

Licenciatura em Matemática

**LABORATÓRIO
DE ENSINO
DE MATEMÁTICA**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Aberta do Brasil
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
Diretoria de Educação a Distância

Licenciatura em Matemática
LABORATÓRIO DE ENSINO
DE MATEMÁTICA

Regilania da Silva Lucena

Presidente
Michel Miguel Elias Temer Lulia

Ministro da Educação
José Mendonça Bezerra Filho

Presidente da Capes
Abilio Afonso Baeta Neves

Diretor de EaD – Capes
Carlos Cezar Modernel Lenuzza

Reitor do IFCE
Virgílio Augusto Sales Araripe

Pró-Reitor de Ensino
Reuber Saraiva de Santiago

Diretor de EAD/IFCE
Márcio Daniel Santos Damasceno

Coordenadora UAB
Natal Lânia Roque Fernandes

Coordenadora Adjunto UAB
Gláudia Mota Portela Mapurunga

*Coordenadora do Curso
de Licenciatura em Matemática*
Cristina Alves Bezerra

Elaboração do conteúdo
Regilania da Silva Lucena

Colaboradora
Livia Maria de Lima Santiago

Equipe Pedagógica e Design Educacional

Daniele Luciano Marques

Iraci de Oliveira Moraes Schmidlin

Isabel Cristina Pereira da Costa

Karine Nascimento Portela

Kiara Lima Costa

Livia Maria de Lima Santiago

Luciana Andrade Rodrigues

Maria das Dôres dos Santos Moreira

Márcia Roxana da Silva Régis Arruda

Maria do Socorro Nogueira de Paula

Equipe de Arte, Criação e Produção Visual

Camila Ferreira Mendes

Francisco César de Araújo Filho

Suzan Pagani Maranhão

Tamar Couto Parentes Fortes

Equipe Web

Corneli Gomes Furtado Júnior

Emanuel Lucas de Sousa e Silva

Fabrice Marc Joye

Herculano Gonçalves Santos

Ícaro Magalhães Holanda Barroso

Morgana Gomes da Silva

Revisão

Antônio Carlos Marques Júnior

Débora Liberato Arruda

Saulo Garcia

Logística

Francisco Roberto Dias de Aguiar

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
Sistema de Bibliotecas - SIBI | Campus Fortaleza
Bibliotecária responsável: Erika Cristiny Brandão F. Barbosa CRB N° 3/1099

L935l Lucena, Regilania da Silva.
Laboratório de Ensino de Matemática / Regilania da Silva Lucena. - Fortaleza: UAB/IFCE, 2017.
94 p.
ISBN: 978-85-475-0058-0
1. Matemática – Ensino - Laboratório. 2. Ensino-Aprendizagem. 3. Formação docente. I. Título

CDD 510.78

O IFCE empenhou-se em identificar todos os responsáveis pelos direitos autorais das imagens e dos textos reproduzidos neste livro. Se porventura for constatada omissão na identificação de algum material, dispomo-nos a efetuar, futuramente, os possíveis acertos.

Sumário

Apresentação

Aula 1 – O laboratório de ensino de matemática e suas potencialidades didático-pedagógicas	7
Tópico 1 – O LEM e suas pontecialidades: espaço de ensino aprendizagem da matemática	8
Tópico 2 – Construção do LEM: dimensão infraestrutural e os obstáculos a serem vencidos	14
Aula 2 – Materiais didáticos manipuláveis e suas potencialidades para o ensino-aprendizagem da matemática no LEM	25
Tópico 1 – O uso de MDs e de MDs manipuláveis nas aulas do LEM	26
Tópico 2 – O MD manipulável como recurso didático na formação de professores: práticas de interdisciplinaridade e de transversalidade	33
Aula 3 – LEM: novas tecnologias e modelagem matemática para o ensino de álgebra e geometria	42
Tópico 1 – O uso das tecnologias no ensino da matemática	43
Tópico 2 – Softwares dinâmicos e modelagem matemática no LEM	58
Aula 4 – Atividades de pesquisa em educação matemática como apoio à formação docente	70
Tópico 1 – A educação matemática como campo profissional e científico	71
Tópico 2 – O trabalho colaborativo e a pesquisa qualitativa em educação matemática	84
Referências	94
Sobre a autora	96

Apresentação

Caro(a) estudante,

Nesta disciplina, apresentaremos e discutiremos a importância do Laboratório de Ensino de Matemática – LEM como espaço de ação-reflexão para a formação de professores e para a prática docente, tanto no nível da educação básica quanto no ensino superior.

A aula 1 apresenta o LEM sob uma perspectiva conceitual, abordando as dimensões conceitual e infraestrutural desse espaço. Destacamos como podem se manifestar suas potencialidades nas atividades docentes relacionadas, por exemplo, no planejamento e na execução da aula do professor; na apresentação ou revisão do conteúdo em sala aula; na avaliação da aprendizagem do aluno, assim como na integração do aluno com a aula de modo a proporcionar-lhe mais e melhor aprendizagem matemática.

Já na aula 2, buscamos abordar os aspectos inerentes à preparação do professor quanto à confecção e à utilização de Materiais Didáticos (MD) para o ensino de matemática no LEM. Nesta aula, você será capaz de perceber que as atividades desenvolvidas nesse laboratório contribuem para que o aluno se aproxime dos conceitos matemáticos através da interação com os materiais concretos. Conceitos como interdisciplinaridade e transdisciplinaridade também fazem parte deste capítulo, sendo apresentados através de projetos, trazendo o alerta necessário para o profissional docente no sentido de desenvolver, na sua escola, práticas de ensino colaborativas, isto é, envolvendo profissionais das diferentes áreas que permeiam o saber escolar.

Na aula 3, por meio das novas tecnologias, Tecnologias da Informação e da Comunicação – TIC's, trouxemos exemplos e reflexões a respeito de como

o professor de matemática pode levar, para a sua aula, ferramentas de ensino, como a calculadora e os softwares dinâmicos. A exemplo destes últimos, elaboramos atividades envolvendo construção geométrica, investigação matemática com os softwares “Geogebra” e o “Régua e Compasso”.

Quanto à aula 4, nossa última aula, abordaremos a importância da atividade da pesquisa para a formação de professores. Apresentaremos elementos relevantes que constituem a pesquisa: elaborar um projeto de pesquisa e elencar quais as etapas que organizam uma pesquisa. A partir desse estudo, daremos destaque à prática do trabalho colaborativo na realização de pesquisas qualitativas, assim como à importância da pesquisa para a produção e a investigação de temáticas da Educação Matemática (EM).

Por fim, destacamos que a principal contribuição do estudo desta disciplina revela-se através da capacidade de reunir temas, como as TIC's e o uso de material didático e a atividade de pesquisa - através das práticas realizadas no Laboratório de Ensino de Matemática - LEM, espaço que entendemos ser capaz de convergir muitas, senão, todas as ações-reflexões do professor de matemática, seja no ambiente de trabalho, seja na sua formação inicial, objetivando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

O laboratório de ensino de matemática e suas potencialidades didático-pedagógicas

Olá, aluno(a)!

Seja bem-vindo à disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática. Nesta aula, estudaremos o Laboratório de Ensino de Matemática - LEM. Veremos o que este espaço representa para o ensino de matemática e como é possível que o professor construa este local na escola para fazer dele um ambiente de aprendizagem em potencial. Discutiremos, ainda, como as diversas concepções acerca do LEM podem influenciar o professor na escolha e na execução das atividades voltadas ao ensino-aprendizagem da matemática. Complementando todo esse estudo, seremos levados a compreender porque o público-alvo, para o LEM, deve ser fator determinante para a sua estruturação física e para a escolha de seus elementos concretos – materiais e instrumentos de aprendizagem.

Objetivos

- Conhecer o Laboratório de Ensino de Matemática – LEM e as suas contribuições didático-pedagógicas para o ensino da Matemática
- Reconhecer as potencialidades e os limites de infraestrutura do LEM

O LEM e suas pontecialidades: espaço de ensino aprendizagem da matemática

OBJETIVOS

- Compreender o LEM como um espaço de ensino e de aprendizagem da matemática
- Estudar algumas concepções do Laboratório de Ensino da Matemática

A Matemática tem sido, há bastante tempo, solo fértil para discussões que tratam do ensino e da aprendizagem dessa ciência. As atuais estatísticas apresentam resultados não satisfatórios com relação ao nível dos alunos levando em consideração, por exemplo, o tripé idade-série-conteúdo.

Em geral, os alunos com idade compatível à série em que estudam não apresentam conhecimento satisfatório no tocante ao conteúdo matemático que deveriam saber nem desenvolvimento de competências necessárias ao trabalho com a matemática. Este tem sido motivo

de grande preocupação para professores, escolas e governo. Veja, a seguir, o gráfico que apresenta o desempenho do Brasil, em Matemática, no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA. A análise deste gráfico nos leva a compreender que o Brasil apresentou pequenos avanços nos primeiros 12 anos de aplicação desta avaliação, com significativo declínio no ano de 2015. Apesar dos avanços, ainda estamos

Saiba mais sobre o desempenho, em matemática, dos alunos do ensino médio acessando a página: <http://www1.folha.uol.com.br/educacao/2016/09/1811210-desempenho-do-ensino-medio-em-matematica-e-o-pior-desde-2005.shtml>

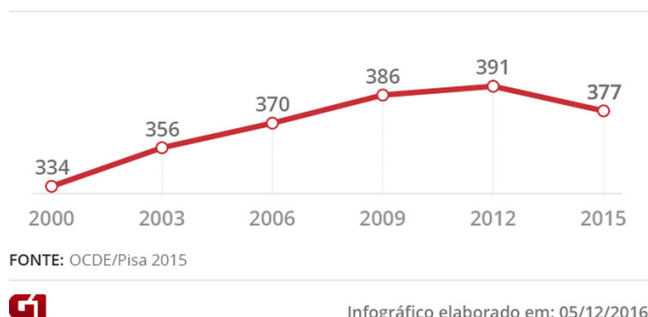


muito distantes da pontuação conquistada pelos países primeiros colocados, como o Canadá e a Coreia do Sul, que atingiram 516 pontos e 524 pontos, respectivamente.

Figura 1 – Resultados do Brasil, em matemática, no PISA: 2000 - 2015

O Brasil no Pisa: matemática

Veja a evolução do desempenho dos estudantes brasileiros de 15 anos na prova da OCDE



Fonte: OCDE/Pisa 2015

Refletindo os dados aqui apresentados em relação à aprendizagem em Matemática ainda na educação básica, entendemos a urgência em melhorar o ensino dessa disciplina a fim de garantir que o nível de aprendizagem dos alunos seja condizente com as propostas curriculares do Ministério da Educação para a Educação Básica. Nesse contexto, o Laboratório de Ensino de Matemática tem se mostrado um excelente instrumento de intervenção para o alcance da qualidade no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Você concorda que, tanto pela análise dos registros históricos como pela observação do nosso fazer cotidiano, somos capazes de ampliarmos o nosso potencial de aprendizagem mais pelo exercício prático do que pela teoria? Seja em qual for a área do conhecimento? Vejamos alguns exemplos: quem de nós seria capaz de dirigir um carro apenas frequentando as aulas teóricas da autoescola? Seríamos capazes de nos tornar bons cozinheiros somente através das receitas que lemos e dos cursos de culinária? Ou ainda, seríamos bons médicos tendo somente o contato teórico oferecido nos cursos de Medicina? Em todos os exemplos citados, somos capazes de perceber a necessidade do encontro entre a teoria e a prática, com a finalidade de alcançar o pleno desenvolvimento das habilidades e das competências dos sujeitos aprendizes. Com a aprendizagem da Matemática, não ocorre diferente.

O Laboratório de Ensino de Matemática é o espaço propício e indispensável ao contexto escolar, em que há um ambiente favorável à aproximação da matemática teórica com a matemática prática. No LEM, a utilização de materiais como jogos, livros, vídeos, computadores, materiais manipuláveis, materiais para experimentos

com a matemática (tesoura, compasso, régua, fita métrica, isopor, transferidor, softwares educativos, etc.), dentre outros, permitirá ao professor o planejamento e a execução da aula com maior qualidade, tornando-o capaz de fomentar nos seus alunos a curiosidade, a criatividade e a participação nas aulas, fazendo-os sujeitos ativos nos processos de aprendizagem. As atividades desenvolvidas no LEM devem permitir aos alunos, além da aprendizagem, a experimentação da genuína construção do pensamento matemático que se dá através do exercício prático, fundamentando o pensamento abstrato, tão característico desta disciplina.

Na figura 2, vemos um exemplo de LEM, percebe-se que a sala possui espaço físico, mobília (armários, estantes, mesas, banquetas e lousa) e material didático (jogos, polígonos, sólidos geométricos) que permitem que o aluno entre em contato com a matemática, participando de atividades de observação, de manipulação de materiais concretos, de conjecturação e de apresentação dos resultados obtidos, em equipe ou individualmente.

Figura 2 – Laboratório de Ensino de Matemática



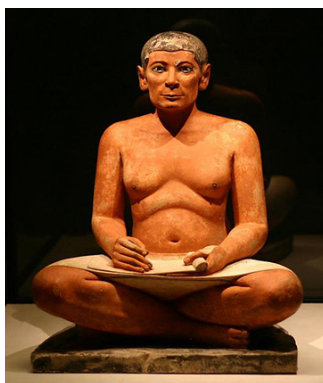
Fonte: <https://commons.wikimedia.org>

Você sabia que, desde as civilizações antigas, tais como a babilônica, egípcia e grega, as atividades cotidianas e as experiências práticas buscavam facilitar a compreensão e a descrição de conceitos matemáticos e que isso é válido até hoje? Os babilônios, por exemplo, desenvolveram a matemática através da necessidade de expandir as atividades comerciais e de estruturação social relativas à formação das cidades (figura 3). Os egípcios lidavam com a matemática prática indispensável às construções faraônicas, e os gregos, com seus experimentos e estudos da astronomia, desempenharam um importante papel na formalização de conceitos matemáticos. A

experimentação da matemática teórica através da prática, como faziam as civilizações antigas, caracteriza as atividades que podem ser desenvolvidas em um laboratório de ensino de matemática, pois o LEM, em sua dimensão conceitual, abrange espaços mais amplos que uma sala entre os muros da escola.

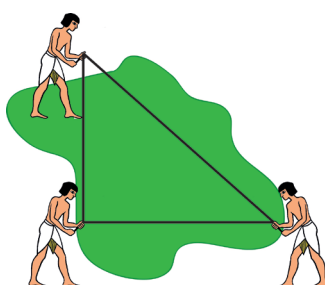
A dimensão conceitual, ainda segundo Miskulin (2009, p.163), tende à compreensão do laboratório como algo mais do que um espaço físico, mas “é considerado como um cenário interativo de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado, um espaço de formação, apoiado por uma abordagem teórico-metodológica e conduzido pela mediação do professor/pesquisador”. A exemplos disso, podemos citar uma quadra de esportes, a feira, os parques, a geografia de uma cidade, etc. Mas para esses espaços se tornarem espaços de aprendizagem, onde há o cruzamento da matemática teórica com a matemática prática, é preciso que o professor conheça o potencial didático-pedagógico dessa ferramenta de ensino.

Figura 3 – Escriba mesopotâmico



Fonte: wikipedia.org

Figura 4 – Esticadores de corda egípcio



Fonte: DEaD | IFCE

Figura 5 – Matemática na Grécia



Fonte: wikipedia.org

Uma das propostas desta disciplina é a de (re)inventar experiências como estas no meio escolar, no espaço que chamamos de Laboratório de Ensino de Matemática, com o intuito de fazer o aluno aprender matemática com qualidade e profundidade.

1.1 Algumas concepções do LEM

Existem muitas maneiras de se compreender e definir o LEM. As perspectivas em torno do que é esse laboratório podem variar de acordo com as concepções que cada professor carrega consigo acerca do ensino, da educação matemática e do laboratório de ensino de matemática. As concepções que o professor tem do ensino podem estar ancoradas sob as teorias da psicologia da aprendizagem, que serão estudadas

por você no terceiro semestre. As concepções do professor sobre o laboratório de ensino de matemática serão estudadas nesta disciplina, assim como as concepções do professor sobre educação matemática serão estudadas em outras disciplinas ao longo deste curso de licenciatura em matemática.

Eis algumas concepções elencadas por Lorenzato (2009) a partir de pesquisas realizadas:

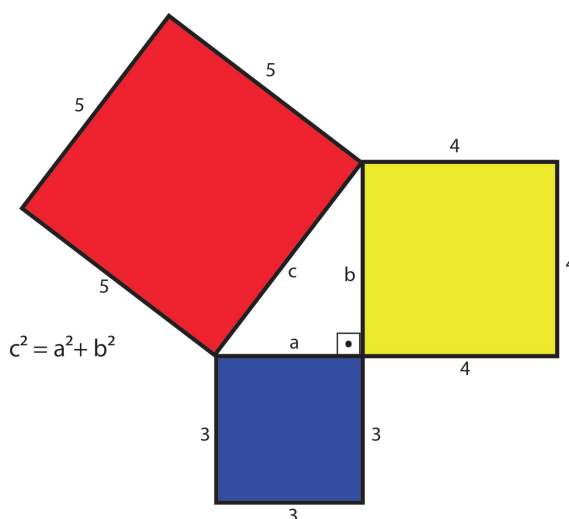
- O LEM pode ser compreendido apenas como um local da escola onde se devem guardar os materiais relacionados às aulas de matemática. Como por exemplo: livros, vídeos, jogos, materiais manipuláveis, instrumentos e matéria-prima para a construção de material didático. Nesta concepção LEM, está reduzido a uma espécie de arquivo/almoxarifado, onde estarão reservados os materiais citados de modo a tornar fácil o acesso aos mesmos.
- Outra concepção afirma que o LEM compreende o espaço onde os professores podem realizar os seus planejamentos, ministrar as suas aulas de matemática, aplicar avaliações, tirar as dúvidas de seus alunos. Além disso, podem, junto aos alunos, realizar exposições, olimpíadas e atividades de experimentação, pesquisa e construção de materiais instrucionais.
- Uma terceira concepção diz que, na escola, o LEM representa o espaço que centraliza toda a atividade matemática. É o lugar onde os professores encontram e produzem subsídios para aproximar a matemática da vida dos alunos, tornando-a mais compreensível.

A presença de um LEM, na formação inicial de professores, torna-se imprescindível no auxílio à construção da identidade profissional do futuro professor a respeito deste espaço de ensino. Dada a inegável importância do LEM para as aulas de Matemática, faz-se necessário que os licenciandos possam explorar as suas potencialidades tanto no nível experimental da docência como também na pesquisa acadêmica.

É importante que vocês, futuros docentes, percebam a importância da utilização do Laboratório de Ensino de Matemática nas aulas. Para ajudá-los nesse sentido, vamos tomar um exemplo ilustrativo com o estudo sobre o Teorema de Pitágoras. No LEM, será possível utilizar materiais concretos diversos para a demonstração da validade deste teorema. Discussões abordando questionamentos do tipo - **Quem foi Pitágoras? Do que trata o Teorema de Pitágoras? Em quais situações do dia a dia podemos perceber a aplicação deste teorema?** - podem aproximar alunos desse conceito matemático, fazendo-os aprender de maneira qualitativa.

Na figura 6, observamos uma proposta geométrica para a compreensão do aluno sobre o Teorema de Pitágoras. Através dela, fica fácil constatar a validade desse teorema para a terna pitagórica 3, 4 e 5. Além disso, fomenta o estudo de outros conceitos matemáticos, como quadrado, triângulo retângulo, associação entre álgebra e geometria. Materiais como EVA, cartolina, papel, madeira e até tampinhas de garrafas podem ser usados para a construção dessa geometria.

Figura 6 – Teorema de Pitágoras



Fonte: DEaD | IFCE

Muitos outros exemplos da matemática, como este do Teorema de Pitágoras, podem ter o seu ensino potencializado com a ajuda do LEM. Para isso, é necessário ter conhecimento sobre o conteúdo e buscar diversificar os métodos de ensino.

No estudo deste tópico, foi possível observar como o LEM contribui, tanto para o professor como para o aluno, no que diz respeito ao ensino-aprendizagem da Matemática. Podemos refletir como as concepções que o professor de Matemática tem a respeito do LEM podem interferir no modo como irá orientar e executar as suas atividades didático-pedagógicas a partir deste espaço, podendo ampliar ou reduzir as potencialidades do LEM.

Ficou curioso sobre as múltiplas maneiras de demonstrar o Teorema de Pitágoras? Leia o TCC orientado pelo professor Steve Araújo da UAB/Universidade Federal do Amapá, disponível no link <http://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/TCC-REVISADO.pdf>, e SAIBA MAIS sobre como realizar estas demonstrações no LEM.



Construção do LEM: dimensão infraestrutural e os obstáculos a serem vencidos

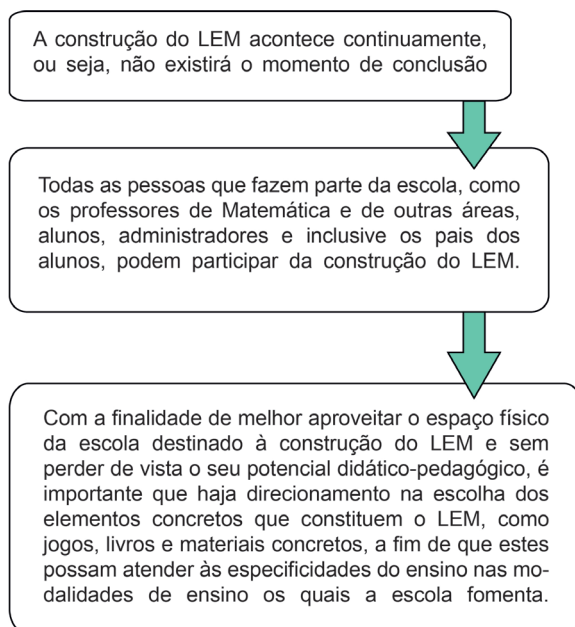
OBJETIVOS

- Reconhecer os espaços físicos e os elementos concretos que constituem o LEM
- Estudar os preconceitos e as limitações que se apresentam como obstáculos à construção do LEM

Agora que sabemos o quanto é importante a presença do LEM no espaço escolar, estudaremos quais características deve apresentar o Laboratório de Ensino de Matemática, na observância do público ao qual servirá como instrumento de aprendizagem

Entendemos que o Laboratório de Ensino de Matemática, antes de tudo, deve ser um espaço democrático de aprendizagem. Isso significa todos podemos aprender e ensinar nele. A partir desta compreensão, a construção desse lugar, na escola, deve contemplar algumas considerações elencadas a seguir:

Figura 7 – Considerações sobre o LEM



Fonte: Elaborada pela autora

Para que você compreenda com maior clareza o que propõem as três considerações citadas acima, faremos, a seguir, uma abordagem mais aprofundada de cada uma delas. Vamos lá!

Para a construção do espaço físico do LEM, são necessárias uma contínua produção de material concreto e uma busca por novos métodos através da investigação científica. Essa produção acontece, primordialmente, na dinâmica da utilização frequente do laboratório. Perceba que, ao se proporcionar uma atividade que vise à produção de material concreto, realizada por professor e alunos, esse material poderá fazer parte do conjunto de materiais manipuláveis do LEM e poderão ser utilizados em outras aulas de Matemática, inclusive com outros alunos. Para abrigar o material concreto, adquirido ou construído, é importante que a escola disponha de um local que servirá também de referência para as aulas dessa disciplina, podendo ser uma sala, um canto de sala ou um armário.

Em toda atividade escolar, seja em sala de aula, seja fora dela, a aprendizagem carece do envolvimento de todos os agentes escolares. Essa afirmação subsidia o argumento que explica nosso item 2, sobre a construção do LEM. Os professores podem dar a sua parcela de contribuição na construção desse espaço, mediando com o seu conhecimento (conteúdo específico) e a sua práxis (ação docente) situações como o trabalho coletivo, a disciplinaridade (relacionada à matemática)

e interdisciplinaridade (relacionada ao trabalho envolvendo as múltiplas áreas de conhecimento, como Matemática, História, Sociologia, Língua Portuguesa, Filosofia, Geografia, Ciências), a fim de possibilitar um ambiente propício à fixação e à aquisição de novos saberes pelos alunos. Os administradores da escola, entretanto, podem viabilizar políticas de funcionamento institucional que democratizem o espaço escolar no sentido de construir, utilizar e divulgar o LEM, assim como promover a distribuição de verbas de modo a contemplar a compra de material para esse laboratório. Os alunos e pais podem contribuir para a realização de atividades, como oficinas e exposições, fortalecendo a relação existente entre a matemática escolar e o saber advindo de suas atividades cotidianas.

A construção do Laboratório de Ensino de Matemática deve acontecer conforme qualquer outra atividade escolar, com a participação de todos: alunos, professores, administradores da escola e pais. Quanto maior o envolvimento da comunidade escolar, maior será a multiplicidade de saberes relacionados à matemática nos elementos concretos que constituem o laboratório.

Saiba mais sobre a construção do Laboratório de Ensino de Matemática, lendo o projeto do LEM do IF Norte de Minas Gerais – campus Salinas, disponível na página goo.gl/eSHmNY



Fique atento(a)! Outro aspecto que deve ser observado na construção do LEM é a quem ele se destina. Percebamos que as modalidades de ensino, como educação infantil, ensino fundamental, ensino médio, educação de jovens e adultos, educação especial, possuem suas especificidades em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática. O Laboratório de Ensino de Matemática deve estar preparado para contemplar, fundamentalmente, essas especificidades. Vejamos agora algumas delas:

O LEM, pensado a partir da educação infantil, deve conter materiais que deem suporte ao desenvolvimento do que Lorenzato (2008) chama de processos mentais básicos: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Esses processos estão intimamente ligados ao desenvolvimento cognitivo da matemática em um sujeito. As brincadeiras de corda, de roda, de bolas de gude, entre outras, podem constituir uma ferramenta de aprendizagem para aquela faixa-etária, explorando noções de distância, espaço e de formação do número.

No quadro a seguir, explicamos cada processo mental básico. Leia os sete processos mentais básicos e descubra o que cada um deles representa para a aprendizagem matemática.

Quadro 1 – Os sete processos mentais básicos

Conceito	Definição
Correspondência	É o ato de estabelecer a relação “um a um”. Exemplos: um prato para cada pessoa; cada pé com seu sapato; a cada aluno, uma carteira. Mais tarde, a correspondência será exigida em situação como esta: a cada quantidade, um número (cardinal), a cada número, um numeral.
Comparação	É o ato de estabelecer diferenças ou semelhanças. Exemplos: esta bola é maior que aquela; somos do mesmo tamanho? Mais tarde, virão: quais destas figuras são retangulares? Indique as frações equivalentes.
Classificação	É o ato de separar em categorias de acordo com semelhanças ou diferenças. Exemplos: na escola, a distribuição dos alunos por séries; a arrumação da mochila; dadas várias peças triangulares, e quadriláteras, separá-las conforme o total de lados que possuem.
Sequenciação	É o ato de fazer suceder a cada elemento, um outro sem considerar a ordem entre eles. Exemplos: chegada dos alunos à escola; entrada de jogadores de futebol em campo; escolha ou apresentação dos números nos jogos loto, sena e bingo.
Seriação	É o ato de ordenar uma sequência seguindo um critério. Exemplos: fila de alunos, do mais baixo ao mais alto; lista de chamada de alunos; numeração das casas nas ruas; calendário; o modo de escrever números (por exemplo, 123 significam uma centena de unidades, mais duas dezenas de unidades, mais três dezenas de unidades e, portanto, é bem diferente de 321).
Inclusão	É o ato de fazer abranger um conjunto por outro. Exemplos: incluir ideias de laranjas e bananas em frutas; meninos e meninas, em crianças; losangos, retângulos e trapézios, em quadriláteros.
Conservação	É o ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição. Exemplos: uma sala com as carteiras dispostas ora em círculo, ora em fileiras; uma caixa com todas as faces retangulares de dimensões diferentes - ora apoiada sobre outra face menor, ora sobre outra face, conserva a quantidade de lados ou de cantos, as medidas e, portanto, seu perímetro, área e volume.

Fonte: DEaD | IFCE

Para o Ensino Fundamental I, que compreende crianças de 6 a 10 anos de idade, os materiais do LEM devem ainda manter forte o caráter exploratório (visual e concreto), permitindo que a criança consiga manipular objetos e jogos, como material dourado, escalas

de Cuisenaire, discos de frações, ábacos, dominós, boliche, amarelinhas, tangrans, entre outros, que possibilitem a fundamentação de conceitos, a compreensão de propriedades e de algoritmos para as operações matemáticas básicas.

Nas séries finais do Ensino Fundamental, é imprescindível que, o aporte teórico-prático do LEM capacite os alunos desse nível a pensar a matemática a partir de construções lógicas e de ensaios ao trabalho com abstrações e generalizações, características naturais do pensamento matemático.

Assista ao vídeo sobre Experiências de Ensino de Matemática na Educação Infantil, e confira as contribuições da professora pesquisadora Katia Stocco Smole, clicando no link goo.gl/pFa3X3



Figura 8 – Materiais do LEM voltados ao trabalho no Ensino Fundamental



Fonte: <https://www.flickr.com>

Figura 9 – Materiais do LEM voltados ao trabalho no Ensino Fundamental e Médio



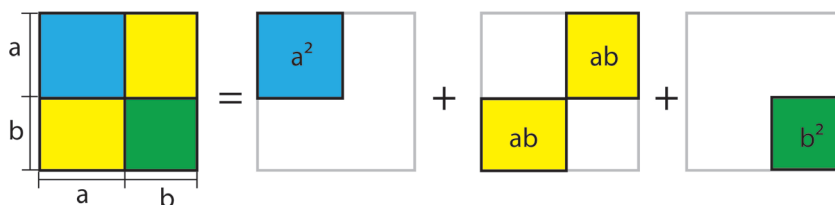
Fonte: <https://pixabay.com>

Vejamos agora um exemplo de atividade que pode ser desenvolvida no LEM, para o ensino de Produtos Notáveis, conteúdo presente no currículo do Ensino Fundamental II. Essa atividade poderá ser realizada pelos alunos a partir da confecção, com o uso de cartolinas, EVA, papelão, etc., das peças coloridas e da manipulação das mesmas sob o acompanhamento do professor.

Observe a figura, a seguir, e o respectivo enunciado que descreve o “Quadrado da soma de dois termos”, caso particular dos Produtos Notáveis:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Figura 10 – Quadrado da soma de dois termos



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Fonte: DEaD | IFCE

Veja que a área do quadrado de lado com medida igual à $(a+b)$, produzido através da justaposição das peças menores, será exatamente igual ao resultado obtido na aritmética do quadrado da soma de dois termos.

Para o Ensino Médio, o LEM pode promover atividades que objetivem desenvolver o raciocínio para a resolução de problemas que envolvam conteúdos de combinatória, de trigonometria e de matemática aplicada. A análise e a interpretação de dados, através das múltiplas linguagens que podemos usar no apoio ao ensino da Matemática, entre elas: gráfica, geométrica, estatística, pictórica, língua materna (Português) e a específica da matemática, devem ser objetivos alcançados pelos alunos por intermédio da utilização do LEM.



Assista ao vídeo “Um exemplo que conquistou medalhas na Olimpíada de Matemática” e conheça um pouco mais sobre a história de vida de

Ricardo Oliveira, ex-aluno do Ensino Médio, portador de necessidades especiais. Para isso, acesse o link <https://www.youtube.com/watch?v=urs2PbmtimM>

Assista ao vídeo sobre Produtos Notáveis:

O quadrado da soma de dois termos, apresentado por aluna do curso a distância de licenciatura em Matemática da UFBA, e observe como acontece, na prática, a atividade proposta na figura 9. Para isso, acesse o link www.youtube.com/watch?v=EbxxJPNPkOk



É importante que pensemos, ainda, nas pessoas com necessidades especiais no momento da construção do LEM. Alguns materiais apresentam características muito específicas para o trabalho com portadores de deficiência – visual, auditiva, cognitiva, motora, etc. Esses materiais facilitam a aprendizagem

do aluno uma vez que auxiliam o professor na mediação do processo de ensino e aprendizagem.

2.1 O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores

Durante toda a sua formação, você vivenciará disciplinas teóricas e outras práticas, como os estágios supervisionados, por exemplo. Nessa disciplina, você tem a oportunidade de conviver com a teoria e a prática, experimentar de práticas que auxiliarão você, futuro professor de Matemática, e estudar teorias que ajudam a fundamentar e refletir o trabalho do professor no LEM.

Nesse ponto, prezado(a) cursista, faço alguns questionamentos relevantes para a discussão do nosso conteúdo: você consegue imaginar como o LEM pode ajudá-lo(a) a ser um(a) professor(a) criativo(a) e dinâmico(a) no ensino da Matemática? Como as suas experiências com o LEM, na licenciatura, poderão ajudar os seus futuros alunos a aprenderem a Matemática mais facilmente? Então, agora reflita: qual seria o papel do LEM para a formação de professores de Matemática? Na realidade, existem muitos, por exemplo, o trabalho do professor de Matemática requer, além da competência com o conteúdo, a sua capacidade de elaborar, criar e promover situações de aprendizagem diversificadas para os seus alunos. Mediante essas implicações, o LEM se mostra espaço propício à formação integral desse professor. Com a utilização do LEM, você, certamente, será capaz de tornar-se mais cooperativo para o trabalho em equipe; pesquisador no que se refere ao conteúdo matemático e ao domínio do fazer didático-pedagógico; criativo, podendo agir sobre os instrumentos de ensino e, consequentemente, autônomo no exercício da sua futura profissão.

2.2 Preconceitos e limitações que se opõem à construção e utilização do LEM

A implementação do LEM, tanto no nível da Educação Básica quanto no Ensino Superior, tem encontrado obstáculos diante das opiniões carregadas de preconceitos, sejam de professores, sejam de outros agentes da escola. Além disso, o esse laboratório também apresenta algumas limitações didáticas que devem ser cuidadosamente observadas, uma vez que pretendemos usar tal espaço como facilitador de aprendizagem. Comentaremos algumas delas a seguir:

- A construção e a manutenção do LEM tem alto custo financeiro para a escola. É certo que, no mercado consumidor, existem muitos materiais didáticos que possuem preço elevado, destinados ao ensino de Matemática. Porém, esse não seria o melhor argumento para inviabilizar a construção do LEM no contexto escolar. Muitos materiais de baixo custo, ou até mesmo destinados à reciclagem, podem ser utilizados por professores e alunos em oficinas de produção de materiais didáticos. Além disso, é um excelente momento para oportunizar a capacidade criativa de cada sujeito e a conscientização para a sustentabilidade.
- Para se ensinar Matemática através do LEM, é preciso que o professor tenha uma boa formação. Fique atento(a)! A boa formação do professor se faz necessária para qualquer que seja o seu método de ensino. A eficiência da metodologia utilizada pelo professor, em sala de aula, está em função da sua capacidade didático-

pedagógica e da sua competência com o conteúdo a ser ensinado, isso somente se consegue por meio de uma boa formação inicial e continuada.

- O LEM não pode ser usado em salas de aula numerosas

A dicotomia entre quantidade e qualidade na educação brasileira tem sido amplamente discutida por pesquisadores da área. Entre eles, podemos citar Esquinsani (2013, p.583), que nos traz as seguintes reflexões sobre o assunto: “Se a educação é um direito, a sua garantia concretiza-se apenas com o acesso à escola? Há o respeito pelo direito à educação quando desprovido de indicadores mínimos de qualidade? Educação sem qualidade não seria um direito pela metade?”. Sabemos que situações de ensino precisam ser acompanhadas pelo professor com certa proximidade dos alunos. Interessa saber ao professor, em relação aos seus alunos, por exemplo: o potencial destes, as suas habilidades, os conhecimentos prévios construídos dentro e fora da escola, a fim de que este professor possa mediatizar situações de aprendizagem que se aproximem da realidade dos alunos. Nesse caso, temos que concordar com o fato de que tanto maior seja a quantidade de alunos em sala menor será a qualidade de ensino. Na realidade do LEM, essa regra de três permanece inversamente proporcional, isto é, com um número menor de alunos, o professor terá condições de propor atividades que envolvam experimentação, manipulação de objetos, análise de conceitos matemáticos e aplicação da Matemática em situações do dia a dia. Atividades como estas proporcionam ao aluno uma participação ativa, de modo que os tornam protagonistas no processo de aprendizagem. Ao contrário do que acabamos de afirmar, nas salas de aula com número elevado de alunos, as atividades desempenhadas no LEM, em sua maioria, ficam restritas a situações de observação, substituindo o “fazer” pelo “ver”. Esse caso, portanto, se apresenta como uma limitação do LEM, mas não como impedimento à sua utilização no contexto escolar. O professor poderá, ainda, propor o trabalho em equipes, com atividades de pesquisa e coleta de dados nos diferentes espaços da escola, com posterior apresentação dos dados obtidos pelas equipes no LEM ou na sala de aula.

- Nem todos os conteúdos do programa de Matemática podem ser ensinados através do LEM

Para ser um bom professor, é necessário ter competência e sensibilidade na escolha da metodologia a ser usada em cada aula de Matemática. A diversidade de metodologias e métodos de ensino deve ser compatível com as múltiplas especificidades dos alunos e dos conteúdos que constituem o programa da

disciplina. Um único método de ensino, ainda que seja a utilização do LEM, é insuficiente para garantir a aprendizagem de todo o programa.

- O LEM possibilita “o uso pelo uso”

Quando o professor utiliza o LEM com o intuito de, apenas, proporcionar uma “aula diferente” para os seus alunos, ele alimenta o preconceito “do uso pelo uso”. Isso quer dizer que a sua aula não necessariamente está objetivando a aprendizagem do conteúdo matemático, mas apenas a utilização desse espaço como lúdico e sem a real intencionalidade do ensino. Para desmistificar esse tipo de preconceito, é preciso que você planeje uma situação de aprendizagem traçando os objetivos os quais pretende atingir juntamente com seus alunos na utilização do LEM. A promoção de atividades práticas, de procedimentos experimentais, de avaliações, de pesquisa, como também a prática da autoavaliação profissional, são ações que podem contribuir para o uso qualitativo do LEM, de modo a favorecer o objetivo norteador da ação docente: a aprendizagem significativa dos alunos. Com isso, podemos concluir que a utilização do LEM é potencializada, como instrumento de ensino-aprendizagem, mediante dois aspectos: a boa formação docente que, consequentemente, subsidiará sua futura prática profissional e a concepção de LEM que o professor traz consigo.

Durante a Aula 1, discutimos as propostas do LEM para o ensino de Matemática, apresentamos alguns exemplos de atividades que podem ser aplicadas nesse espaço da escola e elencamos as limitações e os prejulgamentos que impactam na construção do LEM. Desejo que o conteúdo, até agora abordado, contribua para sua formação docente.

Na Aula 2, daremos continuidade à nossa abordagem sobre o LEM, direcionando o nosso estudo para os materiais didáticos manipuláveis e sua inserção na formação de professores de Matemática.



1. Na Aula 1, foi apresentada a seguinte definição de Laboratório de Ensino de Matemática, segundo Lorenzato (2009), “o LEM é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender”. No link da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/97-laboratorios/119-laboratorios>, é possível acessar a página de alguns Laboratórios de Ensino de Matemática de universidades de todas as regiões brasileiras. Nela você encontrará definições e objetivos que caracterizam o trabalho de cada LEM apresentado. Visite o site, leia as propostas de LEM nele destacadas e construa um texto argumentativo, fazendo uma associação entre a definição de Lorenzato e aquelas observadas na sua leitura virtual.

2. As concepções que o professor de Matemática e a escola têm sobre o LEM influenciam, fundamentalmente, na maneira como acontecerá a sua implantação e a sua utilização como espaço de aprendizagem dessa disciplina. Comente cada concepção apresentada na Aula 1 e acrescente exemplos práticos de posicionamento docente para cada uma dessas concepções.

3. Ao longo do texto da Aula 1, foram apresentadas algumas propostas de atividades que podem ser desenvolvidas no LEM, por alunos e professores, como por exemplo a atividade do Teorema de Pitágoras. Pesquise e apresente uma proposta de estudo de um conteúdo matemático que possa ser realizada no LEM. Na sua proposta, você destacará os seguintes elementos:
 - i) conteúdo matemático estudado
 - ii) material concreto utilizado
 - iii) metodologia: de que maneira o material será utilizado para facilitar a aprendizagem do conteúdo trabalhado.

4. Reflita a seguinte afirmativa:

A atuação do professor está intrinsecamente ligada ao sucesso ou ao fracasso do aluno. No que compete ao LEM, significa que o professor deve saber utilizá-lo produtivamente, a fim de garantir aos seus alunos aprendizagens significativas em matemática.

Agora, embasado no estudo que fizemos durante esta aula, argumente os seguintes tópicos:

i) Como você considera que o professor poderá fazer uma utilização “produtiva” do LEM em suas aulas de Matemática?

ii) Como esta utilização pode estar ligada ao fracasso ou ao sucesso do aluno em relação à aprendizagem da Matemática?

5. Sobre a construção do LEM, compreendemos que ela acontece continuamente, portanto, uma vez iniciada no contexto escolar, esta não se encerra, pois poderá ser continuada com a própria dinâmica de utilização do LEM, por exemplo, com a construção de novos materiais concretos nas aulas/oficinas de Matemática ocorridas no LEM. Leia o fragmento de texto retirado da Aula 1 deste material e apresente sugestões de como cada agente citado – professores, administradores da escola, alunos e pais – pode participar ativamente da construção do LEM na escola.

Todas as pessoas que fazem parte da escola, como os professores de Matemática e de outras áreas, alunos, administradores e inclusive os pais dos alunos, podem participar da construção do LEM.

Materiais didáticos manipuláveis e suas potencialidades para o ensino-aprendizagem da matemática no LEM

25

Olá, aluno(a)!

Nesta aula 2, conheceremos algumas propostas de Materiais Didáticos (MD) manipuláveis e de oficinas que podem contribuir com a atuação do professor de Matemática no LEM, no sentido de promover a aprendizagem a partir da interação do aluno com esses materiais. Discutiremos, ainda, as potencialidades do MD e os desafios presentes no cotidiano dos professores que fazem uso desses materiais em suas aulas. Para finalizar, refletiremos como os MDs manipuláveis podem ser incorporados a atividades como oficinas e projetos como instrumento de ensino-aprendizagem da Matemática.

Objetivos

- Conhecer alguns dos MDs manipuláveis que podem ser utilizados nos trabalhos com o LEM
- Discutir as potencialidades e os desafios no uso dos MD manipulável para o ensino da Matemática

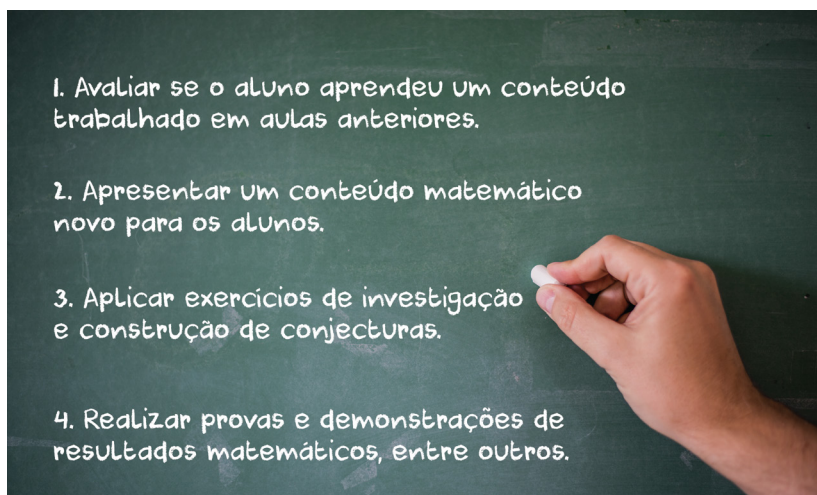
O uso de MDs e de MDs manipuláveis nas aulas do LEM

26

OBJETIVOS

- Compreender a importância do uso do MD manipulável para o ensino-aprendizagem da Matemática
- Estudar o papel do professor de Matemática na mediação da aprendizagem através da utilização do MD manipulável

Para melhor compreendermos o que é o material didático manipulável, iniciaremos definindo o que vem a ser material didático (MD). Material didático é qualquer ferramenta útil à mediação do processo de ensino-aprendizagem. Podemos destacar aqui alguns exemplos de MD: giz, lousa, computador, calculadora, jogos, transferidor, cartolina, data-show, uma música, um instrumento de avaliação, entre outros. Pela enorme variedade de MD que pode ser utilizada na sala de aula, ou mesmo no LEM, as finalidades de sua utilização podem apresentar diferentes características e objetivos. O professor, por exemplo, pode utilizar o MD para



Perceba que a eficiência do MD, no que se refere ao processo de ensino-aprendizagem, está intrinsecamente ligada à postura do professor e à sua mediação nesse processo. O material manipulável por si só não é instrumento capaz de garantir a aprendizagem dos alunos, é preciso que o professor tenha clareza das potencialidades do MD escolhido e que esteja apto a mediar a interação entre o aluno e o saber através do material didático.

1.1 Material Didático Manipulável

Como já exemplificamos anteriormente, existem vários tipos de MD. Pela natureza das aulas que acontecem no LEM, observamos uma maior utilização dos chamados MDs manipuláveis. Os MDs manipuláveis constam de materiais didáticos que permitem a manipulação tátil do aluno, permitindo realizar construções e deformações de objetos geométricos, cálculos de forma concreta através de jogos (por exemplo), ajudando a perceber conceitos e propriedades de elementos matemáticos, bem como o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, que é determinante na resolução de problemas matemáticos do seu cotidiano. São exemplos de materiais didáticos manipuláveis: o material dourado; escalas de Cuisenaire, jogos geométricos, dominós, sólidos geométricos, tangram, blocos lógicos, sementes, palitos de picolés, tampinhas, etc.

Figura 11 – MDs manipuláveis



Fonte: <https://www.flickr.com>

1.2 Alguns exemplos de materiais didáticos manipuláveis

Agora conheceremos alguns exemplos de materiais didáticos manipuláveis, que você poderá usar na sua futura prática de professor. Perceba quais os benefícios que cada MD manipulável pode oferecer para o ensino-aprendizagem da matemática e, como o professor poderá conseguir confeccioná-lo utilizando materiais de baixo custo.

No Brasil, o uso de MD voltado para o ensino de Matemática ganhou força a partir da década de 40, motivado pelo movimento liderado por pesquisadores em diversos países do mundo, a exemplo disso podemos citar G. Cuisenaire e Van Lierde, na Bélgica; Gattegno e Puig Adam, na Inglaterra e Biguenet, na França.



Descrição: Quebra-cabeça chinês formado por sete peças geométricas

Benefício: favorece a aprendizagem matemática acerca de conteúdos, como figuras geométricas planas, razão, proporção, simetria, área, perímetro, assim como o desenvolvimento da criatividade e do pensamento lógico-matemático.

O tangram pode ser confeccionado a partir de matérias-primas, como madeira, cartolina, papel, EVA. É de fácil construção e manipulação, podendo ser trabalhado com alunos de diferentes faixa-etárias. A manipulação consta da utilização das sete peças do quebra-cabeça na representação de figuras geométricas, como quadrado, retângulo, triângulo, assim como na representação de diversos tipos de imagens (gatos, cachorros, casas, pessoas, numerais etc.).

Figura 12 – Ábaco



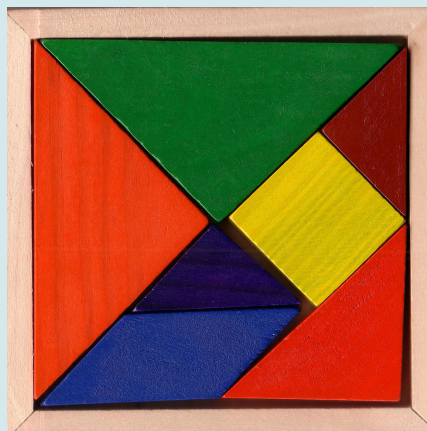
Fonte: wikipedia.org

Descrição: Quebra-cabeça chinês formado por sete peças geométricas

Benefício: favorece a aprendizagem matemática acerca de conteúdos, como figuras geométricas planas, razão, proporção, simetria, área, perímetro, assim como o desenvolvimento da criatividade e do pensamento lógico-matemático.

O tangram pode ser confeccionado a partir de matérias-primas, como madeira, cartolina, papel, EVA. É de fácil construção e manipulação, podendo ser trabalhado com alunos de diferentes faixa-etárias. A manipulação consta da utilização das sete peças do quebra-cabeça na representação de figuras geométricas, como quadrado, retângulo, triângulo, assim como na representação de diversos tipos de imagens (gatos, cachorros, casas, pessoas, numerais, etc.).

Figura 13: Tangram



Fonte: wikipedia.org

Descrição: Jogo de tabuleiro, que pode ser 6X6, 8X8, 10X10. Suas peças representam números inteiros.

Benefício: favorece o cálculo mental, a antecipação, a construção de estratégias, a reversibilidade do pensamento, a adição algébrica de números inteiros, a discriminação de quantidades, entre outros.

Matix é um jogo de tabuleiro que se joga em dupla. O seu objetivo é que o jogador acumule o maior número de pontos ao final da partida, em que os números positivos acrescentam e os números negativos retiram o valor equivalente ao representado na peça do somatório da pontuação dos jogadores. A movimentação das peças deve ocorrer respeitando a linha e a coluna da peça escolhida pelo jogador. Pode ser confeccionado a partir de materiais como madeira, EVA, duplex, cartolina, tampas de garrafa.

Figura 14 – Matrix

	0	1	2	3	4	5	6	7	
7	×		÷		-		+		7
6		÷		×		+		-	6
5	-		+		×		÷		5
4		+		-		÷		×	4
3	×		÷		-		+		3
2		÷		×		+		-	2
1	-		+		×		÷		1
0		+		-		÷		×	0
	0	1	2	3	4	5	6	7	

Fonte: wikipedia.org

1.3 O professor e o uso do MD

É importante destacar que, para que os alunos aprendam matemática de forma significativa, não basta que o professor disponha de um LEM equipado com uma enorme variedade de MDs. É preciso, acima de tudo, que o professor saiba utilizar corretamente os MDs aos quais tem acesso. Corroborando com Lorenzato (2009), podemos afirmar que a atuação do professor é determinante para o sucesso ou para o fracasso escolar de seus alunos.

A escolha do MD, feita pelo professor de matemática, no intuito de constituir uma ferramenta de ensino-aprendizagem, deve ser pensada de modo muito particular, atentando para as especificidades de cada turma de alunos. Faz-se necessário que, para cada aula planejada com a utilização de MDs, o professor possa questionar-se perseguindo as seguintes perguntas: é necessário o uso do MD como mediador da aprendizagem, nesta aula?; qual seria o MD mais apropriado?; o MD escolhido para a aula é conveniente para o trabalho com a matemática nesta sala de aula ou precisará sofrer adaptações?. Tendo tais questionamentos em conta, percebe-se, caro(a) cursista, que o professor deve estar capacitado a trabalhar com o MD não somente na sua apresentação original, mas também necessita perceber quando o material didático precisará passar por adaptações com a finalidade de melhorar o desempenho do professor no gerenciamento da aprendizagem dos alunos.

Nesse caso, obviamente, os MDs manipuláveis devem ser escolhidos pelo professor, principalmente pela observação dos objetivos a serem atingidos durante a aula, pois a natureza exploratória do MD manipulável pode variar de acordo com a sua

estrutura. Existem aqueles mais rígidos que permitem pouca interação do aluno, como por exemplo os sólidos geométricos construídos em madeira, enquanto materiais como o ábaco e os jogos de tabuleiro, devido à sua capacidade dinâmica, são mais propícios às atividades de manipulação para a investigação de propriedades matemáticas.

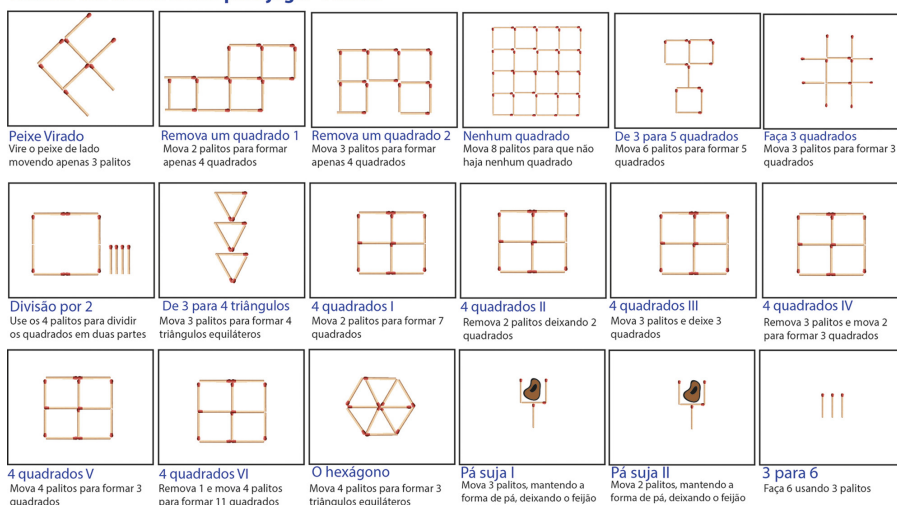
Observe agora, prezado(a) aluno(a), uma interessante proposta com objetos de nossa rotina que podem se transformar em MD manipulável: palitos de fósforo. Isso mesmo! Com eles, podemos proporcionar aos alunos, em sala de aula ou no LEM, atividades de investigação geométrica e quantitativa, estudo de simetria e reflexão, bem como o desenvolvimento do raciocínio lógico. Vejamos, a seguir, como isso se dá!

Para ficar sabendo mais sobre a utilização dos MDs nos Laboratórios de Ensino de Matemática, leia o artigo disponível no seguinte endereço eletrônico: goo.gl/28aZPn



Figura 15: Desafios com palitos de fósforos

Escolha um destes níveis para jogar “Palitos”



Fonte: DEaD | IFCE

Nos desafios propostos na Figura 15, o aluno ainda poderá desenvolver compreensões acerca de conceitos matemáticos, como triângulos, quadrados e hexágonos através da manipulação dos palitos de fósforos, com a intenção de atender aos comandos dados pelo professor durante a aula. Materiais como os palitos de picolé ou de fósforos, tampinhas, garrafas, bolas de gude, sementes, entre muitos outros, são interessantes para se constituir como materiais do LEM, pois apresentam baixo custo de aquisição, aspecto lúdico e podem ser utilizados em diversos contextos de ensino-aprendizagem de matemática.

Assista aos vídeos disponíveis nos links: goo.gl/UWfsK5 e goo.gl/Sx7oFU e aproveite para conhecer mais sobre atividades com palitos de picolés nas aulas de matemática.



Apesar de toda essa variedade, é preciso que você perceba algo fundamental: o potencial educativo de oficinas como a dos palitos de fósforos está intimamente ligado ao ambiente criado pelo professor, no sentido de fazer o aluno pensar criticamente sobre as suas decisões. É essencial, então, que o professor possa lançar questionamentos, aos alunos, como estes: “Você conseguiu executar o comando dado?”, “Qual(is) procedimento(s) você utilizou?”, “Quais as figuras geométricas observadas nos procedimentos realizados?”, “Quais as transformações geométricas ocorridas durante o processo de execução do comando dado?”. Isso significa, caríssimo(a), que os materiais não podem ser utilizados aleatoriamente, ok? Para ressaltar ainda mais esse

aspecto, apresentamos para você, a seguir, a utilização dos MD na perspectiva do professor e do aluno.

A importância da utilização dos MD manipuláveis nas aulas do LEM como mecanismo de ensino-aprendizagem pode ser destacada sob as seguintes perspectivas:

- Para o professor: na possibilidade de planejar aulas criativas na exploração das diversas formas de se utilizar um ou mais de um MD manipulável, motivar os alunos à participação ativa no seu processo de aprendizagem, explorar os aspectos lúdicos presentes no ensino da matemática;
- Para o aluno: na possibilidade de desenvolver o seu raciocínio lógico-matemático, de experimentar o trabalho coletivo – característico das atividades do LEM, assim como na capacidade de se tornar protagonista de sua aprendizagem quando observa, pesquisa, pergunta, executa, calcula, infere e deduz resultados pertinentes ao tema em estudo.

Neste tópico conhecemos alguns exemplos de MDs manipuláveis e estudamos sobre o importante papel do professor na utilização dessas ferramentas de ensino da matemática. A partir de agora, faremos um estudo sobre como utilizar os MDs manipuláveis na realização de projetos interdisciplinares e transdisciplinares no cotidiano da escola.

O MD manipulável como recurso didático na formação de professores: práticas de interdisciplinaridade e de transversalidade

OBJETIVOS

- Identificar potencialidades e desafios do uso do MD manipulável nas oficinas do LEM na formação de professores
- Conhecer algumas propostas de utilização do MD na prática de projetos interdisciplinares e transversais nas aulas de matemática

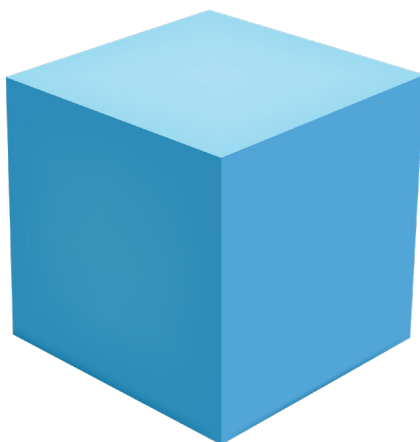
Conforme já destacamos anteriormente para você, é preciso que o professor esteja sempre atento para a escolha do MD que utilizará em sua aula. São muitas as variáveis que podem orientar a melhor escolha de um, dentre elas podemos citar o conteúdo matemático a ser trabalhado durante a aula, os objetivos traçados para a aula, a faixa etária dos alunos, o número de alunos da turma, o conhecimento que o professor tem a respeito do MD, assim como as concepções de educação e de LEM que o professor carrega consigo discutidas na Aula 1 desta disciplina, entre outras.

Alguns pesquisadores convergem opiniões quando apresentam critérios para que um MD seja considerado bom para a utilização na sala de aula ou no LEM. Para Reis (1996 *apud* Matos & Serrazina, 1996), um bom MD manipulável deve representar claramente o conceito matemático, ser motivador, proporcionar uma boa base para a abstração e, se possível, deve ter características que viabilizem o seu uso para alunos de diferentes níveis escolares, na abordagem de diversos conteúdos matemáticos.

Vejamos agora algumas propostas de oficinas que podem ser realizadas no LEM com a utilização de MDs manipuláveis.

2.1 Oficina 1 – Estudando o cubo

Figura 16 – Cubo



34

Fonte: <https://pixabay.com>

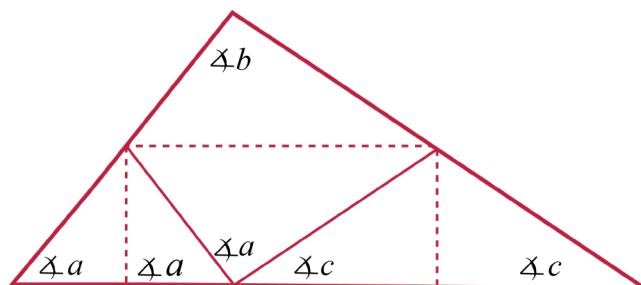
A oficina com MD manipulável para o estudo do cubo deve se realizar com o objetivo de fazer o aluno vencer os obstáculos cognitivos oriundos da percepção visual limitada que temos desse poliedro, principalmente, quando este é mostrado em um desenho plano, como mostra a figura 16. O procedimento da oficina se constitui a partir de quando é proposto ao aluno a manipulação, ou ainda, a construção de um cubo. Daí o professor poderá sugerir aos alunos que, com o cubo em mãos, apresentem soluções para questões como estas:

1. Número de faces, de vértices e de arestas do cubo. Comparando com o que se pode observar no cubo da Figura 16.
2. Suas faces correspondem a qual tipo de figura geométrica?
3. No cubo há faces losangulares?
4. Todos os ângulos de um cubo são perpendiculares?
5. Por que o cubo também é conhecido como hexaedro regular?
6. Construa um argumento matemático que represente o cálculo da área de um cubo.

O potencial de uso do MD manipulável em uma oficina como esta se revela quando o aluno, a partir da concretização do cubo, conquista a representação mental deste e de outros sólidos geométricos, sendo capaz de executar cálculos, enumerar propriedades e elementos destes sólidos sem que precise manipulá-los concretamente.

2.2 Oficina 2 – Soma dos ângulos internos de um triângulo

Figura 17 – Triângulo



Fonte: <https://pixabay.com>

35

A oficina 2 propõe o estudo do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo.

Teorema 2.1 A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180° .

Nesta oficina, o professor propõe aos seus alunos que construam, com uma cartolina ou folha de papel, um triângulo qualquer e, em seguida, recorte-o. Utilizando material de construção geométrica (régua, transferidor, esquadro), determinem também o ponto médio de cada um dos lados do triângulo construído, posteriormente, tragam seus vértices para o interior da figura, fazendo dobraduras que atinjam os pontos médios dos lados diferentes da base do triângulo, conforme ilustra a Figura 17.

Com isso, o aluno poderá compreender, significativamente, o enunciado do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo, podendo apresentar o argumento de que, após realizadas as dobraduras, perceba por analogia que $4a + 4b + 4c = 180^\circ$.

As potencialidades do trabalho com MD manipulável, orientadas pelo professor, sugerem que os alunos podem ir além dos objetivos traçados para o estudo do Teorema 2.1, percebendo outras propriedades ligadas ao triângulo, como por exemplo:

- P1: Todo triângulo pode ser decomposto em seis triângulos menores congruentes dois a dois.
- P2: A área do triângulo inicial é igual ao dobro da área do retângulo obtido após as dobraduras realizadas.



soma dos ângulos internos de um triângulo.

Assista ao vídeo disponível na página goo.gl/e9R4a e conheça outras maneiras de se verificar o teorema da

É importante lembrar que o professor deve estar preparado para discutir com seus alunos conteúdos matemáticos para além daqueles selecionados, exclusivamente, para a aula, pois a manipulação de objetos concretos

pode suscitar nos alunos percepções (visuais, motoras, sensoriais e cognitivas) de diferentes níveis de compreensão.

2.3 Desafios que se apresentam à utilização do MD manipulável no LEM

Percebemos, até este momento da aula 2, que a utilização do MD manipulável favorece um ambiente propício à aprendizagem da matemática, uma vez que

- **auxilia** o professor no ensino da matemática, tornando-o mais acessível e motivador;
- **aproxima** o aluno da efetiva atividade matemática quando este é instigado a questionar, pesquisar, construir seus resultados, quebrando, assim, o paradigma do medo dessa disciplina.

Ainda assim, pesquisas em Educação Matemática têm apontado alguns obstáculos que se impõem ao uso de MD manipulável nas aulas dessa área. Verifique alguns deles:

1. a falta de LEM na maioria das escolas públicas e particulares do nosso país;
2. professores, gestores escolares e políticos acreditam que custa caro a aquisição desses materiais para a escola;
3. a precária formação inicial de professores de matemática, no âmbito da educação matemática, em especial, nas atividades desenvolvidas no LEM.

Visite a página goo.gl/fPRBJT e leia o artigo que discute sobre as dificuldades que os professores de matemática apresentam ao utilizar MDs em suas aulas.



Evidentemente, caro(a) cursista, todos os impasses apresentados acima podem ser repensados, pois nenhum deles justifica a total ausência do uso de MD manipulável nas aulas de matemática. Perceba ainda que, caso a escola não tenha o espaço reservado ao LEM, as atividades com MDs manipuláveis podem ser desenvolvidas

em outros ambientes escolares como na sala de aula, por exemplo. Em relação ao custo de aquisição dos materiais, percebemos que, em todos os exemplos trabalhados nesta aula, houve a utilização de materiais confeccionados com matéria-prima de baixo custo, isto é, na maioria das vezes, os MDs podem ser adaptados à realidade da escola, do professor e do aluno. Quanto à capacidade do professor trabalhar com o MD, se sua formação inicial não foi suficiente para desenvolver tal competência docente, isso sugere a formação continuada como busca de aperfeiçoamento profissional.

Visite o site goo.gl/CX8p8z e leia o artigo “Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão”, de Rodrigues e Gazire.



2.4 Trabalhando projetos com MD na perspectiva da interdisciplinaridade e da transversalidade

Agora, caríssimo(a), vejamos outra interessante perspectiva de uso dos MDs. Dentre as potencialidades do uso de MDs manipuláveis, podemos destacar o fato de eles oportunizarem o trabalho com projetos na escola. Aliando essas duas ferramentas de ensino-aprendizagem – MDs e projetos, teremos um campo fértil à aplicação de projetos com o caráter da transversalidade, conforme orienta os PCNs de Matemática.

Segundo os PCNs (1997, p.26),

Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos.

Você percebeu que usamos o termo transversalidade? Por acaso já ouviu falar a respeito dela ou leu algum material? Saiba que a **transversalidade** se caracteriza pela abordagem de temas que se preocupam com a formação integral do aluno, como saúde, ética, meio ambiente, orientação sexual e pluralidade cultural. Já a **interdisciplinaridade** se caracteriza como uma abordagem feita a uma temática, não necessariamente ligada aos temas transversais, mas que se fundamenta e justifica sob os múltiplos olhares das diversas disciplinas escolares. A exemplo disso, podemos citar a realização de uma oficina de leitura, interpretação e construção de poemas matemáticos. Um projeto como este abrangeria as disciplinas de português, matemática e redação, podendo haver ainda, um cruzamento com a disciplina de artes, no caso de serem realizadas

apresentações ou encenações dos alunos para cada poema estudado. Pelo caráter abrangente da transversalidade, podemos perceber que os projetos que a contemplam carecem da perspectiva interdisciplinar para a sua efetiva execução no contexto da escola.

É importante destacar que o professor, ao trabalhar com projetos, deve, antes de tudo, preocupar-se com a escolha do tema, levantando reflexões como estas:

- O tema escolhido é de interesse dos alunos?
- Existe campo favorável para a pesquisa e a coleta de dados?
- O tema aproxima-se e/ou contribui com a realidade dos alunos envolvidos no projeto?

O professor pode, ainda, realizar na escola, na sala de aula ou no LEM uma enquête com os alunos que aponte para os possíveis temas de interesse deles e que possa, portanto, ser escolhido para dar nome ao projeto.

Conheça, agora, uma proposta de projeto transdisciplinar, envolvendo o tema transversal SAÚDE e que trabalha com os MDs como ferramentas de apoio para a execução do projeto.

2.5 Projeto: obesidade infantil

A obesidade infantil, também conhecida como sobrepeso infantil, tem sido um tema amplamente discutido nos tempos atuais, uma vez que as estatísticas apontam que milhões de brasileiros, na faixa-etária de 0 a 12 anos, encontram-se acima do peso. Esse tem sido um problema que preocupa a saúde pública brasileira, já que a obesidade pode levar a criança a ter prejuízos ainda mais sérios como o diabetes, a má formação óssea e os problemas cardíacos. Além disso, a convivência escolar para as crianças que apresentam sobrepeso tem sido difícil, já que essas, em geral, são vítimas de bullying na escola.

Atividade 1: Realização de palestra com profissional da área de saúde, ou ainda, apresentação de documentário que aborde a temática do projeto

Objetivo	Local para a realização	Tempo-previsto
Aprofundamento dos conhecimentos dos alunos acerca do tema do projeto.	Na sala de aula, no auditório ou no LEM da escola	2 horas-aula

Possíveis ligações com as demais áreas: matemática (na interpretação dos dados estatísticos apresentados); geografia (na localização da(s) região(ões) do Brasil onde percebe-se o maior índice de obesidade infantil); ciências (na discussão do tema voltado à saúde- doenças, alimentação ideal); educação física (na recomendação da prática de esportes voltados às idades das crianças).

Atividade 2: Visita à uma escola do nível fundamental

Objetivo	Local para a realização	Tempo-previsto
Coletar os dados para o trabalho.	Local escolhido para a visita	4 horas

Descrição do trabalho a ser desenvolvido. Os alunos visitariam uma escola de ensino fundamental e, em grupos, fariam as medições da altura e do peso de amostras de alunos de cada sala de aula. Para essa coleta de dados, seriam utilizados os seguintes instrumentos: balança de peso e medida, fita métrica, calculadoras, caneta, tabelas, cartazes e folders de esclarecimento para distribuição na escola. Cada grupo de alunos executantes do projeto deve calcular o IMC – Índice de Massa Corpórea da amostra de alunos da escola visitada.

39

Atividade 3: Organização dos dados

Objetivo	Local para a realização	Tempo-previsto
Organizar os dados obtidos na visita à escola de ensino fundamental	LEM, sala de aula	3 dias de aula

Descrição dos trabalhos. Os alunos organizariam os dados obtidos na Atividade 2, apresentando-os em tabelas ou gráficos matemáticos/estatísticos. Poderiam usar, para isso, materiais como cartolina, pincéis, planilhas impressas em papel, ou ainda softwares matemáticos. Diante dos resultados obtidos, realizariam pesquisas de possíveis soluções para o combate à obesidade infantil. Para finalizar esta atividade, cada grupo socializaria os seus resultados.

Atividade 4: Retorno à escola onde ocorreu a coleta de dados

Objetivo	Local para a realização	Tempo-previsto
Colaborar com o combate à obesidade infantil	Escola onde ocorreu a coleta de dados inicial	4 horas

Descrição do trabalho. Os alunos do projeto apresentariam uma palestra, fazendo reflexões sobre o tema a partir dos dados coletados na escola. Durante a palestra, as reflexões permeariam toda a comunidade escolar, abordando os seguintes tópicos: 1. Percentual de alunos da escola que estão acima do peso; 2. Esclarecimento sobre as doenças que estão ligadas ao sobrepeso infantil; 3. Reeducação alimentar; 4. A importância da prática de atividades físicas.

Nossa aula 2 está se encerrando. Por isso, vamos lembrar sucintamente o que estudamos. Durante nossos estudos, verificamos, através das várias propostas de trabalho, a eficiência do uso do MD manipulável para o ensino-aprendizagem da matemática. Fomos chamados, também, para refletir a importância do trabalho do professor e m relação à utilização dos MDs. Acerca desse aspecto, não podemos esquecer que tanto mais esclarecido seja o docente a respeito das potencialidades dos materiais didáticos manipuláveis, maior será o impacto positivo na aprendizagem de seus alunos. Vale lembrar, ainda, que o trabalho com projetos de maneira transdisciplinar remete a uma aprendizagem dos alunos associada a questões que permeiam o nosso cotidiano. Por fim, caríssimo, espero que as experiências práticas tratadas, nesta aula, possam ter colaborado, significativamente, para a sua futura prática profissional.

Em nossa próxima aula, discutiremos o papel das novas tecnologias quando usadas como instrumento para o ensino de matemática no contexto do LEM.



1. A partir do estudo da Aula 2, apresente uma resposta argumentativa para cada questionamento a seguir:
 - i) Como o MD pode influir no processo de ensino-aprendizagem?
 - ii) Quando o uso do MD é recomendável?
 - iii) Por quais maneiras se pode dar a má aplicação do MD?
 - iv) A ausência de MD torna deficiente o ensino?

2. Faça uma pesquisa sobre MDs manipuláveis e cite três exemplos de MDs que corroborem com a afirmativa de Lorenzato (2006, p.36) apresentada abaixo. Comente sobre os benefícios que cada MD manipulável citado, por você nesta questão, pode trazer à compreensão do aluno nas aulas de matemática.

“A aritmética e a álgebra escolares podem tornar-se mais fáceis aos alunos se ilustradas com o apoio das formas, pois é a geometria que, por possibilitar as representações visuais, intermedeia as sensações iniciais do mundo físico com as abstrações exigidas pelo processo de formação dos conceitos matemáticos.”

3. Realize uma pesquisa sobre MDs manipuláveis e apresente um exemplo que contenha as seguintes características, justificando cada uma delas através das especificidades do MD escolhido:
 - i) possa abordar diferentes conteúdos de matemática;
 - ii) possa ser utilizado em diferentes níveis de escolarização;
 - iii) possa ser construído com material de baixo custo.

4. Pesquise artigos que reflitam o papel do professor na utilização do MD manipulável no LEM e construa um texto que aponte respostas para os seguintes questionamentos:
 - i) Como a formação inicial de professores pode contribuir para que o ensino de matemática, com a utilização de MDs, seja uma realidade nas escolas de educação básica?
 - ii) As secretarias de educação deveriam implantar LEM em suas escolas?
 - iii) Quais dificuldades os professores enfrentam para produzir, adquirir ou utilizar MD?

5. Construa um projeto de matemática com caráter transdisciplinar que utilize MDs em sua execução e que possa ser aplicado em quaisquer das séries do ensino médio.

LEM: novas tecnologias e modelagem matemática para o ensino de álgebra e geometria

Olá, aluno(a)!

Nesta aula 3, conheceremos como tecnologias, como softwares e dobraduras podem nos auxiliar no ensino-aprendizagem da Matemática. Discutiremos como a calculadora pode ser utilizada nas aulas de Matemática no sentido de potencializar a participação e a aprendizagem dos alunos. Ainda estudaremos sobre como a modelagem matemática aliada aos softwares dinâmicos pode contribuir para uma aprendizagem da Matemática pautada na sua aplicação em situações da realidade, assim como na resolução de problemas.

Objetivos

- Estudar a utilização das novas tecnologias como instrumentos auxiliares da aprendizagem no LEM
- Conhecer propostas de projetos sobre a modelagem matemática com a utilização de softwares dinâmicos

O uso das tecnologias no ensino da matemática

43

OBJETIVOS

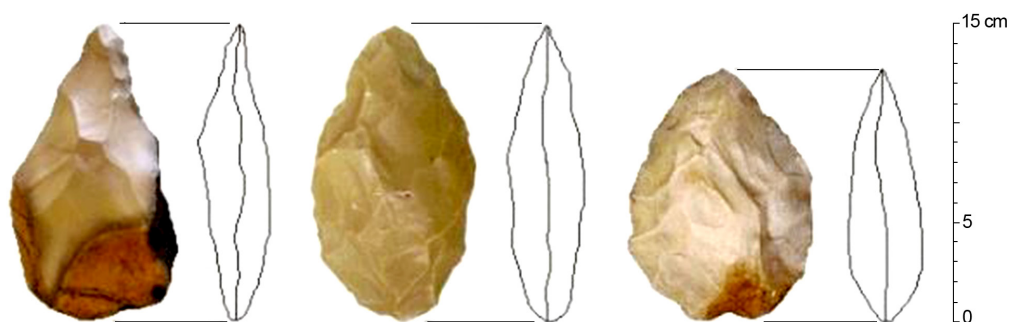
- Compreender as contribuições das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem da matemática
- Refletir sobre o potencial educativo do uso da calculadora nas aulas de matemática

Quando falamos em tecnologia, imediatamente remetemos o nosso pensamento para as tão utilizadas tecnologias digitais: computadores, smartphones, softwares e aparelhos de última geração. Mas será que apenas estes exemplos podem ser considerados tecnologia?

Na verdade, a tecnologia acompanha o homem desde o início da sua história. O homem primitivo, quando produzia ou aperfeiçoava uma ferramenta que auxiliasse na resolução dos seus problemas diários, estava produzindo tecnologia. A descoberta do fogo há milhões de anos foi um exemplo de domínio tecnológico.

Os primeiros sinais de tecnologia da história da humanidade podem ser observados na figura 18 que apresenta pedras lascadas às quais o homem utilizava para realizar com maior facilidade algumas de suas tarefas humanas. Isso ocorria devido à característica cortante que essas pedras apresentavam. Essas pedras poderiam ser utilizadas na caça ou como instrumento de defesa, por exemplo.

Figura 18: Pedras lascadas



Fonte: <https://wikipedia.org>

As nossas necessidades, porém, evoluíram com o passar dos tempos. Perceba que deixamos de produzir tecnologias voltadas apenas à questão da nossa sobrevivência e alcançamos outro patamar de avanço tecnológico que produz e aperfeiçoa instrumentos e nos dão maior qualidade de vida, por exemplo: capacitam-nos a fazer, com qualidade, mais de uma tarefa ao mesmo tempo; nos auxiliam na realização de cálculos com precisão evitando erros; diminuem as distâncias do processo comunicacional, etc.

No cenário tecnológico em que vivemos, ganham destaque as chamadas Tecnologias da Informação e da Comunicação – TICs. Ele nos convida a refletir sobre a educação pautada nas TICs. Como pensar então numa educação pautada nas tecnologias da informação e da comunicação, uma vez que a velocidade das mudanças nas TICs é desproporcional

No link goo.gl/x4JrQF você encontra uma entrevista com o professor português José Pacheco. Ele traz uma reflexão sobre o uso das TICs na educação.



Educar em uma sociedade da informação é muito mais do que “treinar” pessoas para o uso das novas tecnologias, trata-se de formar os indivíduos para “aprender a aprender”, ou seja, prepará-los para a contínua e acelerada transformação do conhecimento científico e tecnológico. (MISKULIN, 2009, p. 154)

àquela observada na educação? Educar os alunos para o “aprender a aprender”, para uma educação autônoma talvez seja a solução.

Baseado no que discutimos sobre tecnologia até agora, convido você a refletir sobre como podemos fazer uso desse recurso, que já faz parte do cotidiano dos nossos alunos, para que possamos melhorar a aprendizagem em matemática. A

seguir, serão propostas algumas atividades, que podem ser desenvolvidas no LEM, com material de baixo custo e que podem ser entendidas como atividades que envolvem a tecnologia para o ensino de matemática.

1.1 O ensino de Matemática através de recortes e dobraduras

Um dos obstáculos que se opõem ao ensino de matemática com a utilização de tecnologias digitais está no fato de que muitas das escolas públicas ainda não possuem laboratório com computadores, laboratório de ensino de matemática, softwares ou material semelhante de modo que o professor possa aplicar metodologias de ensino compatíveis com esse tipo de material. No entanto, isto não é um impeditivo para o desenvolvimento de um trabalho pedagógico utilizando essas tecnologias.

As oficinas de dobraduras, por exemplo, apresentam-se como uma tecnologia barata e que permitem ao aluno o trabalho investigativo e participativo, proporcionando-lhe aprender matemática com qualidade e significado, seja no LEM ou na sala de aula.

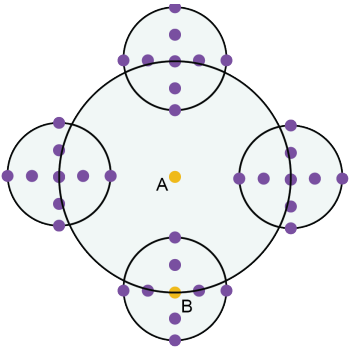
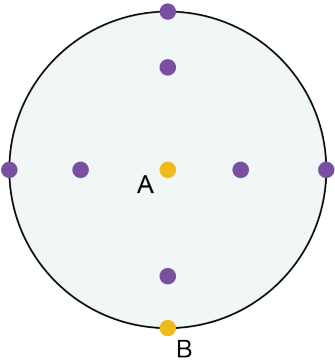
Conheça agora dois exemplos de oficinas que utilizam dobraduras, recortes e colagens como tecnologias de ensino-aprendizagem da Matemática.

1.2 Oficina 1: fractais e dobraduras

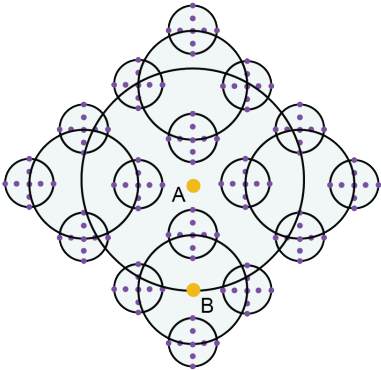
O fractal é uma estrutura geométrica ou física e geralmente são muito similares em diferentes níveis de escala. O fractal é um objeto que não perde a definição formal à medida que é ampliado, mantendo sua estrutura idêntica à original. Os fractais estão em vários lugares, como na natureza e em nosso corpo. Existem muitos elementos da natureza que são considerados fractais naturais em decorrência do seu comportamento ou estrutura, como as nuvens e as árvores. Em outros casos, um fractal pode ser gerado a partir de um padrão repetitivo, como através da repetição ordenada de figuras geométricas como mostra algumas imagens da figura 19.

Figura 19 – Exemplos de fractais

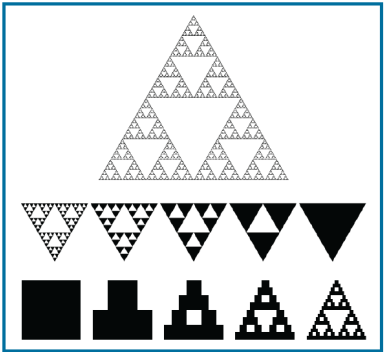
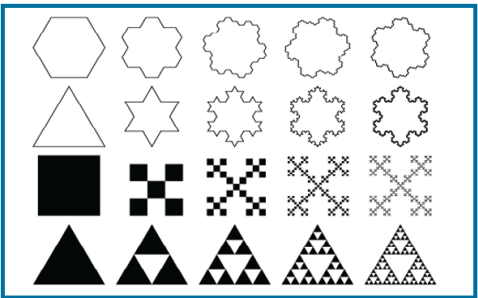
Profundidade de recorrência



Profundidade de recorrência 1



Profundidade de recorrência 2



Fonte: DEaD/IFCE

A geometria fractal é uma forma de arte e podemos dizer que ela está entrelaçada com a matemática, pois ambas são formas de manifestações da inteligência humana, da criatividade, da simetria, do dinamismo, da habilidade, entre outros modos de se expressar.

Os fractais podem ser utilizados no ensino de conteúdos como frações, progressão aritmética e geométrica, simetria, geometria plana e espacial. A oficina com a construção de fractais envolve

dobraduras e recortes que devem ser realizados pelos alunos, no intuito de construí-los e estudar a matemática, a partir da investigação feita sobre o objeto construído. As escolas que têm espaço reservado ao LEM motivam e intensificam a realização de oficinas na prática docente, pois este espaço facilita o manuseio dos materiais pelos alunos.

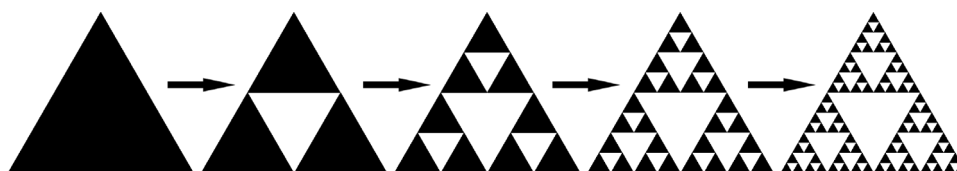
Para saber mais sobre os fractais assista ao vídeo disponível no link goo.gl/3R9pFf



Na Geometria, podemos encontrar diversas formas de polígonos que nos possibilitam o uso de recursos visuais, tais recursos servem de ótimo atrativo no ensino da matemática, uma vez que podem contribuir com o desenvolvimento das temáticas progressão aritmética - PA e progressão geométrica - PG. Com a utilização da geometria fractal, podemos mostrar que as sequências, de um modo geral, não são somente operações algébricas, mas exemplos geométricos. Além disso, essas sequências permitem, também, que os estudantes possam enxergar a beleza dos fractais.

Vejamos agora um exemplo prático que associa fractais ao estudo de progressão geométrica.

Figura 20 – Triângulo de Sierpinski



Fonte: <https://www.wikipedia.org/>

Perceba que o triângulo de Sierpinski tem oculto uma PG de razão $q = 3$, com $a_0 = 1, a_2 = 3, a_3 = 9, a_4 = 27, \dots a_n = 3^n$. Observe a tabela de valores:

Tabela 1 – Tabela de valores

Nível	Número de Triângulos
0	$3^0 = 1$
1	$3^1 = 3$
2	$3^2 = 9$
3	$3^3 = 27$
4	$3^4 = 81$
...	...
n	3^n

Fonte: DEaD | IFCE

Proposta para o Método de construção do fractal

Conteúdo matemático: Geometria e progressão geométrica.

Material: papel A4 ou cartolina e tesoura.

Passo 1: Pegue uma folha de tamanho A4.

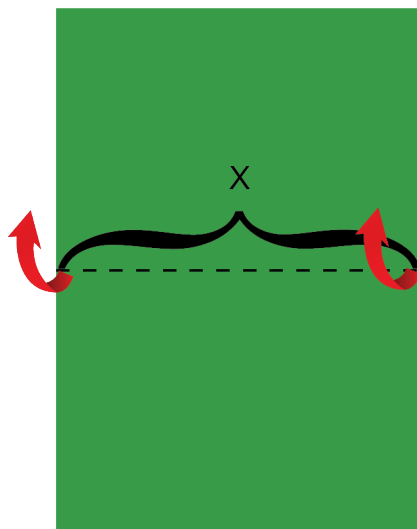
Figura 21 – Parte 1 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 2: Dobre a folha ao meio, ao longo de sua altura.

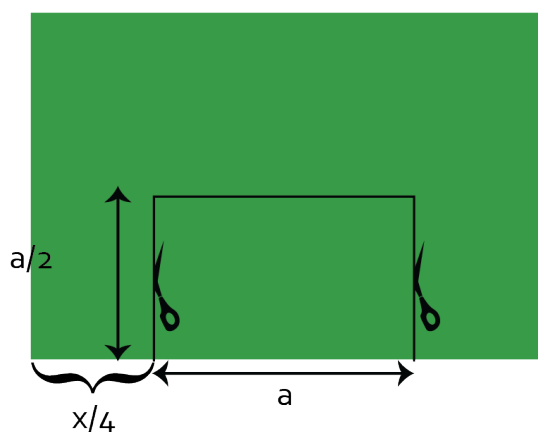
Figura 22 – Parte 2 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 3: Com a folha dobrada ao meio, faça dois cortes verticais simétricos. Perceba que as medidas da folha não são fixas, ou seja, podem variar de acordo com o tamanho da folha. Isso torna o processo de construção mais interessante, pois, ao final da oficina, os alunos podem comparar suas construções.

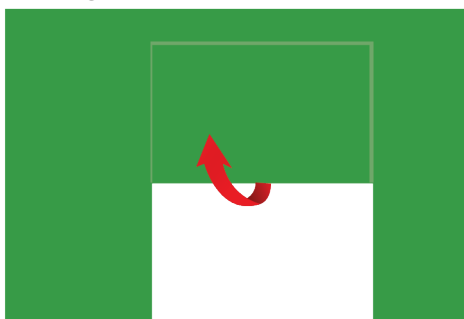
Figura 23 – Parte 3 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 4: Dobre o retângulo formado para cima, fazendo uma marca na folha.

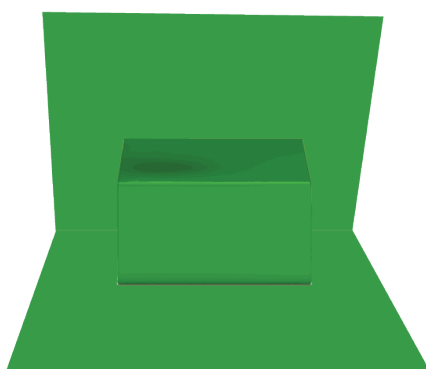
Figura 24 – Parte 4 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 5: Volte o retângulo dobrado para a posição inicial e puxe o centro da figura em relevo.

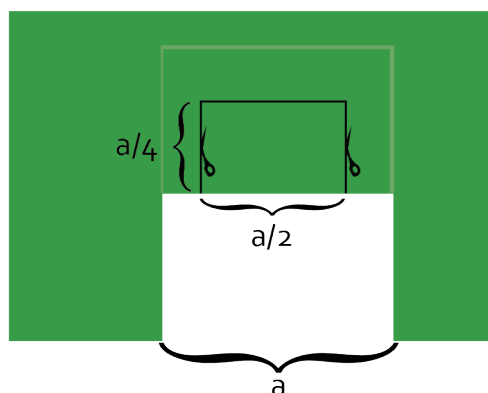
Figura 25 – Parte 5 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 6: Para obter as próximas iterações, devemos proceder da mesma forma, porém em uma escala menor, apenas na região dobrada.

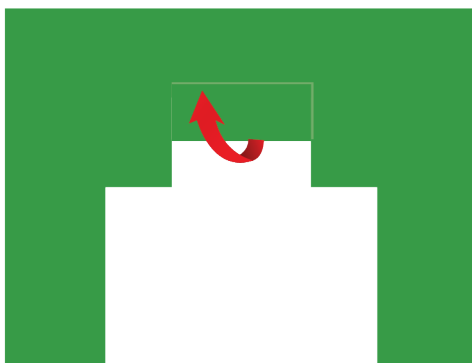
Figura 26 – Parte 6 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 7: Dobre o retângulo para cima fazendo um vinco na dobra.

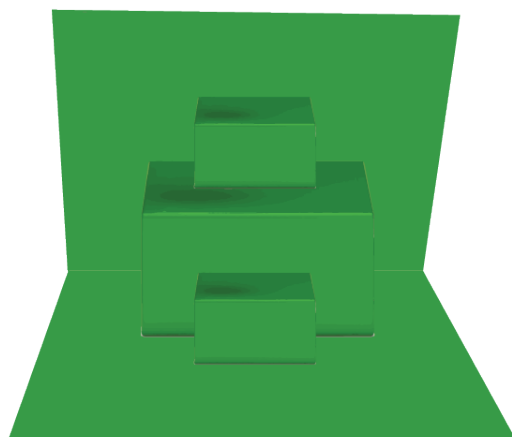
Figura 27 – Parte 7 da oficina



Fonte: DEaD | IFCE

Passo 8: Volte o retângulo dobrado para a posição inicial e puxe a figura em relevo.

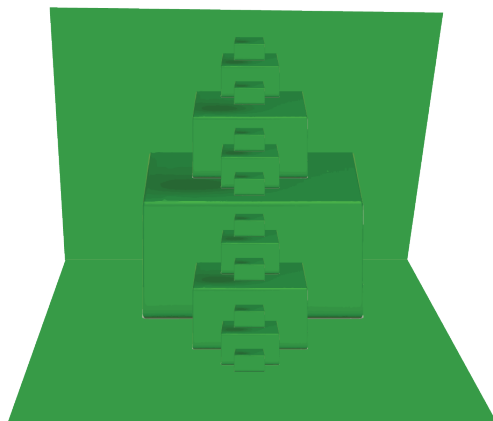
Figura 28 – Parte 8 da oficina



Fonte: DEaD/IFCE

Passo 9: Para obter mais gerações, é necessário repetir esse processo.

Figura 29 – Parte 9 da oficina



Fonte: DEaD/IFCE

Resultados esperados: Espera-se que os alunos percebam, através da contextualização, que existe uma relação entre PG e geometria fractal. A partir disso, é possível proporcionar-lhes uma maior amplitude dos conhecimentos matemáticos, através da aplicação

de conceitos teóricos em situação prática. Dessa forma, os próprios alunos poderão construir os fractais através de cálculos apresentados e de trabalhos manuais, como dobraduras e recortes.

Acesse o “Projeto: Construindo Fractais com Material Concreto” disponível no site goo.gl/qt5aU4 e descubra como produzir outras oficinas para construção de fractais.



1.3 O uso da calculadora nas aulas de matemática

O uso da calculadora nas aulas de matemática tem, por muito tempo, dividido opiniões. Existem professores que condenam o uso da calculadora sob o argumento de que o aluno deve realizar todos os cálculos utilizando lápis e papel (também considerados tecnologias). Existe um grupo de professores que defende o uso da calculadora como uma maneira de utilizar a tecnologia nas aulas de matemática fazendo o aluno refletir sobre os limites que essa tecnologia apresenta.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs do Ensino Médio (1999) vêm destacar que, dentre as finalidades do ensino de matemática, está o objetivo de levar o aluno a aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas.

A calculadora utilizada como tecnologia nas aulas de matemática pode apresentar ganhos significativos para a aprendizagem dos alunos. Perceba que a calculadora permitirá ao aluno resolver problemas reservando mais tempo para a leitura, a compreensão e a interpretação dos dados contidos nos problemas, já que o tempo destinado para finalizar os cálculos poderá ser reduzido com o uso dessa tecnologia.

Atente para o fato de que, na resolução de um problema, é preciso que o aluno leia, compreenda, transfira as informações obtidas para a linguagem matemática adequada e estabeleça um plano de resolução, antes mesmo de efetuar os cálculos que o levarão à solução do problema. Como exemplo, citamos o cálculo dos juros compostos referentes à aplicação de capital por um determinado período de tempo. Neste caso, é preciso que o aluno consiga identificar corretamente as variáveis envolvidas na situação-problema, tais como o capital aplicado, o tempo de aplicação, a taxa percentual de aplicação.

Após a identificação, ainda é necessário que consiga aplicar corretamente essas variáveis na fórmula de juros compostos para, somente a partir daí, utilizar a calculadora para realizar os cálculos finais. Para que toda essa trajetória se concretize, é necessário que o aluno interaja com o conteúdo em estudo, utilize seus conhecimentos prévios e aplique seu conhecimento lógico-matemático e, por último, utilize a calculadora como instrumento de finalização de cálculos.

O professor, ao realizar a escolha de uma tecnologia como ferramenta para o ensino da matemática, deve considerar quais objetivos de ensino deseja alcançar e planejar a condução pedagógica. Reflexões sobre como a tecnologia pode auxiliar na abordagem de um conteúdo, exercendo o papel de facilitadora de aprendizagem, devem fazer parte da prática docente.

Saiba mais sobre o uso da calculadora nas aulas de matemática, acessando os sites goo.gl/2zJHGV e goo.gl/Lxu1GR



O professor preocupado com a qualidade do seu ensino deve fazer os seguintes questionamentos: “essa tecnologia é adequada para o ensino deste conteúdo matemático?”; “a minha escola dispõe do aparato tecnológico que escolhi para usar na minha aula?”; “como os alunos lidam com a tecnologia no seu dia a dia? E quais delas eles têm acesso?”.

Podemos então concluir que a calculadora não inibe o pensar matemático, se utilizada de modo planejado. Na verdade, ela motiva o aluno na resolução de problemas,

no cálculo de estimativas, na observação de padrões e regularidades tornando as aulas de matemática mais dinâmicas e atualizadas, capacitando o aluno também à utilização crítica da tecnologia.

Oficina 2: estudando juros simples com o uso da calculadora

O objetivo da oficina é realizar o cálculo do capital investido em determinada aplicação financeira. Para isso, indicaremos como você pode utilizar a calculadora como recurso pedagógico.

Situação-problema: Pedro realiza investimentos financeiros em corretoras. A aplicação do investimento foi feita da seguinte forma: a terça parte de um capital foi aplicada a 18% aa; a quarta parte a 12% aa, e o restante a 20% aa. Todos foram aplicados a juros simples. No final de 3 anos, os juros somaram R\$ 5.200,00. Qual foi o capital aplicado?

Procedimento possível para a solução:

O primeiro passo deve ser a identificação das variáveis, isto é, a informação inicial é que o prazo n é de 3 anos, ou seja, $n = 3a$.

As taxas percentuais são de

- 18% aa, isto é taxa unitária de 0,18 (na calculadora faça $\frac{18}{100}$ que resultará em 0,18)
- 12% aa, isto é taxa unitária de 0,12 (na calculadora faça $\frac{12}{100}$ que resultará em 0,12)
- 20% aa, isto é taxa unitária de 0,2 (na calculadora faça $\frac{20}{100}$ que resultará em 0,2)

O capital será dividido em três partes, tais que

A primeira é $C_1 = \frac{c}{3}$, a segunda parte é $C_2 = \frac{c}{4}$ e a terceira parte C_3 é o restante, portanto

$$C_3 = C - \frac{c}{3} - \frac{c}{4} = \frac{5c}{12}$$

Sabemos que os juros simples pode ser calculado por $J = C.i.t$. Neste caso, teremos que $J = J_1 + J_2 + J_3$.

Fazendo os cálculos separadamente, teremos

Para J_1	Para J_2	Para J_3
$J_1 = \frac{c}{3} \cdot 0,18 \cdot 3 \Rightarrow J_1 = 0,18C$ (na calculadora faça $(0,18 \times 3) : 3$ que resultará em 0,18)	$J_2 = \frac{c}{4} \cdot 0,12 \cdot 3 \Rightarrow J_2 = 0,09C$ (na calculadora faça $(0,12 \times 3) : 4$ que resultará em 0,09)	$J_3 = \frac{5c}{12} \cdot 0,2 \cdot 3 \Rightarrow J_3 = 0,25C$ (na calculadora faça $(5 \times 0,2 \times 3) : 12$ que resultará em 0,18)

O problema nos informa que, no final de 3 anos, somaram R\$ 5.200,00, então

$$J = J_1 + J_2 + J_3$$

$$5200 = 0,18C + 0,09C + 0,25C$$

$$C = 10.000,00$$

(na calculadora faça $0,18 + 0,09 + 0,25$ que resultará em 0,52; depois faça $5200 : 0,52$ que resultará em 10.000)

Resposta: O capital aplicado foi de 10.000,00.

Sugestão: Você também poderá trabalhar com seus futuros alunos em oficinas de cálculo de juros, coletando folhetos de promoções no comércio. Peça para que os alunos verifiquem a diferença entre preço à vista e preço a prazo e calculem os juros inseridos no valor inicial do produto.

Durante a realização de uma oficina como esta, com a utilização da calculadora, é importante que professor e alunos reflitam sobre a função da ferramenta utilizada durante a execução dos cálculos, problematizem situações do tipo: “seria possível realizar os mesmos cálculos sem a utilização da calculadora? De quais maneiras seriam possíveis esses cálculos?”; “o que representa cada variável calculada na resolução do problema (juros, montante, taxa)?”; “de que maneira os juros de uma aplicação ou de uma compra podem interferir no orçamento financeiro de um indivíduo?”.

Reflexões como estas podem contribuir para além da aprendizagem do manuseio de uma ferramenta de cálculo na resolução de um problema, uma vez que podem

Visite o site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e leia o artigo “A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos”, escrito por Kátia Maria de Medeiros. Disponível em goo.gl/ZR6GPh



capacitar o aluno à tomada de decisões que contribuam para uma melhor educação financeira, seja através do consumo ou do empreendedorismo.

1.4 O ensino de Geometria no LEM

O Laboratório de Ensino de Matemática compõe um excelente espaço de ensino e de aprendizagem da Geometria. No LEM, podemos encontrar, dentre outros elementos, o espaço físico e a disponibilidade de material concreto para o estudo da Geometria. As aulas propostas pelo professor aos alunos, a construção bem como a investigação de figuras planas e de sólidos geométricos no LEM constituem ambientes propícios à verificação de conceitos e definições assim como a análise de propriedades observadas na geometria plana e na geometria espacial. Citamos a seguir alguns exemplos de materiais concretos com respectivas sugestões de utilização para o ensino de geometria.

Quadro 1: Propostas de trabalho com a geometria no LEM

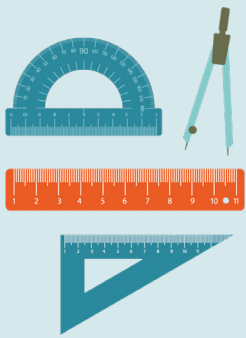
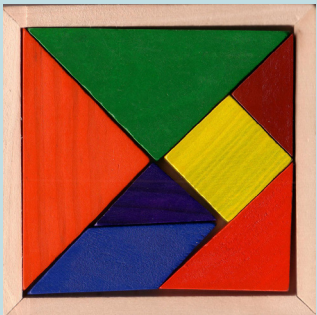
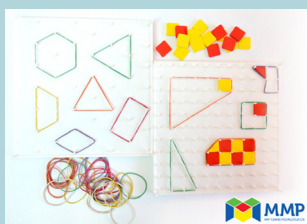
MATERIAL CONCRETO	APLICAÇÃO	CONTEÚDO
Figura 30 – Régua, compasso, transferidor e esquadro  Fonte: DEaD IFCE	Aula abordando construções geométricas e investigação de propriedades geométricas.	Ângulos, figuras planas, paralelismo, perpendicularismo.
Figura 31 – Tangram  Fonte: https://www.wikipedia.org/	Aula abordando a investigação acerca dos conceitos e propriedades que apresenta cada figura plana que compõe o tangram.	Figuras planas, perímetro, área.

Figura 32 – Geoplano



Fonte: <http://mmpmateriaispedagogicos.com.br>

Aula abordando a investigação acerca dos conceitos e propriedades que apresenta cada figura plana construída. Construção de figuras semelhantes. Cálculo de perímetro e de áreas.

Figuras planas, perímetro, área. Ampliação e redução de figuras, semelhança e congruência.

Figura 33 – Sólidos geométricos



Fonte: <http://mmpmateriaispedagogicos.com.br>

Através do trabalho com dobraduras, a aula pode tornar-se mais atrativa e desafiadora, oportunizando a construção de sólidos geométricos, o estudo de suas propriedades, área e volume, assim como a exploração da criatividade de cada aluno.

Sólidos geométricos, área, volume, relação de Euler, poliedros regulares.

O estudo da Geometria deve possibilitar ao aluno a capacidade de aproximar o saber escolar do saber construído e vivenciado em seu cotidiano; de perceber a geometria presente no seu dia a dia e, a partir daí, construir significados e resolver problemas. Corroborando com essa afirmativa, podemos destacar o que diz as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (BRASIL, 2006, p. 75).

Chegamos ao final do tópico

1. Nele pudemos compreender de que forma as tecnologias podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Além disso, vimos exemplos práticos de como estudamos conceitos matemáticos, a partir da construção de materiais didáticos concretos. Estudamos, também, exemplos sobre o uso da calculadora nas aulas de matemática. Na próxima aula, estudaremos os softwares dinâmicos e a modelagem matemática. Vamos lá?

Visite o link goo.gl/Ujvvsd e amplie seus conhecimentos sobre o uso de materiais concretos no ensino de geometria.



Softwares dinâmicos e modelagem matemática no LEM

OBJETIVOS

- Conhecer softwares dinâmicos aplicados ao ensino de Matemática e de Geometria
- Reconhecer a modelagem matemática a partir da utilização de softwares dinâmicos

A popularização da internet foi um dos principais motivos que levaram a disseminação de variados sistemas, programas, softwares entre outros, em diversas áreas sociais, tais como indústria, comércio, produção científica, prestação de serviços, educação, etc.

Através das Tecnologias de Informação e Comunicação, o ensino de matemática tem se fortalecido. O uso dessas ferramentas pode contribuir para levar o aluno a uma aprendizagem pautada na investigação, na interação e na construção de significados, tendo como instrumento as diversas linguagens disponíveis nos softwares dinâmicos.

Os softwares dinâmicos permitem ao aluno a manipulação interativa com suas ferramentas sob múltiplas formas de linguagem (algébrica, aritmética, geométrica, estatística, gráfica). O Geogebra, winplot, cabri-geometry e o Régua e Compasso são alguns exemplos de softwares dinâmicos. Neles o aluno pode criar tarefas como desenhar, construir figuras e sólidos geométricos, calcular áreas e perímetros, construir e estudar o gráfico de uma função, integrar funções, elaborar tabelas e gráficos estatísticos, entre outros. Mais adiante, neste tópico, conheceremos um pouco mais sobre os softwares Geogebra e Régua e Compasso.

Para que o professor possa trabalhar com os softwares dinâmicos nas aulas de Matemática, é necessário que a escola disponha de um LEM com uma quantidade de

computadores compatível com a quantidade de alunos, permitindo-lhes realizar uma atividade investigativa de qualidade. Além disso, é imprescindível que o professor conheça os softwares dinâmicos de que vai fazer uso, podendo assim mediar a aprendizagem dos alunos.

Vamos então conhecer alguns softwares dinâmicos desenvolvidos intencionalmente para o ensino da Matemática.

2.1. Geogebra

O software Geogebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001 e tem se consolidado como uma tecnologia inovadora na educação matemática.

Para baixar o software GeoGebra e obter maiores informações sobre o mesmo visite o site goo.gl/Ac1Jwm.

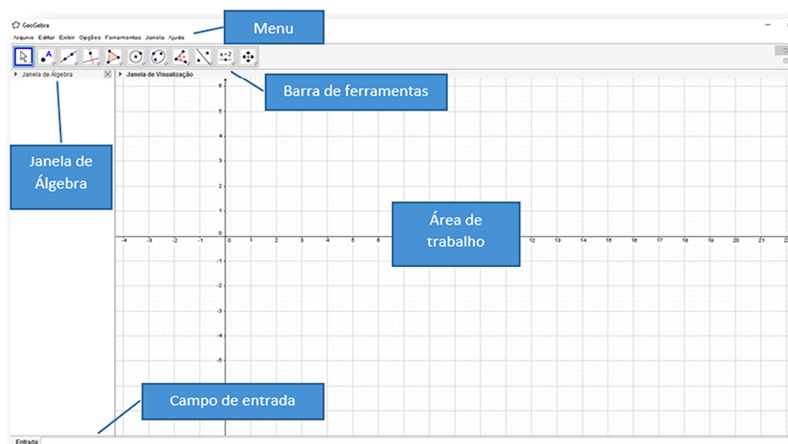


59

Segundo Borba (2014, p. 47) “o GeoGebra é um software de matemática dinâmica, gratuito e que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino. Sua multiplataforma combina geometria, álgebra, cálculo, tabelas e gráficos numa única aplicação”.

Na figura a seguir, é apresentada a interface do Geogebra.

Figura 34 – Interface do GeoGebra



Fonte: Geogebra (2017)

As ferramentas deste software são autoexplicativas podendo ser exploradas por professores e alunos mesmo que estes não tenham conhecimento aprofundado de informática. A plataforma combina várias janelas que apresentam um mesmo objeto matemático utilizando linguagens diferentes, possibilitando, por exemplo, ao aluno interligar a equação de uma circunferência com a representação geométrica no plano,

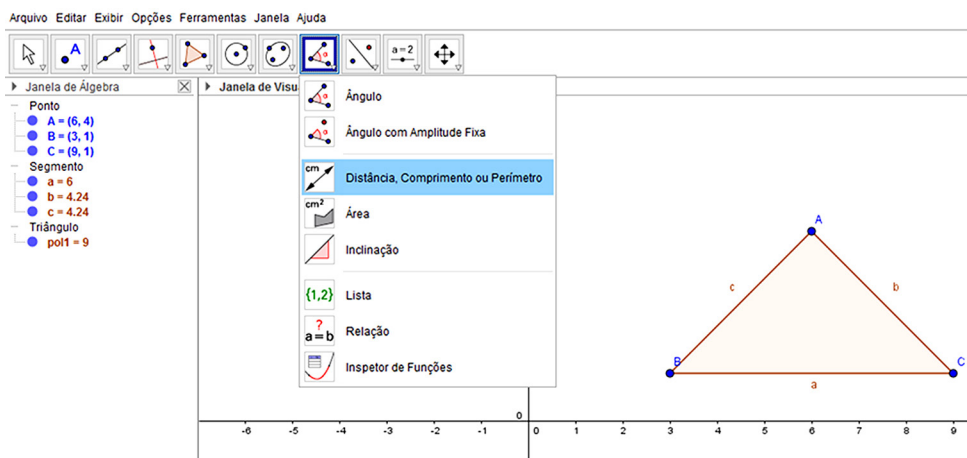


Assista ao vídeo “Tutorial do GeoGebra” disponível no link goo.gl/Gc3aLo e entenda melhor como utilizar as suas ferramentas do GeoGebra.

bem como associar os elementos como centro e raio da circunferência aos números que aparecem em sua equação. Acompanhe agora uma breve descrição de cada elemento que aparece em destaque na figura 34.

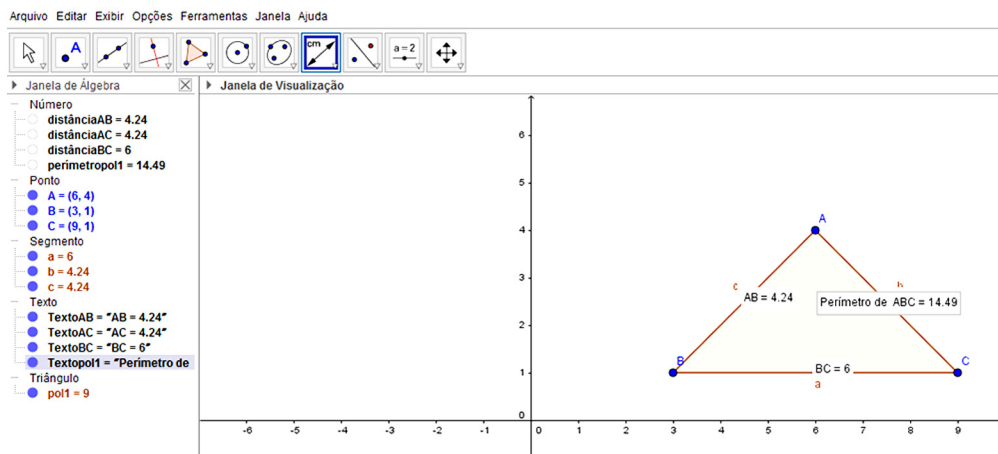
- Área de trabalho: local onde são visualizados e/ou construídos os pontos, os gráficos e todas as figuras geométricas (polígonos, elipses, circunferências) disponíveis para o trabalho no Geogebra.
- Barra de ferramentas: contém todas as ferramentas de trabalho do Geogebra. O usuário seleciona uma ferramenta dando um clique sobre ela, em seguida clica na área de trabalho, realizando nesta o que a ferramenta escolhida propõe. Por exemplo: construído um triângulo na área de trabalho, podemos determinar o seu perímetro, clicando no penúltimo botão da barra de ferramentas e, em seguida, escolhendo a opção “comprimento”, para completar a tarefa basta clicar sobre o triângulo da área de trabalho e logo será informado o seu perímetro.

Figura 35a – Cálculo do comprimento dos lados de um triângulo qualquer



Fonte: Geogebra (2017)

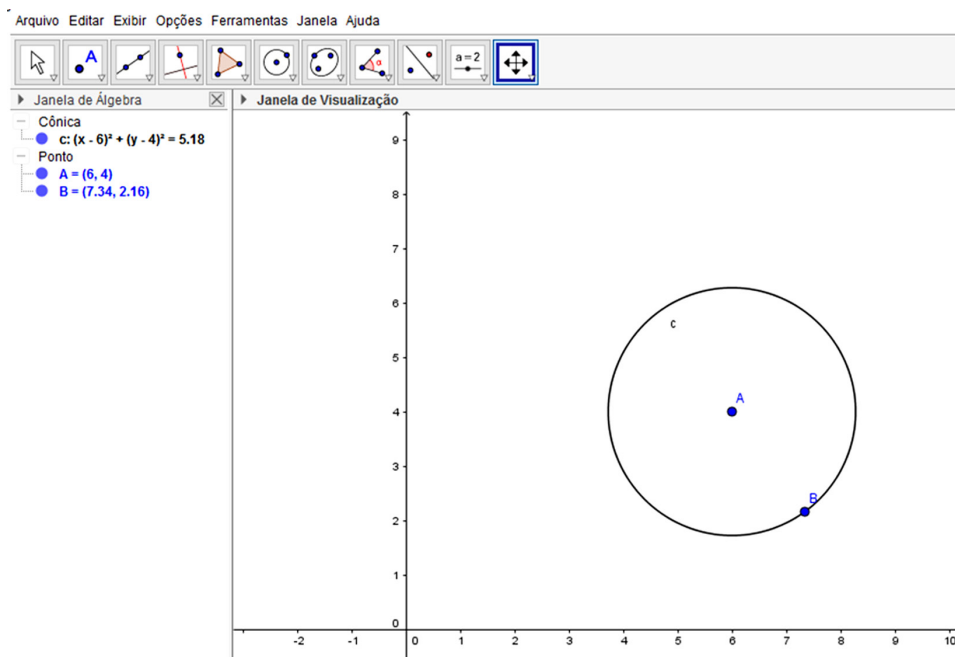
Figura 35b – Cálculo do perímetro de um triângulo qualquer



Fonte: Geogebra (2017)

- Barra de Menus: Assim como a barra de menus de outros aplicativos, ela possibilita entre outros, que o usuário do software edite, salve e copie documentos, além de ter acesso a ícones de ajuda para o trabalho com o software Geogebra.
- Janela da álgebra: local onde aparecem as indicações dos objetos matemáticos como coordenadas de pontos, equações da reta, equações da circunferência, comprimento de segmentos, etc. Se construirmos a partir da barra de ferramentas, por exemplo na área de trabalho, uma circunferência, na janela da álgebra será informada a equação correspondente a esta circunferência.

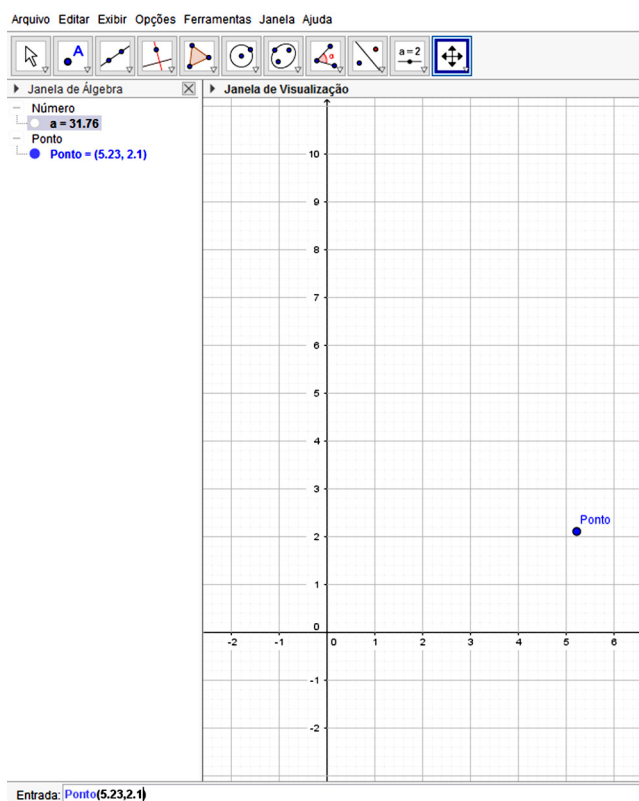
Figura 36 – Equação de uma circunferência na janela de álgebra



Fonte: Geogebra (2017)

- Campo de entrada: lugar destinado à digitação da entrada de comandos e/ou condições que definem os objetos matemáticos. Se quisermos representar um ponto de coordenadas $x = 5,23$ e $y = 2,1$, basta digitarmos no campo de entrada $(5,23;2,1)$ e aparecerá o ponto na área de trabalho.

Figura 37 – Inserção de um ponto no campo de entrada

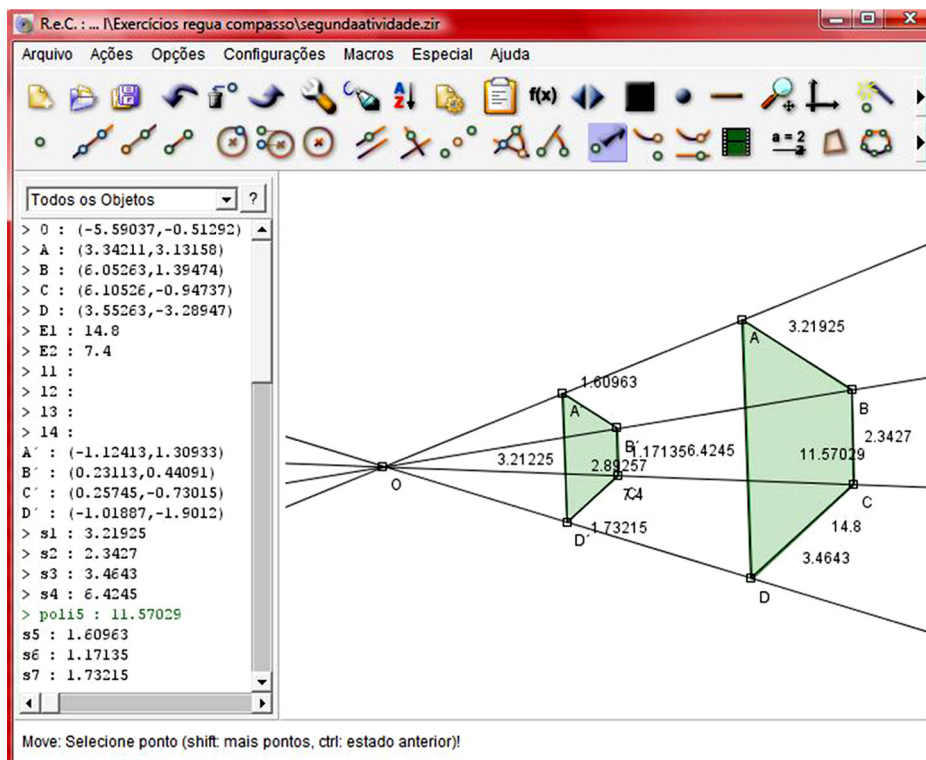


Fonte: Geogebra (2017)

2.2. Software Régua e Compasso (C.a.R.)

O software “Régua e Compasso” (C.a.R.) foi desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha. É um software gratuito e trabalha a geometria dinâmica plana. A utilização do Régua e Compasso nas aulas de matemática permite ao aluno e ao professor, no ensino-aprendizagem da Geometria, investigar, conjecturar, levantar hipóteses, fazer simulações e construir resultados. Este software permite a construção e o estudo dos elementos da geometria plana de maneira interativa e dinâmica através da manipulação de suas ferramentas. Conteúdos que fazem parte do currículo da matemática escolar como polígonos, desenho geométrico, cálculo de comprimentos, de perímetros e de áreas, semelhança entre figuras geométricas são alguns exemplos que podem ser ensinados com o auxílio do software Régua e Compasso, com o intuito de mediar à aprendizagem da matemática fazendo uso das tecnologias digitais.

Figura 38 – Interface do Régua e Compasso



Fonte: Régua e Compasso (2017)

Na figura 38, podemos observar o estudo de quadriláteros semelhantes, onde vemos destacados dois trapézios com as respectivas medidas de cada um dos segmentos. Na barra “Todos os objetos”, vemos os elementos utilizados na construção das figuras.

2.3 Modelagem matemática e softwares dinâmicos

Através do que estudamos sobre softwares dinâmicos para o ensino de Matemática, foi possível perceber que a capacidade de conjecturar, de realizar simulações e inferir resultados foi ampliada.

Devido à natureza de suas ferramentas, o uso de um software dinâmico possibilita que alunos e professores tenham maior velocidade e qualidade na realização das etapas de investigação e da resolução de um problema matemático. Como exemplo, podemos citar o estudo da definição dos paralelogramos que afirma “Paralelogramos são quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos”.

Visite os sites abaixo e conheça outros softwares dinâmicos destinados ao ensino-aprendizagem da matemática, assim como também experiências de trabalho onde possam ser aplicados.

goo.gl/Hv1tb4 e goo.gl/ipCKkt



A construção de paralelogramos como o quadrado, o losango e o retângulo pode ser feita com maior rapidez e precisão quando recorremos ao uso de um software. Acrescentam-se a essa ideia os conceitos de paralelismo dos lados opostos de cada figura, a qual pode ser investigada tanto pela percepção visual (geometria da figura), como pelas equações das retas que suportam cada segmento dos paralelogramos construídos (equações observadas em janelas alternativas do software), ou seja, o software constitui uma ferramenta de matematização de um problema geométrico.

A partir dessas características, podemos afirmar que o software dinâmico pode contribuir, acima de tudo, para a investigação e a resolução de problemas oriundos da realidade. Nesse sentido, os softwares dinâmicos podem ser considerados instrumentos de ensino-aprendizagem na prática da Modelagem Matemática em sala de aula.

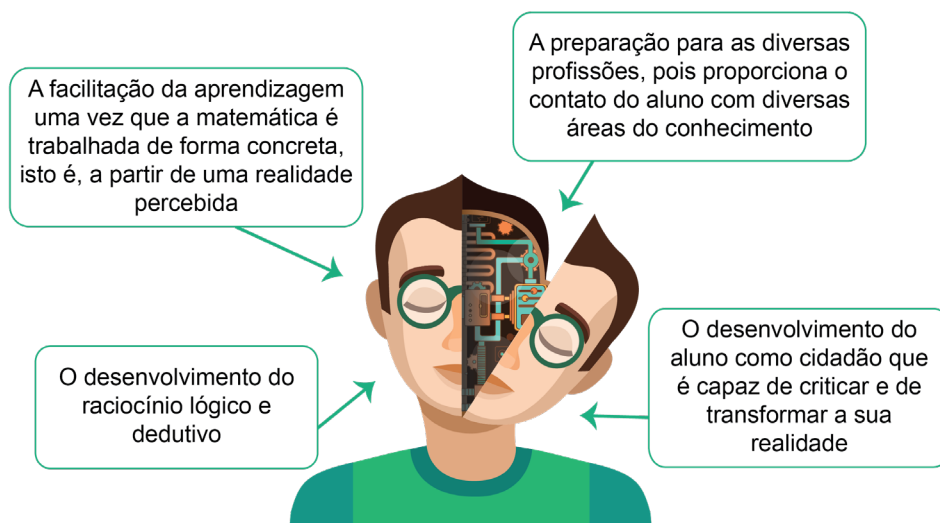
No que diz respeito à Modelagem Matemática, Bassanezi (2002) destaca

a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (...) A modelagem pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro de novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas da pesquisa (BASSANEZI, 2002, p.16).

A Modelagem Matemática tem se destacado pela sua proposta de estudar nas aulas de matemática as situações do dia a dia ou de outras ciências. A sua abordagem dá destaque à observação da relação existente entre a matemática e o contexto sociocultural, permitindo que o aluno construa significados para além das definições e dos conceitos matemáticos estudados na escola. Isso acontece quando o aluno percebe a presença da matemática no contexto social no qual está inserido.

Na tentativa de solucionar os problemas reais, os alunos necessitarão abranger na sua pesquisa, outras áreas do conhecimento como Biologia, Física, Economia, Meio Ambiente, Sociologia, Cultura, entre outros. O caráter multidisciplinar presente na modelagem matemática proporciona ao aluno uma formação que pressupõe o desenvolvimento de algumas habilidades (veja a figura 39).

Figura 39 – Habilidades com uso da Modelagem Matemática



Fonte: DEaD | IFCE

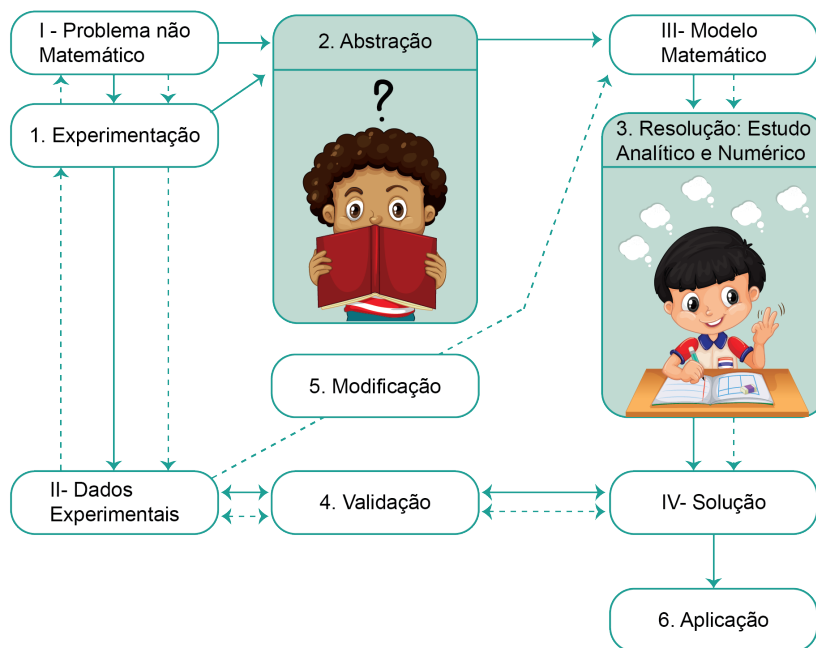
Na tentativa de auxiliar o professor de matemática, destacamos algumas etapas que organizam um projeto que envolve modelagem matemática. São elas



Observe que as etapas 3, 4, 5 e 6 podem ser subsidiadas pela utilização de softwares dinâmicos, pois eles apresentam ferramentas muito favoráveis à construção dos modelos e à realização de simulações e testes dos modelos construídos.

A figura 40 apresenta como ocorre o esquema das etapas descritas anteriormente. Você, possivelmente, perceberá que a modelagem matemática não apresenta um esquema linear de trabalho e de aprendizagem. As setas revelam as “idas e vindas” características de uma pesquisa que envolve crítica, investigação e reflexão acerca dos resultados obtidos.

Figura 40 – Esquema das etapas da modelagem matemática



Fonte: DEaD | IFCE

Perceba, caro cursista, que o trabalho com a modelagem matemática em sala de aula instiga alunos e professores a direcionar um olhar crítico para situações da realidade, no sentido de compreendê-la, de investigar os seus problemas e, possivelmente, de apontar soluções aplicáveis através de modelos matemáticos.

2.4 Proposta de projeto com modelagem matemática e softwares educativos

A fim de apresentar uma proposta do projeto de maneira mais didática, utilizaremos o quadro das etapas da modelagem matemática. A presente proposta envolve modelagem matemática e software dinâmico e tem a pretensão de investigar o comportamento dos juros cobrados na aquisição de empréstimos consignados.

1. Escolha do tema	Investigação sobre o comportamento dos juros cobrados na aquisição de empréstimos consignados.
2. Experimentação	Os alunos distribuídos em equipes, inicialmente, fariam uma pesquisa de mercado nas agências ou bancos que oferecem o empréstimo consignado. Na coleta de dados, poderiam construir tabelas de valores para o estudo de variáveis como capital resgatado no empréstimo, tempo de duração do empréstimo, juros cobrados pela financeira, condições de negociação de liquidação da dívida.

3. Abstração	Como auxílio de softwares como o Excel, os alunos poderiam construir tabelas que registrassem os dados coletados na pesquisa.
4. Resolução	Ainda no Excel, os alunos poderiam simular modelos matemáticos que representassem cada proposta de empréstimo consignado pesquisada nas diferentes agências financeiras pesquisadas.
5. Validação	Dando continuidade à pesquisa, as equipes poderiam apresentar os seus resultados como forma de divulgação de sua pesquisa e de verificação da validade dos seus resultados construídos. A construção de gráficos que facilitassem a compreensão de seus resultados poderia ser feita através de software como o GeoGebra.
6. Modificação	A comunidade escolar poderia opinar sobre os resultados apresentados, inclusive contribuindo com novas propostas de modelos matemáticos.

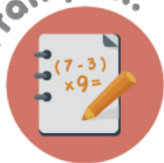
Fazendo uma retrospectiva do que estudamos nesta aula 3, podemos destacar que foi possível conhecer algumas tecnologias que, usadas na sala de aula ou no LEM, podem mediar o ensino e facilitar a aprendizagem matemática. Dentre essas tecnologias foram destacadas aquelas consideradas

de baixo custo, como a dobradura que utiliza apenas papel e tesoura, e aquelas que fazem parte das chamadas TICs, como os softwares dinâmicos que subsidiam o professor para a efetivação de aulas mais dinâmicas e interativas motivando, inclusive, o trabalho investigativo e criativo do aluno através da modelagem matemática.

Na aula 4, estudaremos sobre as contribuições do LEM para a formação docente a partir de atividades de pesquisa em Educação Matemática.

Acesse os links goo.gl/jRGNPi e goo.gl/1h7Y6k e conheça outros exemplos de projetos com aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula.





1. Leia o texto *O origami e a matemática*.

Origami (do japonês: de oru, “dobrar”, e kami, “papel”) é a arte tradicional e secular japonesa de dobrar o papel, criando representações de determinados seres ou objetos com as dobras geométricas de uma peça de papel, sem cortá-la ou colá-la.

A prática e o estudo do origami envolvem vários tópicos de relevo da matemática. Por exemplo: o problema do “alisamento da dobragem” (se um modelo pode ser “desdobrado”) tem sido tema de estudo matemático considerável.

Um mito popular diz que é impossível dobrar uma folha de papel pela metade mais de 8 vezes. A impossibilidade dessa dobra é atribuída ao crescimento exponencial da espessura resultante para as camadas de papel. No entanto, a falsidade do mito foi provada pela estudante de ensino médio Britney Gallivan, em 2002, que modelou o problema matematicamente e conseguiu dobrar 12 vezes uma tira de papel higiênico de 1.200 m de comprimento. O recorde atual é de 13 dobras, obtido pelo Prof. James Tanton e seus alunos de St. Mark’s School (EUA), em 2011.

Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Origami>, acesso em: 11 maio 2017.

O texto nos mostra que o origami tem se mostrado uma eficiente tecnologia para o estudo da matemática. Faça uma pesquisa sobre dobraduras feitas no origami, escolha uma delas e liste quais conteúdos de matemática podem ser associados ao modelo de origami construído.

2. Existem softwares matemáticos que apresentam ferramentas semelhantes àsquelas presentes na calculadora. Pesquise sobre eles e descreva, em linhas gerais, como este software pode colaborar para o ensino da matemática. Argumente como você faria uso deste software na sua futura atuação docente.
3. Realize as seguintes atividades no software GeoGebra. Para cada uma delas, apresente o print da tela e liste, em seguida, as ferramentas do programa que você usou na sua resolução.
 - a) Construir uma reta paralela à reta AB passando por um ponto P .
 - b) Construir a bissetriz de um ângulo.

- c) Construir um polígono de oito lados, apresentar o seu perímetro e a sua área.
 - d) Construir um triângulo inscrito na circunferência.
4. Elabore e apresente um projeto envolvendo modelagem matemática que utilize softwares educativos na sua realização. Determine o tema do projeto e descreva como você imagina que deve acontecer cada etapa do projeto, tomando como modelo as etapas da modelagem matemática estudadas nesta aula.
5. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM distribuem em três grupos (Representação e comunicação – Investigação e compreensão – Contextualização sociocultural) as competências e habilidades a serem desenvolvidas, em matemática, pelo aluno até o final da Educação Básica. A partir do estudo que realizamos na aula 3 e da leitura do quadro apresentado abaixo, construa um texto que argumente sobre como o uso das tecnologias nas aulas de matemática podem auxiliar o aluno para o desenvolvimento dessas competências e habilidades referentes à representação e comunicação em matemática.

HABILIDADES E COMPETÊNCIAS DE REPRESENTAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM MATEMÁTICA

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Atividades de pesquisa em educação matemática como apoio à formação docente

Olá, aluno(a)!

Nesta aula 4, conheceremos como as atividades de pesquisa em Educação Matemática podem contribuir para a formação dos professores dessa ciência, assim como para a prática docente dos professores já em exercício na sala de aula. Conheceremos, ainda, como as tendências temáticas e metodológicas existentes na pesquisa em Educação Matemática podem delinear diferentes caminhos para a execução de uma pesquisa. Para concluir o nosso estudo, discutiremos a importância do trabalho coletivo no planejamento e na execução de uma pesquisa qualitativa em Educação Matemática.

Objetivos

- Compreender a pesquisa como mecanismo de produção de conhecimento profissional e científico na formação do professor de matemática.
- Discutir a importância das práticas de pesquisa colaborativas durante a formação docente e na vida profissional.

A educação matemática como campo profissional e científico

OBJETIVOS

- Conhecer as tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em Educação Matemática
- Identificar as etapas da constituição de um projeto de pesquisa em Educação Matemática

Neste tópico, iniciaremos nossas discussões acerca dos estudos da Educação Matemática (deste ponto em diante EM) como campo de investigações científicas e formação profissional. Antes, iniciaremos a aula com uma provocação: existe diferença entre o fazer do matemático e o fazer do professor de matemática?

Para tentarmos responder a esta pergunta, sem dúvida será necessário compreender um pouco do que seria a ciência Matemática e ao que se refere a EM.

A Matemática é reconhecida como uma ciência milenar estruturada em bases lógicas e bem definidas através da contribuição de muitos povos. A produção de novos conhecimentos é feita a partir de processos hipotético-dedutivos, de encadeamentos de sequências lógicas e subsidia o desenvolvimento da matemática pura e aplicada. O profissional responsável pela produção desse conhecimento é o matemático.

Já os estudos da EM tem como principal preocupação o ensino e a aprendizagem da matemática. Esta área de estudo é considerada jovem, surgiu em meados do século XX, e está relacionada com outras áreas do conhecimento, tais como filosofia, matemática, psicologia, sociologia, história, antropologia, entre outras.

O educador matemático ou o professor de matemática é o principal responsável pelos estudos voltados a esta área do conhecimento. A produção de estudos na EM deve estar voltada ao desenvolvimento de conhecimentos e de práticas pedagógicas

que subsidiem a formação inicial e continuada do profissional docente, de modo a capacitar-lhe ao exercício de práticas de ensino que contemplem a formação integral do aluno.

O surgimento da EM como campo profissional e científico, segundo Kilpatrick (1996), acontece a partir de, pelos menos, três fatos, que foram considerados determinantes. São eles:

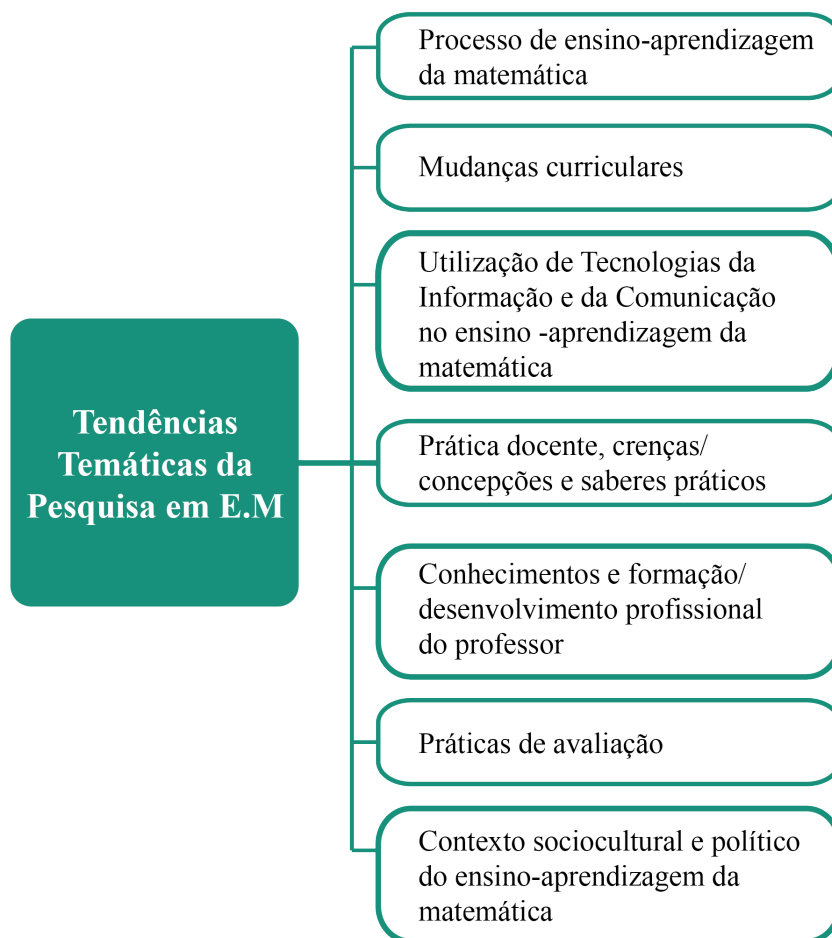
- i) A preocupação de matemáticos e de professores de matemática em relação à qualidade da divulgação das ideias matemáticas às novas gerações. A matemática foi a primeira das disciplinas escolares a deflagrar um movimento internacional de reformulação curricular, buscando a melhoria das aulas e a modernização do currículo escolar.
- ii) A promoção institucional de cursos de formação de professores secundários nas universidades europeias que contribuiu para a formação de especialistas universitários em ensino de matemática.
- iii) A disseminação de estudos experimentais realizados por psicólogos norte-americanos e europeus sobre o modo como as crianças aprendiam matemática, que impactou no desenvolvimento de um novo currículo escolar da matemática no final da década de 50, no pós 2ª Guerra Mundial.

O fortalecimento da EM como campo profissional e científico permitiu o surgimento de tendências temáticas, nessa área, no contexto mundial. Segundo Kilpatrick (1996), as investigações em EM estão fundamentadas nas seguintes tendências temáticas:

Nas décadas de 1960 e 1970, o Brasil vivenciou o Movimento da Matemática Moderna. Para saber mais sobre esse movimento, acesse o artigo disponível no link goo.gl/orGUHQ



Figura 41 – Tendências temáticas da pesquisa em EM



Fonte: DEaD | IFCE

Fiorentini (2007) faz a descrição dessas tendências nos propondo uma compreensão acerca das principais características de cada uma delas, qual a zona de inquérito ou o objeto de estudo e porque elas são indispensáveis ao debate acadêmico na formação de professores de matemática.

(I) Processo de ensino-aprendizagem da matemática

Esta temática busca investigar aspectos inerentes à aprendizagem da matemática. As pesquisas que contemplam esta temática buscam compreender, a partir de conteúdos específicos da matemática, como ocorre a aprendizagem. Têm concentrado esforços em produzir resultados que podem auxiliar no entendimento sobre como se dá o desenvolvimento cognitivo dos alunos quando estimulados a trabalhar com conteúdos relacionados à matemática, tais como a geometria, os sistemas de numeração e as operações fundamentais, a estatística e a probabilidade, além do cálculo diferencial e integral.

(II) Mudanças curriculares

O estudo sobre os fatores que ocasionam as mudanças curriculares e sobre quais impactos são observados no ensino e na aprendizagem da matemática, direta ou indiretamente, associados às mudanças curriculares, constitui a principal preocupação dessa temática da pesquisa em EM. Nesses estudos, alguns aspectos, como o uso de novas tecnologias e novas aplicações no ensino da matemática; a pressão de especialistas e de acadêmicos em inserir na sala de aula os resultados das pesquisas acadêmicas voltadas ao ensino de matemática; a experiência do professor que produz mudanças curriculares a partir de suas concepções construídas em processos de pesquisa-ação, além dos fatores sociais, políticos e econômicos, acabam por interferir no currículo da educação básica e no currículo dos cursos de formação de professores, gerando mudanças constantes nesses currículos.

O Movimento da Matemática Moderna, por exemplo, privilegiava no currículo temas como Teoria dos Conjuntos e Álgebra, ambos trabalhados nas escolas com rigor quase científico. O fracasso desse movimento sugeriu mudanças no currículo escolar de matemática de modo que houvesse maior preocupação tanto com o ensino quanto com a aprendizagem dessa disciplina. Mudanças curriculares como esta se apresentam como temas que são pertinentes à pesquisa em EM. Citaremos alguns exemplos desses temas:

- a importância do estudo da história das ideias matemáticas na composição do currículo.
- os efeitos causados pelo uso das tecnologias educacionais (calculadora, celulares, computadores, etc) tanto na aprendizagem do aluno como na prática pedagógica do professor.
- os efeitos do uso da modelagem matemática como possibilidade de exploração da resolução de problemas matemáticos oriundos de situações da vida real.
- os efeitos causados pela atual vivência do currículo em ação nas escolas, onde possibilita que alunos e professores agreguem ao currículo escolar estabelecido, as experiências matemáticas vivenciadas por eles no cotidiano da comunidade, do trabalho, de família, da rua.

(III) Utilização de TICs no ensino e na aprendizagem da matemática

As tecnologias têm se apresentado como campo de pesquisa em educação matemática com uma vastidão de assuntos a serem explorados pelos pesquisadores. Uma das perguntas fundamentais relacionadas a essa temática de pesquisa é esta: “Como é possível, através do uso das novas tecnologias digitais, potencializar o ensino

e a aprendizagem da matemática?” Sabemos que as tecnologias, especialmente as digitais, dominam boa parte das atividades cotidianas dos alunos. A comunicação, ferramenta indispensável ao desenvolvimento cognitivo do indivíduo, atualmente tem se transformado cada vez mais em comunicação virtual.

Conforme estudamos na aula 3, o advento das Tecnologias da Informação e da Comunicação dá espaço para a experimentação de novos jeitos de ensinar e de aprender, uma vez que disponibilizam à professores e alunos ferramentas que potencializam o ensino de matemática aproximando o aluno

da aprendizagem via interação com as diferentes linguagens tratadas nos softwares específicos de matemática e de geometria, além de proporcionar-lhes atividades de efetiva investigação matemática. É nesse sentido que a EM elege as TICs como temática importante para a pesquisa em educação Matemática.

Leia o artigo “Novas Tecnologias na Aula de Matemática” disponível na página goo.gl/opGDDK e descubra o potencial educativo do uso das TICs para o ensino de matemática.



(IV) Prática docente, crenças/concepções e saberes práticos

Docência, crenças e concepções do ensino matemático têm passado por algumas mudanças no que diz respeito às perspectivas de pesquisa em EM. Na década de 1970, as pesquisas realizadas nesse assunto procuravam compreender como a diversificação de métodos ou de materiais didáticos como material concreto, jogos, softwares, usados pelo professor nas aulas, impactava na aprendizagem matemática dos alunos.

A partir da década de 1980 pesquisadores dessa temática se interessaram por pesquisar sobre a relação intersubjetiva existente entre as crenças/concepções dos professores e sua prática em sala de aula. Atualmente podemos destacar nesta área, os pesquisadores Bicudo e Garnica, que através de suas pesquisas buscam investigar acerca das práticas exercidas pelos professores mediadas pelas suas crenças a respeito do que é isto - a matemática. Em alguns de seus textos concluem, por exemplo, que: o comportamento do professor que acredita que a matemática tem caráter exclusivamente purista, certamente priorizará situações de ensino onde haverá pouca relação com as situações do mundo real; de modo contrário, o professor que enxerga a matemática como uma maneira especial de expressar o saber/fazer do sujeito considerando o sentido que o mundo real faz para ele acatará na sua prática docente metodologias que incorporam uma prática multidisciplinar para além dos saberes matemáticos.

(V) Conhecimentos e formação/desenvolvimento profissional do professor

Esta área da pesquisa em EM busca investigar ou descrever a identidade profissional de professores de matemática a partir da coleta de dados com a realização de entrevista, história de vida e história oral, esta última entendida como a história contemplada nas narrativas orais dos sujeitos. Outra perspectiva dessa temática procura desenvolver investigações que evidenciem:

- o estudo das crenças e concepções do professor
- alternativas de melhoria da prática docente
- descrições de como o professor constrói sua identidade profissional
- estudo de programas de formação inicial e continuada de professores de matemática.

(VI) Práticas de avaliação

As pesquisas nacionais e internacionais têm apresentado dados estatísticos alarmantes acerca dos níveis de ensino no Brasil, dentre esses dados, destacamos o baixo rendimento dos alunos na disciplina de matemática. A reflexão sobre quais fatores estão associados à aprendizagem insatisfatória em matemática e quais as intervenções necessárias para a mudança desse panorama nacional, trazem diversas indagações que dão subsídios à investigação das práticas avaliativas em EM.

As estatísticas apresentadas pelas instituições de pesquisa, através dos meios de informação e comunicação, são decorrentes de múltiplas variáveis, uma delas está associada à dissonância existente entre o currículo e as avaliações praticadas como mecanismo de verificação da aprendizagem. Observamos que algumas práticas avaliativas nas escolas não conseguem acompanhar as mudanças ocorridas nos currículos, exemplificamos a prova escrita, prioritariamente, utilizada pelos professores como único modelo de avaliação de aprendizagem. Priorizam, com exclusividade, o conhecimento matemático purista e privilegiam a reprodução escrita do que foi ensinado em sala de aula, negando ao aluno a possibilidade de manifestar a sua aprendizagem através, por exemplo, da utilização de um software, da realização de uma oficina, da construção e da manipulação de materiais didáticos voltados ao ensino de matemática e de geometria, da construção de relatórios de aprendizagem, entre outras possibilidades. Esse tipo de avaliação deixa de lado uma proposta de prática avaliativa reflexiva que é potencialmente capaz promover uma educação transformadora, uma vez que procura avaliar de forma contínua o conhecimento do aluno, levando em consideração as práticas cotidianas do aluno na escola, assim como a sua capacidade de relacionar o conteúdo matemático estudado com o seu dia-a-dia.

Apesar de instigante, atualmente, o tema que envolve a avaliação no/do processo de ensino-aprendizagem da matemática ainda “engatinha”, carecendo de maior aprofundamento e visibilidade como área de pesquisa da EM.

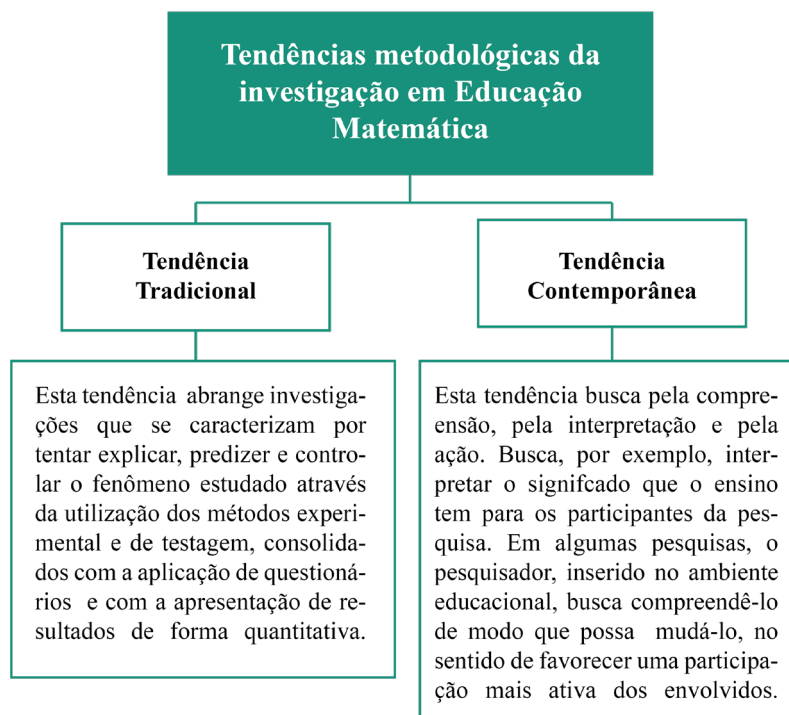
(VII) Contexto sociocultural e político do ensino-aprendizagem da matemática

A relação existente entre a matemática escolar e a matemática produzida e praticada nos diferentes contextos sociais (a rua, a igreja, a família, a comunidade, o trabalho) tem se destacado como objeto de pesquisa da EM desde a década de 1980. As investigações referentes a esta temática perseguem a compreensão de como a matemática se manifesta nos contextos extraescolares e como ela pode corroborar com a prática docente no sentido de potencializar o ensino e a aprendizagem dessa ciência.

Nesse contexto, a etnomatemática é considerada a linha de pesquisa da EM em que o Brasil mais se destaca. Foi criada e desenvolvida pelo educador matemático Ubiratan D'Ambrosio. A produção científica dessa área procura descrever e explicar os métodos, as técnicas e os saberes/fazeres matemáticos de diferentes grupos sociais. Como exemplo, podemos citar os indígenas, os trabalhadores da construção civil (pedreiros), agricultores e feirantes.

Observe, na figura a seguir, o esquema representativo das tendências metodológicas da investigação em Educação Matemática. Segundo Kilpatrick (1996), as tendências podem ser sintetizadas em dois grandes grupos: um grupo que envolve a tendência tradicional e outro relativo à chamada tendência contemporânea.

Figura 42 – Tendências metodológicas da investigação em Educação Matemática



Fonte: Kilpatrick (1996)

1.1 Projeto de pesquisa envolvendo investigação em Educação Matemática

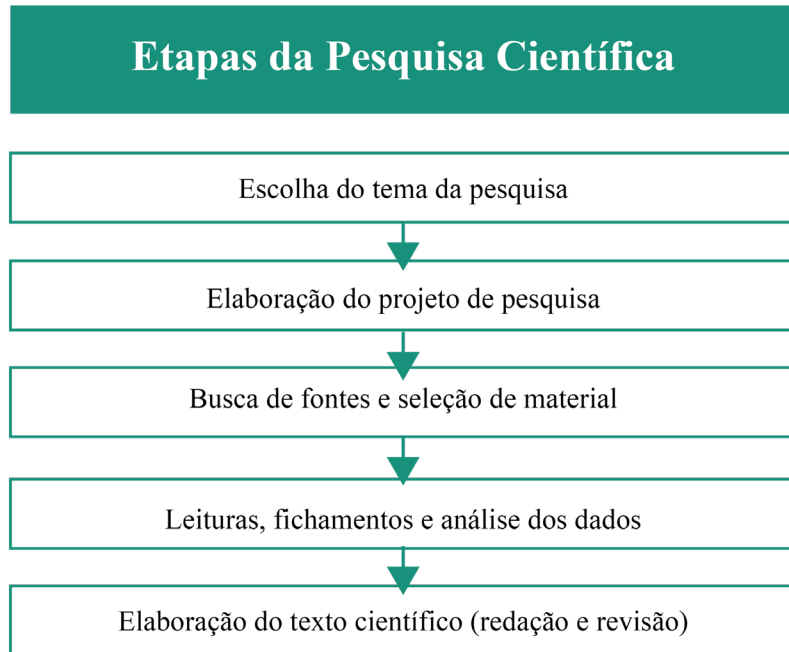
Você já observou, cursista, que a pesquisa é resultado de uma atitude curiosa? Não? Saiba que a atitude de um pesquisador pressupõe a existência de uma indagação, de uma inquietação. No entanto, a pesquisa científica exige rigor em todas as etapas de seu processo, para, com isso, apresentar resultados confiáveis. Para Bicudo (1993, p.18), pesquisar significa “perseguir uma interrogação (problema, pergunta) de modo rigoroso, sistemático, sempre, sempre andando em torno dela, buscando todas as dimensões qualquer que seja a concepção de pesquisa assumida pelo pesquisador.”

Acesse o link goo.gl/VQ8NjY e mantenha-se atualizado sobre a produção científica na área de Educação Matemática, nacional e internacionalmente.



Ainda que o processo de uma pesquisa não seja linear, devido às idas e vindas características de um processo dinâmico, é importante que o pesquisador consiga estabelecer algumas etapas para a sua pesquisa, com isso será mais fácil compreender o que já foi feito, o que é preciso ser revisado e como proceder para as etapas seguintes. A figura 43 apresenta as fases da pesquisa, observe:

Figura 43 – Etapas da pesquisa científica



Fonte: <https://pt.slideshare.net/dcartoni/metodologia-daniela-cartoni-slides-parte-08-estrutura-do-projeto>

A ilustração que representa as fases do processo metodológico da realização de uma pesquisa científica pode ajudá-lo a entender melhor como devem se organizar as ações do pesquisador.

Figura 44 – Fases do processo metodológico



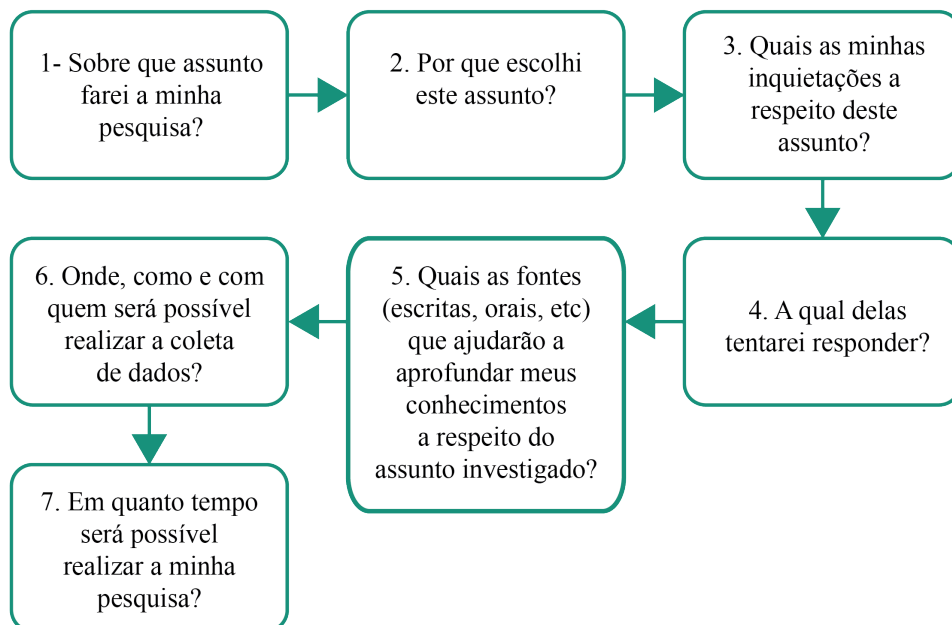
Fonte: <https://pt.slideshare.net/dcartoni/metodologia-daniela-cartoni-slides-parte-08-estrutura-do-projeto>

No estudo desta disciplina, dentre todas as fases de uma pesquisa científica, iremos referenciar a fase da elaboração do projeto. Segundo Fiorentini (2007), a elaboração do projeto ajuda o pesquisador a mapear o caminho a ser seguido durante o percurso investigativo, esclarecendo quais os rumos que deve tomar o trabalho e quais etapas deverão constituir-lo. Os rumos e as etapas se estabelecem à medida que o investigador tem uma ideia bastante clara do que pesquisar: como e por quanto tempo.

O projeto de pesquisa tem por objetivo evitar o desperdício de tempo e de recursos durante a pesquisa, orientando o pesquisador para ações que o façam atingir os objetivos traçados para a investigação.

Para o delineamento da pesquisa e a construção do projeto de pesquisa, o pesquisador deverá recorrer a algumas perguntas que o ajudarão a eleger o seu objeto de pesquisa, nortear as suas ações e escolher o campo de ação/investigação, como também estabelecer quais serão os participantes da sua pesquisa. Algumas dessas podem ser:

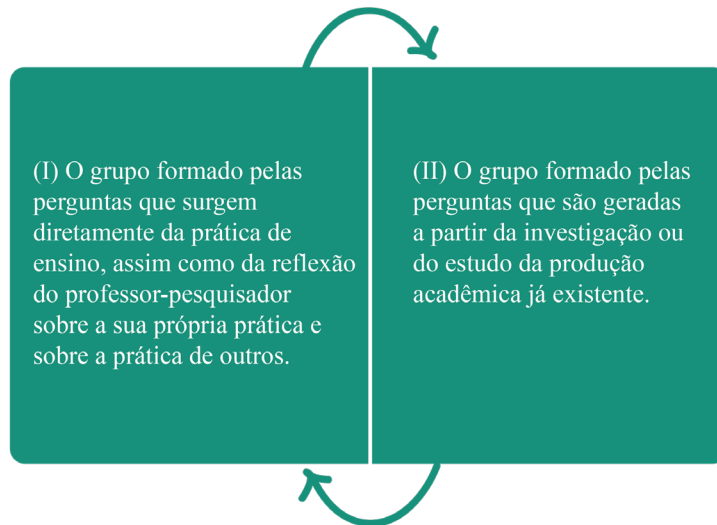
Figura 45 – Perguntas para delineamento da pesquisa



Fonte: Fiorentini (2007)

O trabalho com a pesquisa requer que haja “uma pergunta, um problema” que norteará o percurso da pesquisa e auxiliará o pesquisador no momento de adotar uma metodologia de pesquisa. Para Fiorentini (2007), as perguntas de uma pesquisa podem ser classificadas em dois grandes grupos. São eles:

Figura 46 – Classificação das perguntas de pesquisa

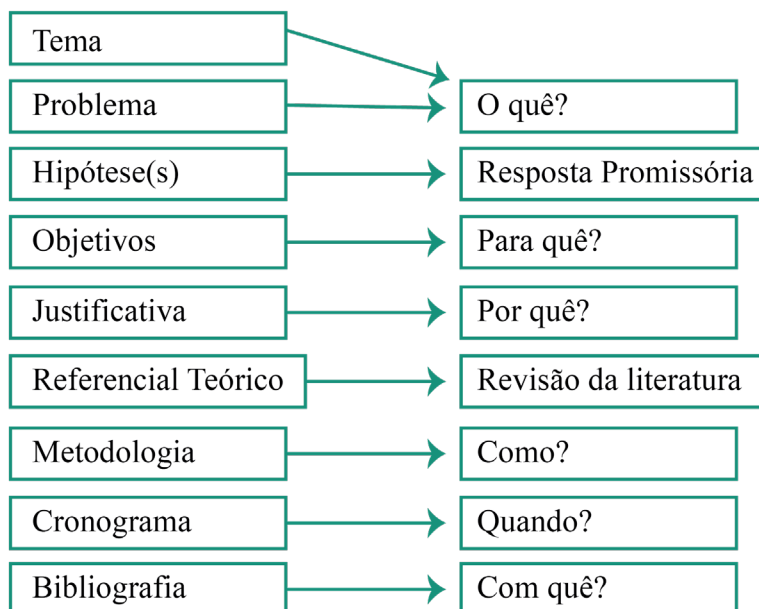


Fonte: Fiorentini (2007)

No primeiro grupo, a pesquisa permeia o campo de atuação do professor sob a perspectiva da prática, ou seja, investiga elementos relacionados ao cotidiano da escola e produz resultados a partir da prática de ensino e que subsidiam a própria prática. No segundo grupo de perguntas, a pesquisa será norteadada pela produção acadêmica já existente, podendo ou não está consolidada com a realidade da sala de aula.

A construção de um projeto de pesquisa, em geral, contempla as etapas apresentadas na figura 47.

Figura 47 – Etapas da construção de um projeto de pesquisa



Fonte: <https://pt.slideshare.net/dcartoni/metolodologia-daniela-cartoni-slides-parte-o8-estrutura-do-projeto>

A tabela 2 enfatiza a descrição de cada uma das etapas de estruturação de um projeto de pesquisa.

Tabela 2 – etapas de estruturação do projeto

1	Tema da pesquisa	Aponta o assunto escolhido para estudo e o problema e apresenta ou contextualiza numa pergunta o assunto escolhido.
2	Hipótese	Constitui uma resposta para o problema da pesquisa, no entanto, deve-se verificar, durante a pesquisa, se a hipótese levantada será verdadeira ou será falsa.
3	Objetivos	Deverão deixar claro com que intuito a investigação será realizada, a conquista dos objetivos traçados devem conseguir responder à pergunta inicialmente estipulada.
4	Justificativa	Explicitará os motivos pelos quais a pesquisa deverá ser realizada.
5	Referencial teórico	Consiste na revisão de literatura feita pelo pesquisador, ou seja, o pesquisador deve procurar, na produção acadêmica, o que já foi pesquisado no assunto e dito por outros pesquisadores e associar esses estudos com a sua investigação, dando a ela fundamentação teórico/científica.
6	Metodologia	Consiste na etapa da descrição dos tipos de métodos e da explicação de como eles serão aplicados na coleta de dados. Informa também como serão feitas a sistematização e a análise dos dados coletados.
7	Cronograma	Apresenta a previsão do momento e da duração de cada etapa da pesquisa.
8	Bibliografia	Informa os nomes das obras, dos autores, informa também os artigos, os sites visitados, isto é, tudo que foi utilizado para a construção do referencial teórico da pesquisa.

Fonte: <https://pt.slideshare.net/dcartoni/metodologia-daniela-cartoni-slides-parte-08-estrutura-do-projeto>

Todos esses elementos, caro(a) cursista, evidentemente, são essenciais para o desenvolvimento do trabalho. Entretanto, além deles, é importante evidenciar para você que, quanto maior o empenho do pesquisador na estruturação do projeto de pesquisa, maior facilidade ele terá de realizar cada etapa, ainda que sejam considerados os imprevistos que venham a acontecer durante a realização da pesquisa.

Através do link goo.gl/bFsG70 tenha acesso ao projeto de pesquisa *Laboratório de educação matemática e a formação do pedagogo*, da Universidade Federal do Ceará, e amplie seus conhecimentos sobre a construção de um projeto de pesquisa.



O estudo deste tópico abordou sobre como procedermos para realizarmos uma pesquisa científica. Destacou temáticas importantes da pesquisa em Educação Matemática, que podem subsidiar tanto o professor que já atua na sala de aula, quanto os alunos da formação inicial docente, no sentido de ajudá-los a assumirem o papel de professores-pesquisadores e, portanto produtores de conhecimento.

O trabalho colaborativo e a pesquisa qualitativa em educação matemática

OBJETIVOS

- Entender a importância da prática da pesquisa colaborativa em Educação Matemática
- Compreender a pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica em Educação Matemática

Neste tópico, estudaremos os aspectos relacionados à prática da pesquisa colaborativa em EM e compreenderemos como se dá a abordagem fenomenológica em nessa área.

A dinâmica social estabelecida, atualmente, a partir das relações de (con)vivência dos sujeitos consigo mesmos, com os outros, com o mundo do trabalho, sugere a capacidade de atuarmos em ambientes coletivos e colaborativos. O trabalho coletivo possibilita-nos, inclusive no espaço escolar, a capacidade de melhorar a produção sobre dois aspectos: o quantitativo e o qualitativo.

Pesquisadores como Franco, Tarfid, Loiola, Ibiapina entre outros, tentam descrever as semelhanças e as diferenças entre a pesquisa coletiva e a pesquisa colaborativa. Para estabelecer uma distinção entre os conceitos de coletivo e colaborativo usaremos os pesquisadores Boavida e Ponte (2002 apud Borba, 2006, p.52), “o coletivo se configura a partir da execução de tarefas, cujas finalidades geralmente não resultam de negociação conjunta do grupo, podendo ser observadas relações de desigualdade e de hierarquia nos participantes do grupo”. Como exemplo podemos citar a escola sob o ponto de vista organizacional e hierárquico: a escola se faz por um grupo de pessoas (diretores, coordenadores, professores, alunos e pais de

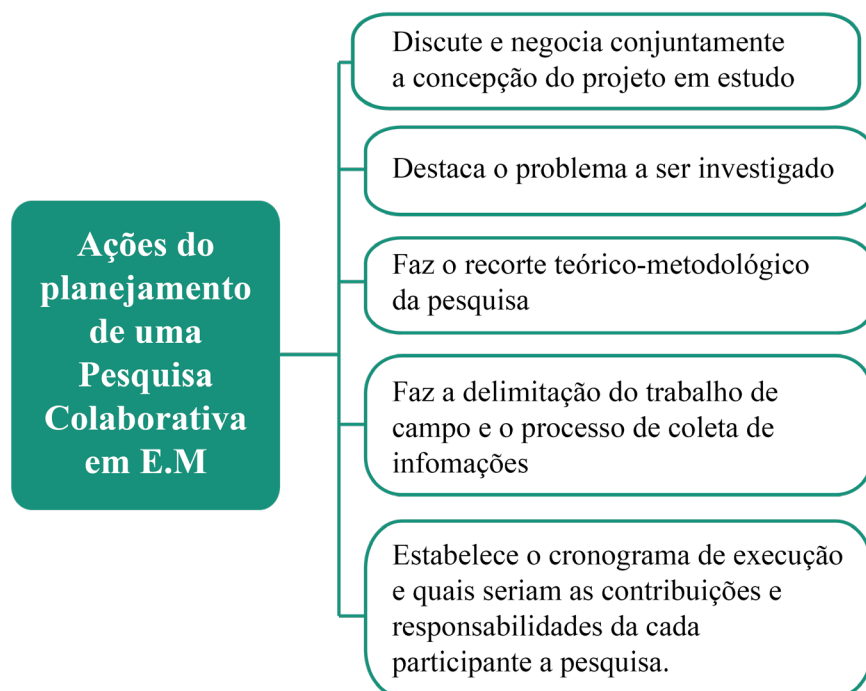
alunos) que desejam ensinar e/ou aprender. “O sentido de ser colaborativo está na capacidade do grupo procurar atingir metas e objetivos através do trabalho conjunto, havendo o apoio mútuo, a co-responsabilidade pela condução das ações e a liderança compartilhada entre todos os participantes do grupo”.

Nem sempre os pesquisadores defendem a mesma opinião quando se trata de conceituar o “coletivo” e o “colaborativo”, no entanto, todos eles defendem que para a sociedade que temos, a prática do trabalho individualizado tornou-se obsoleta e, consideram perigosa a prática da cultura docente balcanizada. Borba (2006, p.51) “caracteriza esta última pela divisão do corpo docente em pequenos subgrupos, que pouco trocam e interagem entre si, podendo, às vezes, serem adversários entre si”. Esse tipo de cultura docente ainda é praticado em alguns cursos de formação de professores de matemática. Os grupos se dividem em três: grupo dos educadores matemáticos, grupo dos pedagogos e grupo dos professores de matemática pura e aplicada. Essa divisão tem prejudicado a formação de professores, fazendo com que os licenciandos, por muitas vezes, compreendam a matemática separada dos métodos de ensino e, assim, atenuem os entraves para uma futura atuação docente de forma mais completa.

Procurando evitar uma prática docente que segrega as áreas do conhecimento estudadas na escola ou na universidade, a pesquisa colaborativa se apresenta como possibilidade de unir esforços para a execução de todas as etapas de uma pesquisa científica. Na pesquisa colaborativa os sujeitos envolvidos trabalham e se reconhecem como grupo, buscam encontrar para delineamento da pesquisa interesses comuns, ainda que os interesses atendam também as especificidades da área de conhecimento de cada sujeito do grupo.

Através do esquema apresentado na figura 48, poderemos nos familiarizar com algumas ações da etapa (todas feitas pelo grupo) de planejamento de uma pesquisa colaborativa descrita por (BORBA, 2006).

Figura 48 – Ações de uma pesquisa colaborativa



Fonte: Borba (2006, p. 69)

Finalizada a etapa de planejamento, é necessário que ocorra a busca por voluntários que demonstrem interesse e que tenham disponibilidade para participar colaborativamente da pesquisa.

O conceito de colaborativo até aqui, discutido nesta aula, pode ser incorporado à pesquisa investigativa em EM. Nesse sentido, a pesquisa colaborativa entende ser essencial a participação de todos envolvidos em práticas de investigação para a constituição de grupos de pesquisa colaborativa em EM. A parceria estabelecida entre os membros do grupo deve ser entre professores universitários e alunos da licenciatura; professores de matemática da educação básica e pesquisadores; professores da educação básica, licenciandos e professores formadores da licenciatura em matemática.

Podemos compreender que a pesquisa colaborativa implica em parceria e trabalho conjunto para

Através do link goo.gl/JZ6iGY acesse o artigo *Trabalho colaborativo e utilização das tecnologias da informação e comunicação na formação do professor de Matemática* e procure ampliar seus conhecimentos sobre como as TICs podem ser consideradas ferramentas para a realização de trabalhos colaborativos no contexto da formação docente.



a construção das etapas do projeto, que vão desde o planejamento até a redação dos resultados.

Nesse sentido, a pesquisa colaborativa apresenta algumas vantagens e desvantagens em relação a outros modelos de pesquisa. As vantagens podem ser compreendidas a partir da união de esforços dos participantes durante todo o processo investigativo, fazendo com que este seja concluído com maior rapidez do que seria num estudo individual, e enriquecido através do compartilhamento das múltiplas concepções dos participantes no momento da análise dos dados coletados na pesquisa. Dentre as desvantagens está a dificuldade de flexibilizar opiniões para o estabelecimento de acordos entre os participantes, assim como a dificuldade de produzir a escrita do relatório final da investigação considerando o número de participantes envolvidos.

2.1 A pesquisa qualitativa em Educação Matemática

Em muitas situações do nosso dia-a-dia precisamos quantificar e qualificar coisas, pessoas e fenômenos. Em geral, relacionamos o conceito de quantidade com a capacidade de representar um resultado através de uma grandeza matemática. As pesquisas quantitativas organizam seus resultados coletados através de gráficos estatísticos, tabelas ou ainda funções que descrevam o comportamento de crescimento ou de decréscimo de um fenômeno estudado. A exemplo disso, podemos citar pesquisas como o censo demográfico, realizado pelo IBGE; as pesquisas de intenção de voto no período de campanha eleitoral; pesquisas sobre desempenho na educação e na saúde, etc.

As pesquisas realizadas na área da matemática, em geral, priorizam o caráter quantitativo, pois os métodos de investigação e de coleta de dados aplicados a uma pesquisa quantitativa corroboram com a natureza da ciência investigada.

Em relação ao conceito de “qualidade” podemos encontrar diferentes perspectivas que definem esta palavra. Apresentaremos aqui aquela que julgamos associar-se melhor à pesquisa qualitativa. Michaelis (1998, p.1739) conceitua qualidade como “o atributo, condição natural pela qual algo ou alguém se individualiza, distinguindo-se dos demais; maneira de ser, essência, natureza”.

A grande área da EM tem se apresentado como proposta favorável ao desenvolvimento de pesquisas com abordagens qualitativas, uma vez que se preocupa, prioritariamente, com questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da matemática.

Richardson (2011, p.90) caracteriza a pesquisa qualitativa através “da tentativa de uma compreensão detalhada dos significados e das características situacionais apresentadas pelos entrevistados, em lugar da produção de medidas quantitativas de características ou comportamentos.”



A abordagem qualitativa de um problema, além de ser uma opção do investigador, justifica-se, sobretudo, por ser uma forma adequada para entender a natureza de um fenômeno social. Tanto assim é que existem problemas que podem ser investigados por meio da metodologia quantitativa, e há outros que exigem diferentes enfoques e, conseqüentemente, uma metodologia de conotação qualitativa. (RICHARDSON, 2011, p. 79)

São muitos os temas em EM que podem ser investigados a partir da pesquisa qualitativa. Considere alguns deles: Aprendizagem matemática no Laboratório de Ensino da Matemática; As TICs e as mudanças no ensino e na aprendizagem da matemática; O potencial dos jogos didáticos para o ensino de geometria; Práticas de investigação matemática através do uso de softwares, etc.

2.2 A abordagem fenomenológica na pesquisa qualitativa em EM

O principal elemento da Fenomenologia é a intencionalidade. Bicudo (2006, p. 25) afirma que “o âmago da postura fenomenológica está na sua forma de entender o mundo como sendo sempre e necessariamente correlato à consciência. Consciência assumida e trabalhada como o ato de “estender-se a [...]”, abarcando o percebido pela percepção”.

Visite a página do Grupo de Fenomenologia e Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, acessando o endereço eletrônico goo.gl/BwoUjy, e tenha contato com projetos de pesquisa que têm aporte metodológica na pesquisa qualitativa com abordagem na fenomenologia



O professor que adota a postura fenomenológica como orientadora da práxis, privilegia em sua metodologia o diálogo entre os sujeitos, busca o sentido que o mundo faz para o aluno, trabalha com a interpretação dos fenômenos a partir do que é intersubjetiva e historicamente construído. Ou seja, o professor faz a aproximação entre o que a ciência explica sobre um determinado fenômeno, ao mesmo tempo, que valoriza o conhecimento prévio construído pelo aluno a partir da aproximação ou da vivência desse fenômeno em seu meio.

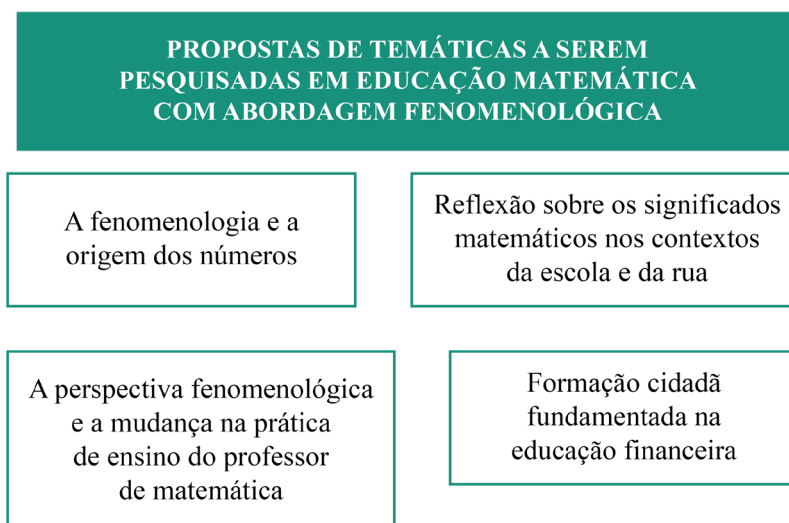
A pesquisa qualitativa, com abordagem fenomenológica, busca investigar o objeto de estudo através dos relatos de experiências vivenciadas pelos sujeitos. Essas experiências acontecem de forma consciente e perceptual do sujeito, destacando o sentido que o mundo traz para ele e na percepção do sentido de que o mundo traz para os outros com quem aquele sujeito se relaciona. Nesse tipo de pesquisa, tanto a linguagem oral quanto a escrita são fundamentais para o processo de coleta, registro e análise dos dados.

Partindo da premissa de que o estado de consciência de um sujeito está em constante processo de mudança ocasionado pelas relações que esse sujeito estabelece com o mundo que é percebido, o pesquisador que realiza uma investigação qualitativa com abordagem fenomenológica deve acompanhar essas mudanças com o cuidado de não cair na relatividade subjetiva e, com isso, perder o foco no seu objeto de pesquisa.

Neste sentido, o pesquisador deve observar o fenômeno estudado através da percepção dos sujeitos envolvidos na pesquisa, porém deve ter claro que esse fenômeno já foi historicamente construído, pois uma vez observada apenas as opiniões dos sujeitos, caso elas não tenham um referencial comum, o pesquisador pode ter dificuldades para verificar os dados coletados e produzir resultados válidos científicos, já que há divergências nas múltiplas opiniões coletadas a respeito de um único fenômeno. Por exemplo, numa pesquisa realizada sobre o uso de calculadoras nas aulas de matemática, as opiniões coletadas certamente se dividem em “contra”, “a favor” ou “tenho dúvidas”, daí é necessário que seja feita uma pesquisa bibliográfica que possa engendrar as opiniões dos sujeitos envolvidos na pesquisa, apresentando o referencial teórico existente acerca do assunto e os resultados propostos pelo pesquisador ao final do processo investigativo.

O campo de pesquisa da fenomenologia é vasto, podendo estabelecer cruzamentos com outras áreas de estudo da EM, como a resolução de problemas, a modelagem matemática, as novas tecnologias da informação e da comunicação, a etnomatemática, etc. Para uma melhor compreensão do exposto anteriormente, foram elencadas abaixo algumas propostas de temas pertinentes à pesquisa em EM com a abordagem fenomenológica.

Figura 49 – Propostas de temas para a pesquisa em EM

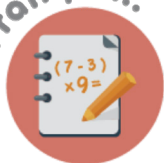


Fonte: autor (2017)

A pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica persegue o engendramento das interrogações com a coleta de dados e, com isso, constrói uma rede de significados, em que emerge uma realidade concreta, pois esses significados foram construídos através da história social e cultural do homem.

O estudo deste tópico convidou-nos a refletir sobre a importância da prática da pesquisa qualitativa colaborativa tanto na formação inicial de professores, quanto na prática docente nos ambientes escolares. Buscou fazer-nos entender que pesquisar colaborativamente, seja no ambiente escolar ou acadêmico, implica saber trabalhar em grupo, conviver com as diferenças, descobrir as possíveis interações existentes entre as diferentes áreas do conhecimento que são estudadas no ambiente escolar. Ainda foi possível discutir sobre a pesquisa com caráter fenomenológico que destaca, primordialmente, a interação entre o conhecimento construído pelo sujeito através de suas experiências com o meio e o conhecimento apresentado pelo professor na escola, como fator indispensável para o sucesso da pesquisa e da produção do conhecimento humano.

Chegamos ao fim da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática! Espero que os estudos e as experiências aqui vivenciados possam ter contribuído, positivamente, para a sua formação docente, preparando-o para um ensino de matemática pautado no exercício reflexivo acerca da sua prática. Certamente, será através da reflexão que você, licenciando e futuro docente, adotará práticas de ensino e de pesquisa que qualifiquem e potencializem a aprendizagem matemática dos alunos.



1. Segundo Kilpatrick (1996), pelos menos três fatos foram considerados determinantes para o surgimento da Educação Matemática como campo profissional e científico. São eles:

- I. A preocupação de matemáticos e de professores de matemática em relação à qualidade da divulgação das ideias matemáticas às novas gerações.
- II. A promoção institucional de cursos de formação de professores secundários nas universidades europeias.
- III. A disseminação de estudos experimentais, realizados por psicólogos norte-americanos e europeus, sobre o modo como as crianças aprendiam matemática.

Agora, segundo o estudo realizado nesta aula e a compreensão obtida pelos estudos, comente como cada um destes fatos interferem, positivamente, até os dias atuais na formação do professor de matemática.

2. A partir do estudo desta Aula 4 e da figura apresentada abaixo, construa uma explicação para cada etapa da elaboração de um projeto.

Figura 50 – Etapa de elaboração de um projeto

PLANEJAMENTO DE UMA PESQUISA



Fase decisória

- Escolha do assunto
- Coleta do material
- Projeto de Pesquisa

Fase construtiva

- Leitura e sistematização
- Construção dos instrumentos
- Coleta de dados
- Tabulação e interpretação

Fase redacional

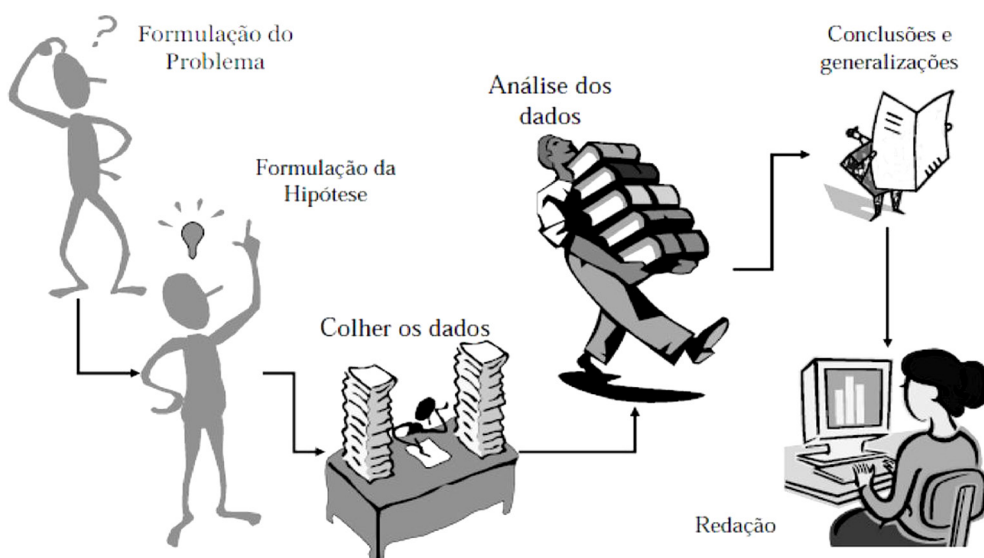
- Esquematização - Capítulos
- Redação
- Revisão
- Referências

Fonte: <https://pt.slideshare.net/dcartoni/metodologia-daniela-cartoni-slides-parte-08-estrutura-do-projeto>

3. Assista ao vídeo “Educar pela pesquisa” do professor e pesquisador Pedro Demo, disponível no link https://www.youtube.com/watch?v=IRhoBE_ZrCo e a partir de uma análise reflexiva responda as seguintes questões:
- Por que realizar pesquisa?
 - Quais as semelhanças existentes entre a pesquisa e a educação?
 - O que significam “qualidade formal” e “qualidade política” para a pesquisa?
 - Quais as vantagens de se fazer pesquisa na formação inicial docente?
 - De que maneira a pesquisa pode contribuir para a melhoria do ensino nas escolas de educação básica?
4. A figura apresentada abaixo representa os processos metodológicos decorrentes de uma pesquisa. Escreva a sua interpretação para cada etapa relacionando com o que estudamos sobre pesquisa colaborativa. Em seguida, apresente as suas conclusões a respeito das vantagens da pesquisa colaborativa ser utilizada como metodologia de ensino da matemática na educação básica.

Figura 51 – Processos metodológicos decorrentes de uma pesquisa

Fases do Processo Metodológico



5. No tópico sobre “Pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica”, estudamos conceitos, tais como qualitativo, quantitativo e atitude fenomenológica. Procure adotar o comportamento de um pesquisador e faça um esboço de um projeto de pesquisa com abordagem fenomenológica. Escreva este esboço contemplando os seguintes itens:

- a) Título do projeto
- b) A pergunta ou problema da investigação
- c) A justificativa para a realização da pesquisa
- d) O local onde será realizado, ou ainda, os envolvidos na pesquisa.

Referências

BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, M. A. **Pesquisa em Educação Matemática**. Pro-posições, Campinas: FE – Unicamp: Cortez. v. 4. n. 10, 1993, p. 18-23.

BICUDO, M. A. V; GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BORBA, M. de C. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 21 set. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

ESQUINSANI, R.S.S. Educação e qualidade: duas faces de um mesmo direito. **Revista Diálogo Educacional**. Curitiba, v. 13. n. 39. p. 583-603, maio/ago. 2013.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. rev. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2007.

INEP. **Pisa no Brasil**. Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/pisa-no-brasil>>. Acesso em: 15 mar. 2017.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a EM como campo profissional e científico. Zetetiké: **Revista de Educação Matemática**. Campinas: CEMPEM – FE-Unicamp, v. 4, n. 5, p.99-120, jan./jun. 1996.

LORENZATO, Sérgio. **Educação infantil e percepção matemática**. 2. ed. Ampliada. Campinas-SP: Autores Associados, 2008.

_____. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

_____. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MATOS, J.M.; SERRAZINA, M. de L. **Didática da matemática**. Universidade Aberta: Lisboa, 1996.

MICHAELIS: moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.

MISKULIN, R. G. S. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores. In: LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2.ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

RICHARDSON, R. J. et al. **Pesquisa social: métodos e técnicas** 3. ed. rev. 13. reimpr. São Paulo: Atlas, 2011.

Sobre a autora

96

Regilania da Silva Lucena

Mestranda em Educação Agrícola pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – UFRRJ, pesquisa, atualmente, a etnomatemática e os saberes do campo. Especialista em Geometria Euclidiana e graduada em Matemática pela Universidade Regional do Cariri – URCA. No Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE, campus de Juazeiro do Norte, atua como professora no curso de Matemática e no ensino médio e coordena as atividades desenvolvidas pelos bolsistas do Laboratório de Ensino de Matemática – LEM. Desenvolve, na Educação a Distância (EaD), o trabalho como professora formadora e conteudista pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/IFCE, no curso de Licenciatura em Matemática. Professora da pós-graduação, curso de especialização em Ensino de Matemática do IFCE. Acompanhou e orientou, na função de coordenadora de área, os bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID. Vem desenvolvendo um trabalho, junto à formação de professores de Matemática, que busca ressignificar e potencializar o ensino e a aprendizagem dessa ciência, especialmente na educação básica.

E-mail: regilaniamat@gmail.com

<http://lattes.cnpq.br/5875304183963123>



Ministério da Educação
Universidade Aberta do Brasil
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará