



**CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO**

**Proposta de atividades investigativas com alunos do ensino fundamental,
ênfatisando os conteúdos da álgebra**

Ludmila Maccali¹, Marli Teresinha Quartieri², Ieda Maria Giongo³

¹Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE –
Centro Universitário UNIVATES – ludmilamaccali@yahoo.com.br

²Doutora em Educação - Centro Universitário UNIVATES - igiongo@univates.br

³ Doutora em Educação - Centro Universitário UNIVATES – mtquartieri@univates.br

Finalidade: Este produto educacional descreve atividades envolvendo a Investigação Matemática e conteúdos da álgebra. Tais atividades podem ser realizadas com alunos do Ensino Fundamental, em especial do 7º e 9º anos.

Contextualização

O presente produto educacional apresenta atividades investigativas oriundas de uma pesquisa que teve como objetivo analisar as estratégias elaboradas por alunos do 7º e 9º anos ao realizarem atividades em grupo. Utilizou-se como aporte teórico estudos sobre a Investigação Matemática envolvendo concepções algébricas. As atividades foram desenvolvidas com estudantes de 7º e 9º anos do ensino fundamental de duas escolas parceiras do Programa Observatório da Educação, projeto “Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”, e conta com apoio financeiro da Capes.

No referido programa há participação de três mestrandas, quatro professoras da instituição, seis professores que representam as escolas parceiras do programa, bolsista de graduação e voluntários. Os participantes reúnem-se semanalmente com o intuito de elaborar e implementar propostas metodológicas e curriculares à luz de três tendências do ensino de Matemática: Investigação Matemática, Etnomatemática e Modelagem Matemática.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

As atividades aqui apresentadas foram elaboradas dando ênfase à Investigação Matemática. De acordo com Lamonato e Passos (2011), a uma Investigação associa-se a ideia de procurar, questionar, querer saber. O início de uma Investigação Matemática está associado à formulação de questões, que devem ser abertas, possibilitando assim aos estudantes formularem distintas estratégias e conjecturas acerca das atividades propostas. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 20):

Podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

Durante a realização de atividades de Investigação Matemática, salienta-se a importância do trabalho cooperativo. Assim, os estudantes podem socializar suas ideias e aprimorar seus conhecimentos. Nessa perspectiva, Ponte, Brocardo, Oliveira (2009, p. 30) preconizam:

A situação de trabalho em grupo potencializa o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos de autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto.

Para a realização das atividades Investigativas, ressalta-se a importância dos registros das estratégias e conjecturas formuladas pelos estudantes. “É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas ideias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009, p. 33).

Para abordar a Investigação Matemática, utilizou-se como conteúdo a álgebra, considerando as concepções de Usiskin (1995), conforme expresso no Quadro 1.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

Quadro 1 – Concepções resumidas conforme Usiskin

Concepção da álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Adaptado de (USISKIN, 1995, p. 20).

Objetivos

A prática pedagógica tem como objetivo socializar atividades de Investigação Matemática com foco nas concepções algébricas de Usiskin (1995), que podem ser exploradas com alunos do ensino fundamental.

Detalhamento

As atividades foram desenvolvidas em quatro turmas do Ensino Fundamental de duas escolas parceiras do Observatório da Educação, com o seguinte número de estudantes:

Quadro 2 – Número de alunos por turma

Turma	Escola A	Escola B
7º ano	18 alunos	22 alunos
9º ano	25 alunos	26 alunos

Fonte: Da autora 2017.

As atividades foram desenvolvidas em sete encontros com duração de 100 minutos cada. Para realização das atividades, solicitou-se aos estudantes que formassem grupos de acordo com a afinidade e, para cada grupo, entregava-se um roteiro de atividades. Assim, os alunos deveriam se organizar para que todos os integrantes participassem da discussão da tarefa. Solicitava-se que os educandos descrevessem detalhadamente todas as estratégias e

**CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO**

conjecturas evidenciadas e que, posteriormente à formulação dessas, apresentassem para a turma os resultados obtidos.

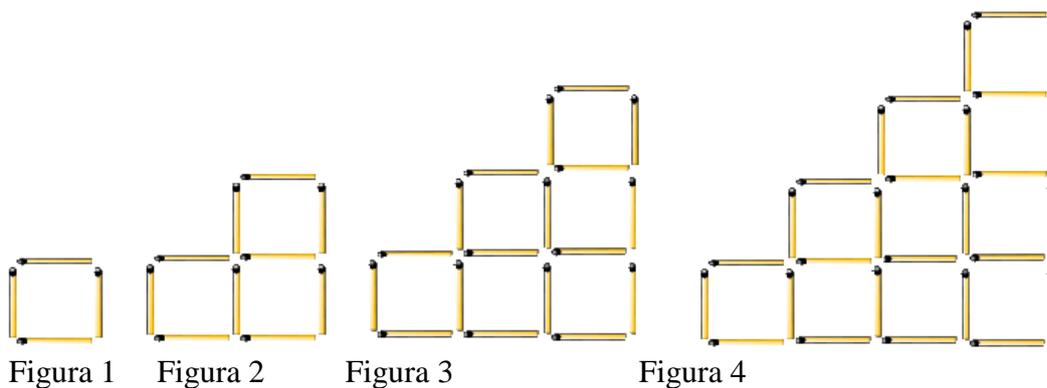
Ainda é pertinente destacar que, durante a realização das atividades propostas, o professor deve intervir somente como mediador, questionando os alunos e evitando apresentar qualquer resposta evidente. A seguir, apresentam-se os roteiros de atividades desenvolvidas com os estudantes.

Roteiro de atividades relacionado à concepção da álgebra como aritmética generalizada

Para a atividade 1 deste roteiro, o objetivo é observar as diferentes formações de seqüências de palitos e quadrados, além de descobrir estratégias para encontrar as próximas figuras de uma determinada seqüência. Como objetivo da segunda atividade tem-se conjecturar acerca de uma seqüência de figuras de quadrados. Já o objetivo da terceira atividade deste roteiro é propor estratégias para relacionar diferentes pares de seqüências.

Atividade 1:

Observar a seqüência:



- Existe alguma relação com o número de palitos utilizados ao longo da seqüência?
- Sem construir a próxima figura, escrever quantos palitos serão utilizados. Justificar.

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência?

Justificar.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explicar o porquê.

e) Pensando nesta atividade, o que significa sequência?

f) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Que estratégia foi utilizada para responder esta questão?

Atividade 2:

Observar a seguinte sequência de figuras:

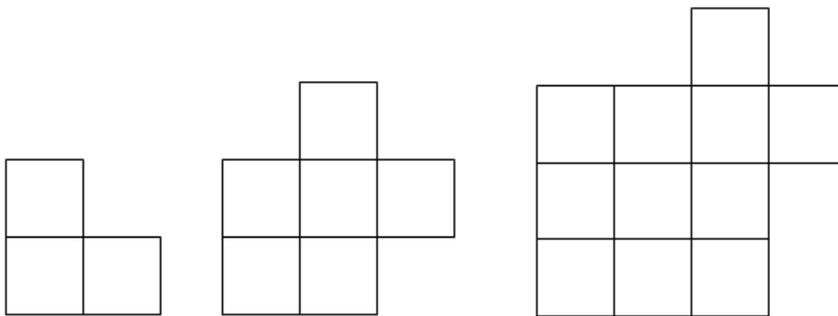


Figura 1

Figura 2

Figura 3

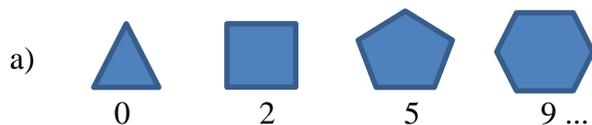
a) Desenhar a próxima figura da sequência.

b) Qual será a décima figura? Que estratégia foi utilizada para saber como é a figura?

c) Existe alguma relação entre o número de quadrados ao longo da sequência? Explique.

Atividade 3:

Encontrar relações entre cada par de sequências abaixo e indicar quais são os próximos termos de cada uma delas.





CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

- b) 1 8 27 125...
 1 4 9 25...
- c) 2 3 5 11...
 1 1 1 1...
- d) 1 2 3 4....
 10 100 1000 10000....
- e) 1 2 4 8...
 1 0,5 0,25 0,125....

Roteiro de atividade relacionado à concepção da Álgebra como estudo de relações entre grandezas

A primeira atividade deste roteiro tem como objetivo oportunizar a formulação de conjecturas acerca do significado de área e perímetro, tendo como referência diferentes figuras. A segunda atividade consiste em evidenciar que diferentes figuras podem ter mesmo valor de área e mesmo valor de perímetro. No que diz respeito à terceira atividade, o intuito é conjecturar a existência de distintos modos para calcular áreas de figuras como, triângulo, trapézios e losangos.

Atividade 1:

Utilizando os materiais disponibilizados (barbante, régua, quadrados de papel 1cm X 1cm), comprovar que os quadrados e retângulos possuem o valor da área e do perímetro especificado em cada item.

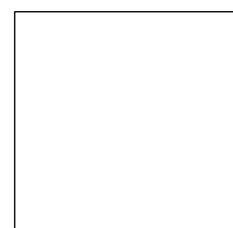
a) Área: 28 cm²

Perímetro: 22 cm



b) Área: 9 cm²

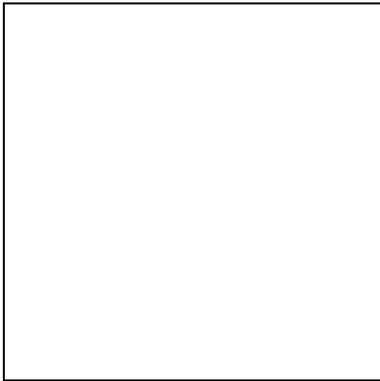
Perímetro: 12 cm





CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

c) Área: 25cm^2
Perímetro: 20cm



d) Área: 16cm^2
Perímetro: 20 cm



Depois da comprovação dos resultados acima, responder:

O que representa a área de uma figura?

O que representa o perímetro de uma figura?

Como poderíamos calcular a área de qualquer quadrado ou retângulo? E o perímetro?

Atividade 2

Construir figuras que satisfaçam os seguintes valores:

a) Área: 4 cm^2

Perímetro: 10 cm

b) Área: 12 cm^2

Perímetro: 16 cm

c) Área: 12 cm^2

Perímetro: 26 cm

d) Área: 8 cm^2

Perímetro: 12 cm

e) Área: 5cm^2

Perímetro: 12 cm

f) Área: 6cm^2



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

Perímetro: 12 cm

g) Área: 7 cm^2

Perímetro: 12 cm

h) Área: 7 cm^2

Perímetro: 14 cm

Responder:

O que o grupo observou ao construir cada figura?

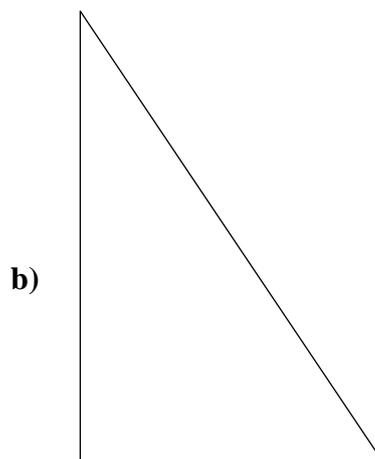
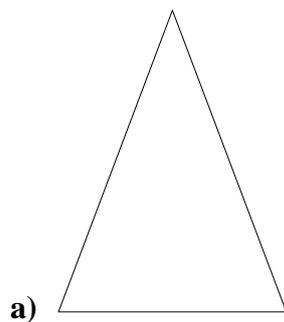
Que estratégia foi utilizada para desenhar as figuras?

Atividade 3:

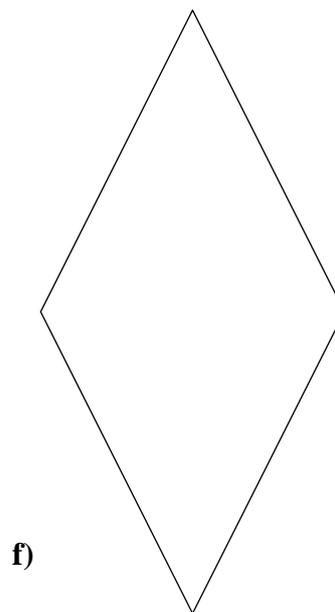
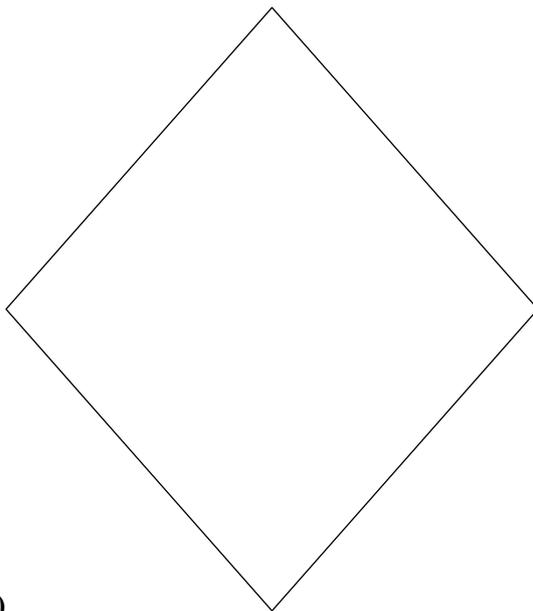
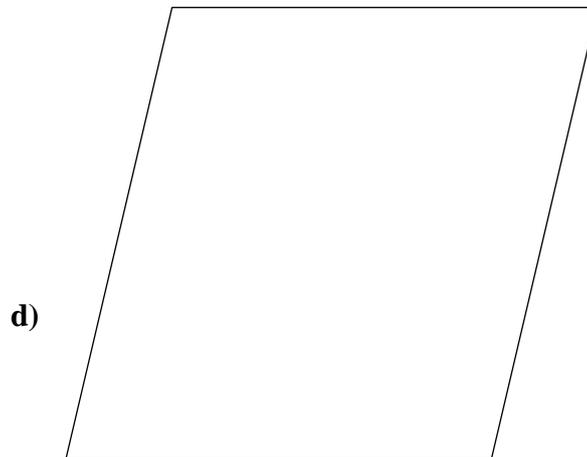
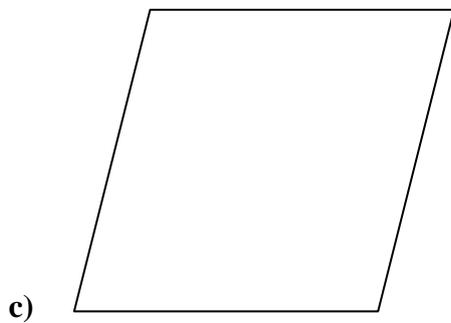
Material:

- quadradinho de tamanho 1cm x 1cm.

Encontrar estratégias para encontrar a área das figuras:



**CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO**



O grupo deverá relatar como foram encontrados os valores da área para cada figura.
Existe alguma “fórmula” ou algum método mais simples para encontrar os valores obtidos?
Explicar.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

Roteiro de atividade relacionado à concepção da álgebra como um estudo para resolver certos tipos de problemas

As atividades deste roteiro objetivam formular conjecturas, utilizando material concreto na construção de conceitos em relação ao conteúdo de produtos notáveis.

Atividade 1:

Cada grupo de trabalho precisará de:

- Uma folha retangular com medidas 50 cm e 30 cm;
- 10 tiras laranja de 15 cm;
- 10 tiras rosa de 20 cm;
- 10 tiras verdes de 10 cm.

OBS.: os alunos não poderão medir com régua os lados das tiras e da folha retangular.

Realizar os seguintes procedimentos e escrever os resultados no quadro que segue:

- Medir os lados do retângulo com tiras de uma cor e escrever as medidas dos lados do retângulo em relação às tiras que foram utilizadas.
- Medir os lados do retângulo com tiras de duas cores e escrever as medidas dos lados do retângulo em relação à quantidade de tiras utilizadas.
- Medir os lados do retângulo com tiras de três cores e escrever as medidas dos lados do retângulo em relação à quantidade de tiras utilizadas.

	Lado Maior	Lado Menor	Perímetro
Uma cor			
Dois cores			
Três cores			

Comparar o resultado do grupo com os de outros grupos. Todos obtiveram os



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

mesmos resultados? Por quê?

Atividade 2:

Nesta atividade serão necessários os seguintes materiais:

- 6 peças de forma quadrada, de tamanho grande;
- 15 peças de forma retangular;
- 24 peças de forma quadrada, de tamanho pequeno.

1. Usando o material, construir quadrados ou retângulos que tenham por medida da base e da altura os valores citados no quadro. Para esta atividade, considerar o lado do quadrado maior “x” e o lado do quadrado menor “1”. Anotar a área resultante.

Medida da base	Medida da altura	Área
$x + 2$	X	
X	$3 + x$	
$2x$	$x + 4$	
$x + 5$	$2x$	
$x + 3$	$x + 3$	
$x + 2$	$x + 4$	
$x + 1$	$x + 4$	

Analisando os resultados obtidos, o que podemos concluir sobre as figuras construídas?

2. Construir retângulos ou quadrados que satisfaçam as expressões algébricas a seguir. Em cada caso escrever a medida da base e da altura do retângulo ou do quadrado resultante.

- a) $x^2 + 4x$
- b) $4x^2 + 2x$
- c) $3x^2 + 5x$
- d) $x^2 + 8x$
- e) $x^2 + 10x$

Se não tivesse o material, como ficaria a figura a seguir? Justificar.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

$$x^2 + 30x$$

3. Construir as figuras que satisfaçam as equações abaixo:

- a) $x^2 + 4x + 4$
- b) $x^2 + 8x + 16$
- c) $x^2 + 5x + 4$
- d) $x^2 + 6x + 9$
- e) $2x^2 + 3x + 1$
- f) $2x^2 + 7x + 6$
- g) $4x^2 + 8x + 4$

Analisando os dados obtidos, o que podemos concluir sobre o exercício anterior?

O que o grupo pensou para montar cada figura do exercício anterior?

E se não tivéssemos o material, como seria a representação de $x^2 + 8x + 7$?

Analisando os resultados obtidos, o que podemos concluir sobre as atividades anteriores?

4 Representar geometricamente as expressões abaixo (esboçar as representações e descrever os procedimentos, mostrando qual é a área de cada situação):

- a) $(x + 3)(x - 3)$
- b) $(x + 6)(x - 6)$
- c) $(x + 5)(x - 5)$

O que se pode concluir acerca do que foi representado acima? Descrever as estratégias do grupo para a construção das figuras acima.

Roteiro de atividade relacionado à concepção da álgebra como um estudo para resolver certos tipos de problemas

O objetivo da primeira atividade consiste em encontrar estratégias para calcular o volume de uma caixa, levando em consideração algumas medidas predefinidas. A segunda atividade objetiva resolver e formular conjecturas sobre problemas propostos.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

Atividade 1:

Cada grupo de alunos receberá uma folha retangular de 20 cm x 16 cm. Construir uma caixa aberta, retirando de cada canto desta folha um quadrado de lado x .

Responder:

- a) Qual é o volume da caixa que o grupo montou? Explicar o procedimento utilizado para encontrar o volume da caixa.
- b) Construir novos retângulos com a mesma medida. Variar o tamanho dos quadrados dispostos nos cantos e recortá-los, montando novas caixas. Preencher a tabela abaixo com os resultados obtidos.

Lado do quadrado recortado	Comprimento da caixa	Altura da caixa	Largura da caixa	Volume

- c) Se o lado do quadrado recortado fosse x , quais seriam as medidas da caixa? E o volume?
- d) Existem valores inteiros para x que não possibilitem a construção da caixa? Explicar a resposta.

Atividade 2:

Resolver os seguintes problemas:

- a) A soma das idades de Carlos e Paula é de 40 anos. A diferença entre a idade dos dois é de 4 anos. Qual a idade de Carlos, sabendo que ele é o mais velho?
- b) Para a festa de aniversário de Karen, a mãe comprou 10 pirulitos e 30 docinhos, gastando R\$ 45,00. Como o número de convidados foi maior do que o esperado, a mãe de Karen



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

comprou mais 30 pirulitos e 40 docinhos, gastando R\$ 85,00. Quanto custou cada pirulito e cada docinho?

c) João tem o dobro de figurinhas que Pedro tem, mais 3. Paulo tem a quantidade de figurinhas que João tem, mais a metade do quadrado das figurinhas de Pedro. Sabendo que Pedro tem 10 figurinhas, quantas figurinhas João e Paulo possuem?

Resultados obtidos

As atividades investigativas realizadas proporcionaram aos estudantes momentos de autonomia, pois, durante as tarefas, o papel da professora pesquisadora foi de mediadora, instigando os estudantes a pensarem e discutirem acerca de distintas estratégias. As mediações durante as atividades ocorreram por meio de questionamentos. Quando os estudantes solicitavam auxílio para a realização das tarefas, eram questionados acerca do que já haviam conjecturado. Dessa forma, eram instigados a fazerem novas relações.

Os estudantes resolveram atividades distintas que abrangeram as quatro concepções da álgebra de Usiskin (1995). Todas as atividades deram ênfase à metodologia de Investigação Matemática e percebeu-se que os estudantes desenvolveram o espírito investigativo e, conseqüentemente, houve a aprendizagem de conteúdos de álgebra. O ambiente de investigação, proporcionado aos estudantes, possibilitou a eles momentos para formulação de distintas estratégias durante a realização das atividades propostas.

O trabalho em grupo foi importante e favorecido no decorrer das atividades. Salienta-se que as questões ao grupo eram entregues em apenas uma folha por grupo. Assim, os alunos deveriam encontrar uma maneira para que todos os integrantes do grupo lessem e discutissem, juntos, as atividades propostas e, no final, chegassem a um consenso da resposta.

Durante a realização das tarefas, ao perpassar pelos grupos, pôde-se comprovar que todos os alunos expressavam sua opinião acerca das atividades. Para elaboração das estratégias, o trabalho cooperativo foi de suma importância, pois um colega auxiliava o outro nos grupos de trabalho. Foi perceptível também que as atividades desenvolvidas



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

proporcionaram aos estudantes momentos de autonomia, nos quais eles elaboraram e pensaram diferentes conjecturas e estratégias.

Durante as atividades pôde-se também evidenciar que os grupos utilizaram diferentes estratégias para resolução das atividades propostas. Para a mesma atividade, alguns alunos utilizavam material concreto, outros resolviam a mesma questão por tentativa e erro, e outros formulavam suas estratégias utilizando fórmulas e cálculos. Ao final de cada atividade proposta, solicitava-se aos grupos que explanassem para a turma as estratégias evidenciadas durante a realização da tarefa. Assim, todos os colegas puderam ter conhecimento das diferentes estratégias emergentes durante a realização das questões propostas.

A maioria dos conteúdos abordados não era de conhecimento dos alunos, mas, com as atividades oportunizadas, conseguiram aprender diferentes conteúdos bem como elaborar diferentes estratégias de resolução das atividades. As estratégias utilizadas constam no Quadro 3:

Quadro 3 – Estratégias emergentes das distintas concepções da álgebra

Concepção da álgebra	Estratégias Utilizada
Aritmética generalizada	✓ Fórmulas ✓ Desenhos ✓ Cálculos
Meio de resolver certos problemas	✓ Material concreto ✓ Desenhos ✓ Cálculos ✓ Fórmulas
Estudo de relações	✓ Material concreto ✓ Desenhos ✓ Cálculos ✓ Fórmulas
Estrutura	✓ Material concreto ✓ Desenhos ✓ Cálculos ✓ Fórmulas

Fonte: Da autora, 2017.



CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - MESTRADO

Referências

LOMONATO, Maiza.; PASSOS, Carmem L. B. **Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática.** Zetetiké, FE/Unicamp – v. 19, n. 36 – jul/dez 2011.

PONTE, João. P. da; BROCARD, Joana.; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemática na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (org). **As ideias da álgebra.** Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.