, FILÓSOFO E MATEMÁTICO FRANCÊS TRANSFORMOU OS SÍMBOLOS DE VIÈTE POR REPRESENTAÇÕES MAIS PRÁTICAS.

*A área*

*expoente 2*

*in*

*×*

*incógnitas*

*últimas letras do alfabeto*

*x y z*

*coeficientes*

*primeiras letras do alfabeto*

*a b c*

DEPOIS DA **FORMA GERAL DA EQUAÇÃO** CRIADA POR VIÈTE, MUITOS MATEMÁTICOS, RAPIDAMENTE, FORAM DESCOBRINDO **PROPRIEDADES IMPORTANTES DAS EQUAÇÕES**, OU SEJA, QUASE QUE AO MESMO TEMPO, OS MATEMÁTICOS, DEDUZIRAM UMA **FÓRMULA ÚNICA PARA RESOLVER QUALQUER TIPO DE EQUAÇÃO!!**



***A FÓRMULA!!!***



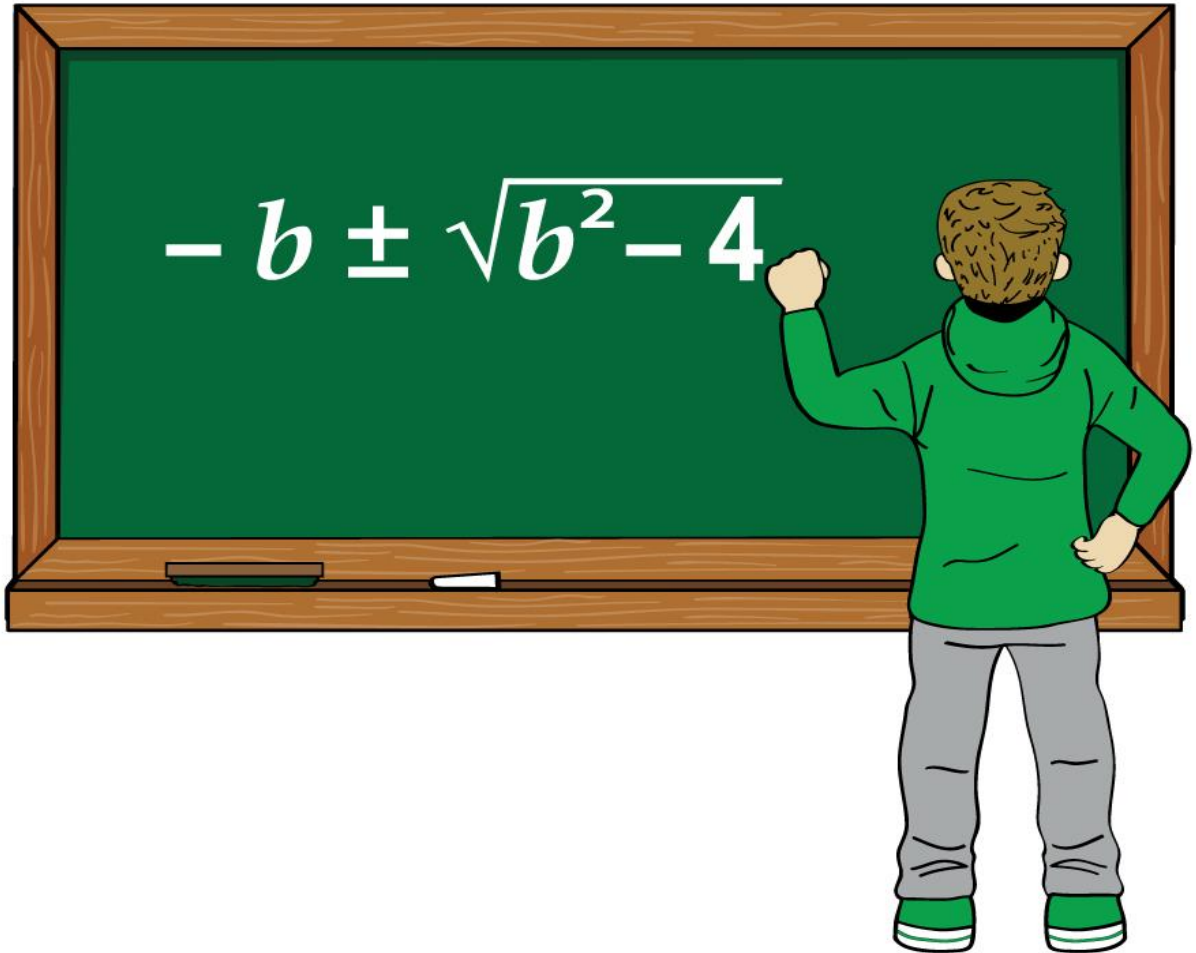


## CAPÍTULO 7

$$-b \pm \sqrt{b^2 - 4} \dots$$

# MAIS O QUÊ MESMO??

COMO A FÓRMULA FOI DEDUZIDA



A FÓRMULA QUE UTILIZAMOS FOI DEDUZIDA POR VÁRIOS MATEMÁTICOS DA ANTIGUIDADE ATRAVÉS CONCEITOS DA PRÓPRIA MATEMÁTICA.

NÃO PODEMOS ESQUECER QUE O NOSSO OBJETIVO É ENCONTRAR O VALOR DESCONHECIDO, **A INCÓGNITA**, OU SEJA, O VALOR DO NOSSO CAMARADA **X**.



PARTINDO A FORMA GERAL DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU, TEREMOS:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

1º) PASSAR O COEFICIENTE **C** PARA O OUTRO LADO DA IGUALDADE:

$$ax^2 + bx = -c$$

2º) MULTIPLICAR CADA LADO POR **4A**

$$4a \times (ax^2 + bx) = 4a \times (-c)$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

3º) SOMAR  $b^2$  A CADA LADO DA IGUALDADE

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

4º) TEMOS NO PRIMEIRO TERMO UM **TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO** E PODEMOS REESCREVÊ-LO DA SEGUINTE FORMA:

$$(2ax + b)^2 = -4ac + b^2$$

De  no exemplo...

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x^2 + 3x = 4$$

$$4 \cdot 1(x^2 + 3x) = 4 \cdot 1(4)$$

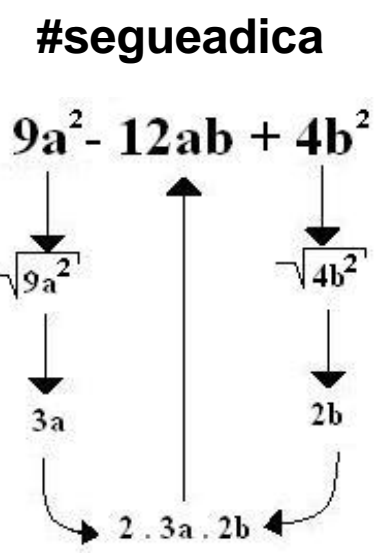
$$4x^2 + 12x = 16$$

$$4x^2 + 12x + 3^2 = 16 + 3^2$$

$$(2x + 3)^2 = 25$$

TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO, COMO ERA MESMO?

BASTA FATORAR PRIMINHA!



CONTINUANDO COM A FÓRMULA...

5º) EXTRAIR A RAIZ QUADRADA DE CADA LADO:

$$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{-4ac + b^2}$$

6º) COMO A RAIZ QUADRADA DE UM TERMO AO QUADRADO É ELE MESMO, PODEMOS:

~~$$\sqrt{(2ax + b)^2} = \sqrt{-4ac + b^2}$$~~

$$2ax + b = \sqrt{-4ac + b^2}$$

7º) UMA RAIZ QUADRADA ADMITE DOIS RESULTADOS, UM POSITIVO E OUTRO NEGATIVO

$$2ax + b = \pm \sqrt{-4ac + b^2}$$

8º) COMO QUEREMOS ENCONTRAR O VALOR DE X, PRECISAMOS ISOLÁ-LO NA EQUAÇÃO

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{(2x + 3)^2} = \sqrt{25}$$

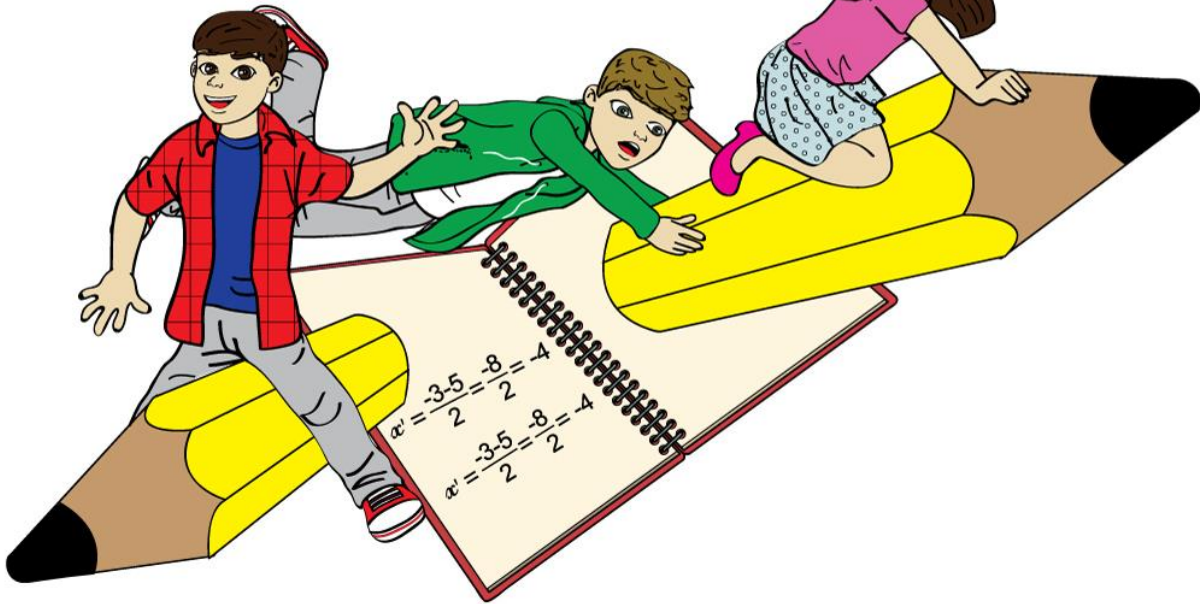
$$2x + 3 = 5$$

$$2x + 3 = \pm 5$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

E OS  
RESULTADOS  
DA EQUAÇÃO  
SÃO??

EU SEI!!!



$$x' = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x'' = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$b^2 - 4ac$  RECEBE O  
NOME DE  
**DISCRIMINANTE** E É  
INDICADO PELA  
LETRA  $\Delta$  (DELTA)

COM A FÓRMULA, VOCÊ PODE  
RESOLVER UMA EQUAÇÃO DO  
SEGUNDO GRAU EM POUCOS  
MINUTOS, ENQUANTO OS  
MATEMÁTICOS DA ANTIGUIDADE  
LEVAVAM MESES PARA  
RESOLVER!

# CAPÍTULO 8

# MAS PORQUE FÓRMULA DE BHASKARA?

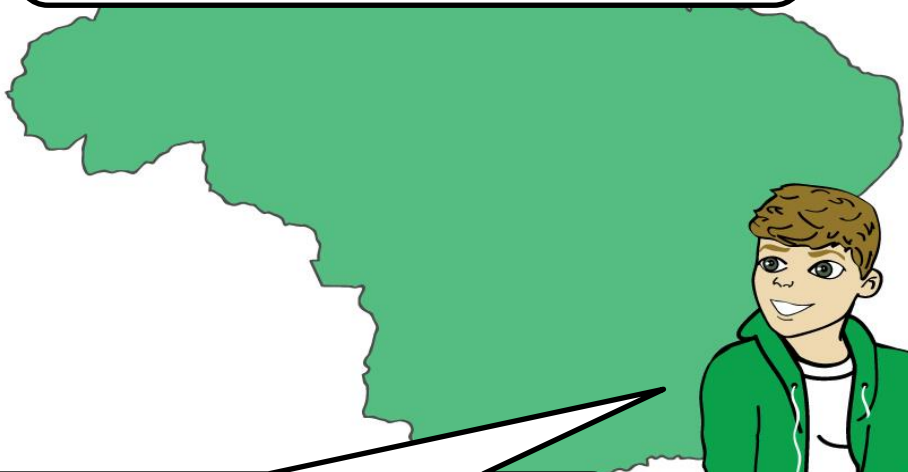
A LITERATURA INTERNACIONAL X A LITERATURA BRASILEIRA... TUDO ACABA EM MÚSICA



VOCÊ DEVE ESTAR SE PERGUNTANDO O POR QUÊ QUE A FÓRMULA DE BHASKARA TEM ESSE NOME, JÁ QUE NÃO FOI CRIADA PELO BHASKARA II, COMO ACONTECE COM ALGUMAS FÓRMULAS NA MATEMÁTICA OU NA FÍSICA, QUE LEVAM O NOME DOS SEUS CRIADORES.



LENDO UM POUQUINHO MAIS...  
ACREDITAMOS QUE A DENOMINAÇÃO "FÓRMULA DE BHASKARA" É **TIPICAMENTE BRASILEIRA** E PODE SER CONSIDERADA COMO **UMA HOMENAGEM** AO FAMOSO MATEMÁTICO HINDU, **BHASKARA II**.



EMBORA ALGUNS MATEMÁTICOS BRASILEIROS **NÃO CONCORDEM** COM ESSA DENOMINAÇÃO, DEVIDO AO FATO DA FÓRMULA NÃO TER SIDO CRIADA POR BHASKARA E POR NÃO ENCONTRAREM NA **LITERATURA INTERNACIONAL** TAL DENOMINAÇÃO. AQUI NO BRASIL CHAMAMOS A FÓRMULA POR ESSE NOME!



O PORQUÊ DO NOME EU AGORA JÁ ENTENDI.  
ADOREI DESCOBRI SOBRE A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU.  
ESTOU ATÉ COM VONTADE DE CANTAR...  
**VEM COM A GENTE!**



**VAMOS CANTAR!!!**

LÁ VOU EU...  
ME LEVO PELO MAR DA EQUAÇÃO (EQUAÇÃO)  
SOU MAIS UM MATEMATIQUEIRO  
RUMO AO RESULTADO LIGEIRO  
ADEUS, ME ATRAPALHAR  
UM DIA VOLTO, MEU PAI  
NÃO CHORES POIS NÃO VOU DESISTIR  
FELICIDADE O RESULTADO VOU DESCOBRIR

OI NO BALANÇO DA BHASKARA... EU VOU  
E NA RAIZ DE DELTA A FACILIDADE... AMOR (BIS)  
B AO QUADRADO MENOS 4AC... PRATICIDADE  
VOU RESOLVENDO EM BUSCA DA FELICIDADE  
COMEÇANDO PELO DELTA EU FAÇO  
EU VEJO E RETRATO OS MEUS DIAS  
MENOS B MAIS OU MENOS RAIZ DE DELTA  
COM ISSO REFAÇO MINHA ALEGRIA  
CHEGO A DIVISÃO POR DOIS A  
ENCONTRANDO AS RAÍZES DA EQUAÇÃO  
VOU RESOLVENDO O DIA-A-DIA  
EMBALADO NA MAGIA  
DO MUNDO RACIONAL  
EXPLODE EQUAÇÃO  
NA MAIOR FELICIDADE (BIS)  
É LINDA A FÓRMULA DE BHASKARA  
CONTAGIANDO, RESOLVENDO AS ATIVIDADES



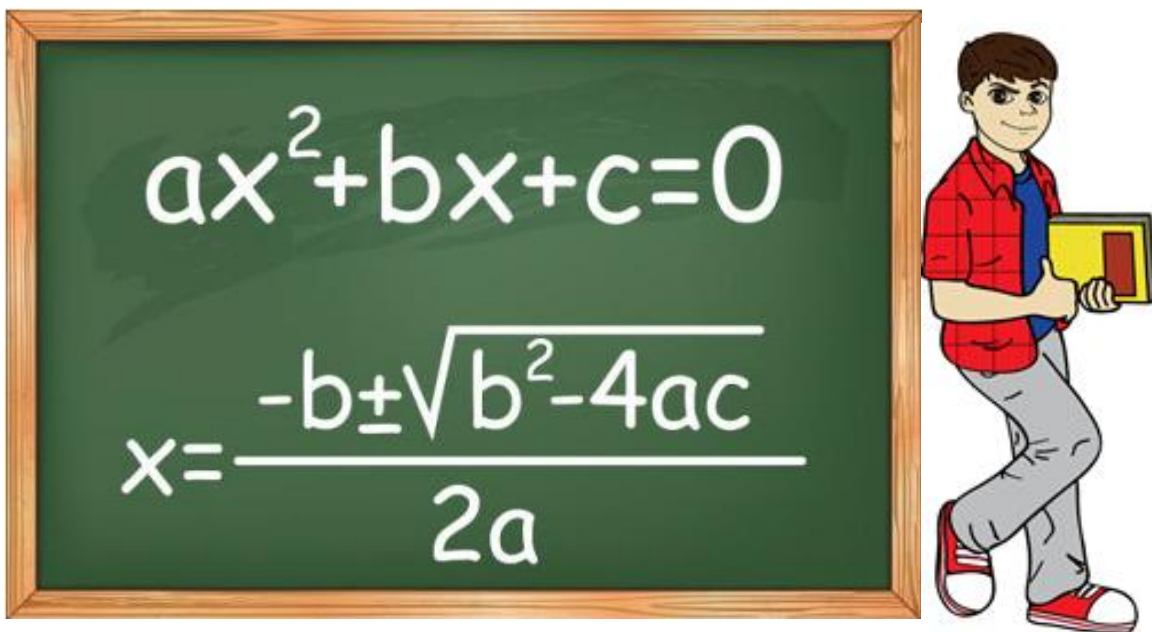




# CAPÍTULO 9

# USANDO A FÓRMULA DE BHASKARA

RESOLVENDO EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU PELA FÓRMULA



CHEGOU A HORA DE VOCÊ ENTENDER COMO AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU SÃO RESOLVIDAS COM A UTILIZAÇÃO DA FÓRMULA CONSTRUÍDA COM O AUXÍLIO DOS MATEMÁTICOS DURANTE ANOS.



$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



PARA RESOLVEMOS A EQUAÇÃO.  
BASTA APLICAR A FÓRMULA!!!  
VAMOS COM CALMA!

PRIMEIRO VAMOS IDENTIFICAR OS  
COEFICIENTES A, B E C ...

**DEPOIS PODEMOS SEGUIR OS  
PASSOS:**

**1º PASSO:** DETERMINAR O VALOR  
DO DISCRIMINANTE OU DELTA ( $\Delta$ )

**2º PASSO:** APLICAR A FÓRMULA  
DE BHASKARA E ENCONTRAR AS  
SOLUÇÕES



VAMOS RESOLVER  
JUNTOS ALGUMAS  
EQUAÇÕES DO  
SEGUNDO



$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$x^2 + 8x + 16 = 0$$
$$10x^2 + 6x + 10 = 0$$

De  no exemplo...

PARTINDO DA EQUAÇÃO SOLICITADA, VAMOS IDENTIFICAR OS COEFICIENTES

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -2 \quad c = -3$$

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR DO DISCRIMINANTE OU DELTA ( $\Delta$ )

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$
$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$$
$$\Delta = 4 + 12$$
$$\Delta = 16$$

2º PASSO: APLICAR A FÓRMULA DE BHASKARA

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

OS RESULTADOS SÃO  
 $x' = 3$  E  $x'' = -1$ .

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

De



no próximo exemplo...

PARTINDO DA EQUAÇÃO SOLICITADA, VAMOS IDENTIFICAR OS COEFICIENTES

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 8 \quad c = 16$$

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR DO DISCRIMINANTE OU DELTA ( $\Delta$ )

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16$$

$$\Delta = 64 - 64$$

$$\Delta = 0$$

2º PASSO: APLICAR A FORMULA DE BHASKARA

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x' = \frac{-8 + 0}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

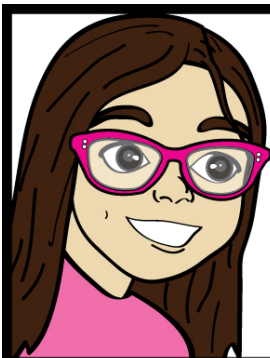
$$x'' = \frac{-8 + 0}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

O RESULTADO É  
 $x' = -4$ .

CALMA AÍ!!!  
MAS AGORA SÓ APARECEU UMA  
POSSIBILIDADE DE VALOR PARA X.  
COMO ASSIM? DOIS VALORES IGUAIS?  
UMA SOLUÇÃO?



ISSO MESMO!!!  
ESPERA SÓ PARA VER O QUE VAI  
ACONTECER COM A PRÓXIMA  
EQUAÇÃO.



De  nessa equação...

PARTINDO DA EQUAÇÃO SOLICITADA, VAMOS IDENTIFICAR OS COEFICIENTES

$$10x^2 + 6x + 10 = 0$$

$$a = 10 \quad b = 6 \quad c = 10$$

1º PASSO: DETERMINAR O VALOR DO DISCRIMINANTE OU DELTA ( $\Delta$ )

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10$$

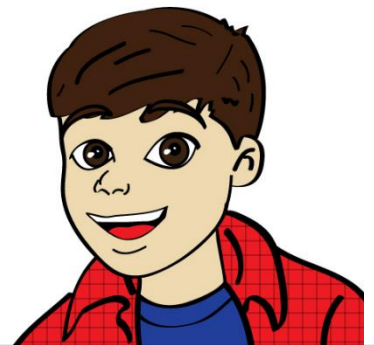
$$\Delta = 36 - 400$$

$$\Delta = -364$$



MAS PERAI???  
NÃO EXISTE RAÍZ QUADRADA DE  
NÚMERO NEGATIVO...  
ENTÃO ESSA EQUAÇÃO NÃO TEM  
SOLUÇÃO???

NA VERDADE TEM SIM! MAS NÃO NO  
CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS!



CONSIDERANDO O CONJUNTO DOS  
NÚMEROS REAIS NÃO EXISTE UM NÚMERO  
QUE MULTIPLICADO POR ELE MESMO DÊ UM  
VALOR NEGATIVO!

ENTÃO VOCÊ ESTÁ CERTO, PRIMINHO!

NAS RESOLUÇÕES EM QUE O VALOR DO DISCRIMINANTE É MENOR QUE ZERO, ISTO É, O NÚMERO É NEGATIVO, A EQUAÇÃO NÃO POSSUI RAÍZES REAIS.



VOCÊ PERCEBEU A DIFERENÇA NO RESULTADO DO **DISCRIMINANTE**?  
AS POSSIBILIDADES DE RESULTADOS DE UMA EQUAÇÃO DEPENDE DO VALOR DO  $\Delta$ .

**ISSO MESMO!**  
O DETERMINANTE OU DELTA ( $\Delta$ ) ME INFORMA QUANTAS SOLUÇÕES A EQUAÇÃO PODE TER.



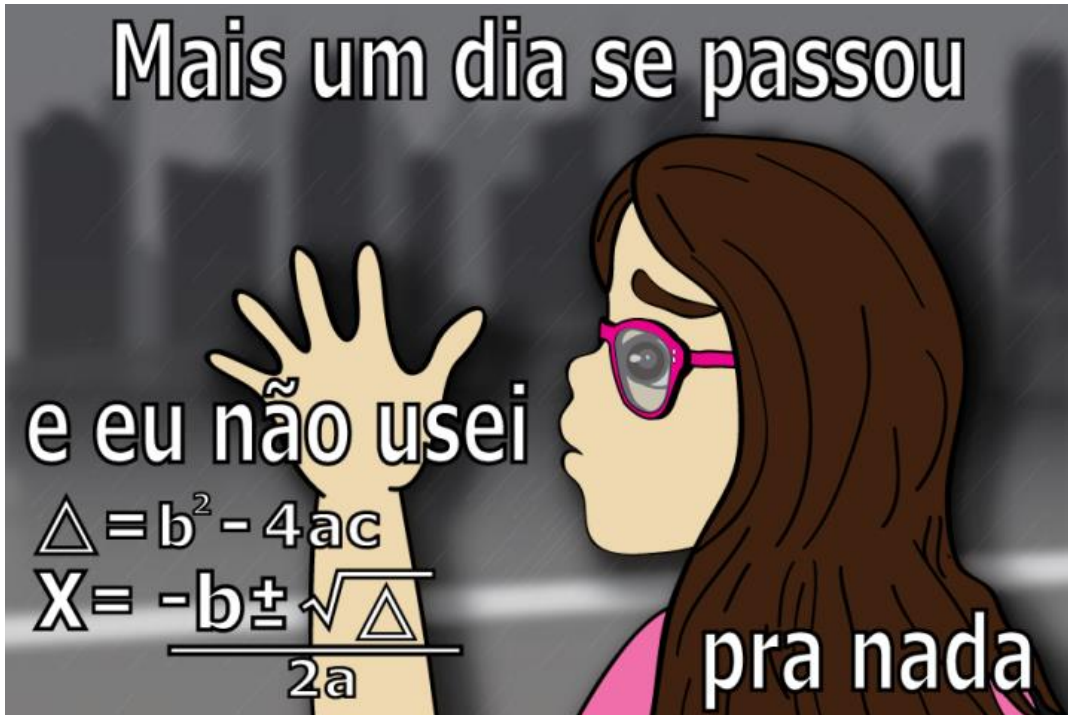
$\Delta > 0 \rightarrow$  *duas soluções reais diferentes*

$\Delta = 0 \rightarrow$  *uma solução real*

$\Delta < 0 \rightarrow$  *não existem soluções reais*

# EQUAÇÃO NO DIA-A-DIA É POSSÍVEL?

MOSTRANDO A APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU



VOCÊ DEVE ESTAR SE PERGUNTANDO O QUÊ A EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU TEM HAVER COM SUA VIDA... VAMOS TE CONTAR E MOSTRAR A IMPORTÂNCIA DESTA EQUAÇÃO.

APESAR NÃO PARECER, AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ESTÃO PRESENTES EM VÁRIAS SITUAÇÕES DO DIA-A-DIA.

É CLARO QUE ELA NÃO É UTILIZADA PARA RESOLVER TAREFAS SIMPLES, COMO TOMAR BANHO OU COMER UM DELICIOSO BOLO DE CHOCOLATE.

MAS QUE AS APLICAÇÕES EXISTEM, EXISTEM!!!  
VAMOS À ELAS!!!



## CÁLCULO DO ÍNDICE DE MASSA CORPÓREA (IMC)

**EVITE A OBESIDADE.**



Figura Evite a Obesidade<sup>3</sup>



QUADRADO



TRAPÉZIO



RETÂNGULO



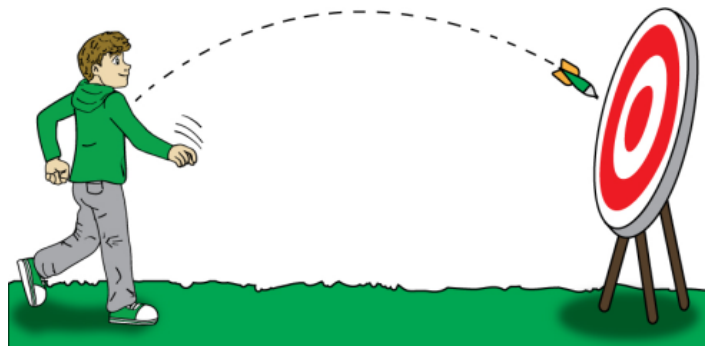
PENTÁGONO

## CÁLCULO DA ÁREA DE ALGUMAS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

<sup>3</sup>Figura extraída do site:  
[www.infobeso.blogspot.com.br](http://www.infobeso.blogspot.com.br)



**CÁLCULO DO  
LANÇAMENTO DE UM  
DARDO OU DE UMA BOLA  
DE FUTEBOL OU UM  
PROJÉTEL, PARA ANÁLISE  
DOS MOVIMENTOS  
UNIFORMEMENTE  
VARIADOS (MUV) NA  
FÍSICA**



**OU AINDA NAS CONSTRUÇÕES E NA ENGENHARIA.**



**TEM ALGO COMUM NESTAS FIGURAS...  
VOCÊ ESTÁ PERCEBENDO O MESMO QUE EU?  
FORMA DE ARCOS!!!!!!**



**MUITO BEM OBSERVADO!!!**  
AS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU SÃO  
UTILIZADAS NOS CÁLCULOS DE UMA  
**FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU** E ESTES  
ARCOS SÃO AS PARÁBOLAS DA **FUNÇÃO**.



**FUNÇÃO???**



**ISSO MESMO!!!**  
**FUNÇÃO**



VOCE SABIA QUE  
DETERMINAR AS RAÍZES DE  
UMA FUNÇÃO POLINOMIAL É  
O MESMO QUE ENCONTRAR A  
SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO?  
ISTO É, ENCONTRAR O  
VALOR OU OS VALORES QUE  
SATISFAZEM A EQUAÇÃO?



***FUNÇÃO POLINOMIAL??  
RAÍZES??  
ESSA NÃOOOO***



FIQUE CALMO MEU PRIMO!!!

**ISSO É OUTRA HISTÓRIA.....**



# REFERÊNCIAS

---

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 5 ed. Campinas: Unicamp, 2011.

FRAGOSO, W. **Equação do 2º grau: uma abordagem histórica**. 2 ed. Rio Grande do Sul: Unijuí, 1999.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática: história da equação do 2º grau**. 10 ed. São Paulo: Ática, 2010.

IEZZI, GELSON; MURAKAMI, C. **Fundamentos da Matemática Elementar** – vol. 1. 8 ed. São Paulo: Atual, 2004.

JAKUBOVIC, J; IMENES, L; LELLIS, M. **Equação do 2º grau**. 17 ed. São Paulo: Atual, 2012.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

