



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS, MATEMÁTICA
E TECNOLOGIAS – PPGECMT

PRODUTO EDUCACIONAL

**Caderno de Atividades sobre Função
Quadrática Aplicada a Fenômenos Aviônicos.**

FERNANDO GUIMARÃES DA SILVA

JOINVILLE, SC

2018

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Programa: ENSINO DE CIÊNCIAS, MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS

Nível: MESTRADO PROFISSIONAL

Área de Concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias

Linha de Pesquisa: Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores

Título: Caderno de Atividades sobre Função Quadrática Aplicada a Fenômenos Aviônicos.

Autor: Fernando Guimarães da Silva

Orientador: Prof. Dr. Rogério de Aguiar

Coorientadora: Profa. Dra. Ivanete Zuchi Siple

Data (defesa): 30/07/2018

Produto Educacional: Caderno de Atividades

Nível: Ensino Médio

Área de conhecimento: Matemática

Tema: Função Quadrática

Resumo do Produto Educacional:

O produto educacional desenvolvido nesta pesquisa de mestrado é um caderno de atividades, direcionado aos professores do Ensino Médio, contendo tarefas a serem aplicadas em sala de aula para o ensino de função quadrática. As atividades foram desenvolvidas para serem trabalhadas com a metodologia da modelagem matemática, sendo que a avaliação da aprendizagem foi proposta por meio de mapas conceituais.

Biblioteca Universitária UDESC: < <https://www.udesc.br/bibliotecauniversitaria> >

Publicação associada: A aprendizagem de função quadrática por meio de modelagem matemática envolvendo o movimento em aeronaves

URL: < <https://www.udesc.br/cct> >

Arquivo	*Descrição	Formato
0001414.pdf	Texto completo	Adobe PDF

Licença de uso: O autor é titular dos direitos autorais dos documentos disponíveis e é vedado, nos termos da lei, a comercialização de qualquer espécie sem sua autorização prévia (Lei nº 12.853, de 2013).

PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional desenvolvido nesta pesquisa é um caderno de atividades, onde constam quatro procedimentos relacionados a fenômenos aviônicos, visando contribuir com o processo de aprendizagem dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

A metodologia escolhida para aplicação das atividades, em sala de aula, foi a Modelagem Matemática, conforme as concepções de Almeida (2013), visando a possibilidade de aprendizagem significativa dos estudantes, por intermédio dos Mapas Conceituais, de acordo com Moreira (2010), havendo, inclusive, o suporte do *software* matemático GeoGebra.

Neste Produto Educacional constam quatro atividades, que envolvem os procedimentos de decolagem, de pouso, de sustentação e de lançamento horizontal de objeto, proveniente de uma aeronave, e que visam o desenvolvimento do conteúdo matemático, em específico de função quadrática, aos estudantes do Ensino Médio.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de mapa conceitual.....	15
Figura 2 – Aeronave “Tucano”.....	18
Figura 3 – Plano Cartesiano.....	23
Figura 4 – Parábola no plano cartesiano (i).....	24
Figura 5 – Parábola no plano cartesiano (ii).....	37
Figura 6 – Aeronave “Airbus”.....	46
Figura 7 – Parábola no plano cartesiano (iii).....	51
Figura 8 – Aeronave “AMX”.....	60
Figura 9 – Parábola no plano cartesiano (iv).....	65
Figura 10 – Pontos no plano cartesiano.....	66

APRESENTAÇÃO

Prezado Professor(a).

Este Caderno de Atividades sobre Função Quadrática Aplicada a Fenômenos Aviônicos é o resultado de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), tendo como orientador o Prof. Dr. Rogério de Aguiar e coorientadora a Profa. Dra. Ivanete Zuchi Siple.

O objetivo deste Produto Educacional é de oferecer ao professor de Matemática, em sala de aula, uma ferramenta de ensino para melhor contribuir com a compreensão de função quadrática, por parte dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

Este Caderno de Atividades tem como tema os fenômenos que ocorrem no âmbito da aviação, tanto em aeroportos quanto nas atividades das aeronaves em pleno voo. A metodologia utilizada é a modelagem matemática, de acordo com as concepções de Almeida (2013), em que se busca o desenvolvimento do conteúdo matemático e se divide em quatro fases, a saber: inteiração; matematização; resolução; e interpretação de resultados e validação.

Associada à utilização da metodologia da modelagem, far-se-á uso da criação de mapas conceituais, de acordo com as concepções de Moreira (2010), em que são explorados os conceitos abrangentes, os conceitos menos abrangentes, as respectivas conexões entre eles, dentre outras características, visando atingir a aprendizagem significativa em sala de aula, por parte dos estudantes do Ensino Médio.

O Caderno de Atividades é dividido nos seguintes capítulos, os quais abordam as atividades de modelagem matemática, relativas a fenômenos aviônicos e respectivos procedimentos:

Capítulo 1 – A modelagem matemática

Capítulo 2 – Atividade da decolagem

Capítulo 3 – Atividade do pouso

Capítulo 4 – Atividade da sustentação

Capítulo 5 – Atividade do lançamento horizontal

Espera-se que o caderno de atividades sobre função quadrática possa contribuir com a arte de ensinar, que não é uma tarefa fácil no dia a dia dos professores. Para que haja a devida

compreensão de qualquer tema proposto aos estudantes, é necessário que eles estejam abertos a mudanças e motivados para situações relacionadas aos estudos.

As atividades de modelagem disponibilizadas neste Produto Educacional foram aplicadas em instituições de ensino, tanto de nível superior quanto de nível médio, apresentando resultados que foram considerados positivos. As descrições mais detalhadas dessas atividades, relacionadas aos fenômenos aviônicos, encontram-se na dissertação de mestrado cujo título é “Aprendizagem de função quadrática por meio de modelagem matemática envolvendo o movimento em aeronaves”.

A palavra Educação, por definição própria, leva-nos a conjugação do verbo “agir”, a praticar alguma “ação” em prol do processo de ensino ou de aprendizagem. No caso deste trabalho, o foco é a aprendizagem e bons exemplos e iniciativas em sala de aula proporcionam um ambiente ideal para que os estudantes sejam motivados a aprender de forma significativa.

Neste caderno de atividades, em específico, o desenvolvimento matemático relacionado à função quadrática é tratado de uma forma que os estudantes possam interagir com o mundo da aviação, compreendam alguns dos fenômenos que fazem parte deste processo e que, principalmente, compreendam a função quadrática, um tema tão importante que, mesmo sem perceberem, relaciona-se com o cotidiano dos estudantes dentro ou fora da Escola.

Fernando Guimarães da Silva

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	7
2. CAPÍTULO 1 – A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	9
3. CAPÍTULO 2 – ATIVIDADE DA DECOLAGEM.....	14
4. CAPÍTULO 3 – ATIVIDADE DO POUSO.....	30
5. CAPÍTULO 4 –ATIVIDADE DA SUSTENTAÇÃO.....	43
6. CAPÍTULO 5 –ATIVIDADE DO LANÇAMENTO HORIZONTAL.....	57
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	71
8. REFERÊNCIAS.....	71

INTRODUÇÃO

Os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio apresentam dificuldades na aprendizagem de função quadrática, sendo um tópico importante para compreensão do mundo que nos cerca, além de ser requisito para acompanhar o desenvolvimento de outros tópicos matemáticos, no aprimoramento escolar desses estudantes.

O Produto Educacional desta pesquisa, que é um Caderno de Atividades sobre Função Quadrática Aplicada a Fenômenos Aviônicos, tem como objetivo apresentar atividades de modelagem matemática, relacionadas aos fenômenos aviônicos, e por meio da aplicação de mapas conceituais verificar se ocorreu a aprendizagem significativa da função quadrática aos estudantes do Ensino Médio.

Os processos de decolagem, pouso, sustentação e lançamento horizontal são abordados, de modo que serão desenvolvidos procedimentos que possam contribuir com a aprendizagem de função quadrática, estabelecendo-se possíveis relações deste tipo de função com os fenômenos mencionados. Neste processo de aprendizagem, o estudante pode desenvolver o conhecimento dos conceitos relacionados à Matemática, visando a aprendizagem significativa, que é uma teoria desenvolvida por Ausubel (1918-2008).

A metodologia utilizada é a modelagem matemática, que partindo de uma situação-problema, no caso em questão de um determinado fenômeno aviônico, é desenvolvido o conteúdo matemático de função quadrática, de acordo com as concepções de Almeida (2013).

No desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, em específico na fase de resolução, haverá o suporte tecnológico do *software* matemático GeoGebra. Pelo seu intermédio, será possível realizar simulações, tendo como referência o fenômeno aviônico e consequente exploração do conteúdo matemático sobre função quadrática. O GeoGebra tem um caráter dinâmico, em que a visualização gráfica dos resultados permite otimizar o processo de aprendizagem de função quadrática, sendo que foi desenvolvido um aplicativo para este fim, evitando cálculos matemáticos desnecessários por parte dos estudantes.

O caderno de atividades apresenta a proposta de criação de mapas conceituais, durante essas atividades de modelagem matemática. De acordo com as concepções de Moreira, os estudantes poderão explorar os conceitos aprendidos, seja no âmbito matemático ou extra-matemático. Os estudantes poderão expor os seus mapas conceituais, elaborando-os e justificando as relações existentes entre eles. Existem os conceitos mais abrangentes e os

conceitos menos abrangentes, uma relação entre eles e dentro de uma hierarquia estabelecida, visando a aprendizagem significativa desses estudantes.

Em cada atividade existe uma série de tarefas, de modo que os estudantes possam desenvolver as fases da modelagem matemática, de acordo com as concepções de Almeida (2013). O aplicativo desenvolvido para realização das atividades permite que os estudantes apenas configurem os seletores específicos (componentes do GeoGebra) para cada situação-problema, de modo que mantenham o foco no processo de compreensão dos elementos matemáticos que passam a estar disponíveis, à medida que os componentes do *software* são selecionados. Não há necessidade de cálculos exagerados, sendo que as janelas algébricas e gráficas do GeoGebra estão bem definidas.

Além disso, existem as tarefas relativas aos mapas conceituais, em que os estudantes poderão desenvolver os conceitos, nos âmbitos da função quadrática e do fenômeno aviônico, dependendo do capítulo explorado no Caderno de Atividades, de acordo com as concepções de Moreira (2010).

Espera-se que o Produto Educacional desenvolvido nesta pesquisa possa contribuir com o processo de ensino dos professores do primeiro ano do ensino médio e, conseqüentemente, a possibilidade de fazer com que os estudantes aprendam com significado o conceito de função quadrática.

CAPÍTULO 1 – A MODELAGEM MATEMÁTICA

As atividades de modelagem matemática deste Produto Educacional foram desenvolvidas com a finalidade de que os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio desenvolvam o conteúdo matemático, relativo à função quadrática, conforme as concepções de Almeida (2013).

A modelagem matemática, de acordo com a autora, apresenta quatro (4) fases. A fase de Inteiração é a oportunidade que o estudante tem de estabelecer o primeiro contato com a situação-problema. Neste caderno de atividades haverá quatro (4) situações distintas, relacionadas aos fenômenos aviônicos: decolagem, pouso, sustentação e lançamento horizontal.

Na fase de Matematização, o estudante tem o contato com os elementos matemáticos, no caso em questão os elementos da função quadrática, nas suas formas algébrica e geométrica. Trata-se de uma fase importante porque o objetivo principal da modelagem matemática é o desenvolvimento do conteúdo matemático. Esta fase representa o contato que os estudantes têm com os números, com os gráficos e os significados desses elementos no contexto matemático.

A fase de Resolução é onde o estudante se empenha em encontrar o modelos matemáticos, os quais resolvam as situações-problema apresentadas nas atividades desenvolvidas no Produto Educacional. Nesta fase, os estudantes têm o suporte do *software* matemático GeoGebra, na busca de respostas para as situações acima mencionadas.

Neste Produto Educacional os estudantes têm a oportunidade de trabalhar com o GeoGebra, promovendo simulações para que os modelos matemáticos sejam utilizados e os seus resultados analisados, salientando-se que a utilização da informática é fator importante, visando acompanhar a tendência tecnológica nas escolas, além da otimização de tarefas nos processos de ensino/aprendizagem.

Na fase de Interpretação de resultados e Validação, de acordo com as concepções de Almeida (2013), os envolvidos no processo encontram os modelos matemáticos, viabilizando-se a possibilidade de consolidação do desenvolvimento do conteúdo matemático e as suas respectivas validações pelos professores.

As fases da modelagem matemática permitem que os estudantes tenham contato com os objetos matemáticos. Ao estudarem a função quadrática, estão diante da possibilidade de

lidar com registros de representação de um mesmo objeto, os quais são importantes para aprendizagem, lembrando que, muitas das vezes, um registro completa o outro.

1.1. RECOMENDAÇÕES AOS PROFESSORES

A **primeira recomendação** é sobre a distribuição dos estudantes em sala de aula. Na verificação do conhecimento de função quadrática (TAREFA 1), sugere-se que seja realizada individualmente, isso porque o seu objetivo é saber o nível de conhecimento de cada aluno sobre a função quadrática nas quatro (4) atividades que estão sendo apresentadas.

Nas tarefas relativas aos mapas conceituais, temos, primeiramente, a TAREFA 2 de cada fenômeno aviônico e se sugere que sejam realizadas individualmente. As TAREFAS 4 e 6 podem ser realizadas de forma colaborativa, em duplas (TAREFA 4) e grupos de até três (3) integrantes (TAREFA 6).

Nas tarefas relativas às fases da modelagem matemática (TAREFAS 3, 5 e 7), sugere-se que sejam realizadas em grupos de até três (3) integrantes. O motivo para realização desta forma é porque o trabalho com poucos alunos, em cada grupo, faz com que nenhum deles fique ocioso na realização de cada atividade, viabilizando-se a otimização dos processos de ensino/aprendizagem, fortalecendo a condição dos estudantes de protagonistas do processo de aprendizagem, além da busca pela aprendizagem com significado de cada integrante do grupo.

A **segunda recomendação** é sobre um procedimento a ser adotado após a realização da TAREFA 1 dos fenômenos aviônicos deste Produto Educacional – verificação do conhecimento de função quadrática. Ao ser estabelecido o nível de conhecimento dos estudantes, principalmente se não conhecerem o assunto, sugere-se a participação do professor na formalização dos conceitos básicos a esses estudantes, para que haja um ponto de partida na realização das tarefas subsequentes.

A **terceira recomendação** é da leitura atenciosa do mapa conceitual (Figura 1), que é dado como exemplo, visando a realização das TAREFAS 2, 4 e 6 dos fenômenos aviônicos deste Produto Educacional. É importante constar o conceito mais abrangente, a organização dos conceitos menos abrangentes, as indicações de existência de relação entre os conceitos, além da justificativa dessas possíveis relações. Mesmo diante do exemplo mencionado, ressalta-se que os estudantes são livres para criarem os seus próprios mapas conceituais, ao realizarem as tarefas acima mencionadas.

A **quarta recomendação** trata que os estudantes podem criar um mapa conceitual, nas TAREFAS 2, 4 e 6 dos fenômenos deste Produto Educacional, lembrando das seguintes informações:

a) ordenar os conceitos, colocando os mais inclusivos no topo do mapa e, gradualmente, vá agregando os demais até completar o diagrama;

b) conectar os conceitos com linhas e rotular essas linhas com palavras-chave que explicitem a relação entre os conceitos;

c) geralmente, o primeiro intento do mapa tem simetria pobre e alguns conceitos acabam mal situados em relação a outros; e

d) não existe um único modo de traçar o mapa conceitual, isso porque à medida que muda sua compreensão sobre os conceitos aprendidos, seu mapa também muda (MOREIRA, 2010).

Na **quinta recomendação**, os mapas conceituais podem ser avaliados, pelos(as) professores(as), da seguinte forma: o “mapa bom” contém informações conceituais relevantes, está bem hierarquizado com o conceito inclusor no topo, em seguida os intermediários; o “mapa regular” apresenta alguns conceitos centrais do tema, mas, ainda assim, com uma hierarquia apreciável; e o “mapa deficiente” é muito pobre em conceitos sobre o conteúdo trabalhado (MOREIRA, 2010). Assim, o mesmo critério poderá ser adotado nas outras tarefas relativas aos mapas conceituais.

A **sexta recomendação** trata que, para o melhor aproveitamento das TAREFAS 3, 5 e 7, Almeida (2013) sugere que o nível de participação do(a) professor(a) seja mais ou menos intenso, conforme a familiaridade do aluno com as atividades de modelagem matemática. Ou seja, se os estudantes não têm conhecimento dos conceitos matemáticos, o professor pode oferecer as informações julgadas necessárias, para que seja possível iniciar e dar continuidade aos processos de ensino/aprendizagem.

A **sétima recomendação** é específica para realização das TAREFAS 3 deste Produto Educacional, em que induzem os estudantes a terem o primeiro contato com as situações-problema relacionadas aos fenômenos aviônicos. Desta forma, seria importante que esses estudantes se familiarizassem com os conceitos inerentes a esses fenômenos, para que seja possível dar continuidade no processo de aprendizagem em sala de aula.

Na **oitava recomendação**, a modelagem matemática tem como objetivo principal o desenvolvimento do conteúdo matemático dos estudantes. A matematização, explorada nas

TAREFAS 5 deste caderno de atividades, é uma fase da modelagem em que os estudantes começam tratar, diretamente, com os elementos da função quadrática. Há necessidade do conhecimento dos parâmetros da função, do seu domínio e imagem, dos tipos de concavidade, dentre outros elementos. O desenvolvimento do conteúdo matemático do estudante nesta fase é importante, haja vista que a metodologia da modelagem permite discussões em sala de aula, com a mediação do(a) professor(a) e com o protagonismo dos estudantes, que normalmente se reúnem em grupos para realização das atividades.

A **nona recomendação** é relativa à fase de Resolução, em que os estudantes nas TAREFAS 7 deste Produto Educacional buscarão os modelos matemáticos que resolvam as questões das situações-problema apresentadas, relacionadas a um determinado fenômeno aviônico. Esses estudantes terão o suporte do *software* matemático GeoGebra, em que foram desenvolvidos aplicativos que permitem simulações, visando o desenvolvimento do conteúdo matemático. Além disso, para que a situação-problema seja melhor ilustrada, o professor pode levar para sala de aula o material didático que julgar necessário, seja um filme sobre a aviação, revistas especializadas no assunto em pauta ou, até mesmo, a realização de visitas a um determinado aeroporto ou aeródromo, se porventura haja na cidade onde se situa a Escola desses estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

A **décima recomendação** é sobre as funções que são tomadas como referência na fase de Resolução, em que os estudantes utilizam os modelos matemáticos. No procedimento de lançamento horizontal, temos “*g*” que corresponde à aceleração da gravidade atuando nesse objeto, “*m*” a sua velocidade inicial e “*n*” a posição inicial:

$$f(t) = \frac{1}{2}gt^2 + mt + n$$

Associada a esta informação, na fase de Resolução da atividade de sustentação, a função abaixo especificada é a referência para utilização desses modelos:

$$L(v) = r \cdot \frac{1}{2} d \cdot S \cdot v^2,$$

sendo que “*L*” é a sustentação; “*r*” é o coeficiente de sustentação; “*d*” é a densidade do ar; “*S*” representa uma área de referência da asa; e “*v*” é a velocidade da aeronave.

Na **décima primeira recomendação**, temos como referência as funções abaixo especificadas, visando a realização da fase de Resolução das atividades de pouso e decolagem de uma aeronave e até mesmo no estudo do lançamento horizontal de objeto sem propulsão própria:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(t) = \frac{1}{2}kt^2 + zt + w$$

Considerando que existem semelhanças da função quadrática $f(x)$ e seus parâmetros “ a , b e c ” com a função $f(t)$, de posição em relação ao tempo, onde “ k ” é a aceleração, “ z ” a velocidade inicial e “ w ” a posição inicial de um objeto em movimento, isso porque ambas são representações algébricas da função quadrática, o parâmetro “ a ” da função $f(t)$ é

$$a = \frac{1}{2}k,$$

ou seja, este parâmetro corresponde à metade do valor da aceleração k desta aeronave.

CAPÍTULO 2 – ATIVIDADE DE DECOLAGEM DE AERONAVE

Esta atividade consiste em fazer com que os estudantes procurem estabelecer relações entre o fenômeno de decolagem de uma aeronave e a função quadrática, em que os elementos apresentados, num primeiro momento, não possuem conexões entre si. Na TAREFA 1, o(a) professor(a) pode verificar o nível de conhecimento dos estudantes sobre a função a ser estudada:



TAREFA 1

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 20 minutos.

Questões:

1. O que entende por função quadrática?

Resp.: _____

2. Qual a representação gráfica da função quadrática?

Resp.: _____

3. Você encontra relação da função quadrática com alguma outra área do conhecimento?
Qual?

Resp.: _____

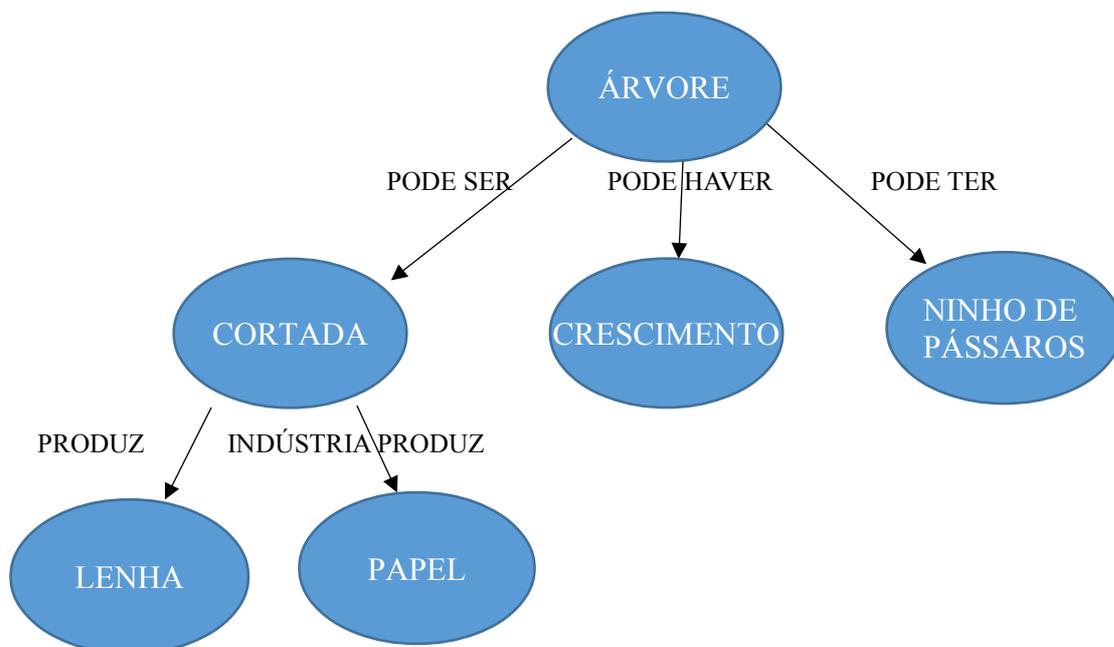
As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



As discussões em sala de aula são importantes, permitindo que se observem pontos que alguns observam e que outros passam a observar, de modo a prepará-los para as fases seguintes do processo de aprendizagem.

A TAREFA 2 consiste dos estudantes traçarem os seus primeiros mapas conceituais. Desta forma, os conceitos abaixo relacionados podem ser tomados como exemplo de mapa conceitual (Figura 1), onde existe o conceito mais abrangente – a “árvore”. É estabelecida a relação deste conceito com outros três menos abrangentes, sendo que esta árvore pode ser “cortada”, pode haver o seu “crescimento” ou pode ter um “ninho de pássaros”. O exemplo apresenta, ainda, que uma vez a árvore cortada, pode produzir “madeira” ou “lenha”:

Figura 1: Modelo de mapa conceitual.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Ao serem disponibilizados os conceitos, o campo de justificativa é para que se explique as relações dos conceitos mencionados:

“A **árvore**, que é uma espécie vegetal, pode ter **crescimento**, normalmente, ser **cortada** ou mesmo ter um **ninho de pássaros**. Se ela for cortada, pode produzir **lenha** ou **papel** e com isso abastecer, por exemplo, as lareiras das casas no inverno da serra catarinense”.

Uma vez efetuada a leitura e compreensão dos conceitos ilustrados na Figura 1, além da respectiva justificativa, temos a situação em que são fornecidos sete conceitos, relativos a função quadrática, e um conceito que será preenchido de acordo com a escolha do estudante.

Após a disponibilização desses conceitos, os estudantes apresentarão justificativas da escolha dos conceitos da função quadrática, e respectivas relações entre eles, assim como ocorreu no exemplo supracitado. O seu enunciado consta da página seguinte:

TAREFA 2

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 7 e o conceito 8, que será de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

- | | |
|----------------|--------------------------|
| 1. Parábola | 5. Função quadrática |
| 2. Vértice | 6. Concavidades |
| 3. Parâmetros | 7. Representação Gráfica |
| 4. Forma Geral | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:

A TAREFA 3 consiste dos estudantes terem o primeiro contato com a situação-problema, no caso em questão o procedimento de decolagem de uma aeronave. Trata-se da fase de Inteiração, de acordo com as concepções de Almeida (2013) no que concerne a modelagem matemática:

TAREFA 3

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Situação-problema:

A velocidade seria uma variável que interfere no procedimento de decolagem de uma aeronave? Podemos exemplificar a situação-problema com um avião, modelo Tucano (Figura 2), que por meios próprios parte do repouso da cabeceira da pista de um aeroporto qualquer.

Figura 2: Aeronave “Tucano”.



Fonte: <https://cdn.defesaareanaval.com.br/wp-content/uploads/2013/11/A-29-Ecuador-taxia-para-decolagem.jpg>

Após um intervalo de tempo, atinge a velocidade ideal para que fique na iminência de decolar, numa determinada posição desta pista. As condições meteorológicas estão perfeitas,

TAREFA 3 (Decolagem – Continuação).

com uma leve brisa e sem nuvens, durante um dia de verão na cidade de Joinville – SC.

Dados:

- Aceleração: $1,6 \text{ m/s}^2$
- Tempo de decolagem: 25 s
- Velocidade no final da pista: 40 m/s

Responder as seguintes questões:

1. Já observou a decolagem de uma aeronave? Na sua opinião, o que seria a decolagem de uma aeronave?

Resp.: _____

2. As condições meteorológicas (ou climáticas) têm alguma relação com o mundo dos aviões? Por quê?

Resp.: _____

3. O que entendeu dos “dados” fornecidos na situação-problema?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



É recomendável que o estudante conheça o tema da decolagem de uma aeronave, haja vista que existe a possibilidade de relação entre os conceitos relativos a função quadrática e este fenômeno mais especificamente.

Diante do conhecimento da situação-problema, cada dupla poderá traçar um mapa conceitual, sendo que são fornecidos os conceitos relativos ao procedimento de decolagem, que serão preenchidos de acordo com a escolha de cada dupla de estudantes.

A TAREFA 4 consiste dos estudantes elaborarem os seus mapas conceituais, relativos a situação-problema da decolagem de uma aeronave, em que seu enunciado consta da página seguinte:

TAREFA 4

Aplicação: Estudantes distribuídos em duplas.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 6 e os conceitos 7 e 8, que serão de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

- | | |
|----------------------------------|--------------------------|
| 1. Velocidade no início da pista | 5. Decolagem |
| 2. Posição | 6. Tempo para decolagem |
| 3. Aceleração | 7. _____ (a sua escolha) |
| 4. Velocidade no final da pista | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



Antes de iniciar a tarefa, o(a) professor(a) pode esclarecer alguma dúvida pendente, no que se refere aos conceitos físicos envolvidos no processo de decolagem. Nesta tarefa os conceitos relativos ao aspecto cinemático da função quadrática serão abordados, tendo como referência a função de posição em relação ao tempo de um determinado objeto em movimento.

A TAREFA 5 consiste dos estudantes começarem a trabalhar com os elementos matemáticos, no caso em questão da função quadrática, na tentativa de conhecer os conceitos inerentes ao assunto. Trata-se da fase de Matematização:

TAREFA 5

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questões:

1. Existem semelhanças entre as três funções abaixo relacionadas? Se existem, quais são? Se não existem, por quê?

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$g(x) = 3x^2 + 4x + 2$$

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + S_0$$

Resp.: _____

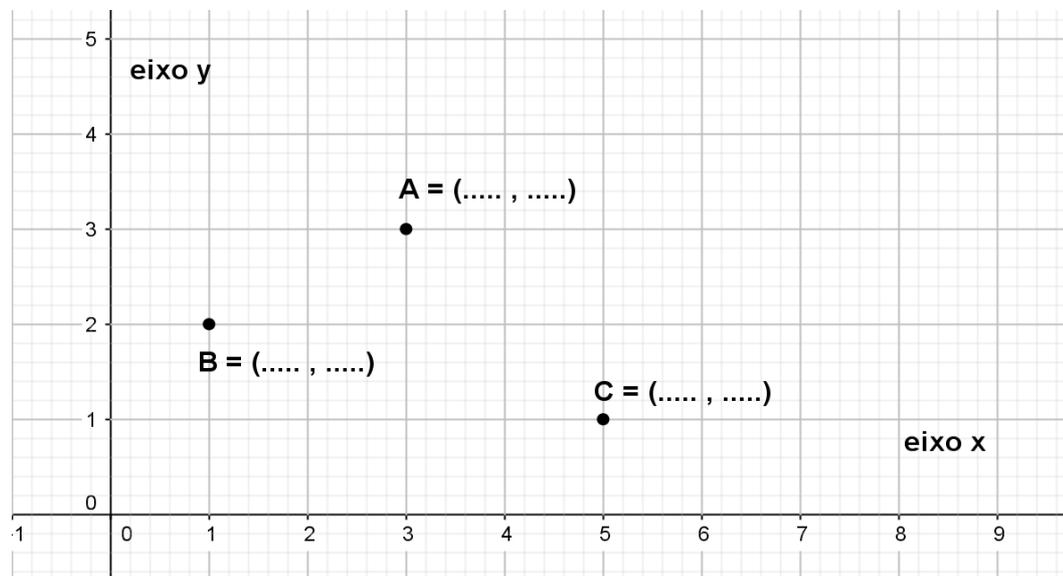
TAREFA 5 (Decolagem – Continuação).

2. Considerando a função $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + S_o$, existem variáveis que se relacionam a situação-problema? Se houver, quais são elas?

Resp.: _____

3. Preencher as coordenadas dos pontos A, B e C constantes da Figura 3 (ambiente lápis e papel):

Figura 3: Plano cartesiano.

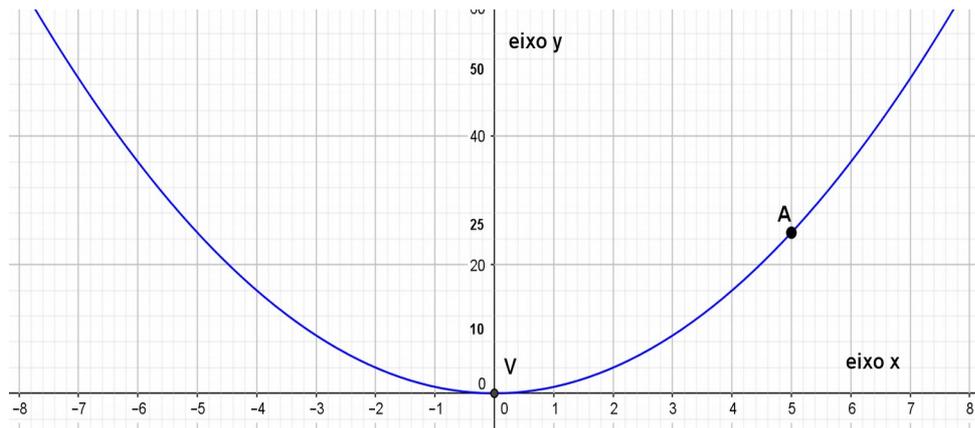


Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

4. Observar a representação gráfica na Figura 4 (ambiente lápis e papel), as informações do anexo e responder:

TAREFA 5 (Decolagem – Continuação).

Figura 4: Parábola no plano cartesiano (i).



Fonte: Elaborada pelo autor, 2018.

a) Qual tipo de função é representada por uma parábola?

Resp.: _____

b) Qual a sua concavidade?

Resp.: _____

c) Quais as coordenadas do ponto A?

Resp.: _____

d) Quais as coordenadas do seu vértice?

Resp.: _____

TAREFA 5 (Decolagem – Continuação).

5. Considerando a função $f(x) = x^2 + x + 1$, responder:

a) Quais os valores da variável $f(x)$ para que a variável x seja 0 e 1?

Resp.: _____

b) Qual o domínio e a imagem desta função?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.

Diante do conhecimento relacionado à função quadrática, a TAREFA 6 consiste dos estudantes elaborarem os seus mapas conceituais, tentando estabelecer a relação entre a situação-problema da decolagem e a função quadrática.

Ao elaborar o mapa conceitual, os grupos tentarão estabelecer as relações entre os conceitos de áreas distintas, observando-se que haverá, no mínimo, dois conceitos inclusores sendo um de cada área do conhecimento. O seu enunciado consta da página seguinte:

TAREFA 6

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), traçar um mapa dos conceitos relacionados a função quadrática e ao procedimento de decolagem, verificando a possibilidade, ou não, de relação entre eles.

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



Antes da realização desta tarefa, que envolve mapas conceituais, sugere-se que o(a) professor(a) faça uma recapitulação dos conceitos relativos a função quadrática e dos conceitos relacionados ao procedimento de decolagem, vistos em sala de aula.

A TAREFA 7 consiste dos estudantes, diante da situação-problema relacionada a decolagem (vide TAREFA 3), buscarem os modelos matemáticos que resolvam as questões inerentes ao fenômeno aviônico proposto. Trata-se da fase de Resolução, que terá o suporte do *software* matemático GeoGebra:

TAREFA 7

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Suporte: Utilizar o aplicativo disponível no *link* < <https://ggbm.at/vfyJBs2Y> >

Questões:

1. Configurar o valor da aceleração, da velocidade inicial e da posição inicial da aeronave.

Resp.: _____

2. Qual o tipo de gráfico e qual o tipo de função?

Resp.: _____

TAREFA 7 (Decolagem – Continuação)._____

3. Qual o vértice V da função? O que isso significa para distância percorrida, tempo e velocidade da aeronave?

Resp.: _____

4. Quais são os parâmetros da função?

Resp.: _____

5. Qual o domínio e imagem da função, considerando o tempo de decolagem (dado da situação-problema)? (Deslocar o ponto A)

Resp.: _____

6. Se naquele dia a velocidade inicial da aeronave fosse 5m/s, mantendo-se a posição inicial e aceleração, qual seria a imagem dessa função para o tempo de 15s? (Deslocar o ponto A)

Resp.: _____

7. Se a posição inicial para decolagem é alterada para 50m, além da origem da pista, com a velocidade de 5m/s, mantendo-se a aceleração, qual a imagem desta função para o início da contagem do tempo? (Deslocar o ponto A)

Resp.: _____

8. Diante do que foi exposto, você encontra alguma relação da função quadrática com a decolagem dos aviões?

() SIM () NÃO

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



Nesta fase, os estudantes começam a trabalhar com a função quadrática, por intermédio do aplicativo desenvolvido no GeoGebra, sendo possível efetuar simulações solicitadas nas questões apresentadas na tarefa. Durante a utilização do modelo matemático, lembrar que na função de posição em relação ao tempo o parâmetro “a” é a metade da aceleração da aeronave, conforme já especificado na décima primeira recomendação que consta do capítulo 1 deste produto educacional.

É possível trabalhar, também, a Fase de Interpretação de resultados e Validação, por parte dos envolvidos, uma vez que os estudantes buscam no professor, na condição de mediador, as respostas às dúvidas que porventura possam haver em sala de aula e, consequentemente, o professor poder validar os modelos matemáticos apresentados.

CAPÍTULO 3 – ATIVIDADE DE POUSO DE AERONAVE

Esta atividade consiste em esclarecer aos estudantes as possíveis relações existentes entre o fenômeno do pouso de uma aeronave e a função quadrática. Na TAREFA 1, o(a) professor(a) pode verificar o conhecimento dos estudantes, relativo a este tipo de função:

TAREFA 1

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 20 minutos.

Questões:

1. O que entende por função quadrática?

Resp.: _____

2. Qual a representação gráfica da função quadrática?

Resp.: _____

3. Na representação algébrica da função quadrática, qual o sinal do parâmetro que define a concavidade voltada para cima, ou para baixo, na sua representação gráfica?

Resp.: _____

4. Você encontra relação da função quadrática com alguma outra área do conhecimento?

Qual? Por quê?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



Após a verificação do conhecimento dos alunos sobre função quadrática e da exposição dos conceitos relativos a este tipo de função, pelo(a) professor(a) aos alunos, sugere-se a leitura do exemplo de mapa conceitual (Figura 1), visando a realização da TAREFA 2, cujo enunciado está na página seguinte:

TAREFA 2

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 7 e o conceito 8, que será de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1. Parâmetros | 5. Representação Gráfica |
| 2. Vértice | 6. Concavidade para cima |
| 3. Parábola | 7. Função quadrática |
| 4. Concavidade para baixo | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:

A TAREFA 3 consiste dos estudantes terem o primeiro contato com o pouso de uma aeronave, iniciando-se a fase de Inteiração, de acordo com Almeida (2013) no que se refere à modelagem matemática:

TAREFA 3

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Situação-problema:

A aceleração seria uma variável que interfere no procedimento de pouso de uma aeronave? Podemos exemplificar a situação-problema com um avião, modelo Tucano (Figura 2), que por seus próprios meios, pousa num aeroporto qualquer ao tocar a cabeceira da pista com velocidade de estol, percorre a distância necessária durante um intervalo de tempo até atingir o repouso.

Lembrando que a velocidade de estol é a velocidade mínima que uma aeronave deve ter para se manter em equilíbrio, temos os seguintes dados da aeronave: a aceleração em módulo tem o valor de $1,6 \text{ m/s}^2$; e a velocidade de estol aproximada é de 40 m/s .

Responder as seguintes questões:

1. Já observou o pouso de uma aeronave? Na sua opinião, o que seria o pouso de uma aeronave?

Resp.: _____

2. As condições meteorológicas (ou climáticas) têm alguma relação com o pouso de uma aeronave? Por quê?

Resp.: _____

TAREFA 3 (Pouso – Continuação).

3. O que entendeu dos “dados” fornecidos na situação-problema?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



É importante que os estudantes conheçam o tema sobre o pouso de uma aeronave, lembrando que quando este tipo de procedimento acontece, o avião entra num processo de “desaceleração” para que o pouso seja possível numa pista com dimensão limitada.

Após o contato com a situação-problema, os estudantes poderão traçar o mapa conceitual sobre o assunto, sendo que são fornecidos alguns conceitos relativos ao procedimento de pouso de uma aeronave, numa determinada pista, e se espera que as duplas possam disponibilizá-los de acordo com as respectivas escolhas, na realização da TAREFA 4 cujo enunciado consta da página seguinte:

TAREFA 4

Aplicação: Estudantes distribuídos em duplas.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 6 e os conceitos 7 e 8, que serão de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------|
| 1. Velocidade no final da pista | 5. Tempo |
| 2. Posição | 6. Pouso |
| 3. Aceleração | 7. _____ (a sua escolha) |
| 4. Velocidade de estol | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



O(A) professor(a) pode esclarecer alguma dúvida pendente, antes de iniciar a tarefa, no que se refere aos conceitos físicos envolvendo procedimento de pouso, lembrando que nesta tarefa os conceitos relativos ao aspecto cinemático da função quadrática serão abordados, visando a aprendizagem significativa dos estudantes.

A TAREFA 5 consiste dos estudantes começarem a trabalhar com o conteúdo matemático sobre a função quadrática, iniciando-se a fase de Matematização do processo de modelagem matemática:

TAREFA 5

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questões:

1. Existem semelhanças entre as duas funções abaixo relacionadas? Se existem, quais são?

Se não existem, por quê?

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + S_o$$

Resp.: _____

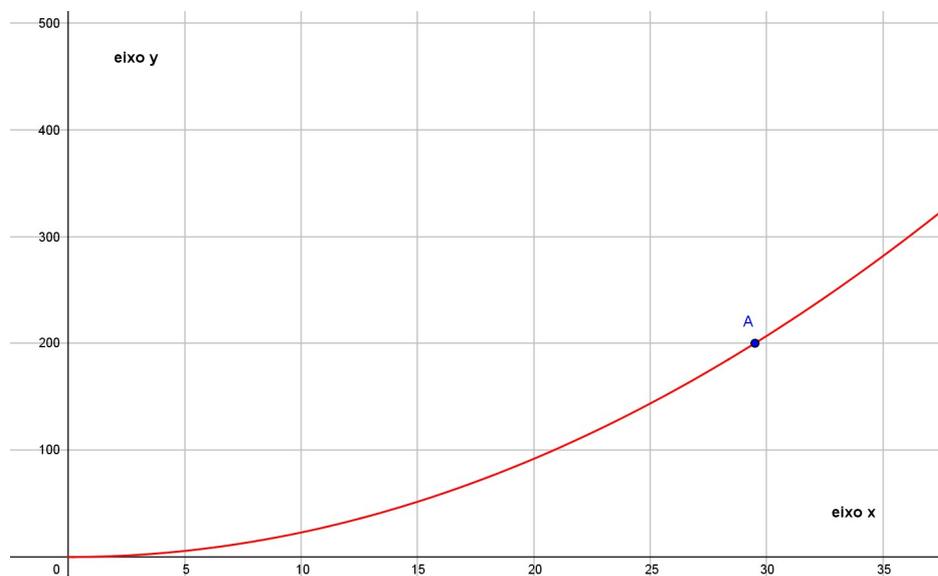
TAREFA 5 (Pouso – Continuação).

2. Considerando a função $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + S_o$, existem variáveis que se relacionam a situação-problema? Se houver, quais são elas?

Resp.: _____

3. Observar a representação gráfica da função, na Figura 5 (ambiente lápis e papel), e responder:

Figura 5 – Parábola no plano cartesiano (ii).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

a) Qual tipo de função é representada por uma parábola?

Resp.: _____

TAREFA 5 (Pouso – Continuação).

b) Qual a sua concavidade?

Resp.: _____

c) Quais as coordenadas (aproximadas) do ponto A?

Resp.: _____

d) Quais as coordenadas do seu vértice?

Resp.: _____

e) Qual o ponto de mínimo da representação gráfica? O que isso significa?

Resp.: _____

f) Considerando o intervalo de $x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 20$, qual o domínio e a imagem (aproximada) desta função?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.

Diante do conhecimento relacionado à função quadrática, a TAREFA 6 consiste dos estudantes elaborarem os seus mapas conceituais, tentando estabelecer a relação entre os conceitos relativos ao pouso de uma aeronave e a própria função quadrática. O seu enunciado está na página seguinte:

TAREFA 6

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), traçar um mapa dos conceitos relacionados a função quadrática e do procedimento de pouso, verificando a possibilidade, ou não, de relação entre eles.

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



Antes da realização da tarefa, sugere-se que o(a) professor(a) faça uma recapitulação dos conceitos relativos a função quadrática e dos conceitos do procedimento de pouso. Temos a forma geral da função quadrática e a função de posição em relação ao tempo, as quais podem ser detalhadas para os estudantes em sala de aula, onde é possível abordar as suas especificidades.

A TAREFA 7 consiste dos estudantes, diante da situação-problema relacionada ao pouso de uma aeronave (vide TAREFA 3), buscarem os modelos matemáticos que resolvam as questões inerentes ao fenômeno aviônico proposto. Nesta fase de Resolução, esses estudantes terão o suporte do *software* matemático GeoGebra:

TAREFA 7

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Suporte: Utilizar o aplicativo disponível no *link* < <https://ggbm.at/h5pSku5M> >

Questões:

1. Configurar o valor da aceleração, da velocidade inicial e da posição inicial da aeronave.

Resp.: _____

2. Qual a sua representação gráfica e qual o tipo de função?

Resp.: _____

TAREFA 7 (Pouso – Continuação).

3. Qual o ponto de máximo desta representação gráfica? (Deslocar A)

Resp.: _____

4. Se o comprimento da pista disponível deste aeroporto é de 400m, este pouso seria seguro?

Por quê?

Resp.: _____

5. Qual o domínio e imagem da função, até o momento de repouso da aeronave?

Resp.: _____

6. Qual o vértice V da função? O que isso significa para posição e tempo da aeronave?

Resp.: _____

7. Quais são os parâmetros desta função?

Resp.: _____

8. Se a posição que a aeronave toca a pista, ao pousar, seja 100m além da sua cabeceira (origem da pista), de quantos metros a aeronave precisaria para efetuar um pouso seguro?

Resp.: _____

9. Considerando as informações da questão 8, qual o ponto de menor valor da imagem desta função? E quais são os seus parâmetros?

TAREFA 7 (Pouso – Continuação).

Resp.: _____

10. Diante do que foi exposto, você encontra alguma relação da função quadrática com o pouso dos aviões?

() SIM () NÃO

As questões abertas proporcionam a exploração dos mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



Neste suporte da tecnologia de informação, para compreensão da função quadrática, é possível efetuar as simulações. Lembrar que na função de posição em relação ao tempo o parâmetro “a” é a metade da variável aceleração da aeronave, conforme já especificado na décima primeira recomendação que consta do capítulo 1 deste produto educacional, além de estar num processo de “desaceleração” quando do seu procedimento de pouso.

Por intermédio das questões, o(a) professor(a) e os estudantes estão envolvidos na fase de Interpretação de resultados e Validação, na uma vez que esses últimos buscam orientações para sanar as dúvidas existentes e, conseqüentemente, viabilizar que o(a) professor(a) possa validar os modelos matemáticos apresentados em sala de aula.

CAPÍTULO 4 – ATIVIDADE DE SUSTENTAÇÃO DE AERONAVE

Esta atividade permite que os estudantes conheçam as relações existentes entre o fenômeno de sustentação e a função quadrática. Este tipo de fenômeno ocorre quando uma aeronave tem a capacidade de se manter em equilíbrio durante o voo e ao iniciar a atividade, temos a TAREFA 1, em que o(a) professor(a) pode verificar o conhecimento dos estudantes, no que se refere a função quadrática:

TAREFA 1

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 20 minutos.

Questões:

1. O que entende por função quadrática?

Resp.: _____

2. Na representação algébrica da função quadrática, qual o sinal do parâmetro que define a concavidade voltada para cima, ou para baixo, na sua representação gráfica?

Resp.: _____

3. Você encontra relação da função quadrática com alguma outra área do conhecimento? Se sim, qual e por quê? Se não, por quê?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



Após a verificação do conhecimento dos alunos sobre função quadrática e da exposição dos conceitos sobre este tipo de função, pelo(a) professor(a) aos alunos, sugere-se a leitura do exemplo de mapa conceitual (Figura 1).

A TAREFA 2 consiste dos estudantes traçarem os mapas conceituais relativos a função quadrática, sugerindo-se, primeiramente, que efetuem a leitura do exemplo de mapa conceitual. O seu enunciado está na página seguinte:

TAREFA 2

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 6 e os conceitos 7 e 8, que serão de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

- | | |
|------------------|--------------------------|
| 1. Parábola | 5. Função quadrática |
| 2. Vértice | 6. Parâmetros |
| 3. Concavidade | 7. _____ (a sua escolha) |
| 4. Fórmula geral | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:

A TAREFA 3 consiste dos estudantes terem o primeiro contato com a situação-problema, que envolve o fenômeno de sustentação de uma aeronave, iniciando-se a fase de Inteiração do processo de modelagem matemática:

TAREFA 3

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Situação-problema:

Por que um avião se mantém em voo? Podemos exemplificar com uma aeronave do tipo A-320 Airbus (Figura 6), que está voando em sua velocidade de cruzeiro, que é a ideal para se manter a grandes altitudes, em linha reta e estável.

Figura 6 – Aeronave “Airbus”.



Fonte: <https://www.planespotters.net/photo/606055/f-wwba-airbus-industrie-airbus-a320-111>

As forças da natureza atuam sobre essa aeronave, sendo que uma delas é a força peso, que empurra essa aeronave para baixo e, em contrapartida, existe aquela que se opõe ao peso,

TAREFA 3 (Sustentação – Continuação).

denominada “força de sustentação”. Uma das razões da aeronave se manter voando é devido ao equilíbrio dessas forças.

No mesmo exemplo, considerar que o A-320 Airbus voa com um determinado ângulo de ataque (elevação do avião em relação à horizontal); este ângulo gera um coeficiente de sustentação que afeta o movimento da aeronave; tem o ar que o cerca; e tem suas asas que possuem uma determinada superfície.

Para realização da atividade, considerar que a aeronave diminui a sua velocidade (v), para “um terço da velocidade de cruzeiro (v_c)”, proporcionando a sua possível instabilidade. Considerar, ainda, que a densidade do ar (d) é $1,2 \text{ kg/m}^3$; a superfície da asa da aeronave (S) é 123 m^2 ; o coeficiente de sustentação (r) é $0,32$; a velocidade de cruzeiro (v_c) do A-320 Airbus é de 236 m/s ; e o seu peso é de 630000N .

Discutir as questões e responder:

1. A velocidade de uma aeronave influencia em sua permanência no ar? Por quê?

Resp.: _____

2. As asas de uma aeronave influenciam em sua permanência no ar? Por quê?

Resp.: _____

3. O que entendeu dos “dados” fornecidos na situação-problema?

Resp.: _____



A participação do(a) professor(a) é importante para que não haja dúvidas, principalmente sobre o conteúdo matemático que está sendo desenvolvido. Os estudantes têm a oportunidade de conhecer melhor o fenômeno de sustentação de uma aeronave, lembrando que para se manter em equilíbrio durante o voo, a resultante das forças atuantes no avião tem que ser nula.

Uma vez que houve o primeiro contato com o fenômeno de sustentação, os estudantes terão a oportunidade de trabalhar com os conceitos relativos ao assunto, sendo que o enunciado da TAREFA 4 está na página seguinte:

TAREFA 4

Aplicação: Estudantes distribuídos em duplas.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 4 e os conceitos 5 e 6, que serão de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

1. Velocidade

2. Asas do avião

3. Sustentação

4. Ar atmosférico

5. _____ (a sua escolha)

6. _____ (a sua escolha)

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



O(A) professor(a) pode esclarecer alguma dúvida pendente, antes de iniciar a tarefa, no que se refere aos elementos físicos envolvendo procedimento de sustentação. Nesta tarefa, os conceitos das forças físicas envolvidas neste tipo de procedimento serão abordados, lembrando que essas forças são regidas pela função de sustentação em relação à velocidade de uma aeronave.

A TAREFA 5 consiste dos estudantes começarem a trabalhar com os elementos matemáticos, dando início a fase de Matematização do processo de modelagem matemática. Nesta fase, será abordada com detalhes a função quadrática e permitirá a esses estudantes conhecerem, por exemplo, a sua forma geral e respectiva representação gráfica, dentre outras informações igualmente importantes:

TAREFA 5

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questões:

1. Existem semelhanças entre as três funções abaixo relacionadas? Se existem, quais são? Se não existem, por quê?

$$f(x) = ax^2$$

$$g(x) = 3x^2$$

$$L(v) = \frac{1}{2}r \cdot S \cdot d \cdot v^2$$

TAREFA 5 (Sustentação – Continuação). _____

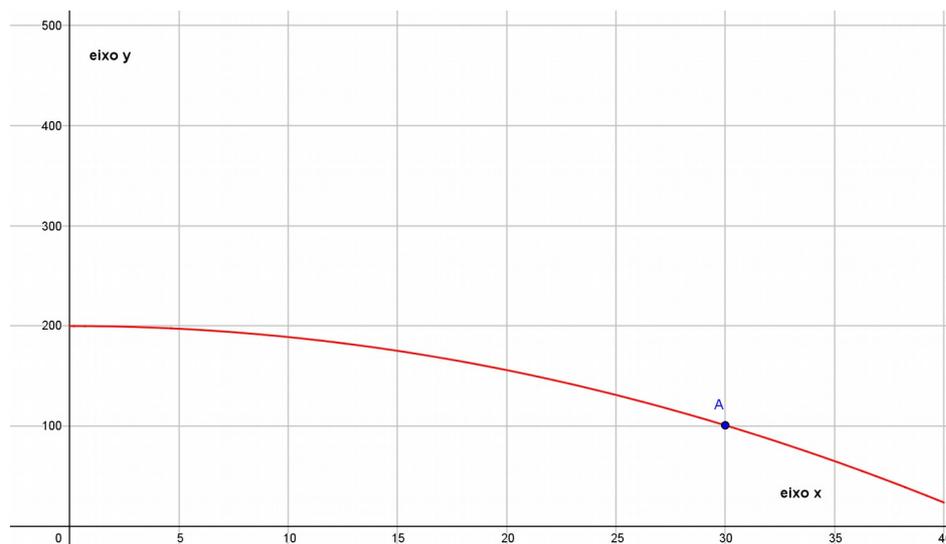
Resp.: _____

2. Considerando a função $L(v) = \frac{1}{2}r \cdot S \cdot d \cdot v^2$, existem variáveis que se relacionam a situação-problema? Se houver, quais são elas?

Resp.: _____

3. Observar a representação gráfica da Figura 7 (ambiente lápis e papel) da função, as informações do anexo e responder:

Figura 7 – Parábola no plano cartesiano (iii).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

TAREFA 5 (Sustentação – Continuação). _____

a) O gráfico apresentado na figura 7 representa que tipo de função?

Resp.: _____

b) Qual a concavidade da função representada na Figura 7?

Resp.: _____

c) Quais as coordenadas do ponto A?

Resp.: _____

d) Qual o ponto de máximo da função? O que isso significa?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.

A TAREFA 6 consiste dos estudantes traçarem os mapas conceituais, tentando estabelecer a relação entre os conceitos relacionados ao fenômeno de sustentação e a função quadrática. O seu enunciado é o que consta da página seguinte:

TAREFA 6

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), traçar um mapa dos conceitos relacionados a função quadrática e ao fenômeno de sustentação de uma aeronave, verificando a possibilidade, ou não, de relação entre eles.

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



Antes da realização da tarefa, sugere-se que o(a) professor(a) faça uma recapitulação dos conceitos relativos a função quadrática e ao fenômeno de sustentação, abordando as condições em que acontece este tipo de fenômeno, as condições em que pode ocorrer a sua perda e respectivas consequências, além das variáveis físicas envolvidas no processo.

A TAREFA 7 consiste dos estudantes, diante da situação-problema relacionada à sustentação de uma aeronave (vide TAREFA 3), buscarem os modelos matemáticos que resolvam as questões inerentes ao fenômeno aviônico mencionado. Trata-se da fase de Resolução, que terá o suporte do *software* matemático GeoGebra:

TAREFA 7

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Suporte: Utilizar o aplicativo disponível no *link* < <https://ggbm.at/SbuWWFrX> >

Questões:

1. Configurar a sustentação (L) em função da velocidade da aeronave (v). Qual a representação gráfica apresentada?

Resp.: _____

2. Qual a função da sustentação em relação a velocidade da aeronave?

Resp.: _____

3. Quais os valores dos parâmetros dessa função?

TAREFA 7 (Sustentação – Continuação)._____

Resp.: _____

4. Existe concavidade na representação gráfica? Se existe, é voltada para baixo ou para cima? Por quê?

Resp.: _____

5. Qual o vértice V da função?

Resp.: _____

6. Se a variável independente é de 100 m/s, qual o valor aproximado da função aplicada neste ponto?

Resp.: _____

7. Nesta velocidade, que corresponde a 100 m/s, a aeronave irá se manter voando ou perderá a sustentação, tendo como consequência a sua queda? Por quê?

Resp.: _____

8. Qual o ponto de mínimo desta função? O que isso significa?

Resp.: _____

9. Diante do que foi exposto, você encontra alguma relação entre a função quadrática e a sustentação de um avião?

 SIM NÃO

As questões abertas proporcionam a exploração dos mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



A configuração das variáveis envolvidas no processo é importante porque ao selecionar os valores na interface do aplicativo, automaticamente, os estudantes já estão buscando o modelo matemático para resolver a situação-problema. Nesta configuração, lançar “estritamente” os valores constantes dos dados da situação-problema (vide TAREFA 3) e lembrar que a aeronave voa a um terço de sua velocidade de cruzeiro (v_c).

A Fase de Interpretação de resultados e Validação ocorre por parte dos envolvidos, uma vez que os estudantes efetuam simulações com o suporte do *software* matemático GeoGebra, desenvolvem o conteúdo matemático proposto nas questões, procuram sanar as dúvidas existentes e, desta forma, é possível a validação dos modelos matemáticos pelo(a) professor(a).

CAPÍTULO 5 – ATIVIDADE DO LANÇAMENTO HORIZONTAL

Esta atividade consiste em oferecer aos estudantes a oportunidade de interagir com o lançamento horizontal de objetos, provenientes de aeronaves em voo, sendo que este tipo de procedimento pode envolver, por exemplo, ações de assistência a pessoas que estejam em locais longínquos e de difícil acesso. Este tipo de lançamento tem que ser preciso, para que o alvo seja atingido e a atividade envolve as possíveis relações com a função quadrática. Desta forma, a TAREFA 1 consiste de saber o conhecimento dos estudantes sobre esta função:

TAREFA 1

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 20 minutos.

Questões:

1. O que entende por função quadrática?

Resp.: _____

2. Qual a representação algébrica de uma função quadrática?

Resp.: _____

3. Qual a representação gráfica da função quadrática?

Resp.: _____

4. Você encontra relação entre a função quadrática e outra área do conhecimento? Por quê?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



Após a verificação do conhecimento dos alunos sobre função quadrática, além da aula sobre o assunto por parte do(a) professor(a), sugere-se a leitura do exemplo de mapa conceitual (Figura 1), visando a realização da TAREFA 2, cujo enunciado está na página seguinte:

TAREFA 2

Aplicação: Estudantes distribuídos na forma individual.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 7 e o conceito 8, que será de sua escolha, dentro do aprendizado em sala de aula:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| 1. Parâmetros | 5. Representação Gráfica |
| 2. Vértice | 6. Concavidade para cima |
| 3. Parábola | 7. Função quadrática |
| 4. Concavidade para baixo | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:

Na TAREFA 3 os estudantes têm o primeiro contato com a situação-problema, o lançamento horizontal de artefato proveniente de aeronave, onde começam a fase de Inteiração, de acordo com Almeida (2013), no que se refere à modelagem matemática:

TAREFA 3

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Situação-problema:

Uma aeronave do tipo AMX (Figura 8) se aproxima de uma área, a uma velocidade de 800 km/h e efetua o lançamento de um artefato que não tem motor próprio, estando a uma altura de 180m e visa atingir um determinado alvo.

Figura 8 – Aeronave AMX.



Fonte: < <https://www.google.com.br/search?q=imagem+do+ca>

%C3%A7a+amx&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=2ahUKEwjrqMOxyPjaAhUBzIMKHSUPD64Q7Al6BAgAEEc&biw=1366&bih=588#imgcr=kCr6a38jUgpGaM: >

TAREFA 3 (Lançamento Horizontal – Continuação).

No “lançamento horizontal”, um objeto adquire movimento ao ser lançado com ângulo nulo. Na realidade, ocorrem dois movimentos simultâneos pelo artefato: da queda livre (na vertical) e do movimento horizontal.

O movimento de queda livre é classificado como movimento uniformemente variado (MUV), sendo que o objeto, ao cair de uma determinada altura, adquire velocidade com o passar do tempo e sofre a ação constante da gravidade.

Concomitante ao movimento vertical, ocorre o movimento horizontal pelo objeto, classificado como movimento uniforme (MU).

Na sua opinião:

1. Se você está num passeio na praia e observa o lançamento de determinado objeto de um avião, que tipo de trajetória este objeto adquire, ao cair, quando deixa a aeronave em movimento?

Resp.: _____

2. No lançamento de determinada carga de um avião em voo, o piloto pretende atingir um alvo que se encontra no solo. Para que ele obtenha sucesso, deve lançar esta carga antes ou depois de sobrevoar esse alvo? Por quê?

Resp.: _____

3. O que entendeu dos “dados” fornecidos na situação-problema?

Resp.: _____

TAREFA 3 (Lançamento Horizontal – Continuação).

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



Nesta tarefa, os estudantes têm o contato com o lançamento horizontal, salientando-se que um objeto ao ser lançado em voo adquire dois tipos de movimento simultâneos – o horizontal e o vertical. Este trabalho tem como foco estudar o movimento da componente vertical, sendo que a sua velocidade aumenta, gradativamente, com o decorrer do tempo.

Após os estudantes estabelecerem o contato com a situação-problema, relacionada ao lançamento horizontal, os estudantes poderão elaborar os seus mapas conceituais, sendo que são fornecidos alguns conceitos relativos ao lançamento horizontal proveniente de aeronave, na realização da TAREFA 4, cujo enunciado consta da página seguinte:

TAREFA 4

Aplicação: Estudantes distribuídos em duplas.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), verificar a possibilidade de relação entre os conceitos abaixo, salientando-se a necessidade de constar os conceitos relacionados de 1 a 6 e os conceitos 7 e 8, que serão de sua escolha:

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1. Altura de lançamento | 5. Representação gráfica |
| 2. Velocidade | 6. Representação algébrica |
| 3. Lançamento horizontal | 7. _____ (a sua escolha) |
| 4. Movimento variado | 8. _____ (a sua escolha) |

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



O (A) professor(a) pode esclarecer as dúvidas dos estudantes, relativas às variáveis físicas no contexto deste tipo de lançamento, principalmente aquelas relacionadas a componente vertical do movimento executado pelo objeto, representado por uma função de posição que varia em relação ao tempo.

A TAREFA 5 consiste dos estudantes começarem a trabalhar com o conteúdo matemático de função quadrática, iniciando-se a fase de Matematização do processo de modelagem matemática, de acordo com as concepções de Almeida (2013):

TAREFA 5

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questões:

1. Existem semelhanças entre as três funções abaixo relacionadas? Se existem, quais são? Se não existem, por quê?

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$g(x) = x^2 + 2x + 5$$

$$h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_o t + h_o$$

Resp.: _____

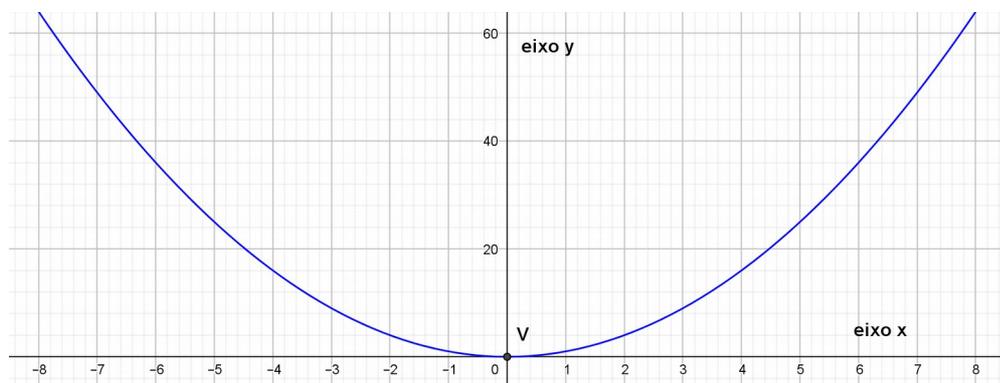
TAREFA 5 (Lançamento Horizontal – Continuação).

2. Considerando a função $h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_o t + h_o$, existem variáveis que se relacionam a situação-problema? Se houver, quais são elas?

Resp.: _____

3. Observar a representação gráfica da função, na Figura 9 (ambiente lápis e papel), e responder:

Figura 9 – Parábola no plano cartesiano (iv).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

a) Qual o tipo de função ilustrada na Figura 9?

Resp.: _____

b) Qual a sua representação gráfica?

Resp.: _____

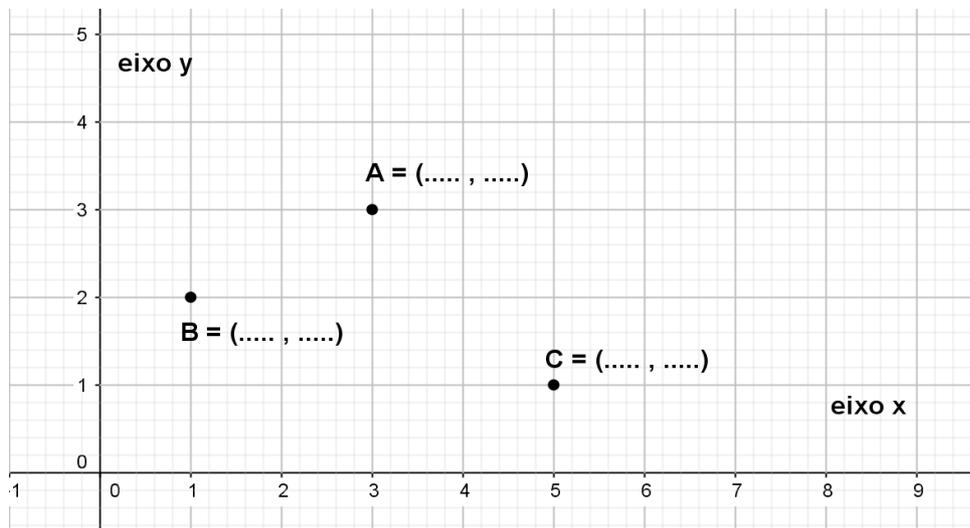
c) Qual a concavidade desta representação gráfica?

TAREFA 5 (Lançamento Horizontal – Continuação).

Resp.: _____

4. Preencher as coordenadas dos pontos A, B e C constantes da Figura 10 (ambiente lápis e papel):

Figura 10 – Pontos no Plano cartesiano.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2018.

5. Considerando a função $h(t) = \frac{1}{2}gt^2 + V_o t + h_o$, se $g = 10$, qual o valor do parâmetro a ?

Resp.: _____

As questões são abertas para que seja possível explorar os mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.

Diante do conhecimento relacionado à fase de matematização, a TAREFA 6 consiste dos estudantes elaborarem os seus mapas conceituais, tentando estabelecer a relação entre os conceitos do lançamento horizontal e da função quadrática. O seu enunciado é o seguinte:



TAREFA 6

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Questão: Considerando o exemplo apresentado (Figura 1), estabelecer as relações entre os conceitos relacionados a função quadrática, ao lançamento horizontal de um artefato proveniente de aeronave em voo e a possibilidade, ou não, de relação entre eles.

Justificativa sobre os conceitos acima relacionados:



Antes da realização da tarefa, sugere-se que o(a) professor(a) faça uma recapitulação dos conceitos relativos a função quadrática e dos conceitos relacionados ao lançamento horizontal, tendo como foco deste último as variáveis envolvendo a componente vertical do movimento do objeto lançado, de acordo com a situação-problema.

A TAREFA 7 consiste dos estudantes, diante da situação-problema relacionada ao lançamento horizontal de artefato de aeronave em voo (vide TAREFA 3), buscarem os modelos matemáticos que resolvam as questões inerentes ao fenômeno aviônico mencionado. Nesta fase de Resolução, esses estudantes terão o suporte do *software* matemático GeoGebra:

TAREFA 7

Aplicação: Estudantes distribuídos em grupos de três integrantes.

Duração: 50 minutos.

Suporte: Utilizar o aplicativo disponível no *link* < <https://ggbm.at/J9DdJ5JD> >

Questões:

Considerando a aeronave como sendo o referencial do lançamento do artefato e o seu movimento na vertical, em relação ao eixo y, responder:

1. Configurar as variáveis aceleração, velocidade inicial e posição inicial, registrando-se os seus valores.

Resp.: _____

2. Qual a função que representa o movimento do artefato, em relação ao tempo de queda?

TAREFA 7 (Lançamento Horizontal – Continuação). _____

Resp.: _____

3. Qual a representação gráfica da função?

Resp.: _____

4. Qual o seu tipo de concavidade?

Resp.: _____

5. Qual a imagem da função para o intervalo de tempo (domínio da função) de 4,5 segundos?

Resp.: _____

6. Em quanto tempo, aproximadamente, o alvo é atingido?

Resp.: _____

7. Se a altura de lançamento do artefato for alterada para 150m, aproximadamente, qual o novo domínio da função?

Resp.: _____

8. Quais as coordenadas do vértice da representação gráfica? Seria um ponto de mínimo ou de máximo?

Resp.: _____

9. Diante do que foi exposto, você encontra alguma relação entre a função quadrática e o lançamento de artefato de uma aeronave?

 SIM NÃO

As questões abertas proporcionam a exploração dos mais diversos pontos de vista dos estudantes. Discutir as respostas.



O suporte da tecnologia de informação permite a realização de simulações, sendo que os estudantes passam a ter o foco na compreensão do processo, no estudo do movimento vertical do artefato em queda. O conceito de concavidade nesta tarefa é importante porque define qual o referencial adotado para busca sua(s) solução(ões), lembrando que na função de posição em relação ao tempo o parâmetro “a” corresponde à metade da aceleração da gravidade, atuante no objeto em queda, similar ao especificado na décima primeira recomendação que consta do capítulo 1 deste produto educacional.

Ocorre, ainda, a Fase de Interpretação de resultados e Validação, por parte dos envolvidos, sendo que a correta interpretação dos dados, gerados pelas simulações com o *software* matemático GeoGebra, permite levar o(a) professor(a) a validar a solução da situação-problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Produto Educacional é resultado de uma pesquisa de mestrado, que tem como foco o processo de aprendizagem de função quadrática aos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

A metodologia utilizada é a modelagem matemática, de acordo com as concepções de Almeida (2013) e a avaliação da aprendizagem significativa foi através da aplicação de mapas conceituais, de acordo com as concepções de Moreira (2010).

As atividades aqui desenvolvidas foram aplicadas a estudantes do Ensino Médio e estudantes de pós-graduação em Ensino de Matemática, realizadas em sala de aula como requisito de mestrado, apresentando resultados positivos, no que se refere aos processos de ensino e aprendizagem de função quadrática.

Essas atividades de modelagem matemática envolvem os fenômenos aviônicos e se espera que este caderno de atividades possa contribuir com os(as) professores(as) no processo de ensino do conteúdo deste tipo de função, possibilitando oferecer o devido suporte, como ferramenta pedagógica, e visando a aprendizagem significativa dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1ed. São Paulo, SP, 2013. Editora Contexto.

MOREIRA, Marco Antonio. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. 1ed., Centauro Editora, 2010, São Paulo, SP.

MOREIRA, Marco Antonio; MENDONÇA, Conceição A.S; SILVEIRA, Felipa P.R.A. **Mapa conceitual: um recurso didático para o ensino dos conceitos sobre sistema respiratório**. Programa internacional de doutorado em ensino de ciências da Universidade de Burgos/UFRGS, 2010. Disponível em:

< <http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiienpec/resumos/R1195-1.pdf> >. Acesso em 25 jun. 2017.