



Matemática

Prática de Ensino em Matemática II

As várias faces da prática de
Ensino em Matemática

Ana Carolina Costa Pereira
Miron Menezes Coutinho
(Organizadores)



Geografia



História



Educação
Física



Química



Ciências
Biológicas



Artes
Plásticas



Computação



Física



Matemática



Pedagogia



Matemática

Prática de Ensino em Matemática II

As várias faces da prática de
Ensino em Matemática

Ana Carolina Costa Pereira
Miron Coutinho Fernandes
(Organizadores)

1ª edição
Fortaleza - Ceará



2015



Geografia



História



Educação
Física



Química



Ciências
Biológicas



Artes
Plásticas



Computação



Física



Matemática



Pedagogia

Copyright © 2015. Todos os direitos reservados desta edição à UAB/UECE. Nenhuma parte deste material poderá ser reproduzida, transmitida e gravada, por qualquer meio eletrônico, por fotocópia e outros, sem a prévia autorização, por escrito, dos autores.

Editora Filiada à



Presidenta da República

Dilma Vana Rousseff

Ministro da Educação

Renato Janine Ribeiro

Presidente da CAPES

Carlos Afonso Nobre

Diretor de Educação a Distância da CAPES

Jean Marc Georges Mutzig

Governador do Estado do Ceará

Camilo Sobreira de Santana

Reitor da Universidade Estadual do Ceará

José Jackson Coelho Sampaio

Vice-Reitor

Hidelbrando dos Santos Soares

Pró-Reitora de Graduação

Marcília Chagas Barreto

Coordenador da SATE e UAB/UECE

Francisco Fábio Castelo Branco

Coordenadora Adjunta UAB/UECE

Eloísa Maia Vidal

Direção do CCS/UECE

Glaúcia Posso Lima

Coordenação da Licenciatura em Matemática

Ana Carolina Costa Pereira

Coordenação de Tutoria e Docência em Matemática

Gerardo Oliveira Barbosa

Editor da EdUECE

Erasmio Miessa Ruiz

Coordenadora Editorial

Rocylânia Isídio de Oliveira

Projeto Gráfico e Capa

Roberto Santos

Diagramador

Marcus Lafaiete da Silva Melo

Revisora

Fernanda Rodrigues Ribeiro Freitas

Conselho Editorial

Antônio Luciano Pontes

Eduardo Diatahy Bezerra de Menezes

Emanuel Ângelo da Rocha Fragoso

Francisco Horácio da Silva Frota

Francisco Josênio Camelo Parente

Gisafran Nazareno Mota Jucá

José Ferreira Nunes

Liduína Farias Almeida da Costa

Lucili Grangeiro Cortez

Luiz Cruz Lima

Manfredo Ramos

Marcelo Gurgel Carlos da Silva

Marcony Silva Cunha

Maria do Socorro Ferreira Osterne

Maria Salete Bessa Jorge

Sílvia Maria Nóbrega-Therrien

Conselho Consultivo

Antônio Torres Montenegro (UFPE)

Eliane P. Zamith Brito (FGV)

Homero Santiago (USP)

Ieda Maria Alves (USP)

Manuel Domingos Neto (UFF)

Maria do Socorro Silva Aragão (UFC)

Maria Lírida Callou de Araújo e Mendonça (UNIFOR)

Pierre Salama (Universidade de Paris VIII)

Romeu Gomes (FIOCRUZ)

Túlio Batista Franco (UFF)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Sistema de Bibliotecas

Biblioteca Central Prof. Antônio Martins Filho

Thelma Marylanda Silva de Melo

Bibliotecária – CRB-3 / 623

P436p Prática de ensino em matemática II : as várias fases da prática do ensino em matemática / Ana Carolina Costa Pereira/ Miron Coutinho Fernandes (Org.). 1. ed. – Fortaleza: EdUECE, 2015.

117 p. (Matemática)

ISBN: 978-85-7826-404-8

1. Matemática – prática de ensino II. Fernandes, Miron Coutinho. II. Título.

CDD: 510

Editora da Universidade Estadual do Ceará – EdUECE
Av. Dr. Silas Munguba, 1700 – Campus do Itaperi – Reitoria – Fortaleza – Ceará
CEP: 60714-903 – Fone: (85) 3101-9893
Internet: www.uece.br – E-mail: eduece@uece.br
Secretaria de Apoio às Tecnologias Educacionais
Fone: (85) 3101-9962

Sumário

Apresentação	5
Capítulo 1 – Como utilizar história da Matemática para ensinar equação do 1º grau?	7
1. O recurso da História da Matemática	11
1.1 Uma proposta de aula	11
Capítulo 2 – Novos tempos, nova era... Então por que utilizar a história da Matemática em nossas aulas?	19
1. Professor, História da Matemática sim na sala de aula!	22
2. E na prática como funciona? Alguns exemplos.....	24
Capítulo 3 – Matemática e consciência negra: jogando mancala e desenvolvendo o raciocínio lógico	27
1. A proposta de trabalho	31
2. Confeccionando a mancala	31
3. A preparação do evento	32
3.1. A data de realização do evento: 20 de novembro de 2013.....	33
Capítulo 4 – A sequência FEDATHI na construção do conceito de geradores em Álgebra Linear.....	39
1. O ensino da Álgebra Linear	41
2. A Sequência FEDATHI (SF)	42
2.1. A abordagem do conceito de geradores segundo os pres-supostos da Sequência FEDATHI.....	43
Capítulo 5 – Alguns conceitos de geometria plana com o recurso de dobraduras: do retângulo ao hexágono.....	49
1. Do retângulo ao hexágono.....	52
2. Conclusão.....	54
Capítulo 6 – Etnomatemática em sala de aula: contribuições para o ensino de Matemática	57
1. Etnomatemática e o contexto escolar.....	60
2. Uma experiência educacional a luz da Etnomatemática.....	62
Capítulo 7 – Uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau: uma proposta metodológica baseada na sequência FEDATHI.....	69
1. A sequência FEDATHI como proposta de organização do trabalho docente.....	72
2. Uma sequência didática para o ensino de função do 2º grau com a sequência FEDATHI.....	74

Capítulo 8 – Uso de vídeo nas aulas de Matemática	85
1. Vantagens e desvantagens do uso de vídeos	87
2. Utilização das Tecnologias da Informação	90
e Comunicação como ferramenta pedagógica	90
3. A televisão e o vídeo na educação	91
4. Utilização de vídeo para o ensino e a aprendizagem	92
Capítulo 9 – Quais são os conceitos de geometria que estão na base do conhecimento do aluno para estudar as construções geométricas?	97
Sobre os organizadores	114
Sobre os autores	114

Apresentação

É possível ler em notícias atuais sobre o estudo de matemática nas escolas que muitos alunos não estão adquirindo o conhecimento necessário durante a Educação Básica. Assim, surge uma preocupação constante entre os pesquisadores da área sobre o Ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio, assim como, a formação dos professores que estão entrando em sala de aula para atuar nesses níveis de educação.

Desta forma, destacamos cinco eixos de estudo importantes na vida acadêmica do futuro professor: as disciplinas teóricas, as disciplinas de Educação Matemática, as disciplinas Pedagógicas, os Estágios Supervisionados e as Atividades Complementares. Dentre entre, gostaríamos de tecer algumas considerações sobre três destes eixos, os quais consideramos fundamentais.

O primeiro está relacionado com as disciplinas teóricas. Não é compreensível formar professores de matemática sem que eles saibam o conteúdo que ensinarão. Contudo, muitos licenciandos e licenciados ainda cometem bastante erros conceituais. Percebe-se que, além de saber o conteúdo, é necessário o devido planejamento, pois os improvisos descabidos acabam provocando este erros. Assim, os alunos passam a reproduzir um conceito que foi passado de forma equivocada. Nesse sentido, o mandamento de Georg Polya, conheça sua matéria, vai de encontro ao que discutimos.

Outro ponto está relacionado às disciplinas voltadas a Educação Matemática. Estas disciplinas podem ser um suporte metodológico e didático as aulas ministradas, preparando o futuro professor a ser capaz de ensinar aquele conhecimento adquirido nas disciplinas teóricas. Então, o professor pode saber muito conteúdo, mas se ele não tiver uma boa didática para ensinar este conteúdo, sua aula não será a esperada. Assim, ter sintonia entre a teoria e a prática, ou seja, saber o conteúdo e saber ensiná-lo é fundamental para uma boa docência. E isso recai no terceiro ponto, os estágios supervisionados.

Será nos estágios supervisionados que os licenciandos estarão supostamente aptos para iniciarem sua prática na sala de aula, relacionando a bagagem teórica adquirida durante as disciplinas teóricas com as disciplinas de Educação Matemática. Este é o início da longa jornada do Educador (professor) Matemático.

Todavia, ressaltamos que outra forma desse elo entre a teoria e a prática, segundo Ubiratan D'Ambrosio (1996) é a pesquisa. Bicudo (1993, p.22)

fala que a pesquisa em Educação Matemática “permite que se compreenda a Matemática, o modo pelo qual ela é construída, os significados da Matemática no mundo atual”. A pesquisa deve estar presente em todo o desenvolvimento do curso de formação inicial e continuada do professor de matemática. Tornando-se um elemento de reflexão da prática do professor em que suas competências podem ser sentidas e verificadas.

Assim, o professor deve sempre querer e estar em uma constante formação continuada, buscando novos caminhos para melhorar sua prática em sala de aula. Por exemplo, como mostram as orientações que estão nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais), que buscam formas de fazer a matemática em sala de aula através jogos, resolução de problemas, história da matemática e tecnologias de informação, ou mesmo procurar outros meios para atingir o maior objetivo que é a aprendizagem do aluno.

Dentre as formas de fazer matemática em sala de aula, a história da Matemática é um elemento importante tanto na formação do professor de Matemática como sua utilização nas salas de aula do Ensino Fundamental e Médio, pois através dela o aluno tem acesso ao conceito como foi construído no passado, ou seja, pode-se perceber a essência e a possível motivação inicial daquele conteúdo.

Deste modo, realizar um estudo que envolva a formação de professores e um contexto histórico propício ao ensino e a aprendizagem, que promova a implementação da história nas aulas de matemática é importante para a mudança dos paradigmas atuais, principalmente quando temos a possibilidade de professores aprenderem a vivenciar novas concepções e metodologia em sua formação. Nesse capítulo iremos propor o uso da história da matemática para o estudo da Equação do 1º grau utilizando o Papiro de Rhind.

Boa leitura

Capítulo

1

Como utilizar história da Matemática para ensinar equação do 1º grau?

Ana Carolina Costa Pereira
Isabelle Coelho da Silva
Josenildo Silva do Nascimento

Objetivos

- Fornecer ao professor da Educação Básica formas para diferenciar o ensino de matemática.
- Utilizar a História da Matemática para desenvolver conceitos estudados atualmente na Educação Básica.
- Apresentar um modelo de aula de equação do 1º grau utilizando a História da Matemática.
- Mostrar ao aluno a origem e desenvolvimento do conteúdo equação do 1º grau, fornecendo uma forma diferente para o estudo de questões relacionadas.

Introdução

A preocupação com o Ensino de Matemática no nível Fundamental e Médio assim como a formação desses professores que estão entrando nas salas de aulas para atuar na educação é uma preocupação constante como pesquisadora. E nessa formação as disciplinas teóricas, as disciplinas de Educação Matemática, as disciplinas Pedagógicas, os Estágios Supervisionados e as Atividades Complementares perpassam, cada uma com sua importância, a vida acadêmica do futuro professor.

Dentre os cinco eixos, gostaríamos de tecer algumas considerações sobre três deles os quais consideramos fundamentais. O primeiro está relacionado com as disciplinas teóricas. Não é compreensível formar professores de matemática sem que eles saibam o conteúdo de irão ensinar. Muitos futuros professores e professores antigos que cometem muitos erros conceituais. É evidente que além de saber o conteúdo, sem o planejamento devido, os imprevistos descabidos acabam provocando isso. Os alunos passam a reproduzir um conceito que foi passado de forma errônea. Nesse sentido, o mandamento de Georg Polya, conheça sua matéria, vai de encontro ao que discutimos.

Outro ponto está relacionado às disciplinas voltadas a Educação Matemática. Elas podem ser um suporte metodológico e didático as aulas ministradas. O professor por saber muito conteúdo, mas se ele não tiver uma

didática para transmitir o conhecimento sua aula não será a esperada. Ter sintonia entre a teoria e a prática é fundamental para uma boa docência. E isso recai no terceiro ponto, os estágios supervisionados.

Será nos Estágios Supervisionados que a partir da bagagem teórica apreendida durante das disciplinas teóricas, sobrepondo as disciplinas de Educação Matemática que eles também foram submetidos que agora eles estão prontos (ou não) a iniciarem sua prática em sala de aula. Esse é o início da longa jornada do Educador (professor) Matemático.

Todavia ressaltamos que outra forma desse elo entre a teoria e a prática, segundo Ubiratan D'Ambrosio (1996) é a pesquisa. Ela deve estar presente em todo o desenvolvimento do curso de formação inicial e continuada do professor de matemática. Ela é o elemento de reflexão da prática do professor em que suas competências podem ser sentidas e verificadas.

Assim, o professor deve sempre querer e estar em uma constante formação continuada. Buscar novos caminhos para melhorar sua prática em sala de aula, seja ela seguindo as orientações que estão nos PCN, na forma de fazer a matemática em sala de aulas como jogos, resolução de problemas, história da matemática e tecnologias de informação, ou mesmo procurar outras formas para que possa atingir o maior objetivo que é a aprendizagem do aluno.

Dentre as formas de fazer matemática em sala de aula, a história da Matemática é um elemento importante tanto na formação do professor de Matemática como sua utilização nas salas de aula do Ensino Fundamental e Médio.

Assim, realizar um estudo que envolva a formação de professores e um contexto histórico propício ao ensino e a aprendizagem, que promova a implementação da história nas aulas de matemática é importante para a mudança dos paradigmas atuais, principalmente quando temos a possibilidade de professores aprenderem a vivenciar novas concepções e metodologia em sua formação. D'Ambrosio (1993) propõe características que um professor de matemática do século XXI deve ter: visão do que vem a ser matemática; visão do que constitui a atividade de matemática; visão do que constitui a aprendizagem de matemática; visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem de matemática. Esse conjunto de característica poderá proporcionar uma abertura para a aprendizagem mais significativa e que propicie a formação de um aluno crítico e criativo, como o mercado de trabalho atual seleciona.

1. O recurso da História da Matemática

Muitos professores ao planejar suas aulas têm disponível diversos recursos metodológicos que podem torná-las mais atrativas. Embora a aula expositiva seja a metodologia mais utilizada por esses professores, podem-se vincular alguns recursos diferenciados nesse momento. Ela nunca pode ser o único recurso usado em classe e deve sempre fazer parte de uma sequência de atividades.

A História da Matemática é um desses recursos, ou seja, uma ferramenta que poderá ser utilizada em conjunto com a aula expositiva. Seu uso não está agregado a fornecer datas e fatos ocorridos no decorrer da história de certo conceito matemático, mas sim mostrar ao aluno como este se originou, trabalhando com a matemática da época. Dessa forma, o aluno tem a escolha de optar pela matemática moderna apresentada pelo seu professor ou a origem do conceito estudado historicamente. Assim sendo, nosso intuito é apresentar um modelo de aula utilizando a História da Matemática para estudar a equação do 1º grau.

1.1 Uma proposta de aula

O estudo da equação do 1º grau é iniciado geralmente no 7º ano do Ensino Fundamental em que, se formos analisar o livro didático encontrado no mercado brasileiro, este conteúdo é desenvolvido em aproximadamente dois capítulos. Nossa finalidade aqui é apresentar 2 aulas de 50 min cada, de forma que o aluno possa ao final encontrar a solução da equação do 1º grau. Ressaltamos ainda que o professor precisa estar preparado, dominar o conteúdo e a metodologia proposta, entretanto, caso isso não seja possível é orientado que ele não adentre a esse novo caminho. Para realização dessa atividade pode ser utilizada a sala de aula convencional com até 40 alunos. O trabalho em grupo será um forte recurso nesse modelo de aula.

Para iniciar a aula, o professor pode apresentar um panorama do desenvolvimento da Álgebra por meio da História, de forma bem simples mostrando seu surgimento em diferentes civilizações, tais como Egito, Grécia, Índia, entre outros. Em seguida pode-se propor um problema envolvendo o conteúdo que será estudado, questionando-os como seria possível resolver esse problema: “Dois quintos do salário de Julio são reservados para o aluguel e a metade é gasta com a alimentação, restando ainda R\$ 45,00 para gastos diversos. Qual é o salário de Julio?”

Após essa discussão inicial, o professor pode questionar: Será que os povos antigos resolveriam este problema pelo mesmo método utilizado hoje?

Como os primeiros indícios do uso de equações aparecem no documento denominado **Papiro de Rhind**¹, apresentaremos uma técnica utilizada

¹O papiro de Rhind ou Armes foi comprado por Henry Rhind em torno de 1680 em Luxor, uma cidade do sul do Egito. Ele possui 84 problemas matemáticos envolvendo aritmética básica, frações, equações lineares e trigonometria básica. De acordo com o escriba Ahmesu, o conteúdo do papiro foi copiado por ele de outro documento, aproximadamente em 1650 a.C. a partir de escritos de 200 anos mais antigos.

por eles para encontrar as soluções destes tipos de problemas, denominada Regra da Falsa Posição.

A regra da falsa posição era utilizada pelos egípcios. Eles a utilizavam para designar valores desconhecidos, o cálculo *aha* (incógnita). Segundo (ZUIN, 2013) “(...) utilizado nos papiros, se constitui em um método aritmético indireto para resolução de problemas com valores desconhecidos que recaem em uma equação do primeiro grau” (p. 5).

De acordo com a publicação *Papiro de Rhind* no site do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, um exemplo que aparece no papiro é: “De uma quantidade de milho equivalente a vinte e uma medidas, um camponês deve dar ao Faraó uma parte igual à quinta parte da sua. Quanto lhe restará?”, que pode ser utilizado na sala de aula para mostrar esta técnica.

Baseado em Sá (2008) o *cálculo de aha* ou *regra da falsa posição* tem origem indiana, provavelmente depois do século VII, porém existem registros mais antigos, em outras civilizações, como no Papiro Rhind. O mesmo autor define a regra do falso número como “um procedimento aritmético, envolvendo proporções, que parte de um número qualquer (nem tanto assim), denominado valor falso, para se obter o valor desejado no problema. (SÁ, 2008, p. 42)”

Para solucionar o problema apresentado, começaremos adotando um valor falso para a incógnita. Para facilitar os cálculos, é importante que este valor seja um múltiplo dos denominadores das frações envolvidas. Adaptando o problema para a linguagem matemática, temos:

$$a + \frac{a}{5} = 21$$

Adotaremos como falso o número 10, que é divisível por 5, e substituindo na equação temos: $10 + \frac{10}{5} = 10 + 2 = 12$ (Valor falso)

Depois, com uma regra de três simples, podemos calcular o valor real de *a* do problema dado:

	Número (quantidade)	Resultado
Falso	10	12
Verdadeiro	<i>a</i>	21

$$\frac{10}{a} = \frac{12}{21}$$

$$a = \frac{10 \times 21}{12} = \frac{210}{12} = 17,5$$

Após introduzir essa nova forma de resolver equações lineares, o professor deve discutir com os alunos sobre os métodos que o aluno pode utilizar

para resolver as equações, fazendo um confronto entre o antigo e o atual, de forma que os alunos possam mostrar as vantagens e desvantagens de cada método. Segue abaixo outros problemas encontrados no Papiro de Rhind e podem ser utilizados em sala de aula com os alunos:

Problema 24: Uma quantidade e $1/7$ da mesma dá um total de 19. (Qual é essa quantidade?)

Problema 25: Uma quantidade mais um meio dela dá 16. (Qual é essa quantidade?)

Problema 26: Uma quantidade adicionada ao seu $1/4$ resulta 15. (Qual é essa quantidade?)

Problema 27: Uma quantidade e um quinto desta dá 21. (Qual é essa quantidade?)

Como notamos, a Regra da Falsa Posição é aplicável para expressões da forma $ax=b$, porém, para expressões do tipo $ax+b=c$ este método é ineficiente.

De acordo com Guelli (1989, p. 21) “supostamente, já antes de Cristo, os babilônios e os chineses usavam, para este caso, a regra da “dupla falsa posição”, que funciona assim:

Para encontrarmos x , tal que $ax+b=c$, devemos, primeiramente, considerar a função $f(x)=ax+b$, logo após atribuiremos a x dois valores “falsos” x_1 e x_2 , e calcularemos $f(x_1)$ e $f(x_2)$, daí expressaremos a seguinte proporção:

$$\frac{f(x_1) - c}{x_1 - x} = \frac{f(x_2) - c}{x_2 - x}$$

Tomemos de exemplo o mesmo visto anteriormente, porém, adaptaremos o problema ao caso da Regra da Dupla Falsa Posição, logo o problema ficará assim: “De uma quantidade de milho equivalente a vinte e quatro medidas, um camponês deve dar ao Faraó uma parte igual à quinta parte somado com três medidas da sua. Quanto lhe restará?”.

Em linguagem de hoje o exemplo seria expresso da forma que se segue:

$$\frac{6}{5}x + 3 = 24$$

Como explicamos anteriormente, vamos considerar primeiro, a função dada por $f(x) = ax + b$. Portanto nossa função é $f(x) = \frac{6}{5}x + 3$. Adotaremos $x_1 = 5$ e $x_2 = 10$,

substituindo na equação temos:

$$f(x_1) = \frac{6}{5} \times 5 + 3 = 6 + 3 = 9 \text{ (Valor Falso)}$$

$$f(x_2) = \frac{6}{5} \times 10 + 3 = 12 + 3 = 15 \text{ (Valor Falso)}$$

Agora, montemos e calculemos a proporção:

$$\begin{aligned}\frac{f(x_1) - c}{x_1 - x} &= \frac{f(x_2) - c}{x_2 - x} \\ \frac{9 - 24}{5 - x} &= \frac{15 - 24}{10 - x} \\ \frac{-15}{5 - x} &= \frac{-9}{10 - x} \\ x &= \frac{-9 * 5 - (-15) * 10}{15 - 9} \\ x &= \frac{105}{6} \\ x &= 17,5\end{aligned}$$

Notamos que os dois métodos chegam aos valores exatos de, claro que sempre se tratando de equação de 1º grau.

Caso formos aprofundar mais esta regra, iremos notar que ela foi bastante utilizada ao longo do tempo e das civilizações, já atualmente “reconhecemos a regra da dupla falsa posição como um processo de aproximação [...] é o que chamamos de processo da interpolação” (GUELLI, 1989, p. 22). Sendo assim, será que nos dias de hoje, com toda a preocupação da otimização dos processos operatórios, as regras de falsa posição e dupla falsa posição poderia ser uma boa alternativa para ser exposto em nossas salas de aula?

Síntese do capítulo



Não é fácil para o professor, com a vida atribulada e com várias aulas semanais para ministrar, preparar aulas envolvendo várias metodologias: Jogos, Material Manipulativo, Informática Educativa, Resolução de Problemas, História da Matemática, entre outras. Embora, muitos autores disponibilizem publicações para facilitar esse planejamento, em muitas dessas tendências ainda são insuficientes os materiais escritos na área.

A História da Matemática é um dos caminhos de fazer Matemática em sala de aula proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998) que está crescendo no Brasil, principalmente, devido a eventos e publicações específicas da área, chegando até mesmo às escolas da Educação Básica. Embora esse crescimento já seja visível, ainda encontramos poucos materiais destinados a seu uso e indicações de propostas de aulas planejáveis que chega à sala de aula.

Nossa proposta é iniciar uma série artigos mostrando o uso da História da Matemática para o professor aplicar na sala de aula. Um passo a passo de cada etapa que ele deverá seguir e indicação de bibliografia específica para cada assunto proposto. Nesse sentido, iniciamos o conteúdo do 7º no do Ensino Fundamental, resolução da equação do 1º grau para que o professor possa sair do tradicionalismo das aulas expositivas e adentrar nos caminhos que a História da Matemática nos leva. Deste modo, é necessário refletirmos sobre a importância e o direcionamento que se tem dado ao foco dessas publicações, se está mais voltado para o científico do que para a sala de aula.

Atividades de avaliação



1. Os egípcios resolviam algumas equações do 1º grau pelo método da falsa posição. Resolva o problema a seguir explicando o método e comparando com o método atual.
Problema 24: Uma quantidade e seu sétimo, somadas juntas, dão 19. Qual é a quantidade?
Problema 25: Uma quantidade e sua metade, somadas juntas, resultam 16. Qual é a quantidade?
Problema 26: Uma quantidade e $\frac{2}{3}$ dela são somadas. Subtraindo-se, desta soma, $\frac{1}{3}$ dela, restam 10. Qual é a quantidade?
2. Porque o método da falsa posição funciona na resolução desses problemas? Ele funciona para quais que equação do 1º grau?
3. Você acha que tais problemas, juntamente com o método da falsa posição, constituem material adequado numa introdução às equações do 1º grau?
4. Observe a tirinha abaixo:



Figura 1: Na tirinha, o personagem fala do “Aha” relacionando a incógnita egípcia. Existe diferença entre uma variável e uma incógnita? Caso afirmativo, explique a diferença entre os dois termos e dê exemplos de cada um.

Fonte:

Leituras, filmes e sites



Leituras

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

Disponível em: http://www.matematicauva.org/disciplinas/estagio2/Texto_05.pdf.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuições para um repensar...a educação algébrica elementar.** Pro-Posições, v.4, n.1 [10], pp.78-91, março 1993. (http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf)

GUELLI, O. **A regra da falsa posição.** Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_icap4.pdf.

PAPIRO de Rhind. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm98/icm21/papiro_de_rhind.htm.

MEDEIROS, Cleide Farias de; MEDEIROS, Alexandre. **O método da falsa posição na história e na educação matemática.** Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n3/16.pdf>.

ZUIN, E. de S. L. Os papiros egípcios como fontes para um trabalho com a história da matemática em sala de aula. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** (CD-ROM) Curitiba: PUC-PR, 2013. Disponível em: http://sbem.esquiro.ghost.net/anais/XIENEM/pdf/3611_2037_ID.pdf.

Filmes

As origens da Álgebra. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=B6Uxl1G26No>

A beleza da Álgebra. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=tWJ4x8G92nY>

Esse tal de Bhaskara. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=dw6wD5bP5vw>.

Referências



Bibliografia

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. EC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática** (5ª a 8ª série). Brasília, 1998.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Pro-posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p.78-91, mar. 1993.

GUELLI, Oscar. **A regra da falsa posição**. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 18-22, 1989.

PATERLINI, Roberto Ribeiro. **O que é o método genético para o ensino da matemática**. Disponível em: <<http://www.dm.ufscar.br/hp/hp591/hp591002/hp5910022/hp5910022.html>>. Acesso em: 23 ago. 2013.

SÁ, Ilydio Pereira de. A Regra da Falsa Posição. **Pesquisas e Práticas em Educação Matemática**, Vassouras, v. 2, n. 1, p.41-50, jan./jun., 2008.

ZUIN, E. de S. L. **Os papiros egípcios como fontes para um trabalho com a história da matemática em sala de aula**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** (CD-ROM) Curitiba: PUC-PR, 2013.

Capítulo

2

Novos tempos, nova era... Então por que utilizar a história da Matemática em nossas aulas?

Ana Carolina Costa Pereira
Josenildo Silva do Nascimento

Objetivos

- Conhecer as possíveis utilidades da História da Matemática na formação dos alunos da Educação Básica.
- Emergir discussões em que envolvam novas ideias e atividades numa forma de contribuição para a metodologia e a prática pedagógica do professor.
- Discutir a utilização da História da Matemática como uma tendência de ensino de uma forma reflexiva.
- Apresentar algumas ideias de incentivo para professor sobre as possibilidades de atividades desta tendência.

Ideias elementares

É comum os professores que lecionam no Ensino Fundamental e Médio utilizarem, no seu dia a dia, o método expositivo para conduzirem as aulas de Matemática. Isso acontece devido à formação a que esses educadores são submetidos. Muitos deles reproduzem aulas como seus antigos professores da Educação Básica e Superior ministravam. Assim, acarretando em aulas desestimulantes, enfadonhas e sem atratividades dificultando a aprendizagem desses alunos.

A busca para minimizar as dificuldades de aprendizagem dos educandos tem gerado grandes discussões sobre as metodologias que devem ser empregadas nas aulas de Matemática. Desta forma, buscamos apoio nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e em pesquisas como as de Mendes (2006); percebemos, assim, que a História da Matemática é uma forte tendência que pode dar condições ao aluno de entender a relação entre o homem e o conhecimento matemático de uma determinada época, estudando aspectos sociais, políticos, culturais e econômicos. Portanto, trabalhando a Matemática dentro de uma perspectiva histórica, é plausível contextualizar e dar significado a determinados conteúdos.

A História da Matemática é uma metodologia que, se utilizada de forma correta, pode surtir efeitos inesperados em uma sala de aula. Concordamos

com D'Ambrosio (1996) quando ele menciona que a História da Matemática serve para nos dar uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes a esses conceitos, que estão sendo trabalhados. Além disso, a História da Matemática esclarece, para o aluno, ideias matemáticas que estão sendo construídas no seu cotidiano, podendo, assim, responder aos *porquês* tão presentes nas aulas, formando cidadãos mais críticos sobre o conhecimento em geral.

Neste capítulo, iremos discutir a utilização da História da Matemática como uma tendência de ensino, de forma reflexiva, a qual leva o aluno a pensar e a estabelecer amarrações entre os aspectos do cotidiano, escolar e científico da Matemática presente na história.

1. Professor, História da Matemática sim na sala de aula!

E quem disse que não podemos utilizar a História da Matemática em nossas salas de aula? Esta tendência é estudada desde a década de oitenta em nosso país. Os pesquisadores Fossa (2001), D'Ambrósio (1996) e Mendes (2001) afirmam que a História da Matemática é uma fonte enriquecedora de conhecimentos para trabalhar Matemática em sala de aula. Muitas vezes, a curiosidade do aluno, pode ser solucionada com o auxílio da História da Matemática, contribuindo, assim, para que eles percebam que a Matemática não nasceu pronta e acabada, sem nenhuma utilidade para o cotidiano.

A História da Matemática visa um meio de motivação, fazendo com que muitos *porquês* feitos pelos nossos alunos sejam questionados e investigados dentro da sala de aula. Além disso, o aluno é levado a compreender os objetivos de estudar determinados assuntos integrantes do currículo escolar. Portanto, a História da Matemática pode ser vista como:

(...) um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época. Esta visão crítica da Matemática através de sua História não implica necessariamente o domínio das teorias e práticas que estamos analisando historicamente (...) Conhecer historicamente, pontos altos da Matemática de ontem poderá na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje. (D'AMBROSIO, 1996, p. 30).

Desta forma, o trabalho docente não se concentra somente no ato do saber para que servem um dado conteúdo matemático ou as aplicações de fórmulas. Esta tendência não deve ser baseada em uma simples narração ou marcação de fatos, ou seja, como uma forma de *enfeitar* nossas aulas.

Utilizar problemas históricos, filmes, peças teatrais, atividades de pesquisa as quais envolvam a coleta de informações podem ser de grande importância na aprendizagem da Matemática. Os discentes poderão desencadear diversas estratégias para a realização de alguma atividade baseada nesta metodologia. Esta utilização corresponde aos modos de utilizar a História da Matemática em sala de aula citados por Nobre e Baroni (1999): uso narrativo, descritivo e biográfico; leituras e discussões de textos históricos; relacionamento com o desenvolvimento científico; apresentação e discussão de filmes históricos; preparação e apresentação de peças teatrais.

Cabe ao professor escolher o melhor recurso para cada assunto estudado, buscando superar as dificuldades que apareçam durante o processo de ensino e aprendizagem. Nosso intuito aqui não é apresentar “um modelo efetivo” para o ensino de Matemática, mas emergir discussões em que envolvam novas ideias e atividades na tentativa de melhorar a metodologia e a prática pedagógica do professor.

Mendes (2001) defende que a História da Matemática é uma metodologia que busca resgatar situações problematizadoras que conduzam os estudantes a redescoberta da Matemática através de informações históricas que revestem estas situações. Com o auxílio deste recurso, podemos articular a Matemática a outras áreas do conhecimento, buscando trabalhar a interdisciplinaridade dos conteúdos e o professor, além de melhorar suas aulas, aprofunda-se na área escolhida para sua formação.

Com o uso da História da Matemática, o aluno vivencia uma Matemática “mais humana”, criada a partir de pessoas que se dedicaram a vários assuntos que atualmente estudamos em nossas escolas e universidades. Além disso, com as atividades propostas na área, podemos fazer com que nossos alunos desenvolvam estratégias e despertem a criatividade na realização das mesmas.

As articulações na sala de aula com o uso da História da Matemática podem demonstrar como os “Gênios da Ciência” desenvolveram suas ideias na construção do conhecimento matemático. O aluno passa, portanto, a entender que houve muitos acertos e erros na formação de muitos teoremas estudados no nosso dia a dia. O erro, como já sabemos, é uma forma de aprendizado e, interligado à História da Matemática, pode ser utilizado como verificação de aprendizagem. Logo, podemos auxiliar esse aluno no processo de superação de obstáculos e desafios.

2. E na prática como funciona? Alguns exemplos...

Apesar da tentativa de inserir a História da Matemática na sala de aula, ainda são poucos os materiais reservados a esse tema. A Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) tem produzido, a cada 2 anos, fascículos da “Coleção de História da Matemática para o professor” que visa a proporcionar “uma produção de textos referentes a assuntos históricos da Matemática, produzidos por experientes pesquisadores, que possam servir de instrumento de consulta para professores de matemática em suas atividades educacionais” (NOBRE, 2003, apresentação).

Como toda tendência para o Ensino de Matemática, a História da Matemática dificilmente pode ser utilizada em todas as aulas. Isto porque, para muitos conteúdos de Matemática, o uso da História pode dificultar o entendimento do assunto que será estudado. Dentre os objetos matemáticos trabalhados em sala de aula, podemos citar o estudo do Zero, dos números Irracionais, os números Negativos, as funções etc.

No que se refere aos aspectos culturais da Matemática numa perspectiva histórica, podemos tomar, como exemplo, o estudo do sistema de numeração e suas representações e o Teorema de Pitágoras nas diferentes culturas em que podem ser estudados; além de conceitos elementares de Geometria Euclidiana que foram usados para resolver problemas de sobrevivência em tempos passados (Teoria da proporção e a Geometria de áreas e a relação entre a Geometria e a Física).

Um exemplo que pode ser aplicado de forma efetiva com o uso da História da Matemática é estudar como as várias civilizações resolveram as Equações do 2º grau. A maioria dos professores e livros didáticos só enfatiza o método, utilizando a fórmula de Bhaskara. Na nova perspectiva, o aluno é convidado a perceber a evolução dos conceitos que estão por trás de sua solução, visualizando as possíveis aplicações. Assim, os alunos vivenciam e são desafiados a utilizarem várias opções de solução de um determinado problema.

Então, porque não avançarmos nesta ideia? E apesar das dificuldades em se fazer Matemática em sala de aula, podemos ser capazes de transformar em apenas “alguns toques” uma nova visão do Ensino da Matemática em sala de aula.

A intervenção em uma sala de aula do 9º ano do Ensino Fundamental em Fortaleza-CE foi realizada utilizando a História da Matemática para estudar a resolução de Equações do 2º grau, mostrando a efetivação do uso dessa metodologia na Educação Básica.

Leituras, filmes e sites



Leituras

LOPES, Lidiane Schimitz; FERREIRA, André Luis Andrejew. **Um olhar sobre a história nas aulas de matemática.**

(<http://periodicos.pucminas.br/index.php/abakos/article/download/P.2316-9451.2013v2n1p75/5784>)

GASPERI, Wlasta N. H. de. PACHECO, Edilson Roberto. **A história da matemática como instrumento para a Interdisciplinaridade na educação básica.** (<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>)

Sites

Sociedade Brasileira de História da Matemática. Disponível em <http://www.sbhmat.org/>.

MacTutor History of Mathematics archive, Disponível em <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>

iMática – A matemática iterativa na internet (USP). Disponível em <http://www.matematica.br/>

Referências



BARONI, R. L. S; NOBRE, S. A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 129-136.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. EC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (5ª a 8ª série).** Brasília, 1998.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática.** Campinas, SP: Papirus, 1996. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

FOSSA, J. A. **Ensaio sobre a educação matemática.** Belém: UEPA, 2001.

MENDES, Iran Abreu. **O uso da história no ensino da Matemática: Reflexões teóricas e experiências.** Belém: editora EDUEPA, 2001.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A.; VALDÉS, Juan E. Enápoles. **A história como um agente de cognição na educação Matemática**. Porto Alegre: editora Sulina, 2006.

NOBRE, S. **História da Resolução da Equação do 2º grau**: uma abordagem pedagógica. São Paulo: SBHMat, 2003. (Coleção de História da Matemática para o professor)

Capítulo

3

Matemática e consciência negra: jogando mancala e desenvolvendo o raciocínio lógico

Joelma Nogueira dos Santos
Maria Vânia Moreira Maia
Patrycianne Lima Oliveira

Objetivos

- Trabalhar o jogo mancala em sala de aula na perspectiva da Etnomatemática.
- Perceber a mancala como uma estratégia de ensino de Matemática.
- Compreender o jogo de tabuleiro como um aliado no processo de interação dos alunos.

Introdução

Após quatro anos atuando na gestão escolar voltamos para a sala de aula com uma certeza maior de que embora o processo de aprendizagem tenha como elemento central o aluno, o de ensino tem como foco o trabalho do professor o qual recai uma grande parte da responsabilidade do resultado de uma aprendizagem eficaz. Na coordenação escolar estávamos envolvidas diretamente com esse processo, mas precisávamos ir além do que já fazíamos em sala de aula antes de nos tornarmos gestoras, porque agora estávamos na sala outra vez. Foi então que surgiu o convite para implantar e coordenar o Laboratório de Ensino de Matemática, o LEM. A primeira impressão surgiu como um desafio e assim foi e ainda é. As dificuldades e os obstáculos estão tão presentes no processo de estruturação e funcionamento do laboratório que os encaramos como elementos essenciais desse processo. Logo, estamos cientes que as ações que realizamos devem contribuir também para transpor esses obstáculos e enfrentar essas dificuldades.

Nosso trabalho se desenvolve na EEFM Lions Jangada, situada na região do Grande Pirambu na cidade de Fortaleza. Pertence à Rede Estadual de Educação. A escola é da 1ª região e está no grupo das escolas que compõem a SEDUC-SEFOR

Quando assumimos a regência do laboratório em agosto de 2013, já tínhamos fundamentada uma das ideias de Lorenzato (2010), de utilizar atividades que complementassem o trabalho que o professor de matemática realiza em sala de aula. Desde o começo, estávamos embasadas na visão de que o laboratório de ensino de matemática deveria ser considerado um ambiente de

aprendizagem no qual teríamos que desenvolver ações que tornassem a matemática mais palpável e bem mais próxima da realidade do aluno. A ideia seria, dentre algumas atividades, desenvolver as aulas práticas de forma que explorássemos mais o conceito trabalhado em sala de aula e com algum material que o aluno pudesse manipular (LIMA, 1999; SANTOS, 2013).

O LEM começou a funcionar, e as atividades foram sendo desenvolvidas aos poucos. Embora tivesse apenas dois armários e uns jogos didáticos bem elementares, foi ganhando 'vida' e sendo habitado. Com um trabalho bem semelhante aos de outros laboratórios ligados à matemática educativa, quando possível confeccionamos alguns materiais com sucatas trabalhando as atividades práticas à medida que as aulas eram ministradas em sala, levávamos nossas turmas para experimentar uma aprendizagem diferente do que tinha sido proposto até ali. Devido à falta de material e à própria estrutura do ambiente, no início trabalhamos apenas com nossas turmas. Cada uma de nós tem uma carga horária semanal de 40h e, apenas 20h, são dedicadas ao laboratório.

Organizamos o ambiente para atender um pequeno grupo de alunos, o que acarretou muito tempo para realizar uma única prática, pois as turmas da escola pública em geral são bem numerosas e a realidade da nossa escola com certeza é assim. Isso porque queríamos que todos que visitassem o espaço para realizar uma atividade e quando necessário, pudessem ter materiais e manipulá-los, além da flexibilidade de nosso trabalho no atendimento de um grupo pequeno (LORENZATO, 2006).

Dentre as tarefas desenvolvidas no laboratório estão as práticas de investigação e de construção do conhecimento. E é nesse contexto que a Consciência Negra começou a surgir como possibilidade de ação em nossas atividades (MAIA, 2012).

Diante de tantas atribuições de uma coordenação escolar, o perfil da gestão de currículo foi predominante em nossa experiência na gestão escolar. Durante quatro anos trabalhamos com o projeto que se desenvolvia na semana da Consciência Negra, porém não éramos mais gestoras e, como se aproximava o dia 20 de novembro, queríamos envolver o ensino de matemática nas comemorações que a escola continuava a promover. Depois de discutirmos o que, como e com quem iríamos trabalhar, ficou decidido que seria minha turma de 8º ano A, visto que eram esses alunos que estavam se habituando a frequentar o LEM e já trabalhavam de forma coletiva e colaborativa.

1. A proposta de trabalho

Realizamos então nossa primeira reunião. Após lançarmos a proposta para a turma ficou decidido que a *mancala* seria o jogo que introduziria a matemática nas comemorações do dia da Consciência Negra. Denominamos a ação de 'matemática, consciência e mancala'.



Figura 1: Primeiras conversas sobre a mancala, discutindo o vídeo e como seria a metodologia do trabalho.

Fonte: Elaborado pelas autoras

Primeiramente os alunos tiveram acesso a um vídeo para compreender como funciona o jogo. Descobrimos que há mais de uma regra e eles optaram pela regra mais elementar, pois alegaram que queriam entender o funcionamento e à medida que fossem dominando o jogo, poderiam investigar níveis mais complexos. Em seguida fizeram uma pesquisa e organizaram um texto explicativo sobre o que é a *mancala*, sua origem e estruturaram o trabalho a partir da regra escolhida por eles.

Nesse momento, as discussões giraram em torno de uma pequena análise sobre o processo histórico. Entender a *mancala* como um jogo milenar, repleto de tradições e superstições, que os povos de diferentes épocas e de diversas partes do mundo conhecem, foi algo que os próprios alunos não esperavam, pois tinham em mente apenas a ideia de um jogo qualquer de competição (SANTOS, 2008).

2. Confeccionando a mancala

Depois de compreender a *mancala* na teoria, era necessário colocá-la em ação. Após mais uma rodada de discussões, os alunos decidiram que ficariam em dupla e que cada uma iria confeccionar a sua. Dividimos a turma em grupos menores e, aos poucos, fomos atendendo as duplas no LEM até que todos estivessem prontos para começarmos a fase da manipulação do jogo.



Figura 2: Alunos do 8º ano confeccionando suas *mancalas*

Fonte: Elaborado pelas autoras

3. A preparação do evento

Depois de aprontar a *mancala*, os alunos tiveram o momento de preparação do evento. Com a ajuda de duas voluntárias, além de nós, começamos a trabalhar com o jogo e nos preparar para o evento. Todos os dias, durante uma semana os alunos iam até o laboratório no contra turno para aprender as regras do jogo e, quem já sabia também se fazia presente no intuito de aprimorá-las.



Figura 3: Registro de um dos momentos em que os alunos treinavam o jogo

Fonte: Elaborado pelas autoras

3.1. A data de realização do evento: 20 de novembro de 2013

A ação “matemática, consciência e mancala” teve toda uma estrutura preparada pela turma. À medida que os visitantes (alunos de outras turmas) iam chegando sentavam-se em um mini auditório adaptado na própria sala de aula. Os alunos utilizaram a pesquisa que fizeram para apresentar o jogo aos visitantes. Na apresentação falaram de sua origem, da tradição e de crenças que circundam a história da *mancala* e da relação entre o trabalho que desenvolveram em matemática e o dia da Consciência Negra.

Após a apresentação os convidados sentaram-se às mesas para aprender as regras, no primeiro momentos jogavam juntos com os que ensinavam e em rodadas seguintes já manipulavam o jogo sozinhos, mas ainda na supervisão dos outros. Os professores também foram convidados a visitar a sala para aprender sobre a *mancala* e jogar um pouco. Essa ação se juntou a outras que já aconteciam na escola. O envolvimento da Matemática nesse tema foi entendido como algo novo e bem diferente do que era proposto até então, pois não se pensava a Matemática em uma estreita relação com a Consciência Negra.



Figura 4: Dia 20 de novembro e a culminância da ação “Matemática, consciência e mancala”

Fonte: Elaborada pelas autoras

Síntese do capítulo



Trabalhar com a *mancala* além de ser uma experiência nova, nos possibilitou uma atuação diferente em nosso cotidiano escolar. Relacionar a proposta curricular oficial com uma temática que também está embasada na lei nos fez compreender que o ensino de Matemática pode ser contemplado com diferentes formas de abordagem.

Com metodologias que enriquecem e contribuem para melhor compreensão do objeto a ser ensinado. E o que afirmar dos alunos? Não apenas aceitaram pesquisar sobre o jogo como também não tiveram dificuldades em utilizá-lo.

Nossa intenção foi fazer com que eles utilizassem a matemática em algo que desconheciam até aquele momento ao mesmo tempo adquirissem um conhecimento sobre algo que nos pertence, a cultura afro-brasileira. Em conformidade com Brasil (2003) fizemos com que nossos alunos discutissem a respeito da origem e regras da *mancala* como também propondo algumas reflexões acerca de suas tradições, superstições e valores dentro de uma proposta diferente de ensino para a aprendizagem matemática.

Atividades de avaliação



1. Confeccionando a mancala.

Material: caixa de ovos de papelão para doze unidades, cola, tesoura e pincel atômico, cartolina. Sementes (feijão, grãos de café, etc.)

Utilizar a cartolina para fazer a base da mancala. Colar a bandeja de ovos na cartolina. Em cada extremidade da bandeja de ovos colar uma metade da tampa. Colorir a vontade.



<https://suite.io/suzanne-pitner/17b02bm>



<http://funfamilycrafts.com/mancala-oware-game/>

2. Jogando Mancala

1. Para o início do jogo cada cava deve conter 4 sementes
2. Sentido anti-horário
3. Pegar as sementes e distribuir nas cavas seguintes
4. Não pode pular cavas a não ser que o jogador tenha mais de 11 sementes
5. Ao distribuir uma quantidade maior que 11 sementes o jogador deve pular a casa onde as sementes estavam
6. Quando joga a última semente e faz a quantidade de 2 ou 3 sementes na cava do território do adversário, o jogador recolhe para si
7. Se nas cavas precedentes tiverem 2 ou 3 sementes o jogador recolhe também
8. O jogador não pode recolher sementes do seu território
9. Numa situação em que o jogador não tenha mais sementes para jogar, sendo a vez do outro, com a possibilidade de prover sementes ao adversário, o movimento faz-se obrigatório
10. Se o jogador não tem sementes para prover o território do adversário, este ganha todas as sementes do oponente
11. O primeiro jogador que colher 25 sementes ou mais vence a partida

Leituras, filmes e sites



Sites

Aprenda a jogar mancala. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=B9JNe-dHu_A

Jogos Antigos. Disponível em: <http://www.jogos.antigos.nom.br/mancala.asp>

Mancala, o jogo mais antigo do mundo. Disponível em: http://www.colegioglau-ciacostra.com.br/moodle/file.php/1/Regras_Awele_CLMasse.pdf

Play-mancala.com. Disponível em:

<http://play-mancala.com/#/14ea24e242ca755fe4e8d7d8>

Leituras

1. Mancala no ensino de Matemática. Disponível em:

http://www.pibid.ufpr.br/pibid_new/uploads/matematica2011/arquivo/186/RE_Matoso_Cristopher.pdf

2. A utilização do jogo mancala como ferramenta para o desenvolvimento de ensino, aprendizagem e de habilidades em matemática. Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/MC/T22_MC1369.pdf

3. O jogo africano Mancala e o ensino de Matemática em face da Lei 10.639/03. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/3223>

Referências



ALVARENGA, M. C. M. **Jogos antigos**. [Internet]. S/L. [atualizado 2011 Jan; citado em 2013 Dez 05]. Disponível em: <<http://www.jogos.antigos.nom.br/apres.asp>>.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para assuntos jurídicos. **Lei nº 10639 de 09 de janeiro de 2003**. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”, e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/10.639.htm>. Acesso em: 18 jun. 2014.

FLORA, F. A página: informa diverte e emociona. [Internet]. Divinópolis. Flávio Flora. 2011 Jan – [citado em 2014 Jun 18]. Disponível em <<http://apaginaff5.blogspot.com.br/2011/01/jogos-de-mancala.html>>.

LIMA, Elon Lages. Conceituação, manipulação e aplicações – Os três componentes do ensino da matemática. **Revista do professor de matemática**. São Paulo, Nº 41, 3º quadrimestre, p. 01-06. 1999.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. (Org.) 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

_____. **Para aprender matemáticas**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MAIA, M. V. M. **Reflexões sobre a importância do jogo na educação matemática**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

SANTOS, C. J. **Jogos africanos e a educação matemática: semeando com a família mancala**. 2008. 34f. (Material Didático parte integrante do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE) – Universidade estadual do Paraná, Maringá, 2008.

SANTOS, J. N. **A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental: uma análise conceitual**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

Capítulo

4

A sequência FEDATHI na construção do conceito de geradores em Álgebra Linear

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele
Hermínio Borges Neto

Objetivos

- Verificar a importância da sequência FEDATHI na construção do conceito de geradores em Álgebra Linear.
- Analisar a postura e mediação docente em uma aula de Álgebra Linear ministrada segundo os pressupostos da Sequência FEDATHI, referente ao conteúdo de subespaço gerado.

1. O ensino da Álgebra Linear

A Álgebra Linear é um ramo da matemática que cada vez mais se destaca no âmbito acadêmico, devido às diversas possibilidades de aplicações em diferentes áreas do conhecimento científico, inclusive dentro da própria matemática, sendo uma disciplina comum na grade curricular da maioria dos cursos da área das Ciências Exatas e afins.

No entanto, seus conceitos e definições possuem um caráter complexo e abstrato que aliados a outros fatores, contribuem para o surgimento de problemas no ensino que comprometem a aprendizagem dos estudantes e consequente uso em seus respectivos campos de atuação profissional.

Dentre os problemas detectados por pesquisadores na área (DORIER, 2000; ROGALSKI, 1994), estão os obstáculos históricos, didáticos e epistemológicos, que incluem também as dificuldades oriundas de posturas tradicionalistas de ensino que norteiam as ações docentes em sala de aula. Desse modo, sentimos a necessidade de abordar o tema com um olhar voltado para a postura e mediação do professor em sala de aula: seus métodos, suas estratégias, forma de interagir com a turma e com o saber ensinado.

Quando nos referimos à postura docente nos reportamos ao desenvolvimento de ações capazes de romper com paradigmas educacionais que restringem o ensino da matemática a mera repetição de técnicas que limitam a exploração de conceitos e significados e tende a estimular a ocorrência do que D'Amore (2007) chamou de fraude epistemológica, quando o aluno encontra a solução correta para um problema, simplesmente por reproduzir

algo já feito pelo professor, mas não necessariamente por “ter entendido a sua necessidade matemática ou lógica a partir do enunciado, não porque tenha ‘compreendido e resolvido o problema’, não porque tenha aprendido um objeto matemático” (p. 10).

Partindo dessa concepção, analisamos aulas de um professor que utiliza a Sequência FEDATHI (SOUZA *et al.*, 2013) para elaborar e conduzir suas aulas, uma vez que esta defende a perspectiva de um ensino que proporcione meios para que o aluno seja motivado a agir como um matemático, trabalhando por descobertas e construção de conceitos sob a devida mediação e assistência docente.

Desse modo apresentamos a SF como uma proposta alternativa para o ensino da Álgebra Linear, que contempla o estímulo ao aprendizado por reflexão e construção dos conceitos.

2. A Sequência FEDATHI (SF)

A Sequência FEDATHI traz uma proposta teórico metodológica de ensino que em sua essência visa oportunizar a ação do estudante em sala de aula mediante a exploração de situações de ensino desafiadoras que possam desencadear discussões, descobertas e reflexões que visam chegar a um delineamento do saber em questão, que mais tarde, conforme for sendo trabalhado em novos contextos, poderá assumir o *status* de conhecimento.

Para tanto, uma aula de matemática ao ser elaborada segundo seus pressupostos sempre abordará quatro momentos: tomada de posição, maturação, solução e prova que poderão aparecer uma única vez, ou várias vezes, dependendo do seu planejamento. Essas fases visam tornar o ambiente da aula propício para que as ações discentes sejam direcionadas à construção do conhecimento, mediada pelo professor.

A abordagem adequada dessas fases traz mudanças em sala de aula, tanto no que se refere à postura do professor quanto à postura do aluno, de modo que este último deverá ser um participante ativo durante toda a aula, seja resolvendo as atividades, discutindo as soluções encontradas ou verificando a formalização do conteúdo realizada pelo professor.

Quanto à postura do professor, resumidamente podemos dizer que na tomada de posição o docente apresenta uma situação desafiadora que esteja no nível dos alunos. Na maturação, deixa os alunos pensarem sobre a situação proposta, intervindo quando necessário, caso o aluno não consiga avançar. Na *solução* chama os alunos à lousa para apresentarem suas resoluções. Na fase da *prova* formaliza os resultados matematicamente.

Segundo análise de Santos (2007) o conjunto das etapas da SF trazem implicitamente os pressupostos teóricos do construtivismo de Jean Piaget. A autora verificou que as ações dos alunos podem resultar em aprendizado mediante as sucessivas assimilações e acomodações que uma atividade/problema cuidadosamente preparada e aplicada pelo professor pode proporcionar.

Além disso, a SF ao orientar a ação do professor evitando que este seja apenas um transmissor de conteúdos e de uma matemática pronta e acabada, está implicitamente favorecendo a ocorrência da abstração reflexionante (PIAGET, 1995) responsável pela compreensão conceitual e a aquisição de novos conhecimentos nas estruturas internas dos alunos. Essa orientação visa propiciar um ambiente favorável à reflexão.

2.1. A abordagem do conceito de geradores segundo os pressupostos da Sequência FEDATHI

Na sessão didática observada, os tópicos abordados foram: o que são conjuntos geradores; como verificar se um conjunto gera um espaço/subespaço vetorial e como encontrar vetores geradores. O professor iniciou lembrando conceitos e exemplos vistos na aula anterior, caracterizando assim o diagnóstico e nivelamento do *plateau* da turma, que na SF diz respeito ao nível cognitivo dos alunos em relação aos conteúdos que se pretende ensinar.

Em seguida na *tomada de posição* o professor trouxe a seguinte questão: Dados e e O que vai dar o subespaço gerado por e e por O , pensando no espaço V como o próprio R^3 ?

Na fase de maturação, após analisar os dados da questão, um aluno observou que, nesse caso, o professor esperou até que alguém percebesse a relação entre os vetores, para só então mostrar, com ajuda dos alunos, que ambos eram iguais, embora fossem gerados por um número distinto de vetores. Assim, foi introduzida a ideia de conjunto gerador. No entanto, a turma ainda não conseguiu responder completamente o que foi pedido, então o professor prosseguiu fazendo novas perguntas. Vejamos a seguir no diálogo entre professor e alunos.

Professor: O que é? O que vocês acham que vai dar? Fazendo conta ou sem fazer as contas. **Aluno:** Um plano. **Professor:** Um plano. Por que dá um plano? **Aluno:** ...

Ao perceber que apesar do aluno ter respondido que se tratava de um plano, mas nem ele, nem nenhum outro discente conseguiram justificar essa resposta, o professor teve que redirecionar o diálogo para esclarecer as condições de geração de planos, em que para isso recorreu a novas perguntas e ao uso de gestos, conforme mostra a Figura. 1, ajudando-os a pensar um pouco mais.



Figura 1: Expressões gestuais usadas pelo docente para visualização das condições de geração de planos.

Na Figura 1 temos o professor questionando se as suas mãos posicionadas conforme (i) formam um plano. Em (ii) questiona se retas paralelas podem gerar um plano. Em (iii) esclarece que para gerar o plano elas devem ser concorrentes e se encontrar na origem.

O professor tentou mostrar intuitivamente a representação geométrica do subespaço gerado por para que os alunos o compreendessem como um plano gerado por retas, que devem ser concorrentes e se encontrar na origem. Mas, ao invés de dizer isso diretamente (como aconteceria se fosse numa aula tradicional), preferiu fazer com que os alunos enxergassem isso por sua própria visualização e reflexão, suas próprias ações mentais sobre o objeto abstrato apresentado.

Percebemos que diante das dificuldades esboçadas pela turma, foi necessário auxiliá-los nesse momento, no qual o docente fez uso de perguntas para que os alunos refletissem sobre como proceder para chegar numa solução. Essas perguntas intercalavam dicas e esclarecimentos trazendo as noções necessárias à compreensão do conteúdo abordado.

Após essa abordagem o professor explicou que era preciso encontrar a representação desse plano; no caso, encontrar sua equação paramétrica. No entanto, na fase de solução, nenhum aluno se sentiu à vontade para apresentar sua solução na lousa e, dessa forma, o próprio professor, com base nas orientações da turma chegou ao conjunto $\{(x + y, 0, x); x, y \in \mathbb{R}\}$, a partir do qual pôde realizar a fase de prova da SF, formalizando o resultado obtido. Um dos obstáculos no momento da fase de solução é ainda o paradigma da educação tradicional em que o aluno vai para a sala de aula não para construir conhecimento, mas para ser receptor

Essa abordagem durou cerca de 60 minutos, confirmando que na SF o que determina o tempo da exploração de um conteúdo é o desempenho do aluno. O professor sempre respeitou esse tempo. Numa aula tradicional esse

problema teria sido resolvido em cerca de 15 minutos, uma vez que nesse caso o professor forneceria logo no início o “passo a passo” para a resolução da questão proposta. Os alunos apenas observariam sem serem instigados a maiores reflexões, apenas aceitando as explicações dadas.

Desse modo, verificamos que com essa postura e mediação, o professor buscava proporcionar situações que motivassem o “pensar” constante sobre o conteúdo abordado; tinha paciência e bom senso para esperar/respeitar o “tempo de maturação do aluno”; se mantinha atento em gerenciar quando prosseguir ou reorganizar as estratégias de ensino conforme a necessidade; estimulava o aprendizado por descobertas; mobilizava reflexões sobre os assuntos abordados; evitava fornecer o “passo a passo” para resolução das atividades propostas; valorizava as soluções apresentadas pelos alunos – aproveitando as soluções certas/erradas/incompletas para prosseguir fazendo-os pensar; dava ênfase na participação e reflexão do aluno; tinha foco no ensino para construção do conhecimento.

Síntese do capítulo



De acordo com a análise dos dados obtidos podemos dizer que a importância da SF na construção do conceito de geradores em Álgebra Linear reside principalmente na forma como o professor faz a mediação desse processo. Percebemos que a postura e mediação descritas rompem com os paradigmas tradicionais do ensino de matemática à medida que proporcionam oportunidades de ação dos estudantes motivada por situações desafiadoras que convidam o aluno a estabelecer com o professor um acordo didático que requer a interação de ambos.

O discurso do professor foi marcado pelo uso de perguntas, como forma de realizar a mediação do conteúdo mantendo a atenção dos alunos e estimulando reflexões sobre os assuntos abordados. O porquê dos procedimentos e relações conceituais era sempre questionado. Além disso, o docente sempre recorria a estratégias e recursos didáticos que traziam metacconhecimentos matemáticos, com o intuito de auxiliar a mediação e favorecer a ocorrência da abstração reflexionante, mediante as sucessivas reflexões as quais os alunos eram motivados a realizar.

Os aspectos conceituais dos conteúdos foram valorizados, de modo que foram explorados com ênfase nos significados envolvidos. Propriedades e definições eram constantemente rebuscadas, exercitando sempre a prática do estabelecimento de relações entre conceito e manipulações, de modo que

o lado “mecânico” dos conteúdos fosse suavizado. Talvez esta seja uma forma de evitar a “perda de sentido” apontada por Rogalski (1994) como um dos principais problemas do ensino da Álgebra Linear.

Desse modo, o diferencial dessa proposta consistiu na forma como o processo foi conduzido e nos recursos utilizados, que visavam a promoção da abstração reflexionante dos alunos sobre os conteúdos abordados, cujos resultados mostraram que é possível trabalhar em Álgebra Linear, o conteúdo de geradores com ênfase na construção conceitual a partir da ação para a reflexão do aluno.

Leituras, filmes e sites



Sites

<http://www.multimeios.ufc.br>

<https://pt.khanacademy.org/math/linear-algebra>

Leituras

<http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/7521/1/2013-DIS-FCFFONTENE-LE.pdf>

Referências



D'AMORE, B. Epistemologia, didática da matemática e práticas de ensino. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, SP, v. 20, n. 28, 2007. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221871010> Acesso em: 22 Abr. 2013.

DORIER, J. L. (Ed.). **On the teaching of Linear Algebra**. Grenoble, France: Kluwer Academic Publishers, 2000.

PIAGET, J. **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

ROGALSKI, M. L'enseignement de l'algebre lineaire en premiere annee de DEUG A. **Gazette Des Mathématiciens**, nº 60, avril 1994.

SANTOS, M. J. C. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas**: desafio para a formação inicial. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

SOUSA, F. E. E. *et al.* (Org.). **Sequência FEDATHI**: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013.

Capítulo

5

Alguns conceitos de geometria plana com o recurso de dobraduras: do retângulo ao hexágono

Daniel Brandão Menezes

Objetivos

- Justificar o uso de dobraduras no ensino da geometria.
- Manipular material concreto para a construção de alguns conceitos geométricos.
- Construir com dobraduras de papel um hexágono regular partindo de uma folha retangular.

1. Introdução

A formação dos professores do Ensino Básico motiva discussões no cenário da educação brasileira já que os índices de rendimento escolar, em geral, não apresentam os resultados esperados na disciplina de matemática, seja na aprovação anual para atingir a nova série, na tentativa de concursos ou vestibulares ou, até mesmo, no mercado de trabalho. A realização de uma formação continuada com o docente a fim de que esteja sempre aprimorando as ferramentas de ensino utilizadas em sala de aula é uma tentativa, dentre muitas, de minimizar tais deficiências. Ao ensinar uma disciplina no ensino básico, muitas questões devem ser levantadas previamente, pois esse desempenho escolar não envolve somente os alunos como também o docente e, portanto, exigirá uma postura mais qualificada desse profissional.

Essa insatisfatória situação causa preocupação em relação à disciplina de matemática, já que os professores quando estudavam ainda no ensino básico não foram formados em um modelo educacional voltado para uma nova visão de ensino, em que o professor atua como um coordenador de estudos e o aluno assume sua responsabilidade como estudante tornando-o ativo em sua aprendizagem. Eis o maior desafio para a formação de formadores: formá-los com os novos moldes que a educação exige e, concomitantemente, torná-los aptos a aplicar o conhecimento com novas possibilidades em sua sala de aula.

Esses comentários revelam consoantes ao que preconiza os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), pois o desenvolvimento da educação trouxe consigo a necessidade de que os estudantes tenham a capacidade de resolu-

cionar problema, uma postura diferenciada na tomada de decisões e interpretação das mais variadas situações, bem como, aperfeiçoar os valores sociais e de trabalho em equipe. Segundo ainda os PCN, a comunicação por meio de códigos e a interpretação e modelagem de uma realidade são percebidas por meio da matemática, ou seja, é nessa disciplina que os alunos poderão criar muitos elos com a realidade e ajudá-los em seu aprendizado que, a partir deste momento, não será mais pontual e sim interdisciplinar voltado para o cotidiano como, por exemplo, a leitura e compreensão do espaço e das figuras na geometria. Segundo D'Ambrósio (1997), a matemática em sala de aula atua como:

[...] uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. (p. 7)

A resolução de problemas, além de ser trabalhada pela parte algébrica da matemática, possui atuação na geometria a partir do momento em que exige a capacidade de visualização de figuras planas ou espaciais e suas propriedades geométricas dos corpos encontrados usualmente. Essa é uma das áreas mais antigas e que se tem revelado uma aliada no ensino da matemática, pois inúmeros estudos são realizados com a geometria e material concreto, ou seja, o uso de material didático manipulável tem sido muito utilizado nos estudos do conteúdo de geometria.

2. Do retângulo ao hexágono

Para as construções em que serão trabalhados alguns conceitos dos triângulos, será importante utilizar uma folha de papel na forma de um quadrado, que pode ser construído e mostrado a partir de uma folha de papel retangular com uma simples observação: na figura 01, os triângulos EBC e EFC são congruentes pelo critério LAL (Lado-ângulo-lado).

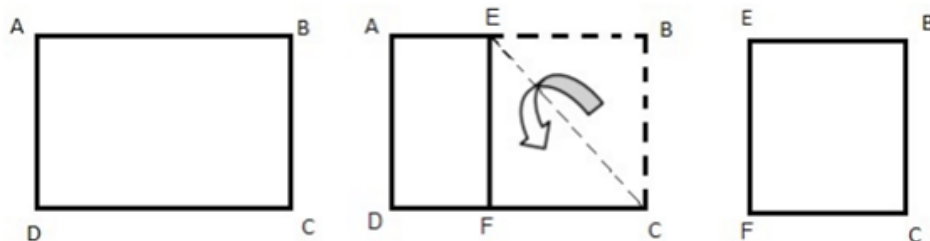


Figura 1: Construção do Quadrado

A construção de um triângulo equilátero – quando os seus três lados são congruentes, ou seja, – começa a partir de um quadrado da seguinte forma: dobra-se o lado AD sobre o lado BC , em seus respectivos pontos médios, daí o vértice representado pelo ponto A será levado ao encontro da dobra feita formando um ângulo no vértice sob o ponto B e será fixado um ponto. De maneira análoga será feito com o vértice representado pelo ponto C . O triângulo formado pelas três dobras é equilátero, uma vez que $AB = BC = CA$.

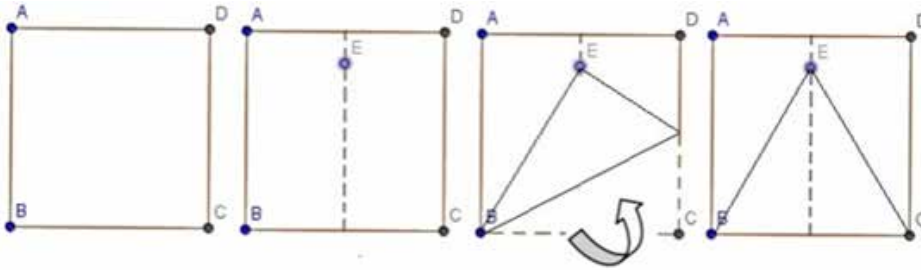


Figura 2: Construção do Triângulo Equilátero

O hexágono regular será construído a partir do triângulo equilátero ABC já construído nos parágrafos anteriores. O segmento CD é a altura, bissetriz e mediana em relação ao lado AB se o ponto D for ponto médio. Da mesma maneira ocorre com os segmentos que passam por AC e BC , daí resulta um ponto G , que é definido como ortocentro, baricentro, incentro e circuncentro do triângulo ABC . Ao se realizar uma dobra levando o vértice B ao encontro do ponto G , o vértice A ao ponto G e também o C ao G , obtém-se um hexágono regular.

A justificativa é simples para a construção de um hexágono regular, pois os triângulos formados são equiláteros. Sabe-se que a dobra ED é paralela à base AC do triângulo, assim como as outras dobras também são paralelas às outras bases, logo os triângulos EGD e FGH são congruentes pelo caso ALA, e, portanto, o ângulo G é 60° , concluindo que os 6 (seis) triângulos construídos são equiláteros e, portanto, forma um hexágono regular.

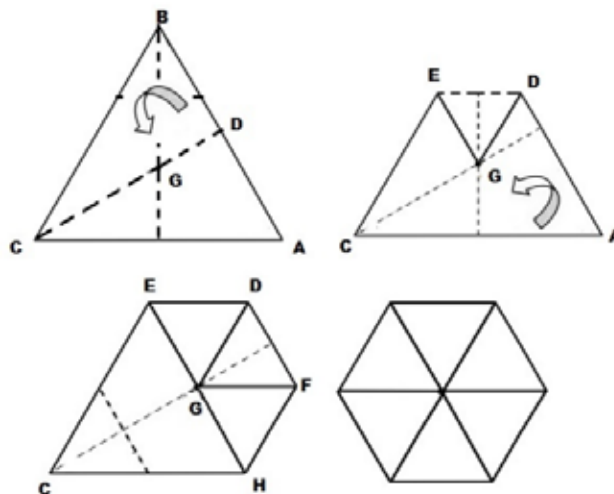


Figura 3: Construção do hexágono regular por meio de dobras.

O Uso de Dobraduras também pode ser aplicado para mostrar Teoremas importantes: Teorema de Pitágoras e Teorema de Haga, e problemas que atravessaram séculos para a sua resolução, ou seja, esse é o momento que propicia ao docente a aplicação das definições elementares obtidas com Teorema de Huzita- Hatori e os conceitos geométricos.

3. Conclusão

Esse estudo é uma incipiente contribuição na área de educação matemática para que os professores do ensino básico possam utilizar e pesquisar como apoio teórico com a finalidade de abordarem o conteúdo geométrico, transmitindo o conteúdo aqui abordado de uma forma lúdica que possibilite a compreensão do aluno.

Os futuros trabalhos, artigos ou projetos com dobraduras deverão provar a real eficiência da utilização de materiais manipuláveis com um controlado planejamento de aulas e a estruturação de um livro-texto voltado para o discente com uma linguagem bem simples e menos técnica para que possa haver o seu acompanhamento em sala e em casa.

O uso de tecnologias mais avançadas como a utilização do software Geogebra e também gravações de vídeo dos passos realizados com as manipulações das dobras, podem enriquecer o número e a qualidade de recursos que podem ser disponibilizados para o aprendizado dos alunos.

Leituras, filmes e sites



Leituras

<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/8070>

<http://versila.com/ludilib/?page=73&word=educa%20%20Biblioteca%20Digital%20Brasileira%20de%20Teses%20e%20Disserta%C3%A7%C3%B5es&publisher=Universidade%20de%20Lisboa>

Sites

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=295>

<http://revistagalileu.globo.com/Galileu/0,6993,ECT516776-2680,00.html>

Filmes

http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/video/arquivoVideos.php?menu=135#barra_tit

Os mil grous de papel

Referências



BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 146 p.

BRAZ, Lúcia Helena Costa Uma abordagem didática da geometria dos pontos notáveis de triângulos utilizando origami. 2013. 72 f. **Dissertação** (Mestrado em Matemática) Universidade Federal de Lavras. Faculdade de Matemática. 2013.

BRITTO, Neyde Carneiro de. **Didática especial**. São Paulo: Editora do Brasil, 1984.

CARVALHO, Lilian Milena Ramos. ROCHA, Jackeline Aparecida Aguiar Da. O Origami na Disciplina de Matemática como Recurso Didático para o Ensino de Geometria Plana e Espacial. Bahia. **Anais** do XIV Encontro Baiano de Educação Matemática. 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005

IMENES, L. M. **Geometria das dobraduras**. 5. ed. São Paulo: Scipione, 1994. 64 p. (Coleção Vivendo a Matemática).

LUCAS, Eliane dos Santos Corsini. Uma Abordagem Didática para a construção dos poliedros regulares e prismas utilizando origamis. 2013. 81 f. **Dissertação** (Mestrado em Matemática) Universidade Federal de Lavras. Faculdade de Matemática. 2013.

MONTEIRO, Liliana Cristina Nogueira. **Origami**: História de uma Geometria Axiomática. 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) Universidade de Lisboa. Faculdade de Ciências. 2008.

Capítulo

6

Etnomatemática em sala de aula: contribuições para o ensino de Matemática

Paulo Gonçalo Farias Gonçalves

Objetivos

- Discutir algumas das contribuições da Etnomatemática para o contexto escolar a luz de uma experiência educacional.

Introdução

Ainda é comum entre as propostas educacionais contemporâneas uma ênfase excessiva na abstração, no formalismo e no simbolismo do conhecimento matemático. Como consequência, vem ocorrendo uma desvalorização dos aspectos socioculturais da matemática, que acaba se tornando um entre os diversos fatores que contribuem para as dificuldades que vem permeando os processos de ensino e de aprendizagem na educação básica (MONTEIRO, 1998).

O distanciamento dos conhecimentos matemáticos em relação ao contexto sociocultural traz inúmeras consequências para os processos de ensino e de aprendizagem. Tratando de algumas destas, Domingues (2003) relata que:

[...] para maior parte das crianças, os conceitos vistos na escola são tão distantes das suas vivências, que, por isso, não se sentem motivados em aprender os conteúdos ou, quando os aprendem, é apenas para tirar a nota, nas avaliações, de modo que esse conhecimento será esquecido porque não têm significado para o aluno, porque não tem importância, não tem sentido para ele (p. 35).

Assim, essa ênfase ao formalismo, à abstração e ao simbolismo evidencia um processo de ensino e aprendizagem de matemática escolar “[...] carente de finalidades e sentido para os agentes envolvidos nesse processo” (MONTEIRO, 1998, p. 1), reflexo de uma visão restrita da finalidade do ensino de matemática na educação básica, voltada estritamente para o ensino de técnicas/procedimentos e algoritmos para a resolução de problemas sem qualquer conexão com o contexto sociocultural dos alunos ou, no máximo, com pontuais contextualizações artificiais.

Discutindo sobre a problemática de se estabelecer uma definição para a Etnomatemática, Barton (2006) aponta pelo menos três dimensões que envolvem essas dificuldades, a saber: de natureza epistemológica, relacionada aos significados dos termos utilizados para explicar as ideias de matemática e de cultura; de natureza filosófica, sobretudo pela falta de consenso acerca da universalidade da matemática e até que ponto suas ideias são transculturais; e relativo ao significado da palavra matemática.

Surgindo como um Programa de Pesquisa que congregou diversos outros estudos antes isolados, a Etnomatemática nasce com intuito compreender aspectos ligados às ideias do que hoje chamamos de Matemática em diversos grupos culturais específicos e buscar possíveis contribuições destes conhecimentos para a Matemática e para a Educação Matemática. Nesse sentido, a Etnomatemática visa, entre outras coisas, promover o resgate de aspectos socioculturais ligados ao conhecimento matemático, em particular para o âmbito educacional.

Diante do que foi acima explanado, o presente artigo tem o intuito de discutir algumas das contribuições da Etnomatemática para o contexto escolar a luz de uma experiência educacional desenvolvida na pesquisa de Gonçalves (2013).

1. Etnomatemática e o contexto escolar

De um modo geral, a Etnomatemática é um programa de pesquisa que “[...] tende a encontrar o seu lugar interativo simultaneamente no domínio das Ciências da Educação, das Ciências Matemáticas e Ciências do Homem” (VERGANI, 2007, p. 8).

Num primeiro momento, D’Ambrosio (1994) concebe a Etnomatemática como o estudo/investigação da:

Matemática encontrada entre os grupos culturais identificáveis, tais como: sociedades tribais nacionais, grupos de obreiros, crianças de uma certa categoria de idade, classes profissionais, etc. Sua identidade depende amplamente dos focos de interesse, da motivação e de certos códigos e jargões que não pertencem ao domínio da Matemática acadêmica (p. 89).

Na noção acima mencionada, o termo **matemática** exige uma compreensão ampla, que inclui as atividades humanas de classificar, medir, ordenar, inferir, modelar, comparar, entre outras, expropriadas e formalizadas pela matemática acadêmica, e utilizadas também no cotidiano dos diversos grupos culturais. O autor pressupõe ainda a interpretação do prefixo **etno** como todos os grupos culturais que compartilham dos mesmos costumes, mitos, jargões e de modos de raciocínio e de inferências (D’AMBROSIO, 1994, 1998).

Em trabalhos mais recentes, diante da problemática que envolve estabelecer, no estágio teórico/empírico atual, uma definição para a Etnomatemática, D’Ambrosio (2005) propõe outra noção para este programa de pesquisa. Conforme o autor, a Etnomatemática não é apenas o estudo da matemática de diversos grupos socioculturais, mas é ainda a “[...] arte ou técnica de explicar,

de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais” (D’AMBROSIO, 1998, p. 5). Esta noção, constituída a partir das raízes etimológicas do termo, indica que “[...] há várias maneiras, técnicas, habilidades (**ticas**) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (**matema**) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (**etno**)” (D’AMBROSIO, 2005, p. 70).

Dentre as dimensões do conhecimento que a Etnomatemática se propõe a discutir, daremos um enfoque particular à dimensão educacional.

O modo como agimos, pensamos, interagimos com o outro e que percebemos o mundo está, naturalmente, relacionado a fatores linguísticos, religiosos, morais, entre outros; herdados de nossas experiências culturais. Especificamente, a maneira como aprendemos, (re)elaboramos o conhecimento e matematizamos, também está ligada ao contexto sociocultural do qual fazemos parte. Sendo assim, o processo de ensino-aprendizagem não pode ficar alheio a isto. Torna-se necessário, portanto, respeitar as singularidades com as quais cada estudante chega à escola, pois além de lhe propiciar maior confiança, por manejar algo familiar a sua vivência, promove a dignidade cultural, ao perceber que seu conhecimento, quase sempre marginalizado e excluído, é aceito, valorizado e discutido no âmbito escolar (D’AMBROSIO, 1998, OREY; ROSA, 2011).

Isto remete ao que Bandeira (2009) afirma ser um dos objetivos da Pedagogia Etnomatemática, que consiste em:

Levar o aluno a se conscientizar que já pensa matematicamente e, portanto, pode aprender matemática. Conduzi-lo também a um novo modo de conceber esse campo do conhecimento, tendo em vista que os aspectos socioculturais de seu meio ambiente sejam incorporados ao processo de ensino-aprendizagem da matemática institucionalmente aceita pela sociedade vigente (p. 97).

Nesse sentido, a conscientização dos alunos acerca de seu pensamento matemático prévio, quase sempre implícito às práticas inerentes ao grupo sociocultural a que pertencem, e a inserção desses conhecimentos etnomatemáticos no currículo escolar, podem ainda se tornar um elemento motivador para o aprendizado da matemática, pois fazem com que os alunos percebam que aquela ciência, outrora estritamente formal e despida de um contexto, também está imersa no meio em que eles vivem.

Assim, a dimensão educacional da Etnomatemática busca “[...] fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e agora” (D’AMBROSIO, 2005, p. 46).

Outro aspecto importante é que promover inter-relações entre os conhecimentos etnomatemáticos propicia aos estudantes maiores possibilidades de compreensão, explicação, maneiras de lidar com novas situações e uma maior diversidade de ferramentas para resolução de problemas. Discutindo sobre o tema, D'Ambrosio (2004) afirma que:

O acesso de um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizado, muito maior capacidade de enfrentar situações e problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível situação ou curso de ação (p. 51).

Desse modo, o estudo da matemática escolar em consonância com o conhecimento etnomatemático do grupo sociocultural no qual os alunos estão inseridos, com todas as suas semelhanças e singularidades, são essenciais para que os estudantes possam se apropriar de várias ferramentas para resolução de problemas provenientes tanto do seu contexto como de outros, cabendo a eles mobilizarem o conhecimento mais adequado conforme cada situação.

2. Uma experiência educacional a luz da Etnomatemática

A pesquisa de Gonçalves (2013) tomou como participantes de seu estudo alunos de uma escola localizada na comunidade Sítio Ingá, no município de Russas-CE.

A comunidade é formada, em geral, por moradores de baixa renda, que vivem da agricultura familiar, extração da palha da carnaúba e pecuária. Contudo, a maior fonte de emprego e renda predominante na região são os trabalhos nas indústrias de cerâmica vermelha, na produção de telhas e tijolos de argila.

Imersos nesse contexto, os alunos tomados como atores da investigação de Gonçalves (2013) cursavam o 6º ano. A turma era formada por 24 alunos com faixa etária de 12 a 17 anos. Todos os alunos da turma ou eram filhos ou tinham outros familiares que compõem a mão de obra das cerâmicas da comunidade. Além disso, mesmo em idade inapropriada, parte dos estudantes trabalhavam nessas indústrias no contra turno da escola.

A proposta educacional empreendida por Gonçalves (2013) tomou os seguintes encaminhamentos, sintetizados na figura abaixo:

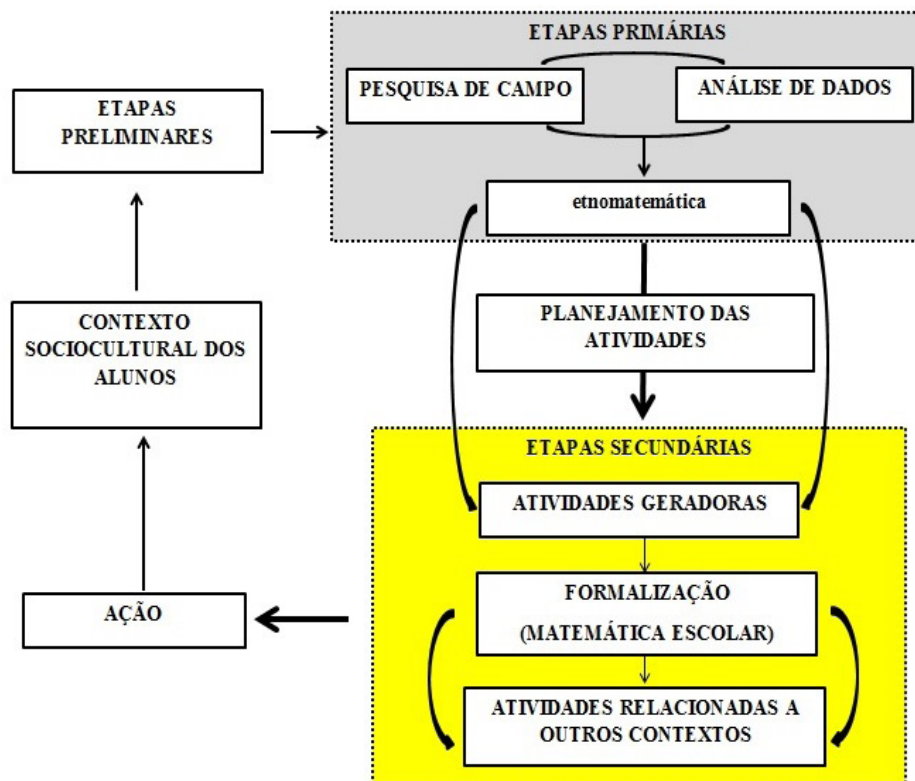


Figura 1: Etapas do método educacional a luz da Etnomatemática

Fonte: Gonçalves (2013, p. 90)

As **etapas preliminares** se constituem como os momentos: de escolha do contexto sociocultural a ser investigado e pesquisa preliminar sobre esse contexto; e ainda o momento de preparação dos alunos para a utilização das técnicas de coleta de dados que serão usadas durante as pesquisas desenvolvidas pelos discentes sob orientação do professor.

As etapas posteriores, nomeadas **etapas primárias**, consistem nos momentos da pesquisa de campo, análise e discussão dos dados pelos alunos mediados pelo professor. Baseado na proposta pedagógica de Ferreira (1997), esse momento visa sistematizar um recorte dos conhecimentos etnomatemáticos praticados pelo grupo sociocultural investigado que será utilizado para o ensino e a aprendizagem de conteúdos da matemática escolar.

Essas etapas servem de subsídio para o **planejamento das atividades**. De posse dos conhecimentos matemáticos empregados nas práticas do grupo sociocultural investigado, o professor iniciou o planejamento das demais atividades a serem desenvolvidas com a turma.

Além de pensar em questões gerais, presentes no planejamento de qualquer proposta de intervenção educacional, tais como: Que conteúdos deverão

ser ensinados? Que objetivos são pretendidos? Que recursos didáticos serão utilizados? Que instrumentos avaliativos serão empregados? Entre outros, o professor deverá pensar, nesse momento, em questões mais específicas a esta proposta metodológica, a saber: A quais conteúdos da matemática escolar os conhecimentos etnomatemáticos estão relacionados? Quais são as semelhanças e singularidades entre estes dois tipos de conhecimentos?

Após a elaboração das atividades, o professor iniciou a aplicação das mesmas, no momento que nomeamos **etapas secundárias**. Dentre as diversas possibilidades metodológicas para desenvolvimento desse momento, optamos pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009a, 2009b, 2011).

De um modo geral, a ideia foi iniciar o processo educativo a partir de problemas inerentes ao próprio contexto sociocultural dos alunos, empregando os mesmos procedimentos utilizados pelos trabalhadores na resolução dos problemas que envolvem seu labor.

A seguir, as atividades se encaminharam para outros contextos, agora utilizando das técnicas/ procedimentos/conhecimentos inerentes a matemática escolar. Essa proposta visou oportunizar aos alunos transcender o seu contexto local, utilizando a matemática enquanto uma ferramenta para a compreensão e modificação do contexto global.

Pautada na proposta de Ferreira (1997), a **ação** sobre o contexto sociocultural consiste na etapa de retorno dos resultados para a comunidade, almejando contribuir de alguma forma com a mesma.

Essa etapa requer que o educador desenvolva um trabalho que transcenda o conteúdo matemático. Apoiado em Freire (1996), uma possibilidade para o desenvolvimento desta etapa é tornar a sala de aula um espaço para discussão de temas relevantes para os estudantes e para a comunidade, discutindo com os alunos “[...] a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos [matemáticos]” (FREIRE, 1996, p. 33).

Na pesquisa de Gonçalves (2013), a temática escolhida foi a relação entre as indústrias de cerâmica e o meio ambiente. Buscando investigar quais os benefícios e impactos ambientais que estas fábricas trazem para a comunidade segundo a opinião dos donos das cerâmicas, os alunos realizaram entrevistas com os mesmos. A partir dos dados coletados durante as entrevistas, os estudantes elaboraram cartazes, que foram apresentados para o restante da turma e serviram como estopim para a discussão do tema em sala de aula.

Síntese do capítulo



Tomando como pilares os ideais de respeito, solidariedade e cooperação, ao reconhecer e valorizar os diferentes conhecimentos advindos de diversos contextos socioculturais, particularmente durante a ação pedagógica, a Etnomatemática vem propondo uma nova abordagem para a Educação Matemática.

Dentre suas diversas dimensões (conceitual, histórica, cognitiva, epistemológica, política e educacional) e suas pluralidades de perspectivas apresentadas por seus principais teóricos, a experiência educacional aqui discutida tomou como enfoque a dimensão educacional da Etnomatemática pautado na perspectiva d'ambrosiana.

Utilizando-se da pesquisa de campo enquanto recurso pedagógico, a partir da observação, do diário de campo e da entrevista, os alunos mediados pelo professor conseguiram caracterizar e identificar práticas etnomatemáticas relacionadas ao labor dos trabalhadores das cerâmicas.

Colocar os alunos como principais responsáveis pelo processo de coleta e análise dos dados provenientes de seu próprio contexto sociocultural, apesar das limitações relativas à inexperiência e a inabilidade dos mesmos com a utilização das técnicas de coleta de dados, contribuiu para criação de um espaço de discussão em sala de aula, colocando os discentes como sujeitos críticos de sua própria realidade.

Apesar de apresentarmos um caminho para a inserção da Etnomatemática no contexto educacional, torna-se necessário ampliar o debate acerca das contribuições das ideias desse programa de pesquisa no âmbito escolar, apontando outras possibilidades. A proposta é auxiliar na promoção de uma educação que valorize a diversidade cultural singular, ao mesmo tempo em que os estudantes têm a oportunidade de acesso ao conhecimento acadêmico, herança histórica de toda a humanidade.

Leituras, filmes e sites



Livro

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2 ed., 2005.

Revista

Etnomatemática. **Scientific American Brasil**. 2 ed., n. 35, 2010.

Site

Rede Latinoamericana de Etnomatemática. Disponível em: <<http://www.etnomatematica.org>>.

Referências



ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 3 ed., 2009a.

_____. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n.55, p.1-19, jul./dez. 2009b.

_____. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.25, n. 41, p.73-98, dez. 2011.

BANDEIRA, Francisco de Assis. **Pedagogia Etnomatemática**: ações e reflexões em matemática do Ensino Fundamental com um grupo sócio cultural específico. 2009. 225f. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

BARTON, Bill. Dando sentido à etnomatemática: etnomatemática fazendo sentido. In: **Etnomatemática**: papel, valor e significado. RIBEIRO, José Pedro Machado; DOMITE, Maria do Carmo Santos; FERREIRA, Rogéria (Org.). Porto Alegre: Zouk, 2 ed., 2006.

CHIEUS JÚNIOR, Gilberto. Etnomatemática: reflexões sobre a prática docente. In: RIBEIRO, José Pedro Machado; DOMITE, Maria do Carmo Santos; FERREIRA, Rogério. (Org.). **Etnomatemática: papel, valor e significado**. São Paulo: Zouk, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Ação Pedagógica e Etnomatemática como Marcos Conceituais para o Ensino de Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org). **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, 1994.

_____. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 17ª ed., 1996.

_____. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 2 ed., 1998.

_____. Etnomatemática e Educação. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José (Org.). **Etnomatemática, currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: Edunisc, p.39-52. 2004.

_____. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2 ed., 2005.

DOMINGUES, Kátia Cristina de Menezes. *O currículo com abordagem etnomatemática*. **Educação Matemática em Revista**, Blumenau, a.10, n. 14, p.35-44. 2003.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. **Etnomatemática: uma proposta metodológica**. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula, 1997.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 15 ed., 1996.

GONÇALVES, Paulo Gonçalo Farias. **A etnomatemática dos trabalhadores das cerâmicas de Russas-CE e o contexto escolar**: delineando recomendações pedagógicas a partir de uma experiência educacional. 2013. 122f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)- Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

MONTEIRO, Alexandrina. **Etnomatemática: As Possibilidades Pedagógicas num Curso de Alfabetização para Trabalhadores Rurais Assentados**. 1998. 200f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Campinas, Campinas, 1998.

OREY, Daniel Clark; ROSA, Milton. Influências Etnomatemáticas em Salas de Aula com Diversidade Cultural. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2011, Recife, **Anais...** Recife: UFPE, 2011, p.1-14.

VERGANI, Teresa. **Educação Etnomatemática: o que é?** Natal: Flecha do tempo, 2007.

Capítulo

7

Uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau: uma proposta metodológica baseada na sequência FEDATHI

Ana Cláudia Mendonça Pinheiro
Adelmir de Menezes de Jucá
Hermínio Borges Neto

Objetivos

- Repensar o papel do professor de matemática atualmente.
- Identificar as características de um bom professor de matemática.
- Discutir a relação professor – aluno – conhecimento matemático.
- Debater a formação do professor de matemática.

Introdução

A Educação Matemática, enquanto campo profissional e área de investigação percorreu algumas fases de desenvolvimento, tanto no campo do ensino quanto no campo da pesquisa Godino (2006) descreve a Educação Matemática como um sistema social, heterogêneo e complexo, para o qual é necessário distinguir três domínios: a ação prática e reflexiva sobre os processos de ensino e aprendizagem das matemáticas; a tecnologia didática, que propõe desenvolver materiais e recursos, usando os conhecimentos científicos disponíveis; e a investigação científica, que se ocupa de compreender o funcionamento do ensino das matemáticas em seu conjunto. Esse último refere-se aos sistemas didáticos específicos, formados pelo professor, pelos estudantes e pelo conhecimento matemático (GODINO, 2006, p. 2).

Para o professor envolvido com as questões de ensino e aprendizagem em matemática é imprescindível vivenciar os três domínios. A cada conteúdo, bem como a cada situação de ensino ou ciclo de escolarização do aluno, o planejamento passa por etapas que evidenciam o domínio da ação prática docente, a tecnologia didática e a investigação científica.

O presente estudo foi realizado na disciplina de Didática da Matemática, ofertada para alunos de mestrado e doutorado em 2013.1, pelo Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, da Universidade Federal do Ceará-UFC, Faculdade de Educação (Faced), na Linha de Pesquisa Educação, Currículo e Ensino pelos professores Dr. Hermínio Borges Neto, Dra. Maria José Costa dos Santos e professor convidado Dr. Adelmir de Menezes Jucá da Faculdade 7 de Setembro (FA7).

A disciplina pretendeu contribuir para que o pós-graduando pudesse compreender e articular a matemática e a educação matemática, proporcionando-lhe um olhar construído acerca da visualização matemática, em que ele é capaz de diferenciar em determinadas situações de aplicação no campo da intervenção didático-pedagógica de conteúdos matemáticos para desenvolver com qualidade o ensino nos seus diversos níveis.

Diante as perspectivas de professores e pesquisadores sobre o ensino de matemática, o espaço da referida disciplina agregou focos de estudo sobre a Sequência Fedathi e o ensino de matemática nos diversos níveis de educação, desde a educação básica, passando pelo ensino superior, abordando o uso de tecnologias e metodologias. A ampliação dos estudos e discussões sobre as questões de ensino e a metodologia com a abordagem da Sequência Fedathi resultaram em um conjunto de sequências didáticas, algumas inseridas nas pesquisas de teses e dissertações, outras relacionadas à sua aplicação em projetos de extensão e uma pequena parcela referente as questões de ensino em sala de aula da educação básica.

A abordagem dessas discussões aqui apresentada é relativa a uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau. As discussões sobre modelos e teorias para análise dos fenômenos de ensino e aprendizagem partiu de um conteúdo de matemática da educação básica com suporte metodológico da Sequência Fedathi. As questões didáticas foram aprofundadas na perspectiva de construção de sequências didáticas para vivenciar entre os participantes em forma de seminário de finalização e conclusão sobre os aspectos teóricos dessa abordagem.

O objetivo desse trabalho é discutir uma proposta metodológica de ensino de equação do 2º grau na educação básica baseada na Sequência Fedathi (SOUZA, 2013).

1. A sequência FEDATHI como proposta de organização do trabalho docente

Tomando como referência os três domínios da Educação Matemática referendados segundo Godino (2006), tais como a ação prática e reflexiva sobre os processos de ensino e aprendizagem das matemáticas, a tecnologia didática e a investigação científica, as discussões teóricas apresentadas nesse estudo conceituam e exemplificam as etapas do trabalho docente para a preparação da aula. Segundo o autor, ainda que esses três componentes se interessem pelo funcionamento dos sistemas didáticos e pela melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, eles apresentam condições determinantes (GODINO, 2006). Essas condições envolvem a perspectiva temporal,

objetivos, recursos disponíveis, regras de funcionamento e restrições, como ações diferenciadas no trabalho do professor de matemática.

Para o domínio da ação prática num espaço de atuação do professor, que precisa desenvolver a tarefa de ensinar a seus alunos a matemática e contribuindo para a melhoria da aprendizagem dos conteúdos, a proposta com a utilização a SF contribui para a preparação da aula. O segundo ponto referente ao domínio tecnológico, considerado por Godino (2006) como sendo o da investigação aplicada, a SF fornece elementos que contribuem para a seleção, escolha e elaboração de recursos didáticos que promovam uma tomada de posição para a abordagem do conteúdo. E finalmente, no domínio da investigação científica, a SF se relaciona à análises dos resultados segundo às teorias da educação e se realiza, em sua maior parte, no grupo de discussão ou entre os pares (GODINO, 2006, p. 2).

Na Sequência Fedathi, a preparação da aula compreende as análises preliminares para eleger as variáveis que contribuirão com o desenho do plano de aula e subdivide-se em duas etapas pelos aspectos didáticos: análise ambiental e análise teórica. As análises preliminares são feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre os conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o assunto em questão (MACHADO, 2001).

Na análise ambiental destacamos os pontos relevantes como o público alvo, materiais, duração da aula, variáveis locais e acordo didático. Para a sequência didática de ensino da equação do 2º grau foram tomados como base os alunos do grupo de discussão, entre professores, alunos e profissionais de ensino da matemática, levando-se em conta a heterogeneidade de formação e atuação profissional. O perfil desses sujeitos foi decisivo para a preparação da aula, visto que, mesmo numa minoria sendo pedagogos, apresentam uma tendência natural de dificuldade com a matemática e precária constituição dos pré-requisitos. Assim sendo, foi tomado em consideração o fator desafio que todos no grupo pudessem se colocar na atividade.

Na análise teórica, leva-se em conta o quadro teórico didático geral e específico dos conteúdos a serem abordados. O saber matemático é o primeiro requisito de domínio do professor. Para compor a análise do conteúdo da equação do 2º grau levaram-se em conta seus pré-requisitos e compreensão da abordagem. Na SF, a análise teórica se baseou na investigação por meio do diagnóstico, particularmente denominada de *plateau*, ou seja, determinação de uma base comum para que o professor pudesse iniciar o estudo sobre o conteúdo. A partir desse conhecimento sobre os alunos a elaboração da atividade foi pensada numa postura metodológica de valorização da aprendizagem significativa e da elaboração do conceito em construção colaborativa e reflexiva.

A SF é uma sequência didática de trabalho para o professor e está fundamentada na lógica do descobrimento matemático de Lakatos (1978) e no intucionismo, ou seja, fundamentada em concepções epistemológicas do conhecimento matemático (SANTANA, 2001). A SF apresenta-se em quatro fases. A partir de uma determinada situação, de um problema, o profissional de ensino de matemática (professor) faz sua: 1) tomada de posição; 2) maturação; 3) solução; e 4) prova.

Essa proposta metodológica é baseada no respeito e tentativa de reprodução, em sala de aula, pelo professor, do método de trabalho de um matemático (a “méthode”, do matemático René Descartes). Segundo Borges Neto (2001), entende-se por forma de trabalho de um matemático a maneira e estratégias para abordar uma situação, um problema ou uma atividade desenvolvida por esse profissional.

2. Uma sequência didática para o ensino de função do 2º grau com a sequência FEDATHI

As equações quadráticas apareceram na matemática aproximadamente 1700 anos antes de Cristo nas tabuletas de argila da Suméria: a presença de situações práticas fez com que se desenvolvessem métodos cada vez mais rápidos para sua resolução. A adoção do método lógico-dedutivo predominou durante muitos séculos no ensino da matemática, mas começou a ser questionado no início do século XX, com o movimento de reformulação do ensino da matemática.

Recentemente, estudos têm sugerido a estratégia de resolução de problemas. Segundo Brito (2011), a resolução de problemas pode ser definida como um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador. A autora destaca ainda quatro características básicas na aprendizagem pela resolução de problemas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo (BRITO, 2011). A solução de problemas deve ser planejada para a interdependência entre os conceitos e princípios anteriormente aprendidos. Estes, disponibilizados na memória e combinados de forma a levar ao resultado final, permitem que a estrutura cognitiva se amplie e inclua os elementos novos, sejam os relativos ao conhecimento declarativo ou ao conhecimento de procedimentos.

Para a criação, elaboração e execução da atividade proposta, foram tomados aspectos metodológicos da Sequência Fedathi relativo à sequência de ensino.

A Sequência Fedathi é uma proposta metodológica apresentada por um Grupo de Educadores Matemáticos do Estado do Ceará/Brasil, conhecido como Grupo Fedathi na década de 1990. Atualmente esse grupo é composto por professores de matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), Universidade Estadual do Ceará (UECE) e alunos do curso Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação (FACED/UFC).

O procedimento metodológico dessa pesquisa consistiu na caracterização dos sujeitos, preparação de uma sequência didática, aplicação, levantamento e análise dos resultados.

Os sujeitos dessa pesquisa foram os treze alunos participantes da disciplina: 08 licenciados em matemática, 04 licenciados em pedagogia e 01 graduado em letras. Para descrever o público alvo procuramos responder o seguinte questionamento: “A quem se destina essa aula? Os alunos têm os pré-requisitos necessários para o estudo do conteúdo em questão?” A partir dessas análises diagnósticas procuramos partir de um plano comum a todos: esse plano denominado *plateau* se particulariza na SF para designar o ponto de partida em que todos possa se debruçar sobre a ação de trabalho na situação matemática proposta. Esses alunos são todos envolvidos com as questões de ensino/aprendizagem em matemática. Os alunos sem formação matemática foram colaboradores desse estudo e estão entre o perfil de formação em pedagogia e tecnologias. Esses alunos possuem conhecimentos sobre ensino, mas não têm aprofundamento sobre conteúdos matemáticos.

Para descrever a organização do material no tempo da aula previsto no planejamento procuramos responder ao seguinte questionamento: “Como você, professor, vai disponibilizar o material?” Os materiais disponibilizados para o desenvolvimento da ‘sessão didática’, foram escolhidos pela possibilidade de adequar-se ao conjunto de elementos que compõem uma sessão didática da SF. Nesse caso em particular a escolha por materiais lúdicos para a confecção de uma dobradura, bem como o planejamento da sessão para a discussão e debate no grupo.

Para designar o tempo de duração da aula procuramos responder ao seguinte questionamento: “Qual o tempo necessário da sequência didática para abordar o assunto em pelo menos em uma sequência completa da SF?” O tempo mínimo adotado foi o previsto para encaminhar a sequência de ensino em pelo menos uma sequência metodológica da SF, ou seja, uma organização da aula para dispor o conteúdo em uma sequência desde a tomada de posição até a prova.

Para descrever as variáveis locais da aula procuramos responder ao seguinte questionamento: “Quais as hipóteses levantadas com a escolha; a) do conteúdo e b) dos alunos?” “Essas hipóteses dizem respeito às dificuldades

com o conteúdo, possíveis conjecturas, soluções e respostas”. Outras hipóteses são relevantes como o uso do material, do tempo de resposta dos alunos, da qualidade das interações, etc.

Para descrever os objetivos do Acordo Didático para a sequência de ensino proposta para esse conteúdo, procuramos responder ao seguinte questionamento: “Qual o conjunto de regras que regem a relação na sala de aula envolvendo o tripé professor – situação – aluno?”. O Acordo Didático deverá resultar no comprometimento dos participantes em realizar ações sobre a atividade proposta com uma dobradura, a fim de participar das discussões e interações que o levarão a inferir sobre as etapas da Sequência Fedathi para a construção do conceito. Assim sendo, o mediador (Professor Expositor) deve reconhecer a realização da atividade pelo participante, bem como a leitura teórica indicada, como elemento essencial ao encaminhamento da discussão.

Em cada ponto de escolha das variáveis de trabalho do planejamento da sessão didática, o professor, assim como no trabalho do aluno, vivencia as etapas através da resolução de problemas, partindo de questionamentos objetivando a sistematização do pensamento para a realização o mais próximo possível da realidade a ser abordada na aula. Nesse momento, pode-se ser vivenciado também as etapas da SF, dentro do próprio planejamento, verificando assim a contribuição também para a efetivação da proposta para o trabalho do professor.

Um ponto de suma importância dentro da análise ambiental é o Acordo Didático. Essa ação é uma ação didática e deverá resultar no comprometimento dos participantes em realizar ações sobre a atividade proposta, no caso particular, com uma dobradura, a fim de participar das discussões e interações que o levarão a inferir sobre as etapas da Sequência Fedathi para a construção do conceito. Assim sendo, o mediador (Professor Expositor) deve reconhecer a realização da atividade pelo participante, bem como a leitura teórica indicada, como elemento essencial ao encaminhamento da discussão.

Para iniciar a discussão tomamos uma situação contextualizada para fornecer sentidos ao assunto abordado. Pensando no público participante, lançamos a seguinte situação pensante, para iniciar o conflito cognitivo numa abordagem reflexionante: “Observem os Cupcakes sobre a mesa. Tenho uma amiga, a Anne, que está fazendo essas delicias em casa para completar a renda familiar. – Nesse momento realizou-se uma abordagem mais apelativa, fornecendo elementos ao discurso para sensibilizar os participantes. – Para datas significativas como o dia das mães, chá de casamento, dia do amigo, ela pretende oferecer o produto em caixas personalizadas. Cada cupcake tem aproximadamente 7 cm de altura e o diâmetro da base de 5 cm. Em cada caixa será acondicionado 4 cupcakes. Observe a área total da folha. Diga quais as medidas da caixa após construí-la? Qual a sugestão para começar a pensar?”

Essa abordagem do conteúdo correspondeu à primeira fase da SF, ou seja, a (1) Tomada de Posição pelo professor para que os alunos pudessem produzir suas conjecturas sobre situações concretas.

De posse da folha de papel duplex dupla face os participantes realizaram tentativas de montar uma caixa com a indicação da área total da folha em centímetros quadrados. Para a SF essa é a fase (2) da maturação, corresponde aos primeiros pensamentos do aluno em direção ao desafio. O trabalho do professor nessa etapa é de incentivo ao debruçar do aluno cognitivamente para tentar uma solução, instigar o trabalho aos pares, motivar a criação e experimentação na atividade.

A atividade com dobradura foi realizada individualmente. Essa é a fase (3) da solução pelos participantes. O Professor recebeu as sugestões dos alunos e organizou-as no quadro para ajudar aos que não conseguiam iniciar algum pensamento para a solução e receber ajuda dos participantes para eliminar as sugestões inválidas. Essa fase corresponde ao momento de socialização em busca de uma solução que deve contemplar as hipóteses, contraexemplos e estratégias trabalhadas com o aluno pelo professor. Todas as sugestões foram aceitas e discutidas sobre os cálculos.

Ao finalizar e expor no quadro as possíveis soluções elaboradas pelos participantes o professor formalizou uma solução justificada em ser a que exigia o menor número de passos. Essa é a fase (4) da prova, onde a solução é formalizada com os cálculos e apresentada com os conceitos/definições.

Após a vivência da situação problema para abordagem do conteúdo em todas as etapas da SF, realizou-se uma avaliação para reflexão e pontuação dos participantes sobre o trabalho do professor.

A avaliação foi pensada como instrumento de validação da 'sessão didática', com ênfase na aprendizagem dos estudantes e no trabalho desenvolvido pelo professor, visando à organização da(s) sessões didáticas(s) futura(s). A avaliação foi realizada por todo o processo, desde o diagnóstico, identificação do *plateau*, sobre os avanços do aluno, mediante a sistematização das soluções apresentadas.

Os resultados da sessão didática discutidos na avaliação mostraram a compreensão dos participantes sobre a proposta metodológica na sequência didática. Dentre os pontos a serem melhorados, houve a sugestão de redimensionamento na distribuição do tempo de aula e mais aprofundamento teórico na formalização dos conceitos. Apesar de reconhecerem a importância da atividade lúdica com a dobradura da caixa para discussão dos cálculos esboçados pelos participantes, houve críticas ao tempo disponibilizado para as etapas da SF. O tempo da sessão como estendido deve-se ao fato dos sujeitos da pesquisa serem de muito níveis cognitivos diferenciados. Uma so-

lução para melhoramento do tempo para esse grupo especificamente poderia ser a vivência da atividade em pares.

As sugestões de filmagem da aula para posterior retorno ao expositor dos melhoramentos das etapas da SF deixaram a desejar, ocasionando uma lacuna na proposta da disciplina em rever e reaplicar a proposta para sistematizar as contribuições da avaliação.

Síntese do capítulo



Os estudos sobre a aplicação da SF na educação básica possuem resultados significativos apresentados através da produção do conhecimento para essa proposta metodológica em estudos sistematizados de teses e dissertações. A procura por sessões didáticas para os conteúdos de matemática da educação básica sinaliza para um movimento do professor pesquisador com ênfase no processo de ensino e aprendizagem para a melhoria dos índices das avaliações de larga escala como o Saeb, Prova Brasil e Pisa na última década.

Segundo Brito (2001), a aprendizagem é um processo que envolve as esferas cognitiva, afetiva e motora e pode ser inferida a partir de mudança relativamente permanente no comportamento, resultante da prática. Destaca ainda que, essas mudanças não podem ser confundidas com as mudanças causadas pela maturação biológica ou pela atuação de fatores externos como drogas e fadiga (BRITO 2001, p. 69). Na proposta metodológica da Sequência Fedathi o professor assume uma postura diferenciada, na qual o ensino é relacionado em todas as etapas com a aprendizagem através da avaliação continua para mudança de estratégia na construção do conceito.

A proposta metodológica de ensino de equação do 2º grau baseada na Sequência Fedathi aqui apresentada foi uma sequência didática utilizada para discussão metodológica entre professores e educadores matemáticos. Sua reaplicação em condições mais específica, inserida no contexto sequencial de conteúdos da educação básica, deve ser mais bem visualizada sobre os aspectos da aprendizagem e elaboração conceitual. O planejamento nas suas diversas etapas promoveu a identificação e aprofundamento dos conceitos intrínsecos às suas fases. Com a sistematização de planejamento de outros conceitos dentro dessa proposta, o trabalho do educador matemático tende a ser menos elaborado e mais vivenciado.

Recomendamos o uso da SF por educadores matemáticos para a visualização das fases bem como a identificação dos diversos níveis de atuação pedagógica de um professor de matemática.

Leituras, filmes e sites



Leituras

PITOMBEIRA, João Bosco. Revisitando uma velha conhecida. Departamento de Matemática, PUC-Rio. Disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/11057002/A-Historia-da-Equacao-de-2-grau>. Acesso em: 03 de julho de 2013.

Atividades de avaliação



A seguir descrevemos a Sequência Didática aplicada com um grupo de alunos/professores da Educação Básica. Sugerimos uma leitura e adaptação da atividade para que possa ser aplicada com outros grupos de alunos.

Legenda	
Professor	
Alunos	
Contra exemplo	

1 Tomada de Posição

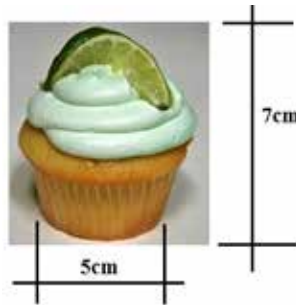
Para iniciar a discussão tomamos uma situação contextualizada para fornecer sentido ao assunto que será abordado. Pensando no público participante, lançamos a seguinte situação “pensante”, para iniciar o conflito cognitivo:

1º Passo – Lançar uma situação que gere um conflito cognitivo.

– Observem os Cupcakes sobre a mesa. Tenho uma amiga, a Anne, que está fazendo essas delicias em casa para completar a renda familiar. Para datas significativas como o dia das mães, chá de casamento, dia do amigo, ela pretende oferecer o produto em caixas personalizadas.

Nesse momento fizemos uma abordagem mais apelativa, fornecendo elementos ao discurso para sensibilizar os participantes.

– Cada cupcake tem aproximadamente 7cm de altura e o diâmetro da base de 5cm.



Em cada caixa será acondicionado 4 cupcakes.

2º Passo – Distribuir uma folha de papel duplex dupla face para os participantes com a indicação da área total da folha em centímetros quadrados.

☛ – Vocês estão recebendo uma folha de papel para confeccionar o fundo das caixas. Para finalizar com mais rapidez, estarei fornecendo a tampa da caixa pronta. Para cada tampa vocês deverão construir o fundo de cada caixa.



☛ – Observe a área total da folha. Quais as medidas do fundo da caixa após construí-la?

2 Maturação

☛ – Qual a sugestão para começar a pensar?

3º Passo – Professor deve receber as sugestões dos alunos e organizá-las no quadro para ajudar aos que não conseguiram iniciar algum pensamento para a solução e receber ajuda dos participantes para eliminar as sugestões inválidas. Procurar esboçar as sugestões em forma de tabela ou esquema para que o aluno possa resgatar a informação no tempo que ele progredir na atividade.

Maturação se refere a um incremento na capacidade dos indivíduos, sendo estas ocorrências verificadas na ausência de uma experiência específica de aprendizagem. São ocorrências que podem ser atribuídas às experiências acidentais e/ou às influências genéticas que afetam o substrato

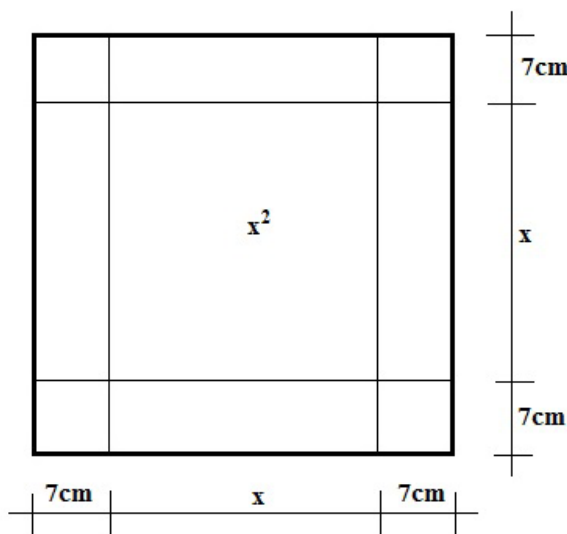
neuroanatômico e neurofisiológico do comportamento, da percepção, da memória e assim sucessivamente (AUSUBEL; NOVACK; HANESIAN, 1978) (ver também, BRITO, 2001).

Uma condição importante na mediação do aluno no momento da maturação é a orientação baseada na pergunta e no contra exemplo. Para destacar as características essenciais da pergunta como elemento mediador pressupomos que: a) toda pergunta é formulada quando as condições para a sua resposta estão dadas; b) as respostas se encontram no mesmo contexto das perguntas; c) existem respostas para todas as perguntas. O que envolve uma pergunta quando o aluno/interceptor apresenta seus questionamentos são mistérios, dúvidas, suspeitas, curiosidades, indagações, questões. Para as respostas formuladas pelo professor/mediador apresenta suposições, intuição, conjecturas, hipóteses, saberes, certezas.

3 Solução

4º Passo – Procurar entre os alunos os que desejam oferecer uma solução no quadro para os demais. Oferecer um esquema sobre o que se deseja calcular.

Vejamos como fazer:



A Solução é o processo natural de um problema matemático para os alunos que se sentem desafiados. Na SF corresponde ao momento de valorização do pensamento do aprendiz. A apresentação dessas ideias de solução corresponde a elaboração de um novo conhecimento que se origina em conhecimentos anteriores. Tomando o conceito de aprendizagem, segundo Brito (2001), como um processo que envolve as esferas cognitiva, afetiva e motora e pode ser inferida a partir de mudanças relativamente permanentes no com-

portamento, resultantes da prática; porém, estas mudanças não podem ser confundidas com as mudanças causadas pela maturação biológica ou pela atuação de fatores externos como drogas e fadiga (BRITO, 2001).

A maneira como a aprendizagem acontece ou o “momento” em que o indivíduo aprende alguma coisa difere da maneira como ele vai incorporar esta nova aprendizagem, possibilitando uma maior ou menor retenção do conteúdo aprendido e uma maior ou menor transferência dessa aprendizagem para novas situações e seu posterior uso. Assim, ‘tipo de aprendizagem’ refere-se aos mecanismos disponibilizados e exigidos por diferentes situações e “formas de aprendizagem” (mecânica e significativa); também se refere à maneira como os novos elementos aprendidos são retidos na estrutura cognitiva (BRITO, 2011).

Na concepção de Brito (2011) para a generalização do conhecimento, dependendo do que vai ser aprendido, diferentes mecanismos de aprendizagem serão acionados e, dependendo da situação na qual a aprendizagem ocorre, o objeto a ser aprendido será processado diferentemente, além de incorporado e retido na estrutura cognitiva de formas distintas. O conceito de “situação de aprendizagem” nessa concepção deve ser entendido como todos os componentes externos e internos ao aprendiz, particularmente as experiências passadas (BRITO, 2011).

4 Prova

5º Passo – Com uma solução viável, esboçar no quadro a solução produzindo uma equação do segundo grau.

☞ – O fundo da caixa se identifica com alguma figura geométrica?

♣ – Um quadrado. (Espera-se que os alunos respondam que a área se parece com um quadrado, quadriláteros)

☞ – Como se calcula a área de um quadrado?

♣ – A área de um quadrado se calcula com o produto do tamanho de seus lados.

Resolver:

$$A = l^2$$

$$A = (7 + x + 7) \cdot (7 + x + 7)$$

$$A = (x + 14) \cdot (x + 14)$$

$$A = x^2 + 14x + 14x + 196$$

$$A = x^2 + 28x + 196$$

Se $A = 225$, então quais são os valores de x ?

$$225 = x^2 + 28x + 196$$

$$225 - 196 = x^2 + 28x$$

$$x^2 + 28x = 29$$

Uma solução:

$$x(x + 28) = 29$$

Analise dos possíveis valores encontrados para x .

Contra Exemplo

Outras sugestões de abordagem do conteúdo relacionado as equações do 2º grau.

Exemplo 1 – 🗨 Um terreno de forma retangular será dividido em dois terrenos quadrados iguais. Se a área do terreno retangular é de 162 m^2 , qual será a medida do lado do terreno quadrado?

Medida do lado de um dos quadrados $\Rightarrow x$

Área de uma das regiões quadradas $\Rightarrow x^2$

Área do terreno retangular $\Rightarrow 2x^2 = 162$

Como podemos resolvê-la? Pense que se deseja apenas o valor de um x .

Exemplo 2 – 🗨 Para plantar determinado número de árvores em uma praça retangular procurou-se obter informações sobre suas medidas. As únicas informações obtidas foram: a área total da praça é de 7200 m^2 e a medida do comprimento é de 10 m a mais que a largura. Quais as medidas do comprimento e da largura dessa praça?

Medida da largura $\Rightarrow x$

Medida do comprimento $\Rightarrow x + 10$

Área da região retangular $\Rightarrow x(x + 10) = 7200 \therefore x^2 + 10x = 7200 \therefore x^2 + 10x - 7200 = 0$

Como podemos resolvê-la? Pense que se deseja apenas o valor de um x

Observe que o procedimento de isolar a incógnita não funciona.

Referências



BORGES NETO, Hermínio; SANTANA, José Rogério. (2001). A Teoria de Fedathi e sua Relação com o Intucionismo e a Lógica do Descobrimento Matemático no Ensino. **Anais do XV EPENN - Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste: Educação, Desenvolvimento Humano e Cidadania**, vol. único, junho 2001, São Luís (MA).

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. (2001). Aprendizagem significativa e a formação de conceitos na escola. In:_____. (Org.). **Psicologia da educação matemática**. Florianópolis: Insular, 2001. p. 69-84.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1, p. 29-45, 2011, Editora UFPR. 2011.

GODINO, Juan D. (2006) Presente e futuro de la investigación em Didáctica de las matemáticas. In: **Anais 29º Reunião Anual da ANPED**. Caxambu, MG, Anped PAIS, Luiz Carlos; LEÃO, Tarcísio Luiz de Souza. Elementos históricos da educação matemática nas províncias do Pará e do Amazonas. **Revista Perspectivas da educação matemática**, revista do Programa de Mestrado em Educação Matemática da UFMS/Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, v. 1, n. 1, Campo Grande, MS. 2008.

PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. A Mediação Docente na Construção do Raciocínio Geométrico. **Anais do 19º EPENN-Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste**, João Pessoa, Editora Universitária UFPB, 2008.

SANTANA, José Rogério; BORGES NETO, Hermínio. Fundamentos Epistemológicos da Teoria de Fedathi no Ensino de Matemática. **Anais do XV EPENN - Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste: Educação, Desenvolvimento Humano e Cidadania**. São Luís (MA), vol. único, junho 2001, p. 594. 2001.

SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; BORGES NETO, Hermínio; et al (Org.) . **Sequência Fedathi: Uma proposta pedagógica para o ensino de ciências e matemática**. Edições UFC, Fortaleza, Brasil, 184p. 2013.

Capítulo

8

Uso de vídeo nas aulas de Matemática

Ticiane de Sousa Lima
Ana Carolina Costa Pereira

Objetivos

- Apresentar as potencialidades de inserção de vídeo nas aulas de matemática;
- Gerar discussões sobre o uso de vídeo para o processo de ensino e aprendizagem;
- Apresentar os tipos de funções que se pode extrair dos vídeos e atividades sugeridas.

Introdução

O vídeo pode ser um recurso eficaz na sala de aula em especial nas aulas de matemática por muitas razões. Permite que os alunos vejam a história como ela aconteceu, as situações problemas que foram criadas e a maneira como resolvê-las. Quando ele é usado para aumentar a memória visual, o vídeo pode ser uma ferramenta muito valiosa e de grande importância para o processo de ensino. O vídeo pode atingir crianças e jovens com uma grande variedade de estilos de aprendizagem, contribuindo com novas informações para a sala de aula. Ele pode servir para expor os estudantes a pessoas, lugares e eventos que outros recursos de aprendizagem não podem.

Neste capítulo, discutiremos o uso de vídeos nas aulas de matemática, seus benefícios, artifícios, vantagens e desvantagens para a construção do processo de ensino e de aprendizagem.

1. Vantagens e desvantagens do uso de vídeos

Os vídeos podem apresentar vantagens para o processo de ensino e aprendizagem como: desperta o interesse dos alunos pelo conteúdo através dos sons, imagens e ações que são vistos nos vídeos; apresentam de forma interativa situações problemas para que possa ser solucionadas pelos estudantes; incentivá-los a buscar novas formas de compreender o conteúdo de maneira simples e fácil. Dentre as desvantagens estão: a disponibilidade dos vídeos; falta de conhecimento por parte do professor da existência desta ferramenta; e a dificuldade do docente de inseri-lo como ferramenta facilitadora para compreensão do conteúdo pelos alunos.

De acordo com Barato (2006) os benefícios do uso do vídeo no processo de ensino, é uma prática que:

Explora todas as possibilidades de combinar som, imagem e movimento em múltiplos arranjos para contar histórias, provocar emoções, criar sonhos, ativar o imaginário das pessoas, etc. Além disso, a necessidade de operar grandes sínteses comunicativas gera vídeos com muito conteúdo em obras bastante curtas. Isso é vantajoso, pois professores e alunos podem examinar muitas vezes o material, explorando significados de cores, movimentos, sons, tratamento de imagens, natureza da mensagem, conteúdo etc (p. 1).

Diferentes conteúdos abordados no mesmo vídeo podem auxiliar de maneira clara e significativa a compreensão dos alunos, facilitando o desenvolvimento de atividades sem que aja a perda de concentração dos alunos.

Além dos benefícios da utilização de vídeos para a construção do processo de ensino e aprendizagem, outro artifício importante que se pode explorar nos vídeos educativos diz respeito à sua visualização, pois

o vídeo explora também, e basicamente, o ver, o visualizar, o ter diante de nossas situações, as pessoas, os cenários, as cores, as relações espaciais (próximo-distante, alto-baixo, direita-esquerda, grande-pequeno, equilíbrio-desequilíbrio). Desenvolve um ver entrecortado, com múltiplos recortes da realidade, através dos planos e muitos ritmos visuais: imagens estáticas e dinâmicas, câmera fixa ou em movimento, uma ou várias câmeras, personagens quietos ou se movendo, imagens ao vivo, gravadas ou criadas no computador. Um ver que está situado no presente, mas que o interliga não-linearmente com o passado e com o futuro (MORAN, 1995, p. 28)

A visualização é um processo que desperta muito o interesse pelo o que se deseja conhecer e aprender. O ato de ver ocasiona um universo de transformação, principalmente nos períodos iniciais da infância, pois tudo que a criança ver, quer reproduzir, daí a importância da visualização para a formação de uma nova linguagem.

Esse processo visual que se adquire através da observação das imagens vista nos filmes ocorre por que

a mixagem entre imagens, movimentos, cores, e textos provocativos mobiliza sentimentos e pensamentos criativos. Transmite novas formas de linguagens em que estão presentes o pensar e o sentir. Cultura audiovisual que dá origem a uma nova linguagem, assumida pela sociedade contemporânea.

Linguagem presente nas salas de aula – com ou sem uso de equipamentos e tecnologias mediáticos – e que contribui para o aparecimento no trabalho didático de algumas das suas características (KENSKI, 2007, p. 59)

Outro ponto que podemos destacar como vantagem nos vídeos é que este

Se utiliza, de maneira significativa, da linguagem visual. E essa linguagem possui características próprias, importantes para os processos de ensino aprendizagem. A visão é veloz, compreensiva, simultaneamente analítica e sintética. Requer pouca energia para funcionar e o faz na velocidade da luz, permitindo às nossas mentes receber e conservar um número imenso de informações numa fração de segundos. A riqueza é a sua descrição (WOHLGEMUTH, 2005, p. 13)

A linguagem visual é extremamente importante, pois a partir dela pode-se criar recursos próprios para facilitar a compreensão dos conteúdos de maneira mais significativa.

Entendemos ainda que a utilização do vídeo em sala de aula pode ajudar na compreensão de conceitos matemáticos, pois ele

ênfatisa o componente visual da matemática, mudando o status da visualização em educação matemática. (...) A mídia usada para comunicar, representar e produzir ideias matemáticas condiciona o tipo de matemática que é feita e o tipo do pensamento que está sendo desenvolvido neste processo. Ao mesmo tempo, o processo de visualização atinge uma nova dimensão se considerar um ambiente computacional de aprendizagem com um coletivo pensante particular, onde estudantes, professores/pesquisadores, mídia e conteúdos matemáticos residem juntos (MACHADO e MENDES, 2013 apud BORBA e VILLARREAL, 2005, p. 96)

Através da observação e compreensão dos vídeos é possível produzir ideias e conceitos que auxiliem na compreensão dos conteúdos matemáticos.

Embora os vídeos possam ser um recurso que traz muitos benefícios para o processo de ensino e aprendizagem e que pode ser inserido visando a assimilação de alguns conteúdos matemáticos em sala de aula, o professor de matemática tem enfrentado vários desafios na inserção das tecnologias em seu cotidiano escolar. Entre os objetivos dessa área, destacamos um que é essencial para potencializar a prática metodológica do professor de matemática: fazer uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) como ferramentas pedagógicas.

2. Utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação como ferramenta pedagógica

As Tecnologias da Informação e Comunicação correspondem a todas as tecnologias que interferem e mediam os processos comunicativos do homem. Ainda, podem ser entendidas como um conjunto de recursos tecnológicos integrados entre si, que proporcionam, por meio das funções de hardware, software e telecomunicações, a automação e comunicação dos processos de negócios, da pesquisa científica e de ensino e aprendizagem (PEREIRA, 2014).

As TIC surgem como um mecanismo essencial para as transformações vivenciadas pela sociedade, contribuindo na introdução de novos meios de produção e por seus reflexos no cotidiano dos indivíduos sociais. Estas influenciam diretamente na aprendizagem do indivíduo, no desenvolvimento individual e coletivo (BRASIL, 2001).

A sociedade contemporânea encontra-se fortemente influenciada pela presença da tecnologia. Praticamente todos os campos da ação humana estão envolvidos com mediadores informáticos ou telemáticos, que interferem nas relações humanas, levam as pessoas a imergir no mundo virtual e transformam sua visão de homem e de mundo. Diante desta realidade, o conceito dos recursos didáticos assume um novo papel frente ao surgimento de meios tecnológicos aplicados à educação a partir da prática pedagógica planejada.

Sabemos que as TIC estabelecem ligações entre a matemática e os conteúdos de outras áreas, utilizando-as como elementos interdisciplinares, podemos dinamizar o processo de ensino e aprendizagem, viabilizando potencialidades inerente a atuação de um cidadão protagonista na sociedade tecnológica vigente.

Para utilizar as TIC, em especial os vídeos na prática pedagógica, o professor precisa conhecer e planejar de forma adequada como inserir essa tecnologia para que a aprendizagem dos alunos se torne significativa e não simplesmente informativa.

Dentre os tipos de comunicações que se tem na literatura, a comunicação aberta é a postura mais apropriada que vai ao encontro da ação pedagógica, pois ela abre espaço para o debate e a exposição de ideias que possibilita uma comunicação mais participativa, motivada e melhor interação entre os alunos e o processo educativo. Pensando em melhorar a prática e tornar o conteúdo matemático mais significativo, alguns pesquisadores buscam compreender o fenômeno do audiovisual no ensino de matemática.

O vídeo no ensino dessa disciplina tem sido estudado sob várias perspectivas de acordo com o ponto de vista de cada pesquisador. Estudiosos da área procuram mostrar diversos modos de inclusão do vídeo no ensino da

matemática. Para tanto podemos destacar os trabalhos de Souza (2009) e Rocato (2009).

Souza (2009) trabalha com a produção de vídeo documentário ligado à etnomatemática, tornando mais dinâmicos os conteúdos, proporcionando mais participação dos estudantes na disciplina e, dessa forma, ampliando o conhecimento. Segundo o autor, o aprofundamento crítico-reflexivo dos documentários tem o papel de desafiar e motivar os alunos a compreenderem os aspectos funcionais desses recursos no que diz respeito ao seu uso na formação inicial de professores de matemática e contribuir na prática pedagógica do futuro docente.

Rocato (2009) investigou o uso de vídeos no processo de ensino e aprendizagem, tendo como uma das possibilidades de potencializar esse processo na matemática, pela facilidade que o recurso apresenta em propagar as informações e reflexões nos aspectos da formação dos professores em relação ao uso de tecnologias. O autor, ao apresentar orientações para o uso significativo de vídeos como facilitadores da apropriação do conhecimento crítico, assim explica:

[...] dessa forma temos que a utilização de vídeos nesse processo de ensino e aprendizagem de matemática pode facilitar sua desmistificação para os alunos, através das imagens, sons, interpretação, simulação e modelagens matemáticas, presentes nos vídeos existentes que abordam o ensino de matemática e que podem extrapolar as relações, transitando por outras disciplinas ampliando e potencializando a construção do conhecimento matemático (ROCATO, 2009, p. 86).

Segundo Rocato (2009), o uso da tecnologia do vídeo, se bem planejado, possibilita a visualização pelo aluno de uma matemática dinâmica, em ação, contextualizada, transformando o ambiente passivo, em um ambiente ativo. Com o emprego dessa ferramenta, o autor entende que se dissipa o medo de falar, de se expressar. As atitudes deixam de ser de passividade passando a ser de participação e interação. O professor se torna um sujeito provocador de debates, dando vida à dinâmica da aula de matemática.

3. A televisão e o vídeo na educação

A televisão e o vídeo são tecnologias presentes no cotidiano da maioria das pessoas. Porém, no ensino, tais ferramentas ainda não são utilizadas com toda a sua potencialidade. Inserir a televisão e vídeos educativos no ambiente escolar não é tarefa fácil, pois não basta incluir no plano de ensino, o mediador tem que ter conhecimento da linguagem televisiva e audiovisual, caso contrário não trará significativo na aprendizagem dos alunos.

Nesse contexto, Napolitano (2003) apresenta uma abordagem dos procedimentos básicos que permita integrar a programação televisual como documento sócio histórico, fonte de aprendizado e catalisadora de debates, possibilitando a formação de um indivíduo crítico e consciente.

As quatro categorias envolvidas na relação TV e escola, de acordo com Napolitano (2003) são: o conteúdo da TV é uma forma de mercadoria, comprada por telespectadores consumidores; o conteúdo da TV é uma forma de sociabilidade, partilhada por telespectadores cidadãos; o conteúdo da TV é uma forma de comunicação, recebida por telespectadores codificadores; o conteúdo da TV é uma forma de cultura, desfrutada por telespectadores fruidores.

Dentre as categorias citadas, destaca-se aquela que trata a TV como forma de cultura, tendo em vista que os alunos se desenvolvem em uma cultura influenciada pela mídia, e os professores não são capacitados para lidar na prática com esse recurso.

A falta de capacitação dos docentes para utilização da televisão e vídeo impedirá que estes sejam utilizados como ferramenta interdisciplinar que pode favorecer um aprendizado significativo através da interatividade entre professor, aluno e as atividades que podem ser extraídas dos vídeos.

Segundo Silva (2011a), a análise televisual é complexa, sendo importante alertar os professores que lidam com a linguagem televisiva, ou desejam introduzi-la na sala de aula, para que busquem informações teóricas básicas, a fim de poderem discutir com segurança essas estratégias, além, de permitir a esses docentes um melhor posicionamento reflexivo sobre as temáticas.

O professor pode propor categorias referentes à informação trabalhada em sala de aula para alavancar debates com os aprendizes. É preciso ensinar o aluno a fazer uma leitura mais profunda sobre o que este vê e ouve na televisão e no vídeo. Com a inclusão da televisão na sala de aula, cria-se um espaço para a leitura crítica do tema abordado e a possibilidade de discussão com os discentes.

4. Utilização de vídeo para o ensino e a aprendizagem

O vídeo é uma ferramenta bastante conhecida pelos educadores, porém nem todos conhecem suas potencialidades, ou sequer, faz uso deste de modo analítico.

Esta tecnologia atual, porém antiga que possibilita a quebra da rotina na sala de aula. Ela constitui uma fonte de pesquisa de grande importância podendo proporcionar resultados significativos para a aprendizagem dos discentes.

Cabe ao docente dominar essa ferramenta para proporcionar a seus discentes aulas interativas, diversificadas e atrativas; com o vídeo, o professor

pode pausar as cenas, as imagens, para discuti-las; retroceder para lembrar e também avançar. Se o uso desse recurso for organizado, torna-se uma fonte de informação alternativa, propicia ao aluno conhecer a realidade na qual estão inseridas outras comunidades, outras realidades, além de construir seu próprio conhecimento, ajudado pelo direcionamento do professor.

Se corretamente utilizada, o trabalho do professor com o uso do audiovisual resultará em uma prática pedagógica eficiente, tendo em vista que de acordo com a publicação dos autores Belloni e Gomes (2008).

[...] o vídeo, como suporte pedagógico, estimula as crianças a mobilizarem seus referenciais televisuais, suas competências específicas de leitura televisual, gerando grande motivação, inclusive para outras aprendizagens como a da leitura (p. 734).

Neste contexto, o vídeo bem aplicado auxilia na construção dos conceitos matemáticos. Ao pensar no processo a ser desenvolvida, uma das preocupações deve ser conhecer a função do vídeo no ensino.

Na concepção de Ferrés (1996) *apud* Silva (2011), o vídeo, de acordo com o ato comunicativo que o educador deseja propor, apresenta uma taxonomia, sugerindo atividades diversificadas conforme a função selecionada para ser trabalhada em sala de aula (Quadro 1).

Quadro 1

Taxonomia das funções dos vídeos	
Função	Atividades Sugeridas
Função investigativa: o ato comunicativo é indicado para trabalhos de pesquisa, complemento da observação direta; condutas individuais e grupais; fenômenos da natureza.	Gravação de experiências em laboratórios, função pesquisadora em várias disciplinas; Comparação entre diversas paisagens e diferentes ambientes e a análise de comportamento comunicativo.
Função metalinguística: ato comunicativo centrado no próprio código, na imagem em movimento para fazer um discurso da linguagem audiovisual; facilitar a aprendizagem dessa forma de expressão.	Projeção do vídeo e análise de programas representativos e por meio da criação de mensagens audiovisuais; Criação de mensagens audiovisuais como uma forma de aprendizagem mais criativa e participativa.
Função lúdica (videobrinquedo): o ato comunicativo é centrado no jogo; no entretenimento; no deleite; permite o erro; encontro com a realidade e descobrimento dos condicionamentos.	Uso do vídeo para descontrair e desenvolver atividades sem imposição; Criação de mensagens audiovisuais; Exibição e análise de vídeo; outros.
Função informativa ou referencial (Videodocumento): ato comunicativo centrado no objeto da realidade a que se faz referência; a mensagem descreve a realidade de forma objetiva e plena de sentido; executa uma função informativa; é versátil (acelera, retrocede e pausa); coloca a informação e poder nas mãos do usuário.	Produção de documentário da própria escola; Projeção de vídeo para criar estrutura de inter-relação entre os professores, alunos, pais e a administração escolar; Aquisição de informações; Produção de noticiário para a comunidade.

Função motivadora (Videoanimação): ato comunicativo centrado no destinatário; para atingir sua vontade e uma resposta; importância aos estímulos emotivos e de revolução no processo didático; provocar emoções e sensações; imagem mais eficaz que a palavra e rupturas nas relações pedagógicas habituais; produz uma rede de comunicação.	Testemunhos; Declarações conflitivas; campanha de sensibilização; informação sobre problema pouco conhecido, provocando afastamento dialético diante de determinada situação; Entrevistas; gravação um vídeo ou reportagem; Criação de momentos de solidariedade.
Função expressiva (Videoarte ou criatividade): o ato comunicativo é centrado na contemplação e na conscientização pessoal e coletiva; sentido crítico; formas de expressão; experiência estética; a coisa não interessa, mas que esta coisa aconteça.	Dramatizações a partir de roteiros próprios e dramatizações com base em adaptações de obras alheias; Criações infantis de várias naturezas - narrações de todo tipo; Elaboração de spots publicitários ou de contra-anúncio.
Função avaliadora (Videoespelho): ato comunicativo centrado na elaboração de valores, atitudes e habilidades dos sujeitos captados pela câmera; atitudes de defesa; contemplação/reflexão sobre o comportamento; atitudes contrapostas (fascinação e rejeição); autocomplacência; autoanálise; alternativa ao efeito alienante.	Alunos diante da televisão (sendo filmados e fazendo movimentos livremente), para perceber os gestos, as caretas, a entonação da voz; mesa redonda para análise de comportamentos; utilização de fragmentos de vídeos para dinamizar novo encontro e terapia.
Interação de funções: a sistemática das funções didáticas do vídeo só tem um valor operativo; um professor crítico sabe planejar uma atividade em que várias funções podem ser incorporadas.	Atividades, como: espetáculo em inglês gravado em vídeo, com cenas intercaladas, canções e esquetes: o aceite da proposta (função motivadora); interesse pelo projeto e a liberdade de criação (função lúdica); na elaboração de pesquisas de canções e os diálogos (função de pesquisa); avaliação do trabalho (função avaliadora e metalingüística); exibição resultado final de atividade (função informativa).

Fonte: Ferrés (1996) apud Silva (2011)

O vídeo é um meio que, “como instrumento de produção, favorece o fazer; como instrumento de gravação e difusão, favorece o ver e o escutar; como instrumento de produção do sentido, motiva a exposição e a expressão” (MAURICE, 1983, p. 170, *apud* SILVA, 2011). Quando utilizado como expressão favorece o diálogo mantido na discussão, uma expressão mais agradável, mais descontraída. Assim, a dinâmica da linguagem tem um tom mais sensorial.

Compreender a linguagem de um recurso audiovisual é importante no processo educativo. Por isso, sentimos a necessidade de situar o professor quanto à linguagem audiovisual, voltando-nos para a linguagem do vídeo e suas funções, porque esse recurso tecnológico tem sido utilizado no ensino de matemática, muitas vezes, de forma inadequada (SILVA, 2011).

Leituras, filmes e sites



Leituras

SILVA, Márcio Nascimento da, e CORDEIRO, Nilton José Neves. Produção de audiovisuais e formação para a docência: experiência com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. In PEREIRA, Ana Carolina (org). **Educação Matemática no Ceará: os caminhos trilhados e as perspectivas**. Fortaleza: Premius, 2014. 40p.

BORBA, Marcelo de Carvalho e DOMINGUES, Nilton Silveira. O uso de tecnologias em aulas de Matemática aplicada: vídeos em um ambiente de aprendizagem multimodal. In ROSA, Maurício, BAIRRAL, Marcelo Almeida e AMARAL, Rúbia Barcelos (org). **Educação Matemática, tecnologias digitais e Educação a Distância: pesquisas contemporâneas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 187p.

Site

O Portal do Professor é um espaço para você professor acessar sugestões de planos de aula, baixar mídias de apoio, ter notícias sobre educação e iniciativas do MEC ou até mesmo compartilhar um plano de aula, participar de uma discussão ou fazer um curso. Disponível em:

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html>

Atividades de avaliação



As atividades sugeridas podem ser extraídas a partir da mídia vídeo que podem ser visualizados na plataforma de Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino médio da Unicamp disponível no site: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/midia:video>. Esse é o portal da coleção M³ Matemática Multimídia, que contém recursos educacionais multimídia em formatos digitais desenvolvidos pela Unicamp com financiamento do FNDE, SED, MCT e MEC para o Ensino Médio de Matemática no Brasil.

Referências



- BARATO, J. N. Leitura de vídeos em educação. São Paulo, 2006. Disponível em: <<http://aprendente.blogspot.com/2006/01/leitura-de-vdeos-em-educao.html>>. Acesso em: 10 out. 2014.
- BELLONI, M. L.; GOMES, N. G. Infância, mídias e aprendizagem: autodidaxia e colaboração. **Educ. Soc.**, Campinas, v. 29, n. 104, p. 717-746, 2008.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. V. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. v. 39, New York: Springer, 2005.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 3. ed. Brasília: MEC /SEF, 2001.
- KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo Ritmo da Informação**. Campinas: Papirus, 2007. 141 p.
- MORAN, J. M. O vídeo na sala de aula. **Comunicação e Educação**, São Paulo, v.2, p.27 a 35, 1995.
- NAPOLITANO, M. **Como usar a televisão na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 2003.
- PEREIRA, J. **TIC**. Disponível em: <http://www.zoomstories.com/tic/>. Acesso em: 12 de Novembro de 2014.
- ROCATO, P. S. The conceptions of the professors on the use of video as potencializadores of the process of education and learning. 2009. 172 f. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- SILVA, A. M. O vídeo como recurso didático no ensino de matemática. **Dissertação** do Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Goiás, Goiás. p.44. 2011.
- SOUZA, R. B. Etnomatemática e Documentários: uma perspectiva para formação inicial de professores de matemática. 2009. 175 f. **Dissertação** (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Universidade Federal de Goiás, Goiânia – GO.
- WOHLGEMUTH, J. **Vídeo educativo: uma pedagogia áudio visual**. Brasília: Editora Senac, p.13. 2005.

Capítulo

9

Quais são os conceitos de geometria que estão na base do conhecimento do aluno para estudar as construções geométricas?

Ana Cláudia Mendonça Pinheiro
Marcília Chagas Barreto

Objetivos

- Apresentar uma base conceitual para elaboração do pensamento geométrico.
- Conceituar raciocínio geométrico.
- Apresentar uma proposta de avaliação diagnóstica para aferir o conhecimento geométrico em sala de aula.
- Discutir técnicas e procedimentos de investigação sobre o raciocínio geométrico.

Introdução

As construções geométricas são representações gráficas que esboçam particularmente uma solução. Para resolver problemas envolvendo construções geométricas, é necessário lápis e papel, e os instrumentos compasso e régua, sem graduação ou escala. O compasso é utilizado para desenhar circunferências e a régua para traçar retas. São utilizadas apenas as seguintes operações, que se justificam pelos axiomas da Geometria Euclidiana: 1) traçado de reta por dois pontos conhecidos; 2) desenho de circunferência, dados o seu centro e o seu raio; e 3) marca de pontos, quando houver, de intersecção de duas linhas, exemplificada em duas retas, duas circunferências ou uma reta e uma circunferência.

Para simplificar as construções, do ponto de vista de marcas no papel, é comum o desenho de arcos de circunferência em vez de circunferências, e de segmentos de retas e semi-retas em vez de retas. Entretanto, há situações em que essa prática pode ocultar soluções válidas de um problema, sendo necessário a devida atenção e o “bom senso” para evitar tais situações. No geral as figuras devem conter os pontos e traços que justificam matematicamente a construção, mas como a construção é subjetiva, os critérios de solução podem valorizar uma possibilidade da solução em detrimento de outra.

Uma construção geométrica consiste numa sequência finita de pelo menos uma das operações descritas anteriormente. Para exemplificar, serão desenvolvidas construções com um procedimento adequado de descrição dos passos de uma construção. Porém, o mais importante nas soluções, para

sua validação matemática, são os conceitos, ideias e teoremas da geometria euclidiana envolvidos na resolução dos problemas. Por isso, juntamente com a construção, pratica-se uma atividade fundamental característica da Matemática que é a demonstração. O fato de exibir uma figura desenhada não basta para afirmar que um problema foi resolvido. Assim sendo, é preciso provar, com bases nas leis da lógica e nos fatos já conhecidos, como definições, axiomas ou teoremas, que tudo o que foi feito é válido. Dessa forma, cada passo da construção deve ser justificado, ou seja, demonstrado.

As construções geométricas constituem um conhecimento que reúne as habilidades matemáticas do pensamento geométrico com as de coordenação motora. Tentando defender a mediação do professor para tornar significativo o ensino das construções geométricas, por meio da ressignificação de conceitos de geometria plana que o aluno trás anteriormente, para desenvolver o raciocínio geométrico, relacionamos três construções observadas em um projeto piloto, para extrair os conceitos prévios contidos nas atividades.

Tomando como base exemplos de construção geométrica com régua e compasso e descrevendo a relação de conceitos prévios para a construção de novos conceitos, relacionamos os conhecimentos anteriores e os conhecimentos construídos na atividade. Para efeito didático dividimos os problemas de construção geométrica em três grupos: 1) construções geométricas elementares; 2) construções algébricas; e 3) construções geométricas de elaboração conceitual.

As “construções geométricas elementares” foram tomadas da definição de Wagner (1997) de construções geométricas possíveis com régua e compasso àquelas permitidas a partir do traçado de uma reta conhecendo dois de seus pontos, do traçado de um círculo conhecendo o seu centro e um ponto do círculo, e da determinação das interseções de retas ou círculos já construídos.

É possível, somente com régua e compasso, construir um ponto, não arbitrário, fora de uma reta, e traçar por esse ponto, ou qualquer outro já construído, uma paralela ou uma perpendicular a esta reta (WAGNER, 1997). Com esses traços podemos realizar as seguintes construções: semi-retas, segmentos de reta, mediatriz de segmento de reta, bissetriz de ângulo formado por semi-retas ou segmentos de reta, o arco capaz sobre um segmento de reta, divisão de segmentos em partes iguais ou proporcionais, tangentes a circunferências. A aplicação dessas construções elementares é utilizada para as construções de polígonos, e problemas possíveis de serem associados a esses lugares geométricos, bem como para outras construções elementares.

As “construções algébricas” foram tomadas da definição de Wagner (1997) para a solução de um problema que não ocorre através dos recursos das construções elementares, podendo adotar como incógnita algum seg-

O termo régua e compasso não comportam a utilização de graduação (marca em escala) nos instrumentos.

Assim sendo, o uso da régua só é permitido para o traçado de retas (segmentos de retas e semi-retas) conhecidas dois de seus pontos, e o compasso para o traçado de círculos (ou arcos) conhecidos o centro e um ponto do círculo.

mento ainda desconhecido para tentar exprimi-lo em função dos elementos conhecidos. Assim sendo, obtém-se uma “fórmula” ou “expressão algébrica” que calcula esse segmento desconhecido em função dos dados do problema. Ou seja, construções algébricas são construções possíveis, com régua e compasso, de expressões algébricas. Algumas construções algébricas possíveis são a terceira e quarta proporcional, média aritmética e geométrica, segmento áureo, expressões algébricas de áreas e perímetros de polígonos construtíveis, equivalência de áreas, e outras que utilizam proposições algébricas ou aritméticas para realizar uma solução geométrica.

As “construções geométricas de elaboração conceitual” foram tomadas como sendo as que necessitam das construções elementares e/ou construções algébricas e de cálculos auxiliares para as construções em que se utilizam os conceitos de homotetia, simetria, equivalência, e outros de caráter dedutivo.

Para investigar acerca do pensamento do aluno sobre os conceitos elaborados de geometria plana esse estudo procurou investigar situações que pudessem ser aplicadas em forma de teste e posteriormente aferidas com uma entrevista clínica.

Na elaboração do Pré-teste, tentamos responder a seguinte questão: quais são os conhecimentos de geometria plana que devem estar na base do raciocínio matemático do aluno para iniciar estudos de construções geométricas? Pensamos esses conhecimentos como pré-requisitos conceituais que justifiquem estruturas cognitivas capazes de desenvolver o raciocínio geométrico do aluno.

Na elaboração da entrevista clínica indicamos caminhos para o professor conhecer as soluções do aluno presentes na Tabela de Avaliação Diagnóstica no final desse texto.

Passamos a conhecer os exercícios selecionados.

1. Complete o quadro para que a sentença em cada proposição seja verdadeira.

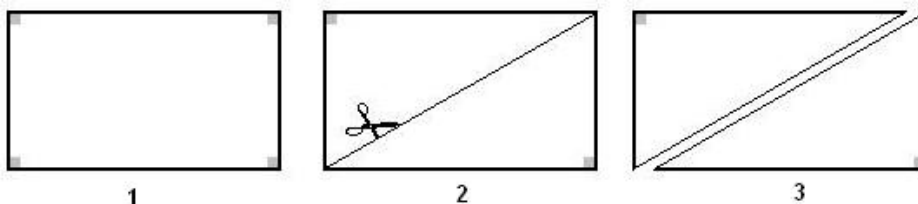


Figura 1:

Construtíveis aqui entendido como aquelas construções que atendem ao critério geral de construtibilidade, ou seja, um número é construtível se e somente se for algébrico, de grau igual a uma potência de 2 (WAGNER, 1997).

Prop.	Figura original (Figura sem cortar)	Tipo de corte	Figuras resultantes
1	Retângulo	Diagonal	2 triângulos retângulos iguais
2	Retângulo		1 triângulo e 1 pentágono
3		Diagonal	2 triângulos retângulos isósceles
4	Quadrado		2 trapézios
5	Triângulo equilátero	Paralelo a um dos lados	
6		Diagonal	2 trapézios

Exercício retirado do livro Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental, de Marilena Bittar e José Luiz Magalhães de Freitas. Editora UFMS, Campo Grande (MG), 2005, p.113.

O objetivo da atividade é a identificação de figuras planas e a exploração de dimensões. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos e classificação das figuras planas.

A organização do exercício em três colunas consiste em fornecer dois elementos e pedir para que o aluno descubra o elemento que falta (BITTAR & DE FREITAS; 2005). As colunas são de: 1) figura original ou figura a ser cortada, 2) tipo de corte e 3) figura resultante. A ordem lógica de raciocínio do pensamento é utilizar de percepção e conceitos para construir a solução. A solução para o exercício é construída em cada proposição. Assim sendo, na proposição 2, o corte que resulte em um triângulo e um pentágono, deve interceptar dois lados consecutivos do retângulo sem passar pelos vértices.

Para a proposição 3, a figura original é um quadrado que, como o exercício sugere, um corte na diagonal deve resultar em dois triângulos isósceles. Na proposição 4, num quadrado, o tipo de corte que origina dois trapézios, deve interceptar dois lados opostos, não passando por nenhum vértice e não sendo paralelo a nenhum dos lados. Para a proposição 5, um corte num triângulo equilátero, a figura resultante é um triângulo e um trapézio isósceles. E para a proposição 6, para obter dois trapézios com um corte na diagonal, a figura original é um hexágono com dois lados paralelos a diagonal.

O direcionamento de investigação da resolução da atividade deve consistir em perguntas sobre a condição de utilização dos conceitos durante os cortes, nas estratégias de solução do aluno em realizar os cortes pela construção das figuras dentro da figura original ou se ele precisa manipular as figuras cortadas para construir o corte. Na utilização da primeira estratégia, a solução indica uma maior abstração e domínio dos conceitos de reta, semi-reta e polígonos, enquanto na segunda há compreensão dos conceitos, mas um menor domínio na abstração e utilização dos conceitos na construção do corte.

Na primeira proposição o aluno deve compreender o direcionamento da atividade e tentar visualizar um retângulo e construir os cortes mentalmente sem manipulação concreta.

Na segunda proposição o aluno deve procurar uma situação de corte na figura que produza um triângulo e um pentágono. Para tanto ele pode realizar a atividade pela sequência da primeira proposição, através da visualização da figura, realização do corte e obtenção resultado pelo corte, ou pode realizar a junção das figuras cortadas dentro da figura inicial e construir o corte. Na primeira possibilidade o aluno estará utilizando o conceito de linha poligonal, enquanto no segundo o conceito de polígono e figura plana.

As proposições que se seguem, de 3 a 6, exigem raciocínio semelhante no aluno. Não há necessidade de se realizar o exercício na ordem das proposições, mas pode-se verificar um aumento de dificuldade da proposição 1 a 6. O fato do aluno não conseguir realizar o exercício na ordem das proposições não deve sugerir dificuldade, mas atenta-se para uma dificuldade de concentração e de domínio nos conceitos.

2. Dobrando uma folha de papel ao meio e cortando em forma de triângulo, obtém-se um quadrilátero.

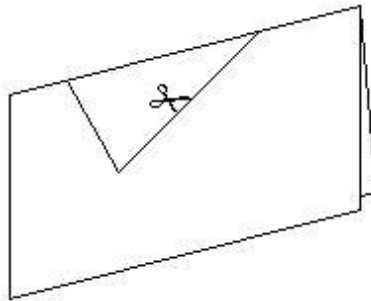


Figura 2: Exercício retirado do livro Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental, de Marilena Bittar e José Luiz Magalhães de Freitas. Editora UFMS, Campo Grande (MG), 2005, p.117.

Cortando sobre a dobra, como devem ser os cortes no papel para obter:

- a) um losango b) um quadrado c) um triângulo equilátero
d) um triângulo isósceles e) um triângulo escaleno

O objetivo da atividade é a identificação de eixo de simetria em figuras planas (BITTAR & DE FREITAS; 2005). Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.

A solução da atividade consiste em obter, no item **a**, um losango, a partir de dois cortes de mesmo comprimento na dobra do papel, ou seja, utilizar a dobra como um eixo de simetria do losango para construir o corte. No item **b**, para obter um quadrado, deve-se utilizar a diagonal como eixo de simetria

sobre a dobra do papel e a partir de dois cortes de mesmo comprimento, montar os lados, formando ângulos retos. Para o item **c**, obtém-se um triângulo equilátero, a partir de um corte formando ângulo reto com a dobra e o outro com o dobro do comprimento. A solução para o item **d**, origina-se um triângulo isósceles a partir de um corte formando um ângulo reto com a reta da dobra. E finalmente, para o item **e**, em hipótese alguma se constrói um triângulo escaleno, pela impossibilidade de não existir nenhum eixo de simetria na figura.

O direcionamento de investigação na resolução dessa atividade deve consistir em perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria e linha poligonal durante os cortes, nas estratégias de construção dos lados para os cortes das figuras e na necessidade de manipulação das figuras resultantes para construção dos cortes. Na utilização dos conceitos para os cortes, a solução indica uma maior abstração e domínio dos conceitos de reta, semi-reta, eixo de simetria e linha poligonal, enquanto a manipulação concreta ou abstrata da manipulação das figuras resultantes não há um menor domínio na abstração e utilização dos conceitos na construção do corte.

Em todas as proposições o aluno deve compreender o direcionamento da atividade tentando visualizar o eixo de simetria para construir a linha poligonal e que resulta nos cortes mentalmente sem manipulação concreta das figuras resultantes.

3. Dobrando uma folha de papel ofício duas vezes e fazendo somente um corte, conforme a figura abaixo, que tipos de figuras será possível obter? Quantos eixos de simetria elas possuem?

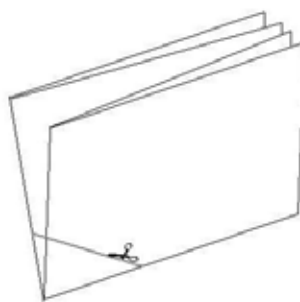


Figura 3: Exercício retirado do livro *Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental*, de Marilena Bittar e José Luiz Magalhães de Freitas. Editora UFMS, Campo Grande (MG), 2005, p.118.

O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria em figuras planas através das dobras do papel. Nessa atividade podemos destacar os

conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.

A solução da atividade consiste em, formando duas dobras e apenas um corte, obter sempre um losango no qual ficam “marcados” seus eixos de simetria.

Para ampliar o grau de dificuldade nessa atividade poderia se supor mais uma dobra e realizar o corte idêntico. Nesse caso, se, se fizer mais uma dobra, ou seja, três dobras, e apenas um corte, como no caso anterior, obtém-se dois losangos e, ao abrimos a folha, observamos que os “cortes”, na folha, formaram dois losangos simétricos em relação à primeira dobra feita.

Para investigar a resolução dessa atividade o direcionamento deve consistir em perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria durante o corte, bem como investigar a estratégia de visualização da figura sem a necessidade de manipulação da figura resultante para construção do corte.

4. Um quadrado de papel é dobrado e recortado conforme a sequência de figuras abaixo:

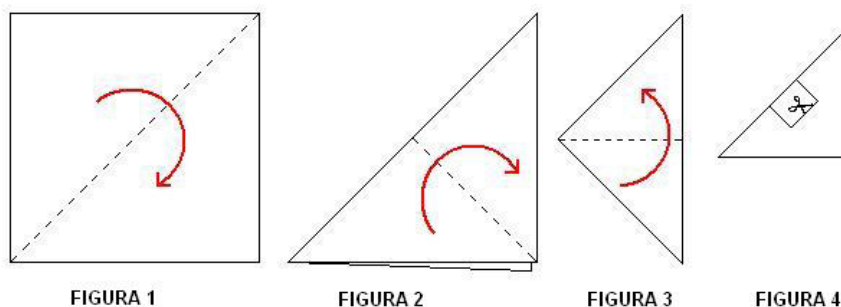


Figura 4: Ao realizar as dobras no quadrado e fazer o corte, qual das figuras obtém-se como resultado?

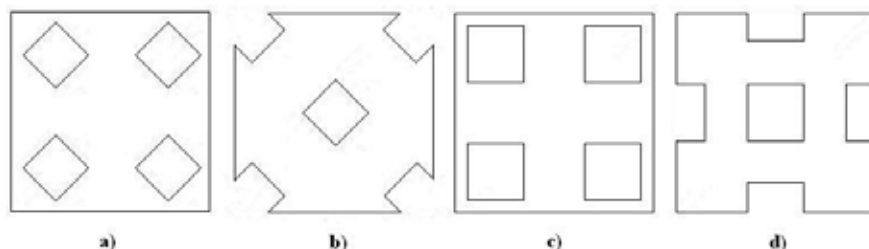


Figura 5: Exercício retirado do livro *Construindo conhecimentos em matemática*, de Edwaldo Bianchine e Marcos Miani. Editora Moderna, São Paulo (SP), 2000, 6ª série, p.280.

O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria no movimento de rotação de figuras planas através das dobras do papel. Nessa

atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos do quadriláteros e eixo de simetria.

A solução da atividade consiste em identificar nas dobras do quadrilátero os eixos de simetria entre as figuras recortadas e obter os eixos dessa figura nas dobras. O corte final é o resultado da figura do item **a**. Na sequência das dobras a Figura 4 sugere que o eixo de simetria que se obtém na dobra do papel passa pelo lado do quadrado recortado. O quadrado recortado, por sua vez, tem seu eixo na dobra do corte passando também por um lado.

O direcionamento de investigação para a resolução dessa atividade deve consistir em perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria nas dobras que formam as diagonais e na terceira dobra que marca um eixo de simetria passando pelos pontos médios dos lados, bem como verificar a condição de corte do quadrado como referência as marcas das dobras.

- 5.** No desenho que segue temos duas figuras sobrepostas; uma cinza, que está sob a figura branca. Calcule a área da figura cinza relacionando com os dados da figura sobreposta.

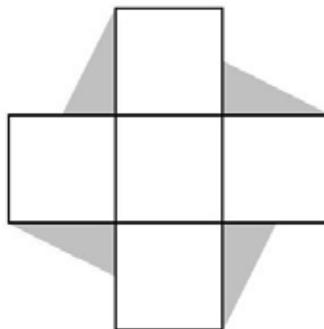


Figura 6: Exercício retirado do livro *Proofs without words I: more exercises in visual thinking*, de Roger B. Nelsen, Published and distributed by The Mathematical Association of America, vol. I.

O objetivo da atividade é investigar a percepção e verificar regularidades. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de segmento de reta, ângulo, mediatriz, bissetriz, semelhança e congruência de triângulos, unidade de área, translação.

A solução para a atividade é a percepção de congruências das áreas. Um método de solução utilizado pode ser visualizar as partes que excede da figura que se encontra por cima da figura cinza, que completa a sombra cinza e torna uma congruência de áreas.

- 6.** Quanto quadrilátero possui esta figura? Considere os quadriláteros convexos, côncavos e cruzados.

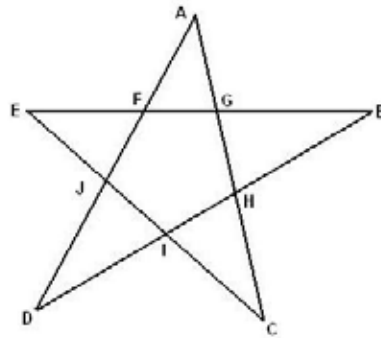


Figura 7: Exercício retirado da Apostila 100 Testes - raciocínio lógico matemático resolvidos e comentados do professor Almir Silvério, 1995.

O objetivo da atividade é investigar a percepção geométrica. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de quadriláteros.

A solução para a atividade corresponde a 10 (dez) quadriláteros, contados a partir da seguinte combinação: AHIJ, BKJF, BJFG, DFGH, EGHI, ACID, BDJE, CEFA, DAGB, EBHC.

7. Cortando-se os cantos de um quadrado ABCD, obtém-se um octógono regular de lados iguais a 10 cm. Qual é a área total dos quatro triângulos cortados?

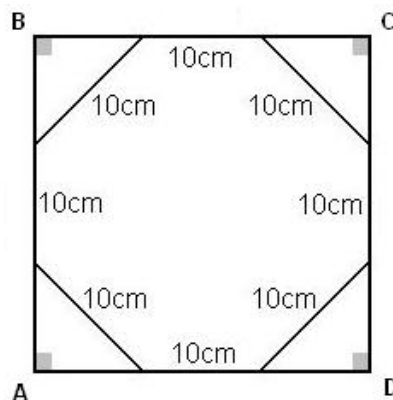


Figura 8: Exercício retirado de uma avaliação do Colégio Christus, 9ª série, 2007.

8. O quadrado pequeno tem 1m de lado e o grande tem 1,5m. Este tem um de seus vértices no centro do quadrado pequeno. O lado do quadrado grande corta o lado do pequeno em $\frac{1}{3}$ de seu comprimento. Determine, em m^2 , a área hachuriada.

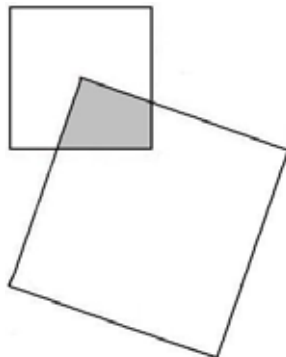


Figura 9: Exercício retirado do livro *Construindo conhecimentos em matemática*, de Edwaldo Bianchine e Marcos Miani. Editora Moderna, São Paulo (SP), 2000, 1ª edição 7ª série, p. 173.

O objetivo da atividade é o cálculo dedutivo da área através de um movimento de rotação da figura plana maior sobre os eixos de simetria da figura menos. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos dos quadriláteros e eixo de simetria.

A solução pode surgir de duas possibilidades: a primeira da rotação do quadrado maior sobre os eixos de simetria do quadrado menor de modo a obter a figura 2; a segunda de modo a decompor a figura sombreada a fim de formar um quadrado como na figura 3.

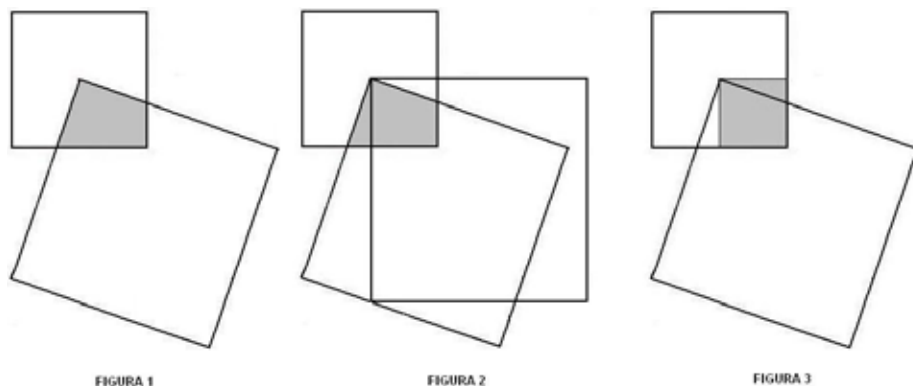


Figura 10:

As atividades que se seguem são para conceituar eixo de simetria. Há três tipos de simetrias: reflexão, rotação e translação. Na simetria de reflexão observamos um eixo que poderá estar na figura ou fora dela e que serve de espelho refletindo a imagem da figura desenhada. Na simetria de translação a figura desliza sobre uma reta, mantendo-se inalterada. Na simetria de rotação a figura toda gira em torno de um ponto que pode estar na figura ou fora dela, sendo que cada ponto da figura percorre um ângulo com vértice nesse ponto. Diz-se que duas figuras são simétricas se podem ser obtidas através de uma reflexão, rotação ou translação.

9. É possível passar de uma figura para outra por um dos movimentos descritos acima? Especifique.

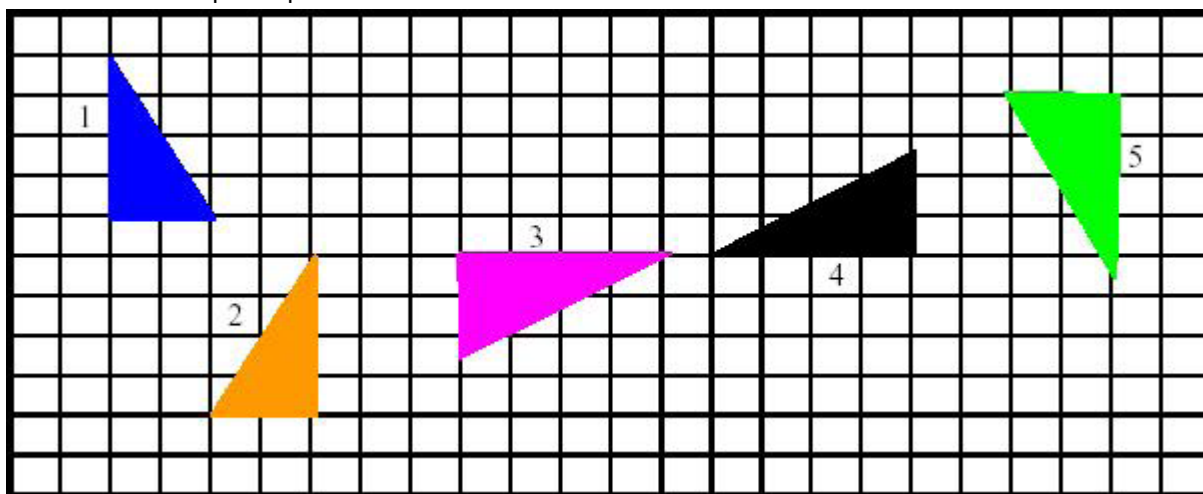


Figura 11: Exercício retirado do artigo Geometria das transformações de José Carlos Pinto Leiva disponível em <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geotransf.pdf> acessado em 12/12/2007.

- Passar da figura 1 para a 2 foi realizado _____
- Passar da figura 1 para a 3 foi realizado _____
- Passar da figura 1 para a 4 foi realizado _____
- Passar da figura 1 para a 5 foi realizado _____
- Passar da figura 2 para a 3 foi realizado _____
- Passar da figura 2 para a 4 foi realizado _____
- Passar da figura 2 para a 5 foi realizado _____
- Passar da figura 3 para a 4 foi realizado _____
- Passar da figura 3 para a 5 foi realizado _____
- Passar da figura 4 para a 5 foi realizado _____

10. Determine o comprimento aproximado do traçado em vermelho.

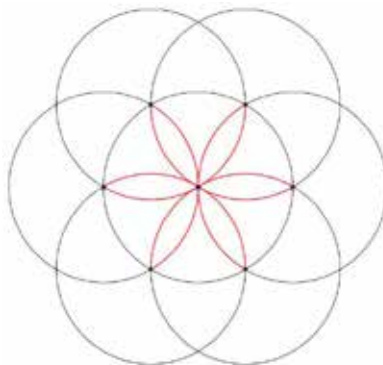


Figura 12: Exercício retirado do livro *Construindo conhecimentos em matemática*, de Edwaldo Bianchine e Marcos Miani. Editora Moderna, São Paulo (SP), 2000, 1ª edição, 7ª série, p. 12.

O objetivo da atividade é a percepção de regularidades, e a utilização dos conceitos de comprimento e divisão da circunferência. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios sobre circunferência, arco, ângulo, comprimento da circunferência, diâmetro, raio, divisão da circunferência.

Referências



BIANCHINI, Edwaldo; MIANI, Marcos. **Construindo conhecimentos em matemática**. Editora Moderna, São Paulo, 2000, vol. 6 e 7.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim**. Editora FTD, São Paulo, 2000, vol. 8.

BITTAR, Marilena; DE FREITAS, José Luiz Magalhães. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Editora UFMS, Campo Grande (MG), 2005.

DAVIS, Philipe J. e HERSH, Robson. **Modelo simplificado de Lakatos para a heurística da descoberta matemática**. A experiência matemática, Lisboa, Portugal, Editora Gradiva, 1995.

BIANCHINE, Edwaldo; MIANI, Marcos. **Construindo conhecimentos em matemática**. Editora Moderna, São Paulo (SP), 2000.

EYSENCK, H. J. **Check your own I. Q.** Tradução e adaptação de Walter H. Geenen. Título: Faça seu teste. Editora Mestre Ju, São Paulo, 1972.

JOTA, José Carlos Putnoki. **Elementos de Geometria & Desenho Geométrico**. Editora Scipione Ltda., São Paulo, 1989.

LAKATOS, Imre. **A lógica do descobrimento matemático**: provas e refutações. Organizado por Jonh Worrall e Elie Zahar. Zahar Editores, Rio de Janeiro (RS), 1978, 212p.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Geometria das transformações**. Departamento de matemática da Fundação Universidade Federal do Rio Grande-FURG.

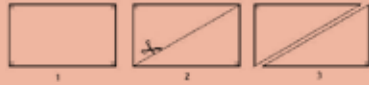
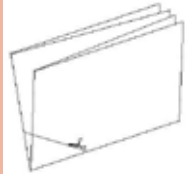
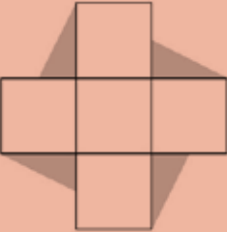
NELSEN, Roger B. **Proofs without words I**: more exercises in visual thinking. Published and distributed by The Mathematical Association of America, vol. I e II.

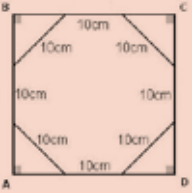
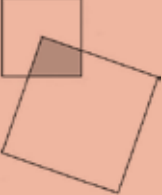
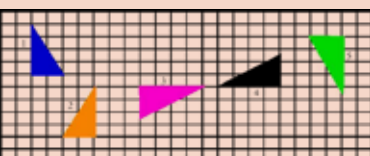
POLYA, George. **Como resolver problemas**. A arte de resolver problemas, Arte médica, 1998.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas**. Editora SBM-Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 1997.

Anexo – Relação dos Exercícios apresentados aos alunos na avaliação diagnóstica

Avaliação Diagnóstica – Lista de Exercícios do pré-teste

Ex	Enunciado	Objetivos	Conceitos Prévios
1		O objetivo da atividade é a identificação de figuras e a exploração de dimensões. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos e classificação das figuras planas.	Investigação: verificar nas estratégias de solução do aluno se ele realiza os cortes pela construção das figuras dentro da figura original ou se ele precisa manipular as figuras cortadas para construir o corte; bem como outras estratégias de solução e indicação de enunciar os conceitos prévios.
2	Uma dobra e vários cortes. 	O objetivo da atividade é a identificação de eixo de simetria em figuras planas. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.	Investigação: verificar nas estratégias de solução do aluno se ele constrói os cortes pela utilização dos conceitos de simetria e linha poligonal. Outras estratégias de solução a fim de manipular fisicamente os conceitos para elaborar uma solução são indicativos do aluno estar no operatório concreto (Piaget).
3	Duas dobras e um corte apenas. 	O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria em figuras planas através das dobras do papel. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.	Investigação: verificar a resolução dessa atividade com o direcionamento de perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria durante o corte, bem como investigar a estratégia de visualização da figura sem a necessidade de manipulação da figura resultante para construção do corte.
4	Um quadrado de papel é dobrado e recortado conforme a sequência de figuras abaixo. qual a figura resultante? 	O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria no movimento de rotação de figuras planas através das dobras do papel. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos das quadriláteros e eixo de simetria.	Investigação: verificar as condições de utilização do conceito de simetria nas dobras que formam as diagonais e na terceira dobra que marca um eixo de simetria passando pelos pontos médios dos lados, bem como verificar a condição de corte do quadrado como referência as marcas das dobras.
5	No desenho que segue temos duas figuras sobrepostas; uma cinza, que está sob a figura branca. Calcule a área da figura cinza relacionando com os dados da figura sobreposta. 	O objetivo da atividade é investigar a percepção e verificar regularidades. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de segmento de reta, ângulo, mediatriz, bissetriz, semelhança e congruência de triângulos, unidade de área, translação. A solução para a atividade é a percepção de congruências das áreas. Um método de solução utilizado pode ser visualizar as partes que excede da figura que se encontra por cima da figura cinza, que completa a sombra cinza e torna uma congruência de áreas.	Investigação: verificar a estratégia de solução para a percepção de sobreposição de figuras.

6	Cortando-se os cantos de um quadrado ABCD, obtém-se um octógono regular de lados iguais a 10 cm. Qual é a área total dos quatro triângulos cortados? 	O Objetivo da atividade é a verificação de congruência na figura do corte e o cálculo por semelhança. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de congruência e semelhança de triângulos.	Investigação: verificar a tendência de solução algébrica ou geométrica com o uso dos conceitos.
7	Determine, em m^2, a área hachuriada. 	O objetivo da atividade é o cálculo dedutivo da área através de um movimento de rotação da figura plana maior sobre os eixos de simetria da figura menos. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos dos quadriláteros e eixo de simetria.	Investigação: verificar se o aluno realiza o cálculo da área pelo movimento da figura ou pela decomposição e congruência de figuras.
8	Determine o comprimento aproximado do traçado em vermelho. 	O objetivo da atividade é a percepção de regularidades, e a utilização dos conceitos de comprimento e divisão da circunferência. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios sobre circunferência, arco, ângulo, comprimento da circunferência, diâmetro, raio, divisão da circunferência.	Investigação: verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do conceito de divisão da circunferência pela medida do raio.
9	Quanto quadrilátero possui esta figura? Considere os quadriláteros convexos, côncavos e cruzados. 	O objetivo da atividade é investigar a percepção geométrica de quadriláteros nas linhas que compõem a estrela. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de linha poligonal e polígono.	Investigação: verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do conceito de polígono côncavo e convexo, percepção de regularidades e ordenação lógica de contagem dos quadriláteros.
10	É possível passar de uma figura para outra por um dos movimentos descritos acima? 	O objetivo da atividade é conceituar eixo de simetria.	Investigação: verificar nas estratégias de solução a utilização dos movimentos das figuras pela simetria de rotação, translação e reflexão.

Sobre os organizadores

Miron Coutinho Fernandes: possui graduação em Estatística pela Universidade Federal do Ceará (1993), Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2003), especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2004) e em Administração Escolar pela Universidade Vale do Acaraú (2014). Atualmente é professor da rede pública no município de Caucaia e professor na UECE/UAB. Também ensina em cursos profissionalizantes no Colégio Elite em Fortaleza.

Ana Carolina Costa Pereira: possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2001), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2005) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atualmente é professora Adjunta da Universidade Estadual do Ceará, líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática e Diretora da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional do Ceará. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: geometria, livros didáticos, história da matemática, educação matemática e história da educação matemática. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

Sobre os autores

Adelmir de Menezes Jucá: possui Bacharelado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Ceará (1984), Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2000), Mestrado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (2004) e Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará (2011). Atualmente é vice-diretor da Faculdade 7 de Setembro e pesquisador do Laboratório MultiMeios da UFC. Atuação na área de Educação e Matemática, com ênfase nos seguintes temas: ensino de matemática, novas tecnologias, ambientes virtuais de ensino e aprendizagem, geometria dinâmica e cálculo diferencial e integral. E-mail: adelmir@secrel.com.br.

Ana Carolina Costa Pereira: possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2001), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2005) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atualmente é professora Adjunta da Universidade Estadual do Ceará, líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática e Diretora da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional do Ceará. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino de

Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: geometria, livros didáticos, história da matemática, educação matemática e história da educação matemática. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

Ana Cláudia Mendonça Pinheiro: é Licenciada em Matemática (UECE - 2001). Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Educação/UECE, na Área de Concentração em Formação de Professor, com dissertação intitulada A mediação docente na construção do raciocínio Geométrico de alunos da licenciatura em matemática na Disciplina desenho geométrico (2010). Doutoranda em Educação Brasileira pelo Programa de Pós-Graduação da UFC (2012). Atuante como Professora de Matemática da rede pública estadual do Ceará e Formadora Educacional pela Aprender Editora. Bolsista Propag./Reuni. E-mail: anaclaudia.mendonca@uece.br.

Daniel Brandão Menezes: é bacharel em Segurança Pública pela Academia de Polícia Militar General Edgard Facó em 2008; Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará em 2011; Mestre em Matemática em 2012. Atualmente professor do Centro Universitário Christus e da Universidade de Fortaleza. E-mail: brandaomenezes@hotmail.com.

Francisca Cláudia Fernandes: Fontenele é doutoranda em Educação e mestre em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará (2013). Eixo: Ensino de Matemática. Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (2012). Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (2007). Tem experiência na área de Educação, atuando principalmente com os temas: Matemática e Educação Matemática. Atualmente é integrante do Grupo de Estudos em Educação Matemática do Multimeios - GEM, vinculado ao Laboratório de Pesquisa Multimeios da FAGED/UFC. E-mail: claudiafontenele05@gmail.com.

Hermínio Borges Neto: é Doutor em Matemática pela Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA - 1979). Atua como Professor Associado da Universidade Federal do Ceará. Orientou 20 dissertações de mestrado e co-orientou 2, orientou 11 teses de doutorado na área de Educação. Recebeu dois prêmios e homenagens. Atuante na área de tecnologias digitais na Educação, com ênfase EaD e inclusão digital e em Ensino de Matemática. Em suas atividades profissionais interagiu com 69 colaboradores em co-autorias de trabalhos científicos. E-mail: herminio@ufc.br.

Isabelle Coelho da Silva: é licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará. Foi bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) no subprojeto intitulado “A construção dos conceitos matemáticos face às tendências da Educação Matemática”, e tutor do curso a distância “Utilizando a História da Matemática para ensinar Equações de 1º e

2º grau”. Atualmente é bolsista do programa Ciências sem Fronteiras e atual como assistente de pesquisa no projeto “Projetando para Equidade por Pensando na e sobre a Matemática” pela Universidade de Pittsburgh e é membro do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática atuando nas seguintes linhas de pesquisa: História da Matemática e a Formação do Professor e sua incorporação em sala de aula. E-mail: isc5@pitt.edu.

Joelma Nogueira dos Santos: é professora de Matemática do Instituto Federal do Ceará (IFCE), Campus Camocim. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática. Concluiu o mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) pela Universidade Federal do Ceará (UFC). É Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) cuja formação está direcionada para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. É Especialista em Gestão e Avaliação da Educação Pública pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) a qual está voltada para a Gestão do Currículo. E-mail: joelma.santos@ifce.edu.br.

Josenildo Silva do Nascimento: é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2014). Foi Bolsista de Iniciação Científica no projeto intitulado “Traçando o cenário atual do uso da História da Matemática na UECE: Contribuições para formação do professor de Matemática” e tutor do curso a distância “Utilizando a História da Matemática para ensinar Equações de 1º e 2º grau”. Atualmente é membro do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática atuando nas seguintes linhas de pesquisa: História da Matemática e a Formação do Professor e sua incorporação em sala de aula. E-mail: josenildo.nascimento@aluno.uece.br.

Marcilia Chagas Barreto: é Doutora em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará (2002), com estágio de pós-doutorado na Universidade de Quebec à Chicoutimi, em Educação Matemática (2006 - 2007). Mestre em Estudos Pós-Graduados em Supervisão e Currículo pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1985). Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Piauí (1979). Atualmente, é professora adjunta M da Universidade Estadual do Ceará, vinculada ao curso de pedagogia. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Ensino de Matemática, Aprendizagem da Matemática, Educação Matemática, Formação de Professores. E-mail: marcilia_barreto@yahoo.com.br

Maria Vânia Moreira Maia: é Licenciada em Matemática (UECE - 2003). Especialista em Ensino de Matemática/UECE, com monografia intitulada “O uso de material concreto no ensino da Geometria Espacial: um estudo de caso” (2008), e em Gestão da Educação Pública/UFJF (2012). Mestre em

Ensino de Ciências e Matemática/UFC, com dissertação intitulada “Reflexões sobre a importância do jogo na Educação Matemática” (2012). Atuante como professora de Matemática da rede pública estadual do Ceará. Email: vaniamaedaisis@hotmail.com.

Patricyenne de Lima Oliveira: é licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará- UECE. Atualmente é Bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência- PIBID (UECE) pela CAPES. Atua na área de Matemática. E-mail: patricyenne.oliveira@aluno.uece.br

Paulo Gonçalo Farias Gonçalves: é licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2011), tem mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2013). Atualmente é coordenador de curso de Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Cariri, professor Assistente A da Universidade Federal do Cariri, vice-líder do Grupo de Pesquisa em Educação, Ciências e Mídias Digitais. Tem experiência na área de Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Etnomatemática, Formação de Professores e Laboratório de Matemática.

Ticiane de Sousa Lima: é Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2004). Especialista em Ensino da Matemática pela UECE (2015). Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Ceará (2015). Atuação como professora de Matemática da rede pública estadual do Ceará (2004-2011). E-mail: ticianas@yahoo.com.br.



A não ser que indicado ao contrário a obra **Prática de Ensino em Matemática II**, disponível em: <http://educapes.capes.gov.br>, está licenciada com uma licença **Creative Commons Atribuição-Compartilha Igual 4.0 Internacional (CC BY-SA 4.0)**. Mais informações em: http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.pt_BR. Qualquer parte ou a totalidade do conteúdo desta publicação pode ser reproduzida ou compartilhada. Obra sem fins lucrativos e com distribuição gratuita. O conteúdo do livro publicado é de inteira responsabilidade de seus autores, não representando a posição oficial da EdUECE.



Matemática

Fiel a sua missão de interiorizar o ensino superior no estado Ceará, a UECE, como uma instituição que participa do Sistema Universidade Aberta do Brasil, vem ampliando a oferta de cursos de graduação e pós-graduação na modalidade de educação a distância, e gerando experiências e possibilidades inovadoras com uso das novas plataformas tecnológicas decorrentes da popularização da internet, funcionamento do cinturão digital e massificação dos computadores pessoais.

Comprometida com a formação de professores em todos os níveis e a qualificação dos servidores públicos para bem servir ao Estado, os cursos da UAB/UECE atendem aos padrões de qualidade estabelecidos pelos normativos legais do Governo Federal e se articulam com as demandas de desenvolvimento das regiões do Ceará.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ



ISBN 978-85-78264-04-8

9 788578 264048