



NOÇÕES DE
**MATEMÁTICA
FINANCEIRA**

COM FOCO EM
EDUCAÇÃO FINANCEIRA

VERSÃO PARA O PROFESSOR

Marisa do Carmo Pacoff da Silva

Prezado professor

Esse material consiste em uma sequência de aulas para trabalhar Matemática Financeira no ensino médio com foco em Educação Financeira. É importante ressaltar que não tive a pretensão de elaborar uma “receita” de como se deve trabalhar Matemática Financeira com foco em Educação Financeira, portanto você encontrará aqui um conjunto de ideias que poderão ser adaptadas e transformadas para se adequarem às necessidades de ensino de sua classe de alunos.

Minha pretensão foi pesquisar formas contextualizadas para se trabalhar os conceitos de Matemática Financeira agregando, no decorrer das aulas, assuntos e conhecimentos sobre Educação Financeira.

O objetivo principal da sequência de aulas elaboradas foi trabalhar os conhecimentos de matemática financeira de maneira contextualizada para que o aluno possa visualizar, se identificar e compreender as aplicações práticas dos conceitos estudados, relacionando-os ao seu cotidiano.

Buscou-se ainda trabalhar temas atuais a partir de sites, revistas e encartes de propagandas de lojas. Quanto às metodologias, pretendeu-se permitir uma maior participação do aluno no desenvolvimento do conhecimento em sala de aula. Para isso, utilizou-se de princípios da Metodologia de Resolução de Problemas, Investigação Matemática, Modelagem Matemática, Etnomatemática e utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

Espero que de alguma forma, esse material possa contribuir para suas aulas de Matemática Financeira

A autora

SUMÁRIO

Capítulo 1 – Introdução	3
Educação Financeira	3
Matemática Financeira	4
Capítulo 2 – Porcentagem	4
História da porcentagem	5
Vamos calcular juntos	6
Trocando ideias: Pra onde foi o dinheiro de Débora?	7
Educação Financeira: Orçamento	8
Algumas dicas para fazer um orçamento	9
Vamos praticar	10
Educação Financeira: Conhecendo uma fatura de cartão de crédito	13
A taxa básica de juros da economia brasileira (taxa Selic).....	16
Vantagens e desvantagens na utilização de cartões de crédito.....	17
Capítulo 3 – Matemática Financeira	18
Trocando ideias: Como calcular os juros de um empréstimo?.....	18
O valor do dinheiro em relação ao tempo	19
Conceito de Juros Simples	19
Conceito de Juros Compostos	20
Deduzindo as fórmulas para calcular juros	21
Dicas importantes em relação à taxa e ao tempo	22
Vamos calcular juntos	22
Vamos praticar	25
Educação Financeira: Entenda porque os estados querem pagar juros simples – e porque devem tanto.....	28
Para você saber mais sobre Educação Financeira.....	31
Referências consultadas	32



1. INTRODUÇÃO

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A Educação Financeira visa orientar a utilização correta dos mecanismos financeiros nas empresas, organizações ou na economia doméstica.

Para tanto, trata de orçamentos, aplicações financeiras, investimentos, formas de financiamento e uso racional de recursos financeiros, entre outras questões. Para que nossa sociedade tenha saúde financeira, empresas, governos e famílias devem exercer seu papel no equilíbrio de suas contas.

A Educação Financeira é parte importante da formação dos cidadãos. Ao ser trabalhada na escola, contribui para que o aluno aprenda a transformar conhecimento e ideias em planejamento para a vida adulta. Uma situação financeira bem administrada é requisito indispensável para o bom convívio social do cidadão assim como para melhoria de sua qualidade de vida.

A busca de bem-estar é natural no ser humano. Mas a falta de controle sobre os impulsos de consumo pode prejudicar o planejamento e a tranquilidade financeira da família. As armadilhas do consumo são tentadoras. É preciso estar atento e aprender a fazer contas para manter o orçamento em equilíbrio. Quem planeja compra melhor.

Nesse sentido, adquirir educação financeira não é apenas aprender a investir e a ganhar dinheiro. É importante também aprender a controlar ansiedades, evitar desperdícios, resistir às tentações e planejar o uso do dinheiro. Saber resistir às tentações é tão importante quanto adquirir conhecimentos sobre finanças.



A matemática financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimento ou financiamento de bens de consumo. Sendo assim, conhecimentos referentes à Matemática Financeira são imprescindíveis para que se tenha Educação Financeira, por isso é que esses dois assuntos se complementam.

Devido a essas considerações, nossa proposta de trabalho visa interligar esses dois

conhecimentos. Essa sequência de aulas visa trabalhar os assuntos tratados na Matemática Financeira vinculando-os a situações com as quais o aluno se identifique. No entanto, para compreender melhor as situações que envolvem matemática financeira, é necessário relembrar alguns conceitos, como porcentagem e regra de três simples.

2. PORCENTAGEM



O termo porcentagem é muito utilizado em nosso cotidiano, principalmente em situações ligadas à Matemática Financeira, correção monetária, investimentos, cálculo de juros, descontos, determinação de valores de impostos entre outras.

Observe abaixo a cópia da página inicial do site do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), acessado em 01/03/2016. Perceba a quantidade de informações disponibilizadas em forma de porcentagem.

The screenshot shows the IBGE website interface. Key elements include:

- Navigation Menu:** Indicadores, População, Economia, Geociências, Canais, Download.
- Geociências Section:**
 - Geociências: IBGE revê as altitudes de sete pontos culminantes** (29/02/2016)
 - 26/02/2016** Calendário de divulgação - 29 de fevereiro a 4 de março
 - 26/02/2016** IBGE divulga rendimento domiciliar per capita segundo a PNAD Continua para o FPE
 - 25/02/2016** Em janeiro, taxa de desocupação vai a 7,6%
 - 23/02/2016** Em fevereiro, IPCA-15 fica em 1,42% (highlighted with a purple box)
- Últimos Resultados Table:**

PME	7,6%
Jan/2016	
IPCA15	1,42%
Fev/2016	
PIMES	-7,9%
Dez/2015	
PMS	-5,00%
Dez/2015	
- Indicadores Section:**
 - IPP** (Índice de Preços ao Consumidor) - Variação (%) do IPP - Indústrias extrativas e de transformação do mês corrente contra o mês anterior.
 - Line graph showing IPP variation from Feb/15 to Nov/15.
- Other Widgets:**
 - Projecção da população brasileira: 205 564 086
 - Acesso à Informação
 - Transparência Pública

Fonte: site do IBGE
Endereço: <http://www.ibge.gov.br/home/>

A porcentagem serve para representar de uma maneira prática o “quanto” de um “todo” se está referenciando.

Nesse sentido, dado um número qualquer x , temos que $x\%$ corresponde à razão centesimal $x/100$. O símbolo % significa por cento ou divisão por cem. Observe:

$$15\% \text{ (quinze por cento)} = 15/100 = 3/20 = 0,15$$

$$20\% \text{ (vinte por cento)} = 20/100 = 1/5 = 0,20$$

$$25\% \text{ (vinte e cinco por cento)} = 25/100 = 1/4 = 0,25$$

$$40\% \text{ (quarenta por cento)} = 40/100 = 2/5 = 0,40$$

$$120\% \text{ (cento e vinte por cento)} = 120/100 = 6/5 = 1,2$$

Como vimos, um número que possui a característica de porcentagem pode ser expresso das seguintes formas: fração centesimal ou número decimal.

HISTÓRIA DA PORCENTAGEM

A origem da palavra Porcentagem vem da expressão latina *per centum*, e posteriormente do Italiano *per cento*, ao qual se remonta a origem de porcentagem, que no Brasil acabou sendo adaptado para porcentagem.

Dados históricos dizem que a porcentagem surgiu em Roma, por volta do ano IX d.C, quando o imperador romano decretou a cobrança de vários impostos, entre eles o centésimo, cobrado sobre todas as mercadorias vendidas no mercado público. O cálculo era bem simples: dividia-se o valor das mercadorias por cem e retirava a quantidade de centésimos necessários, equivalendo, cada centésimo, a uma das cem partes.

Naquela época, os romanos utilizavam as letras *pc* para indicar porcentagem. Por exemplo,



10% era escrito *X p.c*, mas os símbolos foram evoluindo e chegou-se ao que atualmente conhecemos, %.

Sabe-se que em 1425, não havia qualquer símbolo para expressar a porcentagem. Frequentemente, os índices de porcentagem eram referidos com as palavras “*p 100*” ou mesmo “*p cento*” em tratados matemáticos arcaicos.

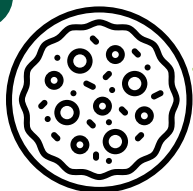
Fonte: PORTAL EDUCAÇÃO (texto adaptado)

Disponível em: <<http://www.portaleducacao.com.br/pedagogia/artigos/65268/o-surgimento-da-porcentagem#ixzz48HhQ81KL>>

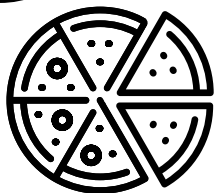


Vamos calcular juntos:

1



Quando escrevemos **100%** da pizza, estamos nos referindo à **pizza inteira**.



Nesse caso, tínhamos uma pizza dividida em **6 pedaços**, estão faltando dois pedaços, qual o percentual de pizza que restou?

Resolução:

Uma das formas de resolvermos essa questão é utilizando a “regra de três”:

Podemos raciocinar da seguinte maneira para construir a nossa regra de três:

- Se 6 pedaços corresponde a 100% da pizza então 4 pedaços corresponderão a x%, agora é só montar a proporção: 6 está para 4 assim como 100% está para x.
- Lembrando que na regra de três, o produto dos meios sempre é igual ao produto dos extremos. Na situação abaixo, os extremos correspondem ao

número 6 e à variável x, enquanto os meios são o número 4 e o percentual 100%.

Agora vamos a resolução:

$$6 \longrightarrow 100\%$$

$$4 \longrightarrow x\%$$

$$\frac{6}{4} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 4 \cdot 100 \rightarrow x = \frac{400\%}{6}$$

$$x = 66,67\%$$

Resposta:

O percentual de pizza que restou é de 66,67%.

2

Agora vamos considerar que a pizza estivesse dividida em oito pedaços, se retirarmos 2 pedaços, qual o percentual de pizza que restará?

Resolução:

$$\frac{8}{6} = \frac{100\%}{x} \longrightarrow 8 \cdot x = 6 \cdot 100\% \longrightarrow x = \frac{600\%}{8} \longrightarrow x = 75\%$$

Resposta:

Restarão 75 por cento da pizza.

Trocando Ideias

Pra onde foi o dinheiro de Débora?

Débora ganhou R\$ 15,00 de seu pai para ir ao cinema. Não sobrou nenhum centavo, mas ela não lembrava onde gastou todo o dinheiro e resolveu fazer uma relação dos gastos, que estão descritos abaixo. Calcule o percentual gastado em cada item em relação ao valor de R\$ 15,00 de que Débora tinha no bolso.

Ingresso: R\$ 7,00

Ônibus: R\$ 5,00 (ida e volta)

Chocolate: R\$ 1,00

Refrigerante: R\$ 2,00

Total: R\$ 15,00

Talvez você já tenha vivido uma situação parecida, ao pensar que ainda tinha dinheiro no bolso quando na verdade já havia gasto todo o valor. Para controlarmos nossas despesas é importante que anotemos as despesas pequenas também, pois elas se acumulam e podem totalizar um valor representativo da nossa renda.



Solução:

$$\text{Ingresso: } \frac{15}{7} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 15 \cdot x = 100\% \cdot 7 \rightarrow x = \frac{100\% \cdot 7}{15} \rightarrow \frac{700\%}{15} \rightarrow x = 46,67\%$$

$$\text{Ônibus: } \frac{15}{5} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 15 \cdot x = 100\% \cdot 5 \rightarrow x = \frac{100\% \cdot 5}{15} \rightarrow \frac{500\%}{15} \rightarrow x = 33,33\%$$

$$\text{Chocolate: } \frac{15}{1} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 15 \cdot x = 100\% \cdot 1 \rightarrow x = \frac{100\% \cdot 1}{15} \rightarrow \frac{100\%}{15} \rightarrow x = 6,67\%$$

$$\text{Refrigerante: } \frac{15}{2} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 15 \cdot x = 100\% \cdot 2 \rightarrow x = \frac{100\% \cdot 2}{15} \rightarrow \frac{200\%}{15} \rightarrow x = 13,33\%$$

$$\text{Percentual total: } 46,67\% + 33,33\% + 6,67\% + 13,33\% = 100\%$$

EDUCAÇÃO FINANCEIRA



ORÇAMENTO

Aprender a cuidar bem do dinheiro e controlar as contas é necessário para que possamos viver em sociedade. Para isso, o primeiro passo seria anotar em um papel tudo o que ganhamos e gastamos durante o mês.

Esse processo é chamado de orçamento, e é composto pelas receitas (o que ganhamos) e despesas (o que gastamos).

RECEITAS:

Para fazer um orçamento, devemos começar anotando os ganhos com os quais podemos contar, sejam eles provenientes de salários, benefícios concedidos pela empresa (por exemplo, vale-alimentação, vale-transporte etc.), auxílios do governo (como o Bolsa Família), aposentadoria ou pensão, vendas de artesanato, serviços prestados, comissões etc. Devemos considerar qualquer tipo de remuneração que os membros da família recebam com alguma regularidade.

As receitas podem ser fixas ou variáveis. Os valores fixos são aqueles que temos certeza de que poderemos dispor durante o mês, já as variáveis são mais imprevisíveis, são as comissões, vendas de produtos e/ou serviços (no caso de profissionais autônomos), entre outros.

DESPESAS:

Após relacionarmos as receitas, devemos fazer uma lista das despesas. Despesas são os gastos do mês: contas de água, luz, telefone, prestações, compras, etc. É importante observar que além das despesas maiores, devemos relacionar também as pequenas compras do dia a dia, como pão, leite e verduras. Além disso, não devemos esquecer os gastos que acontecem de vez em quando, como remédios, material escolar, roupas e calçados. Podemos dividir as despesas em algumas categorias:

As **despesas fixas** são aquelas pagas todos os meses, com valores iguais ou parecidos, como o aluguel ou a prestação da casa, a mensalidade da escola etc.

As **despesas variáveis** são aquelas cujos valores sofrem alterações por diferentes motivos. Exemplos disso são as compras no mercado, na padaria, a conta do telefone, a conta da energia, conta da água, os gastos

com transporte etc. Apesar de eles poderem variar, seja por causa do consumo ou do preço, mesmo assim é possível fazer uma estimativa com base nos valores dos meses anteriores.

Além dessas, há também as chamadas despesas eventuais, que ocorrem de vez em quando, sem regularidade. Neste grupo estão os consertos em casa, a compra de roupas, material escolar, remédios, dentista e gastos com outros produtos. Sem esquecer as despesas anuais, como impostos, a matrícula na escola, viagens e outras.

Portanto, precisamos conhecer bem as receitas e despesas da casa, para isso é bom guardarmos os cupons, notas fiscais, carnês e comprovantes diversos de todos os nossos gastos. A elaboração do orçamento doméstico é essencial para o sucesso financeiro de sua família. Definir necessidades e planejar gastos, considerando a renda disponível, é uma forma inteligente de começar a economizar. Ah! Procure manter sempre uma reserva financeira para atender as despesas eventuais e sua família viverá mais tranquila.

Fonte: PORTAL EDUCAÇÃO (texto adaptado)

Disponível em: <<http://www.portaleducacao.com.br/pedagogia/artigos/65268/o-surgimento-da-porcentagem#ixzz48HhQ81KL>>

Algumas dicas para fazer um orçamento



1. Faça os registros em um caderno, bloco ou planilha eletrônica;
2. Anote as receitas;
3. Relacione as despesas (todos os tipos);
4. Separe as despesas em dois grupos: fixas e variáveis;
5. Anote as despesas eventuais;
6. Guarde todos os documentos, recibos e comprovantes em uma caixa, um envelope ou uma gaveta;
7. Converse com sua família sobre a importância de fazer um planejamento financeiro e convide todos para participar.

Após discutirmos a importância de conhecermos nossa situação financeira, relacione em casa, com ajuda da família, as receitas e despesas para que possamos ter conhecimentos sobre a nossa situação financeira atual. Preste atenção também, nas dicas acima.





Vamos praticar

Resolva no seu caderno

1 Analise a propaganda retirada de um panfleto de loja. Veja que pagando à vista, o computador custa R\$ 3.099,00 e pagando



com uma entrada mais nove parcelas fixas de R\$ 362,60 o mesmo produto irá custar R\$ 3.626,00. Pense e responda:

a) Qual o valor da diferença entre o preço à vista e o preço a prazo?

b) Se o cliente optar por comprar a prazo, qual a porcentagem que será a paga a maior pelo produto em relação ao preço à vista?

c) Considerando uma inflação de 10% ao ano, é vantajoso ao consumidor fazer a compra a prazo? Qual a solução que poderia ser apresentada para a compra se o consumidor não dispõe do valor para comprar a vista?

Resolução:

a) $3626,00 - 3099,00 = 527,00$

Resposta: A diferença corresponde a R\$ 527,00, é importante observar que essa diferença se aproxima do valor de duas parcelas.

Resolução:

b) $\frac{3099}{527} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 3099 \cdot x = 100\% \cdot 527 \rightarrow \frac{52700\%}{3099} \rightarrow x = 17,00\%$

Ou

$$\frac{3099}{3626} = \frac{100\%}{x} \rightarrow 3099 \cdot x = 100\% \cdot 3626 \rightarrow \frac{362600\%}{3099} \rightarrow x = 117,00\%$$

Resposta: Descontando os 100% correspondente aos R\$ 3099,00 temos a diferença de 17% a maior.

Resolução:

c) *Espera-se que o aluno analise que esses 17% correspondem aos juros pagos em 8 meses, já que uma das parcelas é paga no ato da compra. Já o*

percentual da inflação corresponde a 12 meses, sendo assim, a compra a prazo não é vantajosa e seria indicado que o consumidor economizasse o valor da parcela por alguns meses e comprasse o produto à vista.

É interessante que o professor questione, neste caso, em quantos meses o consumidor poderia comprar o produto à vista, se guardasse o dinheiro em casa. Assim, teríamos que descontar uma parcela do valor à vista ($3099,00 - 362,60 = 2736,4$) e dividir esse resultado pelo valor da parcela ($2736,40/362,6 = 7,55$), ou seja, em torno de 7,5 meses. Bem, nesse caso ele teria que esperar 7 meses e 17 dias para ter o valor da compra à vista.

2 Um carro total flex faz 12 quilômetros com um litro de álcool. Sabe-se que o rendimento do carro com gasolina é 30% a mais.

a) Nestas condições, quantos quilômetros o carro percorrerá com 1 litro de gasolina?

b) Considerando que o litro do álcool custe R\$ 3,69 e da gasolina R\$ 4,16. Qual a melhor escolha para o abastecimento, em uma viagem de 100 quilômetros?

Resolução:

$$\text{a)} \quad \frac{12}{x} = \frac{100\%}{30\%} \longrightarrow 100\% \cdot x = 12 \cdot 30\% \longrightarrow \frac{360\%}{100\%} \longrightarrow x = 3,6$$

Resposta: O carro, quando abastecido com gasolina percorrerá 3,6 km a mais ou seja, com um litro de gasolina percorrerá $12\text{km} + 3,6\text{ km} = 15,6\text{ km}$.

Resolução:

b) O carro abastecido com álcool percorre 12 km com um litro a R\$ 3,69. Então dividimos 100 Km por 12 Km/l e obteremos 8,33 litros que devemos multiplicar por 3,69 que resultará em um custo de R\$ 30,74.

Resposta: A melhor escolha nesse caso é abastecer o carro com gasolina pois gerará uma economia de R\$ 4,07.

3 Uma escola possui 1100 alunos, destes, 55% são do sexo feminino. Quantos alunos do sexo masculino há nesta escola?

Resolução:

a) Primeiramente devemos considerar que os alunos do sexo masculino correspondem a 100% menos os 55% que são do sexo feminino, ou seja, 45%.

Resolução:

$$a) \frac{1100}{x} = \frac{100\%}{45\%} \longrightarrow 100\% \cdot x = 1100 \cdot 45\% \longrightarrow \frac{49500\%}{100\%} \longrightarrow x = 495$$

Resposta: Nesta escola há 495 alunos do sexo masculino.

4 Um conjunto colchão mola com box está em promoção, sendo que seu preço à vista diminuiu de R\$ 1.590,00 para R\$ 1.450,00. Qual o percentual de desconto obtido pelo cliente nessa promoção?

Resolução:

Calculemos o valor do desconto obtido a partir dessa promoção subtraindo R\$ 1.450,00 de R\$ 1.590,00 e obtendo R\$ 140,00:

$$\frac{1590}{140} = \frac{100\%}{x} \longrightarrow 1590 \cdot x = 140 \cdot 100\% \longrightarrow \frac{14000\%}{1590\%} \longrightarrow x = 8,805\% \cong 8,81\%$$

Resposta: O percentual de desconto obtido pelo cliente nessa compra corresponde a aproximadamente 8,81%.



5 Uma bicicleta está sendo vendida em 15 prestações de R\$ 99,90 ou R\$ 999,00 à vista. Qual o percentual acrescido ao preço à vista para formar o preço final?

Resolução:

Primeiramente devemos calcular o valor a prazo dessa bicicleta R\$ 99,90 vezes 15 parcelas, totalizando R\$ 1498,50. Assim, temos uma diferença de R\$ 499,50 entre o valor a prazo e à vista.

$$\frac{999}{499,50} = \frac{100\%}{x\%} \longrightarrow 999 \cdot x = 499,50 \cdot 100\% \longrightarrow \frac{49950\%}{999\%} \longrightarrow x = 50\%$$

Resposta: Se a bicicleta for comprada a prazo, o consumidor pagará 50% a mais em relação ao preço do produto comprado à vista.



6 O Salário Mínimo Nacional em 2016 passou de R\$ 788,00 para R\$ 880,00. Qual a porcentagem de reajuste?

Resolução:

$$\frac{788}{880} = \frac{100\%}{x\%} \rightarrow 788 \cdot x = 100\% \cdot 880 \rightarrow \frac{88000\%}{788} \rightarrow x = 111,68\%$$

Descontando os 100% correspondente aos R\$ 788,00 temos a diferença de 11,68% a maior. Ou desta maneira:

$$\frac{788}{92,00} = \frac{100\%}{x\%} \rightarrow 788 \cdot x = 100\% \cdot 92 \rightarrow x = \frac{9200\%}{788} \rightarrow x = 11,6751\% \approx 11,68\%$$

Resposta: Se a bicicleta for comprada a prazo, o consumidor pagará 50% a mais em relação ao preço do produto comprado à vista.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA



Conhecendo uma fatura do cartão de crédito

Prezado professor, essa atividade visa proporcionar ao aluno o conhecimento e o manuseio de uma fatura de cartão de crédito, para isso é indicado que a atividade proposta seja realizada em pequenos grupos (de 4 ou 5 alunos). Essa atividade foi elaborada com base nos princípios da Investigação Matemática, uma metodologia na qual o aluno é convidado a desempenhar papel ativo no desenvolvimento do conhecimento. A atividade descrita pode e deve se adequar de acordo com as necessidades e interesses de cada turma, sendo assim, os próprios estudantes poderão trazer de casa alguma conta para ser analisada.

Pode-se solicitar que os alunos analisem alguns itens de maneira geral:

- identificar a presença de taxas percentuais na fatura, descrevendo suas impressões a respeito (por exemplo, eles

poderão comentar sobre a dificuldade em ler/localizar esses dados devido ao fato de não receberem destaque, pois geralmente são escritos em letras miúdas.

- solicitar que façam pequenos cálculos para verificar valores em reais resultantes da aplicação dos percentuais.

- essa também é uma ótima oportunidade para inserir a temática da Educação Financeira. Se os alunos tiverem tempo de realizar pesquisas no contra turno, pode-se propor que eles mesmos façam a pesquisa em grupos, mas o professor deve fornecer um roteiro que norteará a pesquisa.

É muito importante que seja solicitado um registro por escrito de cada grupo para fins de avaliação do trabalho desenvolvido, e também que seja feita a discussão dos aprendizados com o grande grupo após o

trabalho inicial que foi realizado em grupos menores. Nesse momento o professor irá escutar os grupos e contribuir com esclarecimentos e complementações que forem necessárias.

Nesse momento de discussão de resultados é essencial que o professor realize comparações entre as taxas praticadas pelas empresas de cartão de crédito e outras taxas do mercado, enfatizando as altas taxas cobradas pelas bandeiras no parcelamento

do saldo da fatura. Abaixo temos a sugestão de apresentação da taxa Selic, que é a taxa básica da economia de nosso país. Nesse momento deve-se incentivar a comparação por parte dos alunos referente ao fato de que a taxa Selic anual é praticamente a mesma taxa de juros mensal cobrada pela administradora do cartão de crédito. Após, chamar atenção para a taxa anual cobrada no parcelamento do cartão.

Cartão Pág. 001 de 002

Data prevista para o fechamento da próxima fatura: 26.04.2016

Vencimento: 10/04/2016

Atenção:

- Em caso de pagamento inferior ao valor total, o cliente deverá arcar com as taxas e encargos apontados nesta fatura, incidentes sobre a diferença entre o valor total e o valor pago
- Caso seja efetuado exatamente o pagamento mínimo, na próxima fatura poderão ser cobrados encargos financeiros de, no máximo, R\$ 265,05. Consulte o CET no quadro Custo Efetivo Total desta fatura, item Crédito Rotativo/Saques.

Valor Total: R\$ 1.951,36	Pagamento mínimo: R\$ 292,71	Pagamento parcelado:(1) 24X R\$ 194,80
--	---	---

(1) Instruções para parcelamento desta fatura:
 - Para parcelar esta fatura em 24 vezes (1 entrada +23 parcelas), pague até o vencimento, de uma só vez, o valor exato de R\$ 194,80 (CET202,32%a.a.)
 - Para parcelamento após o vencimento da fatura, CET, outros planos e formas de parcelamento, acesse: consulte nos caixas eletrônicos ou ligue para a Central de Atendimento.

Total da Fatura	IOF e Encargos nesta Fatura	Encargos Financeiros	Tarifas																								
Saldo - R\$ 1.917,91	IOF 8,26	Crédito Rotativo 1 15,60	Consulte as tarifas do seu cartão na Tabela de Tarifas.																								
Saldo convertido - R\$ 33,45	Retiradas e uso do limite de crédito rotativo 0,00	Crédito Parcelado 2 5,03																									
Total da fatura - R\$ 1.951,36	Encargos 0,00	Juros de atraso 15,98																									
Resumo em Real	Retiradas na função crédito 0,00	Multa por atraso 2,00																									
Saldo anterior 1.746,63	Uso do limite de crédito rotativo 0,00	1 - Para o período - % ao mês																									
Pagamentos/Créditos - 1.748,99	Limites	2 - Máximos para o próximo período - % ao mês																									
Compras/Débitos 1.920,27	Total para transação à vista 6.882																										
Saldo - R\$ 1.917,91	Saques (incluído no total transação à vista) 6.882																										
Saldo parcelado faturas futuras 2.505	Total para transações parceladas 8.485																										
Resumo em Dólar	Crediário 21.318	Custo Efetivo Total (CET)																									
Compras/Saques 8,26	Consulte seus limites disponíveis, acesse:	<table border="1"> <tr> <th>Serviços</th> <th>Taxas ao Mês (%)</th> <th>Taxas ao ANO (%)</th> <th>IOF Adicional (%)</th> <th>IOF Diário (%)</th> <th>CET ao Ano (%)²</th> </tr> <tr> <td>Crédito Rotativo Saques¹</td> <td>15,60</td> <td>469,50</td> <td>0,38</td> <td>0,0082</td> <td>499,28</td> </tr> <tr> <td>Parcelado administradora³</td> <td>5,03</td> <td>80,20</td> <td>0,38</td> <td>0,0082</td> <td>82,03</td> </tr> <tr> <td>Pagamento de Contas (parcelado)⁴</td> <td>4,26</td> <td>64,97</td> <td>0,38</td> <td>0,0082</td> <td>66,80</td> </tr> </table>	Serviços	Taxas ao Mês (%)	Taxas ao ANO (%)	IOF Adicional (%)	IOF Diário (%)	CET ao Ano (%) ²	Crédito Rotativo Saques ¹	15,60	469,50	0,38	0,0082	499,28	Parcelado administradora ³	5,03	80,20	0,38	0,0082	82,03	Pagamento de Contas (parcelado) ⁴	4,26	64,97	0,38	0,0082	66,80	
Serviços	Taxas ao Mês (%)	Taxas ao ANO (%)	IOF Adicional (%)	IOF Diário (%)	CET ao Ano (%) ²																						
Crédito Rotativo Saques ¹	15,60	469,50	0,38	0,0082	499,28																						
Parcelado administradora ³	5,03	80,20	0,38	0,0082	82,03																						
Pagamento de Contas (parcelado) ⁴	4,26	64,97	0,38	0,0082	66,80																						
Outros débitos 0,53	Programa Ponto pra Você																										
Créditos 0,00	Pontuação acumulada em: 24.03.2016 0																										
Saldo atual - US\$ 8,79	Consulte pontos a prescrever e saldo atual:																										
Taxa de conversão 3,8056	- caixas eletrônicos: outras opções > Ponto para																										
Saldo convertido - R\$ 33,45	- internet: Mais transações > Ponto para Você																										

1 - Taxas vigentes até o vencimento desta fatura, sujeito a alterações para o próximo período. Para clientes que aderiram ao pacote 1 taxa de crédito do rotativo e saque Brasil será de 15,60% ao mês, CET 499,28 ao ano, a partir do vencimento da próxima fatura.
 2 - Resultado de incidência da Taxa ao ano, IOF Adicional e IOF Diário projetado para o período de um ano.
 3 - Taxas de juros sujeitas a alterações. Em caso de dúvidas, consulte a Central de Atendimento.
 4 - Os serviços não estão disponíveis para clientes não-comentistas do
 Obs.: Tarifa de Saque: R\$ 8,00 por evento. Tarifa de Pagamento de Contas: R\$ 4,00 por evento.

1- Analise a fatura de cartão de crédito comentando com o grupo, as informações à medida que você for identificando-as.

2- Qual o vencimento da fatura analisada?

Resposta: 10/04/2016

3- Qual o valor total da fatura?

Resposta: R\$ 1.951,36

4- Identifique informações (taxas e multas) que estão expressas em percentuais na fatura analisada. Foi fácil de encontrar essas

informações? Explique.

Algumas considerações:

As informações constam do item encargos financeiros, coluna "1", as informações principais são crédito rotativo 15,6% (cobrado sobre o saldo a pagar, quando o cliente opta pelo pagamento mínimo da fatura); juros de atraso 15,98% (cobrado sobre o valor total da fatura quando o cliente não paga nada, nem mesmo o valor mínimo da fatura) e multa de 2% (também é cobrada se o cliente não realiza o pagamento mínimo até a data do vencimento).

5- Qual o valor mínimo que o cliente poderá pagar nessa fatura na data de vencimento? Qual o percentual que esse valor representa em relação ao valor total da fatura? Você sabe o que significa fazer o pagamento mínimo da fatura do cartão de crédito?

Resposta:

R\$ 292,71, esse valor representa 15% do total da fatura do cartão. Se o cliente optar por efetuar o pagamento mínimo, o saldo restante acumulará para o próximo vencimento e sobre esse valor incidirá a taxa de juros de 15,6% no mês.

6- Se o cliente pagar o valor mínimo para essa fatura deixando o pagamento do saldo restante para o próximo mês, qual a taxa de juros que ele pagará? Faça a conta do valor em reais que esse juro representará.

Resposta:

Incidirá sobre o saldo devedor a taxa de 15,6%. Calculando o valor total da fatura menos o pagamento mínimo teremos R\$ 1951,36 - R\$ 292,71 = R\$ 1658,65. Então sobre esse saldo devedor calculamos a taxa de 15,6% que resulta em um valor de R\$ 258,75 de juros. Logo na próxima fatura estará somado o valor de R\$ 1658,65 + R\$ 258,75 = 1917,40. É importante comentar com os alunos que muitas famílias enfrentam grandes dificuldades ao cair em um círculo vicioso de pagamento da parcela mínima do cartão de crédito, pagando altas taxas de juros

7- Se o cliente optar por parcelar o valor da fatura em 24 vezes qual o total a ser pago? Você acha que essa opção é vantajosa para o cliente? Quanto ele pagará a mais (juros) em relação ao preço pago à vista?

Resposta:

Nesse caso o cliente estará optando por pagar a dívida em 1 entrada mais 23 vezes de R\$ 194,80. Multiplicando R\$ 194,8 por 24 teremos R\$ 4.675,20. Como o valor nominal (inicial) do cartão era de R\$ 1951,36 o valor dos juros pagos nessa opção de pagamento é de R\$ 4.675,20 - 1951,36, correspondendo a R\$ 2723,84 (esse é somente o valor do juro, ultrapassado o valor nominal da dívida). Os juros correspondem a aproximadamente 140% do valor inicial da dívida! Certamente essa não é uma opção vantajosa para o cliente. Mas ainda é mais vantajosa do que permanecer efetuando o pagamento mínimo da fatura por meses consecutivos.

8- Existem alguns cuidados que devemos tomar na utilização de cartões de crédito, pesquise quais vantagens e desvantagens na sua utilização.

BANCO CENTRAL DO BRASIL
Assegurar a estabilidade do poder de compra da moeda e um sistema financeiro sólido e eficiente.

Busca:

Acesso à Informação do BCB | Sistema de Metas para a Inflação | Economia e finanças | Câmbio e Capitais Internacionais | Sistema de Pagamentos Brasileiro | Sistema Financeiro Nacional | Supervisão do SFN

Início » Economia e finanças » Selic - Mercado de títulos públicos » Taxa Selic » Consulta à Taxa Selic Diária

Consulta à Taxa Selic Diária

Data Inicial: 11/04/2016

Data Final: 11/04/2016

Exibir: em tela em arquivo

Taxas Selic de 16/05/2016 a 16/05/2016

Data	Taxa (%a.a.)	Fator diário	Base de cálculo (R\$)	Estatísticas				
				Média	Mediana	Moda	Desvio padrão	Índice de curtose
16/05/2016	14,15	1,00052531	495.908.272.607,11	14,15	14,14	14,15	0,02	611,04

Fonte: Banco Central do Brasil

Endereço: <http://www.bcb.gov.br/htms/selic/selicdia.asp>

A taxa básica de juros da economia brasileira (taxa Selic):

Serve de referência para a economia brasileira, ela é usada nos empréstimos feitos entre os bancos e também nas aplicações feitas por estas instituições bancárias em títulos públicos federais. A Selic é definida a cada 45 dias pelo COPOM (Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil).

Sua finalidade é definir o piso dos juros no país. É a partir da Selic que os bancos

definem a remuneração de algumas aplicações financeiras feitas pelos clientes. A Selic também é usada como referência de juros para empréstimos e financiamentos.

Vale ressaltar que a Taxa Selic não é a utilizada para empréstimos e financiamentos na ponta final (pessoas físicas e empresas). Os bancos tomam dinheiro emprestado pela Taxa Selic, porém ao emprestar para seus clientes a taxa de juros bancários é muito maior. Isto ocorre, pois as instituições financeiras embutem seu lucro, custos operacionais e riscos de não obter de volta o valor emprestado.

Vantagens e desvantagens na utilização de cartões de crédito:

Vantagens

Conveniência: comodidade e segurança de não ter que carregar dinheiro;

Imprevistos: opção de pagamento quando não se tem o dinheiro para fazer um pagamento que não estava programado;

- **Prazo para pagamento:** obter prazo de até 40 dias para pagar, ou ainda parcelar sua compra em várias vezes;
- **Uso internacional:** é uma boa vantagem para pessoas que viajam para outros países, pois evita a troca do câmbio e possíveis perdas.
- **Benefícios e prêmios:** oferta de descontos, bônus e milhas acumuladas, oferecidas pelas financiadoras, que podem ser revertidas em dinheiro, compras e passagens aéreas.
- **Crédito imediato:** uma vez aprovado não será exigido muitas outras garantias como fiador, promissórias entre outras.



Desvantagens

Estas estão ligadas mais diretamente ao comportamento dos portadores do cartão do que ao que ele oferece como risco. Pois está na decisão de quem o detém, o controle para que não se torne um pesadelo. Por isso cuidado:

Para não achar que cartão de crédito significa gastos sem limites, lembre-se de que terá que saldar sua dívida seja a prazo ou em uma única vez. Não esqueça que 30 ou 40 dias passarão e a conta deverá ser saldada. Programe-se para pagar a fatura integralmente. A alternativa de pagar o mínimo e acumular o restante para o próximo mês pode ser uma grande cilada, não se iluda achando que empurrar para mais 30 dias o pagamento será uma boa escolha, os juros neste caso são altíssimos.

O cartão de crédito, se utilizado com cautela, traz comodidade para muitos, mas também pode ser a destruição e queda de outros tantos se não estiverem atentos aos cuidados em manter um controle financeiro adequado.



3. MATEMÁTICA FINANCEIRA

Trocando Ideias

Como calcular os juros de um empréstimo?

Para liquidar uma dívida, um pai de família efetuou um empréstimo de R\$ 1.000,00 em uma financeira e se comprometeu a pagá-la após 6 meses, com uma taxa de juros de 10% ao mês. Porém, terminado o prazo para efetuar o pagamento, o valor calculado pelo pai não coincidia com o valor calculado pela financeira. O pai havia feito os cálculos e chegou em um total devido de R\$ 1.600,00, enquanto a financeira informou-lhe o valor de R\$ 1.771,56. Com os conhecimentos sobre porcentagens já estudados, discuta o assunto com seus colegas e tente entender como foram efetuados os dois cálculos.

Encaminhamentos pelo professor:

A proposta para a questão acima é que o aluno trabalhe a partir de uma metodologia chamada “Resolução de Problemas”, assim incentiva-se que o aluno reflita em formas de resolução para calcular os juros e o montante final da dívida. O professor deverá mediar as discussões nos grupos e em um segundo momento, após as reflexões deverá informar os valores finais calculados:

Valor calculado pelo pai

Juros: 10% a.m.

Capital: R\$1000,00

Tempo: 6 meses

Juros no 1º mês: $1000 \cdot 0,10 = R\$100,00$

Juros no 2º mês: $1000 \cdot 0,10 = R\$100,00$

Juros no 3º mês: $1000 \cdot 0,10 = R\$100,00$

Juros no 4º mês: $1000 \cdot 0,10 = R\$100,00$

Juros no 5º mês: $1000 \cdot 0,10 = R\$100,00$

Juros no 6º mês: $1000 \cdot 0,10 = R\$100,00$

Total de juros: R\$600,00

Valor da dívida após 6 meses: R\$1000,00 + R\$600,00 = R\$1600,00

Valor calculado pela financeira

Juros: 10% a.m.

Capital: R\$1000,00

Tempo: 6 meses

1º mês: $1000,00 + 0,10 \cdot 1000,00 = 1000,00 + 100,00 = 1100,00$

2º mês: $1100,00 + 0,10 \cdot 1100,00 = 1100,00 + 110,00 = 1210,00$

3º mês: $1210,00 + 0,10 \cdot 1210,00 = 1210,00 + 121,00 = 1331,00$

4º mês: $1331,00 + 0,10 \cdot 1331,00 = 1331,00 + 133,10 = 1464,10$

5º mês: $1464,10 + 0,10 \cdot 1464,10 = 1464,10 + 146,41 = 1610,51$

6º mês: $1610,51 + 0,10 \cdot 1610,51 = 1610,51 + 161,05 = 1771,56$

Total de juros: R\$771,56

Valor da dívida após 6 meses: R\$1771,56



O valor do dinheiro em relação ao tempo.



Como pudemos confirmar na operação de empréstimo analisada acima, do ponto de vista da Matemática Financeira, R\$ 1.000,00 aplicado ou emprestado hoje não são iguais a R\$ 1.000,00 em qualquer outra data, pois o dinheiro cresce no tempo ao longo dos períodos, devido à taxa de juros por período.

Nesse sentido, a Matemática Financeira está diretamente ligada ao valor do dinheiro no tempo, que, por sua vez, está interligado à existência da taxa de juros. Regimes de juros adotados: os regimes de juros estudados na Matemática Financeira são conhecidos como juros simples e juros compostos.

Para o melhor encaminhamento do conteúdo matemático a ser estudado, estão relacionados na tabela abaixo, os termos utilizados na matemática financeira assim como seus símbolos e significados.

Termo	Símbolo	Conceito
Capital	C	Quantia de dinheiro envolvida em uma operação financeira seja ela um empréstimo ou uma aplicação. É o valor emprestado ou investido inicialmente. São sinônimos: Principal (P), Valor Presente (PV) Valor principal (<u>Vp</u>).
Tempo	n	Prazo, em uma determinada unidade de tempo (dia, mês, semestre, ano, etc...), em que um capital foi utilizado em uma operação financeira. Considera-o desde o início até o final de um cálculo financeiro
Taxa de juros	i	É a medida da remuneração percentual paga pela utilização do dinheiro (em um determinado tempo), ou seja, é a porcentagem que se paga ou recebe pelo "aluguel" do dinheiro.
Juros	j	É o valor da remuneração paga, ou recebida, pela utilização do dinheiro. É o "aluguel" que se paga pelo capital emprestado ou aplicado.
Montante	M	É o resultado da soma dos valores do Capital e dos Juros. É o valor apurado em uma aplicação ou o valor pago por um empréstimo. Temos o montante somando o capital inicial com o juro ($M = C + j$). É sinônimo: Valor Futuro(FV), Valor final (<u>Vf</u>).

Conceito de Juros Simples

Note, a partir dos cálculos realizados pelo pai, que apenas o principal (valor que foi tomado emprestado inicialmente R\$ 1000,00), é que rende juros. É como se fossem duas contas independentes: uma conta para o principal, que rende juros, e outra conta para o rendimento dos juros do

principal, que não rende juros.

No regime de juros simples, apenas o capital inicial, também chamado de principal, rende juros. Sendo assim, os juros de cada período são sempre calculados sobre o capital inicial aplicado (principal), não havendo incidência de juros sobre juros;

Conceito de Juros Compostos

No regime de juros compostos, somam-se os juros do período ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Juros são capitalizados e passam a render juros. Assim, os juros de cada período são calculados sobre o saldo existente no início do respectivo período, e não apenas sobre o capital inicial (principal).

No regime de juros compostos, somam-se os juros do período ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. A taxa cobrada incide sobre cada mês, considerando o montante do mês anterior. Os cálculos efetuados são “juros sobre juros”, ou seja, juros são capitalizados e passam a render juros.

Veja na tabela a seguir os montantes calculados pelo pai (juros simples) e pela financeira (juros compostos):

Cálculo	Regime de juros	Valor no 6º mês
FINANCEIRA	Juros compostos	R\$ 1.771,56
PAI	Juros simples	R\$ 1.600,00
Diferença		R\$ 171,56

Essa diferença de R\$ 171,56 corresponde à cobrança de juros sobre juros calculada pela financeira, que opera no regime de juros compostos.



Após estudarmos a diferença entre juros simples e compostos, solicita-se que você expresse em um papel, com suas próprias palavras o que você entendeu sobre esse assunto? Em sua opinião, qual dos dois regimes resultará em um valor maior no final do período do empréstimo ou da aplicação.

Deduzindo as fórmulas para calcular juros

Como podemos perceber o pai e a financeira utilizaram critérios diferentes para realizar os cálculos dos juros. Portanto, quando emprestamos ou financiamos um **capital** a uma determinada **taxa** por um determinado **tempo**, o montante pode crescer de duas formas diferentes: de capitalização simples (**Juros simples**) ou de capitalização composta (**juros compostos**). No caso analisado, o regime de capitalização utilizado pelo pai nos cálculos foi de juros simples, enquanto que o da financeira foi de juros compostos.

Juros simples

Valor calculado pelo pai

Capital inicial: R\$1000,00

1º mês: $M_1 = 1000 + 0,10 \cdot 1000 = 1000 + 1 \cdot (0,10 \cdot 1000)$

2º mês: $M_2 = 1000 + 0,10 \cdot 1000 + 0,10 \cdot 1000 = 1000 + 2 \cdot (0,10 \cdot 1000)$

3º mês: $M_3 = 1000 + 0,10 \cdot 1000 + 0,10 \cdot 1000 + 0,10 \cdot 1000 = 1000 + 3 \cdot (0,10 \cdot 1000)$

$$M_n = 1000 + n \cdot 0,10 \cdot 1000$$

$$M_n = C + n \cdot i \cdot C$$

$$(C + j) = C + n \cdot i \cdot C$$

$$j = C + n \cdot i \cdot C - C$$

$$j = n \cdot i \cdot C$$

$j = C \cdot i \cdot n$ - fórmula para o cálculo de juros simples

onde,

$j \rightarrow$ juros

$C \rightarrow$ Capital

$i \rightarrow$ taxa

$n \rightarrow$ tempo

No cálculo do pai:

$$j = C \cdot i \cdot n$$

$$j = 1000 \cdot 0,10 \cdot 6 = 600$$

$M = C + j$ - fórmula para o cálculo do montante

$$M = 1000 + 600 = \text{R\$ } 1600,00$$

Juros compostos

Valor calculado pela financeira

Capital inicial: R\$1000,00

1º mês: $M_1 = 1000 + 0,10 \cdot 1000 = 1000 + 100 = 1100$

$$M_1 = C + i \cdot C$$

$M_1 = C(1 + i)^1$ colocamos C em evidência

2º mês: $M_2 = 1100 + 1100 \cdot 0,10 = 1100 + 110 = 1210$

$$M_2 = M_1 + M_1 \cdot 0,10$$

$$M_2 = C(1 + i)^1 + C(1 + i)^1 \cdot i$$

$M_2 = C(1 + i)^1 \cdot (1 + i) \rightarrow$ colocamos C $(1 + i)^1$ em evidência

$$M_2 = C(1 + i)^2$$

3º mês: $M_3 = 1210 + 1210 \cdot 0,10 = 1331$

$$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i$$

$$M_3 = C(1 + i)^2 + C(1 + i)^2 \cdot i$$

$M_3 = C(1 + i)^2 \cdot (1 + i)$ colocamos C $(1 + i)_2$ em evidência

$$M_3 = C(1 + i)^3$$

4º mês: $M_4 = C(1 + i)^4$

$$M_n = C(1 + i)^n$$

$M = C(1 + i)^n$ fórmula para o cálculo de juros compostos

onde,

$M \rightarrow$ Montante (C + j)

$C \rightarrow$ Capital

$i \rightarrow$ taxa

$n \rightarrow$ tempo

Dicas importantes em relação à taxa e ao tempo



- Os juros são fixados por meio de uma taxa percentual que sempre se refere a uma unidade de tempo (ano, semestre, trimestre, mês, dia).
- Deve-se atentar também ao fato de que o tempo e a taxa devem estar sempre na mesma unidade de referência. Por exemplo, se a taxa for considerada ao mês, o tempo deverá estar convertido em meses.

Exemplos:

10% ao ano = 10% a.a.
 5% ao semestre = 5% a.s.
 5% ao trimestre = 5% a.t.
 5% ao bimestre = 5% a.b.
 1% ao mês = 1% a.m.
 0,33% ao dia = 0,33% a.d.



Vamos calcular juntos:



- 1 Um investidor abriu duas contas numa instituição financeira e depositou R\$ 1.000,00 em cada uma. Uma das contas foi remunerada a juros simples, a outra a juros compostos; ambas foram remuneradas a uma taxa de 5% ao trimestre. Informe o montante que poderá ser retirado pelo investidor ao final de dois anos. Compare os resultados e analise a diferença.

a) juros simples

Resolução: Dados do problema:

$C=1.000,00$; $n=2$ anos = 8 trimestres; $i=5\%=5/100=0,05$

$j=C.i.n$

$j=1000.0,05.8$

$j=400,00$

Para obtermos o valor do montante, precisamos somar o capital ao juro:

$M=C+j$

$M=1000+400$

$M=1400,00$

Resposta: O montante sob o regime de capitalização simples é de R\$ 1400,0

b) juros compostos

Resolução: $M = C \cdot (1+i)^n$

$$M = 1000 \cdot (1+0,05)^8$$

$$M = 1000 \cdot 1,478$$

$$M = 1.478,00$$

Resposta: O montante a ser pago corresponde a R\$ 1.478,00

2 Qual é o capital que, aplicado à taxa de 6% ao mês a juros compostos, produz um montante de 5.085,26 após 5 meses?

Resolução:

$$M = C \cdot (1+i)^n$$

$$5085,26 = C \cdot (1+0,06)^5$$

$$C \cdot (1+0,06)^5 = 5085,26$$

$$C = \frac{5085,26}{(1+0,06)^5}$$

$$C = \frac{5085,26}{1,338}$$

$$C = 3800,64 \approx 3800,00$$

Resposta: O capital corresponde a R\$ 3800,00.

3 Giovanni aplicou R\$ 10.000,00 em uma aplicação a juros compostos de 3,2% ao mês. Quanto tempo ele deverá deixar esse valor aplicado para obter o montante de R\$ 12.000,00?

Resolução:

$$M = C \cdot (1+i)^n$$

$$12000 = 10000 \cdot (1+0,032)^n$$

$$1,032^n = \frac{12000}{10000}$$

$$1,032^n = 1,2$$

Temos aqui uma equação exponencial, e para resolvê-la teremos que nos utilizar das propriedades dos logaritmos e realizar os cálculos com o auxílio de uma calculadora científica.

Vejamos como proceder: $1,032^n = 1,2 \rightarrow \log(1,032)^n = \log 1,2$

Utilizando a propriedade do logaritmo de uma potência, temos:

$$n \cdot \log(1,032) = \log 1,2$$

$$n = \frac{\log 1,2}{\log 1,032}$$

$$n = \frac{0,0792}{0,01368}$$

$$n = 5,79$$

Resposta: Após 5,79 meses ou 5 meses e 24 dias Giovanni terá um montante de R\$ 12000,00.

4

A que taxa um capital de R\$ 20000,00 pode ser dobrado em 48 meses?

Resolução:

$$M = C \cdot (1+i)^n$$

$$40000 = 20000 \cdot (1+i)^{48}$$

$$(1+i)^{48} = \frac{40000}{20000}$$

$$(1+i)^{48} = 2 \longrightarrow \text{podemos elevar ambas as partes no expoente } \frac{1}{48}$$

$$((1+i)^{48})^{\frac{1}{48}} = 2^{\frac{1}{48}}$$

$$1+i = 1,01455$$

$$i = 1,01455 - 1$$

$$i = 0,01455$$

Resposta: Para obtermos a taxa percentual é necessário que multipliquemos 0,01455 por cem, logo, $0,01455 \cdot 100 = 1,455\%$.

Outro meio possível para resolver essa questão poderemos novamente nos utilizarmos das propriedades dos logaritmos.

Sendo assim: $(1+i)^{48} = 2$

Utilizando a propriedade do logaritmo de uma potência, temos:

$$\log(1+i)^{48} = \log 2 \longrightarrow 48 \cdot \log(1+i) = \log 2$$

$$48 \cdot \log(1+i) = 0,301$$

$$\log(1+i) = 0,301/48$$

$$\log(1+i) = 0,006271$$

$$1+i = 10^{0,006271}$$

$$1+i = 1,01455$$

$$i = 1,01455 - 1$$

$$i = 0,01455$$

Resposta: Para obtermos a taxa percentual é necessário que multipliquemos 0,01455 por cem, logo, $0,01455 \cdot 100 = 1,455\%$.



Vamos praticar

Resolva no seu caderno

1 Olívia pediu R\$ 800,00 emprestados a seu tio a serem pagos em 6 meses, a uma taxa de 3% ao mês. Qual o montante a ser pago nos dois regimes de capitalização (simples e composto).

a) juros simples

Resolução:

$$j=C.i.n$$

$$j=800.0,03.6$$

$$j=144,00$$

Para obtermos o valor do montante, precisamos somar o capital ao juro:

$$M=C+j$$

$$M=800+144$$

$$M=944,00$$

Resposta: O montante sob o regime de capitalização simples é de R\$ 944,00

b) juros compostos

Resolução:

$$M=C.(1+i)^n$$

$$M=800.(1+0,03)^6$$

$$M=800.1,194$$

$$M=955,20$$

Resposta: O montante a ser pago corresponde a R\$ 955,20.

2 José pagou R\$ 6.120,00 a seu irmão por um empréstimo de R\$ 5.000,00. Se o tempo entre a tomada do empréstimo e o pagamento foi de 8 meses, calcule a taxa de juros cobrada sob o regime de capitalização simples.

Resolução:

$$j=C.i.n$$

$$1120=5000.i.8$$

$$i=\frac{1120}{40000} \longrightarrow i=0,028$$

Resposta: Para transformarmos essa taxa em percentual devemos multiplicá-la por 100, logo a taxa é de 2,8% a.m.

- 3** Um agricultor contraiu um empréstimo junto a uma agência bancária, para subsidiar os custos do plantio de sua lavoura de soja. O valor tomado foi de R\$ 35.000,00 e ele já foi informado pelo banco que deverá quitar a dívida ao final de 8 meses e que o valor a ser pago em única parcela será de R\$ 40.369,21. Qual a taxa de juros adotada nessa operação de crédito?

Resolução:

$$M=C.(1+i)^n$$

$$40369,21=35000.(1+i)^8$$

$$(1+i)^8 = \frac{40369,21}{35000}$$

$$(1+i)^8 = 1,153 \quad \text{podemos elevar ambas as partes no expoente } \frac{1}{8}$$

$$((1+i)^8)^{\frac{1}{8}} = 1,153^{\frac{1}{8}}$$

$$1+i = 1,018$$

$$i = 1,018 - 1$$

$$i = 0,018$$

Resposta: Para obtermos a taxa percentual é necessário que multipliquemos 0,018 por cem, logo, $0,018 \cdot 100 = 1,8\%$.

- 4** Em quanto tempo um capital aplicado a taxa de juros simples de 17% a.a. dobra o seu valor?

Resolução:

$$\text{Se } M=C+j, \text{ então } j=M-C$$

Podemos aqui atribuir um valor qualquer ao capital, por exemplo "R\$ 100,00" ou atribuir uma incógnita qualquer ao capital, por exemplo "x".

$$j=C.i.n$$

$$M-C=C.i.n$$

$$2x-x=x.i.n$$

$$x=x.0,48.n$$

$$n = \frac{x}{x.0,48} \longrightarrow n = \frac{1}{0,48} \longrightarrow n = 2,083$$

Resposta: 2,08 anos ou 25 meses.

5

Qual o montante que um capital de R\$ 5.000,00 produz quando aplicado:

a) durante 3 meses, a uma taxa de 2% a.m. de juro composto?

Resolução:

$$M=C.(1+i)^n$$

$$M=5000.(1+0,02)^3$$

$$M=5000.1,061$$

$$M=5.305,00$$

Resposta: Produzirá um montante de R\$ 5.305,00.

b) durante 10 anos, a uma taxa de 1,2% a.m. de juro composto?

Primeiramente precisamos converter o prazo e a taxa à mesma unidade de tempo. É bom atentar para o fato de que é necessário converter o tempo à taxa e não a taxa ao tempo por se tratar de juros compostos. Logo, 10 anos correspondem a 120 meses.

Resolução:

$$M=C.(1+i)^n$$

$$M=5000.(1+0,012)^{120} \rightarrow M=5000.4,185$$

$$M=20925,00$$

Resposta: Produzirá um montante de R\$ 20.925,00.

c) durante 18 meses, a uma taxa de 0,02% a.d. de juro composto?

$$1 \text{ mês} = 30 \text{ dias} \longrightarrow 18 \text{ meses} = 540 \text{ dias}$$

Resolução:

$$M=C.(1+i)^n$$

$$M=5000.(1+0,0002)^{540}$$

$$M=5000.1,114$$

$$M=5.570,00$$

Resposta: Produzirá um montante de R\$ 5.570,00.

6

Qual do desconto concedido no resgate de uma nota promissória de R\$ 15.000,00, recebida 2 meses antes de seu vencimento, à taxa de juro composto de 5% ao mês?

Resolução:

$$M=C.(1+i)^n$$

$$1500=C.(1+0,05)^2$$

$$1500=C.1,10$$

$$C=\frac{15000}{1,10}$$

$$C= 13636,36$$

Resposta: Logo o desconto corresponde à subtração entre o valor da nota promissória e o valor pago antecipadamente.

$$R\$ 15000,00-13636,36=1.363,64$$

EDUCAÇÃO FINANCEIRA



Entenda por que estados querem pagar juros simples – e por que devem tanto

Questões que envolvem Juros Simples e Juros Compostos estão sendo discutidas veementemente na imprensa falada e escrita em nosso país. Isso se deve ao fato de que os estados brasileiros estão extremamente endividados com a União e, por conta disso, entraram na Justiça com pedidos para mudar a forma como se calcula os juros de suas dívidas.

Hoje, essa dívida é reajustada através de juros compostos ou juros sobre juros. No entanto, o Supremo Tribunal Federal (STF) autorizou, em caráter liminar (decisão provisória), a mudança de cálculo utilizando juros simples para calcular os juros da dívida para os seguintes Estados: Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Minas Gerais, São Paulo, Mato Grosso do Sul, Goiás, Alagoas e Pará.

O governo Federal mostrou-se indignado com a situação, pois ao cobrar juros simples em vez de compostos, ele deixará de receber entre R\$ 300 bilhões e R\$ 320 bilhões. No cenário atual, em que a dívida pública atingiu recordes históricos, isso aumentaria o rombo da União. Especialistas que defendem o governo Federal argumentam que essa é uma decisão irresponsável e que se a mudança de cálculo for aprovada, abriria um

precedente perigoso, pois embute uma quebra de contrato, o que reduz a confiança na economia e no governo brasileiros.

Para o ministro da Fazenda, essa tese, além de “equivocada”, também é “perigosa”. “O que impede que esse conceito seja aplicado para contratos privados [como os bancários]? Isso pode abrir precedente e criar uma grande incerteza jurídica, que não é o que o Brasil precisa neste momento”, afirmou.

Essa conta de juros vale para praticamente todo tipo de empréstimo feito pelo mercado financeiro. Ao mesmo tempo em que os financiamentos cobram juros compostos, os capitais investidos em aplicações financeiras



também são remunerados dessa maneira. Por isso, a velha máxima dos consultores financeiros de que é preciso fazer o dinheiro trabalhar a seu favor, recebendo juros em vez de pagá-los.

Por que os estados devem tanto?

Os estados vivem um descontrole fiscal de muitos anos, pois gastam muito mais do que arrecadam. Esse é um problema crônico, mas que piorou nos últimos anos. Agora, a queda da atividade econômica deixou a ineficiência da gestão dos gastos mais evidente. Com a economia mais fraca, as empresas vendem menos, pagam menos impostos, e conseqüentemente, chega menos dinheiro de tributos para os cofres municipais, estaduais e federais.

Pela Lei de Responsabilidade Fiscal, os estados e municípios são proibidos de emitir títulos da dívida. Ou seja, eles não podem colocar títulos no mercado para se financiar. Esse direito é dado apenas ao governo federal. Mas, na década de 90, os estados estavam precisando de dinheiro. Encontraram, então, uma forma alternativa de se capitalizar. Usaram os bancos estaduais, como o antigo Banespa, emitindo dívidas do governo estadual.

Como os governos estaduais não tinham dinheiro para honrar essas dívidas, os bancos começaram a quebrar. Para evitar a quebra geral, o governo central decidiu federalizar as dívidas. Em vez de os estados deverem para os bancos estaduais, eles passaram a dever para o Tesouro nacional. É essa dívida, que cresceu exponencialmente durante todos esses anos, que está sendo questionada.

Veja só alguns números apresentados:

- Santa Catarina: a dívida com a União era de R\$ 4 bilhões, foram pagos R\$ 13 bilhões e ainda restaram R\$ 9 bilhões;

- Rio Grande do Sul: a dívida inicial com a União era de R\$ 9 bilhões, foram pagos R\$ 25 bilhões, e o estado ainda deve R\$ 52 bilhões

- Minas Gerais: R\$ 93 bilhões de dívida com a União no fim da década de 90. Foram pagos R\$ 300 bilhões e ainda são devidos R\$ 553 bilhões.

- São Paulo: informou que a dívida com a União era de R\$ 46 bilhões, foram pagos R\$ 130 bilhões e ainda são devidos R\$ 224 bilhões.

Barbosa afirmou que o Governo Federal também tem sua dívida corrigida por juros compostos. Ele afirmou que, no ano 2000, o governo federal tinha uma dívida de R\$ 511 bilhões. Em 16 anos, essa dívida foi corrigida para R\$ 2,65 trilhões, sendo R\$ 1,7 trilhão de juros. Como podemos perceber, em 16 anos os juros pagos ultrapassaram o valor nominal, e a União ainda deve R\$ 2,65 trilhões.

A proposta apresentada pelo governo federal

Segundo Barbosa, a solução buscada pelos estados é "simples e errada". De seu ponto de vista, as dívidas estaduais deveriam ser renegociadas, com alongamento do prazo por mais 20 anos, e com o Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) por mais 10 anos - o que geraria um alívio extra no pagamento das parcelas mensais da dívida dos estados. Também concordou com um desconto nos dois primeiros anos de contrato. Além

disso, o ministro concorda com a mudança do indexador da dívida dos estados, o que baixaria o valor mensalmente pago por eles. A perda para o governo, com essa alteração, seria de R\$ 43 bilhões no estoque das dívidas dos estados com a União.

Com a mudança, o governo deverá corrigir os débitos pela taxa Selic ou pelo IPCA – o que for menor – mais 4% ao ano. Atualmente, os débitos de prefeituras e governos estaduais com a União são corrigidos pelo IGP-DI mais 6% a 9% ao ano, índice mais oneroso. A alteração na base de cálculo das dívidas foi sancionada ano passado.

Tudo somado poderia gerar um impacto no caixa dos estados, e também no superávit primário do setor público consolidado, de R\$ 45 bilhões em três anos. O governo tem dito, porém, que esse projeto só será levado adiante caso seja mantido o entendimento de que os juros compostos corrigem os contratos das dívidas estaduais.

Contrapartidas

Para alongar a dívida dos estados, entretanto, o governo pediu uma série de contrapartidas, entre as quais a proibição de concessão de novos aumentos salariais para os servidores estaduais.

Os estados também terão que limitar o crescimento de despesas à variação da inflação. Não poderão nomear novos servidores, exceto para reposição de aposentados e falecidos.

Além disso, também devem reduzir em 10% as despesas mensais com cargos de confiança em relação a junho de 2014. Essas ações, entre outras, terão que estar em vigor em até seis meses após a assinatura do acordo entre o Estado e a União.

Outras exigências feitas pelo governo federal são:

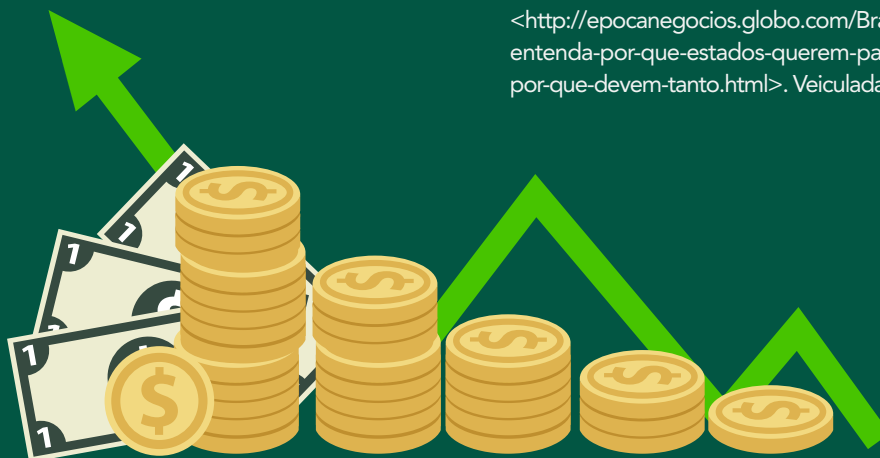
- Aprovação de uma Lei de Responsabilidade Fiscal pelos Estados;
- Instituição de um regime de previdência complementar para os servidores estaduais;
- Aumento gradual, de 11% para 14%, na contribuição previdenciária paga por esses servidores.

Essas contrapartidas, porém, estão sendo questionadas por parlamentares no Congresso Nacional, e o próprio Ministério da Fazenda já admitiu que admite negociá-las.

Texto adaptado de matérias retiradas dos seguintes endereços:

<<http://g1.globo.com/economia/noticia/2016/04/para-barbosa-juro-simples-e-solucao-desequilibrada-estados-reclamam.html>>. Veiculada em 27/04/2016.

<<http://epocanegocios.globo.com/Brasil/noticia/2016/04/entenda-por-que-estados-querem-pagar-juros-simples-e-por-que-devem-tanto.html>>. Veiculada em 27/04/2016.





Para você saber mais sobre Educação Financeira

Vida e Dinheiro

www.vidaedinheiro.gov.br

Nesse endereço estão compiladas diversas informações sobre a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF).



Ministério da Educação

portal.mec.gov.br

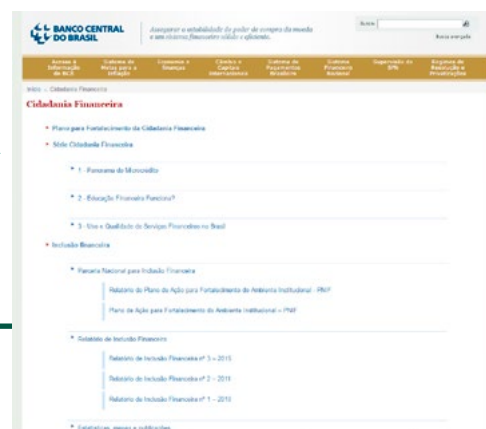
A educação financeira está entre os temas da atualidade sugeridos para compor a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). É só digitar “educação financeira” no campo de busca do portal, no topo da página, e ler a respeito.



Banco Central do Brasil

www.bcb.gov.br/pt-br/#!/n/CIDADANIAFINANCEIRACIAFINANCEIRA

No site do Banco Central do Brasil você poderá informar-se sobre o plano para o fortalecimento da cidadania financeira, inclusive a “calculadora do cidadão”.



REFERÊNCIAS CONSULTADAS



A História da Porcentagem. Disponível em: <<http://www.portaleducacao.com.br/pedagogia/artigos/65268/o-surgimento-da-porcentagem#ixzz48HhQ81KL>>

Banridicas de Educação Financeira e planilha de controle financeiro Banrisul. Disponível em: <https://www.banrisul.com.br/bob/link/bobw00hn_promocao.aspx?secao_id=1670&campo=11212>

Educação Financeira nas escolas: ensino médio: livro do professor/[elaborado pelo Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF)]. Brasília: CONEF, 2013.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, Roberto. **Matemática Completa.** 2. ed. renov. São Paulo: FTD, 2005.

Página inicial do site do IBGE. Endereço: <<http://www.ibge.gov.br/home/>>.

Planejamento financeiro familiar. Disponível em: <http://www.caixa.gov.br/Downloads/educacao-financeira-cartilhas/CARTILHA3_PLANEJAMENTO_FINANCEIRO.pdf>.

SAMANEZ, Carlos Patrício. **Matemática Financeira:** aplicações à análise de investimentos. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

Taxa Selic – Taxa básica da economia. Fonte: Banco Central do Brasil. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/htms/selic/selicdia.asp>>.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática Financeira.** 7. Ed. São Paulo: Atlas, 2000.

A História da Porcentagem. Disponível em: <<http://www.portaleducacao.com.br/pedagogia/artigos/65268/o-surgimento-da-porcentagem#ixzz48HhQ81KL>>