



INSTITUTO FEDERAL

DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL

EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:

Uma sequência didática com base em questões do ENEM

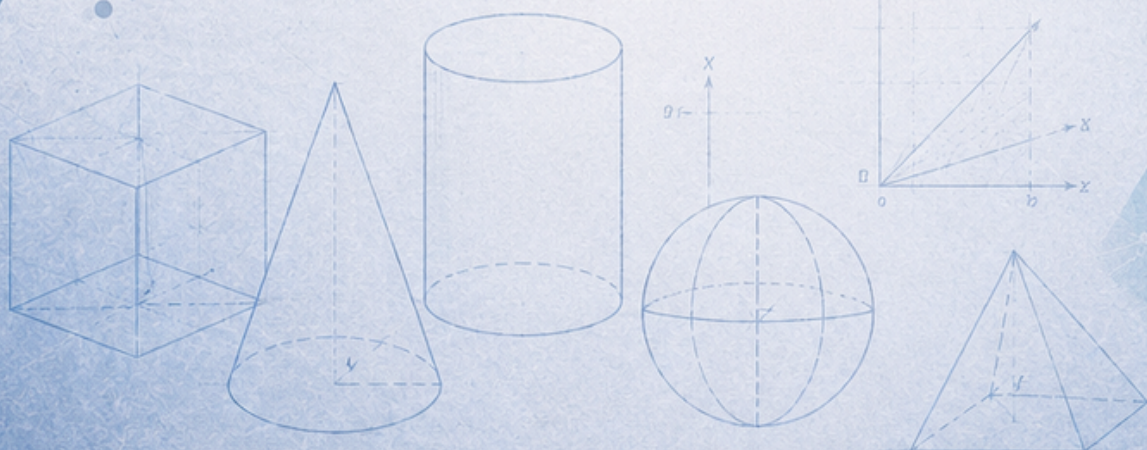


Antonio Marcos de Lima Miranda
André Luiz Ferreira de Carvalho Melo
Ezequias Matos Esteves



MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL:

Uma sequência didática com base em questões do ENEM



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Miranda, Antonio Marcos de Lima

Modelagem matemática no ensino de geometria espacial [livro eletrônico] : uma sequência didática com base em questões do ENEM / Antonio Marcos de Lima Miranda, André Luiz Ferreira de Carvalho Melo, Ezequias Matos Esteves. -- Florianópolis, PI : Ed. dos Autores, 2026.

PDF

Bibliografia.

ISBN 978-65-02-19117-0

1. BNCC - Base Nacional Comum Curricular
2. ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio
3. Geometria espacial (Ensino médio) 4. Matemática (Ensino médio) 5. Modelagem matemática I. Melo, André Luiz Ferreira de Carvalho. II. Esteves, Ezequias Matos. III. Título.

26-372085.0

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino médio 510.7

Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

FICHA TÉCNICA DO PRODUTO EDUCACIONAL

Título do Produto

Modelagem Matemática no Ensino de Geometria Espacial: Uma Sequência Didática com Base em Questões do ENEM

Autores

Antonio Marcos de Lima Miranda
André Luiz Ferreira de Carvalho Melo
Ezequias Matos Esteves

Programa

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

Instituição

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) –
Campus Floriano

Área de Conhecimento

Matemática

Público-alvo

Professores de Matemática do Ensino Médio e do Ensino Fundamental II

Ano de Produção

2026

ISBN

978-65-02-19117-0

RESUMO

Este caderno pedagógico apresenta uma sequência didática fundamentada na Modelagem Matemática aplicada ao ensino de Geometria Espacial, tomando como eixo estruturante questões do ENEM. A proposta articula construção de modelos matemáticos, experimentação concreta, validação de resultados e análise crítica, promovendo aprendizagem significativa e desenvolvimento de competências previstas na BNCC. A sequência contempla pré-teste e pós-teste, oficinas de construção de protótipos, comparação entre resultados teóricos e experimentais e reflexões pedagógicas sobre replicabilidade.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Geometria Espacial; ENEM; BNCC; Produto Educacional.



SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	5
INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA PEDAGÓGICA	6
OBJETIVOS	10
1 FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO	11
1.1 Modelagem Matemática e Ensino de Geometria	11
1.2 Relação com o ENEM e a BNCC	12
1.3 Abordagem Metodológica da Sequência Didática	15
2 ESTRUTURA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	17
2.1 Público-Alvo e Organização	17
2.2 Cronograma e Recursos	18
2.3 Estratégias de Avaliação	20
2.4 Habilidades da BNCC Desenvolvidas	23
2.5 Competências e habilidades do ENEM Desenvolvidas	24
2.6 Quadro-síntese da Sequência Didática	25
3 PROBLEMAS EM GEOMETRIA ESPACIAL	26
3.1 O Silo de Grãos: Um Estudo de Caso	26
3.2 Empacotamento e Deslocamento de Volume	29
3.3 Redução de Volume em Cones	32
3.4 Cilindros e suas Propriedades	35
3.5 integração e Análise Geral	38
4 AVALIAÇÃO E VALIDAÇÃO DA APRENDIZAGEM	39
4.1 Pré-Teste	39
4.2 Pós-Teste	40
4.3 Análise Comparativa	40
5 ORIENTAÇÕES PARA APLICAÇÃO E REPLICAÇÃO	42
CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
REFERÊNCIAS	46
APÊNDICES	48
AGRADECIMENTOS	56

APRESENTAÇÃO

Este caderno pedagógico constitui o produto educacional vinculado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). O material apresenta uma sequência didática estruturada a partir da Modelagem Matemática aplicada ao ensino de Geometria Espacial, tomando como eixo organizador questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A proposta fundamenta-se na compreensão de que as questões do ENEM não exigem apenas aplicação direta de fórmulas, mas interpretação de situações contextualizadas, construção de modelos geométricos e análise crítica de resultados. Nesse sentido, a modelagem matemática configura-se como abordagem metodológica adequada para desenvolver competências de resolução de problemas, argumentação e validação de resultados.

O material foi organizado para aplicação em turmas da 3ª série do Ensino Médio, podendo ser adaptado a outras realidades escolares.

INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA PEDAGÓGICA

Desafios no ensino de Geometria Espacial

O ensino de Geometria Espacial no contexto da Educação Básica brasileira tem historicamente enfrentado desafios significativos, especialmente no que se refere à compreensão conceitual dos estudantes e ao desenvolvimento da visualização espacial. Em muitas práticas pedagógicas, observa-se a predominância de abordagens centradas na memorização de fórmulas e na aplicação mecânica de procedimentos algorítmicos, o que limita a construção de significados matemáticos mais profundos.

Essa abordagem tradicional, frequentemente dissociada de contextos reais, contribui para que os estudantes compreendam os sólidos geométricos apenas como abstrações simbólicas, sem estabelecer relações com situações concretas do cotidiano. Como consequência, há dificuldades recorrentes na interpretação de problemas, na identificação de grandezas relevantes e na construção de estratégias de resolução, especialmente quando as situações exigem raciocínio tridimensional.

Essas dificuldades tornam-se ainda mais evidentes em avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), cujas questões de Geometria Espacial demandam não apenas o domínio de fórmulas, mas principalmente a capacidade de interpretar contextos, construir modelos e analisar resultados. Nesse cenário, muitos estudantes apresentam baixo desempenho, não por desconhecerem os conteúdos, mas por não conseguirem mobilizá-los de forma significativa.

Dessa forma, evidencia-se a necessidade de repensar as práticas pedagógicas voltadas ao ensino de Geometria Espacial, buscando estratégias que favoreçam a compreensão conceitual, a visualização espacial e a aplicação do conhecimento em situações contextualizadas.

Limitações das abordagens tradicionais e necessidade de inovação

As abordagens tradicionais de ensino de Matemática, ainda amplamente presentes nas salas de aula, tendem a privilegiar a transmissão de conteúdos de forma expositiva, com foco na repetição de exercícios e na reprodução de procedimentos previamente apresentados pelo professor. Embora tais práticas possam contribuir para o desenvolvimento de habilidades operacionais, elas se mostram insuficientes para promover uma aprendizagem significativa, especialmente em conteúdos que envolvem relações espaciais e interpretação de fenômenos tridimensionais.

No caso específico da Geometria Espacial, essa limitação se intensifica, uma vez que a compreensão dos conceitos exige a articulação entre representação simbólica, visualização e experimentação. Quando o ensino se restringe ao uso de fórmulas e à resolução de exercícios descontextualizados, o estudante tende a desenvolver uma compreensão fragmentada, incapaz de estabelecer conexões entre os conceitos matemáticos e a realidade.

Além disso, a ausência de atividades investigativas e experimentais reduz as oportunidades de protagonismo discente, dificultando o desenvolvimento de habilidades como argumentação, análise crítica e validação de resultados. Nesse contexto, o erro passa a ser visto como falha, e não como parte do processo de aprendizagem, o que pode inibir a participação dos estudantes e comprometer o desenvolvimento do pensamento matemático.

As orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforçam a necessidade de superação desse modelo tradicional, ao enfatizar a importância de práticas pedagógicas que promovam investigação, resolução de problemas e construção de conhecimentos em contextos significativos. Assim, torna-se fundamental a adoção de metodologias que valorizem a participação ativa dos estudantes, a contextualização dos conteúdos e a articulação entre teoria e prática.

A Modelagem Matemática como alternativa pedagógica

Diante das limitações das abordagens tradicionais, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma alternativa pedagógica capaz de promover uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. Essa abordagem caracteriza-se pela investigação de situações reais por meio da construção de modelos matemáticos, permitindo ao estudante compreender, interpretar e analisar fenômenos a partir de representações matemáticas.

Ao trabalhar com problemas contextualizados, a modelagem favorece a aproximação entre a Matemática e a realidade, tornando o processo de aprendizagem mais relevante e motivador. Nesse contexto, o estudante deixa de ser um mero receptor de informações e passa a assumir um papel ativo na construção do conhecimento, participando da formulação de hipóteses, da definição de estratégias de resolução e da análise dos resultados obtidos.

No ensino de Geometria Espacial, a Modelagem Matemática possibilita a exploração concreta dos sólidos geométricos por meio da construção de protótipos, medições e experimentações. Essa abordagem contribui para o desenvolvimento da visualização espacial, ao permitir que os estudantes manipulem objetos tridimensionais, observem suas propriedades e estabeleçam relações entre diferentes grandezas.

Além disso, a modelagem promove a compreensão de que os modelos matemáticos são representações simplificadas da realidade, cuja validade depende das hipóteses assumidas. Esse aspecto é fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico, uma vez que leva o estudante a analisar as limitações dos modelos e a refletir sobre a adequação das soluções encontradas.

A articulação entre Modelagem Matemática e questões do ENEM potencializa ainda mais essa proposta, uma vez que as situações-problema presentes no exame exigem exatamente esse tipo de abordagem: interpretação de contextos, construção de modelos e validação de resultados. Dessa forma, a modelagem não apenas contribui para a aprendizagem conceitual, mas também prepara os estudantes para enfrentar desafios avaliativos de forma mais autônoma e reflexiva.

Objetivos e relevância do produto educacional

O presente produto educacional tem como objetivo apresentar uma sequência didática fundamentada na Modelagem Matemática, voltada ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, tomando como referência situações-problema inspiradas em questões do ENEM. A proposta busca contribuir para o desenvolvimento da compreensão conceitual, da capacidade de interpretação de problemas e da habilidade de validar resultados em contextos reais.

Ao integrar atividades investigativas, construção de modelos físicos e análise comparativa entre resultados teóricos e experimentais, o material propõe uma abordagem que articula teoria e prática, favorecendo a aprendizagem significativa. Além disso, a sequência didática foi estruturada de modo a possibilitar sua aplicação em diferentes contextos escolares, utilizando materiais de baixo custo e estratégias metodológicas acessíveis.

A relevância deste produto educacional reside na sua contribuição para o aprimoramento das práticas pedagógicas no ensino de Matemática, especialmente no que se refere à Geometria Espacial. Ao propor uma metodologia que valoriza a investigação, a experimentação e a contextualização, o material responde às demandas contemporâneas da educação, alinhando-se às orientações da BNCC e às competências avaliadas no ENEM.

Além disso, o produto apresenta potencial de replicabilidade, podendo ser adaptado por professores de diferentes realidades escolares, o que amplia seu alcance e impacto educacional. Nesse sentido, constitui-se não apenas como um recurso didático, mas como uma proposta de inovação pedagógica que busca contribuir para a formação de estudantes mais críticos, autônomos e capazes de utilizar a Matemática como ferramenta de compreensão da realidade.

OBJETIVOS

Objetivo Geral

Desenvolver e aplicar uma sequência didática baseada em modelagem matemática, utilizando questões do ENEM como situações-problema para o ensino de Geometria Espacial, promovendo compreensão conceitual, argumentação e validação experimental.

Objetivos Específicos

- Interpretar questões do ENEM envolvendo sólidos geométricos sob a perspectiva da modelagem matemática;
- Construir modelos geométricos físicos em escala;
- Comparar resultados teóricos e experimentais;
- Analisar discrepâncias entre modelo matemático e realidade;
- Desenvolver competências relacionadas à resolução de problemas contextualizados;
- Avaliar o impacto da sequência didática por meio de pré-teste e pós-teste com questões do ENEM.

1 FUNDAMENTAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO

1.1 Modelagem Matemática e Ensino de Geometria

A Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, tem sido compreendida como uma abordagem investigativa que articula situações da realidade à construção de representações matemáticas, possibilitando a compreensão, análise e interpretação de fenômenos. Conforme Bassanezi (2002), modelar consiste em transformar situações reais em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas no contexto original. Trata-se, portanto, de um processo dinâmico que envolve representação, análise e validação.

Almeida, Silva e Vertuan (2016) destacam que o modelo matemático é uma representação simplificada da realidade, construída com o objetivo de descrever, explicar ou prever o comportamento de determinado fenômeno. Essa simplificação não implica empobrecimento conceitual, mas organização das variáveis relevantes à análise do problema. Nesse sentido, a modelagem não é apenas um recurso metodológico, mas um processo estruturado que envolve etapas interdependentes.

No contexto deste caderno pedagógico, a modelagem envolve:

- Problematização da situação, a partir de um contexto real ou de uma questão do ENEM;
- Simplificação da realidade, com identificação das variáveis essenciais;
- Construção do modelo matemático, por meio de expressões, fórmulas ou relações geométricas;
- Resolução, utilizando procedimentos matemáticos adequados;
- Validação e interpretação, confrontando o resultado com a situação inicial e analisando sua plausibilidade.

Burak (1992) ressalta que a modelagem, ao partir do interesse do grupo e da investigação de situações do cotidiano, favorece o envolvimento dos estudantes e o desenvolvimento do pensamento crítico. Assim, o valor pedagógico da modelagem reside não apenas na solução obtida, mas no percurso investigativo realizado.

No ensino de Geometria Espacial, essa abordagem assume relevância particular. Historicamente, conforme aponta Lorenzato (1995), a Geometria tem sido frequentemente relegada a segundo plano ou apresentada de maneira excessivamente formalista, o que compromete o desenvolvimento do raciocínio visual e espacial. Quando abordada apenas por meio de fórmulas e procedimentos algorítmicos, a Geometria Espacial limita a compreensão conceitual dos estudantes, reduzindo sólidos geométricos a expressões simbólicas descontextualizadas.

A Modelagem Matemática permite superar essa limitação ao favorecer:

- Visualização concreta dos sólidos;
- Construção de protótipos físicos em escala;
- Comparação entre resultados teóricos e experimentais;
- Interpretação de fenômenos tridimensionais em contextos reais.

Ao construir modelos físicos de cilindros, cones ou recipientes e comparar medidas experimentais com cálculos teóricos, o estudante compreende, por exemplo, que o volume depende da relação cúbica entre as dimensões lineares, internalizando o significado das fórmulas. Esse movimento fortalece o raciocínio geométrico e amplia a capacidade de interpretação espacial, aspectos fundamentais tanto para a formação matemática quanto para o desempenho em avaliações externas.

1.2 Relação com o ENEM e a BNCC

A articulação entre Modelagem Matemática, Geometria Espacial e ENEM constitui eixo central desta proposta pedagógica. As questões de Geometria no ENEM exigem, predominantemente, interpretação de contextos, identificação de variáveis relevantes e construção implícita de modelos matemáticos. Não se trata apenas da aplicação direta de fórmulas, mas da compreensão estrutural do problema.

A matriz de referência do exame valoriza competências relacionadas à resolução de problemas, análise de grandezas e interpretação de representações espaciais. Assim, o estudante precisa:

- Traduzir situações contextualizadas para a linguagem matemática;
- Estabelecer relações entre área, volume e proporcionalidade;
- Avaliar a coerência dos resultados obtidos.

Nesse cenário, a Modelagem Matemática apresenta convergência direta com as competências avaliadas, pois estrutura o processo de resolução segundo as mesmas etapas cognitivas exigidas pelo exame: compreensão do problema, matematização, resolução e validação.

Além disso, a proposta está alinhada às orientações da Base Nacional Comum Curricular, que enfatiza a investigação, a resolução de problemas e a modelagem como práticas essenciais no Ensino Médio. A habilidade EM13MAT301, por exemplo, orienta que o estudante seja capaz de resolver e elaborar problemas em contextos diversos, avaliando a razoabilidade dos resultados obtidos.

A BNCC destaca ainda, em suas competências gerais, a importância de exercitar a curiosidade intelectual, formular hipóteses, testar previsões e analisar criticamente soluções (BRASIL, 2018). Tais princípios dialogam diretamente com a estrutura da modelagem.

Conforme D'Ambrosio (2009) argumenta, as transformações nos modos de produzir conhecimento exigem práticas pedagógicas que valorizem investigação e contextualização. Nesse sentido, a proposta aqui apresentada responde às demandas contemporâneas do ensino de Matemática ao integrar:

- Contextualização por meio de questões do ENEM;
- Construção de modelos matemáticos;
- Experimentação e validação empírica;
- Análise crítica dos resultados.

Assim, a relação entre Modelagem Matemática, ENEM e BNCC não é circunstancial, mas epistemológica e metodológica, estruturando a proposta deste caderno pedagógico.

- Traduzir situações contextualizadas para a linguagem matemática;
- Estabelecer relações entre área, volume e proporcionalidade;
- Avaliar a coerência dos resultados obtidos.

Nesse cenário, a Modelagem Matemática apresenta convergência direta com as competências avaliadas, pois estrutura o processo de resolução segundo as mesmas etapas cognitivas exigidas pelo exame: compreensão do problema, matematização, resolução e validação.

Além disso, a proposta está alinhada às orientações da Base Nacional Comum Curricular, que enfatiza a investigação, a resolução de problemas e a modelagem como práticas essenciais no Ensino Médio. A habilidade EM13MAT301, por exemplo, orienta que o estudante seja capaz de resolver e elaborar problemas em contextos diversos, avaliando a razoabilidade dos resultados obtidos.

A BNCC destaca ainda, em suas competências gerais, a importância de exercitar a curiosidade intelectual, formular hipóteses, testar previsões e analisar criticamente soluções (BRASIL, 2018). Tais princípios dialogam diretamente com a estrutura da modelagem.

Conforme D'Ambrosio (2009) argumenta, as transformações nos modos de produzir conhecimento exigem práticas pedagógicas que valorizem investigação e contextualização. Nesse sentido, a proposta aqui apresentada responde às demandas contemporâneas do ensino de Matemática ao integrar:

- Contextualização por meio de questões do ENEM;
- Construção de modelos matemáticos;
- Experimentação e validação empírica;
- Análise crítica dos resultados.

Assim, a relação entre Modelagem Matemática, ENEM e BNCC não é circunstancial, mas epistemológica e metodológica, estruturando a proposta deste caderno pedagógico.

1.3 Abordagem Metodológica da Sequência Didática

A sequência didática proposta organiza-se a partir de uma perspectiva interventiva e investigativa, inspirada no percurso metodológico descrito na dissertação. A estrutura contempla quatro momentos articulados:

1. Diagnóstico inicial

A sequência inicia-se com a aplicação de um pré-teste composto por questões do ENEM, com o objetivo de identificar conhecimentos prévios, dificuldades conceituais e estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas de Geometria Espacial. Essa etapa permite mapear lacunas relacionadas à visualização espacial, interpretação de enunciados e aplicação de relações métricas.

2. Desenvolvimento de oficinas

O núcleo da proposta consiste em oficinas de Modelagem Matemática organizadas a partir de problemas inspirados em questões do ENEM. Cada oficina envolve:

- Análise coletiva da situação-problema;
- Identificação das variáveis envolvidas;
- Construção do modelo matemático;
- Resolução e registro dos procedimentos;
- Construção de protótipos físicos em escala;
- Discussão coletiva dos resultados.

Nessa fase, o professor atua como mediador, conforme defendem Biembengut e Hein (2018), estimulando a investigação e orientando a sistematização dos conceitos.

3. Validação experimental

Após a construção do modelo matemático, os estudantes realizam a validação experimental por meio de protótipos físicos (silos, recipientes com esferas, cones, cilindros).

Essa etapa envolve:

- Medição de grandezas reais;
- Comparação entre valores teóricos e experimentais;
- Análise de discrepâncias;
- Discussão sobre simplificações do modelo.

Conforme Almeida, Silva e Vertuan (2016), a validação constitui etapa essencial da modelagem, pois evidencia limites e potencialidades da representação construída.

4. Avaliação final comparativa

Ao término da sequência, aplica-se um pós-teste também composto por questões do ENEM, possibilitando a comparação com o diagnóstico inicial.

A análise comparativa permite avaliar:

- Evolução conceitual;
- Ampliação da capacidade interpretativa;
- Desenvolvimento da autonomia na resolução de problemas.

Essa organização metodológica articula teoria, prática e avaliação, favorecendo aprendizagem significativa e alinhamento às competências requeridas pelo ENEM.

2 ESTRUTURA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática apresentada neste caderno pedagógico fundamenta-se na Modelagem Matemática como eixo metodológico para o ensino de Geometria Espacial. Sua organização considera o perfil dos estudantes, a realidade escolar e as exigências formativas do Ensino Médio, especialmente no que se refere às competências avaliadas no ENEM.

A estrutura articula diagnóstico inicial, desenvolvimento de oficinas investigativas, validação experimental e avaliação final comparativa, promovendo integração entre teoria, prática e reflexão crítica.

2.1 Público-Alvo e Organização

A sequência didática destina-se a estudantes da 3ª série do Ensino Médio, preferencialmente em turmas que estejam em fase de consolidação dos conteúdos de Geometria Espacial ou em processo de revisão para o ENEM.

A escolha desse público justifica-se por três fatores principais:

1. Necessidade de aprofundamento conceitual em conteúdos de área e volume de sólidos;
2. Proximidade com avaliações externas, especialmente o ENEM;
3. Maturidade cognitiva adequada para atividades investigativas e experimentais.

A organização da turma pode ocorrer em 4 grupos colaborativos de 5 a 8 estudantes, e cada grupo com uma situação problema, favorecendo:

- Discussão de estratégias de resolução;
- Construção coletiva de modelos matemáticos;
- Divisão de tarefas na construção dos protótipos;
- Socialização de resultados.

O professor assume papel de mediador do processo, orientando a problematização, incentivando a formulação de hipóteses e conduzindo a sistematização conceitual ao final de cada atividade.

A sequência está estruturada em quatro momentos pedagógicos:

1. Diagnóstico inicial (pré-teste)
2. Oficinas de Modelagem Matemática
3. Validação experimental dos modelos
4. Avaliação final comparativa (pós-teste)

Essa organização garante coerência metodológica e permite acompanhamento do desenvolvimento das habilidades ao longo do processo.

2.2 Cronograma e Recursos

A sequência didática pode ser desenvolvida em aproximadamente 12 a 18 aulas de 50 minutos, podendo ser adaptada conforme a realidade da escola.

Quadro 1 - Proposta de cronograma da sequência didática

Semana	Número de aulas	Atividades
1ª semana	2 aulas	Aplicação do pré-teste diagnóstico com cinco questões contextualizadas do ENEM e Instrumento de Pesquisa sobre dificuldades de aprendizagem em Geometria Espacial.
2ª semana	3 aulas	Introdução à Modelagem Matemática por meio de discussão orientada, análise do pré-teste, análise coletiva da situação-problema e organização dos grupos de trabalho.
3ª semana	3 aulas	Construção dos modelos físicos tridimensionais (cilindro, cone e sólidos compostos), com utilização de materiais de baixo custo, medições e ajustes estruturais.
4ª semana	4 aulas	Continuidade da construção e validação dos modelos: realização de cálculos matemáticos, medições experimentais de volume, massa e capacidade; discussão orientada sobre discrepâncias entre resultados teóricos e experimentais; preparação das apresentações dos grupos.

5ª semana	2 aulas	Socialização dos resultados por meio de apresentações orais dos grupos e exposição dos modelos, com mediação docente.
6ª semana	2 aulas	Aplicação do pós-teste avaliativo, composto por cinco questões do ENEM de complexidade semelhante às do pré-teste e com habilidades comuns.

Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

O cronograma pode ser ajustado conforme carga horária disponível.

Recursos Didáticos Necessários

A utilização de materiais concretos é essencial para a validação experimental dos modelos e para o desenvolvimento da visualização espacial.

Quadro 2 – Recursos didáticos necessários para aplicação da sequência didática

Categoria	Recursos
Materiais manipuláveis	Papel cartão ou cartolina; papel A4; papel alumínio; isopor; tesoura; régua; transferidor; micrômetro; cola adesiva; cola de isopor; tinta guache; pincel; recipientes transparentes (garrafa PET); arroz ou areia (para simulação de volume); esferas ou bolinhas; água; proveta ou copo graduado; balança simples; barbante; fita métrica.
Recursos pedagógicos	Projeter multimídia; questões impressas do ENEM; fichas de registro das atividades; calculadora simples.
Recursos digitais (opcional)	Planilhas eletrônicas; simuladores geométricos.

Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

Os recursos didáticos apresentados no quadro anterior foram selecionados com o objetivo de favorecer a aprendizagem por meio da experimentação, da visualização e da construção de modelos geométricos. A utilização de materiais manipuláveis possibilita aos estudantes explorar conceitos de Geometria Espacial de forma concreta, permitindo relacionar representações tridimensionais com suas formulações matemáticas.

Além disso, os recursos pedagógicos e digitais contribuem para ampliar as estratégias de ensino, possibilitando a apresentação de problemas contextualizados, a análise de diferentes representações geométricas e o registro sistemático das atividades desenvolvidas. Dessa forma, a combinação desses recursos busca promover um ambiente de aprendizagem investigativo, no qual os estudantes possam construir e validar modelos matemáticos a partir de situações-problema inspiradas em questões do ENEM.

2.3 Estratégias de Avaliação

A avaliação na sequência didática assume caráter diagnóstico, formativo e somativo, priorizando a compreensão conceitual e o desenvolvimento das competências matemáticas.

Avaliação Diagnóstica

Realizada por meio do pré-teste com cinco questões do ENEM, permite:

- Identificar lacunas conceituais;
- Mapear dificuldades na interpretação de problemas;
- Avaliar o nível inicial de domínio das habilidades relacionadas à Geometria Espacial.

Avaliação Formativa

Ocorre ao longo das oficinas, considerando a participação nas discussões em grupo, coerência na construção do modelo matemático, capacidade de justificar procedimentos, análise crítica das discrepâncias entre modelo teórico e experimental.

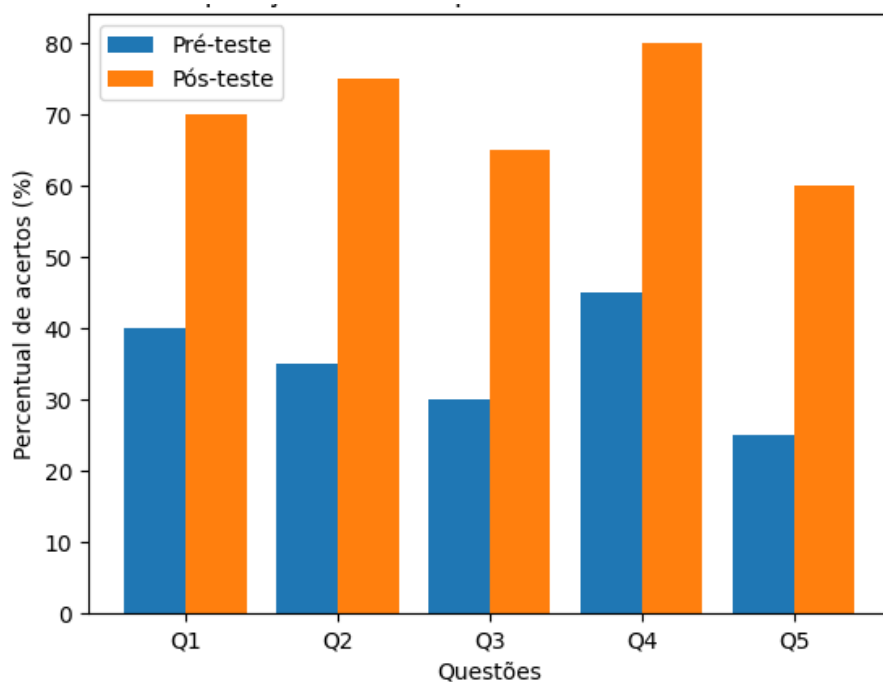
Registros escritos das atividades. O erro é tratado como elemento de reflexão e não como falha definitiva.

Avaliação Somativa Comparativa

Realizada por meio do pós-teste (5 questões do ENEM), aplicado ao final da sequência. A análise comparativa entre pré e pós-teste permite verificar evolução no desempenho, identificar consolidação das habilidades, avaliar impacto da metodologia. Os resultados podem ainda ser organizados por meio de tabulação em tabelas ou gráficos, possibilitando uma visualização clara da evolução da aprendizagem.

A seguir apresenta-se um exemplo de como dessa organização.

Gráfico 1 - Comparação de desempenho entre pré-teste e pós-teste



Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

Tabela 1 – Comparação de acertos no pré-teste e pós-teste

Questão	Pré-teste (% de acertos)	Pós-teste (% de acertos)
Q1	40%	70%
Q2	35%	75%
Q3	30%	65%
Q4	45%	80%
Q5	25%	60%

Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

A representação dos dados por meio de tabelas e gráficos é importante por permitir uma visualização clara e organizada dos resultados obtidos pelos estudantes. Essa forma de apresentação facilita a comparação entre o pré-teste e o pós-teste, possibilitando identificar avanços na aprendizagem e analisar o impacto da sequência didática no desenvolvimento das habilidades trabalhadas.

A avaliação da sequência didática fundamenta-se na análise da compreensão conceitual e da capacidade de resolução de problemas em Geometria Espacial. São considerados como critérios: a interpretação adequada do enunciado, a construção correta do modelo matemático, o uso coerente de fórmulas e relações geométricas, a argumentação lógica e a validação crítica dos resultados obtidos.

A proposta está alinhada às orientações da Base Nacional Comum Curricular, especialmente no que se refere ao desenvolvimento da modelagem matemática, da resolução de problemas e da análise de grandezas no Ensino Médio. Nesse sentido, mobiliza habilidades como analisar relações entre grandezas, interpretar representações geométricas e resolver problemas contextualizados — competências também exigidas no ENEM.

Organizada como um percurso investigativo, a sequência inicia-se com diagnóstico inicial, desenvolve atividades de modelagem contextualizadas, integra experimentação concreta para validação dos modelos e culmina em avaliação comparativa. Essa estrutura assegura coerência metodológica, articulação entre teoria e prática e alinhamento às demandas formativas do Ensino Médio.

2.4 Habilidades da BNCC Desenvolvidas

Quadro 3 - Habilidades da BNCC desenvolvidas na sequência didática

Código da habilidade	Descrição da habilidade	Relação com a sequência didática
EM13MAT301	Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de áreas e volumes de sólidos geométricos em diferentes contextos.	Utilizada nas atividades de modelagem envolvendo cilindros, cones e outros sólidos estudados nas oficinas.
EM13MAT302	Construir e interpretar modelos matemáticos que representem situações reais, utilizando diferentes representações geométricas.	Desenvolvida na elaboração de modelos matemáticos a partir de problemas inspirados em questões do ENEM.
EM13MAT303	Interpretar e utilizar representações geométricas para analisar relações entre grandezas e resolver problemas contextualizados.	Mobilizada nas atividades de análise de estruturas geométricas presentes nas situações-problema trabalhadas.
EM13MAT401	Utilizar diferentes estratégias de resolução de problemas, argumentando matematicamente e validando resultados obtidos.	Desenvolvida nas etapas de construção, resolução e validação dos modelos matemáticos nas oficinas.

Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

2.5 Competências e habilidades do ENEM Desenvolvidas

Quadro 4 – Competências e habilidades do ENEM mobilizadas na sequência didática

Competência	Habilidade	Descrição
Competência 2	H6	Interpretar a localização e a movimentação de pessoas ou objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
Competência 2	H7	Identificar características de figuras planas ou espaciais.
Competência 2	H8	Resolver situações-problema que envolvam conhecimentos geométricos de espaço e forma.
Competência 2	H9	Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
Competência 3	H10	Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
Competência 3	H12	Resolver situações-problema que envolvam medidas de grandezas.
Competência 3	H13	Avaliar resultados de medições e cálculos de grandezas, considerando o contexto da situação.
Competência 3	H14	Utilizar escalas, razões e proporções na resolução de problemas geométricos e de representação espacial.

Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

2.6 Quadro Síntese da Sequência Didática

Quadro 5 - Síntese da Sequência Didática

Etapa	Objetivo	Atividade Principal	Produto Esperado
Diagnóstico inicial	Identificar conhecimentos prévios dos estudantes	Aplicação do pré-teste com questões do ENEM	Levantamento do nível inicial da turma
Oficina 1 – Silo de grãos	Compreender relações de volume em sólidos	Modelagem matemática do silo e construção de protótipo	Modelo geométrico do silo
Oficina 2 – Empacotamento de esferas	Analisar ocupação de volume	Experimento com esferas em recipientes	Comparação entre volume teórico e experimental
Oficina 3 – Redução de volume em cones	Estudar relações entre raio, altura e volume	Construção de cones em escala	Análise das variações de volume
Oficina 4 – Cilindros e otimização	Investigar relação entre área e volume	Construção de cilindros com diferentes dimensões	Comparação entre modelos
Avaliação final	Verificar avanços na aprendizagem	Aplicação do pós-teste	Comparação entre resultados

Fonte: Elaborado pelo o autor, 2026.

3 PROBLEMAS EM GEOMETRIA ESPACIAL

O presente capítulo apresenta o conjunto de oficinas que compõem o núcleo da sequência didática, estruturadas a partir da Modelagem Matemática e fundamentadas em situações-problema inspiradas em questões do ENEM. A proposta visa articular conceitos de Geometria Espacial à experimentação concreta, promovendo a construção, validação e análise crítica de modelos matemáticos.

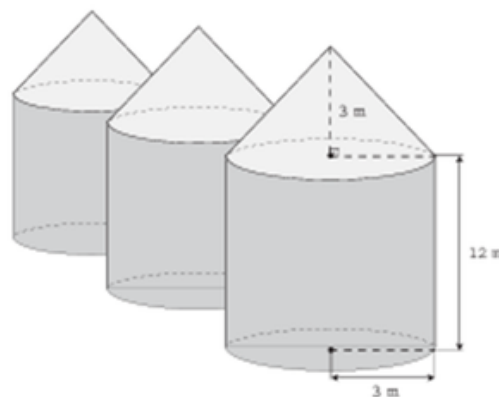
Cada oficina segue as etapas da modelagem: problematização, simplificação da realidade, construção do modelo matemático, resolução, validação experimental e interpretação dos resultados. Essa organização favorece a compreensão conceitual e amplia a capacidade de análise espacial dos estudantes.

3.1 O Silo de Grãos: Um Estudo de Caso

Figura 1 - Questão 136 (ENEM 2016 – Caderno Azul)

QUESTÃO 136

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- A 6.
- B 16.
- C 17.
- D 18.
- E 21.

Fonte: INEP, 2016.

A primeira oficina parte da análise de um silo utilizado para armazenamento de grãos, modelado matematicamente como um cilindro. A situação-problema propõe determinar a capacidade máxima de armazenamento e discutir a adequação do modelo adotado.

Inicialmente, promove-se a problematização por meio de uma questão contextualizada semelhante às abordadas no ENEM, envolvendo cálculo de volume e interpretação de grandezas. Os estudantes são conduzidos a identificar as variáveis relevantes — raio e altura — e a reconhecer que o silo pode ser simplificado como um cilindro perfeito, desconsiderando-se a espessura das paredes e possíveis irregularidades estruturais.

O modelo matemático construído é dado por:

Raio da base comum (r): 3 metros.

Altura da parte do cilindro (h_1): 12 metros.

Altura da parte cone (h_2): 3 metros.

Capacidade do caminhão (K): 20 m³ por viagem.

π : aproximada como 3.

$$V_{total} = V_1 + V_2$$

(i) Volume do Cilindro: $V_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h_1$

(ii) Volume do Cone: $V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_2$

$$V_{total} = V_1 + V_2 \Rightarrow$$

$$V_{total} = (3 \cdot 3^2 \cdot 12) + \left(\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 3\right) \Rightarrow$$

$$V_{total} = (3 \cdot 9 \cdot 12) + (9 \cdot 3) \Rightarrow$$

$$V_{total} = 324 + 27 \Rightarrow$$

$$V_{total} = 351 \text{ m}^3$$

:

$$N = \frac{351}{20} = 17,55$$

Número mínimo necessário de viagens é 18.

Após o cálculo do volume teórico, realiza-se a validação experimental por meio da construção de um protótipo em escala reduzida. Recomenda-se uma escala entre 1:50 e 1:100 e uma criação da capacidade do caminhão com dimensões de livre escolha.

Figura 2 – Construção do modelo físico do silo de grãos construído em escala reduzida



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

O protótipo é preenchido com material granular (areia ou arroz) e o volume é medido com auxílio de recipiente graduado. Pode usar a balança de precisão para comparar as massas. A comparação entre valor teórico e experimental permite discutir discrepâncias decorrentes de imprecisões na construção, compactação do material e limitações da idealização matemática.

Essa atividade evidencia que o modelo matemático representa uma aproximação da realidade e que sua validade depende das hipóteses assumidas.

Habilidades BNCC: EM13MAT302, EM13MAT303

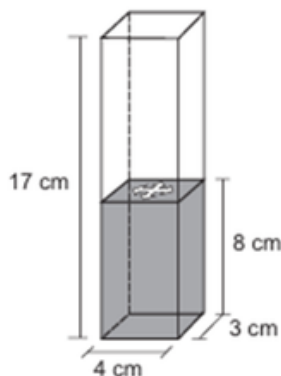
3.2 Empacotamento e Deslocamento de Volume

Figura 3 - Questão 164 (ENEM 2020 – Caderno cinza))

Questão 164

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

- A** 14.
- B** 16.
- C** 18.
- D** 30.
- E** 34.

Fonte: INEP, 2020.

A segunda oficina aborda o conceito de deslocamento de volume a partir da inserção de esferas em um recipiente cilíndrico contendo água. A situação-problema investiga a elevação do nível do líquido após a imersão das esferas.

O processo inicia-se com a identificação das grandezas envolvidas e com a simplificação da realidade, considerando-se esferas perfeitas e desconsiderando inicialmente os espaços vazios entre elas.

O modelo matemático é representado por:

Geometria do Recipiente (Paralelepípedo): Base de 4 cm x 3 cm.

Altura total do recipiente (h_t): 17 cm

Altura inicial da água (h_i): 8 cm

Altura mínima necessária da água para retirar o objeto (h_f): 15 cm

Volume de cada bolinha (V_b): 6 cm³

A variação de altura da coluna de água é dado por:

$$\Delta_h = 15 - 8 = 7\text{ cm}$$

O aumento do nível da água corresponde a:

$$V_n = A_b \cdot \Delta_h$$

$$V_n = 12 \cdot 7 = 84\text{ cm}^3$$

Seja n o número de bolinhas.

$$n = \frac{84}{6} = 14$$

Matematicamente o modelo é coerente, pois a articulação algébrica mostra o resultado esperado, mas para isso precisa-se do experimento prático.

Para a construção do recipiente pode ser utilizada uma garrafa PET. As esferas podem ser representadas por bolas de gude, permitindo verificar se o volume ocupado corresponde ao esperado. Caso o volume da esfera não seja atingido, pode-se utilizar materiais de revestimento, como papel alumínio ou massa de modelar, para ajustar. A verificação do volume da esfera pode ser realizada utilizando o próprio recipiente como referência inserindo-a e verificando o aumento de 12 cm³ do volume, ou seja, 0,5 cm da altura da água.

Na etapa experimental, os estudantes medem o nível inicial da água, inserem as esferas e registram a nova altura atingida.

Figura 4 – Construção do modelo físico do recipiente com esferas



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

A análise comparativa dos resultados permite discutir a presença de espaços vazios entre as esferas e a necessidade de ajustes no modelo matemático utilizado. Essa reflexão contribui para que os estudantes compreendam que, em situações reais, as idealizações geométricas nem sempre representam perfeitamente os objetos físicos, ampliando o entendimento do conceito de volume em contextos tridimensionais.

Nesse contexto, pode-se relacionar a atividade ao Princípio de Arquimedes, segundo o qual o empuxo exercido sobre um corpo imerso em um fluido é igual ao peso do fluido deslocado. Esse princípio indica que apenas o volume efetivamente ocupado pelo sólido contribui para o deslocamento da água, permitindo aos estudantes perceber que os espaços vazios entre as esferas não participam desse deslocamento.

Dessa forma, a discussão contribui para aprofundar a compreensão do conceito de volume e das limitações dos modelos matemáticos utilizados na representação de situações reais.

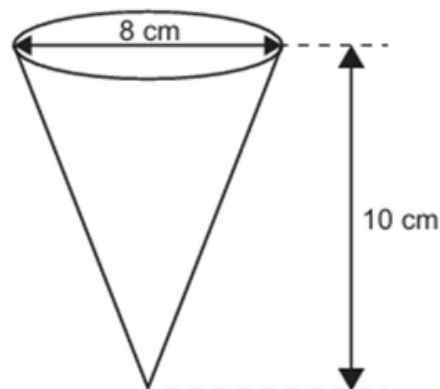
Habilidades BNCC: EM13MAT302, EM13MAT303

3.3 Redução de Volume em Cones

Figura 5 - Questão 148 (ENEM 2022 – Caderno Amarelo)

QUESTÃO 148

Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A** 1,52.
- B** 3,24.
- C** 3,60.
- D** 6,48.
- E** 7,20.

Fonte: INEP, 2022.

Nesta oficina, investiga-se o impacto da redução proporcional das dimensões lineares sobre o volume de um cone. A questão central problematiza uma ideia intuitiva comum entre estudantes: ao reduzir o volume do cone em 19%, qual será o novo raio? Em quantos por cento o raio diminui?

O modelo matemático teórico é representado por:

Diâmetro da base igual a 8 cm

Raio do cone original: $r_1 = 4 \text{ cm}$.

Altura: $h = 10 \text{ cm}$.

Aplicando o cálculos dos volumes:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = \frac{160}{3} \pi \quad (i)$$

o volume do novo cone corresponde a:

$$V_2 = 0,81 \cdot V_1$$

Seu volume é dado por:

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot 10 \quad (ii)$$

Por (i) e (ii), obtém-se:

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot 10 = 0,81 \cdot \frac{160}{3} \pi$$

$$10r_2^2 = 129,6 \Rightarrow$$

$$r_2^2 = 12,96 \Rightarrow$$

$$r_2 = \sqrt{12,96} \Rightarrow$$

$$r_2 = 3,6 \text{ cm}$$

É importante observar, no modelo matemático construído, a redução aproximada de 10% do volume em relação ao cone inicial. Essa discussão com os estudantes é necessária, pois permite analisar a proporcionalidade entre os volumes envolvidos e compreender como essa relação influencia os resultados obtidos.

Para consolidar essa compreensão, os estudantes constroem dois protótipos: um cone original e outro com dimensões reduzidas proporcionalmente com o raio encontrado.

Figura 6 – Construção dos protótipos dos cones e validação experimental com sorvete



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

Após a construção o processo de validação será provado através da massa do material utilizado para preenchimento do cone, utilizando uma balança de precisão.

A experimentação, realizada com preenchimento por areia, sorvete, chocolate ou outro material granular, confirma que a redução do volume ocorre em proporção cúbica.

A atividade possibilita superar interpretações lineares equivocadas e fortalece o entendimento das relações entre grandezas espaciais. Além disso, permite aos estudantes comparar o modelo teórico com o resultado prático observado no experimento, favorecendo uma análise mais crítica das relações matemáticas envolvidas.

Nesse processo, torna-se possível discutir como variações no raio influenciam diretamente o volume e, consequentemente, a quantidade de material utilizada (massa), evidenciando que pequenas mudanças no raio podem gerar variações significativas nessas grandezas. Dessa forma, os estudantes ampliam a compreensão das relações entre raio, volume e massa em contextos tridimensionais.

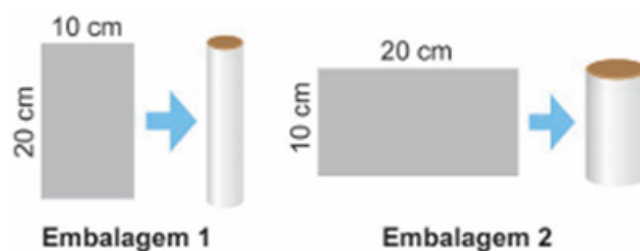
Habilidades BNCC: EM13MAT305, EM13MAT302

3.4 Cilindros e suas Propriedades

Figura 7 - Questão 175 (ENEM 2024 – Caderno Azul)

QUESTÃO 175

Uma indústria faz uma parceria com uma distribuidora de sucos para lançar no mercado dois tipos de embalagens. Para a fabricação dessas embalagens, a indústria dispõe de folhas de alumínio retangulares, de dimensões 10 cm por 20 cm. Cada uma dessas folhas é utilizada para formar a superfície lateral da embalagem, em formato de cilindro circular reto, que posteriormente recebe fundo e tampa circulares. A figura ilustra, dependendo de qual das duas extensões será utilizada como altura, as duas opções para formar a possível embalagem.



Dentre essas duas embalagens, a de maior capacidade apresentará volume, em centímetro cúbico, igual a

- A 4000π
- B 2000π
- C $\frac{4000}{\pi}$
- D $\frac{1000}{\pi}$
- E $\frac{500}{\pi}$

Fonte: INEP, 2024.

A última oficina explora relações entre área lateral e volume em cilindros, com enfoque em comparação e análise de variações dimensionais. A situação-problema apresenta dois cilindros com mesma área lateral, porém com alturas diferentes, questionando qual deles possui maior volume.

Inicialmente para mostrar o modelo matemático é importante calcular a área da lateral comum aos dois cilindros.

Dimensões da folha: 20 cm x 10 cm

$$\text{Área Lateral} = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$$

Os volumes dos cilindros são dados por:

$$2\pi r_1 = 10 \Rightarrow$$

$$r_1 = \frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi}$$

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1$$

$$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 \cdot 20 \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{500}{\pi}$$

daí,

$$2\pi r_2 = 20 \Rightarrow$$

$$r_2 = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi}$$

$$V_2 = \pi r_2^2 h_2$$

$$V_2 = \pi \cdot \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 \cdot 10 \Rightarrow$$

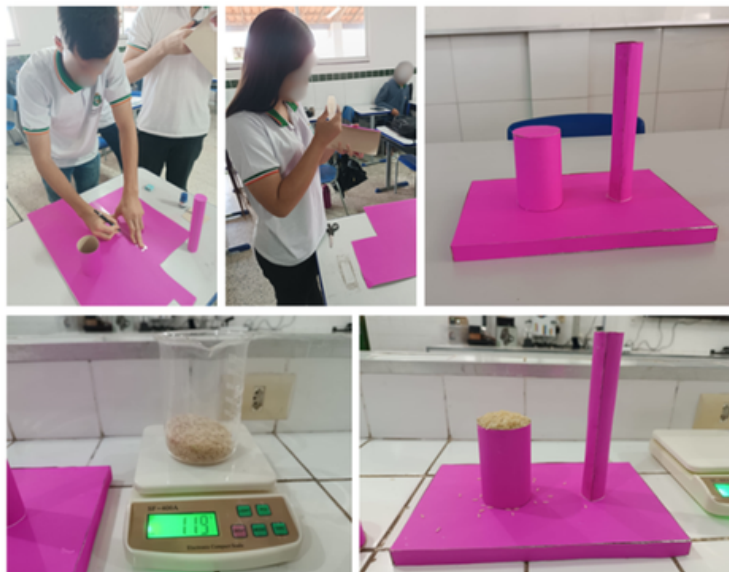
$$V_2 = \frac{1000}{\pi}$$

Mantendo a área lateral nos dois cilindros, os estudantes investigam como alterações no raio e na altura influenciam o volume total.

A construção de protótipos físicos com mesma área lateral permite verificar empiricamente as diferenças de capacidade. Essa diferença pode ser observada por meio da medição da massa utilizando materiais granulados, como arroz ou areia.

Para maior precisão na comparação dos resultados, recomenda-se utilizar uma balança de precisão, que possibilita medir com mais exatidão a quantidade de material presente em cada protótipo, permitindo relacionar as diferenças de massa às variações de volume entre os sólidos analisados.

Figura 8 – Construção dos modelos físicos dos cilindros



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026

A atividade conduz à reflexão sobre otimização e eficiência estrutural, estabelecendo conexões com aplicações práticas em engenharia, armazenamento e design industrial.

Além disso, após a realização dos experimentos, é importante que os estudantes percebam a relação entre o raio e o volume dos sólidos analisados, compreendendo que variações no raio influenciam significativamente a capacidade de armazenamento. Essa análise contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático ao relacionar resultados experimentais com os modelos teóricos estudados.

Habilidades BNCC: EM13MAT306

3.5 Integração e Análise Geral

Ao final das oficinas, promove-se uma sistematização coletiva dos resultados, enfatizando:

- A importância da problematização inicial;
- O papel das simplificações na construção do modelo;
- A necessidade de validação experimental;
- A análise crítica das discrepâncias encontradas;
- A aplicabilidade dos conceitos estudados.

Figura 9 – Socialização dos resultados da sequência didática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2026.

O conjunto das atividades contribui para o desenvolvimento da visualização espacial, da argumentação matemática e da capacidade de interpretar situações tridimensionais em contextos reais, consolidando competências exigidas tanto pela Base Nacional Comum Curricular quanto pelo ENEM.

4 AVALIAÇÃO E VALIDAÇÃO DA APRENDIZAGEM

A avaliação, nesta proposta, assume caráter formativo e comparativo, articulando diagnóstico inicial, acompanhamento do desenvolvimento e verificação final da aprendizagem. Mais do que mensurar desempenho quantitativo, busca-se validar a consolidação conceitual em Geometria Espacial e a capacidade de modelar situações contextualizadas, conforme exigido no ENEM.

O processo avaliativo organiza-se em três momentos: pré-teste, pós-teste e análise comparativa dos resultados.

4.1 Pré-Teste

O pré-teste é aplicado antes do início das oficinas de Modelagem Matemática e tem como finalidade diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos conteúdos de Geometria Espacial.

O instrumento é composto por cinco questões objetivas do ENEM, selecionadas por contemplarem cálculo de volume de sólidos (paralelepípedo, cilindro, cone e esfera), relações entre grandezas, interpretação de situações contextualizadas e análise de proporcionalidade espacial.

Objetivos do Pré-Teste

- Identificar dificuldades conceituais relacionadas a área e volume;
- Verificar o nível de compreensão de enunciados contextualizados;
- Analisar estratégias utilizadas na resolução;
- Mapear possíveis equívocos na aplicação de fórmulas.

Além do registro quantitativo de acertos, recomenda-se observar a organização dos cálculos, a coerência das justificativas (quando solicitadas), o uso correto de unidades de medida.

O pré-teste não possui caráter classificatório, mas diagnóstico, servindo como referência para comparação posterior.

4.2 Pós-Teste

O pós-teste é aplicado ao término da sequência didática, após o desenvolvimento das oficinas, construção de protótipos e validação experimental dos modelos.

Também composto por cinco questões do ENEM, selecionadas com nível de complexidade semelhante ao pré-teste, o instrumento permite avaliar a evolução da aprendizagem.

Objetivos do Pós-Teste

- Verificar consolidação dos conceitos de volume e proporcionalidade espacial;
- Avaliar a capacidade de modelar situações-problema;
- Identificar melhoria na interpretação e análise crítica dos resultados;
- Comparar desempenho inicial e final.

Espera-se que, após a vivência da modelagem, os estudantes demonstrem maior segurança na escolha das fórmulas, uma melhor organização do raciocínio e a capacidade de verificar a plausibilidade das respostas.

4.3 Análise Comparativa

A análise comparativa constitui etapa central da validação da aprendizagem. Ela permite verificar não apenas o aumento percentual de acertos, mas, sobretudo, a evolução qualitativa na forma de resolver problemas.

A comparação entre pré e pós-teste pode considerar:

- Percentual médio de acertos da turma;
- Evolução individual dos estudantes;
- Redução de erros conceituais recorrentes;
- Melhoria na interpretação dos enunciados;
- Uso mais adequado de modelos matemáticos.

Além da análise quantitativa, recomenda-se uma leitura qualitativa das resoluções, observando:

- Clareza na identificação das variáveis;
- Organização lógica dos cálculos;
- Capacidade de justificar procedimentos;
- Análise crítica dos resultados obtidos.

A validação da aprendizagem não se limita ao desempenho numérico. Evidencia-se também na postura investigativa desenvolvida ao longo da sequência, na participação nas discussões, na compreensão das relações espaciais e na habilidade de confrontar resultados teóricos com dados experimentais.

5 ORIENTAÇÕES PARA APLICAÇÃO E REPLICAÇÃO

Este capítulo apresenta orientações pedagógicas destinadas a professores que desejem aplicar ou adaptar a sequência didática proposta em diferentes contextos escolares. Considerando que o produto educacional deve ser replicável, sustentável e ajustável às realidades diversas do Ensino Médio brasileiro, são discutidos aspectos relacionados à organização, mediação docente, adaptação curricular e possibilidades de ampliação.

A proposta fundamenta-se na Modelagem Matemática como eixo metodológico e na resolução de problemas inspirados em questões do ENEM, articulando experimentação concreta, análise conceitual e validação crítica dos resultados.

A aplicação desta sequência didática requer planejamento prévio, organização dos materiais e clareza quanto aos objetivos formativos. A proposta pode ser desenvolvida em diferentes realidades escolares, pois utiliza recursos de baixo custo e estrutura metodológica simples, baseada nas etapas da Modelagem Matemática: problematização, simplificação, construção do modelo, resolução e validação.

O professor exerce papel central como mediador do processo investigativo, estimulando a formulação de hipóteses, a análise crítica dos resultados e a argumentação matemática. A ênfase deve recair sobre a compreensão conceitual e a interpretação das relações entre grandezas, e não apenas sobre a obtenção de resultados numéricos. O erro, nesse contexto, é compreendido como parte constitutiva da aprendizagem.

A sequência pode ser adaptada conforme a carga horária disponível, o nível da turma e as condições estruturais da escola. É possível reduzir ou ampliar o número de oficinas, até mesmo com outras questões do ENEM, bem como contextualizar os problemas à realidade local, preservando a essência investigativa da proposta. A metodologia também admite integração com recursos tecnológicos e articulação interdisciplinar, ampliando seu alcance formativo.

Seu potencial de replicabilidade decorre da organização clara das etapas, da viabilidade material e do alinhamento às orientações da Base Nacional Comum Curricular e às competências avaliadas no ENEM.

Entretanto, a replicação deve considerar as especificidades de cada contexto, mantendo o caráter investigativo e reflexivo da Modelagem Matemática.

Assim, a proposta consolida-se como alternativa metodológica viável para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, promovendo articulação entre teoria e prática, rigor conceitual e contextualização, e contribuindo para a formação matemática crítica e autônoma dos estudantes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A elaboração deste caderno pedagógico teve como objetivo apresentar uma proposta de sequência didática para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, fundamentada na perspectiva da modelagem matemática e estruturada a partir de situações-problema inspiradas em questões do ENEM. A proposta busca contribuir para a superação de práticas pedagógicas centradas exclusivamente na memorização de fórmulas e procedimentos, promovendo uma abordagem investigativa que valoriza a compreensão conceitual, a experimentação e a interpretação de fenômenos tridimensionais.

Ao longo do material, foram apresentadas atividades que articulam problematização, construção de modelos matemáticos, validação experimental e análise crítica dos resultados obtidos. Essa organização metodológica favorece o desenvolvimento de habilidades importantes para a formação matemática dos estudantes, tais como a interpretação de problemas contextualizados, a análise de relações entre grandezas, a utilização de representações geométricas e a argumentação lógica na resolução de situações-problema.

A utilização de oficinas experimentais, envolvendo a construção de protótipos e a comparação entre resultados teóricos e práticos, mostrou-se um recurso didático relevante para aproximar os conceitos matemáticos de situações concretas. Esse processo permite que os estudantes compreendam os sólidos geométricos não apenas como objetos abstratos, mas como modelos capazes de representar fenômenos presentes em diferentes contextos da realidade.

Outro aspecto relevante da proposta é a articulação entre modelagem matemática e as competências avaliadas em exames nacionais, especialmente no ENEM. Ao trabalhar com problemas contextualizados e estratégias investigativas, a sequência didática contribui para o desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas, interpretação de informações e análise de grandezas, aspectos frequentemente mobilizados nas avaliações externas.

Além disso, o produto educacional foi concebido com a preocupação de possibilitar sua replicação em diferentes contextos escolares. As orientações metodológicas apresentadas, bem como a descrição das atividades, materiais e procedimentos, buscam oferecer ao professor um suporte para a adaptação da proposta de acordo com as condições estruturais e pedagógicas de sua realidade de ensino.

Por fim, destaca-se que a proposta aqui apresentada não pretende esgotar as possibilidades de utilização da modelagem matemática no ensino de Geometria Espacial. Ao contrário, espera-se que este material possa servir como ponto de partida para novas experiências pedagógicas, incentivando professores a explorar abordagens investigativas e contextualizadas no ensino da matemática. Dessa forma, o caderno pedagógico contribui para o fortalecimento de práticas educativas que valorizem a compreensão conceitual, o pensamento crítico e a construção significativa do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem matemática na educação matemática. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Diário Oficial da União, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Brasília, DF: INEP, 2012. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/guest/enem/matriz-de-referencia>.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) 2016: prova de Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: INEP, 2016. Disponível em: <https://www.gov.br/inep>.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) 2020: prova de Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep>.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) 2022: prova de Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: INEP, 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/inep>.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) 2024: prova de Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: INEP, 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/inep>.

BURAK, Dionísio. Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Campinas: UNICAMP, 1992.
BURAK, Dionísio. Modelagem matemática e ensino. In: BRANDT, Célia Finck; BURAK, Dionísio;

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2009.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, v. 3, n. 4, p. 3–13, 1995.

REGES, ADRIANO MARCOS MAIA; ALEKSANDRE SARAIVA DANTAS; ANTONIO RONALDO GOMES GARCIA; WALTER MARTINS RODRIGUES. O ENSINO DA GEOMETRIA COM ENFOQUE NA ETNOMODELAGEM . Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar, [S. l.], v. 3, n. 7, 2020. Disponível em: <https://periodicos.apps.uern.br/index.php/RECEI/article/view/929>. Acesso em: 6 abr. 2026.

RIVAS ORTIZ, Iram Barbaro; MARRERO IGLESIAS, Susana; SOUZA OLIVEIRA, Francisco Bruno; AMBRÓSIO, Paulo Eduardo; SANCHEZ DOMINGUEZ, Dany. Técnicas de Matriz Resposta com Aproximações de Baixa Ordem Aplicadas a Problemas de Transporte de Fótons. VETOR - Revista de Ciências Exatas e Engenharias, [S. l.], v. 33, n. 2, p. 24–31, 2023. DOI: 10.14295/vetor.v33i2.16440. Disponível em: <https://periodicos.furg.br/vetor/article/view/16440>. Acesso em: 6 abr. 2026.

APÊNDICES

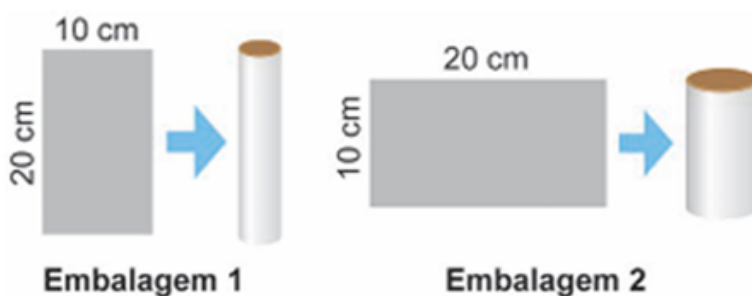
PRÉ-TESTE DIAGNÓSTICO

Nome: _____ Idade: _____

Série: _____ Turma: _____

EXERCÍCIO 1: Questão ENEM 2024.

Uma indústria faz uma parceria com uma distribuidora de sucos para lançar no mercado dois tipos de embalagens. Para a fabricação dessas embalagens, a indústria dispõe de folhas de alumínio retangulares, de dimensões 10 cm por 20 cm. Cada uma dessas folhas é utilizada para formar a superfície lateral da embalagem, em formato de cilindro circular reto, que posteriormente recebe fundo e tampa circulares. A figura ilustra, dependendo de qual das duas extensões será utilizada como altura, as duas opções para formar a possível embalagem.

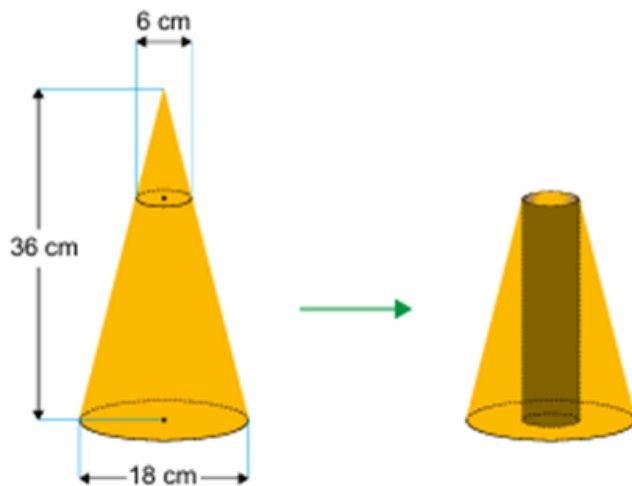


Dentre essas duas embalagens, a de maior capacidade apresentará volume, em centímetro cúbico, igual a

- A) $4\,000\pi$
- B) $2\,000\pi$
- C) $4000/\pi$
- D) $1000/\pi$
- E) $500/\pi$

EXERCÍCIO 2: Questão ENEM 2023.

Um artista plástico esculpe uma escultura a partir de um bloco de madeira de lei, em etapas. Inicialmente, esculpe um cone reto com 36 cm de altura e diâmetro da base medindo 18 cm. Em seguida, remove desse cone um cone menor, cujo diâmetro da base mede 6 cm, obtendo, assim, um tronco de cone, conforme ilustrado na figura.

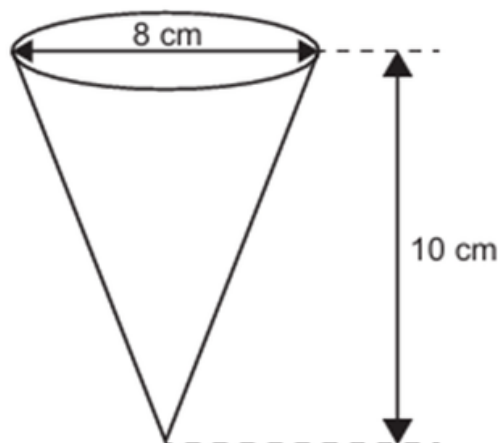


Em seguida, perfura esse tronco de cone, removendo um cilindro reto, de diâmetro 6 cm, cujo eixo de simetria é o mesmo do cone original. Dessa forma, ao final, a escultura tem a forma de um tronco de cone com uma perfuração cilíndrica de base a base. O tipo de madeira utilizada para produzir essa escultura tem massa igual a 0,6 g por centímetro cúbico de volume. Utilize 3 como aproximação para π . Qual é a massa, em grama, dessa escultura?

- A) 1 198,8
- B) 1 296,0
- C) 1 360,8
- D) 4 665,6
- E) 4 860,0

EXERCÍCIO 3: Questão ENEM 2022.

Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.

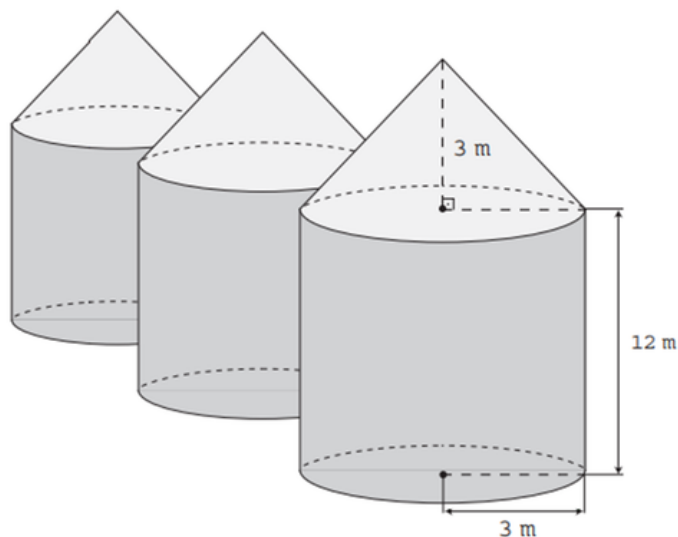


Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm. Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A) 1,52.
- B) 3,24.
- C) 3,60.
- D) 6,48.
- E) 7,20.

EXERCÍCIO 4: Questão ENEM 2016.

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



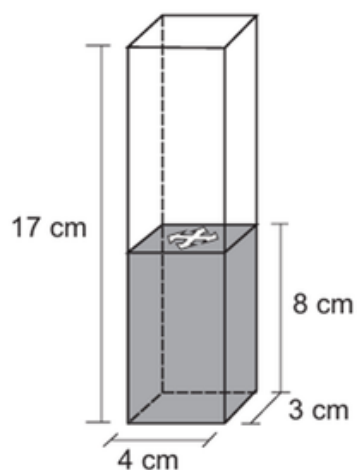
Utilize 3 como aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- A) 6
- B) 16
- C) 17
- D) 18
- E) 21

EXERCÍCIO 5: Questão ENEM 2020.

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água. Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

- A) 14.
- B) 16.
- C) 18.
- D) 30.
- E) 34.

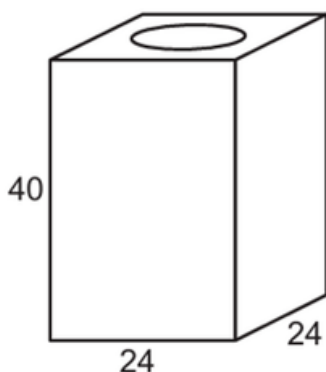
PÓS-TESTE DE AVALIAÇÃO

Nome: _____ Idade: _____

Série: _____ Turma: _____

EXERCÍCIO 1: (ENEM 2014).

Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.

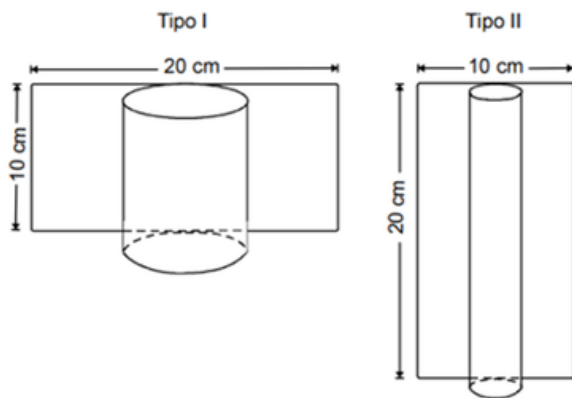


Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

- A) 14,4%
- B) 20,0%
- C) 32,0%
- D) 36,0%
- E) 64,0%

EXERCÍCIO 2: (ENEM - 2006).

Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 cm x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.



Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será

- A) o triplo.
- B) o dobro.
- C) igual.
- D) a metade.
- E) a terça parte.

EXERCÍCIO 3: (ENEM PPL - 2019).

Para decorar sua casa, uma pessoa comprou um vaso de vidro em forma de um paralelepípedo retangular, cujas medidas internas são: 40 cm de comprimento, 35 cm de largura e 60 cm de altura. Em seguida, foi até uma floricultura e escolheu uma planta aquática para colocar nesse vaso. Segundo uma proposta do gerente do local, essa pessoa avaliou a possibilidade de enfeitar o vaso colocando uma certa quantidade de pedrinhas artificiais brancas, de volume igual a 100 cm^3 cada uma delas, que ficarão totalmente imersas na água que será colocada no vaso. O gerente alertou que seria adequado, em função da planta escolhida, que metade do volume do vaso fosse preenchido com água e que, após as pedrinhas colocadas, a altura da água deveria ficar a 10 cm do topo do vaso, dando um razoável espaço para o crescimento da planta. A pessoa aceitou as sugestões apresentadas, adquirindo, além da planta, uma quantidade mínima de pedrinhas, satisfazendo as indicações do gerente. Nas condições apresentadas, a quantidade de pedrinhas compradas foi:

- A) 140.
- B) 280.
- C) 350.
- D) 420.
- E) 700.

EXERCÍCIO 4: (ENEM - 2015).

Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π .

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

- A) 0,5
- B) 1,0
- C) 2,0
- D) 3,5
- E) 8,0

EXERCÍCIO 5: (ENEM 2014 - REAPLICAÇÃO).

Para fazer um pião, brinquedo muito apreciado pelas crianças, um artesão utilizará o torno mecânico para trabalhar num pedaço de madeira em formato de cilindro reto, cujas medidas do diâmetro e da altura estão ilustradas na Figura 1. A parte de cima desse pião será uma semiesfera, e a parte de baixo, um cone com altura 4 cm, conforme Figura 2. O vértice do cone deverá coincidir com o centro da base do cilindro.

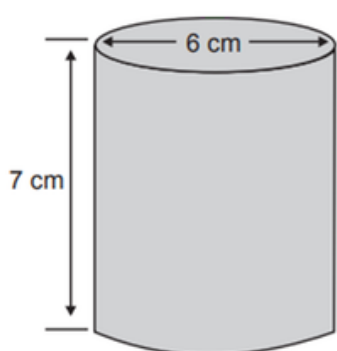


Figura 1

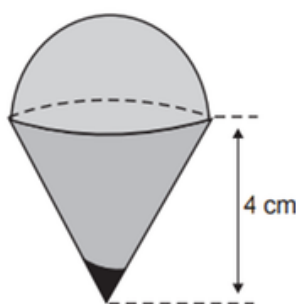


Figura 2

O artesão deseja fazer um pião com a maior altura que esse pedaço de madeira possa proporcionar e de modo a minimizar a quantidade de madeira a ser descartada.

Dados:

O volume de uma esfera de raio r é ;

O volume do cilindro de altura h e área da base S é $S \cdot h$;

O volume do cone de altura h e área da base S é $\frac{1}{3} \cdot S \cdot h$;

Por simplicidade, aproxime π para 3.

A quantidade de madeira descartada, em centímetros cúbicos, é

A) 45.

B) 48.

C) 72.

D) 90.

E) 99.

AGRADECIMENTOS

A realização deste caderno pedagógico está vinculada ao desenvolvimento da pesquisa realizada no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, cuja proposta visa contribuir para o aprimoramento do ensino de Matemática na Educação Básica.

Inicialmente, agradeço a Deus pela força, perseverança e sabedoria ao longo desta trajetória acadêmica.

Aos meus familiares, pelo apoio constante, compreensão e incentivo durante todas as etapas deste processo formativo.

Aos professores do programa, pela contribuição acadêmica, pelas discussões enriquecedoras e pelo compromisso com a formação docente.

Ao orientador desta pesquisa, pela orientação, sugestões e acompanhamento ao longo do desenvolvimento do trabalho, fundamentais para a construção deste produto educacional.

Aos estudantes participantes da pesquisa, cuja colaboração tornou possível a aplicação e análise da sequência didática proposta.

Por fim, agradeço ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí pelo apoio institucional e pela oportunidade de desenvolvimento acadêmico e profissional.

