

DESVENDANDO AS FRAÇÕES

PARTES IGUAIS DE UM TODO



Guilherme Hugo Payerl
Prof. Dr. Elcio Schuhmacher

Desvendando as Frações:

partes iguais de um todo

Uma sequência didática formativa para docentes dos anos iniciais

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$
---------------	---------------	---------------

Blumenau
2026

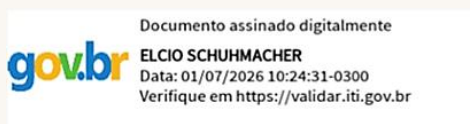
◆ FOLHA DE APROVAÇÃO

GUILHERME HUGO PAYERL

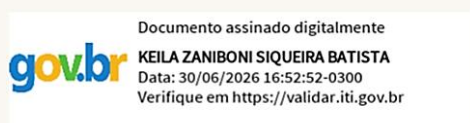
DESVENDANDO AS FRAÇÕES: PARTES IGUAIS DE UM TODO
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA FORMATIVA PARA DOCENTES DOS ANOS INICIAIS

Produto Educacional vinculado à Dissertação ESTUDO DE AULA E DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO PEDAGÓGICO DE CONTEÚDO (PCK) EM PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

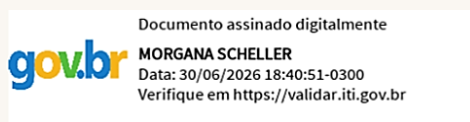
Aprovado em: 01/06/2026.



Presidente: Prof. Dr. Elcio Schuhmacher
Universidade Regional de Blumenau – FURB



Membro: Profa. Dra. Keila Zaniboni Siqueira Batista
Universidade Regional de Blumenau – FURB



Membro: Profa. Dra. Morgana Scheller
Instituto Federal Catarinense – IFC – Campus Rio do Sul

Ficha catalográfica elaborada por Fernanda Felipini - CRB 14/1310
Biblioteca Universitária da FURB

Payerl, Guilherme Hugo, 1991-

Desvendando as Frações: partes iguais de um todo / Guilherme Hugo Payerl. - Blumenau, 2026.

61 f. : il.

Orientador: Elcio Schuhmacher.

Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

Bibliografia: f. 42.

1. Matemática. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Prática de ensino. 4. Ensino fundamental. 5. Frações. I. Schuhmacher, Elcio, 1962-. II. Universidade Regional de Blumenau. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. III. Título.

CDD 510.7

O que você encontra aqui

Carta ao Leitor	6
1. A quem se destina este produto	7
2. Por que ensinar frações assim	8
3. Relação com a BNCC	9
4. Fundamentos	10
4.1 O Estudo de Aula neste caderno	10
4.2 O Conhecimento Pedagógico de Conteúdo	10
4.3 Por que este caderno é diferente	10
5. Como usar este material	11
6. Planejamento da sequência didática	12
6.1 Identificação	12
6.2 Objetivos de aprendizagem	12
6.3 Conhecimentos prévios	12
6.4 Materiais e cuidados de uso	13
6.5 Organização da turma e dos observadores	13
6.6 Tempo didático e adaptações	13
7. CoRe simplificado	15
8. Sequência didática — cinco aulas	16
9. Dificuldades dos estudantes e intervenções	30
10. Diário de bordo	31

11. Roteiro de observação da aula	33
12. PaP-eR reflexivo	35
13. Reflexão pós-aula	37
14. Replanejamento para um segundo ciclo	38
15. Alternativas de materiais	39
16. Avaliação formativa	40
17. Palavras finais	41
Referências	42
Apêndices	43

Este caderno é para você.

Ele nasceu de uma experiência real de sala de aula e chegou até aqui com a marca de quem ensina, planeja, observa, reflete e tenta de novo.



Você está segurando um caderno pedagógico formativo para o ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ele foi construído a partir de um ciclo de Estudo de Aula desenvolvido com professoras de uma escola pública de Rio do Sul, Santa Catarina.

O ciclo envolveu nove encontros organizados em quatro fases: preparação, planejamento colaborativo, aula de pesquisa e reflexão com replanejamento. O plano de aula Desvendando as Frações: partes iguais de um todo foi construído coletivamente, aplicado em uma turma do 5º ano e replanejado pelo grupo com base no que os estudantes revelaram durante a aula. Tudo o que você vai encontrar neste caderno carrega esses aprendizados.

◆ O QUE VOCÊ VAI ENCONTRAR AQUI

- Uma sequência didática completa, com cinco aulas e nove momentos.
- Atividades prontas para usar com os estudantes.
- Fichas de planejamento, observação e reflexão.
- Orientações pedagógicas baseadas em evidências reais da sala de aula.
- Apêndices prontos para imprimir e usar.

Este caderno não é uma receita. Ele é um ponto de partida. Você pode adaptá-lo, ajustá-lo à realidade da sua turma, usar sozinho ou em grupo. O que pedimos é que você leia com atenção as orientações pedagógicas antes de aplicar, especialmente as que falam sobre a ordem dos materiais e o papel de cada momento da sequência.



Um convite

Este material está vinculado à linha de pesquisa Recursos Educacionais para o Ensino de Ciências Naturais e Matemática do PPGEICIM/FURB. Ele pode ser acessado pela Biblioteca de Teses e Dissertações da FURB e pelo portal eduCAPES.

A quem se destina este produto

Para quem ensina, forma professores ou quer ir além do plano de aula.

Este caderno foi pensado principalmente para professoras e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam Matemática. Mas ele chega bem às mãos de qualquer pessoa comprometida com a formação docente.

◆ PROFESSORAS E PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS

Que querem ensinar frações com mais segurança, planejando com intenção e observando o que os estudantes realmente compreendem.

◆ COORDENADORAS E COORDENADORES PEDAGÓGICOS

Que organizam encontros coletivos de planejamento, observação e reflexão na escola.

◆ FORMADORES E FORMADORAS

Que trabalham em grupos de formação continuada e precisam de material com estrutura formativa clara.

◆ LICENCIANDOS EM PEDAGOGIA E MATEMÁTICA

Que estão aprendendo o que significa planejar com base nas dificuldades dos estudantes, usar materiais manipuláveis com intenção pedagógica e refletir sobre a própria prática a partir de evidências.

ANO ESCOLAR SUGERIDO

5º ano do Ensino Fundamental. Com possibilidade de adaptação para o 4º ano ou turmas com dificuldades iniciais com frações.

CONTEÚDO CENTRAL

Fração como partes iguais de um todo. O foco é a construção conceitual inicial, não as operações com frações.



Sobre o uso individual

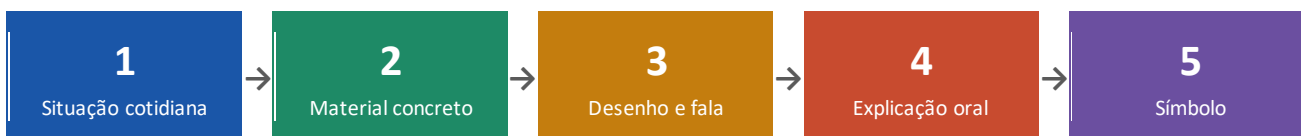
A pesquisa que originou este produto foi conduzida de forma coletiva. Você pode usar o caderno sozinho, mas a dimensão formativa se potencializa quando compartilhada com colegas. Sempre que possível, planeje junto, observe junto, reflita junto.

Por que ensinar frações assim?

Porque símbolo sem significado não é aprendizagem. É imitação.

Muitos estudantes chegam ao 5º ano sabendo escrever $\frac{1}{2}$ no caderno. Mas, se você perguntar por que o denominador é 2, ou o que acontece se as partes não forem iguais, o silêncio aparece. Isso acontece porque o símbolo foi ensinado antes da ideia.

Este caderno propõe uma progressão diferente. A sequência parte de situações concretas e visuais, avança para representações pictóricas e manipuláveis, promove explicações orais dos estudantes e introduz gradualmente a escrita simbólica, sempre vinculada às representações que eles próprios produziram.



Essa organização evita que o símbolo $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{4}$ apareça desvinculado da ideia que ele representa. E conecta-se diretamente ao Conhecimento Pedagógico de Conteúdo: para ensinar bem, não basta saber a matéria. É preciso conhecer as dificuldades dos estudantes, escolher boas representações e saber quando e como intervir.



Uma pergunta para você antes de começar

Quando seus estudantes dividem algo em partes, eles verificam se as partes ficaram iguais? Essa pergunta simples está no coração de tudo que este caderno propõe.

Relação com a BNCC e a progressão da aprendizagem

Este caderno não gira em torno da BNCC. Mas sabe exatamente onde se encaixa nela.

A sequência está articulada à habilidade EF05MA03 da BNCC (BRASIL, 2018), que orienta os estudantes a identificar e representar frações, associando-as à ideia de parte de um todo. Este produto foca especificamente nessa dimensão da habilidade: a compreensão de que a fração exige um todo dividido em partes iguais. As demais dimensões da habilidade, como o uso da reta numérica e frações maiores que a unidade, constituem aprendizagens posteriores.

Unidade temática	Números
Objeto de conhecimento	Representação fracionária: reconhecimento, significados, leitura e representação
Ano sugerido	5º ano do Ensino Fundamental
Habilidade articulada	EF05MA03 — Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo.
Aprendizagens anteriores	Metade, terça parte, quarta parte, divisão em partes iguais, noção de todo (EF04MA09)
Aprendizagens posteriores	Frações equivalentes (EF05MA04), comparação e ordenação de frações (EF05MA05), números racionais, operações com frações



Transparência curricular

Este produto trabalha especificamente a dimensão 'parte de um todo' da EF05MA03. O uso da reta numérica e a representação de frações maiores que a unidade, também previstos na habilidade, são aprendizagens que se constroem a partir dessa base.

Fundamentos

Não é teoria. É o que sustenta cada decisão pedagógica deste caderno.

4.1 O Estudo de Aula neste caderno

O Estudo de Aula, metodologia de formação docente inspirada no modelo japonês jugyou kenkyuu (ISODA et al., 2007), caracteriza-se como um ciclo colaborativo de planejamento, observação e reflexão sobre a prática. É uma metodologia de formação em que professoras e professores planejam juntos uma aula, aplicam-na em uma turma real, observam como os estudantes pensam e aprendem, discutem as evidências e replanejam. É exatamente o que originou este produto.

Neste caderno, o Estudo de Aula aparece como convite: você é convidado a planejar com intenção, observar com olhar investigativo e refletir com base no que os estudantes mostraram, não apenas no que você sentiu que deu certo.



4.2 O Conhecimento Pedagógico de Conteúdo

O Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, ou PCK (SHULMAN, 1986; BALL; THAMES; PHELPS, 2008), é o que distingue quem apenas domina um conteúdo de quem sabe ensiná-lo. Para ensinar frações com qualidade, você precisa saber a matemática, mas também precisa de mais:

- Conhecer as dificuldades típicas dos seus estudantes com frações.
- Escolher materiais e representações que ajudem a construir a ideia.
- Fazer as perguntas certas na hora certa.
- Perceber, durante a aula, quando a compreensão não está acontecendo.
- Replanejar com base no que os estudantes mostraram.

4.3 Por que este caderno é diferente?

Um plano de aula comum diz o que fazer. Este caderno vai além: ele ajuda você a pensar por que fazer cada coisa, o que observar nos estudantes durante a aula, como interpretar o que eles produzem e como planejar a próxima aula a partir do que você descobriu.

◆ A DIFERENÇA EM UMA FRASE

Planos de aula dizem o que fazer. Este caderno busca ajudar você a entender por que funciona, quando não funciona e o que fazer diferente.

Como usar este material

Três formas de uso — uma delas especialmente recomendada.

◆ USO INDIVIDUAL

Você aplica a sequência sozinho e usa as fichas de registro e reflexão. É possível, mas a riqueza do Estudo de Aula se perde quando não há quem observe e reflita junto.

◆ USO COLETIVO

Um professor conduz a aula, os demais observam grupos específicos de estudantes e registram evidências.

Depois, refletem juntos sobre o que viram.

◆ USO EM FORMAÇÃO CONTINUADA — A FORMA MAIS RECOMENDADA

O caderno é usado em encontros coletivos: o grupo planeja junto, um professor aplica a aula enquanto os demais observam, e depois todos discutem as evidências e replanejam. Essa forma produz mais aprendizado profissional.

QUANDO	O QUE FAZER
Antes da aula	Ler a sequência completa, preencher o CoRe simplificado (Seção 7) e preparar todos os materiais.
Durante a aula	Desenvolver as atividades e registrar evidências no diário de bordo (Seção 10).
Após a aula	Escrever o PaP-eR reflexivo (Seção 12) e discutir as evidências com o grupo.
Depois da reflexão	Usar a ficha de replanejamento (Seção 14 e Apêndice F) para preparar a próxima aplicação.



Sobre os docentes observadores

Explique à turma que os colegas observadores estão ali para aprender com os estudantes, não para avaliar o professor. Peça que se sentem junto aos grupos, com caderno de anotações, sem prancheta. Isso reduz a ansiedade e melhora a qualidade das observações.

Planejamento da sequência didática

Tudo o que você precisa saber antes de entrar em sala.

6.1 Identificação

Título da sequência	Desvendando as Frações: partes iguais de um todo
Ano escolar	5º ano do Ensino Fundamental
Duração sugerida	5 aulas (ver Seção 6.6)
Habilidade BNCC	EF05MA03 (dimensão: parte de um todo)
Objetivo geral	Compreender a fração como representação de partes iguais de um todo, em diferentes situações e formas de representação.

6.2 Objetivos de aprendizagem

Ao final da sequência, espera-se que seus estudantes consigam:

- Identificar que a fração representa partes iguais de um todo.
- Reconhecer o todo de referência em diferentes situações.
- Relacionar representações concretas, pictóricas e simbólicas.
- Compreender, em nível introdutório, os termos numerador e denominador.
- Ler e escrever frações simples, com denominadores até 10.
- Registrar frações por meio de dobraduras, barrinhas, massinha e malha quadriculada.
- Comparar suas ideias iniciais com o que aprenderam ao longo da sequência.

6.3 Conhecimentos prévios necessários

Seus já devem ter vivenciado situações cotidianas de dividir, repartir ou compartilhar. Mas é bem provável que muitos:

- Associem fração apenas a "um pedaço", sem pensar na igualdade das partes.
- Recordem a escrita de "um número em cima do outro", sem compreender o que significa.
- Tenham dificuldade de relacionar a escrita simbólica à representação concreta.

Justamente por isso, a sequência começa pelo levantamento das concepções prévias. O que seus estudantes já sabem é o ponto de partida, não o obstáculo.

6.4 Materiais e cuidados de uso

Os materiais desta sequência foram escolhidos com intenção. Cada um tem uma função pedagógica e uma ordem de uso. Não são intercambiáveis.

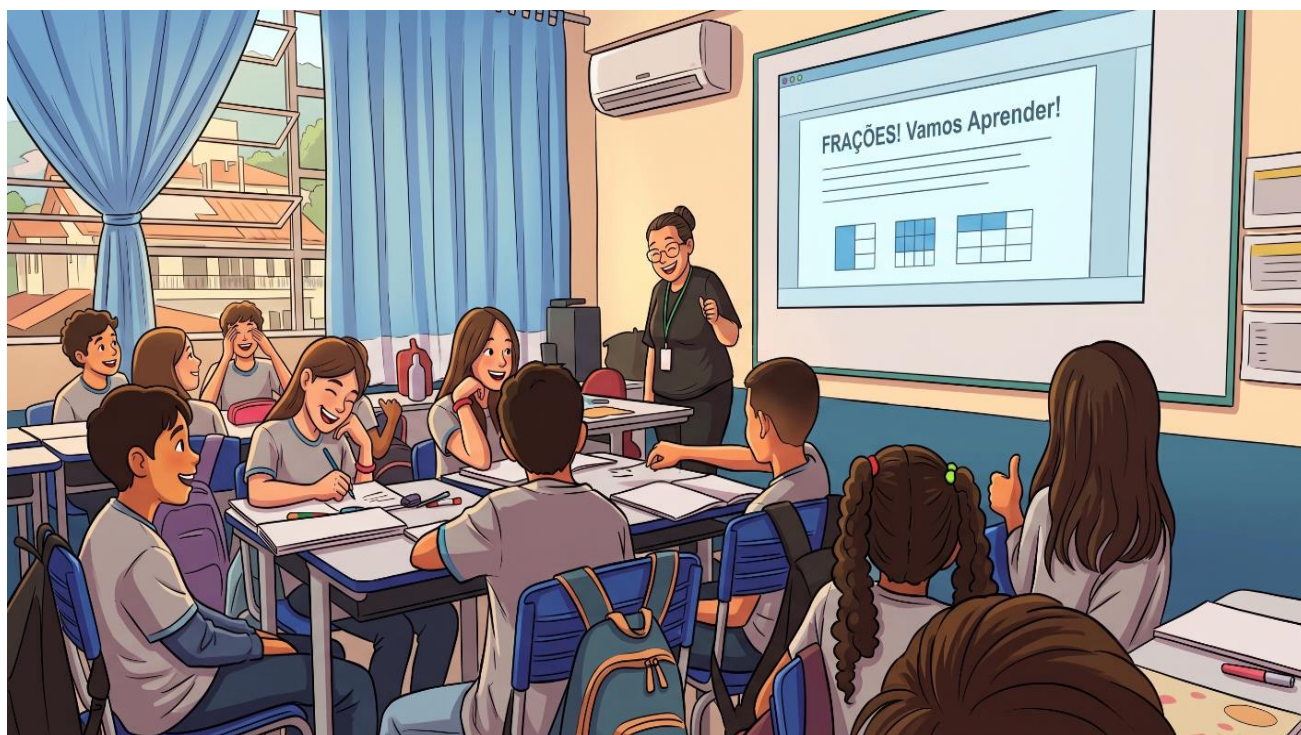
MATERIAL	FUNÇÃO PEDAGÓGICA	CUIDADOS DE USO
Folha A4 (dobradura)	Construção visual e concreta da ideia de partes iguais.	Usar antes da massinha.
Malha quadriculada	Planejamento da divisão antes da manipulação com massinha.	Usar imediatamente antes da massinha.
Massinha (uma cor por grupo)	Revela se o estudante conserva a ideia de todo e divide em partes iguais.	Após a malha; régua obrigatória; uma cor por grupo.
Régua	Garante que o estudante meça antes de cortar.	Sem medir, os estudantes cortam no olhômetro.
Barrinhas de fração	Ampliar a percepção visual das frações.	Frações em branco; preenche antes de recortar.
Vídeo da Gis com Giz	Sistematização oral e retomada dos conceitos.	 youtube.com/watch?v=vF0Q0ZAH9Uc
Cartaz de hipóteses	Registra concepções prévias para comparação ao final.	Manter visível durante toda a sequência.

6.5 Organização da turma e dos observadores

Grupos de	Quatro a cinco estudantes por grupo, mantidos durante toda a sequência.
Relator do grupo	Sortear o relator em cada socialização. Isso garante que qualquer possa ser chamado a apresentar.
Observadores	Cada observador acompanha um grupo específico, sentado junto ao grupo, com caderno de anotações.
Postura dos observadores	Sentar junto ao grupo, sem ficar em pé com prancheta. Evita clima de avaliação.
Apresentação à turma	Explicar aos estudantes que os observadores estão ali para aprender com eles, não para avaliar o professor.

6.6 Tempo didático e possibilidade de adaptação

A versão inicial do plano de aula colaborativo previa três aulas. Após a aplicação e a reflexão coletiva, o grupo percebeu que a sequência exigia mais tempo para que o conceito amadurecesse e as discussões geradas pelos materiais se desenvolvessem plenamente. A duração foi reorganizada para cinco aulas.



◆ "FRAÇÃO NÃO SE DESVENDA COM PRESSA."

Essa frase resumiu o que o grupo aprendeu com a experiência. A ampliação de três para cinco aulas não foi arbitrária: veio da observação de que os estudantes precisavam de tempo para transitar entre as representações concretas, pictóricas e simbólicas.

Você pode ajustar o tempo conforme o ritmo da sua turma. O que não deve ser suprimido são os momentos essenciais: levantamento das concepções prévias, planejamento na malha antes da massinha, socialização com sorteio de relatores e retomada das hipóteses iniciais ao final.

CoRe simplificado: pense antes de entrar em sala

Organizar o que você já sabe sobre o conteúdo muda a qualidade do que você vai ensinar.

O CoRe — *Content Representation* — é um instrumento que torna visível seu conhecimento sobre frações antes de aplicar a sequência. Não existe resposta certa ou errada. O que importa é pensar em cada pergunta com os seus estudantes reais em mente.

Preencha-o individualmente antes da primeira aula. Se você está trabalhando em grupo, compare as respostas com os colegas: as diferenças são o ponto de partida mais rico para o planejamento colaborativo.

PERGUNTA	SEU REGISTRO
1. O que quero que meus estudantes aprendam sobre frações?	_____
2. Por que é importante que eles aprendam isso?	_____
3. O que meus já sabem sobre esse conteúdo?	_____
4. Que dificuldades eles provavelmente vão apresentar?	_____
5. Que ideias equivocadas podem surgir?	_____
6. Que materiais ou representações podem ajudar?	_____
7. Que perguntas posso fazer durante a aula?	_____
8. Como vou perceber se eles compreenderam?	_____

Para a versão completa com mais orientações do CoRe acesse o **Apêndice A** ao final deste caderno formativo.



Exemplo para ajudar no preenchimento

Seus estudantes podem saber o que é 'metade', mas ainda não compreender que todas as partes precisam ter o mesmo tamanho. Também podem pensar que $\frac{1}{5}$ é maior que $\frac{1}{3}$ porque 5 é maior que 3. Pense em situações reais da sua turma ao preencher cada campo.

Sequência didática: Desvendando as Frações

Cinco aulas, nove momentos. Cada aula tem abertura, desenvolvimento e fechamento. A ordem importa.

Esta é a parte central do caderno. A sequência foi planejada colaborativamente, aplicada em uma turma do 5º ano e replanejada com base no que os estudantes revelaram. Você vai encontrar aqui orientações detalhadas para cada aula: como começar, como conduzir cada momento, como fechar e como preparar o terreno para a próxima.

Adapte o que precisar, mas preserve a lógica da sequência. A ordem dos materiais e dos momentos não é arbitrária: ela foi decidida com base em evidências.



AULA 1 O que já sabemos sobre fração? (Momento 1)

AULA 2 Da dobradura ao símbolo (Momentos 2 e 3)

AULA 3 Barrinhas e planejamento na malha (Momentos 4 e ponte-malha)

AULA 4 Massinha, vídeo e sistematização (Momentos 5 e 6)

AULA 5 Síntese final (Momentos 7 e 9)



◆ ANTES DE COMEÇAR — ORIENTAÇÃO FUNDAMENTAL

Não inicie nenhuma aula com a palavra 'fração'. Comece sempre por situações cotidianas: dividir uma pizza, repartir um chocolate, partir um bolo ao meio. O termo técnico pode gerar resistência quando introduzido cedo. Deixe que ele apareça a partir do que os estudantes já vivenciaram.

O que já sabemos sobre fração?

Duração sugerida: 45 a 50 minutos

◆ OBJETIVO

Levantar o que os estudantes já sabem sobre frações e construir o ponto de partida coletivo para toda a sequência.

◆ MATERIAIS

- Folhas em branco para os grupos
- Cartaz grande ou espaço no quadro
- Canetão ou pincel atômico

ABERTURA (10 MIN)

Organize a turma em grupos de quatro a cinco estudantes. Explique que hoje começarão a explorar uma ideia matemática muito presente no dia a dia — sem ainda dizer qual é.

Apresente dois ou três situações cotidianas oralmente, de forma descontraída:

"Imaginem que chegou uma pizza grande para a turma. Como a gente faria para todo mundo comer a mesma quantidade?"

"E se eu partisse um chocolate em pedaços — como sei se a divisão foi justa?"

"Se uma mãe quer dividir um bolo igualmente entre quatro filhos, como ela faz?"

Deixe os estudantes comentarem livremente por um ou dois minutos. Ouça. Não corrija. Esse momento serve para criar contexto e despertar a curiosidade.

DESENVOLVIMENTO (25 MIN)

M1 Levantamento de hipóteses e conhecimentos prévios

Distribua uma folha em branco para cada grupo e proponha a pergunta central:

"O que você já sabe sobre fração?"

Oriente os grupos a responderem às perguntas abaixo na folha. Circule pelos grupos, observe e escute, mas não interfira nas respostas. Este é o momento de diagnóstico: qualquer resposta, mesmo equivocada, é bem-vinda.

ATIVIDADE 1 — O QUE JÁ SABEMOS SOBRE FRAÇÃO?

Em grupo, respondam às perguntas. Não existe resposta errada: o que importa é o que vocês já sabem.

- Você já ouviu falar em fração? Onde?

- O que você acha que é uma fração?
- Para que servem as frações?
- Em quais situações do dia a dia usamos frações?
- Faça um desenho que represente uma situação de divisão ou partilha.

Após o registro em grupo (cerca de 10 minutos), cada grupo apresenta suas respostas à turma. Sorteie o relator de cada grupo para garantir que diferentes estudantes falem.

Enquanto os grupos apresentam, organize as ideias em um cartaz coletivo no quadro ou em papel fixado na parede. Escreva as contribuições dos estudantes com as palavras deles, sem corrigir ou reformular.

O que observar durante este momento

- Os estudantes associam fração apenas ao símbolo 'número com risquinho'?
- Alguém já menciona a necessidade de partes iguais?
- Que exemplos cotidianos surgem? Pizza, chocolate, dinheiro, receitas?
- Alguém usa corretamente palavras como metade, terço ou quarto?

ENCERRAMENTO (10 MIN)

Diante do cartaz construído coletivamente, faça uma breve síntese do que os grupos levantaram, sem revelar ainda o conceito completo. Você pode dizer:

"Vejam quantas ideias diferentes vocês trouxeram. Nas próximas aulas, vamos explorar cada uma dessas intuições e descobrir juntos o que a Matemática chama de fração."

Fixe o cartaz em local visível da sala. Explique que ele ficará ali durante toda a sequência e que, na última aula, a turma vai comparar as ideias de hoje com o que aprendeu.

→ NA PRÓXIMA AULA...

Na próxima aula, vamos trabalhar com uma folha de papel para explorar, de forma concreta, a ideia de dividir um todo em partes iguais. Cada um vai fazer isso com as próprias mãos.

Da dobradura ao símbolo

Duração sugerida: 45 a 50 minutos

◆ OBJETIVOS

Construir a ideia de fração como partes iguais de um todo. Introduzir o registro simbólico vinculado à representação concreta produzida pelos estudantes.

◆ MATERIAIS

- 1 folha A4 por
- Caderno individual
- Lápis e caneta

ABERTURA (5 MIN)

Retome brevemente o cartaz da Aula 1. Selecione uma ou duas ideias que os estudantes registraram e use-as como gancho:

"Na última aula, vocês disseram que fração tem a ver com dividir. Hoje vamos explorar exatamente isso — mas com um objeto nas mãos."

Distribua uma folha A4 para cada estudante. Diga que a folha será o 'bolo de chocolate' da aula de hoje.

DESENVOLVIMENTO (35 MIN)

M2 Dobradura — construindo a ideia de partes iguais

Conduza dobraduras sucessivas, questionando a turma a cada etapa. Faça você também, junto com os estudantes:

- Peça que dobrem a folha ao meio. Pergunte: 'Em quantas partes o bolo foi dividido? Essas partes têm o mesmo tamanho?'
- Peça que dobrem novamente, formando quatro partes. Repita as perguntas.
- Continue até oito partes.
- Em algum momento, faça uma dobra propositalmente irregular e pergunte: 'Isso ainda pode ser chamado de fração? Por quê?'



◆ PERGUNTAS DE MEDIAÇÃO

- Em quantas partes o bolo foi dividido?
- Essas partes têm o mesmo tamanho? Como você sabe?
- O que acontece se as partes não forem iguais?
- Podemos chamar qualquer pedaço de fração?
- Se eu quisesse dar a mesma quantidade para todos, essa divisão seria justa?

ATIVIDADE 2 — DOBRAR, OBSERVAR E REGISTRAR

Use a folha A4 para fazer as dobraduras. Depois, registre o que você observou.

- Dobre a folha ao meio. Desenhe como ficou e escreva em quantas partes iguais o bolo foi dividido.
- Dobre novamente para ter quatro partes. Desenhe.
- Dobre mais uma vez para ter oito partes. Desenhe.
- As partes ficaram iguais em todas as dobraduras? Como você verificou?
- O que precisa acontecer para que cada parte possa ser chamada de fração?

Sobre o papel da dobradura

A dobradura tende a induzir respostas corretas porque as marcas físicas estruturam a divisão. Por isso ela vem antes da massinha: serve para estabelecer a ideia de partes iguais de forma acessível. A massinha, que virá na Aula 4, tende a revelar com mais clareza se o estudante compreendeu a relação entre todo, partes iguais e representação fracionária.

M3 Transição para o símbolo

Retome a dobradura com oito partes. Proponha a situação-problema:

"O bolo foi dividido em oito partes iguais e alguém comeu uma parte. Como representamos isso com algarismos?"

Peça que os estudantes tentem escrever no caderno antes de você mostrar. Anote as tentativas no quadro sem julgar. A partir das respostas, apresente a escrita fracionária de forma contextualizada:

◆ DENOMINADOR

Em quantas partes iguais o todo foi dividido.

Fica embaixo da linha.

◆ NUMERADOR

Quantas partes foram consideradas.

Fica acima da linha.

Peça que os estudantes registrem o conceito no caderno com suas próprias palavras, ao lado das dobraduras que fizeram. O símbolo deve aparecer vinculado à representação concreta.

ENCERRAMENTO (5 MIN)

Conduza uma síntese coletiva rápida. Pergunte à turma: 'O que descobrimos hoje sobre a palavra fração?' e 'Qual foi a coisa mais importante que vocês perceberam com a dobradura?'

Registre no quadro uma frase coletiva — de preferência com as palavras dos próprios estudantes — que sintetize o que aprenderam. Peça que copiem no caderno.

→ NA PRÓXIMA AULA...

Na próxima aula, vocês vão trabalhar com barrinhas de fração e, depois, com massinha de modelar. Mas antes de cortar a massinha, vão planejar o corte em papel quadriculado. Guardem a dobra do bolo de chocolate: ela pode ajudar mais tarde.

Barrinhas e planejamento na malha

Duração sugerida: 45 a 50 minutos

◆ OBJETIVOS

Ampliar a percepção visual das frações com barrinhas.
Planejar o corte na malha antes de manipular a massinha.

◆ MATERIAIS

- Barrinhas de fração para recortar (Apêndice H)
- Malha quadriculada (Apêndice H)
- Tesoura, cola e caderno

ABERTURA (5 MIN)

Retome rapidamente a Aula 2. Peça que dois ou três estudantes expliquem, com suas palavras, o que é numerador e o que é denominador. Não corrija: use as falas para afinar o entendimento coletivo antes de avançar.

Diga à turma que hoje vão trabalhar com dois materiais diferentes, cada um com uma função específica.

DESENVOLVIMENTO (35 MIN)

M4 Barrinhas de fração

Distribua as barrinhas de fração. Atenção: os espaços para escrever a fração devem estar em branco. O estudante preenche antes de recortar.

Oriente a atividade em etapas:

- Primeiro, identifique o inteiro e escreva '1' na barrinha completa.
- Depois, trabalhe as metades, os terços, os quartos e assim por diante, sempre pedindo que o estudante escreva a fração correspondente em cada parte antes de recortar.
- Após recortar e colar no caderno, peça que organizem do maior para o menor.

◆ PERGUNTAS DE MEDIAÇÃO

- Qual barrinha representa o inteiro?
- Qual mostra a metade?
- Em qual delas o inteiro foi dividido em mais partes?
- Como você sabe qual fração está representada?
- O que acontece com o tamanho de cada parte quando dividimos o todo em mais pedaços?

ATIVIDADE 3 — BARRINHAS DE FRAÇÃO

Complete as barrinhas, recorte e cole no caderno, do maior para o menor. Use o modelo do Apêndice H.

- Escreva '1' na barrinha do inteiro.
- Complete as barrinhas de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{10}$.
- Cole todas no caderno, em ordem do maior para o menor.
- Qual fração é menor: $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{8}$? Por quê?
- Se o inteiro é o mesmo, o que muda quando dividimos em mais partes?

MPonte

Malha quadriculada — planejando o corte antes da massinha

◆ POR QUE A MALHA VEM ANTES DA MASSINHA?

Este é um momento de transição. Antes de pegar na massinha, cada estudante planeja na malha o que vai cortar: quantas partes iguais fará, como dividirá o todo. Isso torna o ato de cortar intencional e permite que você identifique erros conceituais antes da manipulação.

ATIVIDADE 4 — PLANEJANDO O CORTE NA MALHA

Use a malha quadriculada para planejar como vai dividir sua tira de massinha. Desenhe e escreva o plano para cada fração. Use o modelo do Apêndice H.

- Desenhe a tira inteira. Quantos quadradinhos tem?
- Planeje como dividir em 2 partes iguais. Marque com uma linha. Quantos quadradinhos tem cada parte?
- Planeje como dividir em 4 partes iguais. Marque. Cada parte tem quantos quadradinhos?
- Planeje como mostrar $\frac{3}{4}$. Quais partes você vai considerar? Pinte-as.
- Planeje como dividir em 5 partes para mostrar $\frac{2}{5}$.
- Você tem certeza de que as partes ficaram do mesmo tamanho? Como vai verificar na hora do corte?

ENCERRAMENTO (5 MIN)

Peça que alguns mostrem seus planos na malha e expliquem as escolhas que fizeram. Valorize a justificativa: 'Como você sabe que essas partes são iguais?' é mais importante do que o resultado correto.

Recolha as malhas ou oriente os estudantes a deixá-las no caderno, abertas, prontas para a próxima aula. Elas serão o guia do corte.

→ NA PRÓXIMA AULA...

Na próxima aula, vocês vão usar a malha que desenharam hoje para cortar tiras de massinha com precisão. Tragam o caderno com o planejamento. E lembrem: régua na mão antes de cortar.

Massinha, vídeo e sistematização

Duração sugerida: 45 a 50 minutos

◆ OBJETIVOS

Representar frações com massinha usando a malha como guia. Sistematizar o conceito com apoio de vídeo e discussão oral.

◆ MATERIAIS

- Tiras de massinha (1 cor por grupo)
- Facas plásticas e régua
- Malha da Aula 3
- Acesso ao vídeo ou projetor

ABERTURA (5 MIN)

Peça que os estudantes abram o caderno na malha que planejaram na Aula 3. Selecione um ou dois planos e peça que o estudante explique à turma o que havia planejado. Esse momento ativa o planejamento e conecta as duas aulas.

Apresente os materiais da aula: as tiras de massinha, as facas plásticas e as régua. Antes de distribuir, anuncie as três regras:

◆ TRÊS REGRAS ANTES DE COMEÇAR

1. A malha é o guia: você já planejou o corte. Siga o plano.
2. Régua obrigatória: meça antes de cortar. Sem medir, o corte fica no olhômetro e os pedaços não ficam iguais.
3. Uma cor por grupo: evita disputa e mantém o foco no que importa.

DESENVOLVIMENTO (30 MIN)

M5 Modelagem com massinha

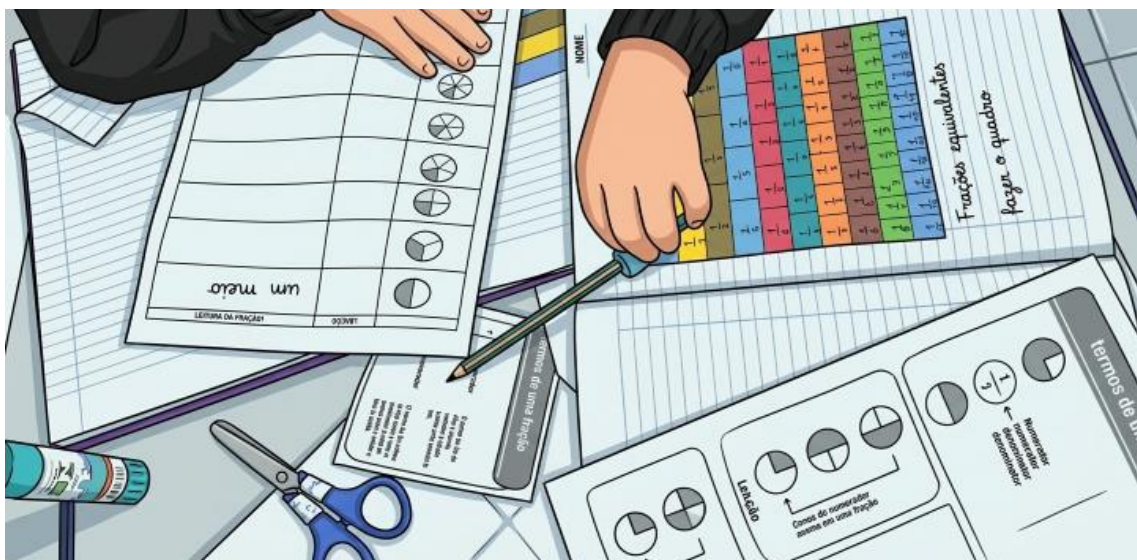
Distribua as tiras de massinha e os materiais. Vá solicitando frações e pedindo que os grupos mostrem à turma:

- 'Mostre $\frac{1}{2}$ da salsicha.'
- 'Divida em 4 partes iguais e pegue $\frac{3}{4}$.'
- 'Divida em 5 partes iguais e indique $\frac{2}{5}$.'
- 'Mostre uma divisão que NÃO representa uma fração — com partes desiguais.'

◆ PERGUNTA-OURO DE MEDIAÇÃO

"Se eu juntar essas partes agora, eu volto a ter o bolo inteiro ou sumiu massa?"

Essa pergunta deve ser feita a pelo menos um grupo em cada aplicação. Ela trabalha diretamente a conservação do todo, que é o conceito central da sequência.



O que observar

- O estudante mede antes de cortar ou tenta 'no olho'?
- Após cortar, ele conserva a ideia de que as partes devem recompor o inteiro?
- Consegue justificar oralmente por que a divisão representa a fração pedida?
- Algum estudante ajusta os pedaços depois de cortar para 'fazer a conta fechar'? Isso revela que ainda não compreendeu a ideia.

ATIVIDADE 5 — CORTANDO COM INTENÇÃO

Para cada fração solicitada, registre seu plano e o resultado.

- Fração: ____ | Medida total da tira: ____ cm | Nº de partes: ____ | Tamanho de cada parte: ____ cm
- As partes ficaram do mesmo tamanho? () Sim () Não. Como verifiquei: _____
- Quando juntei as partes, voltei a ter o inteiro? () Sim () Não
- Desenhe como ficou o corte, usando a malha: [ESPAÇO PARA REGISTRO]

M6 Vídeo e sistematização oral

A turma assiste ao vídeo da professora Gis com Giz sobre representação de frações. Se não houver projetor, você pode descrever as representações apresentadas no vídeo.

◆ VÍDEO — GIS COM GIZ

Título: Fração — Como representar uma fração

Link: youtube.com/watch?v=vF0Q0ZAH9Uc



Após o vídeo, conduza uma conversa coletiva de 5 minutos:

- 'O que o vídeo confirmou do que já havíamos aprendido?'
- 'O que ficou mais claro depois de assistir?'
- 'O que ainda gera dúvida?'



ENCERRAMENTO (5 MIN)

Peça que cada grupo escreva no caderno uma frase que resuma o que aprenderam hoje com a massinha. Leia algumas em voz alta e valorize especialmente as que mencionam a conservação do todo ou a necessidade de partes iguais.

Recolha as tiras de massinha. Guarde as malhas nos cadernos dos estudantes — elas evidenciam o processo de aprendizagem.

→ NA PRÓXIMA AULA...

Na última aula, vamos fazer uma atividade de leitura e escrita de frações e, ao final, comparar o que achávamos que era fração no primeiro dia com o que aprendemos de verdade. Tragam o cartaz do início na memória.

Leitura, escrita e síntese final

Duração sugerida: 45 a 50 minutos

◆ OBJETIVOS

Verificar a compreensão da leitura e escrita de frações.
Comparar as concepções iniciais com as aprendizagens construídas.

◆ MATERIAIS

- Atividade impressa (Apêndice H)
- Cartaz da Aula 1
- Folha para registro em grupo

ABERTURA (5 MIN)

Recoloque o cartaz da Aula 1 em local visível. Sem comentar ainda o que está escrito, diga à turma:

"Lembram deste cartaz? Ele ficou com a gente durante toda a sequência. Hoje vamos descobrir o que mudou desde aquele primeiro dia."

Não leia o cartaz ainda. Guarde essa comparação para o encerramento. Esse pequeno suspense motiva a participação no restante da aula.

DESENVOLVIMENTO (30 MIN)

M7 Leitura, escrita e associação



Distribua a atividade impressa. Os trabalham individualmente neste momento: você quer dados sobre a compreensão de cada um, não apenas do grupo.

Enquanto eles realizam a atividade, circule e observe como cada estudante articula representação visual e linguagem matemática. Anote no diário de bordo quem ainda confunde numerador e denominador ou quem não consegue relacionar imagem e símbolo.

◆ REFERÊNCIA DE LEITURA DAS FRAÇÕES

- $1/2 \rightarrow$ um meio
- $1/3 \rightarrow$ um terço
- $1/4 \rightarrow$ um quarto
- $2/5 \rightarrow$ dois quintos
- $3/4 \rightarrow$ três quartos
- $4/10 \rightarrow$ quatro décimos

ATIVIDADE 6 — LIGUE, ESCREVA E LEIA

Para cada imagem, escreva a fração correspondente e como ela se lê em voz alta. [INSERIR FIGURAS — ver Apêndice H]

- Imagem 1: Fração _____ | Leitura: _____
- Imagem 2: Fração _____ | Leitura: _____
- Imagem 3: Fração _____ | Leitura: _____
- Imagem 4: Fração _____ | Leitura: _____
- Imagem 5: Fração _____ | Leitura: _____
- Imagem 6: Fração _____ | Leitura: _____

M9 Síntese e retomada das hipóteses iniciais

Com a atividade individual concluída, forme os grupos novamente e distribua uma folha em branco. Proponha a pergunta de síntese:

"O que aprendemos sobre fração?"

Os grupos registram suas respostas durante cerca de 8 minutos. Depois, socialize: sorteie o relator de cada grupo. Enquanto apresentam, vá apontando para o cartaz da Aula 1 e pergunte:

- 'Isso que vocês disseram agora estava escrito aqui no primeiro dia?'
- 'O que mudou? O que ficou mais claro?'
- 'O que ainda ficou como dúvida?'

ATIVIDADE 7 — O QUE APRENDEMOS SOBRE FRAÇÃO?

Responda individualmente. Depois compare com o grupo.

- O que eu pensava sobre fração antes desta sequência:

- O que aprendi agora:

- O que ainda quero entender melhor:

- Faça um desenho que mostre uma fração corretamente, com o todo dividido em partes iguais.
- Explique por escrito por que as partes precisam ser iguais para representar uma fração.

ENCERRAMENTO (10 MIN)

Conduza o fechamento de toda a sequência. Leia em voz alta algumas respostas do início (cartaz) e algumas de hoje. Deixe que os próprios estudantes percebam a diferença.

Você pode encerrar com uma fala de valorização do processo:

"Olhem o que vocês aprenderam. Em cinco aulas, vocês passaram de 'fração é um número com risquinho' para 'fração é um todo dividido em partes iguais, onde o denominador diz em quantas partes dividimos e o numerador diz quantas consideramos'. Isso é Matemática. E foi de vocês."

Recolha os cadernos para observar os registros das cinco aulas. Use as atividades 1 e 7 como evidências de aprendizagem para a ficha de avaliação formativa (Seção 16).



Depois desta aula

Use o diário de bordo (Seção 10) e o PaP-eR reflexivo (Seção 12) para registrar suas percepções enquanto ainda estão frescas. Se estiver trabalhando em grupo, convoque o encontro de reflexão coletiva com base no roteiro da Seção 13.

Possíveis dificuldades e intervenções docentes

O que os estudantes revelam durante a aula é o dado mais valioso que você tem. Esta seção ajuda você a interpretá-lo e a agir.

As dificuldades abaixo foram identificadas nos instrumentos de diagnóstico, nas discussões do planejamento colaborativo, na observação da aula de pesquisa e no replanejamento coletivo. Elas não são falhas dos estudantes: são pistas sobre como estão pensando. Leia antes da aula, não apenas depois.

DIFICULDADE	O QUE PODE SIGNIFICAR	INTERVENÇÃO POSSÍVEL
Divide o todo em partes desiguais	Não compreendeu que a igualdade das partes é condição da fração	Pergunte: 'Essa divisão seria justa para repartir entre colegas?'
Acha que $\frac{1}{5}$ é maior que $\frac{1}{3}$ porque 5 é maior	Lê a fração como dois números naturais separados	Represente as duas frações com inteiros do mesmo tamanho
Reconhece metade, mas não terços ou quartos	Conhecimento restrito a situações familiares	Explore divisões do mesmo inteiro em diferentes quantidades
Pinta corretamente, mas não explica	Pode estar reproduzindo procedimento sem compreensão	Peça que explique oralmente como pensou antes de mostrar
Confunde numerador e denominador	Ainda não relacionou símbolo e representação concreta	Retome: 'Em quantas partes dividiu? Quantas considerou?'
Considera qualquer pedaço como fração	Não percebeu que a igualdade das partes é condição necessária	Mostre exemplos e contraexemplos. 'Isso é fração? Por quê?'
Confunde 'terço' com outras palavras	Interferência do léxico extraescolar no conceito matemático	Trabalhe o significado matemático antes de avançar ao símbolo
Acha que mais pedaços = mais pizza	Confunde quantidade de partes com tamanho de cada parte	Mostre que o todo é o mesmo: mais partes, pedaços menores
Só os líderes falam na socialização	Dinâmica que limita os dados sobre a turma	Sorteie o relator em cada socialização

Como usar esta seção

Leia o quadro antes de cada aula, não apenas depois. Antecipar as dificuldades muda a qualidade das suas intervenções durante a aplicação. Se surgir uma dificuldade nova, anote no diário de bordo: ela pode enriquecer o replanejamento.

Diário de bordo do professor

A memória é seletiva. O registro não é.

Preencha durante ou logo após a aula, enquanto as situações ainda estão vivas. Ele transforma a aula em objeto de investigação e evita que a reflexão posterior fique baseada apenas em impressão geral.

DATA	AULA N.º	TURMA
------	----------	-------

Que falas dos estudantes chamaram minha atenção?

Que estratégias os estudantes usaram para representar as frações?

Que dificuldades apareceram durante a aula?

Que dificuldade eu não havia previsto?

Que intervenção funcionou bem?

Que intervenção não funcionou como esperado?

Que estudante ou grupo precisa de retomada na próxima aula?

O que eu mudaria se aplicasse esta aula novamente?

Para o grupo

Se você está usando este caderno com colegas, leve o diário de bordo para o encontro de reflexão. Ele será o ponto de partida para a conversa sobre evidências, não sobre impressões.

Roteiro de observação da aula

Você não está avaliando o professor. Está investigando como os estudantes aprendem.

Use este roteiro quando for o observador ou quando tiver colegas observando sua aula. Antes de começar, explique à turma que os visitantes estão ali para aprender com os estudantes, não para avaliá-los. Sente-se junto ao grupo que vai acompanhar, com caderno de anotações. Evite ficar em pé com prancheta.

DATA / AULA	GRUPO OBSERVADO

Como os estudantes compreenderam a proposta inicial da aula?

Que estratégias usaram para dividir o todo?

Que erros apareceram? Descreva com precisão: o que o estudante fez ou disse.

Que falas revelaram compreensão?

Que falas revelaram dúvida ou equívoco?

Como os materiais ajudaram ou dificultaram o aprendizado?

Que perguntas do professor provocaram mais reflexão nos estudantes?

Que aspectos desta aula devem ser replanejados?

Lembrete fundamental

Registre o que você viu e ouviu, não o que interpretou. 'O estudante disse que $1/5$ é maior porque 5 é maior' é evidência. 'O estudante não entendeu' é impressão. A diferença importa na hora de discutir o replanejamento.

PaP-eR reflexivo: escrever para pensar

Escrever sobre a própria aula transforma experiência em aprendizado.

◆ O QUE É O PAP-ER?

O PaP-eR — *Pedagogical and Professional-experience Repertoires* — foi desenvolvido por Loughran et al. (2004) como um instrumento para que professores articulem e reflitam sobre seu conhecimento profissional. É um relato narrativo em que você descreve e reflete sobre um episódio da sua prática. Na pesquisa que originou este produto, ele foi usado como instrumento diagnóstico antes do ciclo. Aqui, aparece como instrumento reflexivo pós-aula: você escreve depois de aplicar, para compreender melhor o que aconteceu e o que aprendeu com a experiência.

Não existe resposta certa. O que importa é a honestidade do relato. Escreva como se estivesse conversando com um colega de confiança sobre a aula que acabou de dar.

Como você planejou esta aula? O que levou em conta?

Que expectativas tinha sobre a aprendizagem dos estudantes?

O que aconteceu durante a aula? Descreva os momentos mais significativos.

Que respostas dos estudantes chamaram sua atenção? Por quê?

Que decisões você precisou tomar que não estavam planejadas?

O que você compreendeu sobre como seus estudantes pensam frações?

O que você faria diferente em uma nova aplicação?

O que essa experiência revelou sobre o seu modo de ensinar Matemática?

Perguntas de apoio à escrita

- Você percebeu alguma dificuldade que não havia previsto?
- Descobriu uma nova forma de usar um material?
- Alguma fala dos estudantes mudou sua compreensão sobre o ensino de frações?
- O que essa experiência mostra sobre como você transforma o conteúdo em algo compreensível para a turma?

Roteiro de reflexão pós-aula

A reflexão coletiva é mais produtiva quando parte de evidências, não de impressões gerais.

Este roteiro de reflexão é especialmente recomendado para o trabalho coletivo, em que o grupo se reúne para discutir as evidências da aula observada — uma das etapas centrais do Estudo de Aula. Caso esteja utilizando o material individualmente, adapte as perguntas para uma autoavaliação da sua prática.

Use este roteiro para conduzir a conversa com o grupo depois da aplicação. O ponto de partida é sempre o que os estudantes fizeram, disseram e registraram — não o que você sentiu que aconteceu.

◆ PERGUNTAS PARA A REFLEXÃO COLETIVA

- O que os estudantes aprenderam? Que evidências mostram isso?
- Quais dificuldades foram mais frequentes?
- As dificuldades previstas no CoRe apareceram na aula?
- Surgiram dificuldades novas, que não estavam previstas?
- Os materiais foram adequados? Algum ajudou mais do que o esperado?
- A ordem das atividades favoreceu a compreensão?
- As perguntas de mediação ajudaram os estudantes a pensar ou apenas confirmaram o que já sabiam?
- Que partes da sequência devem ser mantidas exatamente como estão?
- Que partes precisam ser modificadas? Como?
- O que você aprendeu sobre seus estudantes nesta aula?

◆ ESPAÇO PARA ANOTAÇÕES COLETIVAS

USE ESTE ESPAÇO DURANTE A REFLEXÃO EM GRUPO

Replanejamento para um segundo ciclo

O produto não termina na aula. Ele continua no replanejamento.

Na pesquisa que originou este caderno, a reflexão e o replanejamento foram realizados no nono encontro do ciclo. Um segundo ciclo completo não foi executado por restrição de prazo. Os ajustes abaixo não são sugestões genéricas: foram decididos e registrados pelo grupo com base nas evidências reais da aula de pesquisa.

AJUSTE DECIDIDO	JUSTIFICATIVA
Ampliar de 3 para 5 aulas	3 aulas foram insuficientes. O conceito precisava de mais tempo para maturar. 'Fração não se desvenda com pressa.'
Iniciar por situações cotidianas antes de nomear 'fração'	O termo técnico introduzido cedo gera resistência. Contextualizar primeiro facilita a entrada no conceito.
Malha quadriculada antes da massinha	Permite planejar o corte e identificar erros conceituais antes da manipulação.
Régua obrigatória na massinha	Sem medir, os estudantes cortam no olhometro e ajustam pedaços para a conta fechar.
Uma cor de massinha por grupo	Evita disputa e mantém o foco no conteúdo.
Pergunta-ouro sobre o inteiro	'Se juntar as partes, volto ao inteiro?' trabalha a conservação do todo.
Observadores sentados junto aos grupos	Evita clima de avaliação e gera dados de melhor qualidade.
Explicar à turma o papel dos observadores	Reduz ansiedade e muda positivamente a dinâmica da aula.
Sortear o relator na socialização	Garante participação equânime e mais dados sobre diferentes.



Alternativas de materiais e adaptações

Este caderno foi pensado para a escola pública. Nada aqui depende de material caro ou difícil de encontrar.

MATERIAL	ALTERNATIVAS	CUIDADO
Folha A4 (dobradura)	Jornal, rascunho, cartolina reutilizada	Formato retangular uniforme entre os estudantes
Barrinhas de fração	Tiras de papel em comprimentos proporcionais	Frações em branco; preenche antes de recortar
Malha quadriculada	Grade no quadro, papel milimetrado, folha pautada	Vem sempre antes da massinha
Massinha	Argila, EVA, barbante, tampinhas, grãos	Uma cor por grupo; régua sempre obrigatória
Régua	Fita métrica, palitos para marcar divisões	Estudante mede antes de cortar — sempre
Vídeo da Gis com Giz	Outro vídeo sobre parte de um todo sem operações	Assista antes para confirmar o conteúdo
Cartaz de hipóteses	Papel kraft, folha A4 colada, quadro reservado	Visível durante toda a sequência
Atividade impressa	Figuras no quadro, cartazes coletivos	Todos precisam ver com clareza

Avaliação formativa da aprendizagem

Avaliar formativamente significa perguntar: o que me faz afirmar que este estudante compreendeu?

Esta ficha de avaliação deve ser preenchida individualmente para cada estudante, ao longo de toda a sequência. A avaliação é formativa e processual, baseando-se nas produções registradas nos Apêndices, nas observações anotadas no Diário de Bordo (Seção 10) e na participação oral do estudante durante as aulas. A coluna “Evidências” é a mais importante: antes de marcar um critério, pergunte-se: o que me faz afirmar que este estudante compreendeu?

A avaliação nesta sequência é processual: acontece ao longo das cinco aulas, não apenas no final. Os critérios abaixo foram extraídos diretamente do plano de aula colaborativo. A coluna de evidências é a mais importante: sem ela, a avaliação se reduz a uma marcação sem sustentação.

CRITÉRIO	SIM	PARCIAL	NÃO	EVIDÊNCIAS
Participa das discussões e socializações	_____	_____	_____	_____
Registra hipóteses iniciais sobre fração	_____	_____	_____	_____
Identifica partes iguais de um todo	_____	_____	_____	_____
Reconhece o todo de referência	_____	_____	_____	_____
Representa frações por dobraduras	_____	_____	_____	_____
Representa frações por barrinhas	_____	_____	_____	_____
Representa frações com massinha	_____	_____	_____	_____
Representa frações na malha quadriculada	_____	_____	_____	_____
Lê e escreve frações simples	_____	_____	_____	_____
Explica o raciocínio oralmente	_____	_____	_____	_____
Compara hipóteses iniciais com aprendizagens finais	_____	_____	_____	_____

Como usar a coluna de evidências

Antes de marcar 'sim', pergunte-se: o que me faz afirmar que este estudante compreendeu? Anote a fala, o gesto ou o registro que sustenta sua avaliação. Isso transforma a avaliação em investigação.

Palavras finais: um convite à prática reflexiva

Este caderno não é um ponto de chegada. É um ponto de partida.

Ele nasceu de um ciclo de Estudo de Aula com professoras dos anos iniciais, em uma escola pública de Rio do Sul, Santa Catarina. O que você leu aqui carrega as marcas desse processo: as incertezas, os ajustes, as descobertas. Aprendemos juntos que fração não se desvenda com pressa, e que o melhor plano de aula é aquele que se abre para o que os estudantes revelam.

Se você usar este material sozinho, em grupo, ou em uma formação continuada, saiba que ele foi feito para ser adaptado, questionado e melhorado. O convite é para que você experimente, observe, registre e reflita. E, se possível, compartilhe com outros docentes.

Agradecemos pelo acesso a este material. Que ele contribua, ainda que modestamente, para tornar o ensino de frações mais significativo e a docência mais investigativa.

Bom trabalho!

Guilherme Hugo Payerl
Elcio Schuhmacher

Referências

- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Washington, DC, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BERTRAM, A.; LOUGHRAN, J. Science teachers' views on CoRes and PaP-eRs as a framework for articulating and developing pedagogical content knowledge. *Research in Science Education*, Dordrecht, v. 42, p. 1027-1047, 2011.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- GONÇALVES, C. É. L. C.; GONZAGA, A. M. Validando um produto educacional. *Revista Dynamis*, Blumenau, v. 31, e11663, 2025.
- ISODA, M.; STEPHENS, M.; OHARA, Y.; MIYAKAWA, T. (ed.). *Japanese lesson study in mathematics: its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific, 2007.
- LOUGHRAN, J.; MULHALL, P.; BERRY, A. In search of pedagogical content knowledge in science: developing ways of articulating and documenting professional practice. *Journal of Research in Science Teaching*, v. 41, n. 4, p. 370-391, 2004.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

Apêndices

APÊNDICE A

CoRe simplificado

Preencha antes de cada aplicação da sequência

Pense nas perguntas com os seus estudantes reais em mente. Não existe resposta certa ou errada: o que importa é tornar visível o que você já sabe e o que precisa aprofundar antes de entrar em sala.

Professor(a):

Data:

1. O que quero que meus estudantes aprendam sobre frações?

2. Por que é importante que eles aprendam isso?

3. O que meus já sabem sobre esse conteúdo?

4. Que dificuldades eles provavelmente vão apresentar?

5. Que ideias equivocadas podem surgir?

6. Que materiais ou representações podem ajudar?

7. Que perguntas posso fazer durante a aula?

8. Como vou perceber se eles compreenderam?

Diário de bordo do professor

Um registro por aula aplicada

Preencha durante ou logo após a aula. Leve este diário para o encontro de reflexão coletiva.

Data:

Aula nº:

Turma:

Que falas dos estudantes chamaram minha atenção?

Que estratégias os estudantes usaram?

Que dificuldades apareceram?

Que dificuldade eu não havia previsto?

Que intervenção funcionou bem?

Que intervenção não funcionou como esperado?

Que estudante ou grupo precisa de retomada?

O que eu mudaria se aplicasse esta aula novamente?

Roteiro de observação da aula

Para uso de docentes observadores

◆ LEMBRETE ANTES DE COMEÇAR

Você está aqui para observar a aprendizagem dos estudantes, não para avaliar o professor. Sente-se junto ao grupo que vai acompanhar. Registre o que você viu e ouviu, não o que interpretou.

Data / Aula:

Grupo observado:

Como os estudantes compreenderam a proposta inicial da aula?

Que estratégias usaram para dividir o todo?

Que erros apareceram? Descreva com precisão o que o estudante fez ou disse.

Que falas revelaram compreensão?

Que falas revelaram dúvida ou equívoco?

Como os materiais ajudaram ou dificultaram o aprendizado?

Que perguntas do professor provocaram mais reflexão?

Que aspectos devem ser replanejados?

PaP-eR reflexivo

Relato narrativo pós-aula

◆ O QUE É O PAP-ER

É um relato narrativo em que você descreve e reflete sobre sua prática. Escreva como se estivesse contando para um colega de confiança o que aconteceu na aula. Na pesquisa que originou este produto, o PaP-eR foi usado como instrumento diagnóstico antes do ciclo. Aqui, ele aparece como instrumento reflexivo pós-aula.

Professor(a): _____ Aula / Data: _____

Como você planejou esta aula? O que levou em conta?

Que expectativas tinha sobre a aprendizagem dos estudantes?

O que aconteceu durante a aula? Descreva os momentos mais significativos.

Que respostas dos estudantes chamaram sua atenção? Por quê?

Que decisões você precisou tomar que não estavam planejadas?

O que você compreendeu sobre como seus estudantes pensam frações?

O que você faria diferente em uma nova aplicação?

O que essa experiência revelou sobre o seu modo de ensinar Matemática?

Roteiro de reflexão pós-aula

Para uso em grupo após a aplicação

Conduzir a reflexão com base em evidências — o que os estudantes fizeram, disseram e registraram — é o que diferencia esse momento de uma conversa de corredor.

1. O que os estudantes aprenderam? Que evidências mostram isso?

2. Quais dificuldades foram mais frequentes?

3. As dificuldades previstas no CoRe apareceram?

4. Surgiram dificuldades novas, que não estavam previstas?

5. Os materiais foram adequados? Algum ajudou mais do que o esperado?

6. A ordem das atividades favoreceu a compreensão?

7. As perguntas de mediação ajudaram os estudantes a pensar?

8. Que partes da sequência devem ser mantidas?

9. Que partes precisam ser modificadas? Como?

10. O que você aprendeu sobre seus estudantes nesta aplicação?

◆ ANOTAÇÕES COLETIVAS

Ficha de replanejamento

Use esta ficha para registrar as decisões do grupo sobre o que manter, alterar, retirar ou acrescentar na próxima aplicação da sequência. Seja específico: 'alterar a Aula 3' é menos útil do que 'antecipar a malha para antes da massinha'.

[illegible]

Ficha de avaliação formativa

Uma ficha por estudante

◆ COMO USAR

Preencha uma ficha por estudante ao longo da sequência. Antes de marcar 'sim', pergunte-se: o que me faz afirmar que este estudante compreendeu? Anote na coluna de evidências.

Nome do estudante:

Turma / Ano:

CRITÉRIO	SIM	PARCIAL	NÃO	EVIDÊNCIAS
Participa das discussões e socializações				
Registra hipóteses iniciais sobre fração				
Identifica partes iguais de um todo				
Reconhece o todo de referência				
Representa frações por dobraduras				
Representa frações por barrinhas				
Representa frações com massinha				
Representa frações na malha quadriculada				
Lê e escreve frações simples				
Explica o raciocínio oralmente				
Compara hipóteses iniciais e aprendizagens finais				

Observações gerais sobre este estudante:

Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 1 | O QUE JÁ SABEMOS SOBRE FRAÇÃO?

Responda em grupo. Não existe resposta errada!

1. Você já ouviu falar em fração? Onde?

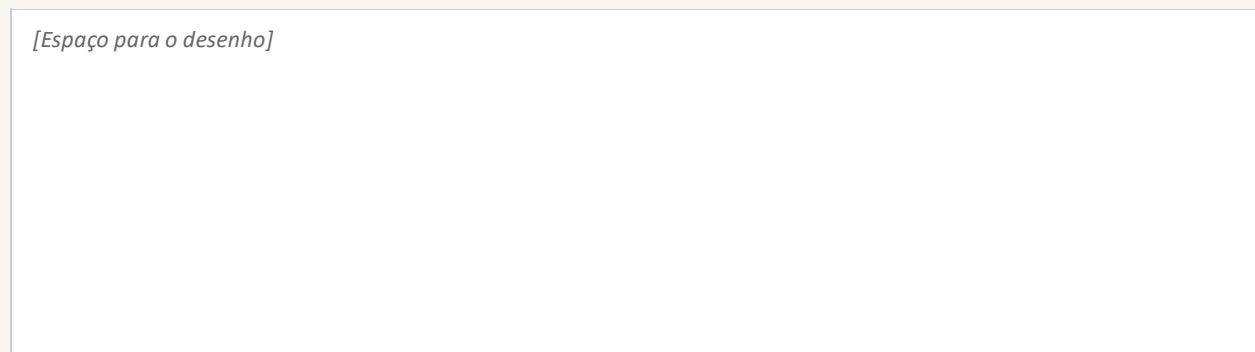
2. O que você acha que é uma fração?

3. Para que servem as frações?

4. Em quais situações do dia a dia você já viu ou usou frações?

5. Faça um desenho que represente uma situação de divisão ou partilha:

[Espaço para o desenho]



Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 2 | DOBRAR, OBSERVAR E REGISTRAR

Use a folha A4 como 'bolo de chocolate' e faça as dobraduras indicadas.

1. Dobre a folha ao meio. Desenhe como ficou:

[Desenho da folha dobrada ao meio]

Em quantas partes iguais o bolo foi dividido?

2. Dobre novamente para ter 4 partes. Desenhe:

[Desenho da folha com 4 partes]

Em quantas partes iguais o bolo foi dividido?

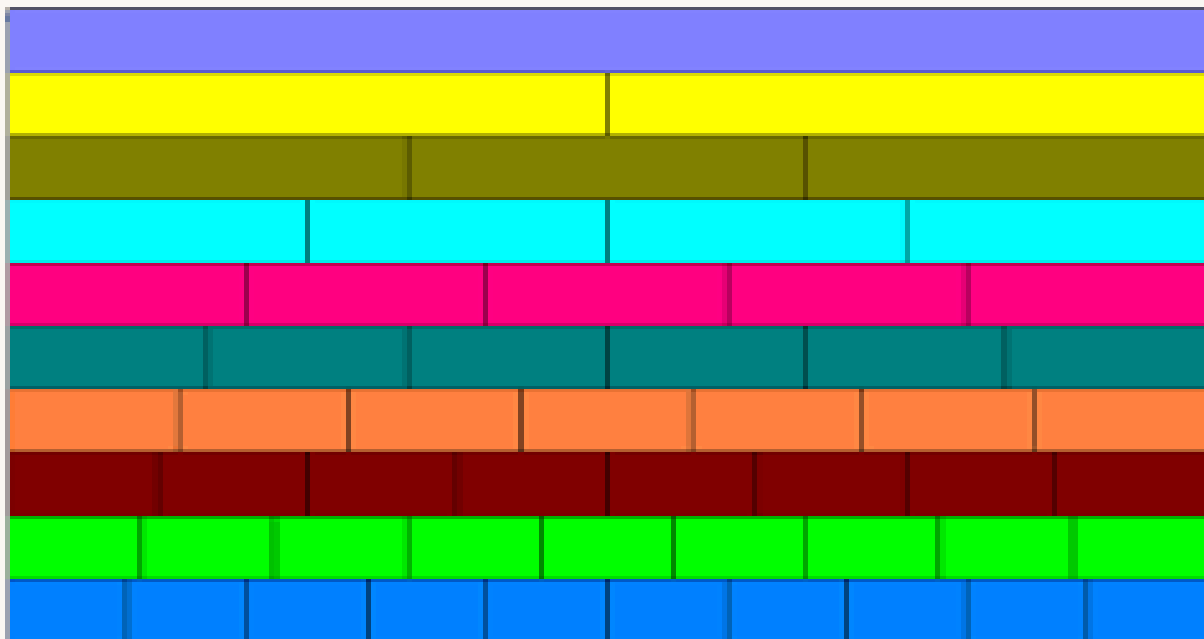
3. As partes ficaram iguais em todas as dobraduras? Como você sabe?

4. O que precisa acontecer para que cada parte possa ser chamada de fração?

Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 3 | BARRINHAS DE FRAÇÃO

Complete, recorte e cole no caderno. A fração de cada parte está em branco: você que preenche!



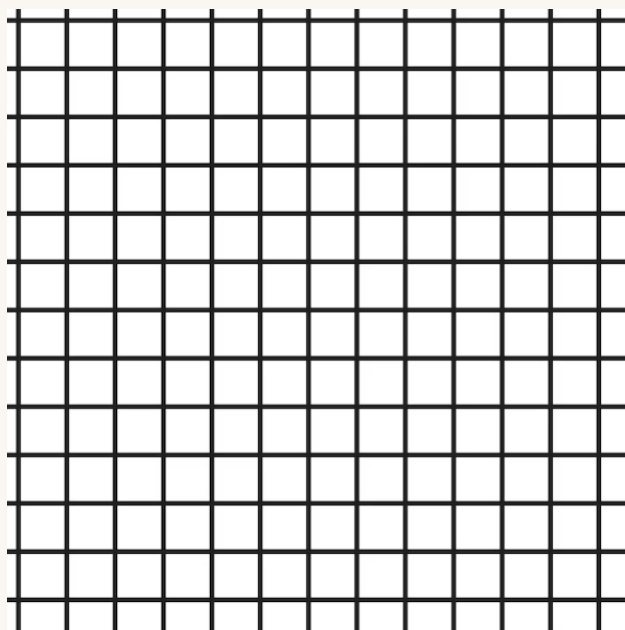
Depois de colar as barrinhas do maior para o menor, responda: qual fração é menor, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{8}$? Por quê?

Se o inteiro é o mesmo, o que muda quando dividimos em mais partes?

Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 4 | PLANEJANDO O CORTE NA MALHA

Antes de cortar a massinha, planeje o corte aqui. Use a malha para desenhar cada divisão.



Para cada fração abaixo, desenhe a tira e marque onde vai cortar:

$\frac{1}{2}$ — A tira tem _____ quadradinhos. Cada parte terá _____ quadradinhos.

$\frac{1}{4}$ — A tira tem _____ quadradinhos. Cada parte terá _____ quadradinhos.

$\frac{3}{4}$ — Marque quais partes você vai considerar. Quantas são? _____

$\frac{2}{5}$ — A tira tem _____ quadradinhos. Cada parte terá _____ quadradinhos.

Você tem certeza de que as partes ficaram do mesmo tamanho? Como vai verificar na hora do corte?

Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 5 | CORTANDO COM INTENÇÃO

Registre o plano e o resultado de cada corte com a massinha.

Repita este registro para cada fração solicitada pela professora ou professor:

Fração pedida: _____ | Medida total da tira: _____ cm

Número de partes: _____ | Tamanho de cada parte: _____ cm

As partes ficaram do mesmo tamanho? () Sim () Não Como verifiquei: _____

Quando juntei as partes, voltei a ter o inteiro? () Sim () Não

Desenhe como ficou o corte (use a malha como referência):

[Espaço para o desenho do corte na malha]

——— Repita o registro acima para cada nova fração ———

Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 6 | LIGUE, ESCREVA E LEIA

Para cada imagem, escreva a fração e como ela se lê em voz alta.

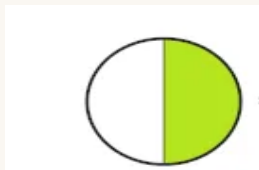


Imagem 1: Fração: _____ | Leitura: _____

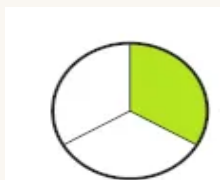


Imagem 2: Fração: _____ | Leitura: _____

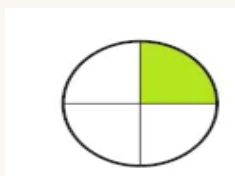


Imagem 3: Fração: _____ | Leitura: _____

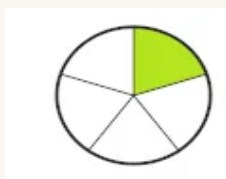


Imagem 4: Fração: _____ | Leitura: _____

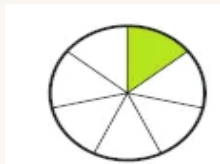


Imagem 5: Fração: _____ | Leitura: _____

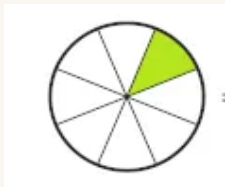


Imagem 6: Fração: _____ | Leitura: _____

◆ REFERÊNCIA DE LEITURA

$1/2$ → um meio

$1/3$ → um terço

$1/4$ → um quarto

$2/5$ → dois quintos

$3/4$ → três quartos

$4/10$ → quatro décimos

Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

ATIVIDADE 7 | O QUE APRENDEMOS SOBRE FRAÇÃO?

Responda individualmente. Depois compare com o grupo.

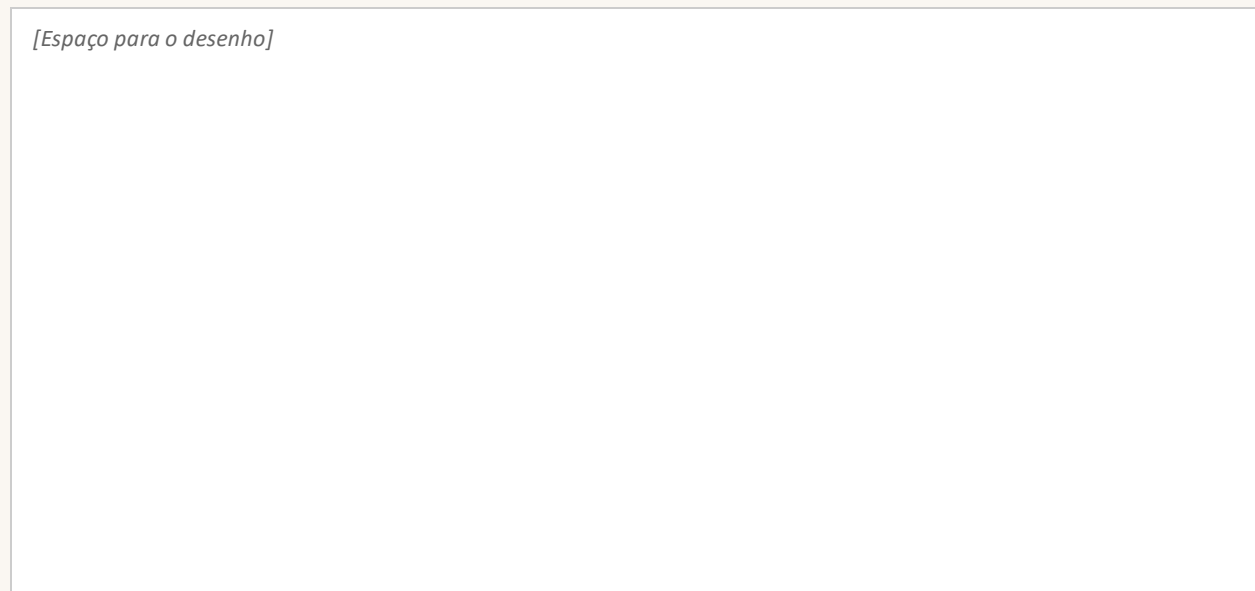
O que eu pensava sobre fração antes desta sequência:

O que aprendi ao longo das aulas:

O que ainda quero entender melhor:

Faça um desenho que mostre uma fração corretamente, com o todo dividido em partes iguais:

[Espaço para o desenho]



Explique por escrito por que as partes precisam ser iguais para representar uma fração:
