Elisama de Mendonça Felipe

Edite Resende Vieira

A interpretação do gráfico da função quadrática: aprendendo com o GeoGebra

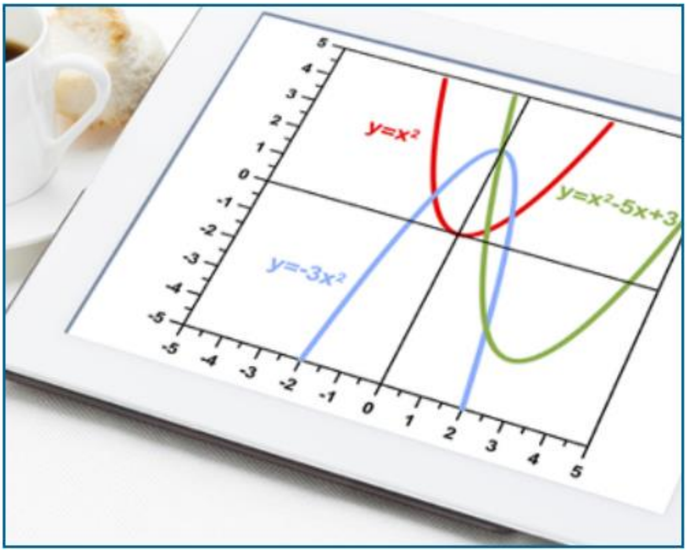


Imagem disponível em: https://escolakids.uol.com.br/funcao-quadratica.htm

Caderno de Atividades

IMPERIAL
editora

A INTERPRETAÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA: aprendendo com o GeoGebra

Elisama de Mendonça Felipe

Edite Resende Vieira

A INTERPRETAÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA: aprendendo com o GeoGebra

1ª Edição

IMPERIAL
editora

Rio de Janeiro, 2018

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

F315 Felipe, Elisama de Mendonça
A interpretação do gráfico da função quadrática: aprendendo com o GeoGebra - caderno de atividades / Elisama de Mendonça Felipe, Edite Resende Vieira. - 1.ed. - Rio de Janeiro: Imperial Editora, 2018.
60 p.

Bibliografia: p. 58-60.

ISBN: 978-85-64285-80-4.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Funções afins e funções quadráticas. 3. GeoGebra. I. Vieira, Edite Resende. II. Título.

CDD 510.7

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário André Dantas – CRB-7: 5026.

RESUMO

A pesquisa intitulada “Investigar e explorar o gráfico da função quadrática com o GeoGebra: reflexões em uma sequência didática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica” teve como objetivo verificar em que medida a utilização do *software* GeoGebra poderá auxiliar os alunos do 1º ano do Ensino Médio na interpretação gráfica da função quadrática. O estudo foi realizado com alunos do ensino regular do Colégio Estadual Carlos Arnoldo Abruzzini da Fonseca, localizado em Nova Sepetiba, Zona Oeste do Rio de Janeiro, motivado pelas dificuldades recorrentes apresentadas pelos alunos em interpretar os gráficos da função quadrática. Os aportes teóricos da referida pesquisa basearam-se na Teoria dos Registros das Representações Semióticas, de Raymond Duval, nos estudos de Marcelo Bairral, sobre os dispositivos móveis na Educação Matemática e na sequência didática como prática educativa, segundo Antoni Zabala. A metodologia utilizada foi de natureza qualitativa, do tipo pesquisa-ação. As atividades aplicadas no estudo integraram uma sequência didática que originou este caderno de atividades, produto educacional da pesquisa. Verificou-se que as atividades proporcionaram debates muito significativos e propiciaram a formulação de conjecturas, estimulando o pensamento matemático. Os dispositivos móveis possibilitaram a utilização de tecnologias digitais em sala de aula, viabilizando o trabalho com o *software* GeoGebra. A visualização simultânea das representações gráfica e algébrica da função quadrática, possibilitada pelo referido aplicativo, proporcionou o estabelecimento de relações entre tais representações, facilitando a interpretação do gráfico pelos alunos. Os resultados também indicaram que os estudantes despertaram para situações do cotidiano em que a parábola se faz presente, ampliando a visão para uma Matemática além dos limites de sala de aula. Ficou evidente ainda a importância de um planejamento por parte da professora a fim de auxiliar os alunos na superação das dificuldades e constituir um ambiente propício à aquisição de conhecimentos.

Palavras-chave: Função quadrática. Representação gráfica. *Software* GeoGebra. Dispositivos móveis. Sequência Didática.

Sumário

Sumário

Apresentação

Este caderno de atividades é o produto educacional solicitado pelo Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica do Colégio Pedro II. O material foi produzido a partir da pesquisa intitulada "Investigar e explorar o gráfico da função quadrática com o GeoGebra: reflexões em uma sequência didática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica", orientado pela Prof.ª Dra. Edite Resende Vieira. Tal pesquisa se propôs a verificar em que medida a utilização do *software* GeoGebra poderá auxiliar os alunos do 1º ano do Ensino Médio na interpretação gráfica da função quadrática. Diante disso, este produto educacional apresenta situações que favorecem a compreensão do gráfico da função quadrática com o uso do GeoGebra em dispositivos móveis, buscando minimizar a dificuldade demonstrada pelos alunos, estimulando-os a interpretá-lo.

Para isso, nos fundamentamos na ideia de Raymond Duval que destaca a necessidade de um estudo voltado para as variações visuais concernentes à representação gráfica, chamada de abordagem de interpretação global. Essa abordagem atém-se ao conjunto traçado/eixos formando uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica. Por esta razão, todas as atividades foram elaboradas sem a necessidade de cálculo algébrico para sua resolução, o que também acabou promovendo, inicialmente, um certo desconforto entre os alunos, uma vez que eles não estavam familiarizados com a abordagem adotada. Convém ressaltar que as atividades aqui apresentadas buscam atender à demanda expressa no currículo do Ensino Básico, além de considerar as necessidades dos alunos relacionadas à aprendizagem de Matemática.

Este material pedagógico foi elaborado com base nos dados coletados durante a aplicação de uma sequência didática e de um questionário aos alunos participantes da pesquisa. Parte das atividades propostas neste caderno fizeram parte da sequência didática. Os resultados obtidos demonstraram que os recursos do GeoGebra podem vir a contribuir com a interpretação do gráfico da função quadrática quando utilizado com um planejamento bem elaborado. As atividades contextualizadas despertaram os alunos para a Matemática presente no cotidiano. Além disso, verificou-se que a tecnologia por si só não dá conta da aprendizagem e por isso faz-se necessário uma organização prévia que viabilize uma maior eficácia do recurso tecnológico em favor da aprendizagem.

Inicialmente, serão apresentados os princípios teóricos que nortearão este caderno de atividades composto pelos seguintes temas: as representações semióticas e a representação gráfica; a importância dos dispositivos móveis, em especial os *touchscreen*, na educação matemática; e as características do GeoGebra que podem vir a contribuir para

Apresentação

a interpretação do gráfico das funções, em especial, da função quadrática.

Em sequência, apresentaremos um breve tutorial do *software* GeoGebra em dispositivos móveis, de modo que ofereça ao aluno as informações fundamentais para sua utilização, além de algumas orientações que propicie um maior conhecimento acerca do *software*.

Após os conhecimentos acerca do aplicativo, serão propostas quinze atividades, constando as de cunho mais teórico e atividades contextualizadas, todas centradas na representação gráfica da função.

Finalizando este caderno, traremos algumas orientações aos professores para que os mesmos possam aproveitar o material didático da melhor maneira possível com seus alunos.

Sendo assim, esperamos que as atividades disponíveis neste caderno sejam de grande valia para professores que desejam diversificar sua prática educativa, buscando as potencialidades dos recursos digitais, e proporcionando a seus alunos um espaço de produção de conhecimentos mais inovador e contextualizado.

Princípios teóricos

As representações semióticas e a representação gráfica

As representações semióticas são "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento" (DUVAL, 2012, p. 269). São representações semióticas, uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, cada qual com seu sistema semiótico. O autor evidencia que as representações semióticas são enganosamente consideradas como um simples meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, quando são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. Sendo assim, as representações semióticas desempenham um papel primordial no desenvolvimento das representações mentais; na realização de diferentes funções cognitivas e na produção de conhecimento.

A leitura das representações gráficas requer dos alunos consciência da correspondência entre as variações visuais do gráfico da função e de sua relação com as variações na escrita algébrica. Duval (2011b) evidencia diversos estudos que apontam a dificuldade dos alunos na leitura e interpretação dos gráficos das funções, de modo que os alunos não conseguem, a partir da representação gráfica, encontrar a equação de uma reta, até mesmo em casos mais simples. Segundo o pesquisador, não se deve procurar o porquê dessas dificuldades no conceito, mas "[...] na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica" (DUVAL, 2011b, p. 97).

Na visão de Duval (2011b), são três as abordagens para a representação gráfica: abordagem ponto a ponto; abordagem de extensão do tratado efetuado; e abordagem de interpretação global de propriedades figurais.

Na abordagem ponto a ponto, são introduzidas e definidas as representações gráficas. Por meio de um par de números, identifica-se um ponto e um ponto se traduz por um par de números. A referida abordagem se limita a alguns valores específicos e aos pontos marcados no plano cartesiano e favorece traçar o gráfico de uma equação e a leitura.

Por sua vez, a abordagem de extensão não está vinculada a um conjunto de pontos marcados, como no caso da abordagem ponto a ponto, ela se apoia em um conjunto infinito de pontos marcados, ou seja, nos intervalos dos pontos marcados. No entanto, essa abordagem, assim como a anterior, leva em conta o traçado e não as variações visuais concernentes à representação gráfica, além de dedicar-se à forma da expressão algébrica.

Princípios teóricos

A abordagem de interpretação global atém-se ao conjunto traçado/eixos, formando uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica. Toda modificação da imagem leva a uma modificação na expressão algébrica. Assim, observa-se a importância de acompanhar simultaneamente tais modificações. Desse modo, conclui-se que "com esta abordagem não estamos mais na presença da associação 'um ponto – um par de números', unidade significativa da expressão algébrica" (DUVAL, 2011b, p. 99).

O modo como o estudo didático das funções é apresentado, também é ressaltado por Duval (2011b). Segundo o pesquisador, prioriza-se a passagem da representação algébrica para representação gráfica, por meio de construção ponto a ponto, não atendendo às reais necessidades do aluno, pois o problema encontra-se na passagem inversa.

No trecho a seguir, Duval (2011b) ressalta a importância da abordagem de interpretação global como sendo a mais apropriada, pois depende de uma análise semiótica visual e também algébrica, além de destacar o porquê das dificuldades dos alunos com as representações gráficas:

> Quando se trata de partir da representação gráfica para encontrar, por exemplo, a equação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou de direção, é esta abordagem de interpretação global que se torna necessária. A razão disto se deve ao fato de que o recurso à abordagem ponto a ponto é totalmente inoperante uma vez que tira a atenção das variáveis visuais. A prática sistemática da abordagem ponto a ponto não favorece a abordagem de interpretação global que é em geral deixada de lado no ensino uma vez que depende de análise semiótica visual e algébrica. Compreende-se porque a maioria dos alunos fica aquém de uma utilização correta das representações gráficas (DUVAL, 2011b, p. 99).

Para Duval (2011b), as unidades simbólicas significativas, próprias de uma expressão algébrica, são em sua maioria bastante evidentes, como, símbolos relacionais, de operações ou de sinais; símbolos de variáveis, de coeficientes; e símbolos de expoentes e de constante. Entretanto existem algumas unidades significativas cujos símbolos são omitidos, como o coeficiente 1 e o caráter positivo dos coeficientes maiores que zero. Contudo a descriminação das variáveis figurais de uma representação gráfica é bem menos evidente.

Duval (2011b) destaca a passagem entre a expressão na forma simbólica para a representação gráfica, evidenciando o que chamou de "custo muito desigual" em relação à passagem inversa:

> Para passar da escrita simbólica para a representação gráfica, é possível se contentar com a abordagem ponto a ponto: atribuem-se valores particulares a x sem se preocupar com quaisquer propriedades para encontrar pares de números, quer dizer, pontos. Mas, para passar da representação gráfica para a

Princípios teóricos

> expressão algébrica, isto não é possível: é preciso identificar cada um dos valores das variáveis visuais e integrá-las. Dito de outro modo, a passagem da representação gráfica para a expressão algébrica exige uma interpretação global (DUVAL, 2011b, p. 102).

A abordagem de representação global exige que a atenção esteja centrada em um conjunto de propriedades e não sobre valores tomados um a um. Por essa razão, Duval (2011b) destaca a importância da utilização dessa abordagem para que o professor alcance o objetivo de uma utilização adequada dos gráficos cartesianos com seus alunos:

> Ignorando a especificidade e a importância da abordagem de interpretação global, o professor não consegue atingir o objetivo de uma utilização correta dos gráficos cartesianos para a maioria dos alunos do primeiro ano do ensino médio (15 a 16 anos). Além disso, as pesquisas didáticas deixam de contar com um meio importante de compreensão dos erros observados (DUVAL, 2011b, p. 104).

Assim, de acordo com o entendimento de Duval (2011b), a identificação precisa de todos os valores das variáveis visuais pertinentes e do reconhecimento qualitativo das unidades da expressão simbólica correspondentes é fundamental para a interpretação das representações gráficas cartesianas.

Os dispositivos móveis e a educação matemática

Os dispositivos móveis tornaram-se objetos indispensáveis na sociedade atual, e principalmente no cotidiano dos estudantes. Bairral, Assis e Silva (2015), afirmam que:

> As tecnologias digitais móveis vêm ganhando cada vez mais espaço na vida dos indivíduos. São celulares com *touchscreen, notebooks, tabletes e iPads* que também assam a fazer parte do cotidiano da maioria dos nossos alunos. Embora algumas dessas interfaces não sejam novas, a presença desses dispositivos móveis - principalmente com *touchscreen* – parece assumir uma posição de destaque no ambiente escolar por parte dos discentes, pelo menos, em seu uso pessoal (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015, p. 21).

Diante desse cenário, temos a possibilidade de aproveitar um objeto presente no dia a dia do aluno como um recurso educacional que pode vir a contribuir com a aprendizagem, especificamente a aprendizagem matemática.

Pires (2016) nos alerta acerca da postura da escola frente ao avanço tecnológico e ao uso dos dispositivos móveis no ambiente escolar:

Princípios teóricos

> Vale ressaltar que os avanços tecnológicos vêm evoluindo numa velocidade superior comparado com o ambiente escolar. Então, existe a necessidade de que a escola reflita e desperte para o momento em que vivemos, é necessário que se busque meios de atualizar os professores, instigando-os a conhecer o potencial e usar as novas tecnologias, mais especificamente dispositivos móveis (*Smartphones, Ipads, Tablets* etc) em prol da aprendizagem, sabendo que estes dispositivos já estão nas mãos dos alunos (PIRES, 2016, p. 7).

A referida autora também destaca as potencialidades educativas dos dispositivos móveis. Para ela, tais recursos digitais possibilitam o acesso a quaisquer conteúdos curriculares, seja qual for a hora e lugar. Entre as principais características apresentadas, estão "[...] a portabilidade desses dispositivos, sua integração com diferentes mídias e tecnologias digitais e a mobilidade e flexibilidade de acesso à informação e estudo aos sujeitos, independentemente de sua localização geográfica ou de espaços físicos formais de aprendizagem" (PIRES, 2016, p. 6).

Na Educação Matemática, sua utilização faz diferença para alunos e professores. Bairral, Assis e Silva (2015) ressaltam o quanto o uso dos aplicativos para dispositivos *touchscreen* é importante nos processos de ensinar e de aprender Matemática:

> Uma maneira de colocar literalmente a matemática na ponta dos dedos é a utilização dos aplicativos em *tablets* e *iPads*. A tecnologia *touchscreen* possibilita um contato e uma apropriação diferenciada por parte dos usuários, pois são as novas configurações cognitivas e espacialidades com os movimentos – os toques – na tela (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015, p. 33).

Os aplicativos disponíveis para *smartphones* e *tablets*, em especial, para o estudo de geometria plana, espacial, álgebra e de funções, proporcionam novas perspectivas de aprendizagem, configurando um ambiente mais instigante e desafiador para o aluno na resolução de atividades matemáticas.

É importante destacar que manipular interfaces *touchscreen* é diferente de manusear o mouse, pois "[...] a manipulação em interfaces *touchscreen* implica em continuidade de ação, na espacialidade e na simultaneidade de *inputs* na tela, na combinação de movimentos e, muitas vezes, ações na tela dependem da rapidez do dispositivo" (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015, p. 18).

Em referência a isso, Bairral (2016) também ressalta que a manipulação de telas sensíveis ao toque possibilita articular diversas áreas de conhecimento como a neurociência, a cognição, a linguagem e a Educação Matemática, além dos diversos desafios de caráter cognitivo (com os diferentes modos de tocar na tela), epistemológico (com a movimentação simultânea de partes de uma figura), didáticas (com as diferentes tarefas propostas e novas

Princípios teóricos

formas de envolvimento dos alunos) e os infraestruturais (com a portabilidade que permite romper com os limites da escola). Soma-se a isso, a interação constante do sujeito, seja com o dispositivo *touchscreen* ou com o colega, possibilitando um ambiente propício para a produção do conhecimento.

Portanto, podemos afirmar que os dispositivos móveis ainda estão conquistando cada vez mais seu espaço na educação, e suas potencialidades educativas vêm sendo reconhecidas.

As potencialidades do GeoGebra no estudo das funções

De acordo com Hohenwater e Preiner (2007), o *software* GeoGebra pode ser utilizado como ferramenta de ensino para alunos do Ensino Médio até a graduação. O seu uso promove um ensino orientado para o problema, experiências matemáticas e descobertas dentro e fora da sala de aula.

Hohenwater e Preiner (2007) alegam que o propósito fundamental do GeoGebra é proporcionar duas representações de cada objeto matemático em sua janela algébrica e gráfica. Dessa forma, mudando um objeto em uma dessas janelas, sua representação será imediatamente atualizada na outra, possuindo a relevante característica das múltiplas representações, destacada pelos autores. Sobre esse aspecto do GeoGebra, Duval (2011a) assinala que:

> Sem um trabalho específico de análise para aprender a reconhecer as variações qualitativas do contínuo visual traçado e a colocá-las em relação com as variações de alguns tempos simbólicos da escrita algébrica, as representações gráficas não permitem nem ver, nem compreender nem antecipar o que as equações exprimem. E reciprocamente para as equações (DUVAL, 2011a, p. 114).

A partir desse contexto, reconhecemos a importância de um estudo que priorize as múltiplas representações no conteúdo das funções e a importância do GeoGebra como um instrumento que possibilita esta prática recomendada por Duval (2011a).

Do ponto de vista de Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), as tecnologias baseadas na linguagem informática tornaram-se significativas na aprendizagem matemática por apresentarem um caráter empírico (experimental e visual), impulsionando o aspecto heurístico que abrange a produção de sentidos e os conhecimentos matemáticos. Segundo os referidos autores, com o uso das tecnologias digitais as “construções matemáticas ganharam dinamicidade e simultaneidade devido às formas de dependência entre as representações” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 57).

Princípios teóricos

Do mesmo modo, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) enfatizam importância da visualização na Educação Matemática:

> A visualização envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente. Ela oferece meios para que as conexões entre as representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 57).

Por ser um *software* de Geometria Dinâmica, é possível com o GeoGebra visualizar tanto a representação algébrica quanto a representação gráfica de uma função. Nesse ambiente, os alunos poderão explorar as propriedades da função quadrática, identificar os coeficientes e analisar o comportamento da função, estabelecendo relação entre as representações gráfica e algébrica.

Princípios metodológicos

Sequência didática como prática educativa

Este caderno de atividades foi criado a partir de uma sequência didática fundamentada nos estudos de Zabala (1998). A sequência didática foi elaborada como estratégia metodológica com o objetivo de auxiliar os alunos do 1º ano do Ensino Médio a interpretar o gráfico da função quadrática.

De acordo com Zabala (1998), as sequências de atividades ou sequências didáticas são recursos metodológicos que propiciam a análise da prática, pois permitem o estudo e a avaliação de maneira processual "[...] ao mesmo tempo que são instrumentos que permitem incluir as três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, aplicação e avaliação" (ZABALA, 1998, p. 18).

Pires (2016), compartilhando a ideia de Zabala, destaca em seu estudo a importância de efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos do aluno, possibilitando um planejamento das atividades a fim de que se alcance o objetivo da aprendizagem. Segundo o pesquisador, a sequência didática se distancia do improviso, dando lugar a uma prática docente que visa desenvolver e garantir "a experimentação, generalização, abstração e formação de significados das ações a serem executadas ao longo da aula, aos objetivos a serem atingidos e as intervenções do professor com os discentes" (PIRES, 2016, p. 50).

Para Zabala (1998), a prática docente dever ser reflexiva. A intervenção pedagógica se constitui a partir do planejamento e da avaliação dos processos educacionais, que são inseparáveis da prática, e o que acontece nas aulas é a própria intervenção pedagógica. Acrescentando ainda, tal intervenção só pode ser compreendida por meio de uma análise que leve em conta as intenções, previsões, expectativas e a avaliação dos resultados. Logo, a intervenção pedagógica, deve ser analisada a partir de um modelo de compreensão da realidade da aula, em que estão interligados o planejamento a aplicação e a avaliação.

Conforme Zabala (1998), a maneira como estão organizadas as sequências de atividades, define as características da prática educativa. Além disso, ele também afirma que se observarmos os elementos que compõem estas sequências podemos constatar que "[...] são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores quanto pelos alunos" (ZABALA, 1998, p. 18).

O autor segue justificando a importância das Sequências Didáticas na prática educativas e destaca suas possíveis contribuições para o processo de ensino e de aprendizagem:

Princípios metodológicos

> As sequências de atividades de ensino/aprendizagem, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articulara as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente, pelo sentido que adquirem quanto uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não, de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhe atribuir (ZABALA, 1998, p. 20).

Na análise de uma sequência didática, deve-se examinar se os conteúdos trabalhados são os mais apropriados para se alcançar os objetivos pretendidos. Lembrando que quando falamos sobre “conteúdo”, nos referimos a “[...] tudo quanto se tem que aprender para alcançar determinados objetivos [...]” (ZABALA, 1998, p.30). O autor também argumenta que não existe apenas uma forma de se trabalhar, e que o professor pode fazer diversas combinações em uma sequência para promover a aprendizagem. Nesse momento, Zabala (1998) questiona se todas as sequências didáticas são úteis para chegar ao que pretendemos, e por esta razão, nos orienta a analisar as sequências, concentrando-se na diversidade e na concepção construtivista como outro referencial de análise.

A diversidade em questão refere-se ao nível de aprendizagem, segundo a capacidade e conhecimentos prévios dos alunos, e à forma de ensinar que seja adequada às necessidades do aluno. E a concepção construtivista proporciona ao aluno e ao professor um papel igualmente ativo na construção do conhecimento. O professor exerce o importante papel de proporcionar condições para que essa construção seja mais ampla ou restrita, auxiliando, apoiando e orientando o aluno nesse processo de construção do conhecimento.

Portanto, uma sequência didática bem planejada pode vir a ser um eficiente recurso metodológico para alcançar o objetivo da aprendizagem de um determinado conteúdo. Mas, para isso, faz-se necessário alguns cuidados por parte do professor como: atentar para os conhecimentos prévios dos alunos, o planejamento das atividades, os acontecimentos e suas variáveis durante a aplicação e a todos os aspectos relacionados à avaliação, bem como sua relação com a aprendizagem.

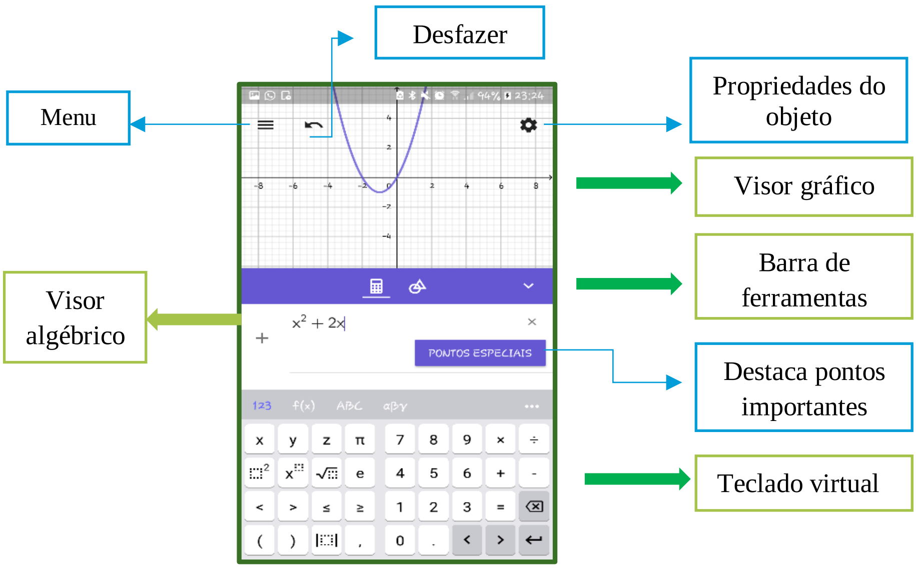
Conhecendo o GeoGebra

O GeoGebra, para *smartphones* e *tablets*, *GeoGebra Graphing Calculator* (Calculadora Gráfica GeoGebra), está disponível gratuitamente na *App Store* para IOS e na *Play Store*, para dispositivos *Android* e *Microsoft.*

Recursos *touchscreen*

► Arrastar um objeto com o dedo para mudar sua posição na Visualização de gráficos.
► Aproximar e afastar no visor gráfico movendo dois dedos para dentro ou para fora (*Zoom*).
► Mover todo o visor de gráficos arrastando o fundo com o dedo.
► Abrir as propriedades do objeto usando um toque longo em qualquer objeto no visor de gráficos ou algébrico.

Interface do usuário



Fonte: Acervo da pesquisadora

Conhecendo o GeoGebra

Funções da barra do cabeçalho

Menu

O menu permite criar novos arquivos, abrir materiais existentes, salvar trabalhos e compartilhar com outras pessoas, obter ajuda, se necessário.

Desfazer

Desfaz as atividades passo a passo. O botão desfazer aparece automaticamente na barra do cabeçalho quando um ou mais objetos já foram criados.

Propriedades do Objeto

Essa caixa de diálogo permite ocultar ou mostrar os eixos, grade ou malha e alterar a exibição nos objetos

Funções da barra de ferramentas

Abre a barra de ferramentas que fornece acesso às ferramentas do GeoGebra. Selecionando qualquer ferramenta, cria-se novos objetos no visor de gráficos.

Fecha a barra de ferramentas, voltando ao visor algébrico.

Mostra ou oculta o visor algébrico.

Quando se abre a Calculadora Gráfica do GeoGebra, o visor gráfico e o visor algébrico são mostrados por padrão. No entanto é possível fechar a exibição da janela algébrica ou mostrá-la novamente, tocando no botão em questão, no canto esquerdo da barra de ferramentas.

Conhecendo o GeoGebra

O controle deslizante

O controle deslizante compõe o grupamento das ‘Ferramentas básicas’ na barra de ferramentas.

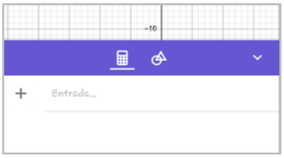
O ‘Controle deslizante’ possibilita produzir variações em objetos (manualmente ou automaticamente), podendo também assumir a uma variável. A possibilidade de variar objetos garante o dinamismo nas representações e a manipulação de conceitos antes abstratos.

Assim, “o GeoGebra permite – com o controle deslizante, o rastro e a associação entre função derivada e função – que novas correlações visuais e coordenação entre expressão algébrica e gráfica sejam estabelecidas” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 77).

Inserindo uma função no GeoGebra

Para inserir a função $f(x) = x^2 - 3x + 1$ no GeoGebra, devemos proceder da seguinte maneira:

1º Toque no visor algébrico, onde está escrito **Entrada...** Isso fará com que surja o teclado virtual.



2ºNo teclado virtual, deve-se digitar na ordem em que aparecem:

x → $\square^2$ → **-** → **3** → **x** → **+** → **1**

Fonte: Acervo da pesquisadora

Importante!

Esse breve tutorial tem por objetivo oferecer orientações iniciais acerca da Calculadora Gráfica GeoGebra.

ATIVIDADE 1

Reconhecendo a função quadrática

Inicialmente, vamos conversar sobre alguns conceitos envolvendo função quadrática:

1.1. Quais os conceitos que envolvem a função quadrática você conhece? Por que tem esse nome?

1.2. Como você identifica o gráfico da função quadrática? Fale sobre suas características.

1.3. Formule uma função quadrática e identifique seus coeficientes e variáveis.

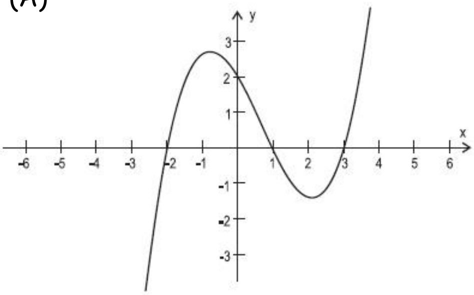
1.4. Formule uma função quadrática em que o gráfico tenha a concavidade da parábola voltada para baixo.

ATIVIDADE 1

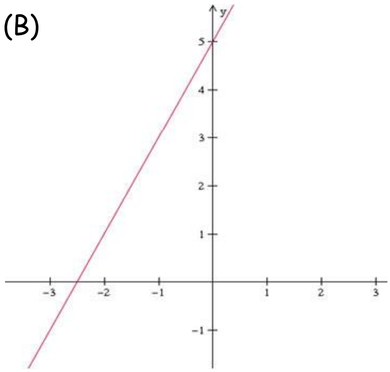
Reconhecendo a função quadrática

1.5. Qual o gráfico que representa uma função quadrática? Justifique sua resposta.

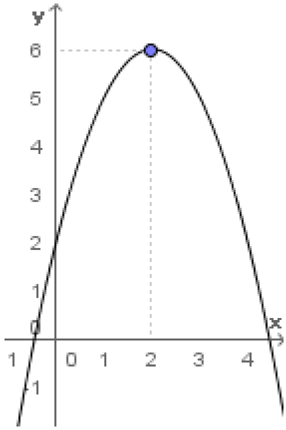
(A)



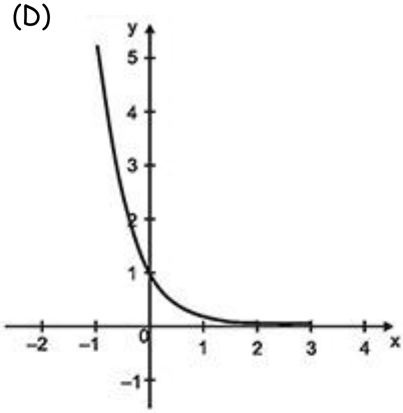
(B)



(C)



(D)



Justificativa:____

____

____

ATIVIDADE 2

Relacionando coeficientes e gráfico

Utilizando o Geogebra, insira a seguinte função quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$, que é a lei de formação da função quadrática, e siga as orientações do quadro **Fique Ligado!**

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

2.1 Observe o comportamento do gráfico de acordo com a variação do valor do coeficiente a, ou seja, o que acontece com o gráfico quando:

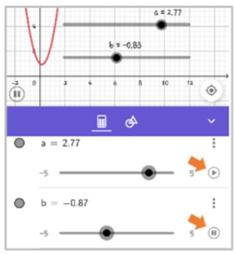
$a)\ a > 0$

b) $a < 0$

Fique Ligado!

Para inserir os coeficientes **a**, **b** e **c** no GeoGebra, é preciso clicar na barra acima do teclado, como demonstra a figura abaixo, e retornar ao teclado numérico para continuar.

Para observar a variação dos coeficientes clique no botão e para pausar clique em . Como indicado abaixo:



Esses botões possibilitam utilizar do **controle deslizante**.

ATIVIDADE 2

Relacionando coeficientes e gráfico

2.2. Agora, fixando o valor do coeficiente $\boldsymbol{a}$ em zero, ou seja, $\boldsymbol{a = 0}$, analise o comportamento do gráfico. O que você pôde observar? Isso é possível? Por quê?

2.3 Faça o mesmo com o coeficiente $\boldsymbol{b}$, seguindo as mesmas orientações anteriores. O que acontece com o gráfico quando:

a) $\mathbf{b > 0}$

b) $\boldsymbol{b < 0}$

Imagem disponível em: https://www.pinterest.cl

ATIVIDADE 2

Relacionando coeficientes e gráfico

c) $\mathbf{b = 0}$

2.4. E por último, analise o coeficiente **c**, seguindo as mesmas orientações anteriores. O que acontece com o gráfico quando:

a) $c > 0$

b) $c < 0$

c) $c = 0$

Imagem disponível em:
https://www.prof-edigleyalexandre.com

ATIVIDADE 3

Identificando objetos e estabelecendo relações

Inicialmente, insira as funções no GeoGebra, observe o gráfico de cada uma e complete o quadro:

Fonte: Adaptado de Almeida Júnior (2013, p. 16)

3.1 Vamos completar o quadro?

Função quadrática	Coeficientes	Raízes	Concavidade voltada para cima ou para baixo?
$f_1(x) = -x^2 - 2x - 1$	$a =$ $b =$ $c =$		
$f_2(x) = x^2 - 3x$	$a =$ $b =$ $c =$		
$f_3(x) = x^2 + 2x + 5$	$a =$ $b =$ $c =$		
$f_4(x) = -x^2 - x$	$a =$ $b =$ $c =$		

3.2. Existe alguma relação entre o valor do discriminante (Δ) e as raízes da função quadrática? Se existe, diga qual é essa relação em cada uma das funções?

____

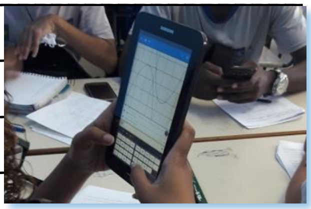
____

____

____

____

____



Fonte: Arquivo da pesquisadora

ATIVIDADE 3

Identificando objetos e estabelecendo relações

3.3 Em qual coordenada (x, y) cada uma das funções intercepta o eixo y?
Registre a coordenada (x, y) em que cada uma das funções intercepta o eixo y:

$f_1(x)$ (____, ____) ; $f_2(x)$ (____, ____);

$f_3\,(x)$ (____, ____); f_4 (x) (____, ____).

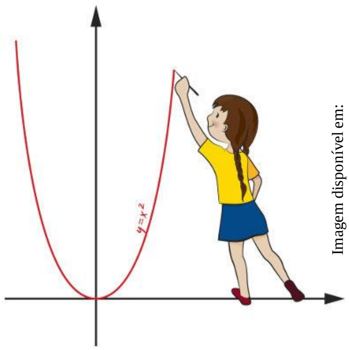


Imagem disponível em: https://mundoeducacao.bol.uol.com.br

3.4 Existe alguma relação dessas coordenadas com algum dos coeficientes? Explique.

____

____

____

____

____

____

3.5 Justifique a concavidade em cada uma das funções, ou seja, por que está voltada para cima ou para baixo? *(Antes de responder, volte ao quadro no item 3.1 para rever sua resposta acerca da concavidade.)*

f_1 (x)____

f_2 (x)____

f_3 (x)____

f_4 (x)____

ATIVIDADE 4

Analisando o vértice da parábola

O ponto em que a parábola encontra seu eixo de simetria tem o nome de vértice da parábola. Sabemos que a expressão que representa a abscissa do vértice da parábola é $\boldsymbol{x_v = \frac{-b}{2a}}$. E para determinar a ordenada do vértice basta apenas substituir x_v na expressão $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$, ou utilizar a fórmula que calcula a ordenada do vértice que é dada por: $\boldsymbol{y_v = \frac{-\Delta}{4a}}$.

Fonte: Adaptado de Almeida Júnior (2013, p.17)

4.1 Agora, insira as funções abaixo no GeoGebra, observe as parábolas, e complete o quadro:

Função quadrática	x_v	y_v	**V** (x_v, y_v)	**Admite valor máximo ou mínimo?**
$f_1(x) = x^2 + 2x - 3$				
$f_2(x) = -x^2 - 4x - 6$				
$f_3(x) = x^2 - 4x + 3$				
$f_4(x) = -4x^2 + 4x + 1$				

4.2 Qual é a condição para que uma função quadrática possua valor máximo? E valor mínimo?

____

____

____

____

____

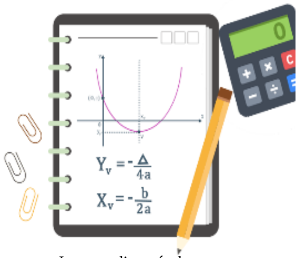


Imagem disponível em: http://www.professorferretto.com.br

ATIVIDADE 5

Estudando o sinal da função quadrática

Insira os gráficos das funções quadráticas no GeoGebra, analise e estude o sinal de cada uma delas, destaque suas características e justifique-as.

Fonte: Adaptado de Mesquita (2008, p. 20)

Fique Ligado

Para estudar o sinal é necessário determinar:

- os valores reais de x que anulam a função, que tornam f(x) = 0 (raízes da função).
- os valores reais de x que tornam a função negativa, ou seja, que tornam f(x) < 0.
- os valores reais de x que tornam a função positiva, oi seja que tornam f(x) > 0.

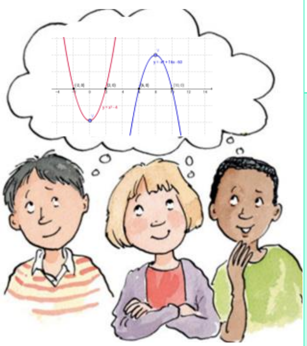


Imagem disponível em: https://conservatorioestebansanchez.wordpress.com

5.1 Estudo do sinal: preenchendo os quadros:

a)

$f_1(x) = -x^2 + 1$			
	Para quais valores reais de x a função é nula?	Para quais Valores reais de x a função é positiva?	Para quais valores de x a função é negativa?
Responda com suas próprias palavras			
Responda utilizando a linguagem matemática: (f(x) = 0, f(x) > 0 ou f(x) < 0).			

ATIVIDADE 5

Estudando o sinal da função quadrática

b)

$f_2(x) = x^2 - 4x + 4$			
	Para quais valores reais de x a função é nula?	Para quais Valores reais de x a função é positiva?	Para quais valores de x a função é negativa?
Responda com suas próprias palavras			
Responda utilizando a linguagem matemática: (f(x) = 0, f(x) > 0 ou f(x) < 0).			

5.2 Após o estudo do sinal realizado nas funções $f_1(x)$ e $f_2(x)$, destaque as características de cada uma dessas funções, relacionando-as com o estudo do sinal, registrado anteriormente nos quadros **a** e **b**.

ATIVIDADE 6

Uma busca por parábolas

Sabemos que a parábola é o gráfico da função quadrática. Essa curva está presente no cotidiano em situações as quais envolvem a função quadrática. Você já parou para pensar nas diversas situações em que a parábola se faz presente? Se ainda não, agora você terá essa rica oportunidade!

Pesquise situações do dia a dia em que a parábola é encontrada. Traga por escrito essas situações. Busque também por gravuras e apresente aos demais colegas. Registre os resultados de sua busca no espaço abaixo:

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Imagem disponível em: www.fotolia.com

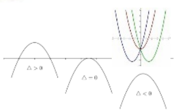


Imagem disponível em: https://www.pinterest.es

ATIVIDADE 7

Um toque de bola

Informação importante!

Um caso de aplicação prática da função de 2º grau é o lançamento oblíquo de projéteis, que é um movimento bidimensional, composto de dois movimentos unidimensionais e simultâneos, um vertical e um horizontal. Tal lançamento é observado no dia a dia, principalmente na área desportiva.

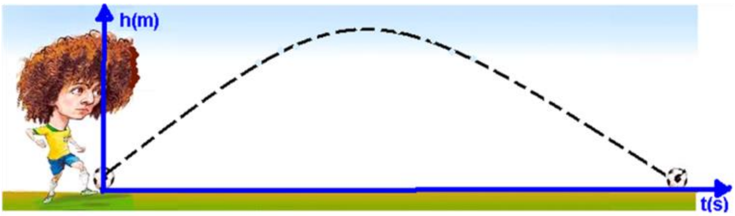


Imagem disponível em: http://fisicaevestibular.com

Vamos à atividade!

No GeoGebra, a vírgula do número decimal é representada pelo ponto.

Dois garotos estão jogando bola, um na frente do outro. Um deles chuta a bola segundo a trajetória dada pela função **f(x)** = $-0,25x^2 + 1,75x$, onde x corresponde ao deslocamento horizontal e f(x) é a altura da bola. *Obtenha o gráfico de f(x) no aplicativo Geogebra.*

Fonte: Adaptado de Meneghetti, Rodrigues e Poffal (2015, p.27)

7.1. Qual a altura máxima alcançada pela bola?

____

7.2. Se a bola cai no pé do segundo jogador, qual é a distância entre os jogadores?

____

ATIVIDADE 7

Um toque de bola

7.3. Se a bola bate na cabeça do segundo jogador, quando este está a 6 metros do primeiro, então qual a sua altura?

____

7.4. Essa função poderia ter sido dada por **f(x)** = $\mathbf{0,25x^2 + 1,75x}$? Por quê? (*Insira a função no aplicativo, compare-a com a primeira versão da mesma, e responda).*

____

____

____

____

____

____

Imagem disponível em: http://bianca-ilustra.tumblr.com

ATIVIDADE 8

O saque perfeito

Fique Ligado

Para realizar essa atividade considere que:

▶ a altura da rede é de 2,42m nos jogos oficiais masculinos e de 2,24m nos jogos femininos;

▶ a quadra de vôlei tem 18m de comprimento e a rede a divide em duas partes iguais.

➡ Para inserir coeficientes racionais (fração) no GeoGebra, siga os seguintes procedimentos:

- digite $\frac{1}{7}$:

1 → ÷ → 7

- dê um toque na frente da fração, colocando o cursor na posição correta para digitar a variável x ou x^2.

Um jogador de voleibol posicionado no fundo da quadra, na posição de saque, sabe que a trajetória da bola obedece a função f(x) = $\frac{-x^2+12x+13}{7}$, onde x é o deslocamento horizontal da bola com relação ao jogador que a sacou e f(x) é a sua altura.

Fonte: Adaptado de Meneghetti, Rodrigues e Poffal (2015, p.29)

8.1 A bola ultrapassa a rede? Em caso afirmativo, ela cai dentro ou fora do lado adversário da quadra? Justifique sua resposta.

____

____

____

____

____

____

Imagem disponível em: https://pixabay.com/id/olahraga-bola-voli-laki-laki-1529264/

ATIVIDADE 8

O saque perfeito

8.2 Considerando que o jogador dará o saque na origem dos eixos, a que distância dele a bola toca o chão?

____

8.3 Utilizando o *software*, determine qual é a altura máxima atingida pela bola e a que distância ela alcança a altura máxima?

____

____

8.4 O que acontece com o gráfico caso não se considere o denominador 7? Que diferenças gráficas podem ser notadas?

____

____

____

____

Imagem disponível em:
https://www.canstockphoto.pl

ATIVIDADE 9

Arremessando na cesta

Fique Ligado

Quando as coordenadas do vértice ou as raízes apresentarem valores decimais difíceis de serem observados visualmente, basta tocar nesses pontos do gráfico, representado no GeoGebra, que os valores dessas coordenadas aparecerão na tela.

Um jogador de basquete arremessa uma bola cujo centro segue uma trajetória plana vertical de equação $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + \frac{8}{7}x + 2$ na qual os valores de x e y são dados em metros. O jogador acerta o arremesso e o centro da bola passa pelo centro da cesta que está a 3 metros de altura.

Insira a função que determina a trajetória da bola de basquete no GeoGebra e responda às seguintes indagações:

Fonte: Adaptado de https://brainly.com.br/tarefa/742934

9.1 Considerando que o jogador fará o arremesso na origem dos eixos, determine a distância do centro da cesta ao eixo y.

____

9.2 Qual a altura máxima alcançada pela bola e a que distância do local do lançamento ela alcançou essa altura máxima?

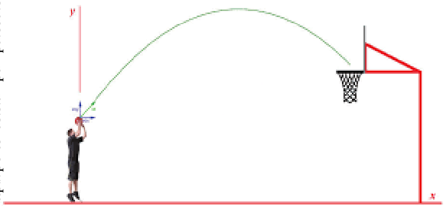


Imagem disponível em: http://porteiras.s.unipampa.edu.br

____

____

____

____

ATIVIDADE 10

Uma famosa construção

A torre Eiffel foi projetada pelo engenheiro Gustave Eiffel para participar de um concurso de designer em Paris. O projeto chamou atenção, ganhou o concurso e então o que seria uma estrutura temporária, tornou-se definitiva em julho de 1888. A preocupação com a estrutura da torre, fez com que os franceses a restaurassem em 1986/87.

Pensando em seu aspecto estrutural, suponhamos que as armações metálicas que unem cada base da torre Eiffel são parabólicas. Logo, a equação que descreve esta parábola é:

$$\boldsymbol{f(x) = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{4}{5}\,x}$$

Insira essa função no GeoGebra e resolva as questões a seguir:

Fonte: Adaptado de https://brainly.com.br/tarefa/9545392

10.1 Supondo que uma das bases da torre Eiffel está na origem e que a segunda base está localizada à direita da primeira, determine distância entre elas em metros.

Fique Ligado

A parábola descrita nesta atividade é fictícia e não corresponde a real distância entre as bases da torre.

A torre Eiffel possui 357,5 metros de altura e a distância entre as bases que compõem o arco interno é de 74,24 m de comprimento.

Imagem disponível em: https://pixabay.com/pt/paris-torre-eiffel-arquitetura-2646844/

ATIVIDADE 10

Uma famosa construção

Imagem disponível em: https://pt.pngtree.com

____

____

10.2 Qual a altura máxima descrita pelo arco?

____

10.3 A que distância o arco atinge a altura máxima?

____

10.4 Insira a função do arco no GeoGebra retirando os denominadores, ou seja, $f(x) = -x^2 + 4x$. O que aconteceu com o gráfico da função? Ele se modificou, ou não? Descreva suas observações.

____

____

____

____

Imagem disponível em: https://pixabay.com/pt/paris-panorama-silhueta-horizonte-3465434/

ATIVIDADE 11

Bolinhas de papel

Lucas e Matheus resolveram fazer uma disputa de quem conseguiria arremessar uma bolinha de papel dentro da lixeira. Cada um deles arremessou uma bolinha de papel, estando a 3m da lixeira. Foi observado que as trajetórias foram descritas por duas curvas parabólicas representadas abaixo, onde **m** é a altura em metros que a bolinha atinge em **s** segundos após o arremesso.

Arremesso do Lucas → $\boldsymbol{m_1(s) \ = \ -s^2 + 3 + 2s}$

Arremesso do Matheus→ $\boldsymbol{m_2(s) \ = \ s \ + 2 - \ s^2}$

Sendo assim, insira as funções referentes aos arremessos do Lucas e do Matheus, analise os gráficos e responda às seguintes questões:

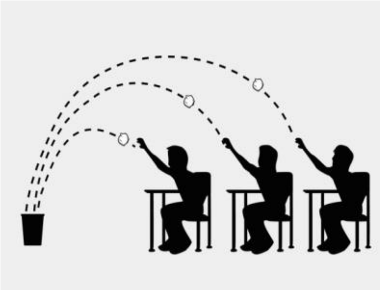


Imagem disponível em: https://jornal4cantos.com.br/bolinhapapelteoria/

Fonte: Adaptado de https://brainly.com.br/tarefa/6311556

11.1 Qual deles conseguiu acertar a bolinha dentro da lixeira? Como você chegou a essa conclusão?

____

____

____

____

11.2 Qual a altura máxima atingida por cada uma das bolinhas?

Lucas→ ____

Matheus→____

ATIVIDADE 11

Bolinhas de papel

11.3 Quem arremessou a bolinha mais alto? Lucas ou Matheus?

____

11.4 Após quantos segundos de lançamento as bolinhas de papel atingiram a altura máxima?

Bolinha lançada por Lucas → ________________________________

Bolinha Lançada por Matheus → ______________________________

11.5 Identifique as raízes das duas funções.

$m_1(s) = -s^2 + 3 + 2s$ → ________________________________

$m_2(s) = s + 2 - s^2$ → __________________________________

11.6 Quais as diferenças e/ou semelhanças entre esses dois gráficos?

____

____

____

____

____

____

Imagem disponível em:
https://jornal4cantos.com.br/bolinhapapelteoria/

____

ATIVIDADE 12

Registrando a temperatura

O instituto de Meteorologia de uma cidade no sul do país registrou a temperatura local nas doze primeiras horas de um dia de inverno. Uma lei que pode representar a temperatura (y), em graus Celsius, em função da hora (x) é:

$\boldsymbol{y = 0,25x^2 - 3.5x + 8,25}$, com $0 \leq x \leq 12$

Fonte: Adaptado de Araújo (2018)

Imagem disponível em: https://frz40.wordpress.com

Insira a função no GeoGebra, observe-a atentamente e responda às seguintes questões:

12.1 Qual a temperatura registrada às 3 horas da manhã?

____

12.2 Em algum momento, nesse intervalo de doze horas, a temperatura esteve abaixo de zero? Em caso afirmativo, determine o intervalo.

____

____

12.3 Qual foi a temperatura mínima registrada? E a que horas ela foi registrada?

____

____

____

____

Imagem disponíve em: http://www.vvale.com.br/climaregional/

ATIVIDADE 13

Verificando o saldo bancário

Informação importante!

O saldo de uma conta bancária nada mais é do que o valor que você tem disponível em sua conta para efetuar transações de débito, como por exemplo, pagamento de contas, compras no cartão de débito e transferências.

DEMONSTRATIVO DE EXTRATO EM REAL (R$)

DATA	OPERAÇÃO	VALOR	SALDO
01/01			+300,00
05/01	DEPÓSITO	250,00	+550,00
08/01	SAQUE	-350,00	+200,00
12/01	SAQUE	-300,00	-100,00
15/01	DEPÓSITO	180,00	+ 80,00

Imagem disponível em: www.apoioescolar24horas.com.br/salaaula/estudos/matematica/679_numeros_negativos/#pag2-tab

Vamos à atividade!

O saldo de uma conta bancária é dado por $\boldsymbol{S = t^2 - 14t + 24}$, onde S é o saldo em reais e t é o tempo em dias. Considere o intervalo $1 \leq t \leq 30$, referente aos 30 dias do mês.

Fonte: Adaptado de https://brainly.com.br/tarefa/267073

Insira a função do saldo no GeoGebra, analise o gráfico e responda às questões:

13.1 Quais os dias em que o saldo é zero?

____

13.2 Qual o período em que o saldo é negativo?

____

13.3 Qual o período em que o saldo é positivo?

____

ATIVIDADE 13

Verificando o saldo bancário

13.4 Em que dia o saldo é mínimo?

13.5 Qual o valor do saldo mínimo em reais?

13.6 Após ter observado o comportamento do gráfico em vários períodos do mês, a partir de que dia seria possível realizar uma compra de 300 reais sem que o saldo ficasse negativo ou nulo?

13.6 Qual o saldo, em reais no dia 1º?

13.7 Em qual dia do mês essa conta atinge o maior saldo? E qual o valor desse saldo em reais?

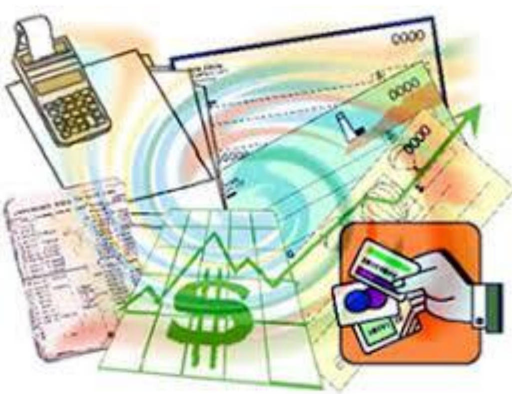


Imagem disponível em:
http://www2.anhembi.br/html/ead01/contabilidade/lu18/lo1/index.htm

ATIVIDADE 14

Um DJ empreendedor

Imagem disponível em:https://pixabay.com/pt/música-disco-som-dj-eletrônica-3235616/

Gabriel é DJ e promove shows. Ele está “quebrando a cabeça” para determinar o preço x, em reais, do ingresso para o seu próximo show (se for alto, ele não conseguirá vender ingressos e, se for baixo, pode ser que ele tenha prejuízo).

Fonte: Adaptado de Mesquista (2008, p. 11)

1ª situação: Com base nos últimos shows, ele concluiu que o lucro L (ou prejuízo, se L < 0) de cada espetáculo, em reais, é dado por $\boldsymbol{L = -x^2 + 80x - 700}$.

Insira a função no GeoGebra, analise o gráfico e responda às questões:

14.1. Qual é o lucro se o ingresso para o show for vendido a R$ 40,00?

14.2. Pode-se afirmar que o empresário tem prejuízo quando o valor do ingresso for um valor maior que R$ 40,00? Explique.

ATIVIDADE 14

Um DJ empreendedor

14.3. Para qual intervalo percebemos que o lucro cresce? E para qual intervalo é decrescente?

____

____

____

____

____

Imagem disponível em: https://pixabay.com/pt/prato-girat%C3%B3rio-black-entretenimento-309662/

14.4. Qual é o valor do ingresso para que o empresário tenha lucro máximo? E de quanto é esse lucro?

____

____

14.5. O que acontece quando os ingressos são vendidos a um valor maior que R$ 70,00?

____

____

____

14.6. Qual é o lucro quando os ingressos forem vendidos a R$ 10,00 ou a R$ 70,00? Procure argumentos para justificar sua resposta.

____

____

____

____

ATIVIDADE 14

Um DJ empreendedor

Imagem disponível em: https://pixabay.com/pt/%C3%A1udio-equalizador-fone-de-ouvido-1295447/

2ª situação: Imagine que, com o passar do tempo, Gabriel conquistou um público mais exigente, que frequenta as melhores casas de show da cidade. Nosso DJ descobriu que, na nova situação, a função que melhor representa o lucro total diário em função do preço de venda é **L(x)** = $-x^2 + 100x - 800$.

Insira a função no GeoGebra, comparando-a com a primeira versão e responda.

14.7. O que acontecerá se ele continuar vendendo o ingresso pelo preço definido no item "**14.1**"?

14.8. Você recomendaria um novo preço de venda? Qual? Explique.

ATIVIDADE 15

Identificando as parábolas

Insira no GeoGebra as funções que estão no quadro 1, e observe as características de cada uma. A seguir, relacione-as de acordo com as características apresentadas nos quadros menores, completando-os com a função correspondente:

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Quadro 1

$f(x) = x^2 - 2x + 1$

$f(x) = -x^2 - 2$

$f(x) = x^2 + 2x + 3$

$f(x) = 2x^2 + 2x - 4$

$f(x) = -2x^2 + 6x - 4$

$f(x) = -x^2 + 3x$

$f(x) =$ ____________

- $a < 0$
- $\Delta > 0$
- $X_1 = 1 \;\; e \;\; X_2 = 2$
- *A função é positiva para $1 < x < 2$.*

$f(x) =$ ____________

- $a < 0$
- $\Delta > 0$
- $X_1 = 0 \;\; e \;\; X_2 = 3$
- *A função é negativa para $x < 0 \;\; e \;\; x > 3$*

$f(x) =$ ____________

- $a > 0$
- $\Delta = 0$
- $X_1 = \;\; X_2 = 1$
- $V(1, 0)$
- A função é positiva para $x \neq 1$.

ATIVIDADE 15

Identificando as parábolas

$f(x) =$ ____________

- $a < 0$
- $\Delta < 0$
- $V(0, -2)$
- *Não possui raízes reais.*
- *F(x) < 0, ou seja, f(x) é negativa.*

$f(x) =$ ____________

- $a > 0$
- $\Delta < 0$
- $V(-1, 2)$
- *Intercepta o eixo y no ponto (0, 3)*
- *Não possui raízes reais.*
- *F(x) > 0, ou seja, f(x) é positiva.*

$f(x) =$ ____________

- $a > 0$
- $\Delta > 0$
- $X_1 = -2$ *e* $X_2 = 1$
- *Intercepta o eixo y no ponto (0, -4)*
- *A função é negativa para -2 < x < 1*

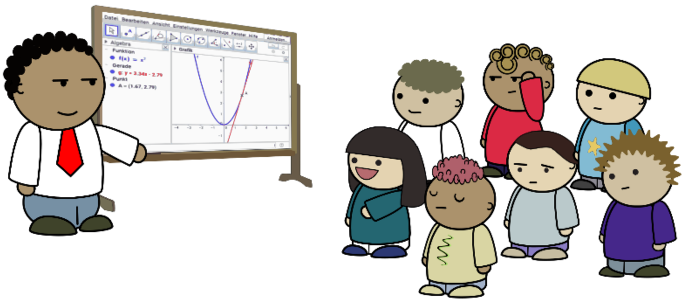


Imagem disponível em: https://openclipart.org/detail/288344/geogebra-with-interactive-excercises

Orientações aos professores

Nesta seção apresentamos algumas informações necessárias aos professores em relação às atividades que compõem este caderno, destacando os objetivos, os conteúdos explorados e os recursos do GeoGebra necessários à realização de cada uma. Além disso, são apresentadas algumas sugestões para um melhor aproveitamento deste material pedagógico, como a postura do professor frente aos alunos e às atividades que integram este material pedagógico.

Sobre as atividades

Atividade 1	Reconhecendo a função quadrática
Objetivos	Identificar as representações algébrica e gráfica da função quadrática; Identificar e diferenciar coeficientes e variáveis; Revelar os conhecimentos prévios do aluno acerca da função quadrática.
Conteúdos explorados	Representação gráfica; representação algébrica; coeficientes; variáveis.
Recursos do GeoGebra	Essa atividade dispensa a utilização do GeoGebra.

Atividade 2	Relacionando coeficientes e gráfico
Objetivos	Compreender a relação de cada um dos coeficientes com o gráfico da função quadrática; Verificar a definição da função quadrática; Demonstrar a relação entre as representações algébrica e gráfica; Verificar a interdependência entre as representações algébrica e gráfica; Interpretar o gráfico da função.
Conteúdos explorados	Coeficientes; representação algébrica; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Ferramenta ‘controle deslizante que proporciona uma visão dinâmica do gráfico; Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico.

Orientações aos professores

Atividade 3	Identificando objetos e estabelecendo relações
Objetivos	Destacar os coeficientes na representação algébrica; Identificar as raízes no gráfico; Verificar o sentido da concavidade; Relacionar discriminante e raízes; Identificar o ponto de interseção do gráfico com o eixo das coordenadas; Estabelecer relação entre o ponto de interseção do gráfico com o eixo das coordenadas e o coeficiente c. Interpretar o gráfico da função.
Conteúdos explorados	Coeficientes; raízes; concavidade; pares ordenados (x, y); representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico; Modificar as cores dos gráficos.

Atividade 4	Analisando o vértice da parábola
Objetivos	Identificar as coordenadas do vértice da parábola; Determinar os valores de máximo e mínimo; Relacionar a concavidade aos valores máximo e mínimo; Interpretar o gráfico da função.
Conteúdos explorados	Coordenada do vértice; Valores máximo e mínimo; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico; Modificar as cores dos gráficos.

Atividade 5	Estudando o sinal da função quadrática
Objetivos	Determinar os valores de x em que a função é positiva, negativa e/ou zero; Relacionar as características das funções com o estudo do sinal. Interpretar o gráfico da função.
Conteúdos explorados	Estudo do sinal; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico. Modificar as cores dos gráficos.

Orientações aos professores

Atividade 5	Estudando o sinal da função quadrática
Objetivos	Determinar os valores de x em que a função é positiva, negativa e/ou zero; Relacionar as características das funções com o estudo do sinal. Interpretar o gráfico da função.
Conteúdos explorados	Estudo do sinal; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico. Modificar as cores dos gráficos.

Atividade 6	Uma busca por parábolas
Objetivos	Investigar situações do cotidiano em que a função quadrática se apresenta; Estimular a capacidade investigativa; Propiciar o conhecimento de uma matemática significativa.
Conteúdos explorados	Função quadrática
Recursos do GeoGebra	Essa atividade dispensa a utilização do Geogebra.

Atividade 7	Um toque de bola
Objetivos	Determinar o valor máximo; Identificar as raízes da função e a distância entre elas; Verificar o sentido da concavidade; Apresentar a função quadrática aplicada ao futebol; Explorar situações do futebol na representação gráfica da função.
Conteúdos explorados	Valor máximo; raízes; concavidade; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico; Recurso ‘pontos especiais’, que proporciona visualizar os principais pontos (raízes, vértice, interseção com o eixo y).

Orientações aos professores

Atividade 8	Um saque perfeito
Objetivos	Identificar as raízes e determinar a distância entre elas; Determinar as coordenadas do vértice; Determinar o valor máximo; Explorar situações relacionadas ao jogo de vôlei associadas ao gráfico da função quadrática; Analisar a variação visual do gráfico determinado pela variação da representação algébrica; Apresentar a função quadrática aplicada ao voleibol.
Conteúdos explorados	Raízes; vértice; valor máximo; representação gráfica
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico.

Atividade 9	Arremessando na cesta
Objetivos	Determinar as coordenadas do vértice; Determinar a altura máxima; Explorar situações relacionadas ao jogo de basquete associadas ao gráfico da função quadrática; Apresentar a função quadrática aplicada ao basquete
Conteúdos explorados	Coordenadas do vértice; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico.

Atividade 10	Uma famosa construção
Objetivos	Determinar as raízes e a distância entre elas; Identificar as coordenadas do vértice; Determinar o valor máximo; Associar a representação algébrica à variação visual na representação gráfica; Apresentar a função quadrática aplicada à construção, através da parábola na arquitetura de um famoso monumento.
Conteúdos explorados	Raízes; Vértice; valor máximo; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico; Recurso ‘pontos especiais’, que proporciona visualizar os principais pontos (raízes, vértice, interseção com o eixo y).

Orientações aos professores

Atividade 11	Bolinhas de Papel
Objetivos	Determinar as raízes e a distância entre elas; Identificar as coordenadas do vértice; Determinar o valor máximo; Estabelecer relações entre os gráficos, determinando semelhanças e diferenças entre eles; Apresentar a função quadrática aplicada a uma situação bastante comum à sala de aula.
Conteúdos explorados	Raízes; coordenas do vértice; valor máximo; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico. Modificar as cores dos gráficos.

Atividade 12	Registrando a temperatura
Objetivos	Determinar coordenada (x, y); Determinar o intervalo em que $f(x) < 0$; Determinar as coordenadas do vértice; Determinar o valor mínimo.
Conteúdos explorados	Coordenada (x, y); estudo do sinal; as coordenadas do vértice; valor mínimo
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico.

Atividade 13	Verificando o saldo bancário
Objetivos	Estudar o sinal da função; Determinar coordenada (x, y); Determinar as coordenadas do vértice; Determinar o valor mínimo; Apresentar a função quadrática a uma situação do cotidiano. Interpretar o gráfico da função dentro das necessidades exigidas pelo referido contexto.
Conteúdos explorados	Estudo do sinal da função quadrática; coordenas do vértice; coordenada (x, y); valor mínimo; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico.

Orientações aos professores

Atividade 14	Um DJ empreendedor
Objetivos	Estudar o sinal da função; Determinar coordenadas (x, y); Coordenadas do vértice; Determinar o valor máximo; Apresentar a função quadrática a uma situação de lucro e prejuízo; Interpretar o gráfico dentro das necessidades exigidas pelo referido contexto.
Conteúdos explorados	Estudo do sinal da função quadrática; coordenas do vértice; coordenadas (x, y); valor máximo; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico; Recurso ‘pontos especiais’, que proporciona visualizar os principais pontos (raízes, vértice, interseção com o eixo y); Recurso *zoom*, aproximando a função para uma melhor visualização.

Atividade 15	Identificando as parábolas
Objetivos	Determinar: concavidade, raízes, coordenadas do vértice, interseção do gráfico com o eixo das ordenadas; Relacionar o discriminante às possíveis raízes; Estudar o sinal da função; Identificar as funções quadráticas associando as características visuais das funções às suas respectivas representações algébricas.
Conteúdos explorados	Concavidade; raízes; vértice; estudo do sinal; representação gráfica.
Recursos do GeoGebra	Visualização simultânea proporcionada pelos visores algébrico e gráfico. Modificar as cores dos gráficos.

Orientações aos professores

Sobre o papel do professor: algumas questões

Baseando-se na experiência da aplicação da sequência de atividades, que deu origem a este caderno, constatamos a necessidade de adotar algumas estratégias que podem vir a contribuir para um melhor aproveitamento deste material. As medidas sugeridas têm a finalidade de promover um ambiente que seja propício à interpretação do gráfico da função quadrática pelos alunos.

As tecnologias digitais, em especial os dispositivos móveis, integram o nosso cotidiano e vêm influenciando o ambiente escolar. Desse modo, utilizá-los como recurso pedagógico também é uma forma de mostrar aos alunos que seus dispositivos móveis podem ser um grande auxílio nos estudos, e não apenas para fins de diversão e comunicação.

Quando pensamos em utilizar um recurso tecnológico como instrumento pedagógico, faz-se necessário conhecermos suas ferramentas e potencialidades educativas a fim de obter um melhor aproveitamento possível em favor da aprendizagem.

Segundo Purificação, Neves e Brito (2010), os jovens são os mais influenciados pelos avanços tecnológicos, uma vez que nascem e crescem em meio às tecnologias. Elas reforçam ainda que a escola vem sofrendo os impactos causados pelas transformações trazidas pela inserção das tecnologias no contexto escolar e, portanto, "[...] deve estar atenta às novas formas de aprender, propiciadas pelas tecnologias da informação e comunicação, e criar novas formas de ensinar, para não se tornar obsoleta" (PURIFICAÇÃO; NEVES; BRITO, 2010, p. 33).

Ao enfatizarmos que a escola deve estar atenta às novas formas de aprender, somos instantaneamente levados a refletir sobre a figura do professor como parte imprescindível nesse processo de transformação da escola, visto que novas formas de aprender estão estritamente ligadas a novas formas de ensinar. Com as tecnologias móveis, temos à mão todo tipo de informação que se possa imaginar. Convém salientar que ter acesso à informação não implica necessariamente estar em processo de construção de conhecimento. É nessa questão que reside um dos maiores desafios docentes da atualidade, que é o de transformar informação em conhecimento. Mas para isso é necessário que o professor se aproprie das tecnologias digitais, e que essa apropriação vá além do conhecimento instrumental.

Orientações aos professores

No entendimento de Vieira (2013), a apropriação de um objeto (tecnologia digital) por um indivíduo se configura quando as operações sobre esse objeto fazem parte do contexto social desse indivíduo.

> Assim, se o professor, ao praticar uma atividade com o uso da tecnologia digital (objeto), realizar ações e operações adequadas a essa tecnologia e inseri-las no contexto, de modo a gerar o conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo, esse objeto (tecnologia digital) passa a ser um instrumento para esse professor e, consequentemente, o professor se apropria dessa tecnologia (VIEIRA, 2013. p. 59)

Diante disso, observamos o quanto as tecnologias digitais transformaram o contexto educacional, ao ponto de ressignificar a prática docente. Na opinião de Levy (2001), as novas tecnologias digitais impulsionaram novas metodologias de ensino capazes de criar um novo papel para o professor e ressignificar o conceito de ensino.

A interação entre professor e aluno e entre alunos são fatores de extrema importância na aprendizagem. Assim, pretendendo uma melhor interação, a organização dos alunos em grupos é uma proposta de trabalho a ser considerada pelo professor. Os grupos fixos, como os organizados no experimento que deu origem a este caderno, foram adotados com base nas orientações de Zabala (1998). Para esse autor, a estrutura de grupos em classe [...] é apropriada para a criação de situações que promovam o debate e os correspondentes conflitos cognitivos e pela possibilidade de receber e dar ajuda, o que facilita a compreensão dos conceitos e procedimentos complexos (ZABALA, 1998, p. 125). Além disso, os grupos auxiliam na falta da tecnologia utilizada, no caso *smartphones* e *tablets*, suprindo a ausência dos dispositivos para a realização das atividades, proporcionando a participação dos alunos que não dispõem da referida tecnologia.

Conforme Zabala (1998, p. 101), para facilitar o desenvolvimento do aluno é imprescindível "[...] promover a participação e a relação entre os professores e os alunos e entre os próprios alunos, para debater opiniões e ideias sobre o trabalho a ser realizado [...]". O autor prossegue ressaltando a importância de "[...] aceitar as contribuições de meninos e meninas, mesmo que se expressem de maneira incorreta, e estimular especificamente a participação dos alunos com menor tendência espontânea a intervir [...]" (ZABALA, 1998, p. 101). Diante disso, ele conclui que a compreensão do aluno depende, em boa parte, das vezes que seu professor seja capaz de ajudá-lo a compreender, 'a dar sentido ao que ele tem nas mãos'.

Orientações aos professores

Dessa forma, podemos perceber a importância do papel do professor atuando como orientador, promovendo interações e estimulando o raciocínio a partir das indagações dos alunos, mediando o processo educativo a fim de promover a aprendizagem.

Zabala (1998) afirma que a partir da abordagem construtivista, aluno e professor atuam ativamente nos processos de ensinar e de aprender. Segundo o autor, é o professor quem "[...] dispõe as condições para que a construção que o aluno faz seja mais ampla ou mais restrita, se oriente num sentido ou noutro, através da observação dos alunos, da ajuda que lhes proporciona [...]" (ZABALA, 1998, p. 38).

O conhecimento instrumental e pedagógico da tecnologia utilizada, a organização dos alunos em sala de aula e a atuação do professor frente aos alunos, foram os pontos de maior destaque vivenciados durante a aplicação da sequência didática que deu origem a este material didático. Essas questões foram observadas como cruciais tanto para a elaboração deste caderno quanto para a criação de um ambiente que pudesse proporcionar a interpretação do gráfico da função quadrática.

Assim, esperamos que as questões destacadas nesta seção possam contribuir para um melhor aproveitamento deste caderno de atividades e que este material possa auxiliar na aprendizagem discente e na prática docente. Além disso, esperamos também que este caderno sirva de inspiração para a elaboração de novos materiais educacionais que se utilizem da tecnologia digital a fim de favorecer a aprendizagem dos mais diversos conteúdos matemáticos.

Referências bibliográficas

ALMEIDA JÚNIOR, R. C. V. **Desenvolvimento de conceitos e resolução de atividades de função quadrática com o uso do software GeoGebra.** 2013, 56 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia – CCET/UFMS) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013). Disponível em: < https://posgraduacao.ufms.br/portal/trabalho-arquivos/download/1135 >. Acesso em: 30 de jul. 2017.

ARAÚJO, F. **Exercícios de função quadrática** – Parte 4. Disponível em:< https://www.equipeexpoente.com.br/single-post/2018/01/23/exercicios-de-funcao-quadratica-4>. Acesso em: 18 de jul. 2018.

BAIRRAL, M. A. O que fazer quando os dispositivos móveis entram em sala de aula? Algumas reflexões a partir da educação matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12. 2016, São Paulo. **Anais eletrônicos**... São Paulo, 2016. p.1-6. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5326_3071_ID.pdf>. Acesso em: 01 mai.2017.

BAIRRAL, M. ASSIS, A. SILVA, B. C. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática.** Seropédica: Ed. da UFRRJ, 2015.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. **-** (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BRAINLY. **Questione tudo, responda a tudo:** pesquise em milhões de perguntas. Disponível em: < https://brainly.com.br/>. Acesso em: 18 de jul. 2018.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. (Org.). Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011a.

______. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011b. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p96/21794>. Acesso em: 10 fev. 2017.

Referências bibliográficas

______. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266 >. Acesso em: 22 de out. 2017.

HOHENWARTER, M. PREINER, J. **Matemática dinâmica com GeoGebra**. O Jornal de Matemática Online e suas Aplicações, v. 7, 2007. Publicado em: mar. de 2007. ID: artigo 1448. Disponível em: <https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/dynamic-mathematics-with-geogebra > acesso em: 12 de jan. 2018.

LÉVY, P. Entrevista, Revista Pátio. Ano V, nº18, ago./out. 2001.

MESQUITA, M. A. N. Trajetórias de aprendizagem sobre o tema funções do 2º grau. In: Encontro brasileiro de estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 12. 2008, Rio Claro. **Anais eletrônicos...** Rio Claro, 2008. p. 1-20. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/68-1-A gt11_mesquita_ta.pdf >. Acesso em: 20 de jul. de 2017.

PIRES, J.D. **Uma proposta de aplicativo para o ensino do conceito de funções usando Smartphones e Tablets**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). 2016, 80 f. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2016. Disponível em: <http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes?pag=6>. Acesso em: 24 fev. 2017.

PURIFICAÇÃO, I. C; NEVES, T. G; BRITO, G. S. **Professores de matemática, e as novas tecnologias: medo e sedução.** In: BELINE, W; COSTA, N. M. L (Org). Educação Matemática, tecnologia e formação de professores: algumas reflexões. Campo Mourão: Editora FECILCAM, 2010. p. 31-58.

VIEIRA, E. R. **Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia digital no ensino de Geometria**: caminhos para o conhecimento profissional. 2013. 251 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Elisama de Mendonça Felipe é graduada em licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal Rural do Rio de janeiro (UFRRJ). Possui especialização em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF). Atua como professora de Matemática na Rede pública no Ensino Médio Regular (SEEDUC-RJ) e no Ensino Fundamental (SME – RJ).

Este caderno foi construído como produto final integrante da pesquisa intitulada **Investigar e explorar o gráfico da função quadrática com o GeoGebra: reflexões em uma sequência didática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica,** desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Práticas de Educação Básica do Colégio Pedro II, sob orientação da Prof. Dra. Edite Resende Vieira.