

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS, MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS

PRODUTO EDUCACIONAL

**“UM CADERNO DIDÁTICO PARA O ENSINO
DE INTERVALOS DE CONFIANÇA”**

ULISES JACINTO AGUAYO GARRIDO

JOINVILLE, SC
2017

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
Programa: ENSINO DE CIÊNCIAS, MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS
Nível: MESTRADO PROFISSIONAL
Área de Concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.
Linha de Pesquisa: Ensino Aprendizagem e Formação de Professores

Título: “UM CADERNO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE INTERVALOS DE CONFIANÇA”.

Autor: Ulises Jacinto Aguayo Garrido

Orientador: Profª Dra. Elisa Henning

Data: 31/04/2017

Produto Educacional: Caderno Didático

Nível de ensino: Ensino Superior.

Área de Conhecimento: Estatística

Tema: Intervalos de Confiança

Descrição do Produto Educacional:

Trata-se de um Produto Educacional, que oferece aos professores de Estatística de Ensino Superior de Engenharia, uma sequência didática que dá suporte e serve como referência na Educação Estatística Crítica na metodologia Sala de Aula Invertida, para utilizar na prática pedagógica de forma a que se possam alcançar os reais objetivos da EEC.

Biblioteca Universitária UDESC: <http://www.udesc.br/bibliotecauniversitaria>

Publicação Associada: [“CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA PARA CURSOS DE GRADUAÇÃO: UM CADERNO DIDÁTICO PARA O ENSINO DE INTERVALOS DE CONFIANÇA APLICANDO SALA DE AULA INVERTIDA”.]

URL: <http://www.cct.udesc.br/?id=1636>

Arquivo	*Descrição	Formato	
0012017.pdf	Texto completo	Adobe PDF	Visualizar/abrir

Licença de uso:

1. APRESENTAÇÃO

Caro colega Professor(a),

Este Caderno Didático é parte integrante da dissertação de Mestrado intitulada “Contribuições para o ensino de Estatística para cursos de graduação: Um Caderno Didático para o ensino de intervalos de confiança aplicando Sala de Aula Invertida”, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias. Trata-se de um Produto Educacional, disponibilizado aos professores de Estatística de ensino superior de engenharia, contendo uma sequência didática que dá suporte ao ensino de Estatística Crítica (EEC) na metodologia Sala de Aula Invertida, para utilizar na prática pedagógica de forma a que possam alcançar os reais objetivos da EEC.

Prof. Ulises Jacinto Aguayo Garrido

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	3
2. CADERNO DIDÁTICO	5
3. MATERIAL DE ESTATÍSTICA DISPONIBILIZADO AOS ALUNOS.....	17
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	36

2. CADERNO DIDÁTICO

Trata-se de um Produto Educacional, que oferece aos professores de Estatística de Ensino Superior uma sequência didática que dá suporte ao Ensino de Estatística Crítica (EEC), na metodologia Sala de Aula Invertida (SAI). A prática da sequência foi desenvolvida e posteriormente aplicada aos alunos do CCT – UDESC Joinville – conforme exposto na dissertação e todas as observações feitas nesta prática culminaram na elaboração e disponibilização deste Produto Educacional “Caderno Didático”. Este produto pode ser utilizado por professores de estatística do ensino superior, nas suas práticas pedagógicas, de forma a contribuir para alcançar os reais objetivos da EEC.

Ressaltamos que o motivo a nossa escolha para estudo do tema Intervalos de Confiança abordado aqui, se torna relevante por fazer parte de vários currículos de cursos do ensino superior, principalmente em razão de suas aplicações na tomada de decisões dos futuros profissionais.

Em nossa pesquisa estudamos autores como Batanero (2002), Garfield (2002), Gal (2002), Moraes (2006), entre outros que pesquisaram o tema Educação Estatística (EE), e que nos deram a conhecer a evolução e as características deste tema. Eles relatam em seus trabalhos, que existem diversos centros de pesquisa no mundo que tem a EE, como objeto de estudo, com foco na efetividade, eficiência e capacitação de educadores e instituições de ensino. Estes autores nos dão a conhecer que, centros de pesquisa têm avançado consistentemente nos estudos para que se possam identificar quais são os elementos mais importantes da EE, os aspectos que devem ser valorizados no ensino e na aprendizagem da Estatística, assim como as formas pedagógicas que podem contribuir para minimizar os problemas relacionados ao trabalho em sala de aula.

Campos (2007), ao nos apresentar seus fundamentos teóricos da didática da Estatística, coloca em evidência o desenvolvimento de três competências: a literacia, o pensamento e o raciocínio estatístico. Sem estas competências, reafirma, não é possível desenvolver com sucesso uma relação ensino e aprendizagem desta disciplina.

Lopes (2013), ressalta que, atualmente, o professor trabalha com alunos que têm acesso cada vez mais cedo a diferentes Estatísticas. Logo, uma formação centrada na aplicação de fórmulas seguida de exercícios de fixação é insuficiente para atender as atuais demandas de ensino da disciplina.

Lopes (2008) percebe, que, mesmo sendo a Estatística uma disciplina presente, em todos os níveis de educação, a maneira como é abordada, muitas vezes foge ao verdadeiro valor desta área, de modo que nem sempre, se trabalha eficazmente contribuindo para um aprendizado adequado e coerente.

Skovsmose (2008) sustenta que na Educação Crítica, os estudantes e os professores podem desenvolver a competência crítica, sem imposições, por meio do diálogo, identificando assuntos relevantes para o processo educacional, o autor sustenta que os motivos pelos quais utilizamos o termo Educação Estatística Crítica (EEC), seja uma maneira de fortalecer o processo educacional, pois a Estatística possui uma natureza crítica e forte, com uma demanda específica em diversos campos profissionais. Skovsmose (2001, p.101) explica que crítica tem a ver com:

- 1.- uma investigação de condições para a obtenção do conhecimento;
 - 2.- uma identificação dos problemas sociais e sua avaliação;
 - 3.- uma reação às situações sociais problemáticas.
- Em outras palavras, o conceito de crítica indica demanda sobre auto-reflexões, reflexões e reações.

Autores como, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), Cazorla, Kataoka e Silva (2010), ajudam a esclarecer e apontam para objetivos a serem alcançados na EEC. Os autores afirmam que, para que estes objetivos possam ser alcançados no processo de ensino-aprendizagem da EEC, deve se dar ênfase ao desenvolvimento de pesquisas com foco na avaliação e proposição de instrumentos diagnósticos e materiais de ensino-aprendizagem.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), que enfatizam a respeito dos métodos de ensino de Estatística e aos seus objetivos, ou seja, se preocupam em debater o que ensinar e como ensinar, com base em metas a serem atingidas pelos alunos. Eles citam o *Gaise Report College* que sugere seis metas que devem ser consideradas no trabalho com os estudantes do ensino superior: i) enfatizar literacia Estatística e desenvolver o pensamento estatístico; ii) usar dados reais; iii) ressaltar o entendimento conceitual ao invés de mero conhecimento de procedimentos; iv) promover a aprendizagem ativa em sala de aula; v) usar a tecnologia para o desenvolvimento de compreensão conceitual e análise de dados e; vi) usar as avaliações para melhorar e avaliar a aprendizagem do estudante.

Campos *et al.* (2013) colocam em evidência quatro objetivos dos estudos em Educação Estatística, dois propostos por Garfield e Gal (1999):

Garfield e Gal (1999) identificaram alguns objetivos que o ensino de Estatística deve perseguir entre os quais destacamos:

a) entender a probabilidade, a chance, a incerteza, os modelos e a simulação;

b) desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar;

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) complementam esses objetivos:

a) desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadão e como profissional;

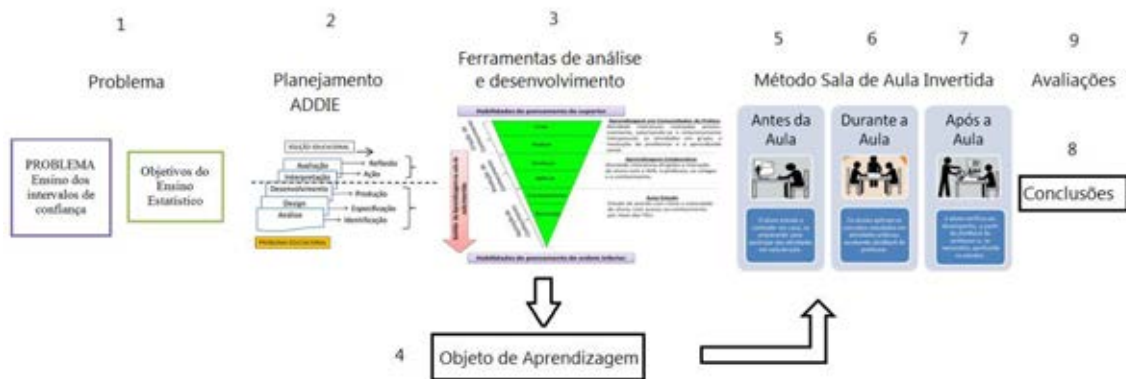
b) desenvolver hábitos de questionamento dos valores, grandezas, dados e informações GARFIELD E GAL (1999 *apud* CAMPOS 2013 p. 1).

Lopes (2008), em seus estudos destaca que, seria significativo que o pensamento estatístico crítico estivesse presente no ensino e na aprendizagem, e que a Educação Estatística permitisse situações de aprendizagem nas quais o sujeito neste caso o aluno, fosse o ator principal na construção de seus conhecimentos.

Na dissertação, reunimos as características da Educação Estatística Crítica e suas competências evidenciadas por Campos (2007), tais como a literacia, pensamento e raciocínio estatístico, que segundo o autor devem ser adquiridas cumprindo objetivos específicos.

A figura 1 apresenta a sequência para a elaboração do Objeto de Aprendizagem que ajudará a aula de Intervalos de Confiança a ser executada.

Figura 1 – Processo de elaboração do Objeto de Aprendizagem e aplicação na SAI



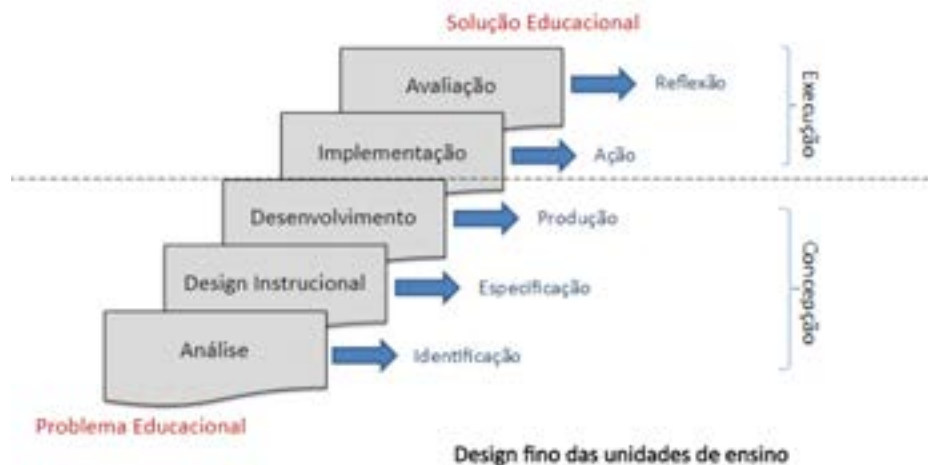
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017, adaptado de SCHNEIDER *et al.*; 2013, BARBOSA, BARCELOS; BATISTA 2015; FILATRO 2008.

DESIGN INSTRUCIONAL - PLANEJAMENTO PELO MÉTODO ADDIE

Perante esta oportunidade, procuramos neste estudo identificar as possibilidades de atingir estes objetivos específicos da EEC, aplicando o método ADDIE do *Design Instrucional*. O processo de construção do material didático envolve o *Design*

Instrucional (DI), centralizando as ações necessárias, bem como seu gerenciamento de projetos, no método ADDIE, acrônimo em inglês de *Analyze* (Analisar), *Design* (Projetar), *Develop* (Desenvolver), *Implement* (Implementar), and *Evaluate* (Avaliar) (FILATRO, 2008).

Figura 2 – Fases de desenvolvimento de *Design* Instrucional



Fonte: FILATRO, 2008, p. 29.

Abaixo descrevemos brevemente cada fase conforme Filatro (2004):

- a) **análise:** envolve a identificação de necessidades de aprendizagem, a definição de objetivos instrucionais e o levantamento das restrições envolvidas;
- b) **design e desenvolvimento:** quando ocorre o planejamento da instrução e a elaboração dos materiais e produtos instrucionais;
- c) **implementação:** quando se dá a capacitação e ambientação de docentes e alunos à proposta de *Design* Instrucional e a realização do evento ou situação de ensino-aprendizagem propriamente ditos; e por fim
- d) **avaliação:** envolve o acompanhamento, a revisão e a manutenção do sistema proposto (FILATRO e PICONEZ, 2004 p. 4).

O cronograma a seguir é um exemplo de como planejar o tempo em função a ser executadas etapas da sequência ADDIE para a SAI e foi montado para o planejamento da prática da SAI.

1º Exemplo – Cronograma de preparação de atividades de SAI, baseado no modelo ADDIE

 UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS PROGRAMA DE PÓS- GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS – PPGECEMT
--	--

CRONOGRAMA DAS ATIVIDADES DE IMPLANTAÇÃO DA SAI

Data	Etapas	Atividades desenvolvidas	Responsável
1. 15/08/2016	Análise	Planejar, coletar e analisar dados.	Professor
2. 29/08/2016		Elaborar relatório de análise.	Professor
3. 05/09/2016	Design	Planejar unidades de aprendizagem.	Professor
4. 12/09/2016		Especificar materiais.	Professor
5. 14/09/2016	Desenvolvimento	Produzir materiais.	
6. 16/09/2016		Testar materiais.	Professor
7. 26/09/2016	Implementação	Capacitar equipe. (Pré-aula), SAI.	Professor Alunos
8. 28/09/2016		Publicar unidades de aprendizagem. (Aula), SAI.	Professor
9. 10/10/2016 a 07/11/2016		Executar unidades de aprendizagem.	Alunos
10. 04/12/2016	Avaliação	Acompanhar execução. Seminário de apresentação. (Pós- aula), SAI.	Professor e Alunos

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Segundo Munhoz (2015) a Sala de Aula Invertida, é a metodologia que inverte o ciclo típico de aquisição de conteúdos e aplicações, de tal forma que os alunos tenham contato antecipado com o conhecimento necessário antes da aula presencial, em algum ambiente virtual de aprendizagem e, no encontro presencial, alunos e professores interagem de forma ativa para esclarecer, trabalhar e aplicar o conhecimento que foi construído no ambiente *online*. Assim percebemos no nosso estudo, que a Sala de Aula invertida tem características que podem ajudar a contribuir nos objetivos da Educação Estatística Crítica.

A folha de atividade é o planejamento a sequência didática e os objetivos da atividade na SAI

2º Exemplo – Planejamento de Atividades

 UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA	UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS PROGRAMA DE PÓS- GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS - PPGECMT
--	---

FOLHA DE PLANEJAMENTO DE ATIVIDADES 2016/02

Ementa: Desenvolvimento de projeto e de aplicação de proposta de prática pedagógica ou produto em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.

1.DADOS
Título da proposta de prática pedagógica: PRÁTICA PEDAGÓGICA: APLICAÇÃO DO ENSINO HÍBRIDO COM ÊNFASE EM SALA INVERTIDA PARA AS AULAS DE ESTATÍSTICA NUMA TURMA DE ACADÊMICOS DA UDESC.
Acadêmico: Ulises Jacinto Aguayo Garrido
Orientador (a): Dra. Elisa Henning
Local de aplicação: Turma de acadêmicos de uma turma de Probabilidade e Estatística da UDESC.
Período de abrangência da atividade: 05/10/2016 a 19/10/2016
2.DESCRICÃO DA(S) ATIVIDADE(S)
Atividade: Aplicar uma prática pedagógica com uso de ferramentas híbridas e sala de aula invertida na disciplina de Probabilidade e Estatística para acadêmicos de graduação da UDESC.

Objetivo:

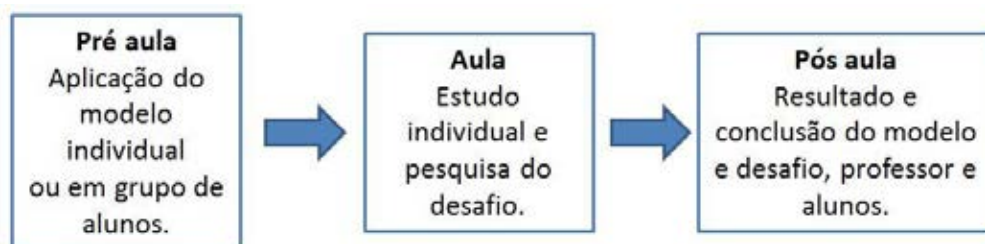
Aplicação de um Produto Educacional (PE) e prática pedagógica, cuja construção seja baseada no uso de SAI, para as aulas de Probabilidade e Estatística, especificamente no tema estimação por intervalos de confiança, aos alunos da UDESC.

Com o objetivo de lograr a apreensão do conhecimento no que se refere à literacia, pensamento e raciocínio estatístico com relação ao tema proposto por parte dos alunos.

Descrição da Atividade:

Obs.: No preenchimento da atividade devem ser levados em conta os objetivos queremos alcançar na EEC, para isso é recomendado escolher os verbos e objetivos adequados sugeridos da Taxonomia de Bloom em concordância com as metodologias ativas.

Aplicaremos o modelo SAI que divide a aula em três tempos, pré-aula, aula e pós-aula, dando ao aluno as condições necessárias para aprender individualmente e em grupos.



- Pré-aula:** Os alunos recebem as orientações conforme o planejamento feito pelo professor.
- Aula:** Os alunos executam virtualmente o planejado a etapa de experimentação.
- Pós-aula:** Os alunos reconhecem o término da atividade entregando para o professor o trabalho de campo e a apresentação que foi pedido acordado na proposta pedagógica inicial, trazendo as discutindo suas conclusões junto ao professor.

Atividades da pós-aula:

- Recolher a proposta pedagógica preenchida e o trabalho da aplicação teórica dos grupos de alunos 3 minutos.
- Cada apresentação tem um tempo de 15 minutos e mais 5 para debate.
- Este trabalho de campo será avaliado.

1. ASSINATURAS

Nome e assinatura do acadêmico

Nome e assinatura do orientador

TAXONOMIA DE BLOOM

De acordo com Ferraz (2010) a Taxonomia de Bloom é um instrumento cuja finalidade é auxiliar na identificação e a declaração dos objetivos ligados ao desenvolvimento cognitivo, que engloba a aquisição do conhecimento, competência e atitudes, visando facilitar o planejamento do processo de ensino-aprendizagem. O mesmo autor esclarece que embora este seja um instrumento adequado para utilização no ensino superior, poucos educadores fazem uso dele por não conhecerem uma maneira adequada de utilizá-lo.

A Taxonomia de Bloom pode ajudar os alunos a entender como navegar em direção ao entendimento do assunto, por meio dessa estrutura conceitual concebida para auxiliar a definição de objetivos de aprendizagem (VOCKELL, 2001 *apud* GALHARDI 2013, p.238).

Figura 02 –Taxonomia de Bloom Revisada



Fonte: Adaptado de TEIXEIRA, 2013 p. 27.

Quadro 1 – Objetivos educacionais – Taxonomia de Bloom (1976) – área cognitiva.

Taxonomia de Bloom Área Cognitiva		
NÍVEIS	OBJETIVOS	CAPACIDADES A ADQUIRIR
Conhecimento	Lembrar informações sobre: fatos, datas, palavras, lugares, regras, critérios e procedimentos.	Definir, descrever, distinguir, identificar, rotular, listar, memorizar, ordenar, reconhecer e reproduzir.
Compreensão	Entender a informação ou o fato, captar seu significado, utilizá-la em contextos diferentes.	Classificar, converter, descrever, discutir, explicar, generalizar, identificar, inferir, interpretar, prever, reconhecer, redefinir, selecionar, situar e traduzir.
Aplicação	Aplicar o conhecimento em situações concretas	Aplicar, construir, demonstrar, empregar, esboçar, escolher, escrever, ilustrar, interpretar, operar, praticar, preparar, programar, resolver e usar.
Análise	Identificar as partes e suas inter-relações	Analisar, calcular, comparar, discriminar, distinguir, examinar, experimentar, testar, esquematizar e questionar.
Síntese	Combinar partes não organizadas para formar um todo	Compor, construir, criar, desenvolver, estruturar, formular, modificar, montar, organizar, planejar e projetar.
Avaliação	Julgar o valor do conhecimento.	Avaliar, criticar, comparar, defender, detectar, escolher, estimar, explicar, julgar e selecionar.

Fonte: LIMA, 2009, p. 29.

FOLHA DE ATIVIDADE PARA OS ALUNOS SAI

Esta Folha de Instrução é a folha que deve ser cuidadosamente elaborada em seus detalhes porque nela está contido todo o processo de ensino-aprendizagem da atividade, junto com os objetivos de EEC.

O grau de instrução é dado pela escolha dos verbos pela Taxonomia de Bloom, que poderemos medir dos alunos envolvidos, em função dos resultados das instruções nos pós-aula da SAI.

3º Exemplo – Folha de instrução de atividades e dados fornecida para alunos

	Cabeçalho opcional para preenchimento do professor:
--	---

Folha de instrução da atividade e dados da aplicação da SAI para os alunos

Nome dos alunos:	
1. aluno 1	
2. aluno 2	
3. aluno 3	
4. aluno 4	
5.	
Data de início do desafio	
Data do fim do desafio	
Área da pesquisa:	
Conteúdo do relatório feito pelos alunos:	
Explicar para o aluno o porquê da abordagem do tema, que deve ser feito e para que.	
Desafio: Aplicar e avaliar intervalos de confiança, em um fenômeno para avaliação Estatística, este desafio tem como objetivo a assimilação de conhecimento e desenvolver a EEC, literacia, o pensamento e o raciocínio Estatístico.	
Obs.: Recomenda-se utilizar a Taxonomia de Bloom (verbos que auxiliam na construção do desafio) assim como o uso das metodologias ativas.	
(Pré-aula): Estudar, examinar o material disponibilizado virtualmente no endereço wix, cedido pelo professor; Identificar e debater com seus colegas, estudos de casos numa pesquisa bibliográfica,	

e posteriormente **planejar** uma pesquisa para **demonstrar** na prática o que você entendeu na teoria, finalmente **avaliar** os dados e **concluir** o resultado.

(Aula) - Responder às seguintes perguntas:

1. O que o acadêmico entende por intervalo de confiança para média?
2. **Esclarecer** o resultado obtido.
3. O resultado é confiável? **Justificar**.

Concluir o estudo no espaço reservado neste mesmo documento com todos os dados pertinentes ao trabalho (OBS: Anexar memorial de cálculo).

(Pós-aula) - Este trabalho deve ser **apresentado oralmente e discutido** no dia em ppt para discussão. No mesmo dia será a entrega do trabalho escrito padrão, junto com este modelo preenchido.

Espaço para o desenvolvimento da atividade

Avaliação do professor aos alunos envolvidos:

Nome do aluno (opcional):

Data de início do desafio	
Data do fim do desafio	
Responder às seguintes perguntas	
1. Qual é a sua opinião com relação ao material disponibilizado para estudo? 2. Teve alguma dificuldade para utilizar este material? 3. O que você sugere para a melhoria do material disponibilizado? 4. Você teve um aprendizado relevante com relação a Intervalos de Confiança para média?	
Muito obrigado	

COMPETÊNCIAS DA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA CRÍTICA QUE DEVEM SER MONITORADAS NO PROCESSO DE APLICAÇÃO DA SAI

EXEMPLO:

A literacia Estatística:

Os alunos trabalharam com informações e a linguagem Estatística, valorizando atitudes de questionamento e de discussão, usando a Estatística como evidência em suas argumentações;

O pensamento estatístico:

Relacionaram os dados com situações concretas, aplicadas, mostrando resultados que revelam uma tendência e não uma certeza, ainda interpretando os resultados e avaliando o problema, indagando seus porquês e explorando os dados sob diferentes ângulos;

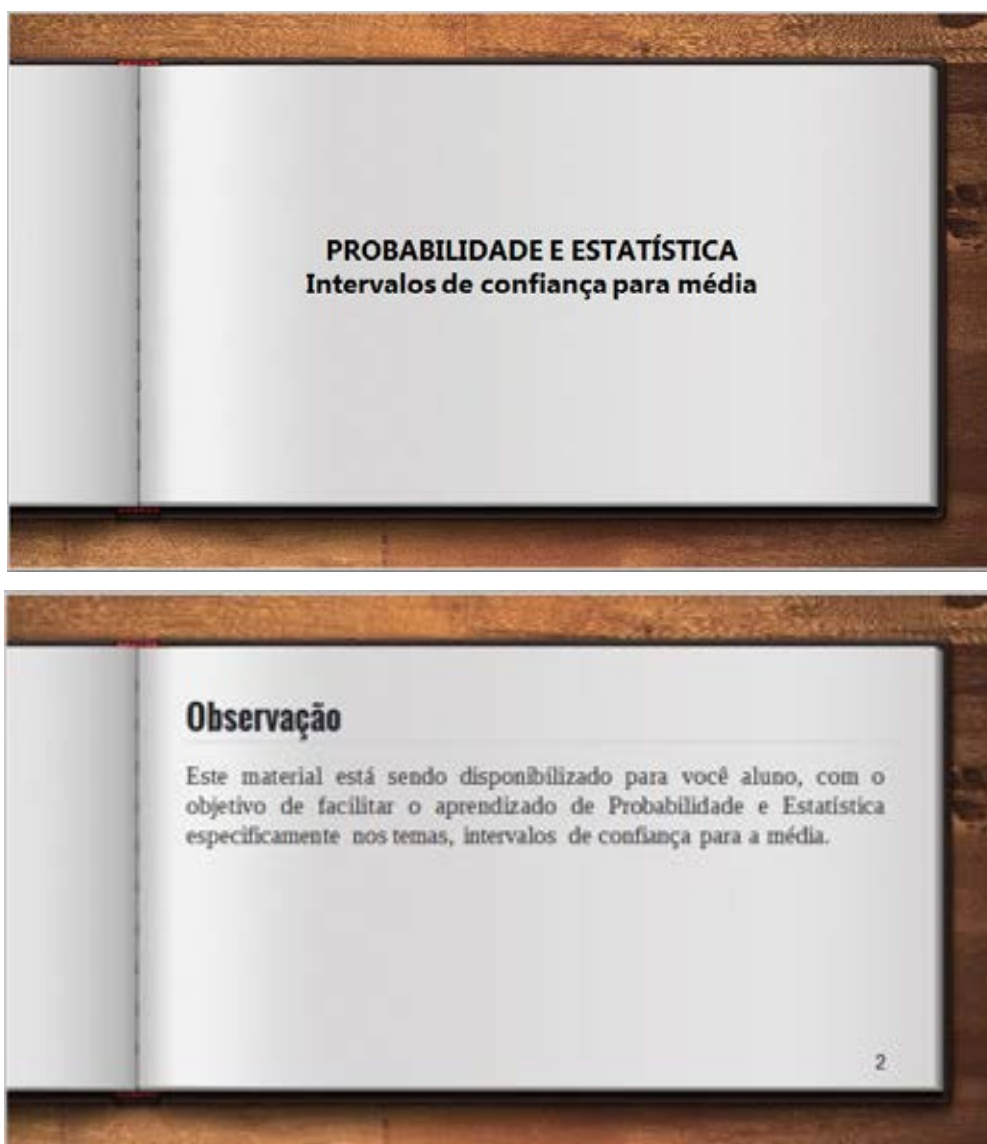
O raciocínio estatístico:

Obtiveram os resultados com base nos dados coletados que foram interpretados e representados na forma de tabela (raciocínio sobre dados). Os alunos discutiram sobre a relação entre as amostras e informações exigidas pelos modelos estatísticos do estudo, ainda relacionaram e interpretaram as variáveis e as estatísticas trabalhadas (raciocínio sobre dados). Foi aplicado raciocínio sobre medidas no intervalo de confiança pela média, usando medidas de tendência central, posição e de variabilidade no contexto do problema, o raciocínio sobre incertezas nos valores de porcentagem a ela atribuída.

3. MATERIAL DE ESTATÍSTICA DISPONIBILIZADO AOS ALUNOS

O seguinte material foi disponibilizado aos alunos para o estudo de Intervalos de Confiança, com o objetivo de facilitar a exposição da matéria e o aprendizado. A apresentação foi feita em Power Point®, narrada pelo autor e está disponível por via sistema gratuito WIX® no seguinte endereço: ulisesgarrido.wixsite.com/pr-blog-pt

SLIDES DISPONIBILIZADOS AOS ALUNOS COM O TEMA INTERVALOS DE CONFIANÇA



Objetivos específicos da aula

- *Conceituar o que é inferência estatística;
- *Apresentar as distribuições que caracterizam a variável aleatória “média amostral”;
- *Conceituar intervalos de confiança relativos a variável “média amostral”;
- *Intervalos de confiança para média;
- *Com variância conhecida;
- *Com variância populacional σ^2 desconhecida para pequenas amostras;
- *Com variância populacional σ^2 desconhecida para grandes amostras;
- *Exemplos.

3

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Intervalos de confiança para média

Objetivos específicos da aula

- *Conceituar o que é inferência estatística;
- *Apresentar as distribuições que caracterizam a variável aleatória “média amostral”;
- *Conceituar intervalos de confiança relativos a variável “média amostral”;
- *Intervalos de confiança para média;
- *Com variância conhecida;
- *Com variância populacional σ^2 desconhecida para pequenas amostras;
- *Com variância populacional σ^2 desconhecida para grandes amostras;
- *Exemplos.

3

1. Probabilidade e Estatística

Estatística inferencial

4

Probabilidade e Estatística



*A *Estatística Inferencial* é o conjunto de técnicas e procedimentos que permitem ao pesquisador afirmar com certo grau de confiabilidade, afirmativas sobre as populações, a partir de observações e dos resultados observados na amostra.

5

Probabilidade e Estatística



*A *inferência estatística* é o processo de extrair informações sobre uma população a partir dos resultados observados numa amostra.

6

• Estimativa de parâmetros populacionais



8

Distribuição de parâmetros

Os parâmetros podem ser:

Parâmetros:	População:	Amostra:
Média	μ	$\bar{x}$
Desvio Padrão	σ	s
Proporção	π	p

9

Parâmetro e Estatística

Parâmetro é uma descrição numérica de uma característica da população.

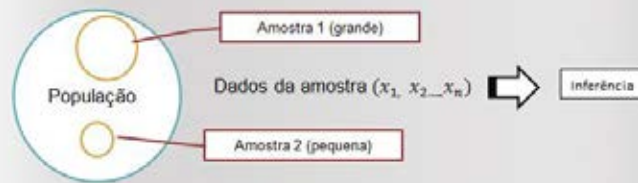
Estatística é uma descrição numérica de uma característica da amostra.

Os parâmetros podem ser:

Parâmetro:	Estatística:
Média populacional (μ)	Média amostral ($\bar{x}$)
Variância populacional (σ^2)	Variância amostral (s^2)
Desvio Padrão populacional (σ)	Desvio padrão amostral (s)

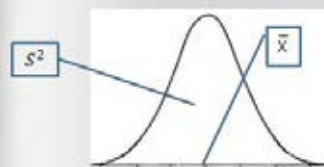
10

Visto pelo lado de uma amostra tirada de uma população a inferência depende da amostra:



11

Distribuição amostral

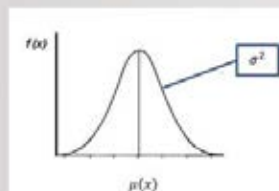


Nesta distribuição podemos considerar dois estimadores que são $\bar{X}$ estimador para a média das amostras e S^2 estimador de a variância das amostras.

12

Distribuição amostral

A partir dos $\bar{X}$ e dos S^2 , podemos propor estimadores para $\mu(x)$ média, $\sigma^2(x)$ a variância e $\sigma(x)$ desvio padrão da população e refletir com relação à distribuição da população.



13

Distribuição amostral

Média

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

$$\mu(\bar{X}) = \frac{1}{n} [\mu(X_1) + \mu(X_2) + \dots + \mu(X_n)] =$$

$$\frac{1}{n} (\mu + \mu + \dots + \mu) = \frac{1}{n} n\mu = \mu$$

Teorema 1

A média das médias amostrais é igual à média populacional.

$$E_{(\bar{X})} = \mu_{(\bar{X})} = \mu$$

14

Distribuição amostral

Em relação à Variância

$$\sigma^2(\bar{X}) = \sigma^2 \left(\frac{\sum X_i}{n} \right) = \left(\frac{1}{n} \right)^2 [\sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + \dots + \sigma^2(X_n)] =$$
$$= \frac{1}{n^2} (\sigma^2 + \sigma^2 + \dots + \sigma^2) = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

Teorema 2

$$Var_{(\bar{X})} = \sigma^2_{(\bar{X})} = \frac{\sigma^2}{n}$$

15

Distribuição amostral

Quando a população é normal ou a amostra é muito grande.

$$\sigma^2_{(\bar{X})} = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$n \rightarrow \infty \therefore \sigma^2 \rightarrow 0$$

A variância do estimador tendendo a zero ela se aproxima a variância da população.

16

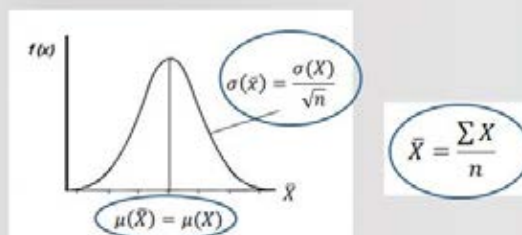
Distribuição amostral

Desvio padrão de $\bar{X}$:

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{\sigma^2(\bar{X})} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

17

Estimadores da média e da variância de $\bar{X}$:



18

Propriedades da média:

$$\begin{aligned} &\longrightarrow \mu(kX) = k \cdot \mu(X) \\ &\longrightarrow \mu(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \mu(X_1) + \mu(X_2) + \dots + \mu(X_n) \end{aligned}$$

19

Propriedades da variância:

$$\rightarrow \sigma^2(kX) = k^2 \cdot \sigma^2(X)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma^2(X_1 + X_2 + \dots + X_n) &= \\ &= \sigma^2(X_1) + \sigma^2(X_2) + \dots + \sigma^2(X_n) \end{aligned}$$

20



◆ Intervalo de Confiança para a média

Considerando uma amostra casual simples com n elementos, dizemos que a média dos dados da amostra é uma **estimativa** da média da população. Para termos uma ideia mais precisa dessa estimativa, devemos encontrar um **intervalo de confiança** para a média.

21

Explicamos com mais ênfase a "estimativa pontual", que é a estimativa de um único valor para um parâmetro populacional e a "estimativa intervalar", que é um intervalo de valores para estimar um parâmetro populacional.

22

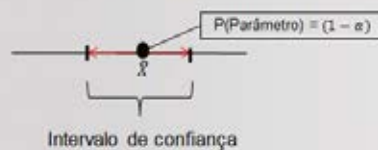
Estimativa pontual $\bar{X}$:

A média $\bar{X}$ é uma Medida de tendência central interessante, mas devemos levar em consideração uma asserção mais efetiva.

$$P(\text{Parâmetro}) = \bar{X}$$

24

Nível de confiança



24

Estimação por Intervalo

- $(1-\alpha)$ é o intervalo de confiança que contém a média das amostras ou a probabilidade do parâmetro estar contido neste intervalo, que é o nível de confiança que buscamos.
- Geralmente, adota-se $\alpha = 1\%$, 5% ou 10% .
- α é chamado de nível de significância.
- A escolha do nível de confiança depende da precisão que desejamos estimar o parâmetro.

Intervalo de confiança de $\bar{X}$

$$P(\text{Parâmetro}) = (1 - \alpha)$$

$\bar{X}$

$1 - \alpha = \text{probabilidade da afirmativa estar correta.}$
Possibilidades:

$$1 - \alpha = 99\%,$$

$$1 - \alpha = 95\%,$$

$$1 - \alpha = 90\%$$

25

Intervalo de confiança para Média com variância conhecida

- Vamos considerar que temos uma população normal;
- Supomos que a variância σ^2 é conhecida, (geralmente não se conhece o valor da variância);

Supondo que: $X_1, X_2, \dots, X_n$

é uma amostra de uma distribuição normal.

A média μ é desconhecida e a variância σ^2 é conhecida.

Sabemos que:

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n).$$

Padronizamos o $\bar{X}$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

e

$$Z \sim N(0,1)$$

26

Existe uma probabilidade $1 - \alpha$ de selecionarmos uma amostra tal que:

O Índice de Confiança conterá o verdadeiro valor do parâmetro.

Depois de observado o valor da amostra será:

$$X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$$

Calculamos l e u onde:

- l é o limite inferior do intervalo;
- u é o limite superior do intervalo.

e o intervalo resultante é:

$$l \leq \mu \leq u.$$

O valor $1 - \alpha$ é o **coeficiente de confiança** do intervalo.

27

Como Z tem distribuição normal padrão:

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

Onde $Z_{\alpha/2}$ é obtido a partir da tabela do normal padrão de modo que:

$$P\left(-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

28

Podemos isolar o μ e ficamos com:

Intervalo de confiança

$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Então:

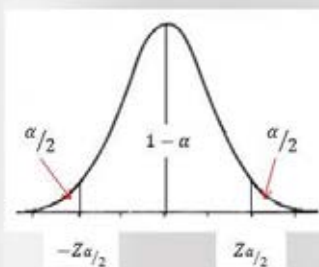
Margem de erro

$$l = \bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad u = \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

29

Assim estabelecemos o intervalo de probabilidade:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



$$P\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Portanto dado um determinado nível de confiança ($1-\alpha$), temos o intervalo de confiança que contém a média da população.

30

Exemplos para intervalo de confiança para média com a variância conhecida.

1º Exemplo

Sabe-se que o teor de cálcio num composto varia de 50 a 60%. Após ter realizado um número muito grande de análises, um analista determinou que o desvio padrão relativo da determinação é de 3,0 partes por mil. Se o valor do resultado de uma análise isolada foi de 55,30% em Ca^{2+} , qual o intervalo que deve estar o valor verdadeiro do teor de cálcio nessa amostra, com uma probabilidade de 99,7%, admitindo-se a ausência de erros determinados?

Fonte: Apostila de Química Analítica Quantitativa – Ricardo Bastos Cunha, 2014.
Página 14

31

Resolução

- Dados do problema:
- Média: 55,30
- Desvio: 0,30 (3 por 1000 = 0,3%)
- Probabilidade de : 99,7%

Calculamos o valor de α para a tabela Z

$$1 - \alpha = 99,7\% \rightarrow \alpha = 1 - 0,997 = 0,0030$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0,0015$$

32



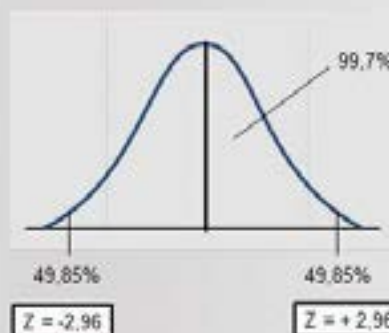
z	0,09	0,08	0,07	0,06
-3,4	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005
-3,3	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
-3,2	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008
-3,1	0,0007	0,0008	0,0009	0,0010
-3,0	0,0010	0,0011	0,0012	0,0013
-2,9	0,0014	0,0015	0,0016	0,0017

Fonte: Larson, Faber (2004)

$$Z_{(\alpha/2)} = 2,96$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0,0015$$

33



$$Z = 2,96$$

34

Resolução

- Desvio = $S = 0,30$ (3 por 1000 = 0,3%)
- $Z = 2,96$

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S} \rightarrow X - \bar{X} = Z \times S = 2,96 \times 0,30 = 0,89$$

O intervalo que deve estar o valor verdadeiro do teor de cálcio nessa amostra, com uma probabilidade de 99,7%, admitindo-se a ausência de erros determinados é:

$$55,30 - 0,89 \leq \bar{X} \leq 55,30 + 0,89$$

ou

$$54,41 \leq \bar{X} \leq 56,19$$

35

Intervalo de confiança para média com variância populacional σ^2 desconhecida para pequenas amostras

Com variância σ^2 desconhecida para pequenas amostras o desvio padrão da população σ passamos a usar o desvio da amostra S de uma população com distribuição normal, então o Intervalo de confiança de 100 $(1-\alpha)\%$ é dado por:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

ou

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Variância populacional σ^2 desconhecida e $n \leq 30^*$, onde $t_{\alpha/2}$ é obtido da distribuição T de Student, com $n - 1$ graus de liberdade e probabilidade $\frac{\alpha}{2}$.

* Fonte: MORETTI, Luiz Gonzaga. Estatística básica: probabilidade e inferência: volume único. Pearson Prentice Hall, 2010. (Pg. 231).

36

Exemplo de Intervalo de confiança para média populacional com variância populacional σ^2 desconhecida para pequenas amostras

2º Exemplo

Num processo químico foi medido tempo de reação conforme tabela abaixo:

	Tempo (s)
amostra 1	88
amostra 2	92
amostra 3	92
amostra 4	99
amostra 5	99
amostra 6	99
amostra 7	100
amostra 8	100
amostra 9	100
amostra 10	117

Pede-se:
Intervalo de confiança para 95% da média esperada para o tempo de reação.

37

Resolução

Média Amostral

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{n} = \frac{983}{10} = 98,3 \text{ segundos}$$

Variância Amostral

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2 - \frac{\bar{x}^2}{n}}{n-1} = \frac{97147 - \frac{(983)^2}{10}}{10-1} = \frac{97147 - 96628,9}{9} = 57,57 \text{ segundos}^2$$

Desvio Padrão

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{57,57} = 7,59 \text{ segundos}$$

38

Tempo de Reação

Como o intervalo de confiança corresponde a 95% então:

$$\alpha/2 = \frac{5\%}{2} = 2,5\%$$

Pela tabela T Student:

Grau de liberdade:

$$gl = n - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$t_{\alpha/2, n-1} = t_{0,025, 9} = 2,262$$

df	Probabilidade unilateral da T de Student									
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005	0,0001	0,00001
1	1,000	1,078	1,250	1,753	3,078	4,541	6,314	8,163	10,000	12,708
2	0,816	0,891	1,061	1,385	2,353	3,183	4,017	4,779	5,959	7,172
3	0,766	0,833	1,000	1,287	2,262	3,078	3,851	4,541	5,688	6,908
4	0,741	0,809	0,978	1,250	2,201	3,000	3,747	4,426	5,599	6,851
5	0,727	0,794	0,965	1,231	2,179	2,977	3,719	4,397	5,569	6,812
6	0,718	0,785	0,959	1,220	2,160	2,960	3,699	4,377	5,551	6,796
7	0,713	0,780	0,955	1,215	2,154	2,955	3,693	4,372	5,547	6,791
8	0,710	0,778	0,953	1,212	2,151	2,952	3,690	4,370	5,545	6,789
9	0,708	0,777	0,952	1,211	2,150	2,951	3,689	4,369	5,544	6,788
10	0,707	0,776	0,951	1,210	2,149	2,950	3,688	4,368	5,543	6,787
11	0,706	0,775	0,950	1,209	2,148	2,949	3,687	4,367	5,542	6,786
12	0,705	0,774	0,949	1,209	2,147	2,948	3,686	4,366	5,541	6,785

Fonte: Milone (2004)

39

Tempo de Reação

Intervalo de Confiança

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2, n-1} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 98,3 \pm 2,262 \times \frac{7,59}{\sqrt{10}}$$

$$98,30 \pm 5,43$$

$$[92,87 \text{ seg}; 103,73 \text{ seg}]$$

Concluímos que:

Em 95% das vezes em que forem medidos os tempos de 10 processos o tempo médio obtido se situará entre 92,87 s e 103,73 s.

40

Exemplo para intervalo de confiança para média com a variância populacional σ^2 desconhecida para pequenas amostras.

2º Exemplo

Na análise de ferro em uma amostra, realizada segundo um dado método, um analista obteve as seguintes percentagens do elemento: 31,44; 31,42; 31,36 e 31,38%.

- Calcular o desvio médio e o desvio padrão de uma simples medida e da média, em termos absolutos e relativos.
- Calcular o intervalo em que deve estar a média da população, com um grau de confiança de 95%.

Fonte: [illegible]

41

Resolução

X_i	$X_i - \bar{X}_m$	$(X_i - \bar{X}_m)^2$
31,44	0,04 (obtido de 31,44-31,40=0,04)	0,0016
31,42	0,02 (obtido de 31,42-31,40=0,02)	0,0004
31,36	-0,04 (obtido de 31,44-31,40=-0,04)	0,0016
31,38	-0,02 (obtido de 31,44-31,40=-0,02)	0,0004
$\bar{X}_m = 31,40$	$\sum X_i - \bar{X}_m = 0,12$	$\sum (X_i - \bar{X}_m)^2 = 0,0040$

42

$$\text{Graus de liberdade} = 4 - 1 = 3$$

$$\text{Nível de significância } 1 - \alpha = 0,95 = \alpha = 1 - 0,95 = \frac{0,05}{2} = \alpha = 0,025$$

Tabela 4 - Distribuição t de Student.



α	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0025	0,001	0,0005
1	1,000	1,315	1,638	2,009	2,706	3,078	4,045	5,024	5,841	6,958	8,163
2	0,950	1,059	1,328	1,684	2,159	2,571	3,449	4,303	5,051	5,959	6,965
3	0,900	1,035	1,287	1,637	2,015	2,353	3,182	3,919	4,541	5,408	6,314
4	0,850	1,017	1,260	1,601	1,984	2,306	3,123	3,859	4,477	5,299	6,191
5	0,820	1,008	1,250	1,585	1,961	2,278	3,090	3,819	4,427	5,228	6,103
6	0,800	1,000	1,240	1,571	1,943	2,255	3,055	3,787	4,388	5,191	6,055
7	0,780	0,990	1,230	1,558	1,925	2,233	3,019	3,745	4,347	5,151	6,013
8	0,760	0,980	1,220	1,545	1,906	2,214	2,981	3,707	4,308	5,112	5,975
9	0,750	0,970	1,210	1,533	1,888	2,196	2,951	3,679	4,271	5,075	5,938
10	0,740	0,960	1,200	1,521	1,870	2,179	2,921	3,649	4,235	5,037	5,901
11	0,730	0,950	1,190	1,510	1,853	2,162	2,891	3,620	4,199	5,000	5,865
12	0,720	0,940	1,180	1,500	1,836	2,146	2,863	3,591	4,163	4,962	5,830

Fonte: Milone (2004)

43

Resolução

b) Calcular o intervalo em que deve estar a média da população, com um grau de confiança de 95% com $t=3,18$.

$\bar{X}$	X
31,44	988,4736
31,42	987,2164
31,36	983,4656
31,38	984,7044
$\bar{X}=125,6$	$\Sigma X=3943,844$

$$\bar{X}^2 = (125,6)^2 = \frac{15775,36}{4} = 3943,84$$

$$X^2 = 3943,844$$

$$S^2 = \sum \frac{x^2 - \frac{\bar{x}^2}{N}}{N-1} = S^2 = \frac{3943,844 - 3943,84}{4-1} = S = \sqrt{\frac{0,004}{4-1}} = 0,0365$$

44

Resolução

b) Calcular o intervalo em que deve estar a média da população, com um grau de confiança de 95% com $t=3,18$.

$$S^2 = \sum \frac{x^2 - \frac{\bar{x}^2}{N}}{N-1} = S^2 = \frac{3943,844 - 3943,84}{4-1} = S = \sqrt{\frac{0,004}{4-1}} = 0,0365$$

$$\frac{t \cdot S}{\sqrt{N}} = \frac{3,18 \cdot 0,036}{\sqrt{4}} \approx 0,06$$

Concluimos que:

O intervalo em que deve estar a média da população, com um grau de confiança 95%, $t=3,18$ é:

$$31,40 - 0,06 < \mu < 31,40 + 0,06 \quad \text{ou} \quad 31,34 < \mu < 31,46$$

45

Intervalo de confiança para média com variância populacional σ^2 desconhecida para grandes amostras

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Se a variância σ^2 for desconhecida e $n > 30$ *

Tal que:

$\bar{X}$ é a média da amostra;

S é o desvio padrão da amostra;

$Z_{\alpha/2}$ é o valor da tabela $Z \sim N(0,1)$ cuja probabilidade é $\frac{\alpha}{2}$.

* Fonte: MORETTIN, Luis Souza. Estatística básica: probabilidade e inferência: volume único. Pearson Prentice Hall, 2010. (Pg. 228)

46

Valores habituais de $Z_{\alpha/2}$

Confiança	$Z_{\alpha/2}$
90%	1,645
95%	1,96
99%	2,575

47

Exemplo Intervalo de confiança para média populacional com variância desconhecida para grandes amostras

3º Exemplo

Uma amostra com 70 elementos de média 36 e desvio padrão 24 com um intervalo de confiança de 95%.

Pela tabela de distribuição normal:

Confiança	$Z_{\alpha/2}$
90%	1,645
95%	1,96
99%	2,575

48

Se a variância σ^2 for desconhecida e $n \geq 30$:

$$Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$n = 70$$

$$\bar{X} = 36$$

$$S = 24$$

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$36 - 1,96 \cdot \frac{24}{\sqrt{70}} \leq \mu \leq 36 + 1,96 \cdot \frac{24}{\sqrt{70}}$$

$$36 - 5,6 \leq \mu \leq 36 + 5,6$$

$$30,37 \leq \mu \leq 41,62$$

49

Resolução

Concluimos que a amostra com 70 elementos de média 36 e desvio padrão 24 com confiança de 95%, está no intervalo de:

$$36 - 5,6 \leq \mu \leq 36 + 5,6$$

$$30,37 \leq \mu \leq 41,62$$

50

Referências

Bastos Ricardo, Apostila química analítica quantitativa. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAgZLSAB/00688-apostila-quimica-analitica-quantitativa>

BARBETTA, Pedro Alberto, REIS, Marcelo Menezes, BORNIA, Antônio Cezar. Estatística: para cursos de engenharia e informática. São Paulo: Atlas, 2004.

MORETTIN, Luiz Gonzaga. Estatística básica: probabilidade e inferência: volume único. Pearson Prentice Hall, 2010.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C.; CALADO, Verônica. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. Grupo Gen-LTC, 2015.

51

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação Estatística Crítica, principalmente nos dias de hoje, na solução de vários problemas em várias áreas e a experiência de testar o método SAI foi interessante e muito gratificante. Proporcionar ao aluno esta experiência de testar com mais realismo, e fazê-lo escolher criticamente os trabalhos relativos ao seu cotidiano.

Observamos que a aplicação da SAI ofereceu subsídios e propiciou o desenvolvimento, das três competências: a literacia estatística, na medida em que os alunos trabalharam com informações e a linguagem estatística, valorizando atitudes de questionamento e de discussão; o pensamento estatístico, na dimensão em que os alunos relacionaram os dados com situações concretas, aplicadas, mostrando resultados que revelam uma tendência e não uma certeza; e no raciocínio estatístico, capacidade que os alunos adquirem os resultados com base nos dados coletados que foram interpretadas e representados na forma de tabela (raciocínio sobre dados).

Concluimos o nosso trabalho que tinha como objetivo a realização do Produto Educacional “Caderno Didático”, para ser disponibilizado aos professores de Estatística de ensino superior. Que reúne informações que servirão de referência nas suas práticas pedagógicas junto aos estudantes, para que possam alcançar os reais objetivos da Educação Estatística Crítica pelo método de Sala de Aula Invertida.

Finalmente devemos refletir sobre o currículo dos cursos superiores, com relação ao estudo aplicação de novas estratégias, tendências de ensino e aprendizagem na Educação Estatística Crítica. Esperando que o nosso trabalho possa contribuir na procura de novos paradigmas educacionais, desde que haja porvir um comprometimento das instituições educacionais, professores e alunos na evolução do ensino aprendizagem desta e de outras matérias.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATANERO, C. **Los retos de la cultura estadística**. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Conferência inaugural. 2002. Disponível em:< <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CULTURA.pdf> >. Acesso em: 10 jul. 2017.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

CAMPOS, Celso Ribeiro. **A educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da Estatística em cursos de graduação**. 2007. Tese de Doutorado. Instituto de Geociências.

CAMPOS, *et al.* Quebrando a banca. A probabilidade e os cassinos. **Prometeica**, 2013.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y; SILVA, C. B. Trajetória e Perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT-12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S; ALMOULOU, S. A. (Orgs). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. São Paulo: Mercado das Letras, p. 19-44, 2010.

FERRAZ, A. P. C. M.; BELHOT R. V. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. **Gestão e Produção**. São Carlos, v.17, n.2, p. 421-431, 2010.

FILATRO, A.; PICONEZ, S. C. B. **Design Instrucional contextualizado**. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004, Disponível em: < http://www.miniweb.com.br/atualidade/Tecnologia/Artigos/design_instrucional.pdf > acesso em: 05 abr. 2017.

FILATRO, A. **Design Instrucional na prática**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International statistical review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GALHARDI, A.C.; AZEVEDO, M.M. de. Avaliações de aprendizagem: o uso da taxonomia de Bloom. In: **Workshop de Pós-Graduação e Pesquisa do Centro Paula Souza**. 2013.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics**, v. 10, n.3, 2002 Disponível em: <
<http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html> >. Acesso em: 17 jun. 2017.

LIMA, R. W. de. **Mapa de Conteúdos e Mapa de Dependências**: ferramentas pedagógicas para uma metodologia de planejamento baseada em objetivos educacionais e sua implementação em um ambiente virtual de aprendizagem. Tese (Doutorado em ciências) – Universidade federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte 2009.

LOPES, C. E. Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática/Statistics Education in Undergraduate Mathematics. **Bolema**, v. 27, n. 47, p. 901, 2013.

_____. **O ensino da Estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Artigo. Campinas, São Paulo, 2008.

MORAIS, T. M. R.. **Um estudo sobre o pensamento estatístico: componentes e habilidades**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

MUNHOZ, A. S. **Vamos inverter a sala de aula?** ed 1, Clube de Autores, 2015, 150 p.

SCHNEIDER, E. I. *et al.* Sala de Aula Invertida em EAD: uma proposta de Blended Learning. **Revista Intersaberes**, v. 8, n. 16, p. 68-81, 2013.

TEIXEIRA, G. P. **Flipped Classroom**: Um contributo para a aprendizagem da lírica camoniana. 2013. Dissertação (Mestrado em Gestão de Sistemas) – Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa, Portugal, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Papirus Editora, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus Editora, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).