

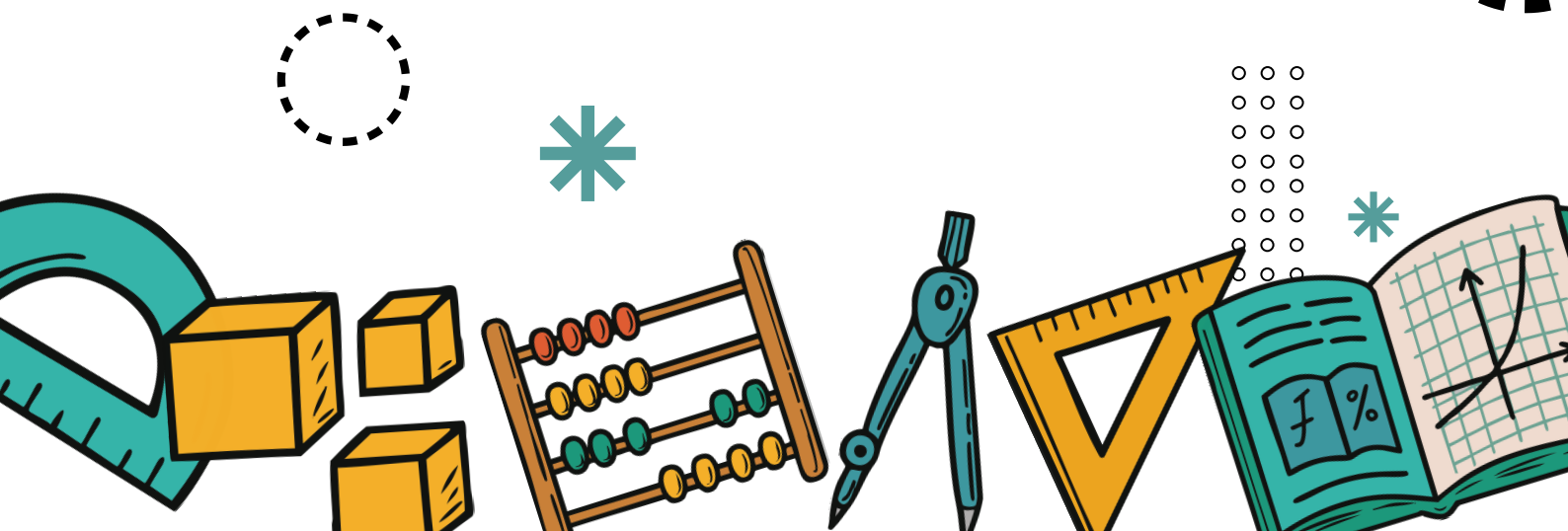
IME
INSTITUTO DE
MATEMÁTICA E
ESTATÍSTICA

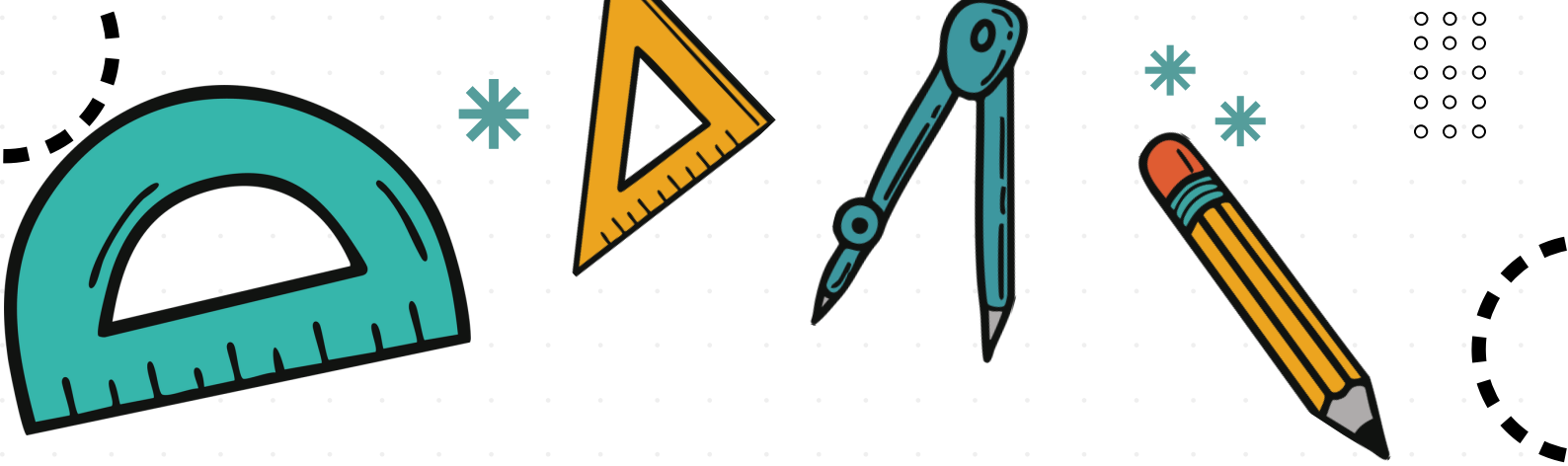


UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA (IME)
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

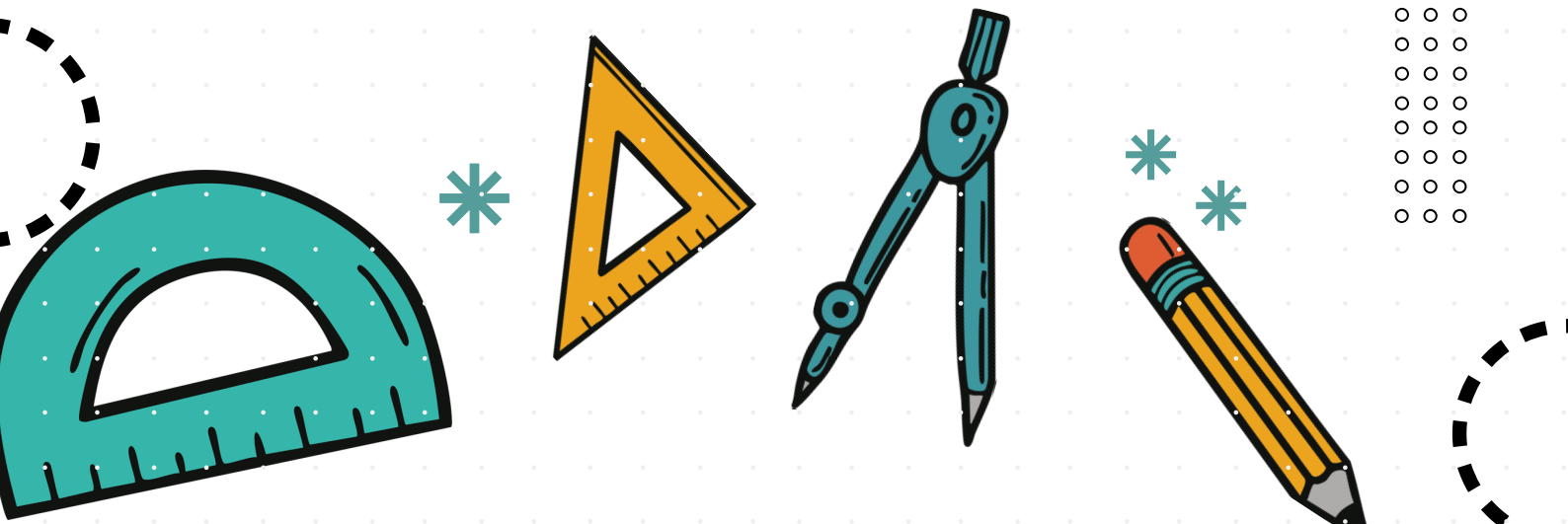
SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRIÂNGULOS SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DE VAN HIELE

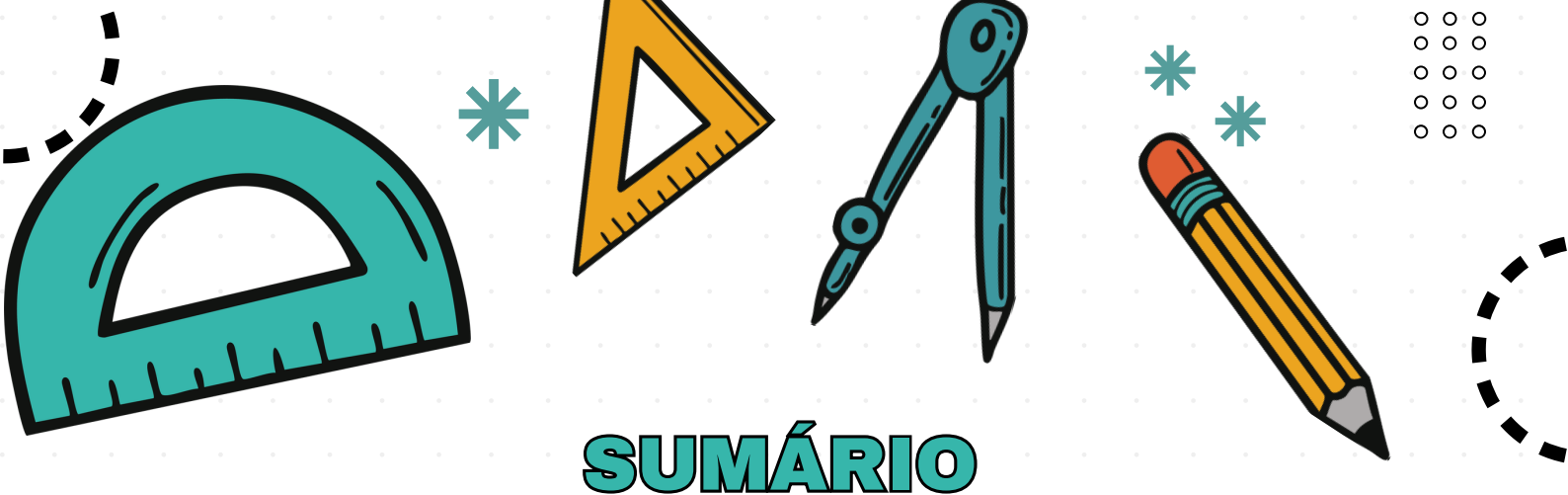
**Fabriny Aparecida Souza Mesquita
Marcelo Lopes Ferro**





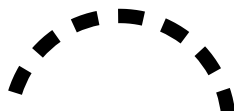
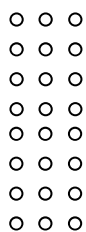
Ficha catalográfica





SUMÁRIO

Apresentação.....	4
A Teoria de Van Hiele.....	6
Sequência Didática.....	10
Atividade Diagnóstica.....	11
Ficha de Avaliação Diagnóstica.....	12
Aula 1: Onde os triângulos aparecem?.....	13
Ficha de Avaliação do Nível 1.....	14
Aula 2: Construindo triângulos com materiais manipuláveis.....	15
Ficha de Avaliação do Nível 2.....	16
Aula 3: Descobrimos relações entre os triângulos.....	17
Ficha de Avaliação do Nível 3.....	18
Aula 4: Construindo uma ponte resistente: o desafio dos triângulos.....	19
Ficha de Avaliação do Nível 4.....	20
Aula 5: Construindo Modelos Físicos.....	21
Ficha de Avaliação do Nível 5.....	22
Referências Bibliográficas.....	32
Sobre os Autores.....	33



APRESENTAÇÃO

A Geometria está presente em diversas situações do cotidiano e desempenha um papel importante no desenvolvimento do raciocínio lógico, da percepção espacial e da capacidade de resolver problemas. Apesar de sua relevância, muitos estudantes chegam ao Ensino Médio apresentando dificuldades na compreensão de conceitos geométricos básicos, especialmente aqueles relacionados aos triângulos e às suas propriedades.

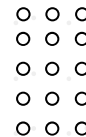
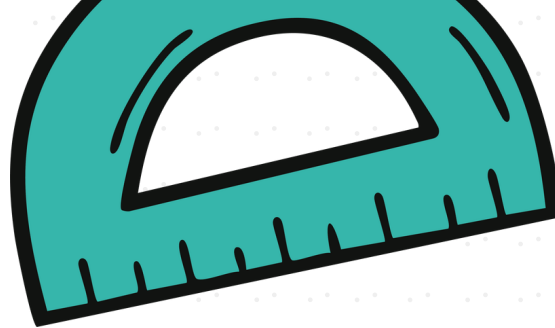
Essas dificuldades podem comprometer a aprendizagem de conteúdos mais complexos e limitar a construção de conhecimentos matemáticos mais elaborados. Diante dessa realidade, torna-se necessário buscar estratégias de ensino que possibilitem uma aprendizagem mais significativa e favoreçam a participação ativa dos estudantes durante as aulas.

Nesse contexto, a utilização de atividades investigativas, materiais manipuláveis e situações que estimulem a argumentação matemática pode contribuir para a construção gradual dos conceitos geométricos.

Foi a partir dessa perspectiva que este produto educacional foi desenvolvido. O material reúne uma sequência didática voltada ao estudo dos triângulos, contemplando conceitos como classificação, propriedades, relações geométricas e aplicações em situações práticas. As atividades foram planejadas para incentivar a observação, a análise, a investigação e a justificativa matemática, valorizando o protagonismo dos estudantes no processo de aprendizagem.

A organização da sequência didática tem como base a Teoria de Van Hiele, desenvolvida por Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. Segundo essa teoria, a compreensão dos conceitos geométricos ocorre de forma progressiva, passando por diferentes níveis de pensamento (Costa Júnior; Silva, 2014).





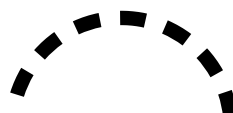
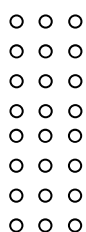
Os autores propõem cinco níveis de desenvolvimento: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução Formal e Rigor. Cada um deles representa uma maneira distinta de compreender e interpretar os conceitos geométricos, exigindo experiências de aprendizagem adequadas para que o estudante avance em sua compreensão (Nasser e Sant' Anna, 2010).

Com base nesses pressupostos, a sequência didática apresentada neste material foi estruturada de modo que as atividades acompanhem a progressão dos níveis de pensamento geométrico descritos pela teoria. Inicialmente, é proposta uma atividade diagnóstica para identificar o nível de compreensão dos estudantes desenvolvido pela equipe do Projeto Fundação (Nasser; Sant'Anna, 1997) que permite identificar em que estágio (apenas até o nível 3) os estudantes se encontram em relação ao raciocínio geométrico. Em seguida, são desenvolvidas atividades específicas para favorecer o avanço gradual entre os níveis, respeitando o processo de construção do conhecimento geométrico.

Este produto educacional é resultado da pesquisa intitulada "A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio", desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Goiás (UFG), sob orientação do Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro.

A pesquisa teve como objetivo **elaborar uma proposta de ensino que contribuísse para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes por meio da aplicação de uma sequência didática fundamentada na Teoria de Van Hiele.**

Espera-se que este material possa servir como um recurso de apoio para professores de Matemática, oferecendo possibilidades de trabalho que tornem o ensino da Geometria mais dinâmico, investigativo e significativo, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes e para a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem.



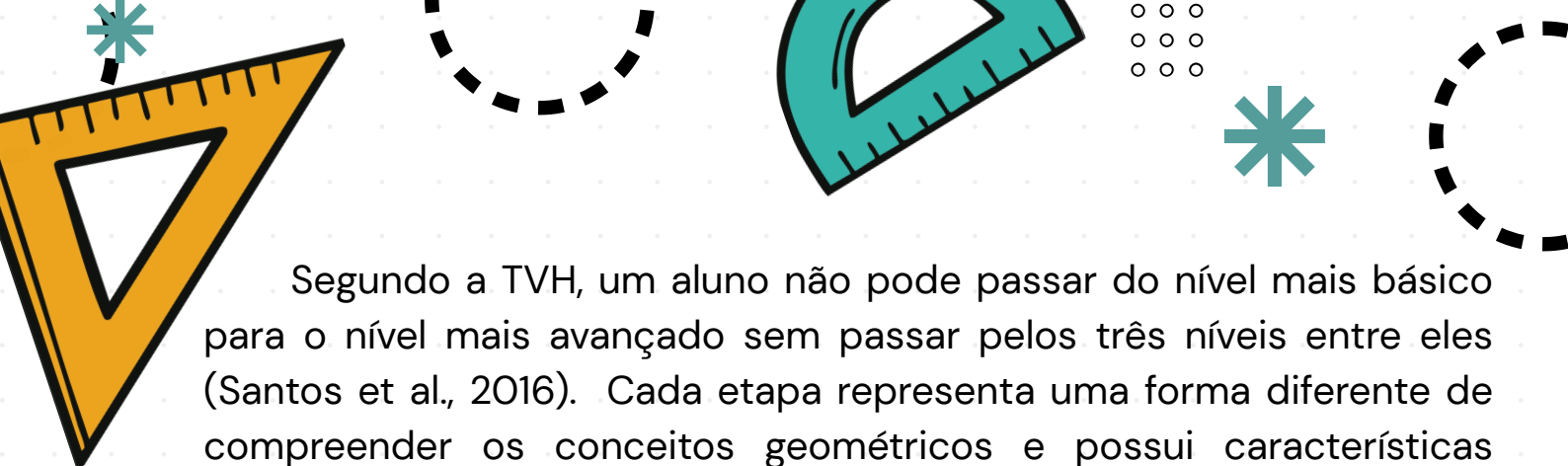


A TEORIA DE VAN HIELE

A Teoria de Van Hiele foi desenvolvida na década de 1950 pelos pesquisadores holandeses Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, a partir de estudos realizados com estudantes que apresentavam dificuldades na aprendizagem da Geometria. Durante suas investigações, os autores observaram que muitos alunos não conseguiam compreender determinados conceitos geométricos porque ainda não haviam desenvolvido formas de raciocínio adequadas para esse tipo de conhecimento (Jaime; Gutierrez, 1990). Essas observações levaram os pesquisadores a propor um modelo que explicasse como ocorre a evolução do pensamento geométrico ao longo do processo de aprendizagem.

A teoria parte do princípio de que a compreensão da Geometria acontece de maneira gradual e organizada. Kaleff *et al.* (1994), por exemplo, afirma que o insucesso do aprendizado geométrico ocorre porque os problemas trazidos para os alunos exigem uma linguagem apropriada ou a utilização de conceitos e propriedades que estão além do nível de pensamento que eles possuem. Com base nessa perspectiva, Van Hiele propôs uma sequência de níveis que descrevem diferentes formas de pensar e compreender os conceitos geométricos.

Segundo essa teoria, o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre por meio de cinco níveis: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução Formal e Rigor (Costa Júnior; Silva, 2014). À medida que novas experiências são proporcionadas e os conhecimentos são consolidados, torna-se possível avançar para níveis mais complexos de compreensão e argumentação geométrica. Essa organização em níveis oferece ao professor um importante referencial para o planejamento das aulas, permitindo a elaboração de atividades compatíveis com o estágio de desenvolvimento dos estudantes e favorecendo a progressão gradual da aprendizagem geométrica.



Segundo a TVH, um aluno não pode passar do nível mais básico para o nível mais avançado sem passar pelos três níveis entre eles (Santos et al., 2016). Cada etapa representa uma forma diferente de compreender os conceitos geométricos e possui características próprias.

Nesse sentido, percebe-se que existe uma organização hierárquica entre os níveis, em que cada um desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem. Assim, respeitar essa sequência é essencial para que o aluno desenvolva seu raciocínio de maneira consistente, construindo conhecimentos de forma progressiva e significativa.

Nasser e Sant'Anna (2010) construíram um quadro para facilitar a organização dos níveis junto a exemplos:

Quadro 1 - Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele

NÍVEIS	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
VISUALIZAÇÃO	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
ANÁLISE	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
DEDUÇÃO INFORMAL	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
DEDUÇÃO FORMAL	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações. Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
RIGOR	Capacidade de compreender demonstrações formais; estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação deles.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Nasser e Sant'Anna (2010, p. 7).

Sendo assim, a Teoria de Van Hiele é importante porque ajuda a compreender como os estudantes aprendem Geometria. Além disso, oferece ao professor orientações para planejar atividades que estejam de acordo com o nível de compreensão dos alunos, favorecendo o desenvolvimento gradual do pensamento geométrico. A seguir, são apresentadas algumas características dessa teoria, destacadas por Nasser e Sant'Anna (2010):

Quadro 2 –Características da Teoria de Van Hiele

CARACTERISTICA	DESCRIÇÃO
HIERÁRQUICA	Os níveis obedecem a uma hierarquia, isto é, para atingir certo nível é necessário passar antes por todos os níveis inferiores. Por exemplo, o aluno só consegue perceber a inclusão de classes de quadriláteros (nível de abstração) se distinguir as propriedades de cada uma dessas classes (nível de análise).
LINGUÍSTICA	Cada nível tem uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios. Por exemplo, não adianta falar em propriedade com os alunos que ainda estão no nível de reconhecimento, pois eles não conhecem ainda esse significado da palavra.
CONHECIMENTOS INTRÍNSECOS	Em cada nível, o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos e eles não conseguem explicar. No nível seguinte é que esses conhecimentos serão explicados. Por exemplo o aluno no nível de reconhecimento é capaz de reconhecer um quadrado, sem conseguir explicar porque aquela figura é um quadrado. Só quando atingir o nível de análise é que será capaz de explicar, através da exploração dos componentes do quadrado e de suas propriedades.
NIVELAMENTO	Não há entendimento entre duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes, ou se a instrução é dada num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. Por exemplo: Não adianta o professor pedir a um aluno que está relacionando no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele não denomina ainda o processo dedutivo. Avanço O progresso entre os níveis depende da instrução oferecida, isto é, o aluno só progride para o nível seguinte depois de passar por atividades específicas, que o preparem para esse avanço.

Fonte: Nasser e Sant' Anna (2010, p. 79).

O avanço dos estudantes entre os níveis de pensamento geométrico ocorre por meio de fases de aprendizagem. Segundo Santos (2015) essas fases orientam o desenvolvimento dos conhecimentos geométricos e auxiliam na construção gradual da compreensão dos conceitos. O quadro apresentado a seguir, adaptado de Alves e Sampaio (2010), resume essas fases e suas principais características.

Quadro 3 – Fases de aprendizagens da teoria de Van Hiele

FASES DE APRENDIZAGEM	CARACTERÍSTICAS
Interrogação informada	Professor e aluno conversam e desenvolvem atividades sobre os objetos de estudo do respectivo nível. Aqui se introduz o vocabulário específico do nível, são feitas observações e várias perguntas. É uma fase preparatória para estudos posteriores
Orientação dirigida	Atividades são desenvolvidas para explorarem as características de um nível e isso deve ser feito com o uso de material selecionado e preparado pelo professor
Explicação	Agora, o papel do professor é de somente orientar o aluno no uso de uma linguagem precisa e adequada. Baseando-se em experiências anteriores, os alunos revelam seus pensamentos e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas trabalhadas e observadas
Orientação livre	Diante de tarefas mais complexas, os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes. Assim, eles ganham experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver tarefas.
Integração	Nesta fase, o aluno relê e resume o que foi aprendido, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Assim, o aluno alcança um novo nível de pensamento.

Fonte: Santos (2015, p.37–38).

Nesse processo, o professor assume um papel fundamental como mediador da aprendizagem, criando situações que estimulem a observação, a investigação, a argumentação e a construção do conhecimento geométrico. Dessa forma, a teoria oferece subsídios para a elaboração de atividades que contribuam para superar dificuldades de aprendizagem e promover uma compreensão mais significativa dos conceitos geométricos.

Com base nesses pressupostos, apresenta-se a seguir uma sequência didática voltada ao estudo dos triângulos, organizada a partir dos níveis de pensamento geométrico propostos por Van Hiele. As atividades foram planejadas para favorecer o desenvolvimento gradual dos estudantes, respeitando suas formas de compreender a Geometria e proporcionando oportunidades para a construção, análise e aplicação dos conceitos estudados.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Conteúdo: Triângulos

Público-alvo: 1ª Série do Ensino Médio

Objetivo geral: Desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes acerca dos triângulos, respeitando os níveis de compreensão da Teoria de Van Hiele, promovendo a evolução gradual do raciocínio geométrico.

Habilidade relacionada: EM13MAT509 — Investigar propriedades de figuras geométricas planas e espaciais, utilizando ferramentas digitais ou não, formulando conjecturas e produzindo argumentos geométricos.

Prezado(a) professor(a), a **avaliação diagnóstica** foi elaborada com a finalidade de identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, tendo como referência a Teoria de Van Hiele (TVH). As informações obtidas por meio dessa atividade poderão auxiliar no planejamento das aulas e na escolha de estratégias de ensino mais adequadas às necessidades da turma.

Teoria de Van Hiele defende que a aprendizagem da Geometria acontece de forma progressiva, por meio de diferentes níveis de compreensão. Dessa forma, antes de avançar para conceitos mais complexos, o estudante precisa consolidar os conhecimentos correspondentes ao nível em que se encontra. Para atender a esse propósito, a atividade foi organizada em três blocos de questões, cada um relacionado aos níveis iniciais da teoria: Nível 1 – Visualização, Nível 2 – Análise e Nível 3 – Dedução Informal. Esses níveis são os mais frequentemente observados entre estudantes da etapa escolar para a qual esta sequência didática foi planejada.

Recomenda-se que a avaliação seja aplicada antes do início da sequência didática, esclarecendo aos estudantes que seu objetivo não é atribuir notas, mas conhecer o nível de compreensão geométrica de cada um.



Essa informação permitirá ao professor acompanhar o desenvolvimento da turma e organizar intervenções pedagógicas mais adequadas durante o processo de ensino.

Após a aplicação, analise as respostas considerando o desempenho em cada bloco de questões. Quando o estudante demonstrar domínio da maior parte das habilidades avaliadas em determinado nível — por exemplo, acertando aproximadamente 60% ou mais das questões correspondentes — pode-se considerar que esse nível foi alcançado.

Em seguida, registre o nível mais elevado atingido por cada estudante, utilizando essas informações como apoio para o planejamento das atividades seguintes.

A utilização dessa avaliação diagnóstica contribui para um ensino mais significativo, pois permite identificar conhecimentos já consolidados, reconhecer dificuldades de aprendizagem e acompanhar a evolução dos estudantes ao longo da sequência didática. Além disso, fortalece o papel do professor como mediador da aprendizagem, possibilitando a proposição de atividades compatíveis com o desenvolvimento do pensamento geométrico de cada aluno.

Na página seguinte, encontra-se uma ficha de correção elaborada com base nos níveis da Teoria de Van Hiele. Esse material pode ser utilizado para registrar os resultados individuais dos estudantes e facilitar o acompanhamento de seu progresso. Também está disponível um arquivo editável no formato .doc, que poderá ser adaptado de acordo com as necessidades da turma.



AULA 1

Qual o nível do
estudante?

Atividade Diagnóstica

Carga horária: 1 h/a

Objetivo da aula: Diagnosticar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, identificando sua capacidade de

reconhecer e classificar figuras geométricas planas, especialmente triângulos e quadrados, a partir de suas características visuais, semelhanças e diferenças.

Desenvolvimento da aula: O professor iniciará a aula com uma breve conversa sobre figuras geométricas do cotidiano. Em seguida, os estudantes realizarão individualmente a atividade diagnóstica de identificação de triângulos e quadrados. As respostas serão utilizadas para identificar o nível de pensamento geométrico dos alunos, segundo a Teoria de Van Hiele.

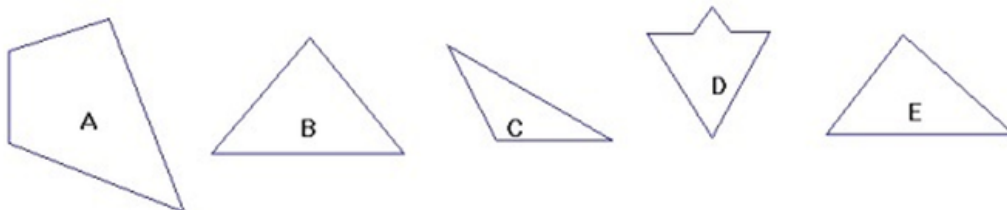
Escola: _____

Professor: _____

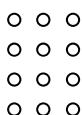
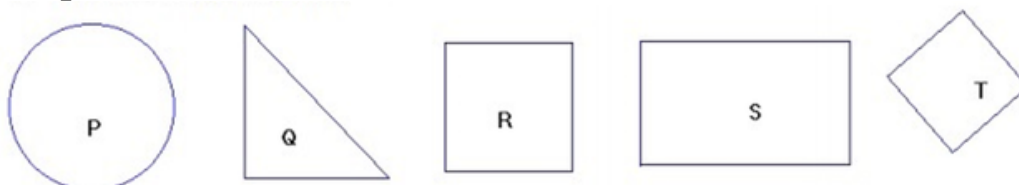
Estudante: _____ Série: _____

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

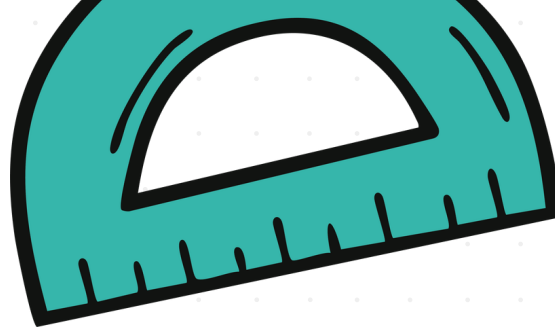
1. Assinale o(s) triângulo(s):



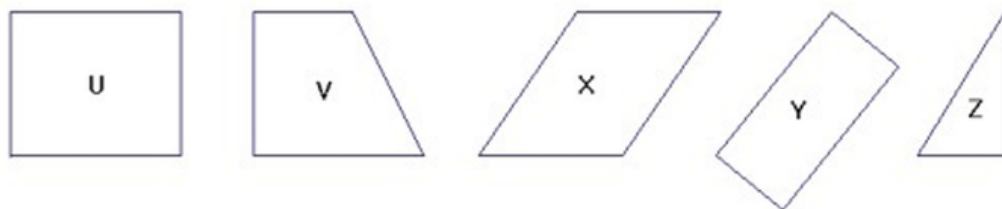
2- Assinale o(s) quadrado(s):



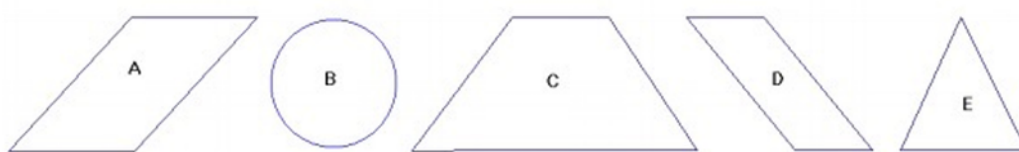
imprima sua
atividade aqui!



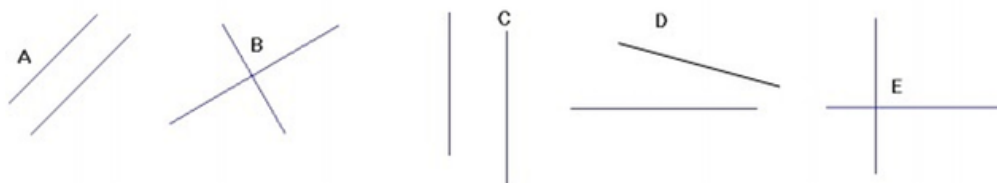
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



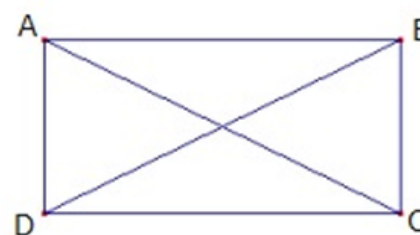
5- Assinale os pares de retas paralelas:

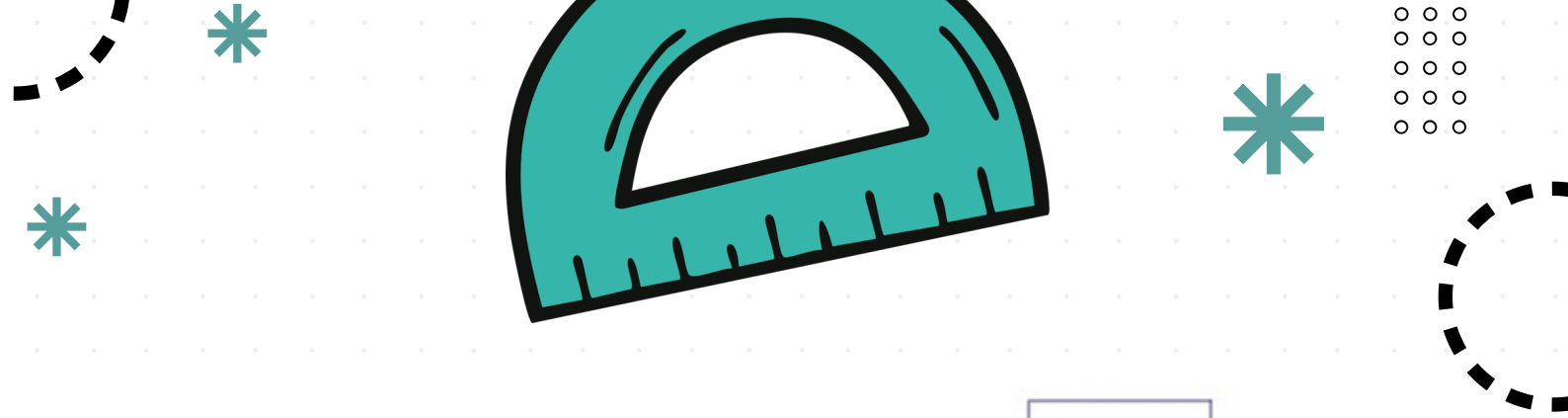


Nível 1: () sim () não

6- No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- a) Têm 4 ângulos retos.
- b) Têm lados opostos paralelos.
- c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
- d) Têm os 4 lados iguais.
- e) Todas são verdadeiras.





7- Dê 3 propriedades dos quadrados:

1. _____
2. _____
3. _____



8- Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



9- Dê 3 propriedades dos paralelogramos:

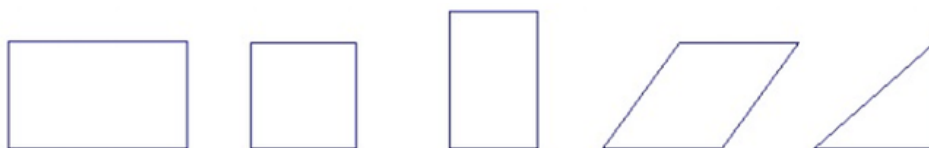
1. _____
2. _____
3. _____



10- Dê um exemplo de um quadrilátero que cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe esse quadrilátero.

Nível 2: () sim () não

11- Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



12- Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? _____

b) Por que? _____

c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? _____

13- Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? Por que?

14- Considere as afirmativas:

I) A figura X é um retângulo.

II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.

b) Se I é falsa, então II é verdadeira.

c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.

d) I e II não podem ser ambas falsas.

e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15- Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

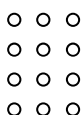
a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.

b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.

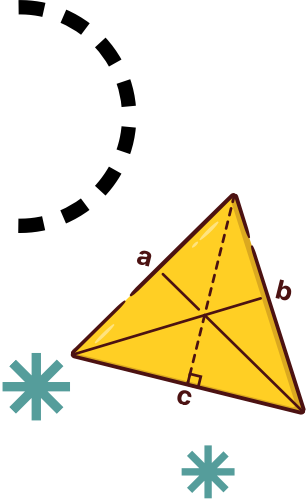
d) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.

e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 3: () sim () não



imprima sua
atividade aqui!



Observação!

Caro, professor. Preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante reconhece visualmente figuras triangulares em diferentes contextos, independentemente da posição, tamanho ou aparência.

Nível	Descrição do Nível	Quantidade de Questões	Acertos (mínimo 3)	Atingiu o nível? sim ou não?
Nível 1 - Visualização	Reconhece e identifica figuras pela forma, sem considerar propriedades.	5		
Nível 2 - Análise	Identifica propriedades das figuras (lados, ângulos, etc).	5		
Nível 3 - Dedução Informal	Relaciona propriedades, justifica respostas, faz comparações entre figuras.	5		

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 1 da Teoria de Van Hiele.
- () O estudante atingiu o Nível 2 da Teoria de Van Hiele.
- () O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.

imprima sua
ficha aqui!



AULA 1

Onde os triângulos aparecem?

Nível 1 - Visualização

Carga horária: 1 h/a

Objetivo da aula: Identificar triângulos em diferentes posições, tamanhos e contextos do cotidiano.

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, os alunos observarão imagens contendo placas, telhados, estruturas metálicas, objetos e figuras geométricas variadas. O professor conduzirá uma discussão sobre o que caracteriza visualmente um triângulo, explorando semelhanças e diferenças entre as figuras apresentadas.

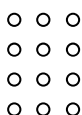
Escola: _____

Professor: _____

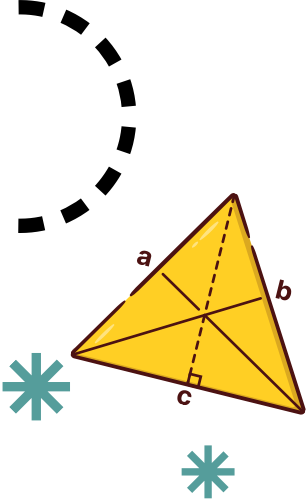
Estudante: _____ Série: _____

ONDE OS TRIÂNGULOS APARECEM?

1. Observe os espaços da escola, ruas, objetos da sala ou construções da cidade e registre no espaço abaixo quatro exemplos em que aparecem formas triangulares.



imprima sua
atividade aqui!



Observação!

Caro, professor. Preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 1

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante reconhece visualmente figuras triangulares em diferentes contextos, independentemente da posição, tamanho ou aparência.

Aspectos observados	Atingiu	Em desenvolvimento	Não atingiu
Reconhece visualmente figuras triangulares			
Identifica triângulos em objetos do cotidiano			
Diferencia triângulos de outras figuras geométricas			
Reconhece triângulos em diferentes posições e tamanhos			
Utiliza linguagem geométrica básica ao descrever figuras			
Participa das discussões e observações propostas			

Resultado da avaliação

- ☐ O estudante atingiu o Nível 1 da Teoria de Van Hiele.
- ☐ O estudante apresenta avanços, mas ainda necessita de mediação.
- ☐ O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o nível.

imprima sua
ficha aqui!





Nível 2 - Análise

Carga horária: 2 h/a

Objetivo da aula: Analisar as características dos triângulos por meio da construção de modelos geométricos, identificando propriedades relacionadas aos lados e aos ângulos.

AULA 2

**construindo
triângulos com
materiais
manipuláveis**

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, a turma será dividida em grupos. Cada grupo receberá jujubas e palitos de dente para montar diferentes tipos de triângulos. As jujubas serão usadas para representar os vértices e os palitos representarão os lados das figuras.

Os alunos deverão construir:

- um triângulo com três lados iguais;
- um triângulo com dois lados iguais;
- um triângulo com todos os lados diferentes.

Depois da montagem, os estudantes irão observar os triângulos construídos, comparando suas características e anotando o que perceberam de semelhante e diferente entre eles.

Com o auxílio de régua e transferidor, os grupos irão medir os lados e os ângulos das figuras para classificá-las:

- quanto aos lados: equilátero, isósceles e escaleno;
- quanto aos ângulos: acutângulo, retângulo e obtusângulo.

Durante toda a atividade, o professor irá acompanhar os grupos, fazendo perguntas e incentivando os alunos a explicarem como chegaram às suas respostas e classificações.



Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

1. Construa três triângulos seguindo as instruções abaixo com jujubas e palitos de dente e registre seus dados na tabela abaixo.

Triângulo	Quantidade de lados iguais	Classificação quanto aos lados	Tipo de ângulo encontrado
1			
2			
3			

- Agora, responda as alternativas abaixo:
- a) O que muda quando alteramos o tamanho dos lados do triângulo?
 - b) Qual triângulo foi mais fácil de construir? Por quê?
 - c) Existe relação entre os lados e os ângulos dos triângulos? Explique com suas palavras.

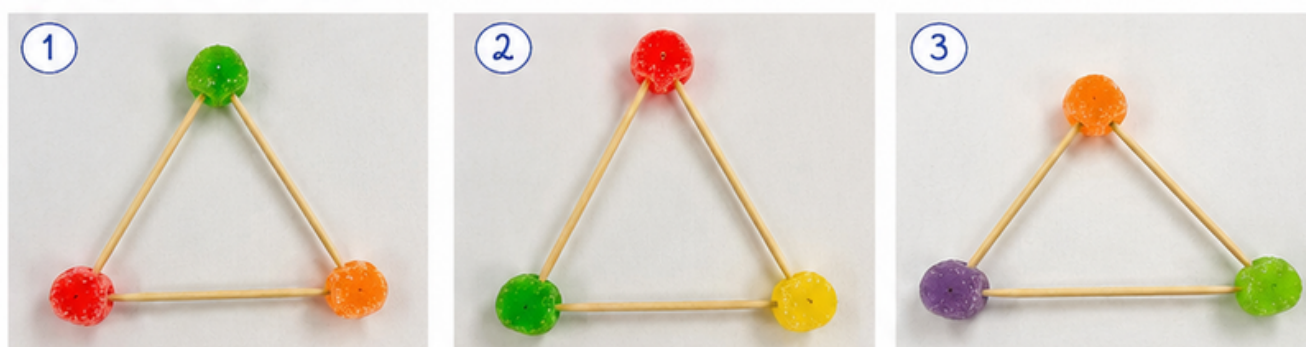


Figura 1 – Exemplo da atividade a ser realizada com palitos de dente e jujubas

Escola: Colégio Militar do Estado do Tocantins - Adjúlio Balthazar
 Professor: Fabrinny Mesquita
 Estudante: João Pedro Alves Série: 1ª EM

CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

1. Construa três triângulos seguindo as instruções abaixo com jujubas e palitos de dente e registre seus dados na tabela abaixo.



Triângulo	Quantidade de lados iguais	Classificação quanto aos lados	Tipo de ângulo encontrado
1	3	Equilátero	Acutângulo
2	2	Isósceles	Acutângulo
3	0	Escaleno	Obtusângulo

Agora, responda as alternativas abaixo:

a) O que muda quando alteramos o tamanho dos lados do triângulo?

Mudam os ângulos e o tipo de triângulo. Se os lados são iguais, os ângulos também são iguais. Se os lados são diferentes, os ângulos ficam diferentes.

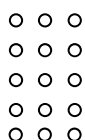
b) Qual triângulo foi mais fácil de construir? Por quê?

O triângulo equilátero, porque os três lados são iguais e fica mais fácil encaixar os palitos e as jujubas para formar.

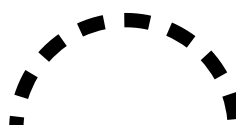
c) Existe relação entre os lados e os ângulos dos triângulos? Explique com suas palavras.

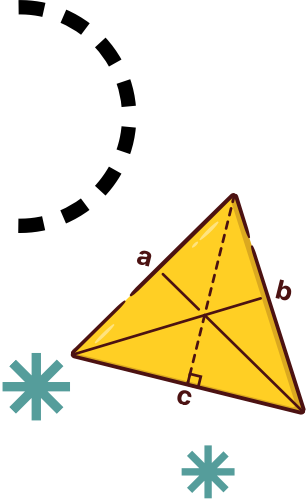
Sim. Quando os lados são iguais, os ângulos são iguais. Quando os lados são diferentes, os ângulos também são diferentes.

Fonte: ChatGPT, 2026.



imprima sua
atividade aqui!





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para
você, conseguir avaliar seus alunos
corretamente segundo a Teoria de Van Hiele!
Responda com sim ou não as evidências
observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 2

Objetivo da avaliação: Espera-se que o estudante consiga reconhecer e analisar as propriedades dos triângulos, identificando suas características, realizando classificações e compreendendo as relações básicas entre lados e ângulos, sem a necessidade de demonstrações formais.

CrITÉrios observados	Sim	Parcialmente	Não
Identifica propriedades dos triângulos			
Classifica os triângulos corretamente			
Reconhece diferenças entre lados e ângulos			
Utiliza linguagem geométrica básica			
Participa da construção e discussão em grupo			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 2 da Teoria de Van Hiele, identificando e analisando as propriedades dos triângulos.
- () O estudante apresenta avanços na análise e classificação dos triângulos, mas ainda necessita de mediação.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 2 da Teoria de Van Hiele.

imprima sua
ficha aqui!





AULA 3

Descobrimos relações entre os triângulos

Nível 3 - Dedução Informal

Carga horária: 2 h/a

Objetivo da aula: Relacionar as propriedades dos triângulos, formulando conclusões e justificando suas observações a partir de investigações geométricas.

Desenvolvimento da aula: No início da aula, o professor realizará uma retomada das classificações dos triângulos, explorando suas características quanto aos lados (equilátero, isósceles e escaleno) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo), buscando relembrar conhecimentos prévios e preparar os estudantes para as investigações propostas na atividade. Deixaremos a seguir, cartões para serem impressos de acordo com cada uma dessas duas classificações.

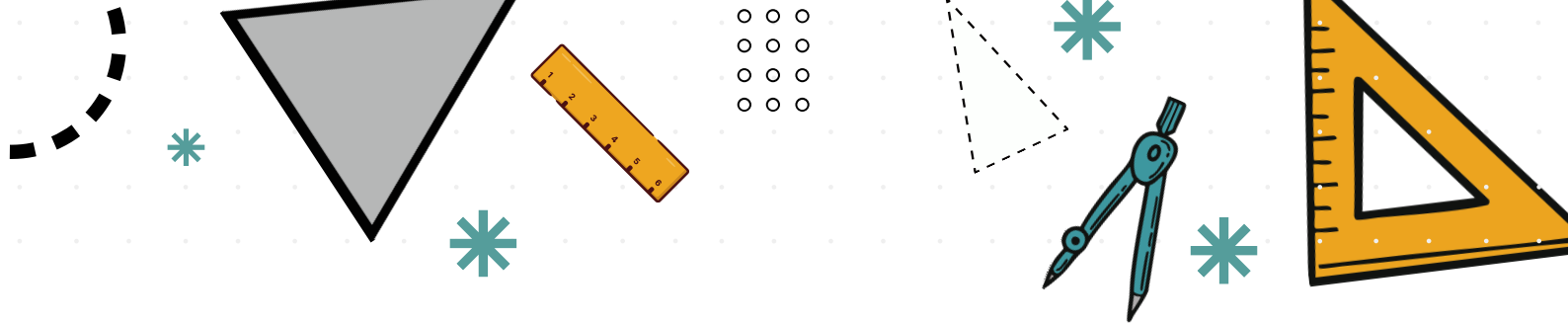
Em seguida, a turma será dividida em duplas. Cada dupla deverá receber diferentes modelos de triângulos e recortar os triângulos e identificar seus lados e ângulos, classificando-os quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Prosseguindo, vão recortar os três ângulos internos de cada triângulo e tentar juntá-los lado a lado. A proposta é que observem qual figura é formada ao unir os ângulos.

Depois da investigação, os grupos deverão discutir e responder às perguntas da atividade, registrando suas conclusões e justificativas.

Na segunda etapa, os estudantes irão analisar medidas dos lados para verificar quando é possível ou não formar um triângulo, explorando a relação entre as medidas dos lados.

Durante a atividade, o professor atuará como mediador, incentivando os alunos a explicarem seus raciocínios e a relacionarem as classificações estudadas.



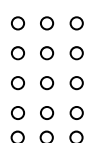
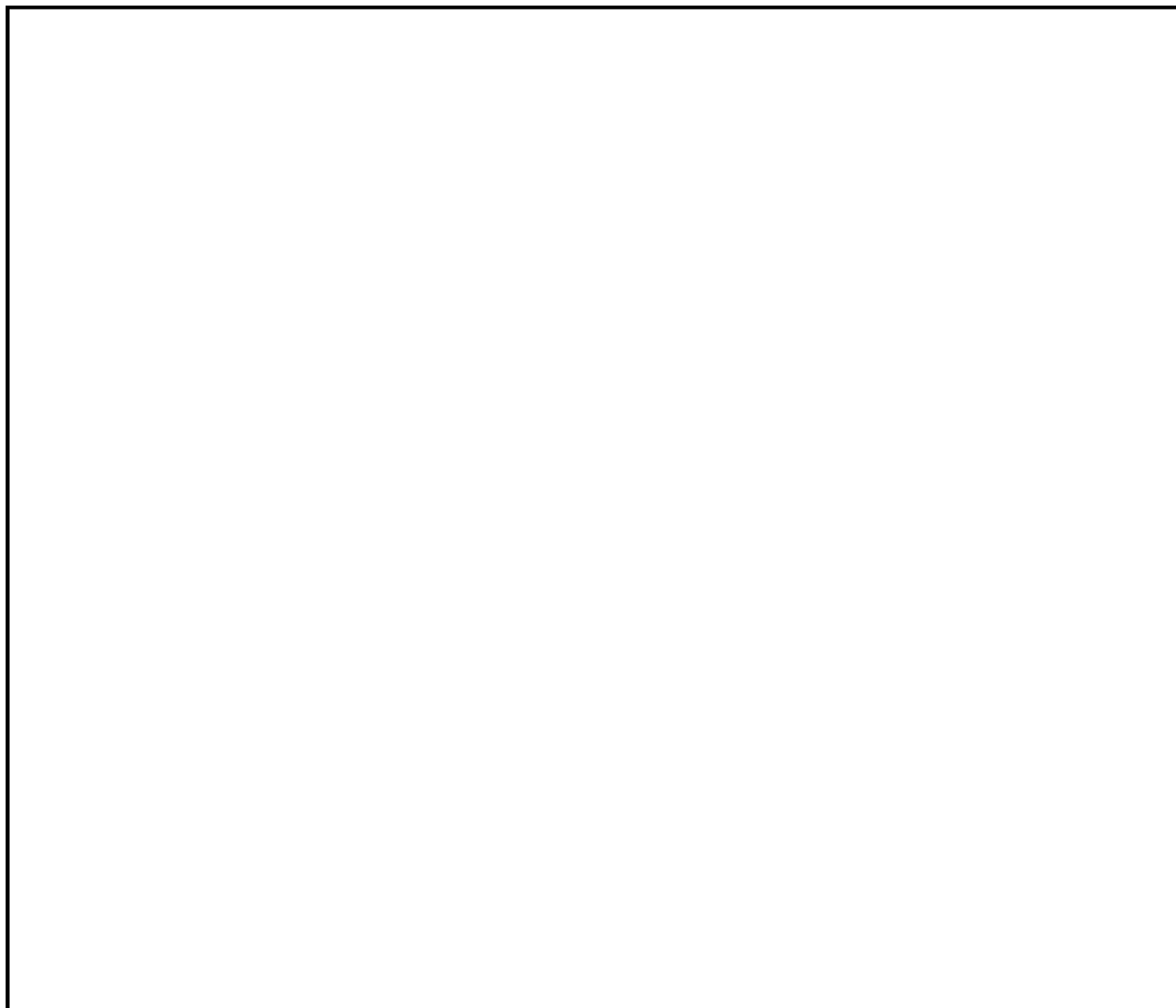
Escola: _____

Professor: _____

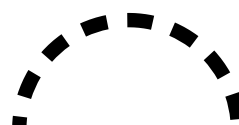
Estudante: _____ Série: _____

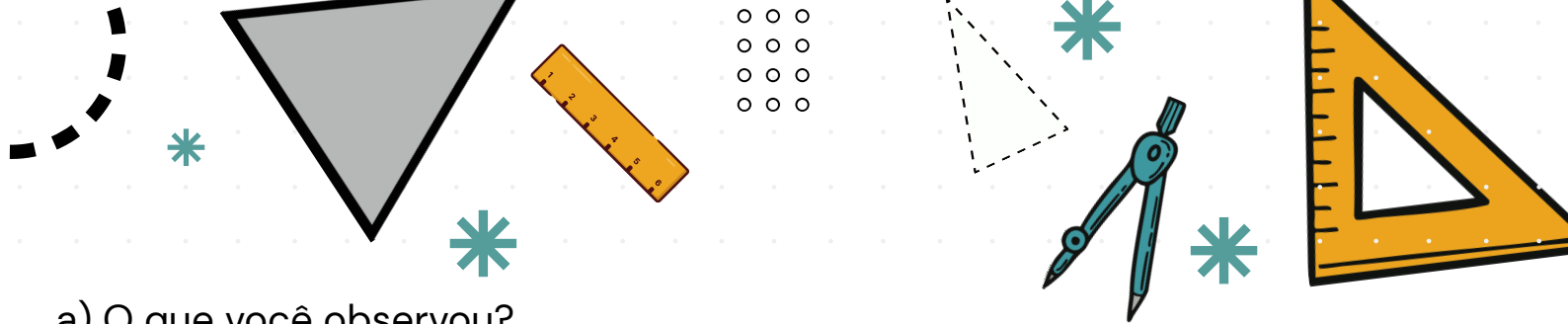
DESVENDANDO A CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

1. Recorte os três ângulos internos de cada triângulo e una os ângulos lado a lado, colando-os no espaço abaixo.



imprima sua
atividade aqui!





a) O que você observou?

b) Qual parece ser a soma dos ângulos internos de um triângulo?

2. Com o auxílio de réguas e transferidores, verifique se é possível formar um triângulo com as seguintes medidas de cada cartão e responda ao que se pede:

TRIÂNGULO 1
Medida dos lados:
3 cm, 4 cm e 5 cm

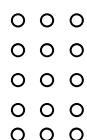
TRIÂNGULO 2
Medida dos lados:
2 cm, 3 cm e 7 cm

TRIÂNGULO 3
Medida dos lados:
5 cm, 5 cm e 8 cm

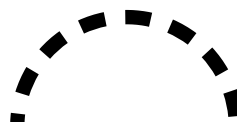
a) Para quais desses cartões é possível formar um triângulo? Por quê?

b) O que acontece quando a soma de dois lados é menor que o terceiro lado?

3. Explique com suas palavras o que você aprendeu sobre os triângulos nesta atividade.



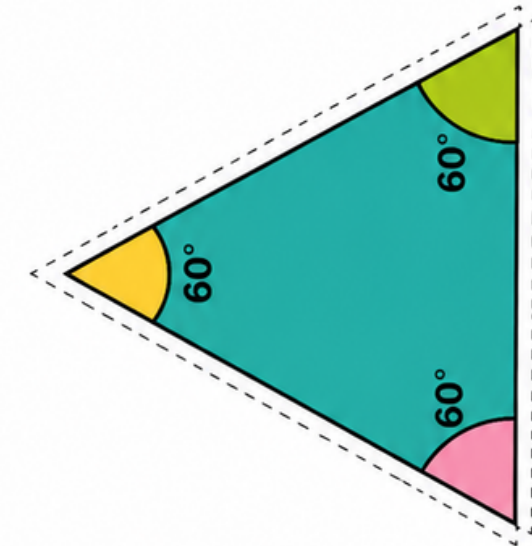
imprima sua
atividade aqui!



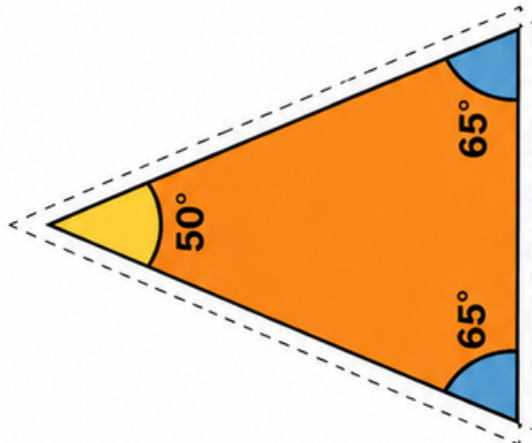


FIGURAS PARA RECORTE

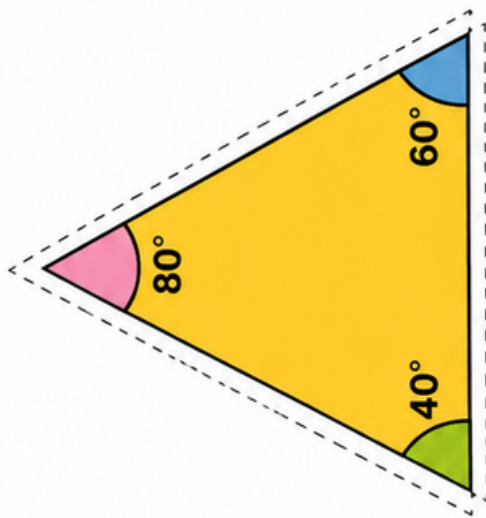
Recorte os três ângulos internos de cada triângulo e um ângulo lado a lado.



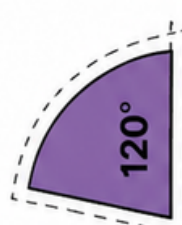
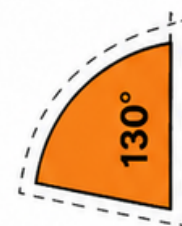
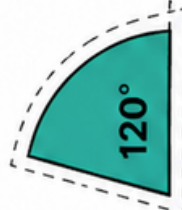
TRIÂNGULO 1



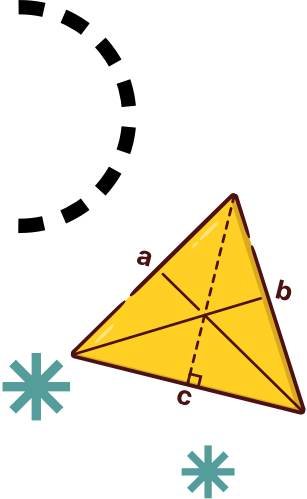
TRIÂNGULO 2



TRIÂNGULO 3



Dica: Após recortar, organize os ângulos internos de cada triângulo para verificar se a soma é sempre 180° e depois use um ângulo lado a lado para formar um ângulo raso (180°).



Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para
você, conseguir avaliar seus alunos
corretamente segundo a Teoria de Van Hiele!
Responda com sim ou não as evidências
observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 3

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante consegue relacionar propriedades dos triângulos, formular conclusões a partir das investigações realizadas e justificar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples, desenvolvendo o raciocínio lógico sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Relaciona propriedades dos triângulos			
Formula conclusões a partir das investigações			
Justifica respostas utilizando argumentos geométricos			
Compreende relações entre lados e ângulos			

Resultado da avaliação

() O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele, estabelecendo relações e justificativas entre propriedades dos triângulos.

() O estudante apresenta avanços nas investigações geométricas, mas ainda necessita de mediação.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.

imprima sua
ficha aqui!



AULA 4

Construindo uma ponte resistente: o desafio dos triângulos

Nível 4 - Dedução Formal

Carga horária: 3 h/a

Objetivo da aula: Desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo dos estudantes por meio da análise e justificativa das propriedades dos triângulos em situações práticas.

Desenvolvimento da aula: Os estudantes serão divididos em duplas e cada dupla deverá montar duas pequenas estruturas, semelhantes a pontes:

- uma utilizando triângulos;
- outra utilizando quadrados ou retângulos.

Após a construção, os grupos irão testar a resistência das estruturas colocando pequenos objetos sobre elas. Durante os testes, os estudantes deverão observar:

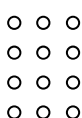
- qual estrutura apresentou maior estabilidade;
- qual deformou com mais facilidade;
- como os triângulos influenciam na resistência da construção.

Depois das observações, os alunos irão responder às questões propostas utilizando justificativas geométricas e argumentos matemáticos.

O professor atuará mediando as discussões e incentivando os estudantes a explicarem seus raciocínios utilizando propriedades dos triângulos.

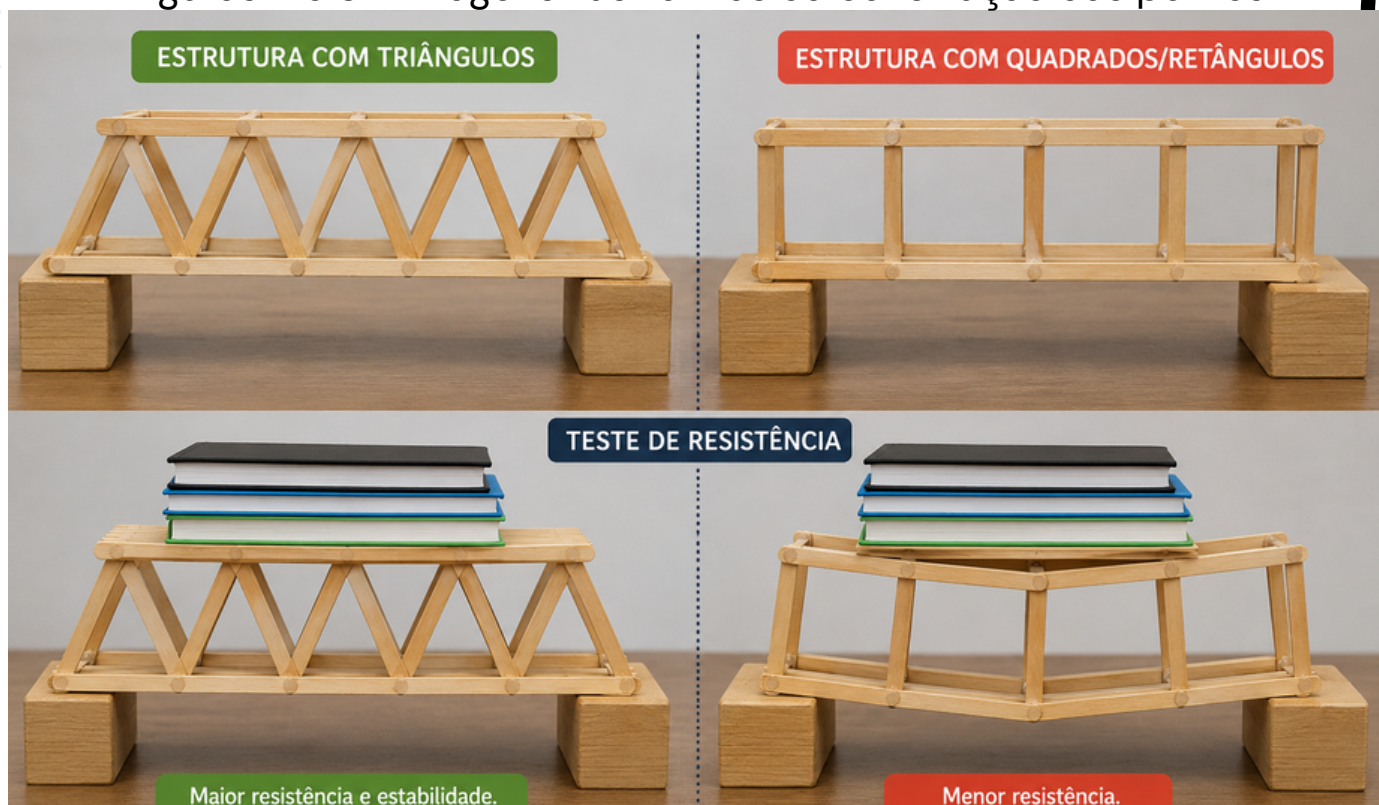


[Assista aqui um vídeo sobre a construção das pontes!](#)

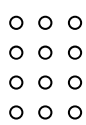


imprima sua
atividade aqui!

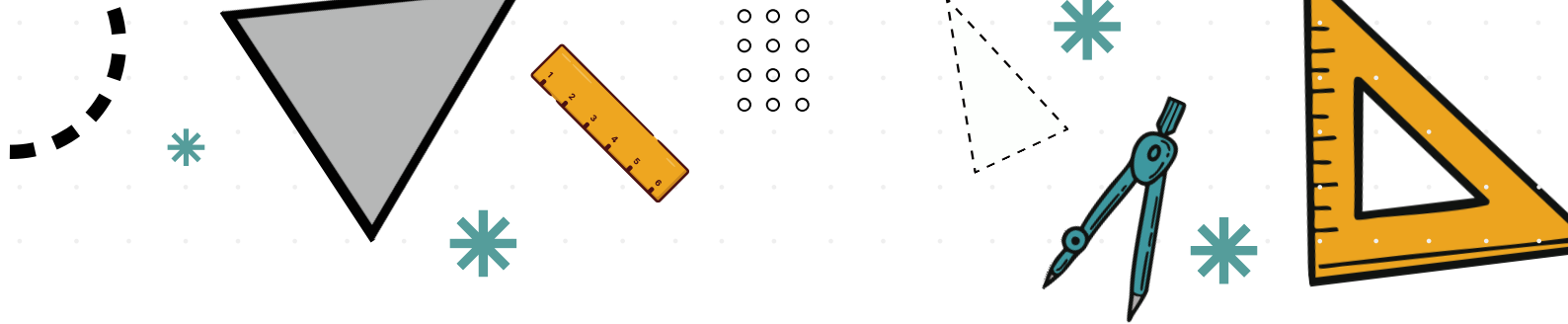
Figuras 2 e 3 – Imagens ilustrativas da construção das pontes



Fonte: ChatGPT, 2026.



imprima sua
atividade aqui!



Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

ATIVIDADE ESCRITA

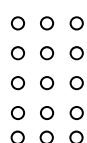
1. Qual estrutura apresentou maior resistência?

2. O que aconteceu com a estrutura formada apenas por quadrados ou retângulos? _____

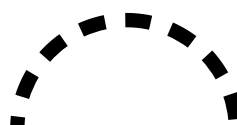
3. Por que você acredita que os triângulos tornam a estrutura mais estável?

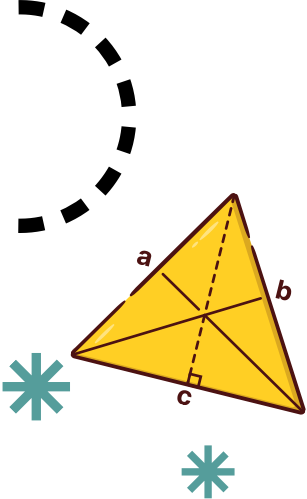
4. Explique por que o formato triangular é muito utilizado em pontes, torres e telhados.

5. Desenhe uma estrutura do cotidiano em que os triângulos ajudam na sustentação. Identifique onde aparecem os triângulos.



imprima sua
atividade aqui!





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para
você, conseguir avaliar seus alunos
corretamente segundo a Teoria de Van Hiele!
Responda com sim ou não as evidências
observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 4

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante consegue relacionar propriedades dos triângulos, formular conclusões a partir das investigações realizadas e justificar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples, desenvolvendo o raciocínio lógico sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Utiliza argumentos geométricos para justificar respostas			
Relaciona propriedades dos triângulos com situações práticas			
Desenvolve raciocínio lógico e dedutivo			
Explica conclusões utilizando linguagem matemática			

Resultado da avaliação

() O estudante atingiu o Nível 4 da Teoria de Van Hiele, utilizando argumentos e justificativas geométricas nas investigações propostas.

() O estudante apresenta avanços no raciocínio dedutivo, mas ainda necessita de mediação.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 4 da Teoria de Van Hiele.

imprima sua
ficha aqui!



AULA 5

Construindo modelos físicos

Nível 5 - Rigor

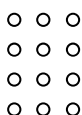
Carga horária: 3 h/a

Objetivo da aula: Analisar e justificar matematicamente a estabilidade das estruturas geométricas, comparando triângulos, quadrados e outras figuras planas por meio da construção de modelos físicos.

Desenvolvimento da aula: A aula começará com uma conversa sobre onde encontramos triângulos no dia a dia. O professor mostrará imagens de pontes, telhados, torres e outras construções para que os alunos observem a presença dessa figura geométrica. Depois, a turma será dividida em grupos. Cada grupo receberá palitos de picolé e fita adesiva para construir três estruturas: uma formada apenas por triângulos, outra formada apenas por quadrados e uma terceira formada por quadrados com diagonais, formando triângulos internos. Após a construção, os grupos realizarão testes colocando livros ou outros objetos sobre as estruturas para verificar qual delas suporta mais peso. Durante os testes, os alunos deverão observar se houve deformação e registrar os resultados.

Em seguida, os grupos irão comparar os resultados obtidos e discutir por que algumas estruturas foram mais resistentes do que outras. O professor fará perguntas para ajudar os estudantes a relacionarem a resistência das estruturas com as propriedades dos triângulos.

Por fim, cada grupo produzirá um painel com fotos das construções, os resultados dos testes, desenhos das figuras geométricas utilizadas e uma conclusão sobre a importância dos triângulos nas construções. Os grupos apresentarão seus trabalhos para a turma, compartilhando suas observações e conclusões. Ao final, será feita uma discussão coletiva sobre o papel dos triângulos na estabilidade e segurança de pontes, telhados e outras estruturas.



imprima sua
atividade aqui!

Materiais necessários:

- Palitos de picolé;
- Cola quente ou fita adesiva;
- Barbante;
- Régua;
- Livros ou pequenos pesos.

Figura 4 – Exemplo da produção final dos estudantes

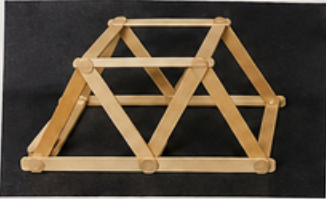


DESAFIO DAS ESTRUTURAS



GRUPO: _____

1. FOTOGRAFIA DAS ESTRUTURAS





ESTRUTURA A
(TRIÂNGULOS)

ESTRUTURA B
(QUADRADOS)

ESTRUTURA C
(QUADRADOS COM DIAGONAIS)

2. RESULTADOS DOS TESTES

ESTRUTURA	QUANTIDADE DE PESO SUPORTADO	HOUE DEFORMAÇÃO?
A (TRIÂNGULOS)	14 LIVROS	NÃO
B (QUADRADOS)	6 LIVROS	SIM
C (QUADRADOS COM DIAGONAIS)	12 LIVROS	NÃO

3. CONCLUSÃO MATEMÁTICA

A estrutura A, formada apenas por triângulos, foi a que apresentou maior resistência. A estrutura B, formada apenas por quadrados, deformou com menos peso. Já a estrutura C, mesmo sendo formada por quadrados, ganhou resistência quando recebeu diagonais, pois essas diagonais transformaram os quadrados em triângulos internos, tornando a estrutura mais rígida. Isso mostra que a rigidez está relacionada às propriedades geométricas das figuras, e não ao material utilizado.

4. DESENHO DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS ENVOLVIDAS



ESTRUTURA A



ESTRUTURA B



ESTRUTURA C

→ PALITOS

→ DIAGONAIS

5. JUSTIFICATIVA PARA O USO DE TRIÂNGULOS EM PONTES E CONSTRUÇÕES REAIS

Os triângulos são considerados as figuras mais estáveis porque não se deformam facilmente. Quando uma força é aplicada, os triângulos distribuem essa força pelos lados da estrutura, mantendo o formato inalterado. Por isso, são amplamente utilizados em pontes, torres, telhados e várias construções, garantindo segurança e durabilidade. A adição de diagonais em estruturas quadradas transforma os quadrados em triângulos, aumentando significativamente a resistência. Essa é a razão pela qual engenheiros utilizam triângulos em projetos que precisam suportar grandes cargas.

EXEMPLOS REAIS




PONTE

TELHADO

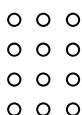
CONCLUSÃO FINAL

TRIÂNGULOS TORNAM AS ESTRUTURAS MAIS RÍGIDAS E RESISTENTES. POR ISSO, ESTÃO PRESENTES EM GRANDES CONSTRUÇÕES DO NOSSO DIA A DIA!

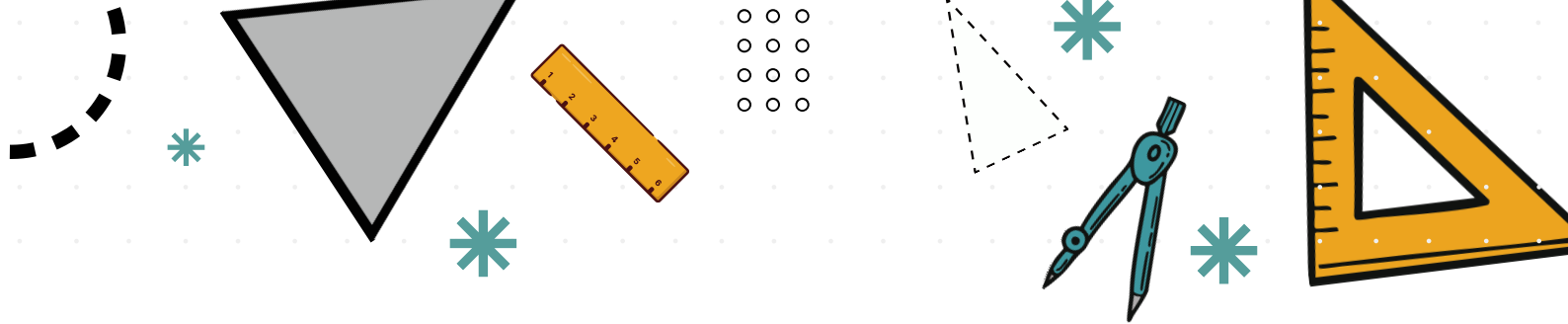
Fonte: ChatGPT, 2026.



Assista aqui um vídeo sobre a construção das estruturas!



**imprima sua
atividade aqui!**



Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

CONSTRUINDO MODELOS FÍSICOS

1. Os grupos deverão construir três estruturas com aproximadamente o mesmo tamanho:

Estrutura A: Utilizando apenas triângulos.

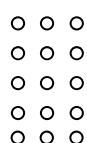
Estrutura B: Utilizando apenas quadrados.

Estrutura C: Utilizando quadrados reforçados por diagonais, formando triângulos internos.

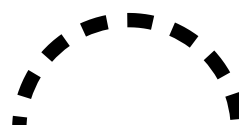
Após a construção, os estudantes deverão realizar testes aplicando pesos gradativamente sobre cada estrutura.

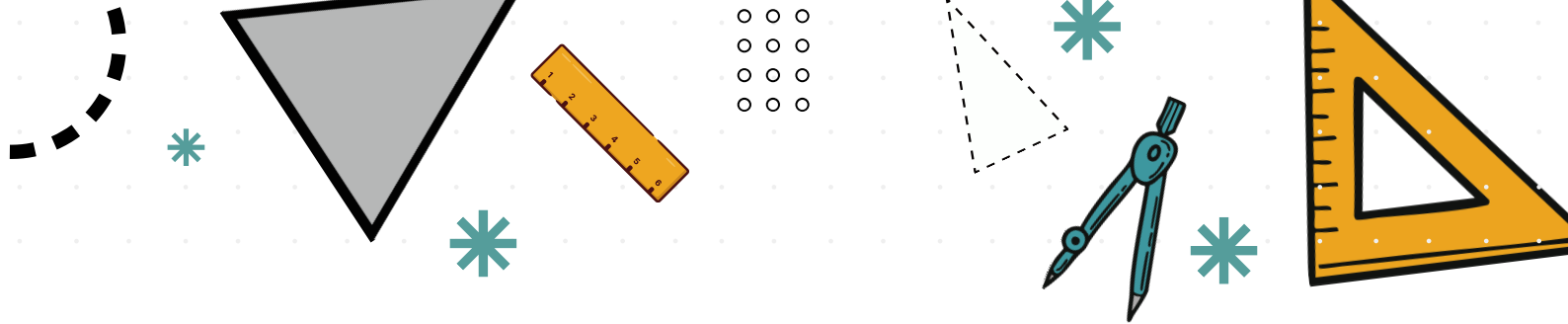
2. Registro dos resultados:

Estrutura	Quantidade de peso suportado	Houve deformação?
A		
B		
C		



imprima sua
atividade aqui!





3. Agora, responda:

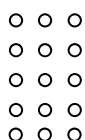
- Qual estrutura apresentou maior resistência?
- Qual estrutura deformou primeiro?
- O que mudou quando os quadrados receberam diagonais?
- A diagonal criou qual figura geométrica dentro do quadrado?
- Por que essa alteração aumentou a resistência da estrutura?

4. Com base nas respostas dadas na questão anterior, elabore uma explicação matemática para responder a pergunta abaixo, mas lembre-se a resposta deverá ser justificada utilizando propriedades dos triângulos estudadas ao longo da sequência didática.

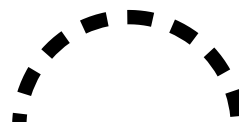
"A resistência observada está relacionada ao material utilizado ou às propriedades geométricas das figuras?"

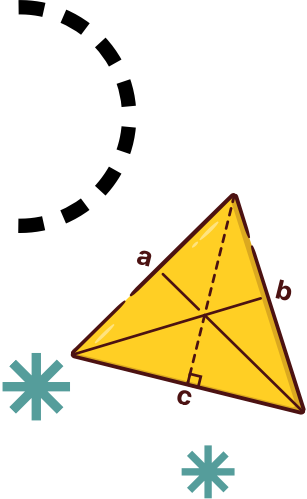
5. Cada grupo deverá produzir um painel contendo:

- fotografia das estruturas;
- resultados dos testes;
- conclusão matemática;
- desenho das figuras geométricas envolvidas;
- justificativa para o uso de triângulos em pontes e construções reais.



imprima sua
atividade aqui!





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 5

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante é capaz de analisar, comparar e justificar matematicamente a estabilidade das estruturas construídas, utilizando argumentos geométricos relacionados às propriedades dos triângulos.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Comparou os resultados obtidos nos testes de resistência			
Relacionou a estabilidade das estruturas às propriedades dos triângulos			
Utilizou argumentos matemáticos para justificar suas conclusões			
Utilizou linguagem geométrica adequada ao apresentar suas ideias			
Analisou criticamente os resultados observados durante a investigação			

imprima sua
ficha aqui!



Resultado da avaliação

() O estudante atingiu o Nível 5 da Teoria de Van Hiele, demonstrando capacidade de analisar, comparar e justificar propriedades geométricas utilizando argumentos matemáticos consistentes.

() O estudante apresenta avanços no raciocínio geométrico e na argumentação matemática, mas ainda necessita de

mediação para aprofundar suas justificativas.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 5 da Teoria de Van Hiele.

imprima sua
ficha aqui!





REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Gilberto S.; SAMPAIO, Fernando F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. Rio de Janeiro: NCE, UFRJ, 2002. 10 p. (Relatório Técnico, 20 fev. 2002). Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/1959>. Acesso em: 11 mai. 2026.

COSTA JÚNIOR, José Roberto; SILVA, João Batista Rodrigues da. A geometria pela ótica da teoria de Van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPBEM, 8, Desenvolvendo o pensamento matemático em diversos espaços educativos. Campina Grande: UEPB, 2014. GT 12 – Educação Matemática no Ensino Superior.

JAIME, Adrián; GUTIERREZ, Antonio. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele. In: LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. (Org.). Investigación en didáctica de la matemática. Alicante: Publicaciones de la Universidad de Alicante, 1990. p. 127–136.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; BOLEMA, Luiz Guilherme Figueiredo. Desenvolvimento do pensamento geométrico – O modelo de Van Hiele. Bolema, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

NASSER, Lúcia. O desenvolvimento do raciocínio em geometria. In: Boletim GEPEM/UFRJ, n. 27, p. 93–99, Rio de Janeiro, 1990.



NASSER, Lúcia; SANT'ANNA, Nádia P. Geometria segundo a teoria de Van Hiele. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997.

SANTOS, Juliana Maria Souza Rangel dos. A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes, 2015.

SANTOS, Fernando Tranquilino Marques dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Níveis do pensamento geométrico de Van Hiele com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO PERNAMBUCANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPBEM, 2016, Recife. Anais [...]. Recife: Editora Realize, 2016. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EVO65_M D1_SA12_I D341_O5102016165043.pdf. Acesso em: 20 mai. 2026.

OPENAI. ChatGPT. Modelo de linguagem baseado em inteligência artificial. Disponível em: <https://chatgpt.com>. Acesso em: 4 jun. 2026.

