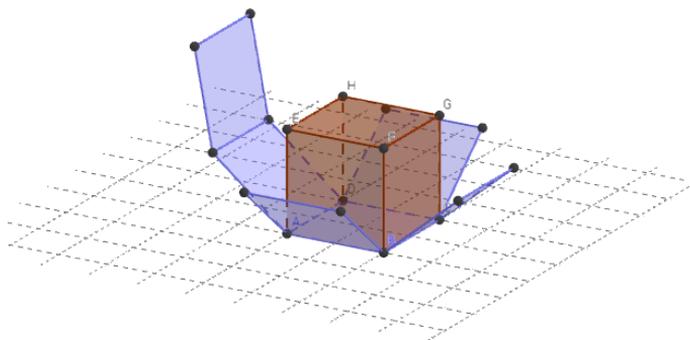


QUEZIA DE O. VARGAS DA SILVA  
ELINE DAS FLORES VICTER

# GEOMETRIA ESPACIAL

Uma abordagem  
no Ensino Médio  
com

GeoGebra



QUEZIA DE O. VARGAS DA SILVA  
ELINE DAS FLORES VICTER

# GEOMETRIA ESPACIAL

Uma abordagem  
no Ensino Médio  
com GeoGebra

VERSÃO PARA ESTUDANTES

**1ª Edição**

**Duque de Caxias**  
**Editora UNIGRANRIO**  
**2017**

## CATALOGAÇÃO NA FONTE

NÚCLEO DE COORDENAÇÃO DE BIBLIOTECAS – UNIGRANRIO

S586g Silva, Quezia de O. Vargas.

Geometria espacial: uma abordagem no ensino médio com GeoGebra: versão para estudantes / Quezia de O. Vargas da Silva, Eline das Flores Vicer. – Duque de Caxias, RJ : Editora Unigranrio, 2017.

41 p.: il.

ISBN: 978-85-9549-039-0

1. Geogebra (Programa de computador). 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Geometria. 4. Tecnologia educacional. I. Vicer, Eline das Flores. II. Título.

CDD – 516.3

## SUMÁRIO

Apresentação .....	05
Introdução .....	07
1. Geometria Espacial .....	08
2. Por que aprender geometria espacial? .....	15
3. Geometria Espacial e GeoGebra 3D .....	21
3.1. GeoGebra 3D .....	21
3.2. GeoGebra 3D: Elementos .....	23
3.3. Primeiras noções de como construir um Sólido 3D .....	29
3.4. Sugestões de atividades .....	31
3.5. Solução das atividades com tutorial .....	32
4.0 Desafios .....	38
Considerações Finais .....	39
Referências .....	40

## **APRESENTAÇÃO**

Este livro destina-se a estudantes da educação básica, interessados em aprender geometria espacial integrando as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Apresenta sugestões sobre como compreender conteúdos relacionados especificamente aos sólidos geométricos como prisma, cilindro, pirâmide, cone e esfera, com a utilização do programa GeoGebra3D (versão 5.0), escolhido por sua facilidade de uso simples e dinâmico, que proporciona a possibilidade de explorar, visualizar, conjecturar, analisar, redescobrir e construir novos conhecimentos, fomentando sua curiosidade e criatividade.

No momento em que nos propusemos a preparar este material, a ideia era desenvolver algo que pudesse contribuir para o processo de ensino da matemática, fazendo uso do GeoGebra 3D. Essa iniciativa foi motivada pela aprendizagem adquirida ao longo do curso de mestrado profissional em ensino da ciências e matemática da Universidade do Grande Rio, o qual aponta para a elaboração de um produto educacional visando uma contribuição concreta para a educação básica.

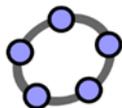
Desde então, nossa pergunta motivadora foi: como abordar os conceitos iniciais da geometria espacial com o GeoGebra 3D de forma que os estudantes tenham autonomia e real aprendizado? Em seguida surgiu a ideia de escrever um livreto voltado para professores e também para alunos. A proposta

para os estudantes seria um material auto-instrutivo, onde ele pudesse desenvolver, de forma independente, as construções de figuras tridimensionais. Ao professor caberia a partir dos movimentos e manipulações das figuras, auxiliar os alunos na formulação de conjecturas, conclusões e justificativas.

Todavia os questionamentos não cessaram. Passamos a ter outra pergunta motivadora: De que maneira incentivar o aluno a utilizar o GeoGebra 3D no aprendizado de geometria espacial sem que este tenha profundo conhecimento e prática acerca do software? A proposta do livreto traz uma abordagem de incentivo à autonomia no estudo dos conceitos da geometria espacial através do uso GeoGebra 3D.

O produto educacional "Geometria espacial e GeoGebra 3D" apresenta respostas aos nossos questionamentos iniciais. Os capítulos deste livreto foram testados por nós mesmas, demonstrando positividade no alcance do propósito de contribuição na educação básica.

*Quezia da Silva e Eline Victor.*



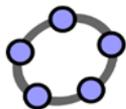
## INTRODUÇÃO

Considerando a relevância do ensino da geometria, ocorreu em nós a motivação profissional de expor o conceito em discussão de maneira clara e dinâmica. As pesquisas realizadas nos últimos anos propõem uma abordagem mais visual e lúdica, de forma a evidenciar as principais concepções da geometria espacial.

Nesse contexto, surge o pensamento de agregar uma ferramenta tecnológica, o GeoGebra 3D. A partir do estudo de algumas pesquisas, consideramos relevante o uso de tecnologias para a abordagem do ensino geométrico, em particularidade o *software* GeoGebra.

Encontramos registros acerca do GeoGebra que defendem sua utilização quanto à criatividade e autonomia. Valério e Souza (2013) afirmam que empregar esse software no estudo de geometria pode favorecer a compreensão de conceitos matemáticos e propiciar animação e criatividade durante a aprendizagem. Venturini e Lúcio (2013) registram que há possibilidade do aluno construir, visualizar e manipular objetos geométricos com autonomia utilizando o software.

Nessa diretriz, nos dedicamos a desenvolver este produto educacional, fruto da nossa pesquisa de mestrado profissional em ensino das ciências e matemática, idealizando contribuir para o ensino de geometria espacial através do uso do software GeoGebra em sua versão 5.0.



## 1. GEOMETRIA ESPACIAL

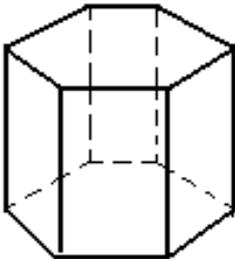
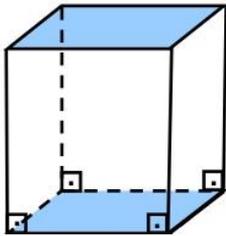
Nossa experiência em ministrar de aulas de geometria na educação básica nos permite afirmar que esta é apresentada nas escolas como a parte da matemática que estuda espaços e formas. Em geral são feitas identificações de figuras e seus respectivos elementos, comparações entre eles e classificações mediante às peculiaridades apresentadas. Dante (2011, p.20) traz uma definição da geometria bastante pertinente ao contexto da abordagem escolar.

Tão importante quanto os números é a geometria que permite compreender os espaços, sua ocupação e medida, as superfícies e suas formas, regularidades e medidas, e as relações entre todas essas figuras geométricas. (DANTE, 2011, p.20)

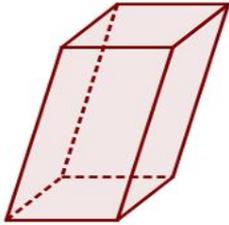
O grande nome envolvido no campo da geometria é o de Euclides. A ele atribuem o título de pai da geometria na história da matemática. O referido matemático escreveu a obra "Os Elementos", dividida em treze volumes. Os cinco primeiros abordam a geometria plana; os três seguintes enfocam os números; o próximo destaca a teoria das proporções; o sucessor tem como núcleo central os incomensuráveis; e os três finais discorrem sobre a geometria no espaço. Os "Elementos" de Euclides trouxe contribuições para o ensino de geometria nas escolas que se aplicam até hoje.

Vamos abordar brevemente acerca dos sólidos geométricos mais comuns apresentados no conceito de geometria espacial durante a educação básica.

**Prisma** – Poliedro que possui duas bases congruentes (secções paralelas), faces laterais (paralelogramos), arestas e vértices. A natureza é dada conforme a base. Por exemplo, se a base for triangular, então a natureza do prisma também será triangular.

<p><b>Prisma Regular:</b></p>  <p>Prisma Regular Hexagonal</p>	<p>Um prisma regular é aquele cujas bases são polígonos regulares. No caso da figura ao lado temos um prisma cujas bases são hexágonos regulares.</p>
<p><b>Prisma Reto:</b></p>  <p>Prisma Quadrangular Reto ou Cubo</p>	<p>Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares (formam um ângulo de <math>90^\circ</math>) aos planos da base.</p>

### Prisma Oblíquo:

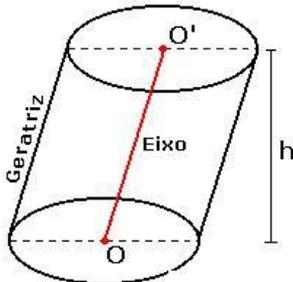


Prisma Quadrangular  
Oblíquo

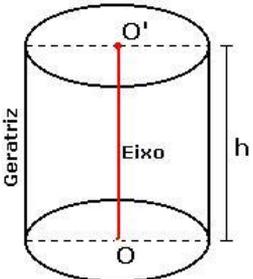
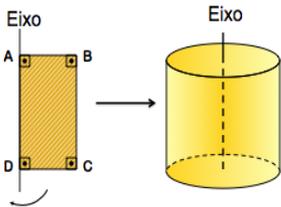
Um prisma é considerado oblíquo quando suas arestas laterais são oblíquas aos planos da base.

**Cilindro** – Sólido classificado como corpo redondo que possui duas bases circulares congruentes (em planos paralelos), geratriz e raio da base. Vejamos alguns exemplos:

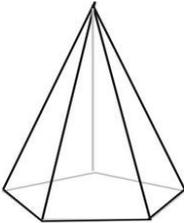
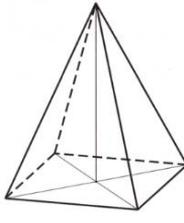
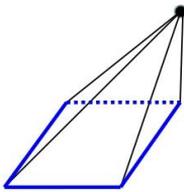
### Cilindro Oblíquo:



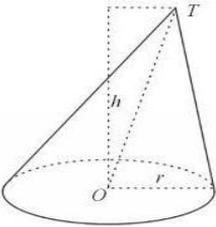
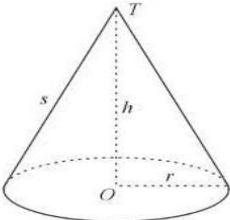
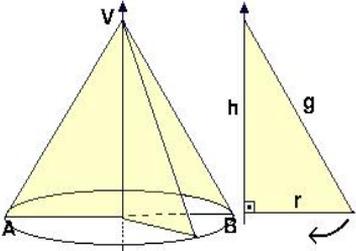
No cilindro oblíquo a geratriz é oblíqua ao plano da base.

<p><b>Cilindro Reto:</b></p> 	<p>No cilindro reto temos que a geratriz é perpendicular ao plano da base.</p>
<p><b>Cilindro de Revolução:</b></p> 	<p>O cilindro de revolução é gerado a partir da rotação de regiões planas em torno de seu eixo de revolução.</p>

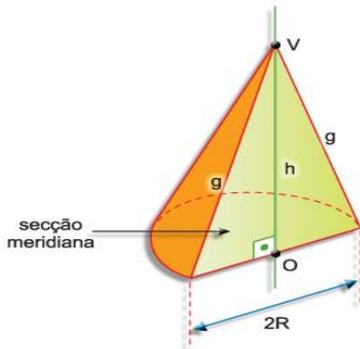
**Pirâmide** – Poliedro como uma base (polígono convexo), faces laterais (triângulo), arestas e vértices. A natureza de uma pirâmide será dada de acordo com o polígono da base. Por exemplo, teremos uma pirâmide triangular se a base for um triângulo.

<p><b>Pirâmide Regular:</b></p>  <p>Pirâmide Regular Pentagonal</p>	<p>Uma pirâmide é regular quando sua base representa um polígono regular. No caso da pirâmide ao lado a base é um pentágono regular.</p>
<p><b>Pirâmide Reta:</b></p>  <p>Pirâmide Quadrangular Reta</p>	<p>Na pirâmide reta a projeção que une o vértice ao centro da base coincide com a altura da pirâmide.</p>
<p><b>Pirâmide Oblíqua:</b></p>  <p>Pirâmide Quadrangular Oblíqua</p>	<p>Na pirâmide oblíqua a projeção que une o vértice ao centro da base NÃO coincide com a altura da pirâmide.</p>

**Cone** – Sólido classificado como corpo redondo. Possui uma base circular de centro  $O$  e raio  $r$  situado num plano qualquer, um ponto  $V$  fora desse plano. O cone reúne os segmentos de reta com uma extremidade em  $V$  e a outra nos pontos do círculo. Temos assim:

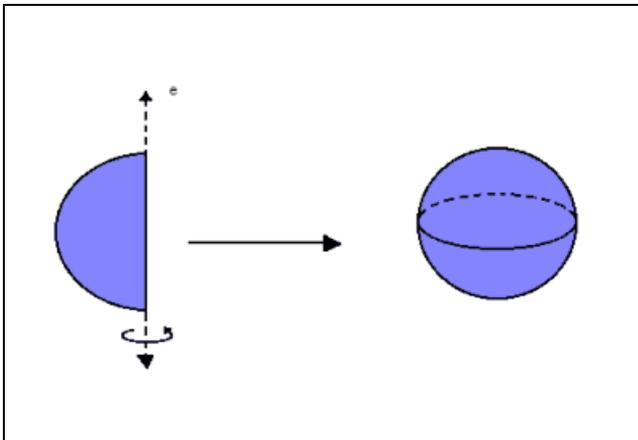
<p style="text-align: center;"><b>Cone Obliquo:</b></p> 	<p>No cone oblíquo a projeção que une o vértice ao centro da base <b>NÃO</b> coincide com a altura do cone.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Cone Reto:</b></p> 	<p>No cone reto a projeção que une o vértice ao centro da base coincide com a altura do cone.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Cone de Revolução:</b></p> 	<p>O cone de revolução é obtido ao girar um triângulo retângulo em torno do seu eixo de revolução.</p>

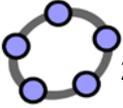
### Cone Equilátero:



No cone equilátero a secção meridiana é um triângulo equilátero, e por isso recebe esse nome.

**Esfera** – Sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.





## 2. POR QUE APRENDER GEOMETRIA ESPACIAL?

O conhecimento da geometria tridimensional nos permite fazer nossas próprias reflexões sobre formas, posições e medidas. Além de nos conceder a possibilidade de conhecer e aprofundar saberes científicos importantes para a formação plena de todo cidadão.

É possível identificar muitas profissões que utilizam conceitos geométricos tais como: arquitetura, astronomia, computação gráfica, corte e costura, coreógrafo, engenharia, entre outras. Vejamos:

### Arquitetura:

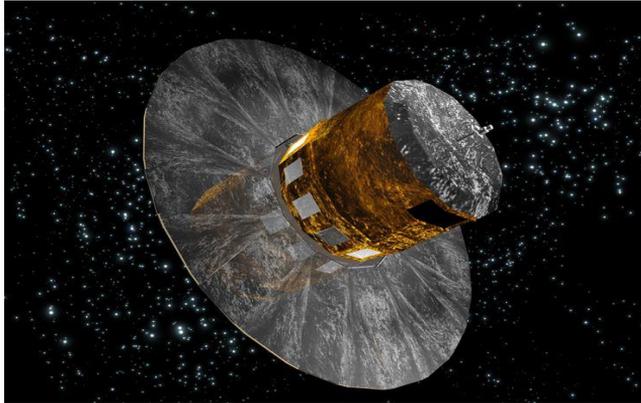
Congresso Nacional em Brasília, Distrito Federal  
Obra de Oscar Niemeyer



Fonte: <https://www.archdaily.com.br/br/803043/classicos-da-arquitetura-congresso-nacional-oscar-niemeyer>

Astronomia:

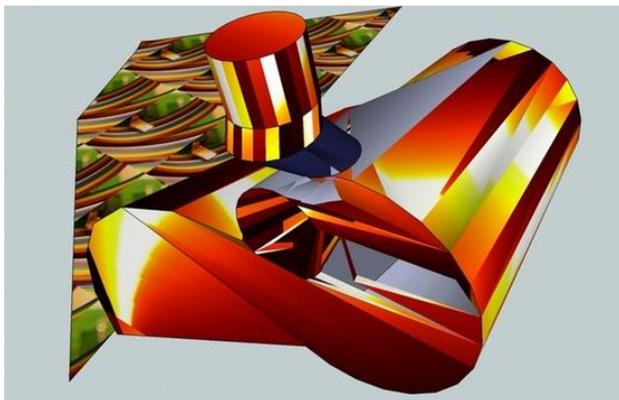
Veículo Espacial, Gaia



Fonte: <http://sci.esa.int/gaia/40924-gaia-spacecraft/>

Computação e Designer Gráfico:

Desenho Computacional



Fonte: [https://loucosportecnologias.blogspot.com.br/2016\\_01\\_03\\_archive.html](https://loucosportecnologias.blogspot.com.br/2016_01_03_archive.html)

## Corte e Costura:

Utensílios de trabalho de corte e costura



Fonte: [https://scontent.cdninstagram.com/t51.2885-15/s320x320/e35/11386496\\_1685844118297415\\_1349686956\\_n.jpg](https://scontent.cdninstagram.com/t51.2885-15/s320x320/e35/11386496_1685844118297415_1349686956_n.jpg)

## Coreografia:

Coreografia de Rodrigo Pederneiras, Parabelo



Fonte: <http://www.grupocorpo.com.br/obras/parabelo>

Percebemos a importância da Geometria tanto sob o ponto de vista prático quanto do aspecto instrumental na organização do pensamento. Existem objetos presentes no cotidiano que exige um pensamento elaborado da Geometria para que sejam identificados e compreendidos. Por exemplo:

Enfeites de casa (Prisma)



Fonte: <https://loucosportecnologias.blogspot.com.br/2016/11/geometria-especial-solidos.html>

---

Casquinha de sorvete (Cone)



Fonte: <http://nonomatematica.blogspot.com.br/2014/12/o-cone.html>

---

Bola de futebol (Esfera)



Fonte: <https://oglobo.globo.com/esportes/bolas-dos-campeonatos-estaduais>

---

Lata de leite (Cilindro)



Fonte: <http://inspiresuafesta.com/pote-de-doces-feito-com-lata-de-leite-lembrancinha/>

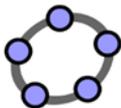
---

Museo da Grelha e a **pirâmide** de vidro, Paris



Fonte: <https://pt.dreamstime.com/fotos-de-stock-museu-da-grelha-e-pir%C3%A2mide-de-vidro-3-image24713533>

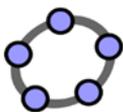
---



### **3. GEOMETRIA ESPACIAL E GEOGEBRA 3D**

A Geometria espacial estuda as figuras geométricas no espaço. Entendemos espaço como um lugar onde podemos encontrar todas as propriedades geométricas em mais de duas dimensões. A geometria espacial sendo composta por três dimensões requer uma visualização clara e evidente para que não haja dúvidas acerca da figura apresentada. Sendo assim, é de fundamental importância a utilização de um software que permite trabalhar com essa perspectiva.

O GeoGebra 3D permite a construção de sólidos espaciais e possui ferramentas que ajudam o usuário na sua utilização como legenda, e a janela de visualização tridimensional, 3D. Esses aspectos contribuem para a escolha do software como recurso tecnológico na abordagem da geometria espacial.



#### **3.1. O USO DO GEOGEBRA 3D NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL?**

De modo geral, o aluno nem sempre reconhece a importância de saber conceitos geométricos, e muitas vezes, por não compreender os conceitos geométricos, suas formas, propriedades, a relevância desse aprendizado para a vida em sociedade, o estudante não demonstra interesse pelo assunto. A ideia de apresentar tais conceitos utilizando uma abordagem

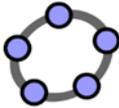
mais dinâmica e clara chega com a intenção de despertar esse interesse, de forma que você, estudante, aprenda significativamente.

Nesse contexto, surge o pensamento de agregar uma ferramenta tecnológica, o GeoGebra 3D. O GeoGebra é um *software* educativo gratuito voltado para o ensino e aprendizagem de matemática, e por ser um aplicativo de linguagem acessível é recomendado para todos os níveis de ensino.

Criado por Markus Hohenwarter em 2001, na Universitat Salzburg (Áustria), o GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. As apresentações destas possibilidades estão disponíveis em <http://www.geogebra.org>.

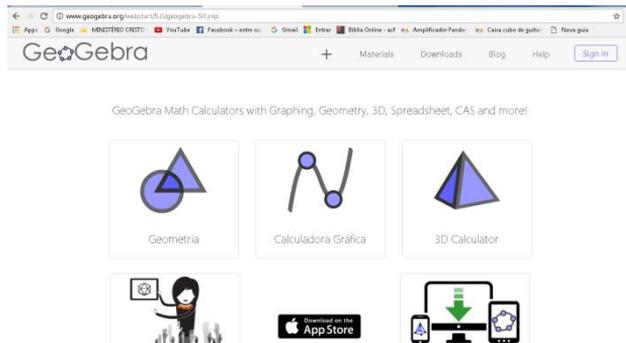
Em 2014 o software recebeu uma nova versão, chamada Beta. O GeoGebra 3D, Beta, versão 5.0 veio com a ideia de trabalhar a geometria tridimensional, e permite a criação e interação de objetos em coordenadas  $(x,y,z)$ , tais como pontos, linhas, polígonos, esferas e poliedros. É possível executar o download e instalação do software em [www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp](http://www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp).

O programa permite gerar sólidos de revolução a partir da janela 3D. É possível construir sólidos espaciais, como prismas, pirâmides, cones, esferas e outros.

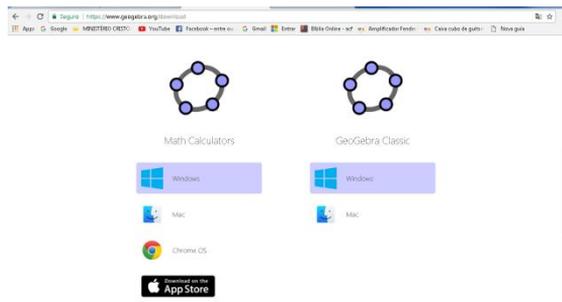


## 3.2. GEOGEBRA 3D: ELEMENTOS

Para realizar o download e instalar o programa em seu computador basta acessar o endereço do GeoGebra: [www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp](http://www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp). Será aberta a página a seguir e então basta clicar em download.



Após clicar em download haverá opção para instalação no sistema operacional do seu computador: Windows XP, Windows Vista, Windows 8, Windows 7, Windows 10, ou Mac. Clique no sistema do seu computador e o programa apresentará uma tela para salvar o software no seu aparelho. Basta aceitar e já estará pronto para uso.



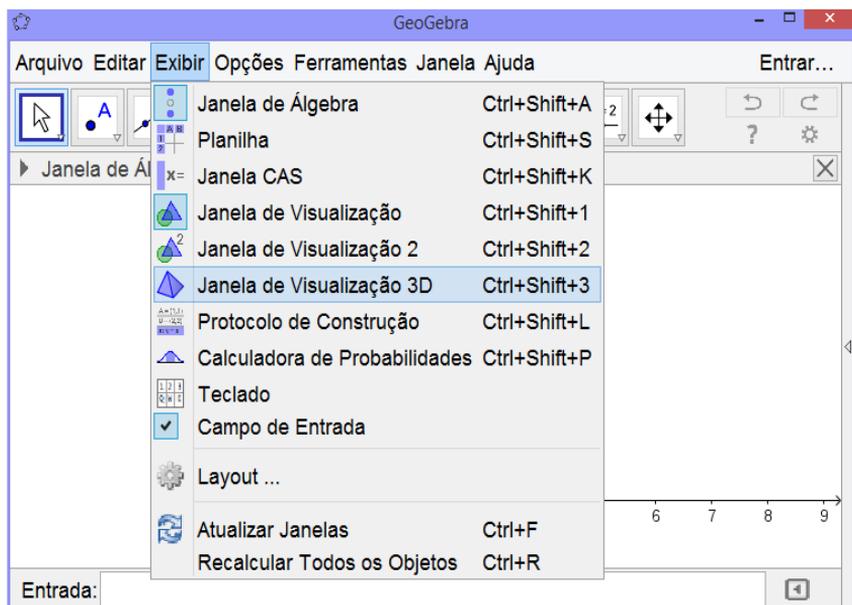
Assim que o GeoGebra for aberto em seu computador a seguinte tela é apresentada.

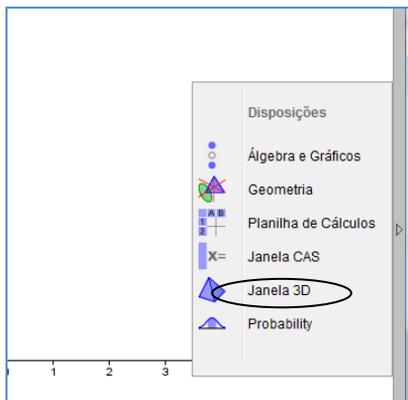


Um dos diferenciais do GeoGebra em relação aos outros softwares de Geometria Dinâmica é o fato de se poder acessar as funções, tanto pelos botões na Barra de Ferramentas

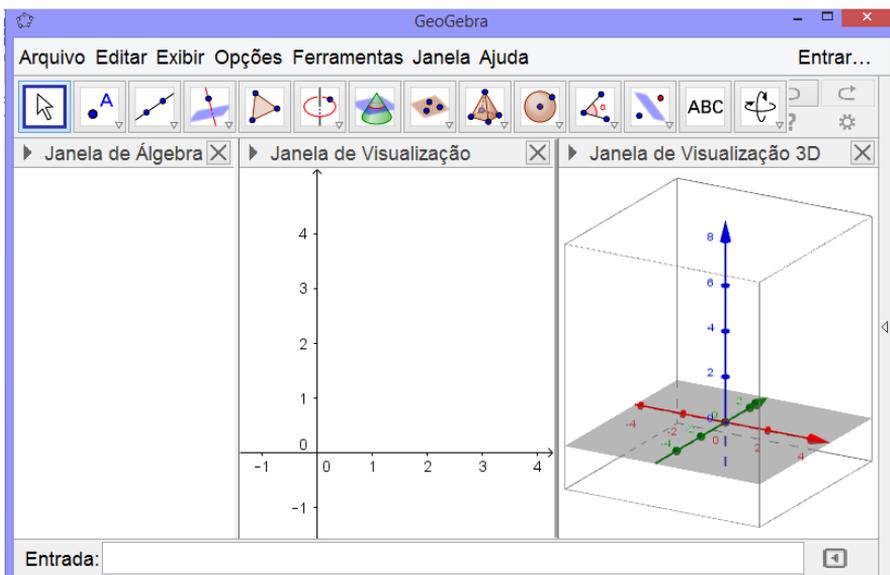
quanto pelo Campo de Entrada. Além de ser possível alterar as propriedades dos objetos construídos através da Janela da Álgebra, assim como por algumas ferramentas no Botão Direito do Mouse.

O software também permite três janelas de visualização. Clicando com o botão esquerdo do mouse sobre o ícone EXIBIR aparecerá a opção Janela de Visualização 3D, que também pode ser obtida pressionando as teclas Ctrl+Shift+3, ou até mesmo na Janela de Disposições no canto direito da tela inicial.





Temos a seguir a figura da tela do GeoGebra com 3 janelas de visualização.



## A Barra de Ferramentas 3D:



A seguir apresentamos a descrição dos principais botões da Barra de Ferramentas 3D

 **Ponto:** clicamos primeiro no ícone e depois na janela geométrica. Quando movimentado, as coordenadas do ponto aparecem na janela algébrica, se ela estiver ativada. Já na janela 3D, selecionando esta ferramenta, o ponto só será marcado sobre o plano xy ou sobre o eixo z. Para que o ponto seja marcado fora do plano xy ou fora do eixo z, é necessário criar um ponto sobre o eixo xy, dar um clique com o botão esquerdo do mouse sobre o ponto para alterar o seu deslocamento.

 **Ponto em Objeto:** clicando nesta ferramenta, o ponto será marcado sobre um objeto, seja ele um plano, um poliedro ou um corpo redondo.

 **Interseção de dois objetos:** selecionando-se dois objetos, os pontos de interseção serão marcados. A outra opção é clicar na interseção dos objetos, mas neste caso somente este ponto será marcado.

 **Ponto médio ou centro:** Para utilizar esta ferramenta, clicamos em: dois pontos para encontrar o ponto médio; ou em um segmento para encontrar seu ponto médio.

 **Reta definida por dois pontos:** tendo dois pontos, clicamos neste botão e nos pontos dados para construir a reta.

 **Segmento definido por dois pontos:** selecionamos dois pontos que determinam as extremidades do segmento, na janela algébrica temos a sua medida.

 **Reta perpendicular a um plano:** selecionamos um ponto e, em seguida, um plano. Dessa forma, constrói-se uma reta perpendicular ao plano, passando pelo ponto marcado.



**Reta paralela:** análogo a anterior.



**Círculo definido pelo centro e um de seus pontos:** Marcando-se um ponto A e outro B, marca-se o círculo com centro em A, passando por B.



**Círculo dados centro e raio:** Marca-se o centro A e digita-se a medida desejada para o raio, em uma janela que aparece automaticamente.



**Intersecção de duas superfícies:** após selecionar essa ferramenta, basta clicar em um plano e em faces de poliedros ou em um plano e um corpo redondo. Dessa forma, será marcada a curva de intersecção entre tais superfícies.



**Plano passando por três pontos:** marcando-se três pontos, determina-se um plano contendo-os.



**Plano Perpendicular:** Clicando-se em um ponto e, em seguida, em uma reta, constrói-se um plano perpendicular à reta, passando pelo ponto.



**Plano Paralelo:** clicando-se em um plano e em um ponto fora dele, constrói-se um plano paralelo ao plano considerado, passando pelo referido ponto.



**Prisma:** para construir o prisma, primeiro é necessário definir o polígono da base e a altura. Clica-se no polígono da base e, em seguida, no ponto que define a altura.



**Cone:** selecione esta ferramenta e marque dois pontos quaisquer. O primeiro definirá o centro do círculo da base e o segundo definirá o vértice do cone. A seguir, uma janela se abrirá solicitando o valor do raio.



**Cilindro:** selecione esta ferramenta e marque dois pontos quaisquer. O primeiro definirá o centro dos círculos das bases e o segundo definirá a altura do cilindro. A seguir, uma janela se abrirá solicitando o valor do raio.



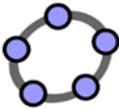
**Cubo:** *selecione esta ferramenta e marque dois pontos quaisquer.*



**Esfera dados Centro e um de seus Pontos:** *selecione esta ferramenta e clique em um ponto qualquer. Em seguida, arraste o mouse até um outro ponto desejado.*



**Girar Janela de Visualização 3D** – *Esta ferramenta permite girar toda a janela de visualização 3D. Para tanto, é preciso manter pressionado o botão esquerdo do mouse e arrastar o cursor pela tela.*

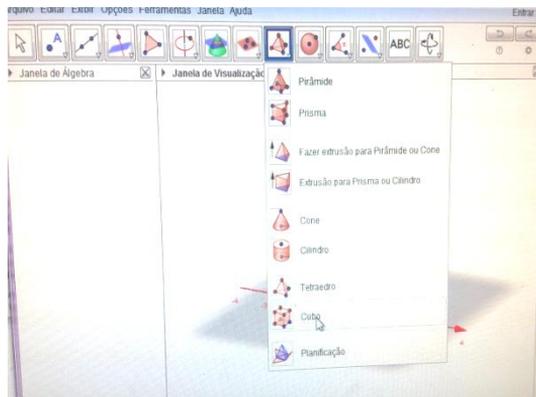


### 3.3 PRIMEIRAS NOÇÕES DE COMO CONTRUIR UM SÓLIDO EM 3D

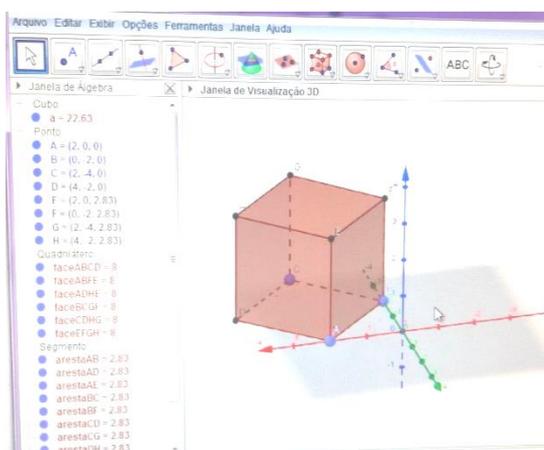
Agora sim, você está pronto para usar o GeoGebra 3D para estudar Geometria Espacial.

Por exemplo, vamos criar um cubo:

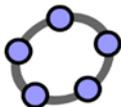
1. Inicie o **GeoGebra** versão beta 5.0
2. Abra a janela 3D grapher (essa é a janela de visualização 3D)



3. No menu exibir clique no desenho da pirâmide e selecione o plano referente ao cubo
4. Selecione dois pontos no plano (esses dois pontos irão estabelecer a medida da aresta do cubo).
5. Assim o cubo será definido com suas respectivas faces e arestas.



Acreditamos que a utilização do GeoGebra 3D no ensino de geometria espacial é muito positiva exatamente nesse aspecto de construir sólidos de revolução. É possível enxergar o sólido em movimento na tela, observando suas propriedades em geral. Essa situação nos possibilita explorar, conjecturar e investigar conhecimentos geométricos tridimensionais.



### 3.4 SUGESTÕES DE ATIVIDADES

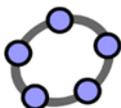
***As soluções das questões abaixo devem ser desenvolvidas preferencialmente com o uso do software GeoGebra 5.0.***

1. Um prisma será triangular, quadrangular, pentagonal, etc., conforme a base for um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc. Construa um prisma com 7 faces e nomeie sua natureza.
2. Considerando um polígono convexo (região poligonal convexa) situado num plano  $\alpha$  e um ponto  $V$  fora de  $\alpha$ . Chama-se pirâmide à reunião dos segmentos com uma extremidade em  $V$  e a outra nos pontos do polígono. Construa uma pirâmide de acordo com a definição dada.
3. Desenvolva um prisma e identifique seus elementos: bases, faces laterais, arestas e vértices.
4. Uma pirâmide oblíqua é aquela cujas arestas são oblíquas ao plano da base. Represente uma pirâmide oblíqua e outra reta.
5. Represente a planificação de um prisma e de uma pirâmide.
6. A altura de um cilindro é a distância  $h$  entre os planos das bases. Represente a altura de um cilindro.
7. Construa um cone reto e identifique o polígono e o raio da base.

8. Um cilindro é equilátero quando a secção meridiana é um quadrado. Construa um cilindro equilátero, evidenciando a conclusão devida quanto à geratriz.

9. Desenvolva um cilindro e identifique a superfície lateral e suas bases.

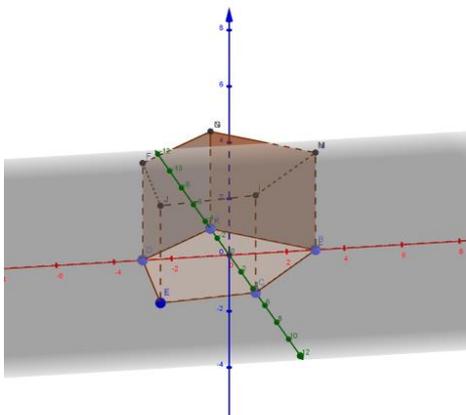
10. Chama-se esfera de centro  $O$  e raio  $r$  ao conjunto dos pontos  $P$  do espaço, tais que a distância  $OP$  seja menor ou igual a  $r$ . Construa uma esfera sabendo que o centro  $C$  é  $(0,0)$  e o raio equivalente a 3.



### 3.5 SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES (TUTORIAL)

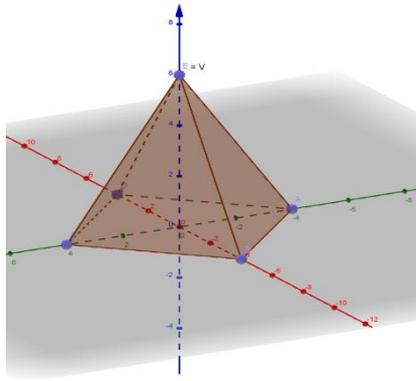
1.

*No menu exibir clique no desenho da pirâmide e selecione a opção prisma. Marque cinco pontos quaisquer na janela do GeoGebra distribuídos entre as retas do plano. Estes pontos formarão a base do prisma, que deverá pentagonal.*

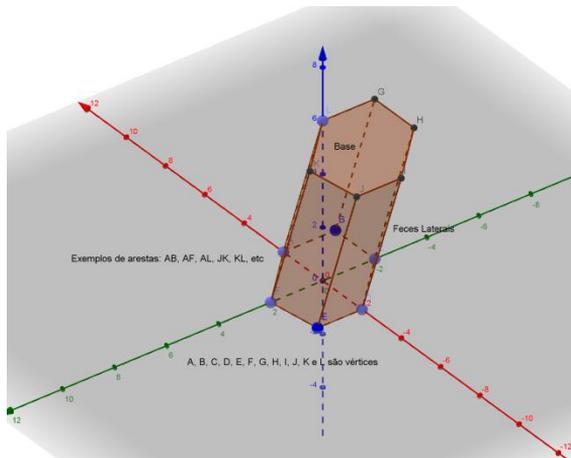


2.

No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione-a. Marque, no mínimo, três pontos quaisquer na janela do GeoGebra (no caso da solução sugerida foram marcados quatro pontos) distribuídos entre as retas do plano. Estes pontos formarão a base da pirâmide e devem formar um polígono convexo. Clique no desenho ABC do menu e selecione a opção *texto*. Escreva o nome do plano  $\alpha$  e posicione-o no lugar adequado. Faça o mesmo para identificar o vértice  $V$  da pirâmide

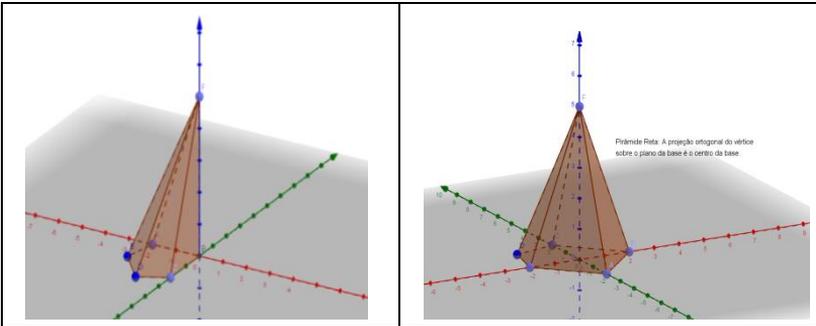


3.



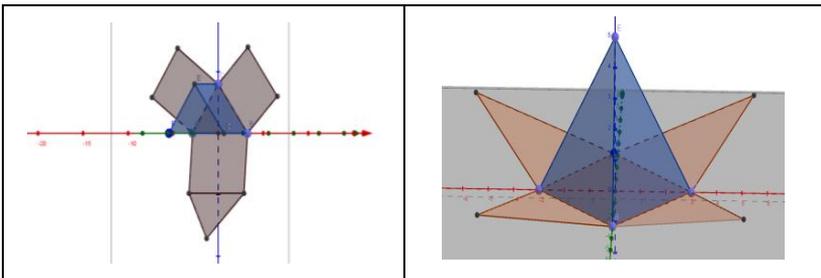
No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione a opção *prisma*. Marque a quantidade de pontos que desejar na janela do GeoGebra distribuídos entre as retas do plano para formar a base do prisma. Clique no desenho ABC e selecione *texto*. Escreva o nome dos elementos pedidos posicionando-os

4.



No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione-a. Marque a quantidade de pontos que desejar na janela do GeoGebra distribuídos entre as retas do plano para formar a base da pirâmide. Na pirâmide oblíqua, marque o vértice de forma que a aresta fique oblíqua à base. Na pirâmide reta, marque o vértice de forma que fique perpendicular à base. Clique no em ABC e selecione *texto*. Escreva *oblíqua* e em outro *texto*, *reto*, de forma a

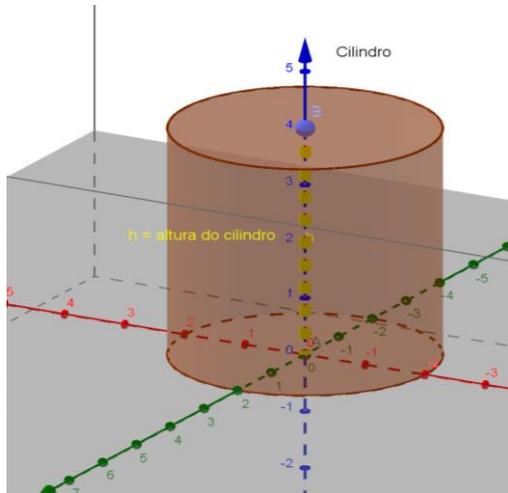
5.



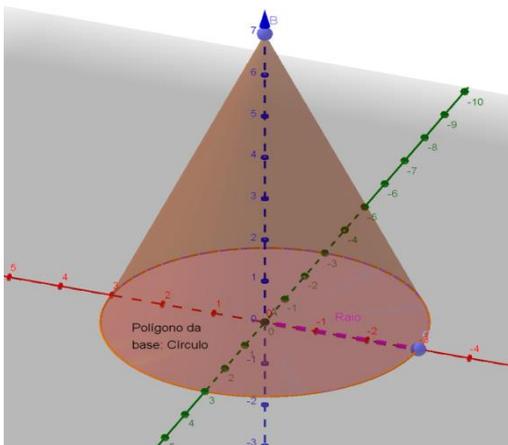
No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione a opção *prisma*. Marque a quantidade de pontos que desejar na janela do GeoGebra distribuídos entre as retas do plano para formar a base do prisma. Clique novamente no desenho da pirâmide e selecione a opção *planificação*. O programa apresentará a planificação do prisma construído. O processo é o mesmo para a pirâmide. Clique no botão *girar janela de visualização* e clique na janela do GeoGebra. O programa apresentará o sólido em movimento. Para pausar a movimentação basta clicar novamente na janela do GeoGebra.

6.

No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione a opção cilindro. Marque dois pontos na janela do GeoGebra para formar a altura do cilindro. Abrirá uma janela para marcar a medida do raio, coloque a que desejar. Clique no desenho ABC e selecione texto. Escreva a altura  $h$  posicionando-a no espaço correspondente.



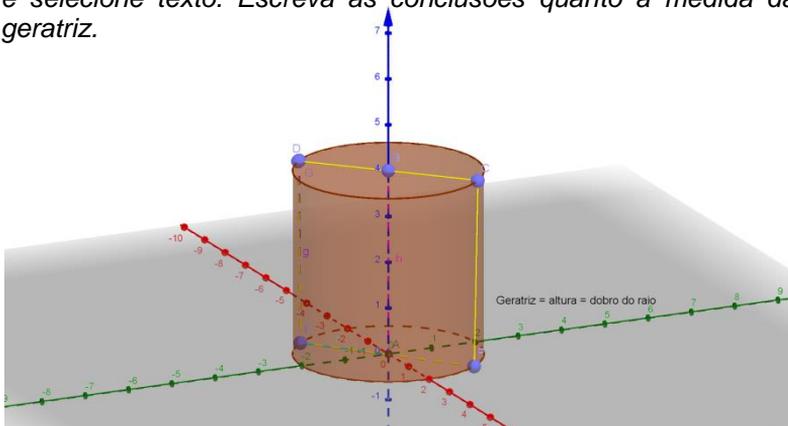
7.



No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione a opção cone. Marque dois pontos na janela do GeoGebra, um na origem e outro no eixo perpendicular a ela. Abrirá uma janela para marcar a medida do raio, coloque a que desejar. Clique no desenho ABC e selecione texto. Identifique através da escrita o polígono e o raio da base, posicionando-os no espaço correspondente.

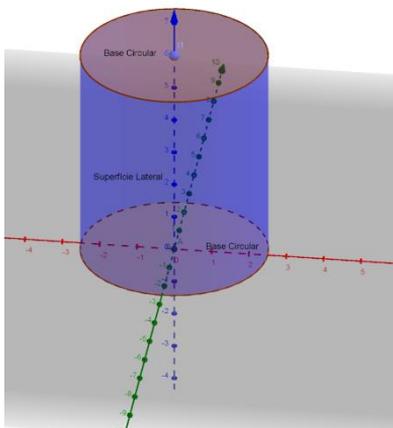
8.

No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione a opção *cilindro*. Marque dois pontos na janela do GeoGebra para formar a altura do cilindro. Abrirá uma janela para marcar a medida do raio, coloque a metade da altura selecionada para formar um cilindro equilátero. Clique no desenho “*reta*” e selecione *segmento*. Marque os quatro pontos que formam a secção meridiana do cilindro (quadrado). Clique no desenho ABC e selecione *texto*. Escreva as conclusões quanto à medida da geratriz.



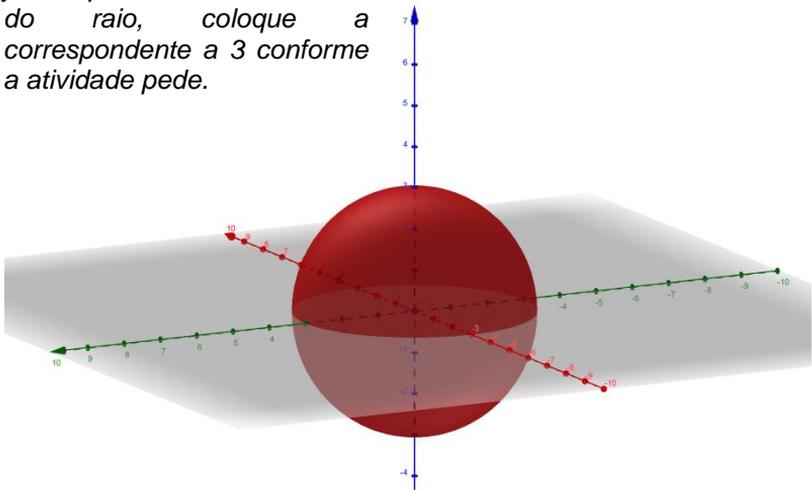
9.

No menu *exibir* clique no desenho da pirâmide e selecione a opção *cilindro*. Marque dois pontos na janela do GeoGebra para formar a altura do cilindro. Abrirá uma janela para marcar a medida do raio, coloque a que desejar. Clique no desenho ABC e selecione *texto*. Escreva o nome dos elementos pedidos posicionando-os no espaço correspondente. Caso queira alterar a cor da superfície lateral, basta clicar em *superfície* na janela de álgebra e depois em *propriedades*. Aparecerá a opção *cor* e então selecione a que desejar.

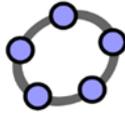


10.

*No menu exibir clique no desenho da esfera e selecione a opção esfera dados centro e raio. Marque o ponto na origem. Abrirá uma janela para marcar a medida do raio, coloque a correspondente a 3 conforme a atividade pede.*



As soluções podem ser encontradas em  
<https://www.geogebra.org/m/cRHbubDu>



## 4.0 DESAFIO

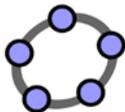
### Como podemos fatiar cubos, pirâmides, prismas, cones, cilindros e esferas?

Utilize o GeoGebra 3D para construir os sólidos citados de forma fatiada.

1. Cubo
2. Prisma
3. Cilindro
4. Cone
5. Pirâmide
6. Esfera
7. Paralelepípedo



Extraídos do geogebraTube: <https://www.geogebra.org/m/wAFeMC4s> em Outubro de 2017.

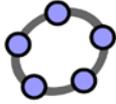


## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria Espacial é bastante empregada no cotidiano, havendo aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária. Acreditamos na importância de conceder tarefa a você, estudante, de forma que lhe permita selecionar e transformar a informação dada, construir hipóteses e tomar decisões, contando com uma estrutura cognitiva para assim o fazer.

Quanto à utilização do software GeoGebra 5.0 na abordagem da geometria espacial, vale registrar a autonomia na construção dos sólidos e sua identificação peculiar. Aos estudantes de geometria espacial vale a busca dessa autonomia, tendo em vista seu proveito no significado e na organização das experiências que permitem ao indivíduo ultrapassar o significado da informação.

Em conclusão, é relevante a situação na qual o aluno construa no auto-aprendizado diretrizes que estendam o conhecimento para além dos muros da escola. É importante que o aluno se enxergue inserido no mundo, desejando crescer no conhecimento das ciências que se situam tão evidentes em nosso dia-a-dia social.



## REFERÊNCIAS

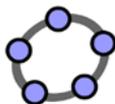
BRASIL, **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.** Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Fundamental, 1998.

BRASIL, **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica.** Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio, 2006.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações.** São Paulo: Ática, 2011.

DOLCE, O. POMPEO, J. N. **Fundamentos da Matemática Elementar - Geometria espacial posição e métrica.** Editora Atual, volume 10. 2001

RIO DE JANEIRO, Secretaria de Estado e Planejamento da Educação do Rio de Janeiro. **Currículo Básico: Matemática.** 2012. Disponível em: <<http://www.conexaoescola.rj.gov.br/curriculo-basico/matematica>> Acesso em 26jun17.



## **SOBRE OS AUTORES**



Quezia da Silva cursou a graduação de licenciatura em matemática pelo Centro Universitário Uniabeu, pós graduada em novas tecnologias no ensino de matemática na Universidade Federal Fluminense de Niterói e mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Universidade do Grande Rio. Atualmente é professora na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro atuando como regente de turmas nos anos finais do ensino fundamental bem como nas turmas do ensino médio.



Eline das Flores possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (1999), Mestrado em Modelagem Computacional pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (2003) e Doutorado em Modelagem Computacional pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (2008). Atualmente é professora Adjunta Doutora da Universidade do Grande Rio e bolsista PROPESQ B1, é Docente do Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências da Unigranrio (PPGEC), no Mestrado Profissional em Ensino das Ciências e matemática, atuando nas Linhas de Pesquisa: Ensino das Ciências: Relações Sociais e a Cidadania e Ensino das Ciências: Inovações Tecnológicas.