



Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Departamento de Matemática, Estatística e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática  
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática

ADMILSON AMILCAR MARTINS DA SILVA

**ENSINO DE POLÍGONOS NO 9º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA  
ORIENTADA PELO DESENHO GEOMÉTRICO E PELA  
TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS DE BROUSSEAU**

**BELÉM/PA  
2026**

**Admilson Amilcar Martins da Silva**

**ENSINO DE POLÍGONOS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL:  
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ORIENTADA PELO DESENHO  
GEOMÉTRICO E PELA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS DE  
BROUSSEAU**

Dissertação apresentada como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade do Estado do Pará.  
Orientadora: Profa. Dra. Eliza Souza da Silva.

**BELÉM/PA  
2026**

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará**

---

S586e Silva, Admilson Amilcar Martins da  
Ensino de polígonos no 9ºano do ensino fundamental: uma sequência didática orientada pelo desenho geométrico e pela teoria das situações didáticas de Brousseau / Admilson Amilcar Martins da Silva. — Belém, 2026.  
152 f.

Orientadora: Profª. Dra. Eliza Souza da Silva  
Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática)  
- Universidade do Estado do Pará, Campus I - Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE), 2026.

1. Desenho geométrico. 2. Ensino de geometria. 3. Polígonos. 4. Engenharia didática. 5. Teoria das situações didáticas. I. Título.

CDD 22.ed. 515.24

---

Elaborada por Priscila Melo CRB/2-1345

**ADMILSON AMILCAR MARTINS DA SILVA**

**ENSINO DE POLÍGONOS NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ORIENTADA PELO DESENHO GEOMÉTRICO E PELA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS DE BROUSSEAU**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Linha de Pesquisa: Metodologia do Ensino de Matemática no Ensino Fundamental.

Orientadora: Profa. Dra. Eliza Souza da Silva.

Data de aprovação: 29/05/2026

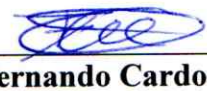
Banca examinadora:

 Orientadora  
**Profa. Dra. Eliza Souza da Silva**

Doutora em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC- SP  
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Interno  
**Prof. Dr. Roberto Paulo Bibas Filho**

Doutor em Educação Matemática – Universidade Federal do Pará /UFPA  
Universidade do Estado do Pará

 Examinador Externo  
**Prof. Dr. Fernando Cardoso de Matos**

Doutor em Educação Matemática – Universidade Federal do Pará /UFPA  
Universidade do Estado do Pará

**Belém – PA**

**2026**

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho à minha família, que é o meu porto seguro e a base de tudo o que sou. A vocês, que caminharam comigo em silêncio, compreenderam minhas ausências, acolheram meus cansaços e celebraram cada pequena conquista, deixo não apenas esta dedicatória, mas toda a minha gratidão e amor.

Aos meus alunos, razão maior da minha trajetória como professor de Matemática, que despertam em mim inquietações, reflexões e o desejo constante de ser melhor. Cada aula, cada desafio e cada aprendizado compartilhado com vocês estão presentes neste trabalho, que também lhes pertence.

Dedico, ainda, a todos que acreditam na educação como caminho de transformação social, que resistem, persistem e constroem, diariamente, possibilidades de um futuro mais justo e humano.

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus pela vida e pela força que me sustentou em cada passo desta caminhada. À minha esposa Tatiana e às minhas filhas, Ingrid e Karen, pelo amor incondicional e pela compreensão diante das minhas ausências; vocês são a razão de tudo o que conquistei. Por fim, agradeço à Universidade do Estado do Pará (UEPA), pela formação de excelência e pelo compromisso ético com a educação pública e a transformação da nossa sociedade.

À minha orientadora Profa. Eliza Souza da Silva, pela escuta atenta, pela paciência, pelas orientações firmes e, sobretudo, pela confiança em mim depositada, que foi essencial para que eu seguisse em frente mesmo diante de todos os óbices.

Aos professores do programa de pós-graduação, que, com generosidade e compromisso, compartilharam saberes e provocaram reflexões que ampliaram não apenas minha formação acadêmica, mas também minha visão de mundo.

Aos meus colegas de curso, pelas trocas sinceras, pelo companheirismo e pelas experiências compartilhadas, que tornaram essa trajetória mais leve e relevante.

Aos meus alunos, que são a verdadeira razão deste trabalho, por me inspirarem diariamente e por me ensinarem que o processo de ensinar é também um constante aprender. Este trabalho carrega muito de cada um de vocês.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a concretização desta dissertação, deixo aqui minha profunda gratidão.

SILVA, Admilson Amilcar Martins da. **Ensino de polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental**: uma sequência didática orientada pelo Desenho Geométrico e pela Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2026.

## RESUMO

A aprendizagem da Geometria no Ensino Fundamental II ainda apresenta desafios relacionados à compreensão conceitual, à visualização espacial e à articulação entre representação, argumentação e formalização matemática. Em muitos contextos escolares, o ensino geométrico permanece centrado na reprodução de fórmulas e procedimentos, limitando a participação investigativa dos estudantes e dificultando a construção significativa dos conceitos. Diante desse cenário, o desenho geométrico configura-se como uma possibilidade didático-metodológica capaz de aproximar o aluno da experimentação matemática, favorecendo processos de observação, análise, conjectura e validação. Assim, esta pesquisa buscou responder ao seguinte questionamento: de que maneira o desenho geométrico pode contribuir para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental? O objetivo geral consistiu em analisar as contribuições do desenho geométrico para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental. A investigação fundamenta-se na Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau, e na Engenharia Didática, proposta por Michèle Artigue, referenciais inseridos no campo da Didática da Matemática Francesa, que subsidiaram a elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática voltada ao ensino de polígonos e de suas propriedades angulares. Trata-se de uma pesquisa de abordagem quali-quantitativa, desenvolvida no ensino público dentro do município de Belém, envolvendo atividades de construção, representação e investigação de polígonos por meio da utilização de instrumentos de desenho geométrico, tendo a triangulação como estratégia para a exploração das relações geométricas. Os dados foram produzidos por meio de observações em sala de aula, registros escritos das atividades, testes diagnósticos aplicados antes e após a intervenção pedagógica e questionários avaliativos. Os resultados evidenciaram avanços na compreensão das propriedades dos polígonos e da soma dos ângulos internos, bem como no desenvolvimento do raciocínio geométrico, da argumentação matemática e da participação ativa dos estudantes durante as situações didáticas propostas. As experimentações favoreceram a formulação de conjecturas, a validação de estratégias e a construção progressiva dos conceitos geométricos, indicando que a utilização de instrumentos de desenho geométrico pode contribuir para superar práticas centradas exclusivamente na memorização de procedimentos. Como desdobramento da pesquisa, foi elaborado o produto educacional intitulado *Guia Prático de Desenho Geométrico: Construção de Polígonos e seus Ângulos*, destinado a subsidiar a atuação docente por meio de orientações metodológicas e propostas de atividades em sala de aula. Conclui-se que o desenho geométrico, articulado aos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas e da Engenharia Didática, apresenta potencial significativo para o ensino de Geometria, favorecendo práticas investigativas, autonomia intelectual e processos de aprendizagem mais críticos, reflexivos e conceitualmente consistentes.

**Palavras-chave:** Desenho geométrico. Ensino de Geometria. Polígonos. Soma dos ângulos internos. Teoria das Situações Didáticas. Engenharia Didática.

## ABSTRACT

The learning of Geometry in lower secondary education still presents challenges related to conceptual understanding, spatial visualization, and the articulation between representation, argumentation, and mathematical formalization. In many school contexts, geometry teaching remains centered on the reproduction of formulas and procedures, limiting students' investigative participation and hindering the meaningful construction of concepts. In this context, geometric drawing emerges as a didactic-methodological alternative capable of bringing students closer to mathematical experimentation by fostering processes of observation, analysis, conjecture, and validation. Thus, this research sought to answer the following question: how can geometric drawing contribute to the understanding of the sum of the interior angles of polygons among ninth-grade students? The general objective was to analyze the contributions of geometric drawing to the understanding of the sum of the interior angles of polygons in a ninth-grade class. This study is grounded in Guy Brousseau's Theory of Didactical Situations and Michèle Artigue's Didactical Engineering, theoretical frameworks within the French Didactics of Mathematics that supported the design, implementation, and analysis of a didactic sequence focused on polygons and their angular properties. The research adopted a mixed-methods approach and was conducted in a public school in the city of Belém, Brazil. It involved activities of construction, representation, and investigation of polygons through the use of geometric drawing instruments, with triangulation serving as a strategy for exploring geometric relationships. Data were collected through classroom observations, written records of activities, diagnostic tests administered before and after the pedagogical intervention, and evaluation questionnaires. The results revealed improvements in students' understanding of polygon properties and the sum of their interior angles, as well as in the development of geometric reasoning, mathematical argumentation, and active participation during the proposed didactical situations. The experimental activities promoted the formulation of conjectures, the validation of strategies, and the progressive construction of geometric concepts, indicating that the use of geometric drawing instruments can help overcome teaching practices based exclusively on the memorization of procedures. As an outcome of the research, an educational product entitled *Practical Guide to Geometric Drawing: Construction of Polygons and Their Angles* was developed to support teachers through methodological guidelines and classroom activity proposals. It is concluded that geometric drawing, when articulated with the assumptions of the Theory of Didactical Situations and Didactical Engineering, has significant potential for Geometry teaching, fostering investigative practices, intellectual autonomy, and more critical, reflective, and conceptually consistent learning processes.

**Keywords:** Geometric drawing. Geometry teaching. Polygons. Sum of interior angles. Theory of Didactical Situations. Didactic Engineering.

## Lista de Ilustrações

Figura 1 – Polígono convexo e não convexo .....	35
Figura 2 – Polígonos regulares .....	35
Figura 3 – Polígono inscrito.....	36
Figura 4 – Construção das diagonais .....	38
Figura 5 – Construção geométrica da soma dos ângulos internos do triângulo.	39
Figura 6 – Construção geométrica com ângulos alternos internos .....	39
Figura 7 – Definição do ângulo externo.....	40
Figura 8 – Soma dos ângulos ( $\Sigma$ ) pela triangulação.....	41
Figura 9 – Triângulos para experimentação em sala de aula.....	88
Figura 10 – Quadriláteros para experimentação em sala de aula.....	92
Figura 11 – Pentágonos para experimentação em sala de aula.....	95
Figura 12 – Hexágonos para experimentação em sala de aula.....	99
Figura 13 – Atividade de recomposição das aprendizagens.....	104
Figura 14 – Desenvolvimento das atividades em sala de aula.....	107
Figura 15 – Momento da institucionalização do aprendizado.....	108
Figura 16 - Comparativo de desempenho entre os Gráficos 10 e 11.....	114

## Lista de gráficos

Gráfico 1 – Faixa etária dos alunos .....	68
Gráfico 2 – Qual a escolaridade de seu responsável masculino?.....	69
Gráfico 3 – Qual a escolaridade da sua responsável feminina?.....	69
Gráfico 4 – Você gosta de Matemática?.....	70
Gráfico 5 – Com que frequência você estuda matemática fora da escola?.....	71
Gráfico 6 – Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?.....	72
Gráfico 7 – Comparativo das questões 14 e 15.....	74
Gráfico 8 – Comparativo das questões 16 e 17.....	74
Gráfico 9 – Comparativo das questões 20 e 21.....	76
Gráfico 10 – Diagnóstico inicial das notas individuais.....	79
Gráfico 11 – Desempenho final após intervenção.....	113
Gráfico 12 – Avaliação da satisfação dos alunos.....	120

## Lista de quadros e tabelas

Tabela 1 – Diferença entre Polígonos Regulares e Irregulares.....	37
Quadro 1 – Nomenclatura de polígonos .....	37
Quadro 2 – Mapeamento de trabalhos de pesquisas realizados sobre o tema de estudo “ <i>Polígonos no Ensino Fundamental</i> ”, período (2015 – 2025).....	44
Quadro 3 – Integração entre o Aporte Teórico (TSD) e o Percorso Metodológico (ED) .....	61
Quadro 4 – Mapeamento de trabalhos de pesquisas realizados sobre o tema de estudo “ <i>ângulos</i> ”, período de 2013 – 2022.....	65
Quadro 5 – Tabulação de dados .....	78
Quadro 6 – Organização das atividades a serem desenvolvidas .....	83
Quadro 7 – Tabela de Registro .....	89
Quadro 8 – Tabela de Registro .....	89
Quadro 9 – Tabela de Registro .....	92
Quadro 10 – Tabela de Registro .....	93
Quadro 11 – Tabela de Registro .....	96
Quadro 12 – Tabela de Registro .....	96
Quadro 13 – Tabela de Registro .....	99
Quadro 14 – Tabela de Registro .....	100

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>2. ANÁLISES PRELIMINARES: REFERENCIAIS TEÓRICOS E CONTEXTUAIS PARA O ENSINO DE POLÍGONOS</b> .....	16
<b>2.1 Um Percorso Histórico da Geometria e sua Trajetória no Ensino Brasileiro</b> .....	16
2.1.1 O estudo da geometria na Grécia Antiga .....	17
2.1.2 A história da geometria e os povos chineses .....	19
2.1.3 A história da geometria e os povos indianos .....	20
2.1.4 A história da geometria e os povos islâmicos .....	21
2.1.5 A história da geometria Pós-Idade Média: do Século XVII aos dias atuais .....	22
2.1.6 A geometria na contemporaneidade .....	24
2.1.7 A história do ensino da geometria no Brasil .....	26
2.1.8 A evolução do ensino da geometria no Brasil: do Movimento da Matemática Moderna às diretrizes curriculares atuais .....	29
2.1.9 Síntese e transição .....	30
<b>2.2 Fundamentos e Contextualização para o Ensino de Polígonos</b> .....	32
2.2.1 Propriedades fundamentais dos polígonos: bases para o desenho e a compreensão geométrica .....	34
2.2.1.1 Polígonos regulares .....	35
2.2.1.2 Polígonos não regulares .....	36
2.2.1.3 Número de diagonais de um polígono .....	37
2.2.1.4 A soma dos ângulos internos de um polígono convexo .....	38
2.2.1.5 A soma dos ângulos externos de um polígono convexo .....	40
2.2.1.6 Soma dos ângulos internos ( $S_i$ ) pelo processo de triangulação no polígono.....	41
2.2.2 Aspectos curriculares sobre o ensino de polígonos: subsídios para uma proposta didática .....	42
<b>2.3 Referencial Teórico-Methodológico: Engenharia Didática e Teoria das Situações Didáticas</b> .....	44
2.3.1 A Engenharia Didática de Michèle Artigue .....	56
2.3.2 A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau .....	58
2.3.3 Integração das abordagens na pesquisa em Educação Matemática .....	60
2.3.4 O Saber como Construção Instrumental e a Integração Teórico-Methodológica....	62
<b>3. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	64
<b>3.1 Procedimentos Methodológicos</b> .....	64
3.1.1 Sistematização de resultados e análises .....	67
<b>3.2 Princípios Norteadores e Estrutura Geral da Sequência</b> .....	81
<b>3.3 Análise A Priori das Atividades</b> .....	84
3.3.1 1ª Atividade: recomposição da aprendizagem .....	84
3.3.2 2ª Atividade: a construção do triângulo .....	87
3.3.3 3ª Atividade: a construção do quadrilátero .....	90

3.3.4 4ª Atividade: a construção do pentágono .....	94
3.3.5 5ª Atividade: a construção do hexágono .....	98
<b>4. EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DAS PRÁTICAS EM SALA DE AULA.....</b>	<b>103</b>
<b>4.1 Fase de Experimentação: A Sequência Didática em Ação .....</b>	<b>103</b>
<b>4.2 Análise A Posteriori: confrontação entre previsões e resultados .....</b>	<b>112</b>
4.2.1 Análise Comparativa: Teste Diagnóstico vs. Teste Pós-Sequência.....	114
4.2.2 Da Análise Inferencial .....	115
4.2.3 Análise Quantitativa da Percepção dos Alunos sobre as Atividades realizadas...	119
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>123</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>126</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>134</b>
APÊNDICE A – Questionário Diagnóstico Socioeducacional e de Conhecimentos Prévios sobre os Componentes de Matemática.....	134
APÊNDICE B – Teste diagnóstico de Matemática.....	136
APÊNDICE C – Recomposição das Aprendizagens.....	140
APÊNDICE D – 1ª Atividade: construção do triângulo.....	142
APÊNDICE E – 2ª Atividade: construção do quadrilátero.....	144
APÊNDICE F – 3ª Atividade: construção do pentágono.....	146
APÊNDICE G – 4ª Atividade: construção do hexágono .....	148
APÊNDICE H – Questionário de avaliação da satisfação dos alunos.....	150
APÊNDICE I – Termos de Assentimento.....	151
APÊNDICE J – Termos de Consentimento Livre e Esclarecido.....	152

# Capítulo 1

---

## Introdução

O ensino da Geometria no Ensino Fundamental II ainda é frequentemente marcado por práticas expositivas e pela memorização de fórmulas, reduzindo oportunidades de investigação, visualização e experimentação, aspectos essenciais ao desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes (Battista, 2007). Nessa perspectiva, privilegia-se a apresentação de definições prontas, classificações rígidas e nomenclaturas técnicas, frequentemente dissociadas de situações concretas e de representações visuais contextualizadas (Van Hiele, 1999; Piaget, 1977). Não se trata apenas da introdução de noções elementares — tais como ponto, segmento de reta, semirreta e posições relativas entre retas —, mas de uma lógica de ensino que permeia o conteúdo geométrico, priorizando a abstração precoce em detrimento da compreensão, da experimentação e do desenvolvimento do raciocínio espacial (Presmeg, 2006).

Como consequência, instauram-se barreiras que dificultam a construção de sentidos pelos estudantes e fragilizam a aprendizagem (Artigue, 2007; Brousseau, 1997). Nesse contexto, esta pesquisa apresenta uma proposta metodológica voltada ao estudo de polígonos no 9º ano, motivada também por experiências iniciais do pesquisador com o desenho geométrico em sala de aula, nas quais se observou maior envolvimento dos alunos e melhor compreensão de conceitos geométricos ao utilizar instrumentos manipuláveis de desenho — tais como régua, esquadros, compasso e transferidor —, buscando promover processos de aprendizagem mais ativos, críticos e contextualizados.

O problema central que motiva este estudo reside na ausência de articulação entre os conteúdos geométricos escolares e a experiência concreta dos alunos (Battista, 2007). Observa-se que polígonos e ângulos são tratados de modo excessivamente abstrato, sem referência a aplicações práticas ou à possibilidade de manipulação, o que dificulta a compreensão de suas propriedades e a percepção de sua presença em contextos diversos, como arquitetura, artes e objetos cotidianos (Presmeg, 2006). Esse distanciamento, aliado à valorização do cálculo em detrimento do raciocínio espacial, constitui uma barreira que dificulta a construção

de um conhecimento consistente e contextualizado (Artigue, 2007; Brousseau, 1997).

A proposta aqui desenvolvida parte do pressuposto de que a aprendizagem é potencializada quando o aluno participa ativamente, levantando hipóteses, testando conjecturas e construindo generalizações a partir de suas próprias descobertas. Espera-se que tal mudança metodológica não apenas melhore o desempenho na disciplina, mas também aumente o envolvimento, a confiança e o interesse dos estudantes.

Para sustentar e orientar essa intervenção, a pesquisa ancora-se em dois referenciais teórico-metodológicos interligados: a Engenharia Didática (ED), desenvolvida por Michèle Artigue, e a Teoria das Situações Didáticas (TSD), proposta por Guy Brousseau, ambos vinculados à Didática da Matemática Francesa. Esses referenciais investigam os processos de ensino e aprendizagem da Matemática a partir das relações estabelecidas entre professor, estudante e saber matemático em situações didáticas específicas. Nesse contexto, a Engenharia Didática oferece um quadro metodológico para conceber, experimentar e analisar sequências didáticas, enquanto a Teoria das Situações Didáticas fornece suporte teórico para compreender como os estudantes constroem conhecimentos em interação com o *milieu* (meio didático), percorrendo as fases de ação, formulação, validação e institucionalização do saber matemático.

Embora a literatura apresente contribuições relevantes acerca do ensino de Geometria escolar, ainda são limitadas investigações que focalizem o ensino de polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental por meio da articulação entre desenho geométrico e pressupostos da Teoria das Situações Didáticas. Tal lacuna reforça a pertinência desta pesquisa, tanto no campo teórico quanto nas práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula. Nesse contexto, esta pesquisa busca responder ao seguinte problema: de que maneira o desenho geométrico pode contribuir para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental?

O objetivo geral consiste em analisar as contribuições do desenho geométrico para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental. Para alcançar esse objetivo, definem-se os seguintes objetivos específicos:

1. Elaborar e aplicar uma sequência didática baseada no desenho geométrico para o estudo de polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental.

2. Investigar as estratégias, procedimentos e interações mobilizados pelos estudantes durante as atividades de construção, representação, classificação e análise de polígonos.
3. Analisar as contribuições do processo de triangulação e das situações didáticas para a compreensão, validação e generalização da soma dos ângulos internos dos polígonos.
4. Avaliar as contribuições da sequência didática para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, da argumentação matemática e da participação dos estudantes nas atividades propostas.

A sequência didática (SD) organiza-se como um conjunto articulado de atividades pedagógicas com objetivos de aprendizagem definidos. Conforme Zabala (1998), sua função é conduzir os estudantes em um processo de construção do conhecimento por meio da participação ativa, da experimentação e da reflexão. Nesse sentido, a proposta será desenvolvida com atividades práticas de desenho geométrico utilizando régua, esquadro, transferidor e papel em formato A4. O percurso inicia-se com o estudo dos triângulos e avança para quadriláteros e outros polígonos, conduzindo os estudantes à compreensão da relação entre o número de lados e a soma dos ângulos internos por meio da triangulação. Ao professor caberá a mediação das situações-problema e a institucionalização dos conhecimentos construídos.

Por fim, este trabalho está organizado em capítulos, além das considerações finais. O Capítulo 2, intitulado *Análises preliminares: referenciais teóricos e contextuais para o ensino de polígonos*, apresenta os fundamentos teóricos que sustentam a pesquisa, com destaque para a Teoria das Situações Didáticas e a Engenharia Didática, além de discutir aspectos relacionados à evolução histórica da Geometria, ao ensino de Geometria escolar e ao estudo dos polígonos no contexto educacional. O Capítulo 3, *Concepção e análise a priori da sequência didática*, descreve o processo de elaboração da proposta pedagógica, bem como as hipóteses e expectativas formuladas para sua aplicação. O Capítulo 4, intitulado *Experimentação e análise das práticas em sala de aula*, dedica-se à implementação da sequência didática e à análise dos dados produzidos durante a experimentação. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais da pesquisa, retomando os principais resultados, as contribuições do estudo para o ensino de Geometria e possíveis desdobramentos para futuras investigações.

# Capítulo 2

---

## ANÁLISES PRELIMINARES: REFERENCIAIS TEÓRICOS E CONTEXTUAIS PARA O ENSINO DE POLÍGONOS

### 2.1 Um Percurso Histórico da Geometria e sua Trajetória no Ensino Brasileiro

A compreensão de qualquer conceito matemático, em particular dos polígonos, ganha profundidade e significado quando contextualizada em sua jornada histórica de construção, crise e renovação. Uma investigação aprofundada sobre seu ensino requer, portanto, que se situe esse conhecimento em suas raízes mais amplas. Este capítulo tem como objetivo traçar um panorama dessa evolução, desde as primeiras aplicações práticas nas civilizações antigas até suas formalizações teóricas mais sofisticadas e contemporâneas.

A própria palavra geometria, de origem grega (*geo*, "terra", e *metria*, "medida"), já indica sua ligação primária com a mensuração e a organização do espaço (Boyer, 1999; Eves, 1997). Conforme dados bibliográficos desta pesquisa, sua sistematização inicial esteve atrelada a necessidades cotidianas fundamentais, como a remarcação de terrenos após as cheias do Rio Nilo no Egito Antigo (Boyer, 1999). Contudo, sua aplicabilidade é observada em múltiplas civilizações ainda mais antigas, como a mesopotâmica, que já utilizava regras empíricas para cálculos de áreas e volumes, antecipando relações como a do Teorema de Pitágoras (Eves, 1997; Katz, 2009). Esses conhecimentos, desenvolvidos por egípcios, babilônicos, chineses, hindus e árabes, atendiam a demandas socioeconômicas e culturais imediatas – da agrimensura e da arquitetura à astronomia –, constituindo-se, em grande parte, como um conjunto de técnicas práticas transmitidas pela experiência (Katz, 2009; Boyer, 1999).

Foi na Grécia Antiga, contudo, entre os séculos VII e III a.C., que se deram os passos decisivos para a transformação dessas práticas em uma ciência dedutiva. Ao adotarem o "método axiomático", pensadores como Tales de Mileto e, posteriormente, Euclides, buscaram explicações racionais e provas formais, fundando a geometria demonstrativa que se tornaria um paradigma do pensamento ocidental. Como bem sintetiza Buriasco (1994), "as origens da Geometria [...]"

parecem coincidir com as necessidades do dia-a-dia", mas foram os gregos que a elevaram ao patamar de uma disciplina lógico-dedutiva.

No entanto, a narrativa aqui proposta não se limita a uma linha do tempo global do conhecimento geométrico. Paralelamente à história da geometria como corpo teórico, acompanharemos de perto a recepção, adaptação e institucionalização desse saber no cenário brasileiro. Investigar como a geometria foi concebida, sistematizada e transformada ao longo dos séculos é fundamental para uma reflexão crítica sobre as práticas pedagógicas atuais. As escolhas curriculares, as ênfases metodológicas e até as dificuldades persistentes no ensino de tópicos como os polígonos são, em grande medida, herdeiras de decisões teóricas, necessidades sociais e reformas educacionais do passado.

Para tal, o capítulo organiza-se em um percurso duplo. Inicialmente, percorrerá as contribuições fundamentais de outras culturas (chinesa, indiana e islâmica) e as revoluções da modernidade – como a geometria analítica, as geometrias não euclidianas e os fractais – até os desenvolvimentos tecnológicos da contemporaneidade. Em seguida, o foco se voltará para a trajetória do ensino da geometria no Brasil, desde sua origem vinculada às necessidades militares da colônia, passando pela influência do Movimento da Matemática Moderna, até suas configurações atuais nas diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular.

Ao reconstituir essa genealogia dupla – da geometria como ciência e da geometria como disciplina escolar –, buscamos iluminar os alicerces que sustentam o ensino atual. Ao final deste percurso, espera-se fornecer um quadro interpretativo robusto que permita situar a proposta central desta pesquisa – a exploração das possibilidades didáticas do desenho geométrico para o ensino de polígonos no 9º ano – dentro de um diálogo histórico formativo. Dessa forma, demonstrar-se-á como esta investigação se insere e responde a questões que perpassam tanto séculos de pensamento geométrico quanto décadas de políticas educacionais brasileiras.

### 2.1.1 O estudo da geometria na Grécia Antiga

A geometria demonstrativa teve sua origem por volta de 600 a.C. com Tales de Mileto, profundo estudioso de Astronomia e Filosofia. Iniciou sua vida como mercador e, após enriquecer, dedicou-se a viagens e estudos. Com a máxima “As verdades matemáticas devem ser provadas”, ele instituiu uma inovação revolucionária para a matemática de seu tempo.

Credita-se a Tales a demonstração de teoremas fundamentais, como:

- Dois ângulos opostos pelo vértice são iguais;
- Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais;
- Qualquer  ngulo inscrito em um semicírculo   reto;
- Qualquer diâmetro divide o círculo em duas partes iguais;
- Se dois triângulos têm dois ângulos e o lado compreendido respectivamente iguais, então esses triângulos são congruentes (caso Lado- ngulo-Lado).

Segundo Cardoso e Rosa (2011, p. 111), “[...] foi Tales quem deduziu por semelhança de triângulos, conta-se que durante uma viagem ao Egito, este foi desafiado a determinar a altura da grande pirâmide de Qu ops. Para isso, ele utilizou a razão de semelhança entre triângulos, um princípio geométrico que mais tarde ficou conhecido como Teorema de Tales”. Tais demonstra es foram fundamentais para aplica es em problemas de proporcionalidade.

Outro matemático de grande relevância foi Pitágoras (c. 572 a.C.). Nascido na ilha de Samos, possivelmente seguidor de Tales, mudou-se para Crotona, no sul da Itália, onde fundou uma sociedade secreta voltada para o estudo da Filosofia, Música, Ciências Naturais, Astronomia e Matemática. Conforme Mlodinow (2005), tudo o que se sabe sobre sua obra foi transmitido por seus discípulos. A escola pitagórica fez avanços notáveis, afirmando, por exemplo, a esfericidade da Terra. Seus membros estudaram intensamente as figuras geométricas, entre elas os polígonos (do grego polygon, "muitos ângulos").

Como observa Reis (2008), "desde os tempos da antiga Grécia, a Geometria sempre foi uma ciência aplicada, ou seja, empregada para resolver problemas práticos". Entre as contribui es mais célebres dos pitagóricos está a demonstra o geral do Teorema de Pitágoras – “o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos” –, que, embora já conhecido empiricamente por egípcios e babilônios, recebeu na Grécia sua fundamenta o dedutiva.

Platão (428 a.C.-347 a.C.), o grande filósofo ateniense, também teve um papel crucial. Ele interessou-se profundamente pela geometria, enfatizando a necessidade de demonstra es rigorosas e facilitando o trabalho de ge metras posteriores, como Euclides. Platão acreditava que a geometria era a chave para compreender tanto o mundo físico quanto o mundo das Ideias. Segundo Eves (1997), ele defendia uma teoria que associava os cinco elementos aos sólidos

regulares (os poliedros de Platão): o fogo ao tetraedro, o ar ao octaedro, a água ao icosaedro, a terra ao cubo e o universo ao dodecaedro.

A culminação desse período de síntese ocorreu com Euclides de Alexandria (c. 300 a.C.), frequentemente chamado de "Pai da Geometria". Pouco se sabe sobre sua vida, mas sua formação provavelmente deu-se em Atenas, no ambiente da Academia. Euclides foi um geômetra notável, autor de vários tratados, sendo o mais famoso "Os Elementos", uma compilação sistemática do conhecimento geométrico da época que se tornou um dos livros mais influentes da história.

Nesse contexto de efervescência intelectual, conforme relata Ferreira (1991), "Por volta de 500 a.C., as primeiras universidades eram fundadas na Grécia. Tales e seu discípulo Pitágoras coligiram todo o conhecimento do Egito, da Etúrria, da Babilônia, e mesmo da Índia, para desenvolvê-los e aplicá-los à matemática, navegação e religião".

Outro gênio incontestável foi Arquimedes de Siracusa (287 a.C. - 212 a.C.), considerado o maior cientista da antiguidade. Entre suas inúmeras contribuições, utilizou o método da exaustão – aproximando a circunferência por polígonos inscritos e circunscritos – para calcular o valor da constante  $\pi$  (Pi) com notável precisão. Seus princípios, como o da hidrostática, permanecem fundamentais.

Por fim, Cláudio Ptolomeu (90 - 168 d.C.), astrônomo e matemático da escola de Alexandria, deu contribuições relevantes à geometria, como o Teorema de Ptolomeu para quadriláteros cíclicos. Sua principal obra, o Almagesto, sintetizou o modelo geocêntrico do universo com sofisticação matemática, utilizando um sistema de epiciclos e deferentes para explicar o movimento aparente dos planetas.

### 2.1.2 A história da geometria e os povos chineses

O desenvolvimento da matemática na China antiga esteve intrinsecamente ligado às necessidades práticas e cotidianas de sua civilização. Feitos notáveis, como a construção da Grande Muralha (cerca de 220 a.C.), representam um triunfo de engenharia que demandou avançados cálculos matemáticos. Da mesma forma, a criação de relógios de sol e o uso disseminado do ábaco ilustram o estágio avançado do conhecimento matemático da época.

A civilização chinesa, que floresceu às margens dos rios Yang-tsé e Amarelo, é considerada mais antiga que as civilizações grega e romana, sendo contemporânea às primeiras civilizações do Nilo e da Mesopotâmia (Boyer, 1999).

Nesse contexto, a geometria na China Antiga teve um desenvolvimento expressivo, com contribuições importantes para o cálculo de áreas e volumes e para a representação gráfica de figuras.

A obra mais antiga conhecida sobre geometria chinesa é o Mo Jing (século V a.C.), que abordava temas como a comparação de comprimentos, áreas e princípios de espaço. Outros tratados fundamentais incluem os "Nove Capítulos da Arte Matemática", que apresentavam métodos para resolver equações, e o Zhoubi Suanjing, que continha uma prova do que no Ocidente se tornou conhecido como Teorema de Pitágoras.

Há evidências robustas de que povos como os babilônios, egípcios e chineses já utilizavam a relação pitagórica muito antes de Pitágoras. Embora a ele se credite a demonstração formal e a generalização do teorema, o conhecimento empírico de seus princípios era difundido entre outras culturas antigas. Conforme Cullen (2007), "no livro *Chou Pei Suan Ching*, da dinastia Han, contém algumas explicações sobre triângulos retângulos que mais tarde foram reconhecidos como demonstrações do teorema de Pitágoras na antiga China". É importante ressaltar que a descoberta chinesa desse teorema foi provavelmente independente, visto que não há registros de uma troca sistemática de conhecimento matemático entre a China e a Grécia antiga naquele período.

### 2.1.3 A história da geometria e os povos indianos

A geometria na Índia possui uma história rica e influente, com raízes que remontam a séculos antes da Era Comum, tendo impactado profundamente a matemática e a arquitetura mundial. Os primeiros vestígios, datados de cerca de 1000 a.C., aparecem nos "Sulvasutras", textos anexos aos Vedas, que continham aplicações práticas do teorema de Pitágoras, ternos pitagóricos, a quadratura de retângulos e regras empíricas de geometria necessárias para a construção de templos e altares sagrados.

Os matemáticos indianos desenvolveram um entendimento profundo de triângulos racionais (com lados e áreas expressos por números racionais) e fizeram contribuições fundamentais. Aryabhata (século V d.C.), em sua obra, incluiu métodos precisos para calcular áreas e volumes. Brahmagupta (século VII d.C.) formulou o importante teorema sobre as diagonais de quadriláteros cíclicos e uma fórmula para o cálculo de sua área. Báskara (século XII d.C.), talvez o mais famoso, abordou a geometria plana e sólida em seu célebre livro "Lilavati".

Se os gregos sistematizaram a tradução entre geometria e números, os indianos levaram esse conhecimento a aplicações práticas extraordinárias. Utilizaram a trigonometria para navegação e para calcular distâncias astronômicas, como a entre a Terra e a Lua. Além disso, foram responsáveis por avanços cruciais no cálculo do número  $\pi$  (Pi). No século VI, Aryabhata forneceu a notável aproximação de 3,1416 e utilizou esse valor para calcular a circunferência da Terra com impressionante precisão, obtendo 39.968 km – um valor muito próximo da medida atual de 40.075 km.

#### 2.1.4 A história da geometria e os povos islâmicos

Os povos árabes e persas deram contribuições fundamentais para a geometria, sintetizando, aprimorando e expandindo o conhecimento herdado de gregos, indianos e chineses. Seus estudiosos desenvolveram campos como a álgebra e a trigonometria esférica, e avançaram na resolução de equações geométricas. A geometria também foi um pilar fundamental para a criação dos complexos e hipnotizantes padrões ornamentais que definem sua arte e arquitetura.

A matemática era altamente valorizada no mundo islâmico. Eruditos como Al-Khwarizmi aplicaram a geometria à astronomia e à geografia. Para os muçulmanos, a geometria, com seus padrões regulares e infinitos, adquiriu um profundo significado espiritual e cultural, sendo empregada de forma ubíqua em construções religiosas e artes decorativas. Padrões geométricos intrincados, conhecidos como *girih*, são uma característica distintiva da arte islâmica, presentes em tapetes, cerâmicas, vitrais e, especialmente, na arquitetura, refletindo uma combinação sofisticada de estética e conhecimento matemático (Fialho, 2018, p. 13).

Como observa Grube (1996, apud Fialho, 2018, p. 12), "[...] há uma grande e rica tradição no mundo islâmico em relação a arte na criação de ornamentos simétricos e geométricos que, com o passar dos anos, tais ornamentos, com o auxílio da matemática, tiveram um processo de criação aprimorado ao longo dos séculos". Essa tradição foi fortemente influenciada pela interdição religiosa à representação de figuras animadas, direcionando a expressão artística para a abstração geométrica (Harris e Braz, 2009, apud Fialho, 2018, p.13).

Exemplos magníficos dessa aplicação podem ser observados no Palácio de Alhambra (Granada), no Alcázar de Sevilha e na Grande Mesquita de Córdoba, onde tetos, pisos e paredes se transformam em complexos mosaicos matemáticos. A influência desses padrões transcendeu o mundo islâmico, inspirando artistas

ocidentais séculos depois. Conforme destaca Fialho (2018, p. 14), o artista holandês Maurits Cornelis Escher "maravilhou o mundo das artes ao adotar a geometria dos mosaicos muçulmanos na sua arte por meio de desenhos que apresentavam repetições matemáticas".

#### 2.1.5 A história da geometria Pós-Idade Média: do Século XVII aos dias atuais

Após o período medieval, que preservou e transmitiu o legado da matemática grega clássica, o estudo da geometria manteve-se, em sua aplicação prática, fundamentalmente voltado para os campos da construção civil e da agrimensura.

Conforme destacam Cardoso e Rosa (2011, p. 148), entre os matemáticos proeminentes da Baixa Idade Média está Boécio (480-524), cujos livros de geometria e aritmética foram utilizados como referência nas escolas por muitos séculos. O século XIII testemunhou o surgimento de universidades importantes, como as de Paris, Oxford, Cambridge, Pádua e Nápoles, instituições que se tornariam poderosos vetores para o desenvolvimento matemático. Nesse mesmo século, Johann Campanus realizou uma tradução para o latim dos *Elementos* de Euclides, versão que posteriormente se tornaria a primeira a ser impressa. Segundo Eves (2002, apud Cardoso e Rosa, 2011, p. 148), em 1220 apareceu a *Practica Geometriae* de Fibonacci, uma extensa e hábil compilação de material sobre Geometria e Trigonometria, tratada com rigor euclidiano e originalidade.

Na transição da Idade Média para a Idade Moderna, a Geometria passou por um período de profundas transformações, impulsionado sobretudo pela aproximação com a Álgebra e pelo surgimento de novas formas de representação matemática. Nesse contexto, destacam-se as contribuições de Johannes Kepler para o estudo dos sólidos e das cônicas, especialmente a partir de suas investigações sobre as órbitas planetárias e suas relações geométricas. Paralelamente, os trabalhos de Girard Desargues, engenheiro e arquiteto francês, foram fundamentais para o desenvolvimento inicial da Geometria Projetiva, ao sistematizar princípios ligados à perspectiva e às propriedades invariantes das figuras. Além disso, ainda nesse período, segundo Boyer e Merzbach (2012), consolida-se a Geometria Analítica, com a introdução de métodos algébricos no estudo das formas geométricas, marcando uma nova etapa no pensamento matemático.

A Revolução Científica do século XVII, um período de profunda transformação no pensamento europeu, impactou decisivamente a geometria ao promover o método científico, buscar explicações matemáticas para os fenômenos naturais e

inaugurar novos campos do saber. A teoria heliocêntrica de Nicolau Copérnico (1473-1543), apresentada em *De revolutionibus orbium coelestium* em 1543, é considerada por historiadores como um dos marcos inaugurais da ciência moderna, ao fornecer o impulso decisivo para a formulação de uma nova visão de mundo (Kuhn, 2003).

No cerne dessas transformações matemáticas do século XVII estão René Descartes (1596–1650) e Pierre de Fermat (1601–1665), frequentemente apontados como co-fundadores da geometria analítica. Em 1637, Descartes publicou *La Géométrie* como apêndice ao *Discurso sobre o Método*, propondo um formalismo que começou a ligar álgebra e geometria de modo sistemático — base que permitiria, em princípio, a localização de pontos no plano por meio de variáveis algébricas. Por sua vez, Fermat desenvolveu independentemente métodos algébricos para localizar curvas e lugares geométricos, contribuindo de modo decisivo para o novo paradigma matemático. Juntos — embora com diferenças de ênfase, notação e divulgação — foram responsáveis por inaugurar a transição da geometria clássica para a análise algébrica, marco fundamental da matemática moderna.

Paralelamente, motivados pela busca de realismo na pintura, matemáticos como o francês Girard Desargues (1591-1661) ampliaram consideravelmente a teoria da perspectiva, lançando as bases da geometria projetiva. Seu trabalho *Brouillon Projet* (1639), embora de difícil compreensão à época devido à linguagem avançada, só seria devidamente valorizado e resgatado no século XIX por Jean Victor Poncelet.

Os avanços do século XVII culminaram com o desenvolvimento independente do cálculo infinitesimal por Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Esta ferramenta matemática fundamental, que explora a relação entre a tangente a uma curva e a área sob ela, foi crucial para o posterior florescimento da geometria diferencial e analítica.

Por fim, não se pode concluir este panorama sem citar a monumental contribuição do matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783). Considerado um dos maiores estudiosos de sua época, Euler legou formulações essenciais, como a relação que leva seu nome para poliedros convexos ( $F + V = A + 2$ ) e a descoberta da Reta de Euler, que demonstra a colinearidade do ortocentro, circuncentro e baricentro de um triângulo, consolidando de forma indelével sua importância na história da geometria.

### 2.1.6 A geometria na contemporaneidade

A partir de meados do século XIX, a geometria passou por uma revolução conceitual com o surgimento das geometrias não euclidianas, um desenvolvimento que inicialmente causou surpresa e certa descrença na comunidade matemática. Este avanço foi impulsionado principalmente pelos esforços persistentes para demonstrar o quinto postulado de Euclides – o axioma das paralelas –, o que, em vez de uma prova, levou à criação de novos sistemas geométricos que desafiavam seus fundamentos.

Por vários séculos, a Geometria Euclidiana constituiu o paradigma predominante não apenas da matemática, mas também de outras ciências, sendo concebida como a geometria “natural” do espaço. No entanto, no início do século XIX, surgiram as primeiras geometrias não-euclidianas: Nikolai Ivanovich Lobachevsky e János Bolyai, de forma independente, desenvolveram a Geometria Hiperbólica, caracterizada pela rejeição do postulado das paralelas (Lobachevsky, 1829; Bolyai, 1832).

Anteriormente, Carl Friedrich Gauss já havia refletido, em correspondências e reflexões privadas, sobre a possibilidade de sistemas geométricos alternativos, antecipando conceitos que mais tarde seriam formalizados como geometrias não-euclidianas (Portal de Periódicos UFSC, 2016). Posteriormente, Bernhard Riemann, em sua célebre palestra de 1854, introduziu o conceito de variedades, isto é, espaços diferenciáveis de dimensão arbitrária, e desenvolveu a noção de métrica intrínseca associada à curvatura, estabelecendo os fundamentos da Geometria Riemanniana (Riemann, 1990). Essa generalização permite a descrição de espaços de múltiplas dimensões e curvaturas, sem necessidade de referência a um espaço exterior.

Dessa forma, o paradigma euclidiano, que permaneceu incontestável durante milênios, foi ampliado para um entendimento mais abrangente: diversas geometrias podem ser coerentes e consistentes, e a escolha de qual delas descreve o espaço físico depende de contextos empíricos e teóricos específicos, demonstrando a evolução da compreensão matemática sobre o espaço e suas propriedades.

Este período também viu germinar os fundamentos da geometria fractal. Segundo Cardoso e Rosa (2010, p. 165), suas raízes conceituais remontam ao século XIX, com indicações ainda mais antigas encontradas na Grécia homérica, Índia e China. No entanto, a geometria fractal – que estuda figuras irregulares,

complexas e autossimilares – só começou a ganhar reconhecimento e aplicação prática mais recentemente, impulsionada pelo advento dos computadores e por avanços em áreas como física, biologia e astronomia. O termo "fractal" foi cunhado pelo matemático Benoit Mandelbrot (1924-2010), que propôs essa nova geometria como uma ferramenta essencial para modelar fenômenos naturais que escapam à descrição da geometria clássica.

No âmbito do ensino, destaca-se o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que floresceu nas décadas de 1960 e 1970. Esta reforma curricular, ao enfatizar a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas, levou, em muitos contextos, a uma redução da importância da geometria clássica e intuitiva. Contudo, o MMM também introduziu novas abordagens, como o estudo das transformações geométricas e uma renovada ênfase no raciocínio dedutivo.

Nas décadas seguintes, a geometria recuperou e expandiu seu espaço no cenário matemático, adotando uma abordagem mais moderna e abrangente. A ênfase passou a incluir, de forma equilibrada, as transformações geométricas, a geometria não euclidiana e a preservação dos fundamentos clássicos, conforme destaca Kline (1972) ao analisar a evolução do pensamento geométrico na matemática moderna.

A geometria contemporânea mostra-se uma área vibrante e rica em avanços teóricos e aplicações. Ilustra esse vigor a conquista de Maryam Mirzakhani, a primeira mulher a receber a Medalha Fields (2014), por suas contribuições transcendentais à geometria e à dinâmica de superfícies. Seu trabalho, junto ao de outros pesquisadores, tem impulsionado campos como a geometria algébrica, a geometria diferencial e a topologia, evidenciando o caráter dinâmico e em constante evolução dessa área do conhecimento (Katz, 2009).

Paralelamente, o campo tecnológico e a evolução dos meios de comunicação têm transformado profundamente o fazer e o ensinar geometria. Do uso de instrumentos clássicos às tecnologias digitais interativas, observa-se uma transição para ambientes marcados pela visualização dinâmica, pela simulação e pela interatividade, características próprias da cultura digital contemporânea (Lévy, 1999; Castells, 2010). Ferramentas como o GeoGebra tornam conceitos complexos mais acessíveis e intuitivos, permitindo a manipulação de objetos geométricos em tempo real, o que amplia as possibilidades de experimentação, formulação de conjecturas e validação de propriedades (Borba; Penteado, 2016). Na aplicação prática, a computação gráfica, fundamentada na geometria analítica, é indispensável para a

criação e manipulação de imagens e objetos tridimensionais, com vasta utilização em áreas como jogos eletrônicos, arquitetura, design e simulações científicas.

Essa transformação tecnológica no campo educacional encontra respaldo na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatiza a integração das tecnologias digitais como meio de promover aprendizagens mais consistentes e o desenvolvimento de competências relacionadas ao pensamento crítico, à resolução de problemas e à cultura digital (Brasil, 2017). No ensino de Geometria, a BNCC destaca a importância do uso de diferentes registros de representação e de recursos tecnológicos que favoreçam a visualização, a investigação e a construção ativa do conhecimento, aspectos fundamentais para a compreensão das propriedades das figuras e de suas relações no espaço.

O panorama traçado nesta subseção, que evidencia a geometria como um campo vivo, em constante diálogo entre sua tradição euclidiana, suas revoluções não euclidianas e suas ferramentas tecnológicas contemporâneas, fornece o pano de fundo essencial para esta investigação. Compreender que os polígonos – objetos clássicos da geometria – podem ser recontextualizados à luz de abordagens ativas e de recursos digitais é um passo fundamental.

Esta pesquisa, ao propor a exploração do desenho geométrico no 9º ano, posiciona-se justamente na interseção entre o conhecimento consolidado (as propriedades e construções dos polígonos) e as metodologias inovadoras (como a utilização do GeoGebra e situações de investigação inspiradas nos preceitos da Didática da Matemática). Assim, a história contemporânea da geometria não é apenas um relato do passado, mas um argumento sólido para que seu ensino, especificamente o de polígonos, evolua de uma apresentação estática para uma experiência dinâmica, crítica e criativa, capacitando o aluno não apenas a traçar figuras, mas a pensar geometricamente e a compreender a relevância deste saber tanto em contextos práticos quanto no desenvolvimento do próprio pensamento lógico.

#### 2.1.7 A história do ensino da geometria no Brasil

Desde o período do descobrimento e ao longo da condição de colônia de Portugal, é possível afirmar que todas as esferas da cultura e da educação no Brasil sofreram profunda influência dos colonizadores. Do ano de 1500 até aproximadamente 1800, os registros históricos específicos sobre o desenvolvimento da matemática são escassos, indicando que as primeiras décadas da colonização

não priorizavam atividades matemáticas formais, centrando-se antes na catequese e na transmissão da língua portuguesa aos povos nativos (D'Ambrósio, 1999; Valente, 2007).

Nesse contexto educacional inicial, os jesuítas atuavam como os principais professores, determinando os conteúdos ministrados, com ênfase no catecismo, no ensino do idioma e em noções básicas de aritmética, conforme a prática vigente em Portugal. Sobre a formação matemática desses religiosos, D'Ambrósio (1999, apud Santos, 2013, p. 28), em sua obra *Educação Matemática: da teoria à prática*, observa que “sabemos de alguns dos jesuítas que vieram para o Brasil com uma boa formação matemática, alguns já com uma carreira de professores de matemática em Portugal, principalmente no Colégio Santo Antônio”.

Um panorama mais detalhado desse período é apresentado por Silva (1999, apud Santos, 2013, p. 29), ao discutir as chamadas “escolas de ler e escrever”, sendo a primeira estabelecida na Bahia, em 1549. Para além destas, os jesuítas fundaram colégios que ofereciam cursos de letras, teologia e artes – sendo nestes últimos que a matemática começou a figurar formalmente no currículo. O conhecimento transmitido era, portanto, um reflexo direto da matemática produzida e praticada na Europa, conforme também discutido por Valente (2007) em *História da Educação Matemática no Brasil*.

O desenvolvimento progressivo da colônia, com a fundação de vilas e cidades no litoral e no interior, gerou novas demandas por infraestrutura. A construção de igrejas, pontes, edifícios públicos e estradas exigiu, nas palavras de D'Ambrósio (1999, apud Santos, 2013, p. 30), um “considerável grau de matematização”. Este crescimento urbano e comercial, aliado à necessidade de defesa militar, criou um campo fértil para a aplicação prática de saberes geométricos, aspecto também analisado por Souza (2015) ao tratar da formação técnica no Brasil colonial.

Foi no final do século XVIII que se iniciou um movimento de formação de elites intelectuais brasileiras no exterior. Jovens foram enviados para centros europeus como Paris e Coimbra para estudar disciplinas não disponíveis localmente. Entre esses pioneiros, destacou-se Francisco Vilela Barbosa (1769–1846), posteriormente Marquês de Paranaguá, autor de obras como *Elementos de Geometria* e *Breve Tratado de Geometria Esférica*, que evidenciam a consolidação de um pensamento matemático mais sistematizado no contexto luso-brasileiro (Santos, 2013).

A transferência da corte portuguesa para o Brasil em 1808, motivada pela invasão napoleônica, representou um marco na reorganização política e cultural da colônia, que passou a sediar o Império Lusitano. Nesse contexto, foram criadas instituições fundamentais para o desenvolvimento das artes, das ciências e da formação técnica no país. Destaca-se a fundação da Academia Real de Belas Artes, em 1816, posteriormente denominada Academia Imperial de Belas Artes, conforme analisado por Schwarcz (1998), em *As barbas do imperador*, e por Cardoso (2008), em *Uma introdução à história do design*.

A criação dessa instituição representou um avanço importante na institucionalização do ensino artístico e técnico no Brasil, oferecendo cursos de arquitetura, pintura, escultura e disciplinas técnicas que envolviam conhecimentos geométricos aplicados. A geometria, nesse contexto, assumia papel essencial na formação de arquitetos, engenheiros e artistas, reforçando sua dimensão prática e sua vinculação com o desenho e a representação do espaço, aspecto amplamente discutido na historiografia da educação técnica brasileira (Cardoso, 2008).

O ensino sistemático da Geometria no Brasil possui raízes diretamente vinculadas a necessidades estratégicas e técnicas, especialmente no âmbito militar, embora também tenha se desenvolvido em contextos culturais e artísticos. Essa origem pragmática contribuiu para a constituição de uma distinção conceitual no campo geométrico, conforme assinala Machado (2003, p. 45), em sua obra *Matemática e ensino*:

O ensino de Geometria em sua origem no Brasil fica atrelado às necessidades de guerra. Platão afirmava que a Geometria utilizada no desenvolvimento de armas e das fortificações nada tinha a ver com a Matemática, ficando assim dividida em duas partes: Geometria prática, ligada à mecânica, e Geometria especulativa, ligada à Filosofia.

Embora essa perspectiva enfatize o caráter utilitário da Geometria, é importante destacar que seu desenvolvimento também esteve associado a práticas artísticas e arquitetônicas, ampliando sua função para além do campo estritamente militar.

A coexistência entre uma geometria voltada para a prática e outra de caráter mais teórico marcou os primórdios do ensino dessa disciplina no Brasil. Instituições como a Academia Real dos Guardas-Marinhas e a Academia Real Militar desempenharam papel central, oferecendo cursos com forte ênfase em matemática e geometria (Souza, 2015).

Embora a relevância da Geometria fosse reconhecida, sua introdução no ensino primário enfrentou dificuldades. Conforme Pereira (2010), ao discutir Andrade (2003), mesmo com respaldo legal, o ensino de noções geométricas não se consolidou nas séries iniciais, sobretudo pela escassez de professores qualificados e pela ausência de exigência desses conteúdos para o ingresso no ensino secundário.

A Geometria ganhou maior status com a consolidação do ensino secundário, sobretudo por se tornar requisito para o acesso ao ensino superior. O Artigo 8º da Lei de 11 de agosto de 1827, que criou as Faculdades de Direito de São Paulo e Olinda, exigia conhecimentos em geometria, evidenciando sua valorização como componente da formação intelectual, conforme discutido por Valente (2007).

#### 2.1.8 A evolução do ensino da geometria no Brasil: do Movimento da Matemática Moderna às diretrizes curriculares atuais

No Brasil, a década de 1960 marcou o início de um período de significativas transformações no ensino de Matemática, profundamente influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) e pela promulgação da primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), em 1961. Inspirado em desenvolvimentos pedagógicos internacionais, particularmente dos Estados Unidos e da França, esse movimento propôs novos rumos para o ensino da Matemática, incluindo a Geometria, conforme analisa D'Ambrosio (1999) ao discutir a incorporação de tendências estruturalistas e formalistas no currículo escolar brasileiro.

O MMM exerceu sua influência por um longo período, encontrando seu declínio a partir da crescente crítica à inadequação de alguns de seus princípios fundamentais, especialmente após a década de 1980. A principal crítica residia na ênfase excessiva no formalismo, na teoria dos conjuntos e na abstração, que frequentemente se distanciava da experiência concreta e da compreensão intuitiva dos alunos, tornando o ensino da matemática mais hermético e menos acessível.

O declínio do MMM abriu espaço para a consolidação da Educação Matemática como um campo de estudo e prática pedagógica renovado, com destaque para a resolução de problemas e a consideração de aspectos cognitivos, linguísticos, sociais e culturais da aprendizagem. No Brasil, essa transição foi gradual, deixando resquícios do movimento anterior enquanto novas bases se firmavam. Na década de 1980, houve esforços explícitos para revitalizar e

reintroduzir a geometria nos currículos escolares, após um período de certa negligência (Pavanello, 1993). Foi também nessa época que o campo se organizou institucionalmente, com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em 1988.

Atualmente, a legislação e as diretrizes educacionais brasileiras reconhecem a geometria como um eixo essencial do ensino da matemática. Tanto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam sua importância fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico, da visualização espacial, do raciocínio lógico e da capacidade de argumentação, sendo a BNCC retomada e analisada de forma mais aprofundada no tópico 2.2.2. Como destacam os PCN, citados por Meneses (2007, p. 10):

Atualmente percebemos uma valorização do ensino de Geometria no Brasil, principalmente devido aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Os PCN apontam que o indivíduo da sociedade moderna tem que ter a capacidade de pensar geometricamente, pois as situações do dia-a-dia e as diversas profissões, como a engenharia, arquitetura, mecânica, bioquímica etc., exigem esse tipo de aprendizagem. Além da importância atribuída ao desenvolvimento dessas profissões, as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações.

Embora influenciados por teorias e movimentos pedagógicos internacionais, a aplicação dessas diretrizes no contexto brasileiro possui suas particularidades, gerando debates constantes sobre a adequação dos conteúdos e métodos à realidade nacional.

A trajetória histórica do ensino da geometria no Brasil foi, portanto, marcada por influências externas e por contínuas adaptações às mudanças nas políticas educacionais e no contexto escolar. Essa evolução se manifesta na seleção de conteúdo, nas metodologias de ensino e, mais recentemente, na incorporação de tecnologias educacionais que buscam tornar as abordagens mais interativas, relevantes e alinhadas a uma avaliação contínua e formativa do aprendizado, conforme estabelecem as leis e diretrizes que orientam o sistema educativo.

#### 2.1.9 Síntese e transição

O panorama traçado ao longo deste capítulo permitiu compreender a Geometria em sua dupla natureza: por um lado, como um edifício teórico em

permanente construção, desenvolvido a partir de necessidades práticas, de crises internas e de sucessivos avanços no nível de abstração; por outro, como um saber escolar, cuja inserção, valorização e metodologia foram profundamente condicionadas por contextos sociais, políticos e pedagógicos específicos, particularmente no cenário brasileiro.

Da agrimensura no Egito Antigo aos fractais de Mandelbrot, a história revela que o entendimento das formas espaciais sempre esteve estreitamente ligado à resolução de problemas concretos. No Brasil, essa herança foi filtrada por uma trajetória singular: da instrumentalização colonial e militar, passou a funcionar como marcador de prestígio intelectual e mecanismo de seleção para o acesso ao ensino superior; posteriormente, foi reformulada pelo formalismo do Movimento da Matemática Moderna e, na contemporaneidade, é convocada a se renovar diante de diretrizes que privilegiam o pensamento crítico, a visualização e a aplicabilidade.

Dessa análise histórica, emergem dois eixos fundamentais para a presente pesquisa sobre o ensino de polígonos:

- I. A coexistência de duas abordagens no ensino de Geometria: uma prática e intuitiva, baseada na experimentação, e outra teórica e dedutiva, fundamentada na formalização. Essa dualidade, já presente na distinção entre geometria prática e especulativa, permanece nos debates pedagógicos atuais (Machado, 2003; Lorenzato, 2006).
- II. A importância da ação, da visualização e da representação precisa para a compreensão dos conceitos geométricos. Esse aspecto é observado desde práticas antigas, como o uso de cordas com nós no Egito e padrões geométricos na arte islâmica, até o uso contemporâneo de softwares de geometria dinâmica, que favorecem a exploração e a construção do conhecimento pelo aluno (D'Ambrósio, 1999; Borba; Penteado, 2016).

É precisamente na intersecção desses dois eixos que a proposta didática do desenho geométrico se reconecta e se revitaliza. Retomar essa técnica tradicional não significa um regresso anacrônico, mas a reivindicação de um espaço pedagógico privilegiado. Nele, o aluno, ao *construir* fisicamente com instrumentos ou digitalmente com ferramentas tecnológicas, pode vivenciar as propriedades dos polígonos, desenvolver o raciocínio espacial, a argumentação e a precisão, estabelecendo, ele próprio, a ponte entre a intuição e a formalização. O desenho geométrico se apresenta, assim, como uma possibilidade didática historicamente informada, que dialoga com a dimensão prática e visual da tradição geométrica para

atender às demandas contemporâneas por um ensino ativo, contextualizado e investigativo.

Portanto, o percurso histórico aqui reconstituído não se configura como um mero preâmbulo, mas como a fundamentação que justifica e orienta a investigação prática subsequente. Compreender os caminhos percorridos pela Geometria e por seu ensino no Brasil permite tornar mais nítidos os desafios atuais e mais promissoras as intervenções que buscam ressignificar o ensino de polígonos a partir de uma atividade centrada no fazer, no ver e no pensar geometricamente. É ancorada nesse lastro histórico que se encaminha, então, para a delimitação da metodologia e das estratégias didáticas a serem detalhadas nos capítulos seguintes.

## **2.2 Fundamentos e Contextualização para o Ensino de Polígonos**

As análises prévias sobre o ensino de polígonos, fundamentadas na revisão dos trabalhos apresentados no Quadro 2 (p. 44), evidenciam que esse tema é central na Educação Matemática, particularmente no âmbito da geometria escolar. Apesar de sua presença recorrente nos currículos e materiais didáticos, a abordagem predominante nem sempre se traduz em uma aprendizagem efetiva e consistente. Frequentemente, o ensino restringe-se à apresentação de definições formais e à classificação das figuras pelo número de lados, privilegiando a memorização de nomenclaturas em detrimento de uma exploração mais profunda de suas propriedades, relações e aplicações.

Esse cenário é agravado por desafios recorrentes identificados nos estudantes, tais como lacunas em conceitos prévios, dificuldades de visualização espacial e obstáculos na aplicação prática das propriedades geométricas. Tais dificuldades, somadas a fragilidades na formação docente e a uma dependência excessiva de livros didáticos com limitações específicas, apontam para a necessidade premente de estratégias pedagógicas mais consistentes e engajadoras.

Os próprios livros didáticos, analisados por autores como Silva (2013) e Leivas (2023), tendem a abordar os polígonos de forma superficial, limitando-se a definições e fórmulas isoladas, com pouca exploração de construções, propriedades integradas e contextos reais. A falta de contextualização, o uso predominante de imagens estáticas e a escassez de sugestões que envolvam recursos manipulativos ou investigativos dificultam a construção de um conhecimento geométrico sólido e dinâmico (Costa, 2017).

Diante dessa realidade, trabalhar com uma perspectiva de geometria dedutiva configura-se como uma abordagem promissora. Esta abordagem vai além da identificação e nomeação de formas, enfatizando a compreensão lógica por trás das propriedades, a partir de definições precisas e raciocínios estruturados. Ela estimula o pensamento crítico e a construção gradual do conhecimento, permitindo aos alunos compreender não apenas o que é um polígono, mas por que suas propriedades são como são, articulando teoria e prática.

Nesse processo, o uso de materiais didáticos assume um papel crucial conforme destaca D'Ambrosio (1999):

O uso de materiais didáticos no ensino da Geometria tem se tornado cada vez mais estratégico, passando de simples instrumentos de ilustração para recursos que favorecem a aprendizagem ativa e a experimentação. Planejados adequadamente, esses materiais funcionam como uma ponte entre a experiência concreta do estudante e a abstração necessária à compreensão e formalização das propriedades geométricas.

Esta mudança de perspectiva metodológica encontra respaldo sólido nas diretrizes curriculares nacionais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) reconhecem a importância da geometria para o desenvolvimento do pensamento, da compreensão do mundo e da resolução de problemas, integrando-a de forma contextualizada ao currículo escolar. De modo similar, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aborda a geometria não como um conjunto de fórmulas a serem memorizadas, mas como um campo de conhecimento que desenvolve o raciocínio lógico, a capacidade de demonstração e a aplicação de conceitos em contextos variados, valorizando a compreensão profunda.

Portanto, as análises prévias convergem para a conclusão de que o ensino de polígonos precisa transcender a abordagem descritiva e memorística. É necessário priorizar estratégias que promovam a investigação, a resolução de problemas e a exploração ativa das propriedades, alinhando-se a diretrizes nacionais e internacionais que enfatizam a construção do raciocínio geométrico.

Para fundamentar e operacionalizar essa visão, as seções subsequentes deste capítulo detalham, inicialmente, as propriedades fundamentais dos polígonos – como regularidade, diagonais e medidas angulares –, que constituem o núcleo conceitual a ser compreendido. Na sequência, são discutidos os aspectos curriculares que orientam e podem transformar o ensino desse conteúdo, estabelecendo a ponte entre a teoria geométrica e a prática pedagógica inovadora.

### 2.2.1 Propriedades Fundamentais dos Polígonos: bases para o desenho e a compreensão geométrica

Esta subseção tem como objetivo apresentar e sistematizar as propriedades fundamentais dos polígonos, constituindo-se como o núcleo conceitual essencial para a proposta didática desta pesquisa. O domínio de elementos como lados, vértices, ângulos, diagonais, perímetro e área transcende a mera identificação e nomenclatura de figuras. Ele é a base indispensável para a construção de um pensamento geométrico robusto, que estimula o raciocínio lógico-dedutivo, desenvolve a capacidade de visualização e abstração, e consolida habilidades de resolução de problemas. Portanto, uma exploração profunda e consistente dessas propriedades não é um fim em si mesma, mas o ponto de partida fundamental para que a proposta de trabalho com o desenho geométrico – seja com instrumentos tradicionais ou com softwares de geometria dinâmica – possa atingir seu pleno potencial didático, permitindo que os alunos não apenas reproduzam figuras, mas as compreendam, analisem e construam.

Parte-se do conceito de que um polígono é uma figura geométrica plana que atende a três condições essenciais: (1) é formado exclusivamente por segmentos de reta; (2) é fechado; (3) seus segmentos de reta não se cruzam (não se intersectam exceto nos vértices). Essa definição formal, no entanto, ganha vida e significado quando operacionalizada por meio da construção e da investigação. Conforme sintetiza Souza (2015, p. 45):

[...] uma linha poligonal é formada por segmentos de retas consecutivas que não possuem as mesmas direções. Assim, sua constituição envolve uma sequência de pontos, de modo que cada segmento possui extremos definidos, sendo a linha delimitada por pontos em suas extremidades.

Assim, uma linha poligonal definida pelos pontos  $A_1, A_2, A_3 \dots A_{n-1}, A_n$  corresponde à união dos segmentos de reta sucessivos que ligam cada par de pontos consecutivos:

$$\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots, \overline{A_{n-1}A_n}, \overline{A_nA_1}.$$

A compreensão desta estrutura básica – a linha poligonal fechada – é o primeiro passo para a investigação das propriedades que dela decorrem e que serão detalhadas nas subseções seguintes, organizadas para guiar uma progressão lógica do conhecimento.

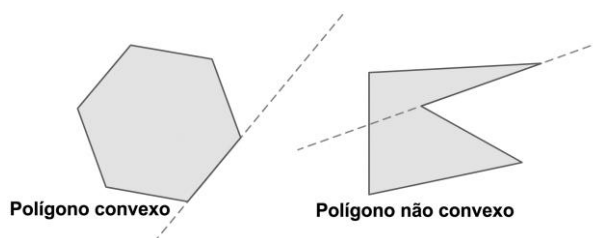
Para que o ensino de polígonos por meio do desenho geométrico seja efetivo, é imprescindível que o professor e, conseqüentemente, o aluno, dominem com clareza estas propriedades. Elas são as ferramentas conceituais que transformam um simples traçado em uma atividade de descoberta e validação matemática. As subseções que se seguem detalham essas propriedades, sempre com o intuito de subsidiar a criação de situações didáticas nas quais os estudantes possam, através do desenho (manual ou digital), conjecturar, testar e formalizar o conhecimento sobre polígonos.

### 2.2.1.1 Polígonos regulares

Para definirmos o que são *polígonos regulares* é necessário, primeiramente, definirmos *polígonos convexos* - um polígono é convexo quando todos os pontos de um segmento de reta que possui as extremidades no interior do polígono também estão dentro dele. (Barbosa, 2012).

A interseção dos semiplanos construídos a partir dos lados define o conjunto de pontos que formam o polígono. Na Figura 1 apresentam-se dois exemplos: um polígono convexo e outro não convexo.

**Figura 1 – Polígono convexo e não convexo**

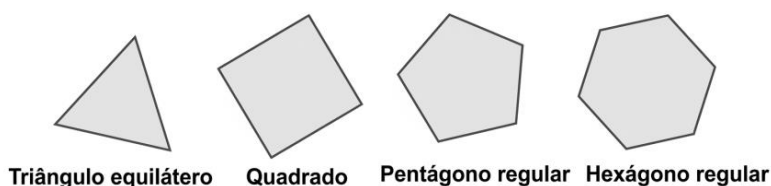


Fonte: Couceiro (2023).

Segundo Couceiro (2023, p. 183) um polígono é dito regular se for equilátero, ou seja, lados e ângulos congruentes (iguais).

A figura 2 traz exemplos de polígonos regulares, como um triângulo equilátero, um quadrado, um pentágono regular e um hexágono regular.

**Figura 2 – Polígonos regulares**



Fonte: Couceiro (2023)

Couceiro (2023, p. 183) demonstra que todo polígono regular pode ser inscrito numa circunferência, vejamos:

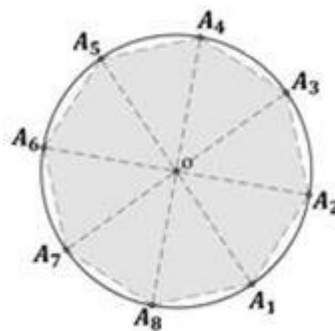
Proposição:

Seja  $A_1, A_2, A_3, A_{n-1}, A_n$  um polígono regular. Tracemos o círculo que passa pelos pontos  $A_1, A_2, A_3$ , conforme a Figura 3, e chamemos de  $O$  o centro desse círculo. Observe que  $OA_1 = OA_2$  (raios do círculo de centro  $O$ ). Assim, o triângulo  $OA_1A_2$  é isósceles e  $O\hat{A}_1A_2 = O\hat{A}_2A_1$ . Como o polígono é regular, todos os seus ângulos têm a mesma medida. Portanto,  $A_1\hat{A}_2A_3 = A_2\hat{A}_3A_4$ .

Nesse sentido,  $A_1\hat{A}_2O = O\hat{A}_3A_4$ . Como os lados de um polígono regular são congruentes, então  $A_1A_2 = A_3A_4$  e  $OA_2 = OA_3$ . Assim, os triângulos  $OA_1A_2$  e  $OA_3A_4$  são congruentes e  $OA_1 = OA_4$ , e, portanto,  $A_4$  também é um ponto do círculo.

O mesmo raciocínio pode ser utilizado para provar que  $A_5, A_6, \dots, A_n$  são pontos do círculo, ou seja, todos os pontos do polígono pertencem ao círculo.

**Figura 3 – Polígono inscrito**



Fonte: Autor (2025).

### 2.2.1.2 Polígonos não regulares

De acordo com Brasil Escola (2025), um polígono não regular é aquele em que lados e ângulos não apresentam medidas iguais, em contraste com os polígonos regulares. Em outras palavras, um polígono é considerado não regular se pelo menos um dos lados ou ângulos possuir medida diferente dos demais. Essa característica faz com que os polígonos não regulares apresentem maior diversidade de formas e configurações geométricas, exigindo dos estudantes maior atenção na análise de suas propriedades. Além disso, o estudo desses polígonos contribui para

o desenvolvimento do raciocínio espacial e da capacidade de comparação entre diferentes figuras geométricas.

**Tabela 1 - Diferença entre Polígonos Regulares e Irregulares**

Característica	Polígono Regular	Polígono Irregular
Lados	Todos iguais	Podem ter diferentes comprimentos
Ângulos	Todos iguais	Podem ter diferentes ângulos
Exemplo	Quadrado, triângulo equilátero	Retângulo, triângulo escaleno

Fonte: Autor (2025).

O Quadro 1 apresenta a nomenclatura de alguns polígonos em função do número de lados que os compõem:

**Quadro 1 – Nomenclatura de polígonos**

Nome	Número de lados
Triângulo	3
Quadrilátero	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octógono	8
Eneágono	9
Decágono	10
Dodecágono	12
Pentadecágono	15
Icoságono	20

Fonte: Autor (2025).

### 2.2.1.3 Número de diagonais de um polígono

Neste tópico, Moreira (2025) nos mostra que a fórmula  $D = \frac{n(n-3)}{2}$  para calcular o número de diagonais de um polígono baseia-se em uma ideia de contagem organizada dos segmentos que podem ser formados entre seus vértices. Considere um polígono com  $n$  vértices. A partir de um vértice qualquer, é possível traçar segmentos para todos os outros vértices, totalizando  $n - 1$  conexões possíveis. No entanto, dessas conexões, duas correspondem aos lados do polígono (pois ligam o vértice aos seus vizinhos imediatos) e, portanto, não são diagonais. Assim, restam apenas  $n - 3$  segmentos que podem ser considerados diagonais a partir de um único vértice.

Como o polígono possui  $n$  vértices, poderíamos inicialmente pensar que o número total de diagonais seria  $n(n - 3)$ . Entretanto, essa contagem inclui cada diagonal duas vezes, já que toda diagonal liga dois vértices e, ao contar a partir de cada um deles, a mesma diagonal é contabilizada novamente. Para corrigir essa duplicidade, é necessário dividir o resultado por 2. Vejamos:

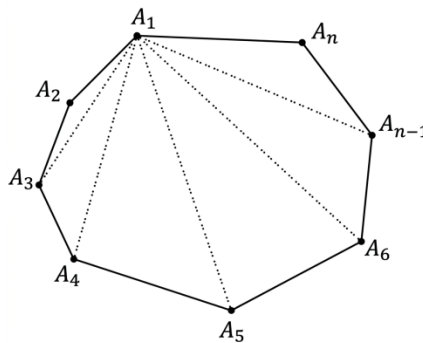
Proposição:

O total de diagonais de um polígono convexo de  $n$  lados é  $\frac{n(n - 3)}{2}$ .

Demonstração:

A fórmula  $D = \frac{n(n - 3)}{2}$  para calcular o número de diagonais de um polígono é derivada do fato de que cada vértice pode ser conectado a  $n - 3$  outros vértices, e como cada diagonal é contada duas vezes, o resultado é dividido por 2, vejamos:

**Figura 4 – Construção das diagonais**



Fonte: Autor (2025).

#### 2.2.1.4 A soma dos ângulos internos de um polígono convexo

A ideia deste tópico é demonstrar por que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180 graus. Utiliza-se o princípio de que, traçando uma reta paralela a um dos lados do triângulo através do vértice oposto, obtêm-se que dois dos ângulos internos do triângulo são congruentes a dois ângulos alternos internos formados com essa reta. Conforme apresentado por Almeida (2007), temos:

Proposição:

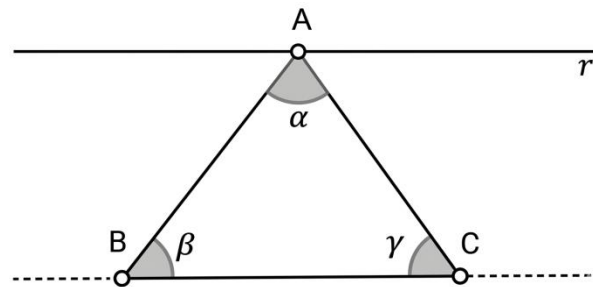
A soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ .

Demonstração:

Seja  $\Delta ABC$  um triângulo. Conforme apresentado na Figura 5, considere o lado BC

disposto horizontalmente e trace uma reta  $r$  passando pelo vértice A e paralela ao lado BC.

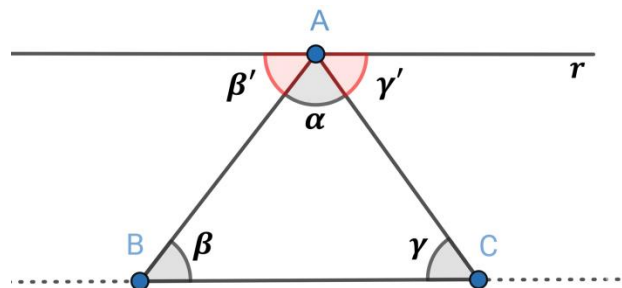
**Figura 5 – Construção geométrica da soma dos ângulos internos do triângulo**



Fonte: Autor (2025).

Chamemos os ângulos internos do triângulo de  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta) e  $\gamma$  (gama). Denotemos por  $\beta'$  o ângulo formado pela reta  $r$  com o lado AB e  $\gamma'$  o ângulo formado pela reta  $r$  com o lado AC. Observe a Figura 6.

**Figura 6 – Construção geométrica com ângulos alternos internos**



Fonte: Autor (2025).

O ângulo formado sobre a reta  $r$  no ponto A é um ângulo raso; portanto, a soma dos ângulos adjacentes é igual a  $180^\circ$ .

$$\beta' + \alpha + \gamma' = 180^\circ$$

Como as retas  $r$  e  $\overline{BC}$  são paralelas, os ângulos  $\beta$  e  $\beta'$  são congruentes por serem alternos internos. De modo análogo, os ângulos  $\gamma$  e  $\gamma'$  também são congruentes. Assim, temos:

$$\beta \cong \beta' \text{ e } \gamma \cong \gamma'$$

Substituindo essas congruências na relação obtida anteriormente, conclui-se que:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Portanto, a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo no plano euclidiano é igual a  $180^\circ$ .

Proposição:

A soma dos ângulos internos de um polígono convexo de  $n$  lados é  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .

Demonstração: Seja  $P$  um ponto no interior do polígono e seja  $S_i$  a soma dos ângulos internos do polígono  $A_1A_2\dots A_n$ . A soma dos ângulos internos dos  $n$  triângulos  $PA_1A_2, PA_2A_3, \dots, PA_{n-1}A_n$  e  $PA_nA_1$  é  $n \cdot 180^\circ$ .

Mas podemos calcular essa soma da seguinte forma:

$$360^\circ + S_i$$

$$\text{Portanto, } n \cdot 180^\circ = 360^\circ + S_i \Leftrightarrow S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ .$$

#### 2.2.1.5 A soma dos ângulos externos de um polígono convexo

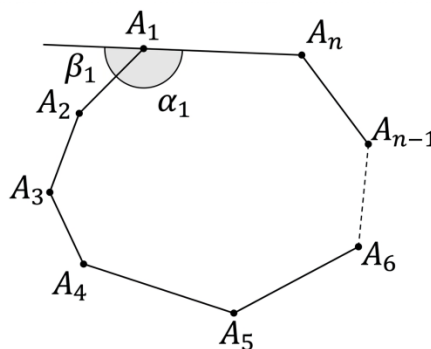
De acordo com Brasil Escola (2025), A soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a  $360^\circ$ . Vejamos:

Proposição:

A soma dos ângulos externos de um polígono convexo de  $n$  lados é  $360^\circ$ .

Demonstração: Observe na Figura 7, a seguir, que  $\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ$ . Portanto,  $\alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \dots + \alpha_n + \beta_n = n \cdot 180^\circ \Leftrightarrow S_i + S_e = n \cdot 180^\circ \Leftrightarrow S_e = n \cdot 180^\circ - (n - 2) \cdot 180^\circ \Leftrightarrow S_e = 360^\circ$ .

**Figura 7 – Definição do ângulo externo**



Fonte: Autor (2025).

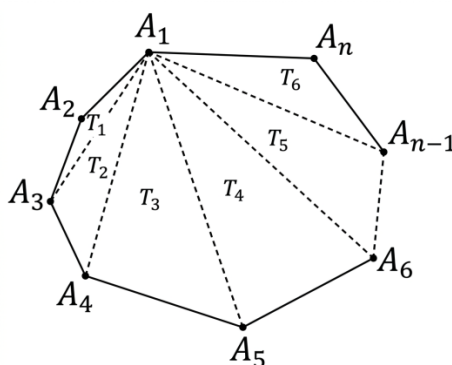
Assim, independentemente do número de lados do polígono convexo, ao percorrermos todos os seus vértices somando os ângulos externos formados, obtemos sempre o mesmo valor total de  $360^\circ$ . Esse resultado evidencia uma

propriedade fundamental dos polígonos convexos e está diretamente relacionado ao fato de que, ao dar uma volta completa em torno da figura, realizamos uma rotação total equivalente a uma circunferência completa.

#### 2.2.1.6 Soma dos ângulos internos ( $S_i$ ) pelo processo de triangulação no polígono convexo

Para determinar a soma dos ângulos internos  $S_i$  de um polígono convexo, utilizamos neste trabalho o processo de triangulação, que consiste em dividir o polígono em triângulos não sobrepostos, cujos vértices são vértices do polígono original, de modo que a união desses triângulos recubra completamente o seu interior. Essa operação corresponde à definição formal de triangulação, descrita na literatura como "uma decomposição do polígono em triângulos por um conjunto maximal de diagonais não intersectantes" (O'Rourke, 1998, p. 1). A partir dessa decomposição, exploramos o fato de que um polígono com  $n$  lados pode ser triangulado em  $n_{\Delta} = (n - 2)$  triângulos, e como verificado no Tópico 2.2.1.4 que cada triângulo possui  $S_i = 180^\circ$ , assim, a soma dos ângulos internos de um polígono convexo é dado pelo produto de  $180^\circ$  por  $n_{\Delta}$ , ou seja:  $S_i = n_{\Delta} \cdot 180^\circ$ . Vejamos a seguir:

**Figura 8 - Soma dos ângulos ( $S_i$ ) pela triangulação**



Fonte: Autor (2025).

Conforme ilustrado na Figura 8, verifica-se que as diagonais traçadas a partir de um único vértice de um polígono promovem a sua decomposição em triângulos ( $T_1, T_2, T_3 \dots T_n$ ) não sobrepostos, os quais recobrem integralmente a região interna da figura. Tal construção constitui uma demonstração geométrica da validade da fórmula em questão, uma vez que garante a ausência de lacunas ou sobreposições na partição realizada.

O estudo das propriedades básicas dos polígonos é fundamental para o entendimento da geometria plana, pois estabelece as bases para a análise e resolução de problemas geométricos. A classificação dos polígonos quanto ao número de lados, vértices e ângulos permite uma organização sistemática das figuras geométricas, facilitando sua identificação e aplicação em diversas situações. Além disso, o conhecimento das propriedades dos polígonos regulares e irregulares - como a soma dos ângulos internos e externos - é essencial para a compreensão de conceitos mais avançados em geometria.

Conclui-se que a aplicação das propriedades dos polígonos em atividades práticas e em situações do cotidiano evidencia a importância desse conteúdo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para a resolução de desafios matemáticos. O domínio desses conceitos revela-se, portanto, indispensável à construção de uma base sólida em geometria, favorecendo não apenas a aprendizagem, mas também a utilização da matemática de forma eficaz, relevante e contextualizada.

### 2.2.2 Aspectos curriculares sobre o ensino de polígonos: subsídios para uma proposta didática

Esta subseção analisa o lugar e a função do ensino de polígonos nos documentos curriculares, evidenciando como esse conteúdo, mais do que um tópico isolado, é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio geométrico e como suas diretrizes oferecem subsídios essenciais para a construção de uma proposta didática intencional, como a que esta pesquisa defende centrada no desenho geométrico.

O estudo dos polígonos, estruturado nos currículos de Matemática da educação básica, possui uma dupla finalidade: é tanto um objeto de conhecimento específico quanto uma via privilegiada para que os alunos compreendam propriedades estruturantes da geometria plana (lados, ângulos, simetria) e estabeleçam conexões com outros eixos, como transformações geométricas e proporcionalidade.

Sob a perspectiva curricular (Brasil, 2017), verifica-se uma progressão intencional no tratamento dos polígonos:

- Nos anos iniciais, o foco recai sobre a identificação, comparação e nomeação de formas geométricas presentes no ambiente, promovendo uma familiarização inicial.

- Nos anos finais do Ensino Fundamental, etapa central para esta investigação, o estudo avança para a classificação sistemática (triângulos, quadriláteros, polígonos regulares e não regulares) e a exploração de suas propriedades.
- No Ensino Médio, a complexidade aumenta com a resolução de problemas envolvendo relações métricas, medidas de ângulos, perímetro e área, exigindo um maior grau de abstração e formalização.

Essa progressão não é meramente cumulativa; ela demanda uma transição didática consciente da intuição para a dedução, da identificação para a análise. É precisamente nesse intervalo, particularmente no 9º ano, que a técnica do desenho geométrico se revela uma ferramenta pedagógica estratégica. Ela opera como um mediador concreto que pode materializar essa progressão, permitindo ao aluno, através da construção precisa, visualizar, testar e internalizar as propriedades que os documentos curriculares prescrevem para essa fase.

Nesse sentido, as orientações nacionais e internacionais convergem ao valorizar abordagens ativas e contextualizadas. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) brasileira enfatiza a articulação da geometria com situações concretas e a exploração ativa de formas. De modo similar, os princípios do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), nos Estados Unidos, destacam a importância de desenvolver o raciocínio geométrico através da identificação, classificação e análise de figuras. Essas diretrizes legitimam e incentivam o uso de recursos de representação e manipulação, tais como materiais concretos (blocos, geoplanos) e ferramentas digitais (como o GeoGebra), que compartilham com o desenho geométrico a lógica de externalizar o pensamento e investigar propriedades através da ação.

Portanto, refletir sobre os aspectos curriculares do ensino de polígonos não é apenas mapear um conteúdo no programa, mas compreender o *espaço pedagógico* que ele abre. Este espaço, conforme delineado pelas diretrizes, é propício para intervenções que, como a proposta desta pesquisa, privilegiam a construção ativa, a visualização e a investigação guiada. A análise curricular realizada aqui demonstra que a opção pelo desenho geométrico como eixo metodológico para o 9º ano não é arbitrária; é uma resposta fundamentada às expectativas de aprendizagem para a etapa, oferecendo um caminho concreto para desenvolver as competências geométricas previstas, ao mesmo tempo em que pode superar uma abordagem puramente teórica e descontextualizada ainda comum nas salas de aula.

### 2.3 Referencial Teórico-Metodológico: Engenharia Didática e Teoria das Situações Didáticas

Esta seção descreve os caminhos adotados nesta pesquisa, a qual se inicia com uma pesquisa bibliográfica e detalha as etapas subsequentes do desenvolvimento da pesquisa.

Conforme definido por Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa bibliográfica fundamenta-se em material já publicado, constituído por livros, artigos científicos, dissertações, teses e monografias. Seu principal objetivo é colocar o pesquisador em contato com o estado da arte da literatura pertinente ao tema investigado.

A investigação estrutura-se em três pilares de análise: estudos diagnósticos (*i*), estudos teóricos (*ii*) e estudos experimentais (*iii*). A operacionalização dessa análise deu-se por meio do exame de dissertações e teses, selecionadas em repositórios digitais de instituições de ensino superior.

Foram selecionados 12 trabalhos, cuja publicação concentra-se predominantemente no período entre 2015 e 2025. Após a seleção, procedeu-se à análise de diversos aspectos presentes nesses materiais, tais como: o conteúdo abordado, as ferramentas e metodologias utilizadas, os cenários e contextos de aplicação, os objetivos propostos, as intervenções pedagógicas sugeridas e outros elementos relevantes para o ensino de polígonos no ambiente escolar.

#### Quadro 2 – Mapeamento de trabalhos de pesquisas realizados sobre o tema de estudo “Polígonos no Ensino Fundamental”, período (2015 – 2025).

Nº	LOCAL	TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	ANO
01	Repositório Institucional da UFMG	Processo de ensino e aprendizagem de polígonos no Ensino Fundamental, na perspectiva da Investigação Matemática.	Nascimento, M, M.	Universidade Federal de Minas Gerais	2016
02	Repositório da UFJF	Ensino e Aprendizagem de geometria no 8º ano do Ensino Fundamental: uma proposta para o estudo de polígonos	Rezende, D, P, L.	Universidade Federal de Juiz de Fora	2017
03	Google Acadêmico	Expressão gráfica no ensino e aprendizagem: estudo de polígonos.	Bzunek, D; Polli, A, C; Góes, A, R, T; Melo, J, C.	Universidade federal do Paraná	2017
04	Google Acadêmico	Uma sequência didática para o ensino de polígonos: o uso de materiais manipuláveis no quinto ano do ensino fundamental.	Polli, C. T. S; Figueiredo, H, R, S.	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	2018
05	Google Acadêmico	Aprendizagem significativa do conceito de polígono: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental	Barbosa, A. C. I.	Universidade Federal de Uberlândia	2018
06	Portal eduCapes	O Ensino de Polígonos por Atividades Experimentais.	Santos, F, N, C.	Universidade Estadual do Pará	2020
07	Google Acadêmico	Visualização e representação do conceito de polígono em livros didáticos do Ensino Fundamental.	Leivas, J. C, P.	Pontifícia Universidade Católica de Campinas.	2023

08	Google Acadêmico	Desafio geométrico: da experimentação à aprendizagem do conceito de polígonos regulares.	Vaz, P, N; Lopo, A, B.	Universidade Estadual da Bahia	2023
09	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações Da UPF	Sequência didática: estudo de polígonos no 6º ano do Ensino Fundamental por meio de material lúdico	Silva, S. P	Universidade de Passo Fundo	2023
10	Google Acadêmico	Ensino de polígonos: proposta metodológica a partir do origami.	Farias, E, M.	Universidade Estadual da Paraíba	2023
11	Google Acadêmico	O cálculo de áreas de polígonos numa abordagem dinâmica utilizando o software Geogebra no 9º ano do ensino fundamental.	Nascimento, F, L.	Universidade Federal de Alagoas	2024
12	Portal EduCapes	Uma experiência didática com o ensino de polígonos para o 8º ano da EJA.	Araújo, C, S.	Universidade Federal Fluminense	2024

Fonte: Autor (2025).

A análise dos trabalhos sobre o tema revela que a abordagem tradicional de ensino de polígonos – centrada em definições e na memorização de fórmulas – mostra-se limitada. Esse modelo pouco contribui para uma compreensão profunda da geometria ou para sua aplicação em situações do mundo real.

#### Estudos diagnósticos (*i*): reflexões

Os diagnósticos realizados pela literatura contemporânea apontam para a necessidade premente de uma mudança metodológica radical. A abordagem tradicional, centrada na transmissão passiva de fórmulas, revela-se insuficiente para promover condições favoráveis a uma aprendizagem consistente. Nascimento (2016) e Vaz e Lopo (2023) denunciam que esse modelo de "aula-palestra" é o principal entrave ao desenvolvimento geométrico, sugerindo que a superação dessa limitação reside em vincular o conteúdo ao cotidiano e à investigação, transformando o polígono de um conceito estático em um objeto de descoberta ativa.

Nessa perspectiva, o ensino deve priorizar o desenvolvimento de competências como o raciocínio lógico, o pensamento crítico e a capacidade de resolução de problemas. Isso implica estimular o aluno a assumir um protagonismo na construção do conhecimento, processo que Rezende (2017) e Barbosa (2018) defendem por meio de sequências didáticas que substituem a "aprendizagem bancária" pela formulação de hipóteses e experimentação. Ao professor, conforme os preceitos da mediação docente, cabe propor situações desafiadoras que despertem a curiosidade epistemológica e favoreçam a consolidação conceitual.

De modo geral, os estudos indicam que o uso de materiais manipuláveis contribui significativamente para a aprendizagem, pois concretiza conceitos que, de outra forma, permaneceriam abstratos. Farias (2023) e Silva (2023) demonstram,

respectivamente, como o uso do origami e de materiais lúdicos rompe com o desinteresse escolar, enquanto Polli e Figueiredo (2018) reforçam que a manipulação física é a base necessária para a transição do pensamento empírico para o abstrato.

Embora os livros didáticos desempenhem um papel central, Leivas (2023) alerta para a existência de uma "atrofia visual" nesses materiais. Enquanto nas séries iniciais há boas representações, nos níveis avançados observa-se uma falta de coerência entre figura, definição e contraexemplos, o que induz o aluno ao erro. Essa falha é agravada pela ausência de práticas de expressão gráfica, conforme apontado por Bzunek et al. (2017), que defendem o desenho e a construção técnica como vias essenciais para a visualização e generalização geométrica.

Observa-se ainda que o pensamento geométrico — que envolve visualização e argumentação — permanece uma fragilidade latente. Os diagnósticos evidenciam que muitos alunos mantêm uma compreensão superficial, frequentemente associando o termo “polígono” apenas à ideia de “figuras com muitos lados”. Essa insegurança diante da definição formal, como a identificação de propriedades essenciais (não autointerseção e constituição por lados retilíneos), revela falhas graves na formação conceitual. Santos (2020) ressalta que, sem atividades experimentais, os estudantes tendem a apoiar suas classificações em aspectos visuais imediatos (protótipos) e não nos atributos definidores da figura.

Para transpor essas barreiras, especialmente nos anos finais, a inserção da tecnologia torna-se um diferencial crítico. Nascimento (2024) demonstra que o uso do software GeoGebra permite superar a estática do papel, possibilitando que o aluno manipule propriedades em tempo real e compreenda a dinâmica das áreas e perímetros. Da mesma forma, Araújo (2024) enfatiza que essa melhoria deve ser inclusiva, adaptando-se até mesmo ao contexto da EJA, onde a geometria deve ser resgatada como uma ferramenta de leitura das práticas sociais e profissionais do estudante.

Em suma, as intervenções pedagógicas baseadas em sequências didáticas planejadas e no uso de materiais concretos ou digitais não são apenas alternativas acessórias, mas exigências para um ensino efetivo. Ao integrar a manipulação física à rigurosidade da investigação, é possível favorecer não apenas a compreensão conceitual profunda, mas também o envolvimento e a motivação, formando alunos capazes de pensar geometricamente sobre o mundo.

## Estudos teóricos realizados (*ii*): reflexões

A análise teórica sobre o ensino de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental revela que as metodologias tradicionalmente empregadas mostram-se insuficientes para promover uma aprendizagem pautada na compreensão conceitual, evidenciando a necessidade de revisão crítica dessas práticas e da adoção de propostas pedagógicas mais coerentes com as demandas formativas contemporâneas. Tal entendimento encontra respaldo nos princípios estabelecidos pela Constituição Federal de 1988, ao reconhecer a educação como direito de todos e dever do Estado e da família (Brasil, 1988), bem como pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB nº 9.394/1996, ao atribuir à educação a finalidade do pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (Brasil, 1996). Nesse sentido, a crítica à educação matemática meramente transmissiva encontra eco nas contribuições de Freire (1996), ao defender uma educação dialógica, problematizadora e centrada na autonomia do educando, bem como em D'Ambrosio (2001), ao enfatizar que o conhecimento matemático deve ser compreendido em sua dimensão cultural, contextualizada e socialmente produzida.

Com base nos trabalhos apresentados no Quadro 2 (p. 44 e 45), constata-se que o ensino do tema tem se limitado, em grande parte, à exposição de definições, classificações e fórmulas, privilegiando exercícios de repetição em detrimento de uma exploração conceitual mais profunda. Embora essa abordagem possa favorecer a memorização pontual, ela não assegura compreensão duradoura, resultando, com frequência, em um aprendizado essencialmente mecânico e pouco transferível para novas situações. Essa constatação dialoga diretamente com as críticas de Skovsmose (2000) à Educação Matemática tradicional, ao alertar para a necessidade de práticas investigativas que rompam com a lógica da mera reprodução. Também converge com Libâneo (2006), ao defender que conteúdos e métodos devem promover atividade intelectual reflexiva, e com Haydt (2006), ao ressaltar que o ensino precisa articular objetivos, procedimentos metodológicos e avaliação contínua.

Os referenciais consultados evidenciam que os alunos comumente apresentam dificuldades para diferenciar exemplos de não exemplos de polígonos, reconhecer figuras côncavas ou irregulares e compreender propriedades geométricas fundamentais. Tais dificuldades estão intrinsecamente ligadas à

escassez de propostas pedagógicas que incentivem a investigação, a reflexão e a aplicação prática dos conceitos. Sob a perspectiva de Van Hiele (1986), tais dificuldades também podem ser interpretadas como decorrentes do descompasso entre os níveis de pensamento geométrico exigidos pelas tarefas escolares e aqueles efetivamente desenvolvidos pelos estudantes, o que reforça a necessidade de progressão didática estruturada. Essa interpretação aproxima-se, igualmente, das contribuições de Pavanello (1993), ao defender a reorganização do ensino de geometria em bases progressivas e cognitivamente adequadas.

A literatura ressalta, ainda, que o ensino de polígonos deve transcender o mero cálculo de perímetros e áreas. É imprescindível estimular o raciocínio espacial, a visualização geométrica e a capacidade de argumentação matemática — competências essenciais para o desenvolvimento cognitivo e para a aplicação do conhecimento em contextos reais. Nesse processo, recursos como materiais manipuláveis, representações visuais e instrumentos de desenho configuram-se como ferramentas valiosas, pois permitem aos alunos explorar, construir e testar hipóteses acerca das propriedades das figuras. Essa perspectiva é fortalecida por Lorenzato (2006) e Dante (2009), ao defenderem a centralidade da geometria concreta, visual e contextualizada no ensino básico. Também dialoga com Smole, Diniz e Carraher (2012), ao valorizarem práticas interativas, linguagem matemática e construção coletiva de significados em sala de aula.

Sob a ótica de Bruner (1997), a aprendizagem pela descoberta reforça que o estudante deve assumir papel ativo na construção do conhecimento, enquanto Ausubel (2003) destaca a importância da aprendizagem substancial ancorada em conhecimentos prévios. Complementarmente, Novak e Gowin (1984) ampliam essa compreensão ao enfatizar a relação entre estrutura cognitiva, motivação e organização conceitual do conhecimento, conforme representado no modelo em “V” proposto por esses autores, o qual explicita a articulação entre fundamentos teóricos, procedimentos metodológicos e experiência investigativa na construção do saber. Gardner (2011), por sua vez, contribui ao destacar a diversidade de inteligências, indicando a necessidade de múltiplas estratégias pedagógicas, enquanto Boaler (2016) reforça a importância de ambientes inclusivos, nos quais o erro é compreendido como parte constitutiva do processo de aprendizagem e o potencial matemático é acessível a todos.

Em síntese, as reflexões teóricas indicam que o ensino de polígonos precisa superar uma perspectiva puramente descritiva e formalista, adotando abordagens

que favoreçam a participação ativa do estudante. A integração entre teoria, prática e tecnologia configura um ambiente de aprendizagem mais transformador, capaz de formar alunos críticos, criativos e aptos a utilizar o conhecimento geométrico de modo consciente no cotidiano. Essa perspectiva converge com Perrenoud (2000), ao defender práticas pedagógicas diferenciadas e inclusivas, capazes de respeitar ritmos, trajetórias e modos diversos de aprender.

Essa mudança de paradigma sugere que a eficácia do ensino não reside na quantidade de conteúdo transmitido, mas na qualidade da experiência de aprendizagem proporcionada. Modelos que incentivam a investigação, a experimentação e a resolução de problemas contextualizados são os que efetivamente constroem bases sólidas para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Nesse cenário, a investigação matemática defendida por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) assume papel central, ao propor a construção ativa do conhecimento por meio da formulação de conjecturas, testes, validações e sistematizações progressivas. Tal perspectiva harmoniza-se, ainda, com as orientações da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017), ao enfatizar competências relacionadas à argumentação, à resolução de problemas e ao pensamento geométrico.

Para que o ensino de polígonos se torne mais eficaz, é crucial considerar alguns eixos norteadores da prática docente e da aprendizagem. Entre eles, destacam-se:

#### 1. Compreender e identificar as dificuldades dos alunos

A identificação dessas dificuldades demanda observação atenta por parte do professor, análise sistemática das respostas dos estudantes e diagnóstico consistente de erros recorrentes. Problemas como a desconexão entre a representação gráfica e a definição formal, a dificuldade em discriminar exemplos e contraexemplos ou a carência de raciocínio geométrico estruturado devem ser explicitamente considerados no planejamento pedagógico.

Conforme apontam Barbosa e Cruz (2024), tais dificuldades podem decorrer da fraca articulação entre representação e conceito, o que reforça a necessidade de intervenções didáticas mais estruturadas. Nesse contexto, Vygotsky (1998) contribui ao compreender tais lacunas como parte da dinâmica da Zona de Desenvolvimento Proximal, na qual o aprendizado ocorre por meio da mediação social e linguística, com apoio do professor e de instrumentos culturais.

O mapeamento dessas fragilidades possibilita a proposição de intervenções mais direcionadas e eficazes, alinhadas às ideias de Luckesi (2011), que compreende a avaliação como processo diagnóstico e formativo, e de Perrenoud (1999), ao defender a regulação contínua da aprendizagem.

## 2. Alinhar a prática pedagógica às diretrizes curriculares

A pesquisa tem papel fundamental em assegurar que o ensino de polígonos esteja em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual enfatiza o desenvolvimento do pensamento geométrico, da argumentação e da resolução de problemas. A BNCC também reforça o uso de metodologias ativas, coerentes com abordagens investigativas defendidas por Skovsmose (2000) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). Soma-se a isso o disposto na LDB nº 9.394/1996, que orienta a educação escolar para o desenvolvimento integral do educando, e a ampliação do Ensino Fundamental para nove anos prevista na Lei nº 11.274/2006 (Brasil, 2006), que reorganizou tempos e trajetórias formativas no ensino básico.

Nesse cenário, a prática docente deve incorporar mediações intencionais, conforme destacam Freire (1996) e Vygotsky (1998), nas quais o diálogo, a problematização e a interação social constituem elementos estruturantes da aprendizagem.

## 3. Conectar a matemática à realidade do aluno

A investigação pedagógica evidencia a presença dos polígonos no cotidiano, observáveis em construções, pisos, placas de sinalização, objetos domésticos, embalagens e diversas formas presentes no espaço urbano. Tal constatação reforça a perspectiva de D'Ambrosio (2001), ao defender uma matemática culturalmente situada, vinculada às experiências sociais e às práticas humanas. Nessa visão, aprender geometria significa compreender que os conceitos matemáticos não se restringem ao ambiente escolar, mas integram a organização do mundo vivido.

Essa abordagem também dialoga com Lorenzato (2006) e Dante (2018), ao enfatizarem a contextualização como elemento central do ensino de geometria. Quando o estudante relaciona triângulos, quadriláteros e outros polígonos a situações concretas de seu entorno, a aprendizagem torna-se mais consistente, favorecendo a compreensão de propriedades, classificações e aplicações práticas desses conceitos.

Ao mesmo tempo, Skovsmose (2000) reforça que a matemática deve ser compreendida como ferramenta de leitura crítica do mundo. Assim, o estudo dos polígonos pode contribuir para a interpretação de espaços urbanos, projetos arquitetônicos, formas de organização visual e problemas do cotidiano, ampliando o papel formativo da disciplina para além da simples memorização de fórmulas.

Nessa mesma direção, Boaler (2016) destaca que a conexão com situações reais promove maior engajamento e compreensão profunda. Quando o aluno percebe utilidade no que aprende, tende a participar com mais interesse, autonomia e confiança. Dessa forma, aproximar a matemática da realidade do estudante constitui um caminho promissor para tornar o ensino de polígonos mais atrativo, contextualizado e efetivo, favorecendo aprendizagens duradouras e socialmente relevantes.

#### 4. Investigação em sala de aula como eixo estruturante

A investigação matemática, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), constitui um processo de formulação de hipóteses, testes e validações. Brousseau (1997) complementa essa visão ao propor a Teoria das Situações Didáticas, na qual o saber emerge da interação entre aluno, professor e *milieu*. No plano metodológico, Artigue (1996) fortalece essa abordagem ao sistematizar a Engenharia Didática como percurso de planejamento, experimentação e análise das situações de ensino.

Bruner (1997) corrobora esse movimento ao enfatizar a aprendizagem por descoberta, enquanto Ausubel (2003) sustenta a necessidade de ancoragem cognitiva para que o novo saber se torne consistente. Essa compreensão é ampliada por Gardner (2011) e por Novak e Gowin (1984), que destacam, respectivamente, a diversidade das inteligências e a relevância dos mapas conceituais e da motivação no processo de organização do conhecimento.

No que tange à dimensão avaliativa, Luckesi (2011) reforça o caráter formativo e diagnóstico do processo, enquanto Perrenoud (1999) enfatiza sua função reguladora, essencial para ajustar o ensino às necessidades do aprendiz. Para conferir suporte científico a essas intervenções, a análise de dados educacionais é fortalecida pelas contribuições de Field (2018) e Cohen (1988), especialmente no que se refere à interpretação de resultados estatísticos e ao uso do tamanho do efeito (*effect size*) como indicador da relevância prática dos achados.

Essa integração metodológica eleva o rigor da pesquisa, permitindo que os resultados transcendam a mera significância estatística (*p-value*) e alcancem

compreensão clara de sua magnitude e impacto pedagógico. Assim, os dados coletados serão submetidos a procedimentos estatísticos rigorosos, cujo detalhamento e discussão aprofundada serão apresentados na seção de análise final, oferecendo leitura qualificada dos efeitos observados nas intervenções propostas.

Em síntese, os trabalhos revisados convergem ao evidenciar a relevância de metodologias que articulem teoria e prática, integrando recursos visuais, manipulativos e digitais a situações investigativas capazes de promover a participação ativa dos estudantes. Nesse sentido, tais abordagens apontam para um horizonte promissor no ensino de polígonos, ao transformá-lo em uma experiência mais relevante, na qual se articulam consolidação conceitual e aplicação crítica do conhecimento em diferentes contextos.

Dessa perspectiva, torna-se evidente que o modelo tradicional, centrado na transmissão de definições e fórmulas isoladas, revela-se insuficiente diante das demandas contemporâneas da Educação Matemática. A superação desse modelo exige, portanto, compreensão mais ampla do processo de ensino e aprendizagem, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento geométrico, o qual demanda articulação teórica consistente e intencionalidade pedagógica claramente definida.

O suporte teórico deste estudo estrutura-se em eixos complementares: primeiro, na visão de Freire (1996), Vygotsky (1998) e D'Ambrosio (2001), que situam o saber na esfera do diálogo e da cultura; segundo, na didática específica de Brousseau (1997) e Van Hiele (1986), focada no desenvolvimento do raciocínio geométrico. Soma-se a isso a defesa de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), Ausubel (2003) e Bruner (1997) por um estudante protagonista que investiga e ancora novos significados em estruturas cognitivas prévias.

Ampliando essa visão, as contribuições de Perrenoud (1999; 2000), Skovsmose (2000), Lorenzato (2006), Dante (2009; 2018), Smole, Diniz e Carraher (2012) e Boaler (2016) inserem a Matemática em um campo de equidade, realidade e compreensão profunda. A análise das situações em sala de aula ganha o rigor de Artigue (1996; 2002) enquanto a eficácia do processo é sustentada pelas bases de Luckesi (2011), no que se refere à avaliação; Haydt (2006), quanto aos instrumentos avaliativos; Libâneo (2006), no âmbito da didática e organização do ensino; Field (2018) e Cohen (1988), na análise estatística e metodológica; Novak e Gowin

(1984), na organização do conhecimento por meio de mapas conceituais; e Gardner (2011), ao evidenciar a diversidade cognitiva inerente ao processo educativo.

Em conjunto, esses referenciais constituem um arcabouço teórico sólido e multifacetado, capaz de sustentar a necessidade de práticas pedagógicas mais investigativas, críticas e cognitivamente robustas.

Dessa forma, a articulação entre investigação em sala de aula, mediação docente qualificada e fundamentação teórica consistente configura-se como eixo estruturante para um ensino de polígonos mais dinâmico, contextualizado e efetivo. Nesse modelo, o estudante deixa de ocupar posição meramente receptiva e passa a atuar como sujeito ativo na construção do conhecimento, desenvolvendo não apenas conteúdos geométricos, mas, sobretudo, formas mais elaboradas de pensar matematicamente o mundo.

#### Estudos experimentais (*iii*): reflexões

O conjunto de trabalhos mapeados entre 2015 e 2025 revela um movimento marcante na Educação Matemática em direção ao uso de atividades experimentais, materiais manipuláveis, sequências didáticas investigativas e recursos tecnológicos como estratégias para o ensino de polígonos no Ensino Fundamental. Tais propostas dialogam com visões atuais de aprendizagem que concebem o aluno como protagonista na construção de significados, em sintonia com a perspectiva freireana, quando Freire (1996, p. 25) afirma que “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua produção ou construção”.

No estudo de Nascimento (2016), observa-se que a experimentação assume caráter predominantemente investigativo, aproximando-se do que Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 18) definem como investigação matemática: “uma atividade que envolve formular questões, explorar situações, procurar padrões e justificar conclusões”. Nesse caso, a experimentação não se reduz à manipulação de objetos, mas se concretiza como um processo intelectual de testagem e validação de hipóteses sobre polígonos.

A pesquisa de Rezende (2017) apresenta atividades experimentais organizadas em sequência didática no 8º ano, destacando o uso de construções geométricas e verificações empíricas. Essa perspectiva é coerente com Lorenzato (2010, p. 92), ao afirmar que “a aprendizagem geométrica depende de experiências que envolvam manipulação, visualização e exploração”. As atividades possibilitam

que os estudantes testem características dos polígonos e consolidem conceitos de forma gradual e articulada.

No trabalho de Bzunek et al. (2017), a experimentação está associada à expressão gráfica. Nesta abordagem, desenhar polígonos é compreendido como uma forma de experimentar representações e explorar propriedades. Duval (1999, p. 16) assinala que “não há compreensão em matemática sem a coordenação entre diferentes registros de representação”, justificando a relevância de práticas experimentais fundamentadas na representação gráfica.

Já Polli e Figueiredo (2018) centram sua proposta no uso de materiais manipuláveis, adotando uma experimentação concreta. Essa prática ressoa com as considerações de Borba e Penteado (2016, p. 45), para quem “a manipulação de objetos amplia a compreensão das estruturas geométricas e favorece a construção ativa do conhecimento”. A sequência didática evidencia que os alunos aprendem explorando, comparando e reconstruindo formas poligonais.

O estudo de Barbosa (2018), fundamentado na aprendizagem consistente de Ausubel, estrutura a experimentação como meio de conectar conhecimentos prévios e novos conceitos. Ausubel (1968, p. 111) ressalta que “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe”, reforçando a pertinência de atividades experimentais como organizadores prévios na introdução dos polígonos.

Entre os trabalhos analisados, o de Santos (2020) é o que mais explicitamente assume as atividades experimentais como eixo central. Suas práticas envolvem manipulação de objetos, medições, uso de figuras e análise de propriedades em situações concretas. Laborde (2005, p. 172) destaca que “a experiência direta com objetos geométricos oferece ao aluno oportunidades de formular conjecturas fundamentadas na ação”, o que está alinhado às propostas do estudo.

O trabalho de Leivas (2023) apresenta uma experimentação indireta, voltada à análise de livros didáticos. Embora não envolva experimentação realizada pelos alunos, o autor investiga como os materiais didáticos propõem (ou não) atividades experimentais e exploratórias. Esse tipo de análise crítica contribui para compreender de que maneira os recursos disponíveis ao professor favorecem práticas investigativas.

Em Vaz e Lopo (2023), a experimentação aparece vinculada à resolução de desafios geométricos, nos quais os alunos testam hipóteses, constroem polígonos e

comparam propriedades. Dante (2009, p. 23) explica que “resolver problemas é fazer matemática”, o que inclui experimentar possibilidades, confrontar estratégias e justificar caminhos. As atividades propostas reforçam essa concepção.

O estudo de Silva (2023) recorre ao uso de material lúdico, apresentando a experimentação como processo brincante e construtivo. Kamii e DeVries (1993, p. 51) afirmam que experiências lúdicas permitem às crianças “explorar relações lógico-matemáticas de forma espontânea e consistente”, justificando o uso de jogos e objetos lúdicos na aprendizagem de polígonos.

Farias (2023) explora o origami como estratégia metodológica, promovendo experimentação geométrica por meio das dobraduras. Boakes (2009, p. 68) destaca que “o origami permite aos estudantes visualizar e compreender ideias geométricas complexas através de ações simples”, revelando simetrias, congruências e propriedades poligonais emergentes durante o processo.

O trabalho de Nascimento (2024) enfatiza a experimentação digital com o uso do GeoGebra. Gravina (1996, p. 51) explica que ambientes de geometria dinâmica possibilitam “exploração contínua, imediata e visualmente expressiva das propriedades geométricas”. Ao manipular vértices e observar mudanças simultâneas, o aluno experimenta relações poligonais de modo dinâmico.

Por fim, Araújo (2024) apresenta uma experiência experimental adaptada à Educação de Jovens e Adultos (EJA), integrando atividades contextualizadas e relevantes. A proposta reconhece os saberes prévios dos estudantes, reforçando o entendimento de Freire (1996, p. 72), para quem “a leitura do mundo precede a leitura da palavra”, evidenciando a importância de experiências concretas e contextualizadas para este público.

Em síntese, observa-se que os trabalhos analisados compartilham a valorização da experimentação como metodologia relevante para o ensino de polígonos, embora em diferentes perspectivas: concretas, digitais, gráficas, lúdicas, investigativas ou contextualizadas. Contudo, nota-se que algumas propostas carecem de maior sistematização teórica sobre o papel da experimentação ou de avaliação mais aprofundada de seus impactos. Assim, embora a adoção de atividades experimentais represente avanço pedagógico, é necessário que tais práticas estejam articuladas a objetivos definidos, mediação docente consistente e momentos de reflexão conceitual — elementos indispensáveis para que a experimentação transcenda o nível empírico e se constitua em prática verdadeiramente formadora.

### 2.3.1 A Engenharia Didática de Michèle Artigue

Esta subseção tem como objetivo apresentar a metodologia da Engenharia Didática (ED), detalhando seus fundamentos, etapas e sua relevância para o contexto desta pesquisa.

A ED emergiu no início da década de 1980, na França, no âmbito da Didática da Matemática (DM), consolidando-se principalmente pelos trabalhos da pesquisadora Michèle Artigue. A proposta visava criar uma metodologia de pesquisa rigorosa e sistemática para planejar, testar e analisar sequências didáticas, articulando de forma estruturada a teoria com a prática em sala de aula.

Conforme Artigue (1996), a ED caracteriza-se por uma estrutura metodológica rigorosa que integra a elaboração teórica à experimentação prática. Sua principal vantagem reside na possibilidade de efetivamente articular a investigação teórica com a realidade educativa. A pesquisadora estabelece uma analogia elucidativa para o papel do professor/pesquisador:

[...] comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objectos muito mais complexos do que os objectos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (Artigue, 1996, p. 193).

Essa analogia ressalta que, embora fundamentada em modelos teóricos, a ED reconhece e enfrenta a complexidade intrínseca do fenômeno educativo, para o qual a ciência pura nem sempre oferece respostas prontas. Seu valor, portanto, está na conexão direta e na "dupla ancoragem" entre teoria e prática. Trata-se de uma abordagem experimental que testa hipóteses teóricas sobre o ensino e a aprendizagem em situações reais de sala de aula, oferecendo um roteiro metodológico que fundamenta a pesquisa teoricamente e valida suas conclusões pela experimentação.

A execução de um projeto em ED é um processo não linear e criativo, que abrange desde a concepção inicial até a implementação prática. Requer um controle sistemático para assegurar a confiabilidade científica, apoiando-se tanto em referencial teórico quanto em um método claro. Conforme Pais (2019), o planejamento de uma ED organiza-se em quatro fases consecutivas:

1. Análises Preliminares: Envolve a fundamentação teórica e a análise do objeto de estudo, considerando constatações empíricas, concepções dos sujeitos e as condições da realidade onde a experiência se dará. É pertinente descrever as dimensões que configuram o fenômeno (epistemológica, cognitiva, pedagógica etc.) para delimitar e compreender o objeto.

2. Concepção e Análise *a priori*: Consiste na definição das variáveis de comando do sistema de ensino que influenciam o fenômeno didático. Isso inclui conteúdos, tipos de tarefas, representações (simbólica, gráfica, manipulativa), organização didática, modalidades de interação e o nível cognitivo esperado. Artigue (1996) distingue variáveis *globais* (relativas à sequência como um todo) de *locais* (ligadas a momentos específicos). O objetivo é identificar quais variáveis podem ser controladas e estabelecer a relação entre conteúdo e atividades.

3. Aplicação da Sequência Didática (SD): É a fase de experimentação, onde a SD – um conjunto de sessões de aula cuidadosamente planejadas – é implementada. O pesquisador deve registrar fiel e detalhadamente o processo (por meio de filmagens, gravações, anotações), priorizando as variáveis definidas na análise *a priori*. A transparência na descrição das circunstâncias é um princípio fundamental (Yin, 2005; Artigue, 1996).

4. Análise *a posteriori* e Validação: Fase de tratamento objetivo dos dados coletados, buscando revelar o raciocínio dos estudantes. A validação ocorre pela comparação sistemática entre as análises *a priori* e *a posteriori*, confrontando as hipóteses iniciais com os resultados observados. Essa é uma etapa de grande desafio metodológico, pois visa assegurar que os resultados decorram de uma compreensão efetiva, e não apenas de procedimentos memorísticos (Pais, 2019).

Em síntese, a ED configura-se, nas palavras de Artigue (1996, p. 247), como "um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação, e a análise de sequências de ensino". Ela funciona como uma ponte sistemática entre o conhecimento acadêmico e a realidade do ensino, mantendo unidas a ciência (teoria) e a técnica (prática). Por esse rigor e por sua capacidade de otimizar o fluxo do conhecimento para a sala de aula, justifica-se plenamente sua adoção como referencial para investigar o fenômeno didático em questão.

### 2.3.2 A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau

Nesta subseção, apresentam-se os fundamentos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), com o objetivo de destacar sua importância no processo de ensino e aprendizagem e sua relevância específica para os procedimentos metodológicos desta pesquisa.

Proposta pelo matemático e didata francês Guy Brousseau, a TSD constitui uma ruptura significativa em relação aos paradigmas tradicionais de ensino, nos quais o aluno era frequentemente concebido como um sujeito passivo, receptor de conhecimentos. Sob esta nova perspectiva, o estudante passa a assumir um papel fundamentalmente ativo e protagonista em seu próprio processo de aprendizagem, sendo constantemente instigado a explorar, questionar e construir conhecimento de maneira autônoma. Essa mudança de enfoque contrasta diretamente com o modelo de “educação bancária” criticado por Freire (1970), deslocando o centro da atividade pedagógica da mera transmissão de informações para a criação sistemática de condições que favoreçam a construção crítica e reflexiva do saber.

No âmbito específico da Educação Matemática, um dos objetivos centrais alinhados a esta teoria consiste em promover a autonomia intelectual do estudante, possibilitando-lhe a elaboração de instrumentos conceituais e operatórios que lhe permitam interpretar e interagir de forma crítica com a realidade que o circunda. Contudo, é necessário reconhecer que a formação de conceitos não se restringe ao espaço-tempo formal da sala de aula, nem se esgota nas situações diretamente controladas pela ação docente. O processo educativo estende-se para além das fronteiras institucionais imediatas, abarcando um conjunto complexo de experiências que extrapolam, em grande medida, a intencionalidade pedagógica explícita do professor.

É neste contexto que a noção de situação didática, formulada por Brousseau (1986), torna-se essencial para uma compreensão mais ampla de como a aprendizagem se constrói na interface entre o ambiente escolar planejado e a vida social e cultural do aluno, incluindo seu imaginário e experiências prévias. O grande desafio didático reside, então, em analisar essa interação dinâmica entre o que é didático (isto é, diretamente mediado e intencionado pelo professor) e o que é adidático (aquilo que ocorre fora do seu controle direto, mas que influencia profundamente a aprendizagem). Esta perspectiva evidencia a profundidade e a ambição da proposta da Didática da Matemática, que busca criar condições capazes

de favorecer a evolução do conhecimento mesmo em situações não controladas diretamente pela intervenção docente.

Uma situação adidática pode ser entendida como um momento específico dentro de uma situação didática mais ampla, no qual o foco recai inteiramente sobre a ação autônoma do aluno. Nela, o estudante reage ao *milieu* – termo que designa o conjunto de elementos do problema com os quais ele interage – de forma a construir o conhecimento necessário, cabendo ao professor atuar primordialmente como observador e como aquele que provê e estrutura o *milieu*, sem interferir diretamente na trajetória de resolução. Nas palavras do próprio Brousseau (1986), esta autonomia é o sinal da aprendizagem consolidada:

Quando o aluno torna-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação adidática.

Para operacionalizar essa visão, Brousseau propôs uma estrutura cíclica composta por quatro fases interdependentes, que descrevem a jornada do aluno numa situação didática: ação, formulação, validação e institucionalização. Conforme explicam Souza et al. (2021, p. 364), na *fase de ação* o aluno se depara com o problema e mobiliza seus conhecimentos para uma tomada de posição inicial; na *formulação*, ele traça estratégias e as verbaliza, examinando suas conjecturas; na *validação*, busca demonstrar e argumentar de maneira organizada para validar suas ideias perante os pares; e, finalmente, na *institucionalização*, o professor sistematiza o saber construído, conferindo-lhe o estatuto de conhecimento socialmente reconhecido e sua forma linguística convencional.

Nessa arquitetura, o professor assume o papel de planejador e mediador estratégico, criando um ambiente de aprendizagem – o *milieu* – que desafia o aluno a atuar como um investigador. Cabe ao docente propor situações que estimulem a investigação, a formulação de hipóteses e a construção de modelos, conceitos e teorias, promovendo assim uma aprendizagem consistente. Como sintetizam Bonfim e Andrade (2024, p. 6), “Brousseau propõe um modelo composto por quatro fases para a resolução de problemas [...] e descreve situações didáticas e adidáticas que coexistem de forma harmônica, nas quais o professor ora media e observa a ação autônoma do aluno, ora apresenta intencionalmente os conteúdos formais”.

Portanto, a TSD evidencia o valor pedagógico de envolver os estudantes em desafios que os incentivem a investigar, levantar hipóteses e construir conceitos por meio de sua própria atividade intelectual. Quando aplicada em sala de aula através de situações-problema cuidadosamente elaboradas, ela favorece uma aprendizagem ativa e reflexiva, contribuindo não apenas para a apropriação sólida de conhecimentos matemáticos, mas também para o fortalecimento da autonomia, do pensamento crítico e da capacidade de argumentação dos estudantes. Para esta pesquisa, a TSD oferece um referencial teórico robusto para a análise das interações em sala de aula e para o planejamento de sequências de ensino que visem a uma aprendizagem profunda e autônoma dos conceitos geométricos relacionados aos polígonos.

### 2.3.3 Integração das abordagens na pesquisa em Educação Matemática

Nesta subseção, justifica-se a escolha da Engenharia Didática (ED) e da Teoria das Situações Didáticas (TSD) como referenciais teórico-metodológicos centrais para a presente pesquisa. A opção por integrar essas duas abordagens sustenta-se em sua reconhecida pertinência para a análise e o desenvolvimento de situações de ensino e aprendizagem em Matemática, “[...] uma vez que, em conjunto, oferecem um aparato consistente para a compreensão da dinâmica complexa que envolve professor, aluno e o saber matemático.” (Pais, 2019).

No âmbito da Didática da Matemática (DM), é possível observar uma marcante complementaridade entre a ED e a TSD. Conforme Artigue (1996), a primeira configura-se como um quadro metodológico que organiza e estrutura o processo de investigação em etapas bem definidas – como as análises preliminares, a concepção, a experimentação e a validação –, articulando de modo sistemático a concepção teórica com a prática experimental. A segunda, proposta por Brousseau (1986), fornece os fundamentos teóricos indispensáveis para interpretar e problematizar as interações que emergem na prática pedagógica, com seus conceitos estruturantes, como as situações didáticas e adidáticas, o *milieu* e as fases de ação, formulação, validação e institucionalização.

A ED, enquanto metodologia de pesquisa, "possibilita preparar, aplicar e analisar sequências didáticas", fornecendo instrumentos concretos que permitem ao professor-pesquisador "idealizar as aulas, acompanhar a sua execução e refletir sobre os resultados" (Teixeira e Passos, 2013). Nesse sentido, a Engenharia Didática opera em sintonia com a TSD, ao oferecer uma estrutura que orienta a

organização da intervenção pedagógica. Essa articulação se concretiza por meio do registro sistemático das atividades, da análise das interações em sala de aula e da consideração das variáveis de ensino, tanto locais — relacionadas às características específicas de cada atividade — quanto globais — vinculadas à organização e progressão da sequência didática. Além disso, promove-se uma reflexão crítica acerca dos limites e das potencialidades das situações de aprendizagem propostas, conforme discutido por Artigue (1996) no âmbito da Engenharia Didática.

Por sua vez, a TSD representa uma estrutura teórica fundamental para a concepção de estratégias de ensino que tenham como fim a promoção da autonomia intelectual do aluno. Nesta perspectiva, as sequências didáticas devem ser elaboradas para possibilitar que o estudante construa ativamente os conhecimentos matemáticos, cabendo ao professor atuar como mediador do processo, sem impor diretamente o percurso cognitivo. Conforme destacam Teixeira e Passos (2013), a TSD organiza-se em fases distintas, das quais se destacam:

- A fase de formulação, caracterizada pela interação do aluno com o *milieu*, pelo uso de uma linguagem inicialmente não formal, pela adaptação conceptual e pelos processos de retroalimentação.
- A fase de validação, momento em que o modelo ou a estratégia construída pelo aluno deve ser justificada, confrontada com outros pontos de vista e socializada perante o professor e a turma.

Desse modo, enquanto a ED disponibiliza os recursos metodológicos para planejar, acompanhar e interpretar situações de ensino e aprendizagem, configurando-se como um apoio prático essencial à ação docente, a TSD contribui com a compreensão teórica dos processos cognitivos e das interações dinâmicas estabelecidas entre o aluno, as tarefas propostas e o *milieu*.

Com base nas referências discutidas anteriormente, o Quadro 3 apresenta uma síntese dos principais elementos de comparação entre a ED e a TSD, evidenciando suas aproximações e especificidades no contexto da Educação Matemática.

**Quadro 3 – Integração entre o Aporte Teórico (TSD) e o Percorso Metodológico (ED)**

<b>Aspecto</b>	<b>Teoria das Situações Didáticas (TSD)</b>	<b>Engenharia Didática (ED)</b>
Origem	Desenvolvida por Guy Brousseau (a partir de 1970).	Desenvolvida por Michèle Artigue (anos 1980).
Papel no Sistema	Referencial Teórico: Fornece a lente para entender como o conhecimento é construído.	Metodologia de Pesquisa: Fornece o "passo a passo" para investigar e validar o ensino.

Objetivo de Estudo	O contrato didático e as fases da gênese do saber (ação, formulação, validação e institucionalização).	A sequência de ensino (transposição didática) planejada, executada e confrontada.
Foco da Análise	As interações no meio ( <i>milieu</i> ) e as escolhas do sujeito diante do problema.	A validação interna (confronto entre análise <i>a priori</i> e análise <i>a posteriori</i> ).
Instrumentalização	Define conceitos como situação adidática, devolução e obstáculos epistemológicos.	Estrutura a pesquisa em: Análises prévias, Concepção e Análise <i>a priori</i> , Experimentação e Análise <i>a posteriori</i> .
Sinergia	Fornece a substância teórica; define o que observar e como o saber se manifesta.	Atua como o veículo da investigação; define como produzir e controlar o fenômeno didático.

Fonte: Elaborado pelo autor (2025), com base em Artigue (1996) e Brousseau (1986).

A articulação apresentada no Quadro 3 demonstra que a relação entre a TSD e a ED não é de oposição, mas de profunda interdependência. Enquanto a Teoria das Situações Didáticas oferece o suporte epistemológico necessário para compreender as complexas interações entre professor, aluno e saber, a Engenharia Didática operacionaliza essa teoria, fornecendo o rigor metodológico para a experimentação.

Em suma, a TSD define o objeto e a intencionalidade do ensino (o que se pretende que o aluno reconstrua), enquanto a ED estrutura o percurso e a validação da pesquisa (como garantir que tal reconstrução ocorra e seja comprovada). Essa sinergia é o que caracteriza a robustez da Didática da Matemática francesa, permitindo que o pesquisador não apenas descreva fenômenos de sala de aula, mas os produza e os controle mediante um sólido confronto entre a teoria e a prática.

#### 2.3.4 O Saber como Construção Instrumental e a Integração Teórico-Metodológica

No âmbito de uma sequência didática orientada pelo Desenho Geométrico para o 9º ano do Ensino Fundamental, o conceito de "saber" assume uma dimensão prática e teórica indissociável. Para Brousseau (1997), o saber matemático não emerge da mera contemplação, mas da resistência do "meio". Ao propor a construção de polígonos com régua, esquadro e transferidor, o professor configura uma situação didática na qual os instrumentos e as propriedades geométricas — como paralelismo, perpendicularismo e medidas angulares — compõem o *milieu* com o qual o aluno interage e sobre o qual deve agir.

Nessa perspectiva, o saber é a estratégia que permite ao estudante transitar de um conhecimento espacial intuitivo para um saber geométrico formalizado. O sucesso da construção física atua como o mecanismo de validação inerente à TSD:

se o polígono não "fecha" ou as somas angulares divergem do previsto, o meio fornece um *feedback* imediato de que as propriedades teóricas não foram corretamente operacionalizadas. Complementarmente, Artigue (2002) discute a Gênese Instrumental<sup>1</sup>, defendendo que o saber emerge quando o aluno desenvolve esquemas de uso que transformam o objeto (instrumento físico) em um mediador da sua atividade cognitiva. O saber geométrico consolidado é, portanto, aquele que coordena a representação gráfica rigorosa com a definição formal (Artigue, 1996).

A utilização conjunta da ED e da TSD possibilita uma visão integrada e robusta sobre a prática docente. Enquanto a TSD fornece os fundamentos para compreender como e por que os alunos aprendem ao manipular esses instrumentos, a ED oferece o percurso metodológico para projetar e analisar tais situações de forma controlada. Segundo Artigue (2008), a ED operacionaliza os conceitos da TSD, permitindo que a sequência de Desenho Geométrico seja planejada integrando os referenciais teóricos à realidade técnica da sala de aula.

Essa articulação revela-se valiosa para investigações que visam intervir e aperfeiçoar práticas pedagógicas, pois oferece uma dupla ancoragem: sustenta as decisões de ensino e disponibiliza um percurso metodológico sólido. Utilizar apenas a TSD seria como possuir um mapa detalhado (a teoria) sem o veículo para percorrer o trajeto (a metodologia de aplicação). Por outro lado, empregar apenas a ED equivaleria a ter o veículo sem um destino claro. Como assinala Brousseau (1997), a TSD fornece a base das relações didáticas, mas é a estrutura da ED que permite transformar tais conceitos em práticas eficazes de construção geométrica.

Em síntese, a TSD fornece o "o quê" e o "porquê" da investigação, aportando as bases conceituais para compreender a aprendizagem dos estudantes sobre polígonos. A ED estabelece o "como", ao disponibilizar os procedimentos rigorosos para planejar, implementar e validar a intervenção. Essa articulação constitui um referencial coeso, permitindo desenvolver uma investigação fundamentada e orientada para a transformação da prática educativa no ensino de Geometria.

Diante desse referencial, o capítulo seguinte apresenta a concepção da sequência didática elaborada para esta pesquisa, bem como a análise *a priori* das

---

<sup>1</sup> A Gênese Instrumental (Rabardel, 1995 *apud* Artigue, 2002) é o processo de transformar um artefato (objeto físico, como o esquadro) em um instrumento (ferramenta mental). Esse processo envolve a instrumentação, na qual o aluno adapta seu raciocínio às regras do objeto, e a instrumentalização, na qual o aluno atribui funções específicas ao objeto para resolver uma tarefa matemática.

situações de construção propostas, detalhando os procedimentos metodológicos adotados para sua implementação e investigação.

## Capítulo 3

---

### CONCEPÇÃO E ANÁLISE *A PRIORI* DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

#### 3.1 Procedimentos Metodológicos

Este tópico tem como objetivo apresentar, de forma detalhada, o percurso metodológico adotado na pesquisa, desde o levantamento das informações até sua análise. Contempla as etapas de revisão do referencial teórico, a definição do universo de participantes, a realização das atividades de campo, os critérios de amostragem, bem como a escolha dos instrumentos e dos procedimentos de análise dos dados.

Para a sustentação metodológica, a pesquisa adota uma abordagem quantitativa, evidenciada pela utilização de gráficos e tabelas, que permitem identificar e analisar os aspectos mais relevantes da investigação, orientando a discussão dos resultados. Todas as análises realizadas são fundamentadas em um estudo bibliográfico preliminar, que reúne contribuições de autores da área e documentos oficiais que orientam o contexto educacional.

Entretanto, considerando que a pesquisa envolveu a realização de atividades no ambiente escolar, com interação direta entre pesquisador e participantes, destaca-se que os resultados não se restringem aos dados quantitativos. As observações realizadas *in loco* também foram fundamentais para a compreensão do processo de aprendizagem, caracterizando, assim, a pesquisa como de natureza qualitativa. Desse modo, o estudo assume uma abordagem de caráter misto, articulando dados quantitativos e qualitativos para uma análise mais abrangente e consistente do fenômeno investigado.

Na abordagem quantitativa, a ênfase é na análise, pelo exame dos componentes separadamente, enquanto a qualitativa visa compreender o significado de uma experiência dos participantes, em um ambiente específico, bem como o modo como os componentes se mesclam para formar o todo (Jones, 2007, p.298).

Para um melhor posicionamento dentro do objeto de estudo e a construção de um arcabouço teórico robusto, realizou-se inicialmente um levantamento

bibliográfico sobre o tema "ângulos". A busca concentrou-se em repositórios digitais de obras acadêmicas, tais como o Google Acadêmico e o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, abrangendo publicações entre os anos de 2013 e 2022.

Este recorte temporal justifica-se pelo fato de que a pesquisa de campo — cujos dados servem como diagnóstico para esta dissertação — foi originada de uma atividade pedagógica realizada em 2023, a qual também resultou na produção de um artigo científico. Assim, o mapeamento bibliográfico buscou situar o estado da arte do tema até o momento imediatamente anterior à intervenção prática, garantindo que o diagnóstico estivesse amparado pelas discussões acadêmicas mais recentes da última década.

O Quadro 4 apresenta o mapeamento dos trabalhos selecionados que fundamentaram as análises preliminares desta investigação.

**Quadro 4 - Mapeamento de trabalhos de pesquisas realizados sobre o tema de estudo “ângulos”, período de 2013 - 2022.**

Nº	LOCAL	TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	ANO
01	Google Acadêmico	Um estudo sobre ângulos: uma abordagem didática através de atividades.	Montagner, K. P.	Universidade Federal de Santa Maria	2013
02	Google Acadêmico	A inserção do software GeoGebra no ensino de ângulos.	Machado, C. B.	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	2015
03	Google Acadêmico	Significação do ângulo: indícios do conceito em atividades de localização.	Fraga, M. A.	Universidade de São Paulo	2016
04	Google Acadêmico	Construindo o conceito de ângulo: transitando entre representações, contextos e artefatos.	Rocha, M. R.	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	2016
05	Catálogo de teses e dissertações da CAPES	Mosaicos geométricos: Estudo de ângulos e simetrias.	Simonini, A. R. F.	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro	2017
06	Google Acadêmico	Construindo o conceito de ângulo a partir da sua mobilização em diversos contextos e da utilização de materiais manipulativos.	Rocha, M. R.	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	2017
07	UEMA Repositório	A transposição didática no conceito de ângulo: uma análise em livros didáticos da educação básica.	Oliveira, J. H. N.	Universidade Estadual do Maranhão	2020
08	Google Acadêmico	Materiais didáticos e o ensino de ângulos e retas: um relato de experiência.	Silva, L.A.; Santos Filho, R.; Santos, V.C; Silva, A.J.N.	EBR-Educação Básica Revista.	2021
09	Repositório Institucional UNESP	Proposta didática ao estudo de ângulos em uma circunferência.	Franzoni, V. C.	Universidade Estadual Paulista	2021

Fonte: Autor (2023).

O Quadro 4 foi organizado a partir de dissertações, monografias e artigos publicados que tratam o ensino de ângulos sob diversas perspectivas: desde a utilização de softwares como o GeoGebra até o uso de materiais manipulativos e análise de livros didáticos. A realização desta pesquisa bibliográfica justifica-se pois, segundo Amaral (2007):

[...] é uma etapa fundamental em todo trabalho científico que influenciará todas as etapas de uma pesquisa, na medida em que der o embasamento teórico em que se baseará o trabalho. Consistem no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa.

Em uma segunda etapa, o enfoque foi direcionado para atividades de campo com o intuito de se coletar as informações que pudessem ajudar na construção de uma análise quantitativa do universo pesquisado - alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de escolas da rede pública estadual.

A referida etapa foi realizada em cerca de quatro fases, a saber:

I. Na primeira fase, buscou-se direcionar o foco para instituições de ensino estaduais da rede pública situadas no município de Belém, destinando-se as atividades exclusivamente aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Considerando que o número de participantes previsto para o projeto era superior a 80 alunos, fez-se necessária a realização das devidas permissões e apresentações junto à direção de duas instituições escolares, totalizando, assim, 85 discentes que passaram a compor o universo do estudo. Essa etapa foi iniciada e concluída em 1º de junho de 2023.

II. Em uma segunda fase, foi realizada a apresentação do tema da pesquisa às turmas envolvidas e, em ato contínuo, foram entregues os Termos de Assentimento (TA) e Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice I e J), direcionados aos alunos e aos seus respectivos responsáveis, tendo em vista tratar-se de menores de idade. Essa etapa foi iniciada e concluída entre os dias 02 e 05 de junho de 2023.

III. Em uma terceira fase, procedeu-se ao recolhimento dos TA e TCLE junto aos participantes. Na sequência, aplicou-se um questionário (Apêndice A), composto por 22 itens de análise, bem como um teste diagnóstico de Matemática (Apêndice B) acerca do tema “ângulos”, contendo 10 questões objetivas, cujos resultados são

discutidos ao longo do texto. Essa etapa ocorreu entre os dias 06, 07, 08 e 12 de junho de 2023, em ambas as instituições envolvidas.

IV. Por fim, na quarta fase, realizou-se a tabulação e organização do material levantado e, posteriormente, efetuou-se a sistematização e análise dos resultados, a fim de confrontá-los com a base teórica levantada.

### 3.1.1 Sistematização de resultados e análises

Neste tópico, são apresentadas as interpretações e análises dos resultados obtidos no estudo de campo. Para isso, realiza-se uma correlação entre os respectivos dados e as contribuições dos autores já citados no Quadro 4. Os aspectos socioeducativos levantados no questionário serão analisados com base na legislação educacional.

O universo de alunos participantes da pesquisa foi composto por 85 discentes, distribuídos em quatro turmas de 9º ano do Ensino Fundamental. Na maioria dos casos, optou-se pelo uso de tabelas e gráficos, por serem mais elucidativos do que descrições realizadas apenas por meio de palavras acerca de frequências e porcentagens dos dados. As discussões pormenorizadas sobre os resultados apresentados serão realizadas no decorrer deste tópico.

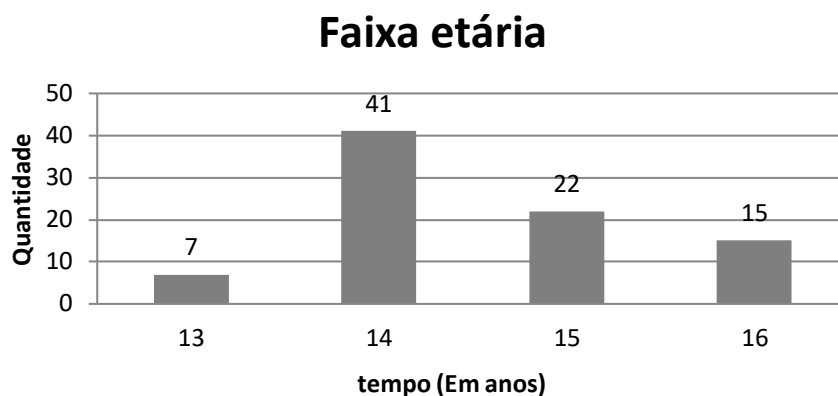
Por meio dos registros realizados, sintetizados nos Gráficos 1 ao 10 e complementados pelo Quadro 5, apresentam-se os resultados obtidos nos trabalhos de campo desenvolvidos nas duas escolas participantes da pesquisa. Esses dados permitem visualizar tendências, aproximações e diferenças entre os contextos investigados, oferecendo base concreta para a análise proposta. A partir disso, serão tecidas considerações acerca do comportamento dos participantes no contexto desta investigação.

Conforme mencionado anteriormente, o questionário aplicado aos participantes encontra-se disponível, na íntegra, no Apêndice A. Desse modo, proceder-se-á à abordagem dos gráficos apresentados, com destaque para as características mais relevantes das respostas obtidas. Tal encaminhamento busca organizar a leitura dos resultados e favorecer uma interpretação mais objetiva dos dados coletados.

- Perfil socioeconômico dos estudantes

A faixa etária dos alunos variou entre 13 e 16 anos. Conforme o Gráfico 1.

Gráfico 1 - Faixa etária dos alunos



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

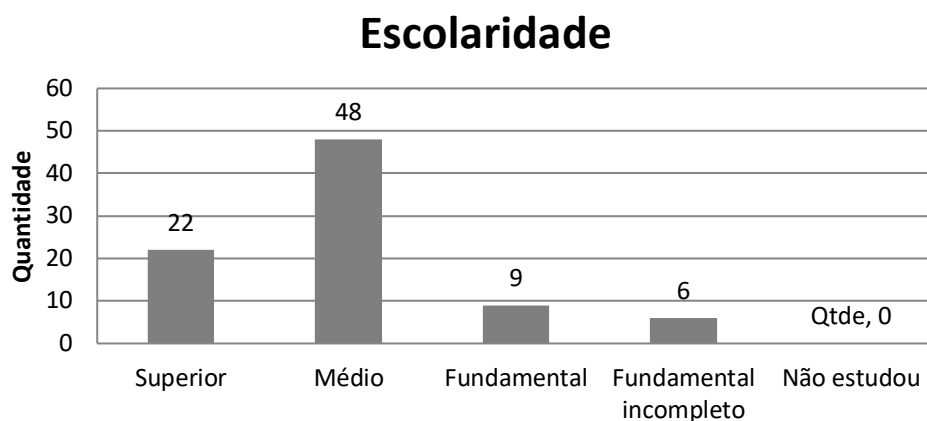
Dentre os alunos do universo pesquisado, foi registrada a quantidade de 44 meninos, 40 meninas e um participante que se autodeclarou de outros gêneros. No que se mostrou o gráfico, destacou-se com 48,23% a maioria dos alunos que respondeu à pesquisa, ou seja, aqueles com 14 anos. Esses resultados refletem o quadro de ensino vivenciado hoje dentro do Ensino Regular - pergunta nº 1.

Segundo prevê a Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, que ampliou o Ensino Fundamental para nove anos de duração, com a matrícula de crianças de seis anos de idade [...] (Brasil, 2006). Com isso, a faixa etária dos alunos se organizou da seguinte forma: Ensino Fundamental I, de 6 a 10 anos de idade, enquanto que a faixa etária do Ensino Fundamental II corresponde às idades de 11 a 14 anos, fazendo com que as turmas regulares do 9º ano venham refletir o quadro apresentado no gráfico.

No que se refere à pergunta nº 5 do questionário — “*Você já ficou em dependência?*” — observou-se que, do universo pesquisado, apenas 26 alunos (30,6%) se enquadravam como dependentes em pelo menos uma disciplina. Dentre esses casos, 46,15% correspondiam à Matemática e 53,84% a outras disciplinas. Os dados indicam que a defasagem não se concentra exclusivamente em uma área específica, mas alcança diferentes componentes curriculares.

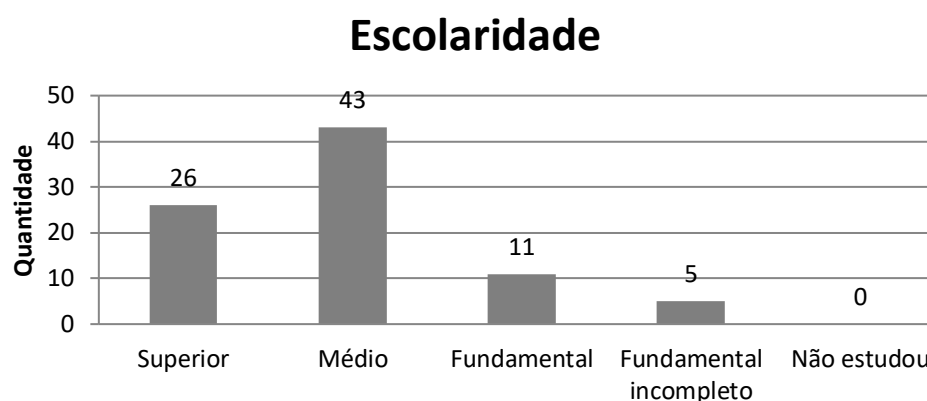
Sabe-se que a dependência escolar constitui uma realidade recorrente nas escolas públicas. Nesse sentido, a adoção desse regime representa uma alternativa de reorganização do percurso escolar, possibilitando ao estudante prosseguir seus estudos sem a necessidade de repetir conteúdos nos quais já obteve aprovação. As respostas referentes às perguntas nº 6 e nº 7 foram organizadas nos Gráficos 2 e 3.

Gráfico 2 - Qual a escolaridade de seu responsável masculino?



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

Gráfico 3 - Qual a escolaridade da sua responsável feminina?



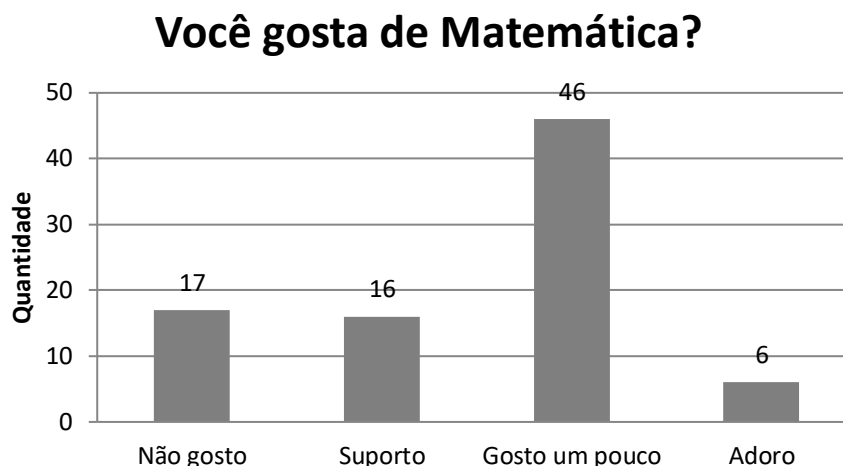
Fonte: Pesquisa de campo (2023).

Com relação aos Gráficos 2 e 3, destinados à identificação da escolaridade dos responsáveis, os dados foram organizados segundo os gêneros masculino e feminino. Em ambos os grupos, a opção de maior incidência foi “*Ensino Médio*”, correspondendo a 56,47% no gênero masculino e 50,58% no gênero feminino. Esse resultado evidencia que a maior parte dos responsáveis dos estudantes possui escolarização concentrada nesse nível de ensino.

Entretanto, na categoria “Ensino Superior”, observou-se maior destaque para o gênero feminino, com 30,58%, enquanto o gênero masculino apresentou 25,88%. Tal cenário confirma tendências já apontadas em estudos nacionais, segundo os quais “as mulheres brasileiras são mais instruídas que os homens e com mais acesso ao ensino superior [...]” (IBGE, Estatísticas de Gênero, 2021). Esses dados contribuem para compreender o perfil socioeducacional das famílias participantes da pesquisa.

As questões voltadas às percepções dos estudantes em relação à disciplina de Matemática iniciam-se na pergunta nº 8 — “*Você gosta de Matemática?*” —, apresentada com quatro alternativas de resposta. Os resultados obtidos encontram-se sistematizados no Gráfico 4, a seguir.

**Gráfico 4 - Você gosta de Matemática?**



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

No que tange à pergunta nº 9 — “*As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ensinados?*” —, foram disponibilizadas três opções de resposta. Os resultados obtidos distribuíram-se da seguinte forma: “Sim”, com 33 estudantes (38,82%); “Não”, com 9 estudantes (10,58%); e “Às vezes”, com 43 estudantes (50,58%).

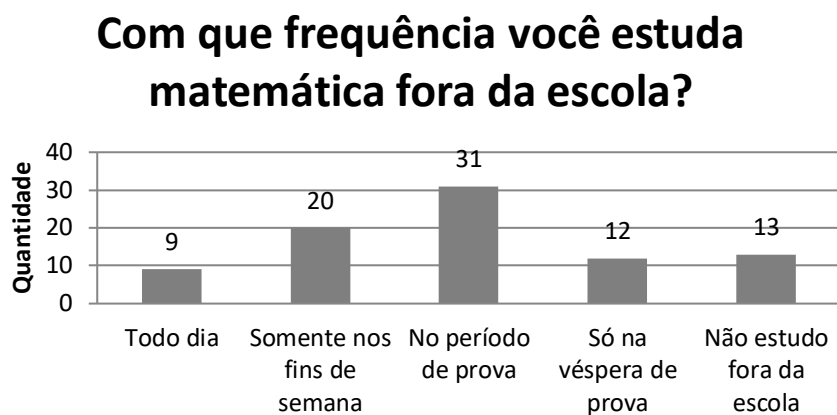
Observa-se que a maior parte dos participantes concentrou-se na alternativa “Às vezes”, indicando que o interesse pelas aulas não ocorre de maneira constante, podendo variar conforme fatores como metodologia utilizada, dinâmica da aula ou tipo de conteúdo trabalhado. Já o percentual daqueles que responderam “Sim” revela que uma parcela expressiva reconhece potencial motivador nas aulas de Matemática.

É comum observar, na comunidade escolar, uma relação pouco amistosa entre os alunos e a Matemática. Muitos declaram não gostar da disciplina, não sentir prazer em resolver problemas e considerar as aulas entediantes ou de difícil compreensão, situação que se estende da educação básica ao ensino superior. O rigor e a exatidão próprios da Matemática, embora necessários, podem gerar medo e uma relação áspera ou até traumática, resultando em desinteresse e rejeição (Reis, 2005, p. 4).

Com relação à pergunta nº 10 do questionário, os resultados obtidos foram organizados e apresentados no Gráfico 5. A questão buscou identificar a frequência

com que os estudantes estudam Matemática fora do ambiente escolar, aspecto relevante para compreender hábitos de estudo e o nível de autonomia discente em relação à aprendizagem.

**Gráfico 5 - Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

Com relação ao Gráfico 4 e 5, percebemos que entre eles existe um cenário de correlação negativa; pois, apesar de apresentar um resultado positivo, ou seja, no primeiro gráfico, 54%, “*Gosto um pouco*”, esses valores se contrapõem quando comparados ao 2º gráfico, 36%, “*No período de prova*”. Se estudantes afirmam gostar um pouco de uma disciplina por que, só então, estudar nos períodos de avaliação? *Falta motivação nas aulas de Matemática?*<sup>2</sup>; participação mais efetiva dos responsáveis na educação de seus filhos?

Quando nos posicionamos para discutir sobre a contribuição dos pais na educação da criança e do adolescente, devemos lembrar que:

Segundo a Constituição Federal, “A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, [...]” (Brasil, 1988, art. 205).

*De acordo com o art. 4º do Estatuto da Criança e do Adolescente, (Lei n.8.069, de 13 de julho de 1990):*

É dever da família, da comunidade, da sociedade em geral e do poder público assegurar, com absoluta prioridade, a efetivação dos direitos referentes à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao esporte, ao lazer, à profissionalização [...] (Brasil, 1990).

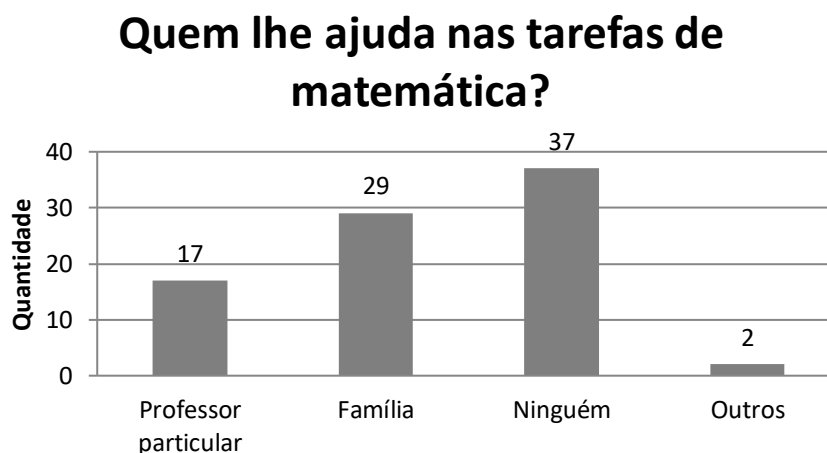
<sup>2</sup> Um dos motivos que fomentaram os debates e discussões e que contribuíram para a presente investigação.

No que confere a legislação nacional, a LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei n.9.394/1996, estabelece em seu art. 2, “A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, [...] (Brasil, 1996, art. 2º).

Sabemos que a formação educacional da criança e do adolescente não deve ocorrer somente na escola, a família é a principal referência e precisa ter uma participação efetiva nesse processo e, não somente, confiar essa responsabilidade a professores e agentes educacionais. Contudo, podemos concluir que os maiores incentivadores da permanência e do aprendizado do aluno na escola se direcionam para a família. Acreditamos que é a família a base principal da criança, fornecendo proteção, amor, conhecimentos e valores. Dessa forma, passa a ser a primeira a estabelecer contanto de interação do indivíduo com o meio social, ficando a escola para dar continuidade nos aprimores da vida.

Segundo Tiba (2007, p.187), [...] a educação escolar é diferente da familiar. Não há como uma substituir a outra, pois ambas são complementares. Não se pode delegar à escola parte da educação familiar, pois é única e exclusiva, voltada a formação do caráter e os padrões de comportamento familiares.

**Gráfico 6 - Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**



Fonte: Pesquisa de campo (2023).

No Gráfico 6 referente à pergunta nº 11, percebemos que este também se correlaciona com a problemática social que abordamos nos Gráficos 4 e 5, haja vista, o grande responsável por esse quadro, que se verifica nesta ocasião, ser vinculado à família. Os dados levantados apontam que 43,52% dos pesquisados afirmam que “ninguém” os ajuda nas tarefas escolares, e 34,11% que dizem contar

com ajuda de sua “*família*”. Estes ainda se tratam de dados de uma realidade que vem sendo reconstruída ao longo dos últimos anos.

As atividades escolares realizadas no ambiente doméstico configuram-se como um importante espaço de interação entre pais e filhos, favorecendo a aproximação familiar e o acompanhamento do processo de aprendizagem. Nesse contexto, o envolvimento parental nas tarefas escolares contribui significativamente para o desenvolvimento acadêmico dos estudantes, fortalecendo os vínculos entre família e escola, conforme destaca Joyce Epstein (2011). Ademais, estudos indicam um aumento progressivo da participação dos pais na educação dos filhos nas últimas décadas, evidenciando a crescente valorização do papel da família no percurso formativo, como discutem Henderson e Mapp (2002).

As questões referentes ao trabalho docente, que se encontram no questionário, iniciam-se por ocasião da pergunta nº 12, “*Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?*”

A opção “Às vezes”, 64 (75,29%), foi o que mais se destacou como resposta da pesquisa, ou seja, da metodologia praticada hoje, ainda se observa que muito do ensino e aprendizagem permanece focado dentro da sala de aula, quando na verdade deveria estar voltado para sua aplicação - situações do dia a dia.

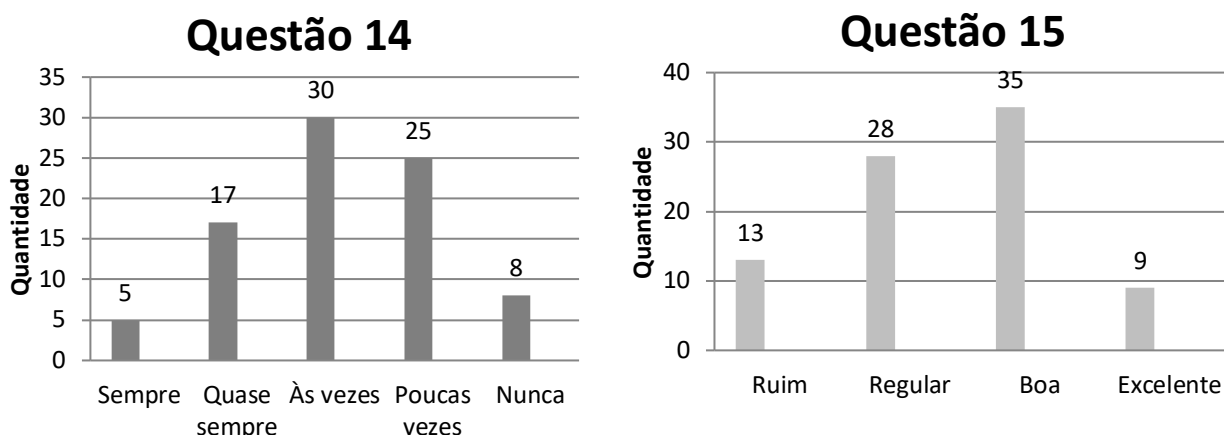
[...] planejar ações e projetar as soluções para problemas novos, que exigem iniciativa e criatividade; compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente; usar independentemente o raciocínio matemático, para a compreensão do mundo que nos cerca; aplicar matemática nas situações do dia-a-dia; avaliar se resultados obtidos na solução de situações problemas são ou não são razoáveis [...] conhecer as propriedades das figuras geométricas planas e sólidas, relacionando-as com os objetos de uso comum, no dia-a-dia ou no trabalho (Barreto, 1995, p. 46 Apud Godoy e Santos, 2012).

No que foi observado sobre as perguntas nº 12 e 13, “*Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?*” e “*Seu professor de Matemática do ano passado demonstrava domínio do conteúdo?*”, respectivamente, dentre as possíveis opções de respostas, os resultados foram dispostos na seguinte forma: respostas da pergunta nº 12, “Sim”, 09 (10,58%); “Não”, 12 (14,11%) e “Às vezes”, 64 (75,29%) e, posteriormente, na pergunta nº 13, “Sim”, 57 (67,05%); “Não”, 28 (32,94%).

Na sequência de perguntas, o questionário apresentou as questões de nº 14 e 15, organizadas da seguinte forma: “*No ano passado você conseguia entender as explicações dadas nas aulas de matemática?*” e “*Como você avalia as explicações*

do seu professor de matemática do ano passado?”, observado no Gráfico 7, a seguir.

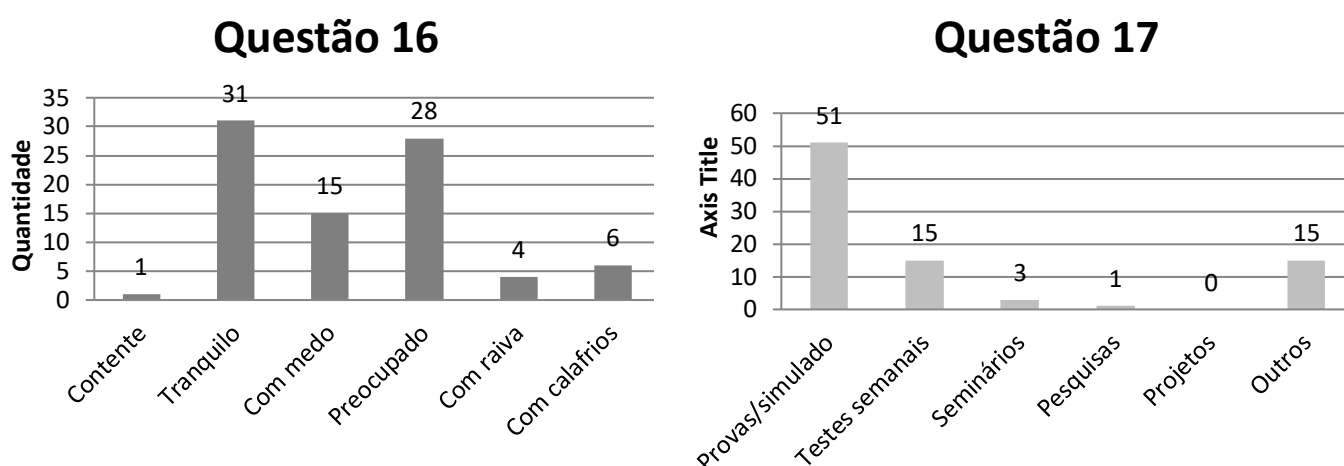
**Gráfico 7 - Comparativo das questões 14 e 15.**



Fonte: Pesquisa de campo – junho 2023.

Nas duas perguntas que se seguem ao questionário, ou seja, as perguntas nº 16 e 17, organizadas da seguinte forma: “Como você se sente quando está diante de uma avaliação em Matemática?” e “No ano passado quais formas de atividades e/ou trabalho o seu professor (a) de Matemática mais utilizou para a avaliação da aprendizagem?”, foi disponibilizado o Gráfico 8, que englobou um comparativo entre as duas situações.

**Gráfico 8 - Comparativo das questões 16 e 17.**



Fonte: Pesquisa de campo – junho 2023.

Ao direcionar nosso foco para o Gráfico 8, um comparativo entre as perguntas de nº 16 e 17, na primeira questão: “Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?”, apresentou destaque para a opção “tranquilo”, 36%, seguido de “preocupado”, 33%. Apesar de o resultado refletir um quadro favorável

dentro de nossa pesquisa, não podemos esquecer que ainda se há muita hesitação por parte dos alunos quando o assunto diz respeito à avaliação.

Segundo Reis (2005, p. 7):

A Matemática é uma disciplina que se destaca em relação às outras, muito mais pela dificuldade que representa para muitos alunos do que pela sua importância enquanto área de conhecimento. Dificuldade entendida como algo complexo, complicado, custoso de entender e de fazer.

Nessa perspectiva, cabe ao professor assegurar, em seu planejamento, espaços destinados à discussão, nos quais os alunos possam levantar estratégias, formular hipóteses e propor soluções orientadas a novos modelos, bem como oportunizar processos avaliativos diversificados, distintos dos formatos tradicionais.

No que diz respeito à pergunta “*No ano passado quais formas de atividades e/ou trabalho o seu professor (a) de Matemática mais utilizou para a avaliação da aprendizagem?*”, a opção que mais se mostrou nos resultados: Provas/simulado, 60%, é bem comum que professores utilizem como forma de avaliação as chamadas “provas ou testes” bimestrais, o que não é errado, mas dessa forma o professor estará analisando apenas a capacidade que o aluno possui de memorizar técnicas e regras, não oferecendo informações sobre a aprendizagem efetiva.

Segundo afirma Haydt (2006, p.85):

Devem ser utilizadas técnicas variadas e instrumentos diversos de avaliação. Atualmente, a avaliação assume a função de diagnosticar, bem como a de verificar a consecução dos objetivos previstos para o ensino e a aprendizagem. Para que a avaliação possa desempenhar essas funções, é necessário o uso combinado de várias técnicas e instrumentos. Quanto mais dados o professor puder colher na avaliação, utilizando instrumentos variados e adequados aos objetivos propostos, tanto mais informações terá a seu dispor para replanejar o seu trabalho e orientar a aprendizagem dos alunos.

Para que a avaliação produza efeitos positivos para a aprendizagem, faz-se necessário que esteja inserida em um contexto dinâmico e formativo, a fim de subsidiar análises consistentes acerca dos resultados que se pretende alcançar.

As perguntas do questionário nº 18 e 19, cujas perguntas são: “*Você já estudou ângulos?*” e “*Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual ano?*” ambas estão voltadas à mesma matéria - currículos. Dos 85 participantes que responderam ao questionário, encontramos 10 discentes que afirmaram não haver estudado tais descritores em nenhum momento do Ensino Fundamental. Desta forma, percebeu-se uma inconsistência diante do contexto, pois a quantidade de

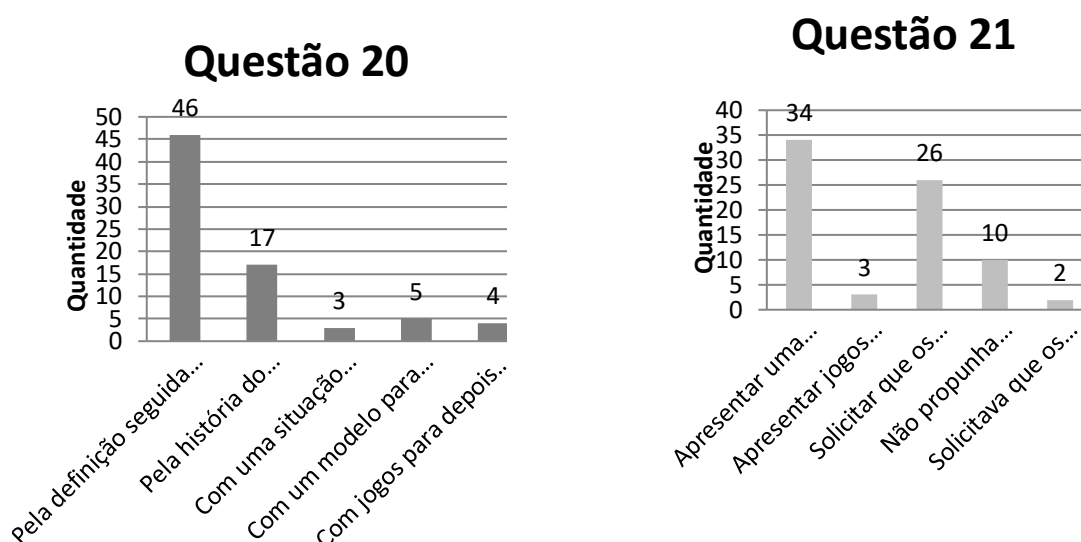
alunos que se declarou vir de outras escolas era quase inexistente. Percebemos, também, que o universo inicial de 85 alunos veio a se reduzir para 75, haja vista 10 participantes afirmarem não haver estudado nada sobre o tema até o momento.

Dentro do assunto que foi levantado, os dados se apresentaram da seguinte forma: responderam haver estudado no 6º ano (17 alunos); 7º ano (14 alunos); 8º ano (35 alunos) e na opção “não lembro”, 09 (alunos); totalizando, assim, as quatro opções dentro do que se poderia responder.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2017), nas unidades temáticas referentes ao tema “Geometria”, voltadas ao 6º ano do Ensino Fundamental, ao analisarmos seus componentes curriculares, destacamos como um dos objetos do conhecimento: “Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados”, isto é, tais assuntos já estão previstos desde o início do Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano), portanto, é incoerente afirmar que tais assuntos não tenham sido vistos até o período do 9º ano.

Na sequência de perguntas as questões de nº 20 e 21, organizadas assim: “Quando você estudou ângulos, a maioria das aulas iniciou:” e “Para praticar o conteúdo de ângulos seu professor de Matemática do ano passado, costumava:”, para evidenciar os dois eventos, foi disponibilizado o Gráfico 9, que compreendeu um comparativo entre as duas situações, veja a seguir.

Gráfico 9 - Comparativo das questões 20 e 21.



Fonte: Pesquisa de campo – junho 2023.

O Gráfico 9, que apresenta um comparativo entre as questões 20 e 21, permite uma análise importante sobre as práticas pedagógicas adotadas pelos

docentes no ensino de Matemática, especialmente no que se refere à abordagem dos conteúdos e à proposição de atividades aos estudantes.

Na Questão 20, que investiga como o professor costuma introduzir um assunto novo, observa-se predominância expressiva da alternativa “pela definição seguida de exemplos e exercícios”, com 61,33% das respostas. Esse percentual elevado indica que a maioria dos docentes ainda inicia o ensino a partir da exposição direta do conceito, seguida de demonstrações e posterior fixação por meio de exercícios. Trata-se de uma metodologia centrada na transmissão de conteúdos, em que o professor assume papel principal no processo e o aluno tende a ocupar uma posição mais receptiva.

Em seguida, aparece a opção “pela história do assunto para depois explorar os conceitos”, com 22,66%, revelando que uma parcela menor busca contextualizar historicamente o conteúdo antes da formalização conceitual. As demais alternativas obtiveram percentuais reduzidos: 6,66% utilizam modelo baseado em situação-problema seguida de análise, 5,33% recorrem a jogos para sistematização e apenas 4% afirmam introduzir o assunto por meio de uma situação-problema inicial. Esses números demonstram que estratégias investigativas, lúdicas ou problematizadoras ainda são pouco frequentes.

Na Questão 21, que trata da forma como os docentes encaminham atividades após a explicação do conteúdo, novamente prevalece uma prática tradicional. A alternativa mais assinalada foi “apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos”, com 45,33%, seguida de “solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático”, com 34,66%. Somadas, essas duas opções correspondem a 80% das respostas, evidenciando forte dependência de atividades repetitivas e mecânicas, geralmente voltadas à fixação procedimental.

As demais respostas aparecem com índices significativamente menores: 13,33% afirmaram não propor questões de fixação, 4% utilizam jogos envolvendo o conteúdo e apenas 2,66% solicitam que os alunos pesquisem questões sobre o tema para posterior resolução. Isso revela que propostas que estimulam autonomia, criatividade, investigação ou participação ativa dos estudantes ainda ocupam espaço reduzido.

De forma geral, o gráfico evidencia que o ensino tradicional permanece predominante, tanto na apresentação dos conteúdos quanto na seleção das atividades posteriores. A centralidade da exposição oral, da definição formal e das listas de exercícios sugere uma prática pedagógica ainda fortemente influenciada

por modelos transmissivos. Embora existam sinais de metodologias diversificadas, como uso de jogos, história da Matemática e situações-problema, esses recursos aparecem de maneira minoritária.

Assim, os dados indicam a necessidade de ampliar processos formativos que incentivem metodologias ativas, resolução de problemas, investigação matemática e estratégias que coloquem o estudante como protagonista da aprendizagem. Isso contribuiria para tornar o ensino mais relevante, crítico e conectado às demandas educacionais contemporâneas.

De acordo com Fontana e Fávero (2013, p.5):

A prática reflexiva requer um constante policiamento das atitudes do professor, tanto dentro da sala de aula como fora dela, sendo necessário que o professor esteja sempre se questionando, fazendo-se perguntas como: De que modo estou trabalhando? Para quem trabalho? Qual a finalidade do ensino da minha disciplina? Por que trabalho desta forma? Alcanço os resultados almejados no meu trabalho? Que conhecimentos e capacidades os alunos desenvolvem por meio do que ensino e da forma como ensino? De que forma posso tornar mais eficaz minha prática?

Neste intuito, considero que o profissional nunca deva se sentir completamente satisfeito com seu trabalho e com suas atitudes, para que, dessa forma, possa estar sempre em busca de reflexões sobre sua prática.

No que se refere à pergunta nº 22, que abordou a experiência de aprendizagem dos participantes da pesquisa, formulada da seguinte maneira: “*Com base na sua experiência quando você estudou ângulos, preencha o quadro a seguir.*”, após a realização da tabulação, o quadro apresentou-se da seguinte forma.

**Quadro 5 - Tabulação de dados**

Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Definição de ângulos.	67	8	6	12	45	4	
Noção de ângulos em diferentes situações do cotidiano.	37	38	4	9	21	3	
Operações de soma e subtração de ângulos.	60	15	9	18	25	6	2
Operações de multiplicação e divisão de ângulos.	50	25	4	12	26	6	2
Classificações dos ângulos como agudo, reto, obtuso e raso.	62	13	5	17	33	4	3
Operações com ângulos complementares.	34	41	4	8	19	2	1
Operações com ângulos suplementares.	33	42	1	13	15	3	1
Operações com ângulos internos e externos.	41	34	4	9	20	6	2
Propriedades dos ângulos opostos pelo vértice (O.P.V.).	41	34	5	7	22	5	2
Bissetriz de um ângulo.	29	46	1	5	19	4	
Propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo.	61	14	2	21	33	3	2
Propriedade da soma dos ângulos internos de um polígono.	42	33	1	9	26	4	3
Operação com ângulos notáveis (30°, 45° e 60°).	55	20	2	17	28	5	3
Classificação dos triângulos quanto aos ângulos.	49	26	3	17	21	6	2
Ângulos formados de duas retas com uma transversal.	35	40	2	9	17	5	2

Legenda: MF (Muito Fácil); F (Fácil); R (Regular); D (Difícil); MD (Muito Difícil).

Fonte: Pesquisa de campo (2023).

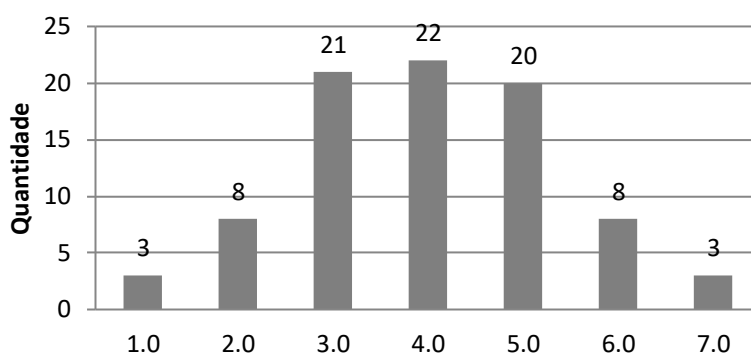
O Quadro 5 — Tabulação de dados — apresenta 15 assuntos relacionados aos componentes curriculares sobre o tema “ângulos”, permitindo que os participantes que declararam já ter estudado o conteúdo avaliassem sua aprendizagem nesse contexto. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017), todos os tópicos listados no referido quadro possuem objetivos previstos para os currículos de Matemática do Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano).

Para organizar os resultados dos testes de conhecimentos aplicados aos estudantes, apresentamos o Gráfico 10, logo a seguir.

- Análise do teste de conhecimentos aplicados

**Gráfico 10 – Diagnóstico inicial das notas individuais**

### **Avaliação de notas individuais**



Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados da pesquisa (2023).

Realizando-se uma análise comparativa entre os resultados apresentados no Quadro 1 – Pergunta nº 22 e no Gráfico 10 – Diagnóstico inicial das notas individuais, observa-se que, embora 75 alunos tenham afirmado já ter estudado o tema “ângulos” e todos tenham declarado possuir conhecimentos sobre o assunto, os resultados obtidos no teste mostraram-se inconsistentes em relação a essa percepção inicial. Cabe ressaltar que, durante o preenchimento do referido quadro, este pesquisador procurou esclarecer cada item apresentado, com o objetivo de sanar dúvidas e evitar interpretações equivocadas que pudessem induzir os participantes a respostas imprecisas.

No que se refere ao processo avaliativo, foi aplicado um teste composto por 10 questões objetivas inéditas de múltipla escolha, elaboradas especificamente sobre o tema pesquisado. A distribuição das questões considerou diferentes níveis de complexidade, sendo quatro questões de nível fácil, quatro de nível médio e duas de nível difícil.

Na elaboração desse instrumento avaliativo, buscou-se selecionar questões contextualizadas, acompanhadas de figuras e ilustrações, com a finalidade de despertar maior interesse e envolvimento dos estudantes na realização da atividade. Tal cuidado metodológico levou em consideração a possibilidade de parte considerável dos participantes não se mostrar motivada ou receptiva a uma avaliação relacionada a conteúdos trabalhados em anos anteriores.

Entretanto, embora tenham sido registradas algumas notas 7,0 e 6,0, os resultados gerais evidenciam que esses desempenhos pontuais não foram suficientes para caracterizar uma aprendizagem satisfatória do grupo. A média ponderada alcançada foi de apenas 3,98, valor inferior ao desempenho mínimo esperado de 5,0. Além disso, a nota de maior frequência no gráfico foi 4,0, correspondendo a 25,88% das avaliações, o que revela uma concentração expressiva de resultados abaixo da média desejável.

Esses dados reforçam que as dificuldades relacionadas ao tema investigado, objeto central desta pesquisa, refletem-se diretamente no desempenho dos alunos. Nesse sentido, o diagnóstico obtido evidencia a necessidade de repensar práticas pedagógicas e implementar estratégias metodológicas mais eficazes, capazes de superar as lacunas de aprendizagem identificadas e promover avanços mais consistentes no ensino de ângulos.

Segundo Libâneo (2006, p. 238), afirma que:

Os objetivos e conteúdos organizados pelo professor devem promover o desenvolvimento intelectual dos alunos, articulando-se a métodos e procedimentos de ensino que estimulem a atividade mental e prática, por meio da problematização, da resolução de situações-problema e da aplicação de conhecimentos em diferentes contextos.

A citação de Libâneo (2006) sugere a necessidade de buscarmos novos caminhos voltados à renovação do quadro escolar atual. Observa-se, em nosso contexto, que o estudo e a aplicação de ângulos, quando relacionados a situações do cotidiano dos alunos, são fundamentais para despertar sua curiosidade e aprimorar a compreensão. Isso não se limita apenas à utilização prática desses conhecimentos, mas também à sua aplicação em diversas áreas, como engenharia, cartografia e desenho. Essa abordagem permite que os estudantes reconheçam a relevância dos conteúdos estudados e compreendam de forma mais ampla as propriedades e relações envolvidas na sua aplicabilidade, promovendo uma verdadeira contextualização do aprendizado.

### 3.2 Princípios Norteadores e Estrutura Geral da Sequência

Apresenta-se, neste estudo, uma sequência didática (SD) voltada ao ensino de polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental, concebida a partir dos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas. A proposta busca favorecer uma abordagem prática e investigativa das propriedades dessas figuras geométricas, estruturando situações em que o estudante é colocado diante de problemas que exigem ação, formulação de hipóteses e validação de resultados. Nessa perspectiva, a sequência didática não se configura apenas como um conjunto de atividades organizadas progressivamente, mas como um sistema de situações intencionalmente planejadas, nas quais o “meio” (*milieu*) oferece resistência cognitiva e mobiliza a construção do saber matemático (Brousseau, 1997). Assim, o percurso de ensino estrutura-se de modo a promover a autonomia intelectual do estudante, favorecendo a consolidação progressiva dos conhecimentos geométricos.

Este material integra a primeira etapa da pesquisa em desenvolvimento, voltada à aplicação em escolas públicas da rede estadual do município de Belém. O estudo tem como objetivo investigar e analisar as potencialidades dessa abordagem metodológica, fundamentada na organização de situações didáticas, no processo de ensino e aprendizagem. Busca-se identificar em que medida a estruturação intencional das interações entre aluno, professor e meio contribui para a ressignificação das práticas pedagógicas e para o fortalecimento da qualidade educacional no ensino de Geometria.

Nesse contexto, a presente SD integra uma investigação fundamentada na ED e na TSD, referenciais que orientam tanto a organização das atividades quanto a análise do processo de aprendizagem dos estudantes. Essa articulação teórico-metodológica possibilita estruturar, implementar e validar situações didáticas planejadas, nas quais o aluno assume um papel ativo na construção do conhecimento matemático, especialmente por meio das interações estabelecidas com o meio didático e com os instrumentos do Desenho Geométrico.

A abordagem privilegia o fazer matemático, permitindo que o estudante seja protagonista no seu processo de aprendizagem, ao experimentar técnicas e procedimentos que o levam a compreender conceitos de forma concreta. Assim, a prática em sala de aula valoriza a relação entre teoria e prática, favorecendo uma aprendizagem mais consciente e o desenvolvimento do raciocínio lógico - espacial.

Nesse contexto, destacam-se os seguintes propósitos pedagógicos:

- Desenvolver a capacidade de reconhecer, classificar e construir polígonos.
- Explorar as propriedades geométricas de forma prática e visual.
- Estimular a autonomia e o protagonismo do aluno na construção do conhecimento.
- Relacionar teoria e prática por meio do uso do desenho geométrico.
- Criar situações didáticas que favoreçam a interação entre aluno, professor e saber matemático, em consonância com a TSD.

Considerando os conteúdos propostos, destacam-se:

- (1) Conceito de polígono e suas classificações.
- (2) Propriedades dos polígonos regulares e irregulares.
- (3) Construção de polígonos com régua, esquadro e transferidor.
- (4) Aplicação das propriedades geométricas para construção de polígonos.
- (5) Exploração de situações didáticas planejadas segundo a ED e a TSD.

I. No desenvolvimento desta intervenção, será aplicada a seguinte metodologia:

As aulas serão desenvolvidas a partir de atividades práticas de construção geométrica, nas quais os alunos utilizarão instrumentos como régua, esquadro e transferidor para explorar diferentes formas de representar polígonos. Cada atividade será organizada como uma situação didática, estimulando os estudantes a mobilizar conhecimentos prévios, experimentar estratégias e construir novos saberes de forma progressiva e dinâmica.

II. O professor atuará como mediador, orientando e instigando os estudantes na resolução das atividades, incentivando a troca de ideias em grupo e promovendo momentos de socialização dos resultados, de modo a favorecer um ambiente colaborativo de aprendizagem.

Pretende-se, com esta intervenção, obter como resultados:

- Que os alunos sejam capazes de reconhecer, classificar e construir diferentes polígonos, aplicando corretamente os conceitos estudados.
- Que desenvolvam competências relacionadas à construção geométrica, utilizando de forma adequada os instrumentos como régua, transferidor e esquadro.

- Que alcancem uma compreensão mais aprofundada das propriedades dos polígonos, relacionando teoria e prática.
- Que demonstrem maior autonomia na resolução de problemas e no desenvolvimento do raciocínio lógico-geométrico.

**Quadro 6 – Organização das atividades a serem desenvolvidas**

Etapa	Atividade	Objetivo
0	Preenchimento da autorização dos responsáveis para participação individual na atividade.	Garantir o consentimento formal dos responsáveis quanto à participação dos alunos na pesquisa.
1	Aplicação de questionário sociopedagógico.	Levantar informações sobre o perfil da turma.
2	Teste avaliativo inicial sobre o ensino de polígonos.	Diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos.
3	Realização das atividades previstas sobre o ensino e aprendizagem de polígonos.	Desenvolver conceitos, classificações e aplicações práticas.
4	Teste avaliativo pós- atividades.	Verificar o progresso e a consolidação da aprendizagem.
5	Confecção do quadro de tabulação e comparação dos resultados.	Proceder à análise dos resultados obtidos nos testes inicial e final, com vistas a avaliar os avanços da aprendizagem.

Fonte: Autor (2025).

O Quadro 6 sistematiza a organização geral da intervenção pedagógica, explicitando a sequência das etapas previstas, as atividades correspondentes e os objetivos específicos de cada momento do processo investigativo. Sua estrutura evidencia uma progressão metodológica que se inicia com os procedimentos éticos e de caracterização da turma, avança para o diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes, contempla o desenvolvimento das atividades didáticas voltadas ao ensino de polígonos e culmina na verificação dos resultados obtidos por meio de avaliação final e análise comparativa dos dados.

Tal organização permite acompanhar, de forma articulada, o percurso entre planejamento, execução e avaliação da proposta, assegurando maior coerência entre os objetivos da pesquisa e as ações pedagógicas implementadas. Além disso, o quadro reforça o caráter intencional e sistemático da intervenção, ao demonstrar que cada etapa foi concebida para produzir informações relevantes acerca da aprendizagem dos alunos e da eficácia das estratégias adotadas.

Desse modo, após a apresentação da estrutura geral da intervenção, torna-se necessário aprofundar a análise interna das atividades propostas, examinando seus fundamentos pedagógicos, os conhecimentos envolvidos e as possíveis respostas esperadas dos estudantes. É nesse contexto que se insere a próxima seção.

### 3.3 Análise *a Priori* das Atividades

A construção e validação de uma sequência didática exigem uma reflexão minuciosa sobre cada etapa proposta, seus objetivos, possíveis caminhos de resolução e os conhecimentos mobilizados pelos alunos. Nesse sentido, a Análise *A Priori* constitui uma fase fundamental do processo metodológico, conforme preconizado pela Engenharia Didática. Trata-se de um estudo antecipado, realizado antes da aplicação em sala de aula, que busca prever e modelar as variáveis do ensino e da aprendizagem.

Esta seção teve como propósito a análise *a priori* das atividades que compõem a sequência didática sobre polígonos. O objetivo foi esmiuçar a estrutura, a lógica interna e as potencialidades de cada tarefa, considerando os referenciais teóricos da Teoria das Situações Didáticas. Foram analisados, para cada atividade:

- Os conhecimentos prévios necessários e aqueles que se pretende construir;
- Os objetivos de aprendizagem específicos;
- As ações e procedimentos esperados dos alunos;
- As estratégias de mediação docente;
- Os possíveis erros, dificuldades e variáveis didáticas que podem emergir durante a realização.

Essa análise detalhada serviu como um guia reflexivo para o pesquisador-professor, permitindo planejar intervenções mais assertivas e compreender as dinâmicas cognitivas que a situação proposta pretendia gerar. Ao explicitar a fundamentação de cada atividade, buscou-se assegurar que a sequência cumprisse seu papel de favorecer uma aprendizagem mais consistente, bem como uma evolução conceitual sólida e contínua, preparando o terreno para a posterior análise *a posteriori* dos dados coletados em sala de aula.

Inicialmente, foi analisada a 1ª Atividade – Recomposição da Aprendizagem, que estabeleceu as bases práticas e conceituais para o desenvolvimento do tema.

#### 3.3.1 1ª Atividade: recomposição da aprendizagem

Esta subseção teve como propósito apresentar a primeira atividade a ser realizada no âmbito de sala de aula, envolvendo de forma ativa os alunos no processo de redescoberta da geometria. Nela, foram detalhados os procedimentos que orientaram a prática pedagógica, articulando a retomada de conceitos fundamentais da geometria dos polígonos à sua aplicação prática por meio da

construção de ângulos com o uso de régua, esquadro e transferidor. Mais do que uma simples atividade de revisão, tratou-se de uma proposta que buscou aproximar os estudantes da essência do raciocínio geométrico, estimulando-os a observar, experimentar e construir conhecimentos por meio da ação.

É importante ressaltar que os alunos participantes da pesquisa eram oriundos de uma escola pública e, em sua maioria, nunca haviam tido contato prévio com aulas de Desenho Geométrico. Esse fato ficou evidente nos resultados da pesquisa sociopedagógica e do teste diagnóstico inicial, os quais revelaram lacunas significativas na aprendizagem. Muitos estudantes demonstraram desconhecimento de conceitos elementares, como ponto, segmento de reta e tipos de ângulos, além de dificuldades relacionadas ao manuseio de instrumentos básicos, como o transferidor e os esquadros. Em razão disso, a atividade proposta assumiu especial relevância, uma vez que representou não apenas uma oportunidade de aprendizagem, mas também um primeiro contato sistematizado com a linguagem visual e técnica da Geometria.

Nesse contexto, a realização da atividade assumiu um papel formativo e sensibilizador. Ao possibilitar que os alunos manipulassem instrumentos, construíssem figuras e visualizassem conceitos anteriormente abstratos, criou-se um ambiente favorável à exploração e à compreensão dos conceitos geométricos. Essa etapa inicial buscou ir além da simples transmissão de conteúdos, procurando despertar a curiosidade, fortalecer a autoconfiança e construir uma base conceitual sólida para as atividades subsequentes. Assim, estabeleceu-se uma transição consistente entre a retomada de conceitos fundamentais e a exploração de conteúdos geométricos mais complexos, estimulando o pensamento lógico, a autonomia intelectual e o interesse dos estudantes pelo conhecimento geométrico.

Atividade – Recomposição da Aprendizagem em Geometria

Tempo: 2 aulas

Materiais: régua, esquadro, transferidor, lápis e borracha

➤ Orientação inicial

- Demonstrar o uso correto da régua, do esquadro e do transferidor;
- No quadro, desenhe um ponto, um segmento de reta e um ângulo reto;
- Apenas nomeie as figuras, sem definições formais.

➤ Desenvolvimento

Parte 1 – Traçando segmentos

- Marque dois pontos no caderno e ligue-os com a régua;
- Repita três vezes.

Objetivo: familiarização com a régua e noção de segmento.

#### Parte 2 – Ângulos retos

- Com o esquadro, construa dois ângulos retos em posições diferentes;
- Marque o vértice.

Objetivo: reconhecimento visual do ângulo reto.

#### Parte 3 – Uso do transferidor

- Desenhe um segmento de reta;
- Posicione o transferidor corretamente e construa os ângulos:  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $120^\circ$ .

Objetivo: aprendizagem do uso do transferidor.

#### Parte 4 – Comparação de ângulos

- Observe os ângulos construídos;
- Circule o menor e o maior;
- Responda oralmente: qual é o mais aberto e o mais fechado?

Objetivo: comparação e percepção visual.

#### Parte 5 – Construção de figuras

1. Construa uma figura com 3 segmentos de reta.

- A figura é aberta ou fechada?
- Qual é o nome da figura?

2. Construa uma figura com 4 segmentos de reta.

- A figura é aberta ou fechada?
- Qual é o nome da figura?

3. Compare as duas figuras:

- Qual tem mais lados?
- Qual tem mais vértices?
- Meça um ângulo de cada figura com o transferidor.

Objetivo: associação entre número de lados, vértices e tipo de polígono.

#### ➤ Fechamento

Conversa breve sobre o uso dos instrumentos e a presença de ângulos no cotidiano.

#### ➤ Diferencial pedagógico

Atividade prática e visual que reforça a confiança dos alunos e introduz, de forma intuitiva, os conceitos de ângulos e polígonos.

### 3.3.2 2ª Atividade: a construção do triângulo

Esta subseção teve como propósito apresentar uma experiência prática e investigativa, na qual os estudantes foram convidados a colocar em ação os conceitos fundamentais retomados na atividade anterior para construir o primeiro polígono explorado na sequência didática: o triângulo. Ao longo da atividade, os alunos mobilizaram conhecimentos básicos de Geometria, tais como ponto, reta, segmento de reta, vértices e lados, além de identificarem e analisarem ângulos internos e externos. O uso de instrumentos de desenho geométrico possibilitou ao professor acompanhar e verificar a apropriação desses conceitos em uma situação concreta de aprendizagem.

A turma foi organizada em duplas, que foram desafiadas a identificar, construir e analisar polígonos de maneira progressivamente autônoma. Cada dupla assumiu a responsabilidade de elaborar e testar estratégias próprias para a execução das tarefas propostas, utilizando instrumentos geométricos e aplicando os conceitos previamente estudados. Essa abordagem metodológica favoreceu a constituição de um ambiente de aprendizagem dinâmico e colaborativo, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, da argumentação lógica e da autonomia intelectual dos estudantes.

Atividade: A soma dos ângulos internos de um triângulo

➤ Objetivo:

Verificar, através da medição com o transferidor, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre  $180^\circ$ .

Instruções para a dupla:

- 1) Cada dupla receberá uma folha A4 com 4 tipos diferentes de triângulos (com dois ângulos internos já indicados e um terceiro em branco).
- 2) Utilizando o transferidor, façam a medição do ângulo desconhecido.
- 3) Registrem o valor medido na tabela abaixo, no campo correspondente ao “ângulo desconhecido”.
- 4) Calculem e preencham a soma dos ângulos internos ( $S_i$ ) de cada triângulo.
- 5) Ao final, no espaço “Observações”, escrevam o que concluíram com base nos resultados obtidos.

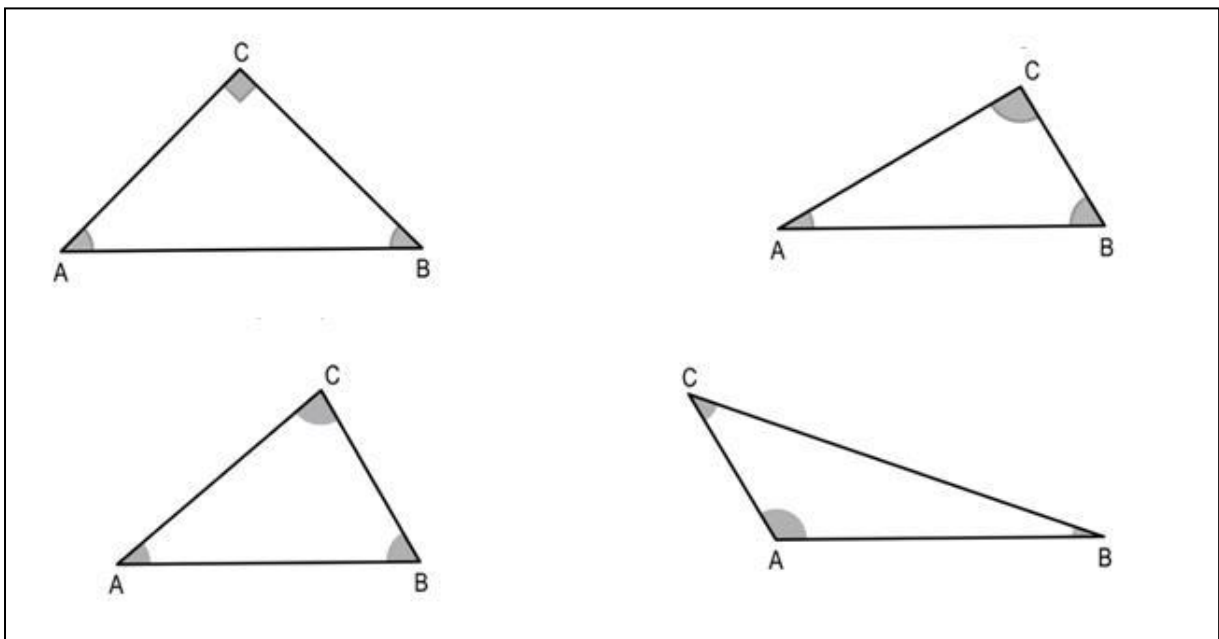
Serão apresentados quatro tipos de triângulos, selecionados de forma sugestiva com o propósito de orientar a atividade investigativa proposta em sala de aula. O modelo da folha A4 – que reúne as representações gráficas dos triângulos, a tabela para registro dos dados e um espaço destinado às observações - encontra-se disponível nos apêndices do texto. Observe a questão:

### 1ª Questão

Agora é o momento de investigar e descobrir os segredos dos triângulos. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada triângulo. Registre todas as medidas no quadro seguinte.

Durante essa investigação, faça uso das propriedades estudadas na aula anterior sobre recomposição das aprendizagens, analisando cada triângulo com curiosidade e atenção. Cada medida será uma pista que o ajudará a identificar padrões e compreender, de forma prática e exploratória, as regularidades presentes nas formas triangulares.

**Figura 9 – Triângulos para experimentação em sala de aula**



Fonte: Autor (2025).

Após a realização das medições com o transferidor, os alunos foram orientados a preencher o Quadro 7, registrando de forma organizada os valores obtidos para cada ângulo medido, com o objetivo de sistematizar os resultados e subsidiar análises posteriores.

Quadro 7 - Tabela de Registro

Tipo de Triângulo	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Soma dos Ângulos (Si)
Triângulo 1				
Triângulo 2				
Triângulo 3				
Triângulo 4				

Fonte: Autor (2025).

Observações / Conclusão:

---



---



---

Conclusão esperada: Esperava-se que, a partir do preenchimento do quadro de medidas, as duplas reconhecessem a invariância da soma dos ângulos internos dos triângulos, constatando que, independentemente do tipo ou das dimensões da figura, essa soma se mantinha constante em  $180^\circ$ , evidenciando uma regularidade geométrica fundamental. Tal percepção deveria emergir da comparação sistemática entre os diferentes registros obtidos, permitindo que os próprios estudantes identificassem a recorrência do resultado e atribuíssem significado matemático à constância observada.

Essa constatação contribuiria significativamente para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, uma vez que possibilitaria aos estudantes compreender que determinadas propriedades matemáticas permanecem válidas mesmo diante da variação das formas e das medidas dos triângulos. Além disso, a atividade favoreceria a construção de um pensamento lógico e investigativo, estimulando a formulação de conjecturas, a argumentação entre pares e a validação de resultados com base em observações empíricas e relações matemáticas formalizadas. Observe o Quadro 8 com os resultados.

Quadro 8 - Tabela de Registro

Tipo de Triângulo	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Soma dos Ângulos (Si)
Triângulo 1	$45^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$	$180^\circ$
Triângulo 2	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$
Triângulo 3	$80^\circ$	$60^\circ$	$40^\circ$	$180^\circ$
Triângulo 4	$120^\circ$	$40^\circ$	$20^\circ$	$180^\circ$

Fonte: Autor (2025).

Após a conclusão da primeira etapa experimental, previa-se que os alunos dessem continuidade ao trabalho por meio de uma atividade fundamentada na

construção de um triângulo. Essa proposta foi planejada com o objetivo de ampliar os conhecimentos mobilizados na etapa anterior, permitindo que os estudantes explorassem propriedades geométricas específicas desse polígono e desenvolvessem procedimentos de construção, medição e análise de seus ângulos internos. Vejamos:

#### Atividade de Construção Geométrica – Explorando o Triângulo

##### 2ª Questão: Descobrimos os segredos do triângulo

Seu desafio é construir um triângulo com medidas de sua escolha usando lápis, régua, esquadro e transferidor. Você deve explorar livremente e descobrir como ele se forma.

1. Escolha e desenhe os elementos que achar necessários para formar um triângulo.
2. Meça todos os ângulos internos do triângulo que você construiu.
3. Observe e registre suas descobertas:
  - Qual é a soma dos ângulos internos?
  - Existe algum padrão se você repetir a construção com outros triângulos?
  - Que tipos de triângulos você conseguiu formar (acutângulo, retângulo ou obtusângulo)?

##### 3.3.3 3ª Atividade: a construção do quadrilátero

Esta subseção teve como propósito aplicar e aprofundar os conceitos mobilizados nas atividades anteriores, os quais constituíam a base necessária para a construção e investigação do próximo polígono a ser estudado: o quadrilátero. Para o desenvolvimento da atividade, previa-se que os alunos dominassem noções fundamentais de Geometria, tais como ponto, reta e segmento de reta, identificação de vértices e lados, bem como o reconhecimento, a classificação e a medição de ângulos internos e externos. Além disso, considerava-se essencial o manuseio adequado dos instrumentos de desenho geométrico, em especial do transferidor para a medição precisa de ângulos, assim como da régua e do esquadro para a construção rigorosa de segmentos e alinhamentos. Tais habilidades instrumentais eram indispensáveis para garantir maior precisão nas construções e confiabilidade nos registros produzidos durante a atividade.

Essa etapa representou uma continuidade metodológica no processo de desenvolvimento do raciocínio geométrico, possibilitando que os estudantes

estabelecessem conexões conceituais entre as propriedades dos triângulos e as dos quadriláteros, ampliando gradativamente seu campo de análise. Desse modo, esperava-se que a aprendizagem ocorresse de forma progressiva, integrada e consistente, potencializando a compreensão das relações estruturais que caracterizam as figuras planas e fortalecendo a apreensão das regularidades que organizam a Geometria Euclidiana.

Atividade: A soma dos ângulos internos de um quadrilátero

➤ Objetivo:

Verificar, através da triangulação e da medição com o transferidor, que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é sempre  $360^\circ$ .

Instruções para a dupla:

- 1) Cada dupla receberá uma folha A4 com 4 tipos diferentes de quadriláteros.
- 2) Utilizando o transferidor, façam a medição dos ângulos internos do quadrilátero.
- 3) Registrem os valores medidos na tabela abaixo, nos campos correspondentes.
- 4) Calculem a soma dos ângulos internos ( $S_i$ ) de cada quadrilátero e registre os resultados.
- 5) Em cada quadrilátero, trace uma diagonal a partir de um único vértice, dividindo a figura em quantos triângulos puder.
- 6) Por fim, no espaço destinado a 'Observações', registrem as conclusões a que chegaram a partir dos resultados obtidos e do número de triângulos que cada dupla conseguiu construir em cada quadrilátero.

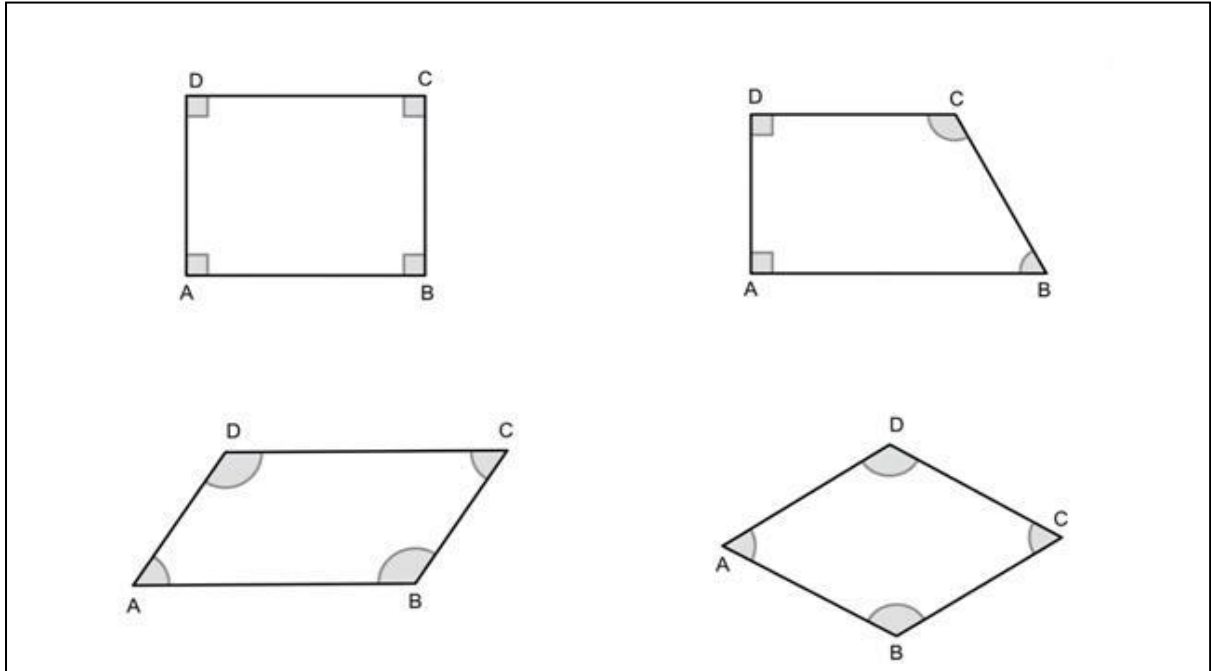
Serão apresentados quatro tipos de quadriláteros, selecionados de forma sugestiva com o propósito de orientar a atividade investigativa proposta em sala de aula. O modelo da folha A4 - que reúne as representações gráficas dos quadriláteros, a tabela para registro dos dados e um espaço destinado às observações - encontra-se disponível nos apêndices desta pesquisa. Observe a questão:

1ª Questão

Agora é o momento de explorar e desvendar os mistérios dos quadriláteros. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada quadrilátero. Registre todas as medidas no quadro a seguir.

Durante a investigação, considere que cada medição representa uma pista importante para identificar padrões e compreender, de maneira prática e investigativa, as regularidades geométricas que caracterizam esse tipo de polígono.

**Figura 10 – Quadriláteros para experimentação em sala de aula**



Fonte: Autor (2025).

Concluídas as medições com o transferidor, previa-se que os alunos procedessem ao preenchimento da tabela de registro, indicando os valores encontrados para cada ângulo medido e organizando os dados obtidos ao longo da atividade.

**Quadro 9 - Tabela de Registro**

Tipo de Quadrilátero	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Soma dos Ângulos (Si)
Quadrilátero 1					
Quadrilátero 2					
Quadrilátero 3					
Quadrilátero 4					

Fonte: Autor (2025).

Observações / Conclusão:

---



---



---

Conclusão esperada: Esperava-se que, a partir do preenchimento do quadro de medidas, as duplas reconhecessem a invariância da soma dos ângulos internos dos quadriláteros, constatando que, independentemente do tipo ou das dimensões da figura, essa soma se mantinha constante em  $360^\circ$ , evidenciando uma regularidade geométrica fundamental.

Essa constatação contribuiria significativamente para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, uma vez que possibilitaria aos estudantes compreender que determinadas propriedades matemáticas permanecem válidas mesmo diante da variação das formas e das medidas dos quadriláteros. Além disso, a atividade favoreceria a construção de um pensamento lógico e investigativo, estimulando a formulação de conjecturas, a argumentação matemática e a validação de resultados com base em observações empíricas e relações geométricas formalizadas. Observe o quadro 10:

**Quadro 10 - Tabela de Registro**

Tipo de Quadrilátero	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Soma dos Ângulos (Si)
Quadrilátero 1	$90^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$	$360^\circ$
Quadrilátero 2	$90^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$60^\circ$	$360^\circ$
Quadrilátero 3	$60^\circ$	$120^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$	$360^\circ$
Quadrilátero 4	$60^\circ$	$120^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$	$360^\circ$

Fonte: Autor (2025).

Após a conclusão da segunda etapa experimental, previa-se que os alunos dessem continuidade ao trabalho apoiando-se nos mesmos princípios metodológicos da atividade anterior, desenvolvida com triângulos. Por meio do desenho geométrico, esperava-se que os estudantes ampliassem suas investigações, estabelecendo novas relações entre as propriedades dos polígonos e aprofundando a compreensão dos conceitos geométricos explorados. Vejamos.

#### Atividade de Construção Geométrica – Explorando o quadrilátero

##### 2ª Questão: Triângulos dentro do quadrilátero

Nesta atividade, você será um explorador da geometria, investigando quadriláteros e triângulos formados por diagonais. Use lápis, régua e transferidor. Lembre-se de aplicar os conhecimentos aprendidos na aula anterior sobre a soma dos ângulos internos do triângulo, pois eles serão fundamentais para suas descobertas nesta atividade.

Tarefas de investigação:

1. Desenhe um quadrilátero de sua escolha.
2. Escolha um vértice do quadrilátero.
3. A partir desse vértice, desenhe as diagonais possíveis que conectem esse vértice aos outros vértices não adjacentes.
4. Observe quantos triângulos foram formados dentro do quadrilátero.
5. Meça os ângulos de cada triângulo formado e registre seus valores.

Perguntas de exploração:

- Qual vértice foi escolhido para construção das diagonais?
- Quantos triângulos você conseguiu formar a partir do vértice escolhido?
- Qual é a soma dos ângulos internos de cada triângulo formado?
- Qual é a soma dos ângulos internos do quadrilátero?
- Você consegue perceber algum padrão ou regra geral sobre a soma dos ângulos internos dos quadriláteros?
- O que acontece se você escolher outro vértice para iniciar a construção das diagonais?

#### 3.3.4 4ª Atividade: a construção do pentágono

Esta subseção teve como propósito aplicar os conceitos retomados nas atividades anteriores, especialmente aqueles relacionados à soma dos ângulos internos dos polígonos, na construção do próximo objeto de estudo: o pentágono. Para a realização da atividade, previa-se que os alunos dominassem conceitos básicos de Geometria plana, tais como ponto, reta e segmento de reta, identificação de vértices e lados, noção de polígono e classificação de figuras planas, bem como o reconhecimento de ângulos internos e externos. Também se considerava necessário que compreendessem o conceito de triângulo e sua relação com a triangulação de polígonos, além de saberem medir ângulos com o transferidor e registrar dados numéricos de forma organizada.

Atividade: A soma dos ângulos internos de um pentágono

➤ Objetivo:

Verificar, através da triangulação e da medição com o transferidor, que a soma dos ângulos internos de qualquer pentágono é sempre  $540^\circ$ .

Instruções para a dupla:

- 1) Cada dupla receberá uma folha A4 com 4 tipos diferentes de pentágonos.

- 2) Utilizando o transferidor, façam a medição dos ângulos internos do pentágono.
- 3) Registrem os valores medidos na tabela abaixo, nos campos correspondentes.
- 4) Calculem a soma dos ângulos internos ( $S_i$ ) de cada pentágono e registre os resultados.
- 5) Em cada pentágono, tracem uma diagonal, dividindo a figura em quantos triângulos puder.

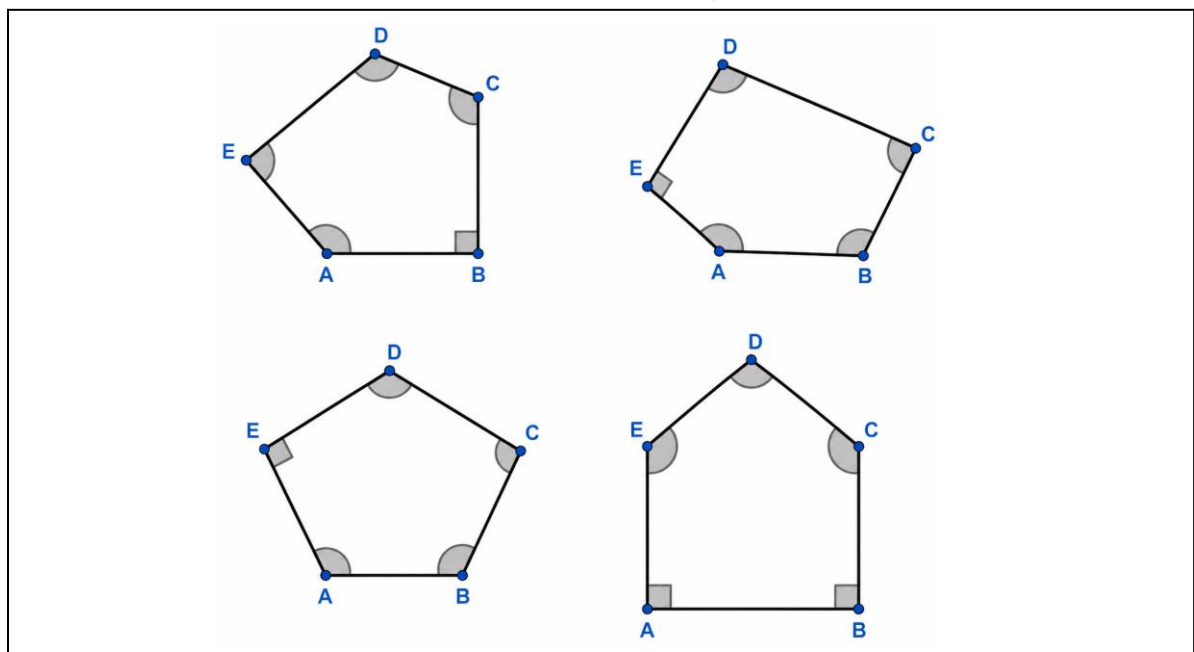
Serão apresentados, a seguir, quatro tipos de pentágonos que servirão de referência para a atividade em sala de aula. O modelo da folha A4, que contém esses pentágonos acompanhados da tabela de registro e do espaço para observações, destinado ao trabalho em duplas, encontra-se nos apêndices desta pesquisa.

### 1ª Questão

Agora é o momento de investigar e descobrir os segredos dos pentágonos. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada pentágono. Registre todas as medidas no quadro seguinte.

Durante essa investigação, faça uso das propriedades estudadas na aula anterior sobre recomposição das aprendizagens, analisando cada pentágono com curiosidade e atenção. Cada medida será uma pista que o ajudará a identificar padrões e compreender, de forma prática e exploratória, as regularidades presentes nas formas geométricas.

**Figura 11 – Pentágonos para experimentação em sala de aula**



Concluídas as medições, esperava-se que os alunos preenchessem a tabela de registro com os valores obtidos e, no espaço destinado às Observações, registrassem as conclusões decorrentes dos resultados encontrados e do número de triângulos construídos em cada pentágono.

**Quadro 11 - Tabela de Registro**

Tipo de Quadrilátero	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Ângulo 5	Soma dos Ângulos (Si)
Pentágono 1						
Pentágono 2						
Pentágono 3						
Pentágono 4						

Fonte: Autor (2025).

Observações / Conclusão:

---



---



---

Conclusão esperada: Esperava-se que, a partir do preenchimento do quadro de medidas, as duplas reconhecessem a invariância da soma dos ângulos internos dos pentágonos, constatando que, independentemente do tipo ou das dimensões da figura, essa soma se manteria constante em  $540^\circ$ , evidenciando uma importante regularidade geométrica.

Esperava-se ainda que essa constatação contribuísse para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes, permitindo-lhes compreender que determinadas propriedades matemáticas permanecem válidas mesmo diante da variação das formas e das medidas dos pentágonos. Além disso, previa-se que a atividade favorecesse a construção de um pensamento lógico e investigativo, estimulando a formulação de conjecturas, a identificação de padrões e a validação de resultados com base em observações empíricas e relações matemáticas formais. Observe o quadro 12:

**Quadro 12 - Tabela de Registro**

Tipo de Quadrilátero	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Ângulo 5	Soma dos Ângulos (Si)
Pentágono 1	$90^\circ$	$110^\circ$	$120^\circ$	$80^\circ$	$140^\circ$	$540^\circ$
Pentágono 2	$120^\circ$	$80^\circ$	$100^\circ$	$90^\circ$	$150^\circ$	$540^\circ$
Pentágono 3	$120^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$540^\circ$
Pentágono 4	$90^\circ$	$90^\circ$	$130^\circ$	$130^\circ$	$100^\circ$	$540^\circ$

Fonte: Autor (2025).

Após a conclusão da terceira etapa experimental, previa-se que os alunos dessem continuidade ao trabalho por meio de uma atividade fundamentada na construção de um pentágono. Esperava-se que essa nova etapa possibilitasse a ampliação das relações geométricas anteriormente exploradas, favorecendo a identificação de regularidades associadas à soma dos ângulos internos dos polígonos. Vejamos:

#### Atividade de Construção Geométrica - Explorando o pentágono

##### 2ª Questão: Triângulos dentro do pentágono

Nesta atividade, você atuará como um explorador da geometria, investigando os pentágonos por meio do método de triangulação, que permite identificar e analisar os triângulos formados por suas diagonais. Utilize lápis, régua e transferidor para realizar as construções e medições necessárias. Durante a investigação, aplique os conhecimentos adquiridos na aula anterior, pois eles serão fundamentais para conduzir suas descobertas e compreender as relações existentes entre os elementos dessas figuras geométricas.

##### Tarefas de investigação:

1. Desenhe um pentágono de sua escolha.
2. Escolha um vértice do pentágono.
3. A partir desse vértice, desenhe as diagonais possíveis que conectem esse vértice aos outros vértices não adjacentes.
4. Observe quantos triângulos foram formados dentro do pentágono.
5. Meça os ângulos de cada triângulo formado e registre seus valores.

##### Perguntas de exploração:

- Qual vértice foi escolhido para construção das diagonais?
- Quantos triângulos você conseguiu formar a partir do vértice escolhido?
- Qual é a soma dos ângulos internos de cada triângulo formado?
- Qual é a soma dos ângulos internos do pentágono?
- Você consegue perceber algum padrão ou regra geral sobre a soma dos ângulos internos dos quadriláteros?
- O que acontece se você escolher outro vértice para iniciar a construção das diagonais?

- Como a triangulação ajuda a entender a fórmula  $Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$  para a soma dos ângulos internos de um polígono de  $n$  lados?

### 3.3.5 5ª Atividade: a construção do hexágono

Esta subseção teve como propósito aplicar os conceitos retomados nas aulas anteriores acerca da soma dos ângulos internos dos polígonos na construção do próximo objeto de estudo: o hexágono. Para a realização da atividade, considerou-se necessário que os alunos dominassem conceitos básicos de Geometria plana e de desenho geométrico, tais como ponto, reta e segmento de reta; identificação de vértices, lados e diagonais; noção de polígono e classificação de figuras planas; reconhecimento e diferenciação entre ângulos internos e externos; bem como a compreensão do triângulo como figura fundamental para o processo de triangulação dos polígonos. Além disso, previa-se que os estudantes apresentassem familiaridade com o uso de instrumentos de desenho geométrico, especialmente o transferidor, para a medição precisa de ângulos, e a régua, para o traçado adequado de segmentos e diagonais.

Atividade: A soma dos ângulos internos de um hexágono

#### ➤ Objetivo:

Verificar, através da triangulação e da medição com o transferidor, que a soma dos ângulos internos de qualquer hexágono é sempre  $720^\circ$ .

Instruções para a dupla:

- 1) Cada dupla receberá uma folha A4 com 4 tipos diferentes de hexágonos.
- 2) Utilizando o transferidor, façam a medição dos ângulos internos do hexágono.
- 3) Registrem os valores medidos na tabela abaixo, nos campos correspondentes.
- 4) Calculem a soma dos ângulos internos ( $Si$ ) de cada hexágono e registre os resultados.
- 5) Em cada hexágono, tracem uma diagonal, dividindo a figura em quantos triângulos puder.

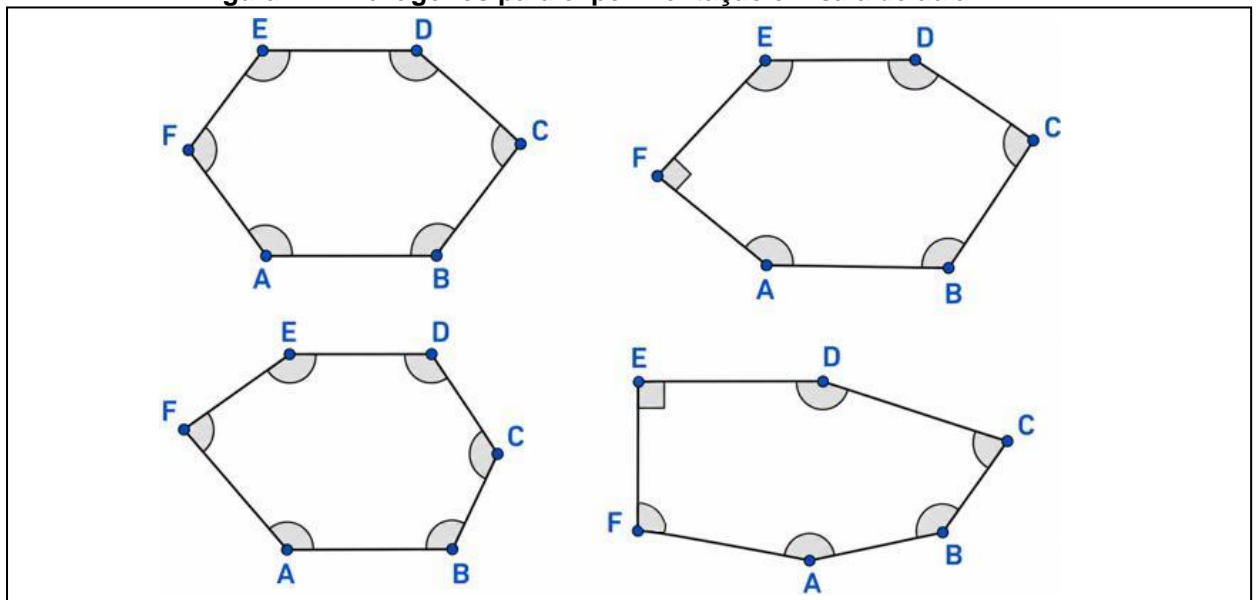
Serão apresentados, a seguir, quatro tipos de hexágonos que servirão de referência para a atividade em sala de aula. O modelo da folha A4, que contém esses hexágonos acompanhados da tabela de registro e do espaço para observações, destinado ao trabalho em duplas, encontra-se nos apêndices desta pesquisa.

## 1ª Questão

Agora é o momento de investigar e descobrir os segredos dos hexágonos. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada hexágono. Registre todas as medidas no quadro seguinte.

Durante essa investigação, faça uso das propriedades estudadas na aula anterior sobre recomposição das aprendizagens, analisando cada hexágono com curiosidade e atenção. Cada medida será uma pista que o ajudará a identificar padrões e compreender, de forma prática e exploratória, as regularidades presentes nas formas geométricas.

**Figura 12 – Hexágonos para experimentação em sala de aula**



Fonte: Autor (2025).

Concluídas as medições, esperava-se que os alunos preenchessem a tabela de registro com os valores obtidos e que, no espaço destinado às observações, registrassem as conclusões decorrentes dos resultados encontrados e da quantidade de triângulos construídos em cada hexágono.

**Quadro 13 - Tabela de Registro**

Tipo de Quadrilátero	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Ângulo 5	Ângulo 6	Soma dos Ângulos (Si)
Hexágono 1							
Hexágono 2							
Hexágono 3							
Hexágono 4							

Fonte: Autor (2025).

Observações / Conclusão:

---



---



---

Conclusão esperada: Esperava-se que, a partir do preenchimento do quadro de medidas, as duplas reconhecessem a invariância da soma dos ângulos internos dos hexágonos, constatando que, independentemente do tipo ou das dimensões da figura, essa soma se manteria constante em  $720^\circ$ , evidenciando uma importante regularidade geométrica.

Esperava-se, ainda, que tal constatação contribuísse para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes, permitindo-lhes compreender que determinadas propriedades matemáticas permanecem válidas mesmo diante da variação das formas e das medidas dos hexágonos. Além disso, previa-se que a atividade favorecesse a construção de um pensamento lógico e investigativo, estimulando a formulação de conjecturas, a identificação de padrões, o estabelecimento de relações entre a triangulação e a soma dos ângulos internos e a validação de resultados com base em observações empíricas e argumentos matemáticos. Observe o quadro 14:

**Quadro 14 - Tabela de Registro**

Tipo de Quadrilátero	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Ângulo 5	Ângulo 6	Soma dos Ângulos (Si)
Hexágono 1	$130^\circ$	$100^\circ$	$140^\circ$	$120^\circ$	$110^\circ$	$120^\circ$	$720^\circ$
Hexágono 2	$140^\circ$	$120^\circ$	$90^\circ$	$130^\circ$	$90^\circ$	$150^\circ$	$720^\circ$
Hexágono 3	$130^\circ$	$110^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$80^\circ$	$130^\circ$	$720^\circ$
Hexágono 4	$140^\circ$	$70^\circ$	$160^\circ$	$90^\circ$	$100^\circ$	$160^\circ$	$720^\circ$

Fonte: Autor (2025).

Após a conclusão da quarta etapa experimental, previa-se que os alunos dessem continuidade às investigações geométricas por meio da construção e análise de hexágonos. Seguindo os mesmos princípios metodológicos adotados nas atividades anteriores, a proposta buscou ampliar a compreensão das relações entre triangulação e soma dos ângulos internos dos polígonos. Vejamos a atividade.

#### Atividade de Construção Geométrica - Explorando o hexágono

##### 2ª Questão: Triângulos dentro do hexágono

Nesta atividade, você atuará como um explorador da geometria, investigando os hexágonos por meio do método de triangulação, que permite identificar e analisar

os triângulos formados por suas diagonais. Utilize lápis, régua e transferidor para realizar as construções e medições necessárias. Durante a investigação, aplique os conhecimentos adquiridos dos experimentos anteriores, pois eles serão fundamentais para conduzir suas descobertas e compreender as relações existentes entre os elementos dessas figuras geométricas.

Tarefas de investigação:

1. Desenhe um hexágono de sua escolha.
2. Escolha um vértice do hexágono.
3. A partir desse vértice, desenhe as diagonais possíveis que conectem esse vértice aos outros vértices não adjacentes.
4. Observe quantos triângulos foram formados dentro do hexágono.
5. Meça os ângulos de cada triângulo formado e registre seus valores.

Perguntas de exploração:

- Qual vértice foi escolhido para construção das diagonais?
- Quantos triângulos você conseguiu formar a partir do vértice escolhido?
- Qual é a soma dos ângulos internos de cada triângulo formado?
- Qual é a soma dos ângulos internos do hexágono?
- Você consegue perceber algum padrão ou regra geral sobre a soma dos ângulos internos dos pentágonos?
- O que acontece se você escolher outro vértice para iniciar a construção das diagonais?
- Como a triangulação ajuda a entender a fórmula  $Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$  para a soma dos ângulos internos de um polígono de  $n$  lados?

Com a conclusão desta atividade, esperava-se que os alunos fossem capazes de compreender, de forma investigativa e fundamentada, a relação entre a decomposição dos polígonos em triângulos e a generalização da soma de seus ângulos internos, consolidando, assim, um dos conceitos centrais da Geometria plana.

À luz da estrutura apresentada e da análise *a priori* realizada, evidenciou-se que a sequência didática foi concebida para promover uma progressão conceitual gradual e articulada, iniciando-se pela recomposição das aprendizagens e avançando, por meio de atividades de construção geométrica, até a generalização

da soma dos ângulos internos dos polígonos. O percurso planejado, abrangendo do triângulo ao hexágono, fundamentou-se na articulação entre ação, visualização, investigação e formalização, de modo a favorecer a construção de significados pelos estudantes a partir de suas próprias experimentações.

Entretanto, conforme preconiza a Engenharia Didática, as hipóteses e previsões formuladas na análise *a priori* necessitariam ser confrontadas com os dados produzidos no contexto real da sala de aula. Desse modo, a etapa seguinte destinou-se à experimentação da sequência didática, permitindo analisar as interações dos estudantes com as situações propostas, as estratégias mobilizadas na resolução das tarefas e os conhecimentos efetivamente construídos ao longo do processo. Assim, o capítulo seguinte apresenta e analisa a implementação da sequência didática no contexto escolar, à luz dos referenciais teóricos que fundamentaram esta investigação.

# Capítulo 4

---

## EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DAS PRÁTICAS EM SALA DE AULA

### 4.1 Fase de Experimentação: A Sequência Didática em Ação

A fase de experimentação na Engenharia Didática, conforme proposta por Michèle Artigue, constitui o momento em que a sequência didática, previamente elaborada na análise *a priori*, é efetivamente implementada em sala de aula. Trata-se de uma etapa fundamental do processo, pois é nesse momento que as hipóteses teóricas são confrontadas com a realidade da prática pedagógica, permitindo observar como os alunos interagem com as situações propostas e constroem seus conhecimentos.

Segundo Artigue (1996), “a fase de experimentação corresponde ao momento em que o dispositivo construído é posto em funcionamento na sala de aula”. Dessa forma, as atividades deixam o campo das previsões e passam a ser vivenciadas pelos alunos, possibilitando ao professor-pesquisador analisar, em contexto real, o desenvolvimento das ações didáticas. Tal processo envolve decisões e intervenções constantes, uma vez que o docente precisa conduzir a aula ao mesmo tempo em que observa e analisa o processo de aprendizagem.

Antes do início da fase de experimentação, foram observados os procedimentos éticos indispensáveis à realização da pesquisa com participantes humanos. Inicialmente, os estudantes e seus respectivos responsáveis legais receberam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de Assentimento (Apêndice I), nos quais constavam informações acerca dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos metodológicos adotados, dos possíveis benefícios e riscos envolvidos, da garantia de sigilo e confidencialidade das informações coletadas, bem como do caráter voluntário da participação.

A participação dos estudantes nas atividades investigativas somente ocorreu após a devolução dos documentos devidamente assinados pelos responsáveis legais e pelos próprios participantes, formalizando sua concordância com os termos estabelecidos para a pesquisa. Os modelos dos instrumentos utilizados encontram-se disponibilizados nos Apêndices desta dissertação.

Além disso, visando assegurar a privacidade e a integridade dos participantes, todas as informações produzidas durante a investigação foram tratadas de forma confidencial, sendo preservado o anonimato dos estudantes em todas as etapas da pesquisa.

A experimentação descrita neste estudo foi realizada na EEEFM Amílcar Alves Tupiassu, localizada no município de Belém, bairro da Cremação, nos dias 10, 11, 12, 17, 18 e 19 de março de 2026, no turno da manhã, junto à turma 901 do 9º ano do Ensino Fundamental, composta por 32 alunos. Em cada encontro, foram desenvolvidos dois tempos de aula com duração de 45 minutos cada.

A aplicação da SD iniciou-se no dia 10 de março com a etapa “Recomposição das Aprendizagens”, destinada à retomada de conceitos básicos de Geometria Plana e Desenho Geométrico essenciais ao desenvolvimento das atividades posteriores.

**Figura 13 – Atividade de recomposição das aprendizagens**



Fonte: Autor (2026).

Nessa ocasião, os alunos revisaram noções fundamentais — como ponto, segmento de reta, semirreta, reta e ângulos —, além de explorarem o uso adequado de instrumentos como transferidor, esquadros e régua. Essa etapa mostrou-se essencial para nivelar os conhecimentos da turma e preparar os estudantes para o desenvolvimento das tarefas subsequentes.

A partir do dia 11 de março, tiveram início as atividades experimentais da sequência didática. Organizados em duplas, os estudantes passaram a utilizar instrumentos de desenho geométrico, como transferidor de  $180^\circ$ , esquadros e régua, para realizar construções, medições e análises de polígonos. As atividades foram desenvolvidas de forma progressiva e articulada, contemplando o estudo do triângulo no dia 11 de março, do quadrilátero no dia 12, do pentágono no dia 17 e do hexágono no dia 18. Em cada etapa, os alunos foram incentivados a investigar propriedades geométricas, registrar observações, formular hipóteses e discutir suas

conclusões, estabelecendo relações entre as construções realizadas e a soma dos ângulos internos dos polígonos estudados.

No desenvolvimento dessas atividades, tornaram-se evidentes os momentos característicos da Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (2008). Inicialmente, ocorreu a *devolução*, momento em que o professor apresentou os desafios investigativos previstos na sequência didática e transferiu aos estudantes a responsabilidade pela busca de soluções. Em vez de apresentar diretamente propriedades ou fórmulas geométricas, os alunos foram convidados a explorar situações que exigiam observação, construção, medição, análise e tomada de decisões. Organizados em duplas, iniciaram as investigações mobilizando conhecimentos prévios, formulando hipóteses e testando estratégias para resolver os problemas propostos. Nesse processo, o professor assumiu uma postura de observador e mediador, acompanhando o desenvolvimento das atividades e intervindo pontualmente quando necessário, sem antecipar respostas ou procedimentos.

Em seguida, manifestou-se a fase de *ação*, caracterizada pela interação dos estudantes com o *milieu*. Nesta pesquisa, o *milieu* foi constituído pelos instrumentos de desenho geométrico, pelas construções realizadas, pelas atividades propostas, pelos registros produzidos e pelas interações estabelecidas entre os próprios estudantes. Ao interagir com esse ambiente, os alunos realizaram medições, construíram polígonos, efetuaram triangulações e exploraram diferentes estratégias para resolver os desafios apresentados. Durante esse processo, observou-se intensa participação dos estudantes, que constantemente compartilhavam suas descobertas com os colegas, comparavam resultados entre as duplas e dirigiam questionamentos ao professor. Entre as indagações registradas destacam-se: “Professor, cada triângulo desenhado nas figuras tem  $180^\circ$ ?”, “Se eu dividir esse polígono em mais triângulos, a soma dos ângulos muda?”, “Todos os polígonos podem ser triangulados?”, “Quanto mais lados o polígono tem, mais triângulos aparecem?” e “Então a quantidade de triângulos depende do número de lados?”. Tais questionamentos revelam o envolvimento dos estudantes na busca de regularidades e evidenciam a interação efetiva com o *milieu* proposto.

À medida que as investigações avançavam, começaram a emergir indícios da fase de *formulação*. A partir das observações realizadas durante as construções geométricas, os estudantes passaram a expressar verbalmente e por escrito as regularidades identificadas. Comentários como “Desenhando triângulos é só somar

180°, então?”, “Se eu descobrir quantos triângulos tem, consigo saber a soma dos ângulos internos?” e “Parece que sempre aumenta um triângulo quando aumenta um lado” demonstram que os alunos começaram a organizar e comunicar as relações observadas durante as atividades. Nesse momento, as conexões entre o número de lados dos polígonos, a quantidade de triângulos obtidos por triangulação e a soma dos ângulos internos passaram a emergir das discussões realizadas entre as duplas, favorecendo a construção das primeiras generalizações.

Posteriormente, evidenciou-se a fase de *validação*. As hipóteses formuladas pelos estudantes foram confrontadas com novos exemplos, novas construções e novas medições. Os alunos passaram a verificar se as regularidades identificadas permaneciam válidas para diferentes polígonos, refinando suas conclusões por meio da argumentação matemática, da comparação de resultados e da justificativa dos procedimentos adotados.

Desse modo, as atividades desenvolvidas permitiram que os estudantes transitassem pelas diferentes situações descritas por Brousseau, assumindo um papel ativo na construção do conhecimento. A compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos não ocorreu pela simples apresentação de uma fórmula, mas pela investigação das relações geométricas emergentes das construções realizadas, das interações entre os estudantes e da validação progressiva das regularidades identificadas.

**Figura 14 – Desenvolvimento das atividades em sala de aula**



Fonte: Autor (2026).

Durante a aplicação da sequência didática, cada dupla recebeu, além dos instrumentos de medição, duas questões impressas de experimentação (Apêndices D a G). As tarefas propostas favoreceram a investigação de propriedades geométricas, o levantamento de hipóteses e a elaboração de estratégias de resolução, promovendo uma aprendizagem ativa, reflexiva e colaborativa.

A organização progressiva das atividades possibilitou que os estudantes identificassem padrões decorrentes da triangulação dos polígonos. Ao relacionarem o número de lados com a quantidade de triângulos formados, construíram gradativamente a relação  $(n - 2)$ , chegando à generalização da expressão da soma dos ângulos internos dos polígonos,  $Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$ . Tal processo evidencia uma construção do conhecimento baseada na investigação e na descoberta, em consonância com os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas.

No dia 19 de março realizou-se a etapa de institucionalização do conhecimento, momento em que os conceitos construídos pelos estudantes ao longo da sequência didática foram retomados, organizados e formalizados pelo professor, assumindo o estatuto de saber matemático escolar. Segundo Brousseau (2008), a institucionalização corresponde à fase em que o docente legitima os conhecimentos produzidos pelos alunos durante as situações didáticas, promovendo a passagem do saber construído na ação para o conhecimento matemático formalmente reconhecido.

Nessa etapa, inicialmente, o professor promoveu um momento de debate crítico e reflexão coletiva sobre o percurso desenvolvido ao longo da sequência didática. Foram retomadas as estratégias utilizadas pelos estudantes, os conhecimentos construídos, as dificuldades encontradas e as dúvidas registradas durante as atividades de construção geométrica. Por meio da socialização das experiências e da discussão dos principais obstáculos observados, os alunos tiveram a oportunidade de esclarecer questionamentos, confrontar diferentes formas de resolução e consolidar os conceitos trabalhados. Além disso, esse momento favoreceu a valorização das diferentes estratégias adotadas pelos estudantes, estimulando a argumentação matemática e a participação ativa nas discussões propostas. Esse movimento permitiu ao professor realizar uma análise abrangente do processo de aprendizagem desenvolvido pela turma, considerando os registros produzidos durante a experimentação e os avanços alcançados pelos estudantes. Também possibilitou identificar aspectos que demandavam maior aprofundamento conceitual, contribuindo para uma compreensão mais consistente dos conteúdos abordados. Somente após esse momento de sistematização e esclarecimento das dúvidas foram aplicados o teste avaliativo final e o questionário de satisfação, instrumentos utilizados para avaliar tanto a aprendizagem dos conteúdos abordados quanto a percepção dos estudantes acerca da sequência didática desenvolvida.

**Figura 15 – Momento da institucionalização do aprendizado**

Fonte: Autor (2026).

A análise dos resultados permitiu identificar evidências relacionadas às diferentes fases da Teoria das Situações Didáticas. Na fase de ação, os estudantes interagiram diretamente com o *milieu* por meio da utilização de régua, transferidor e esquadros para construir triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos. Essa interação favoreceu a exploração das propriedades geométricas dos polígonos e despertou interesse pela aprendizagem matemática. Tal resultado aproxima-se das reflexões de Freire (1996) e D'Ambrosio (2001), que defendem práticas pedagógicas capazes de promover a participação ativa dos estudantes e atribuir significado aos conhecimentos construídos.

Ao longo das atividades, foram observados diversos momentos característicos das situações didáticas descritas por Brousseau (2008). Em diferentes ocasiões, os alunos precisaram tomar decisões sem a intervenção imediata do professor, mobilizando conhecimentos prévios, formulando hipóteses e testando estratégias para resolver os problemas propostos. Durante as construções geométricas, por exemplo, algumas duplas discutiam autonomamente qual instrumento utilizar, como posicionar corretamente o transferidor para medir determinados ângulos ou como empregar os esquadros para construir retas paralelas e perpendiculares. Em outras situações, os estudantes confrontavam suas próprias medições, identificavam inconsistências e realizavam novas verificações na tentativa de validar os resultados obtidos. Essas interações com o meio permitiram que o conhecimento fosse progressivamente construído a partir da experimentação e da investigação.

Na fase de formulação, os alunos passaram a expressar suas observações, comunicar estratégias e elaborar conjecturas acerca das relações geométricas

identificadas. Durante as atividades de triangulação, muitos estudantes perceberam regularidades entre o número de lados dos polígonos e a quantidade de triângulos obtidos em suas decomposições. A socialização dessas observações favoreceu a construção coletiva de ideias e a explicitação dos raciocínios utilizados, processo que se aproxima da perspectiva de Vygotsky (2007) sobre a importância da interação social na construção do conhecimento.

A fase de validação manifestou-se quando os estudantes confrontaram resultados, compararam construções, discutiram procedimentos e buscaram justificar suas conclusões. As discussões coletivas permitiram verificar a consistência das estratégias utilizadas, corrigir equívocos e consolidar argumentos matemáticos. Nesse contexto, a argumentação assumiu papel central, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de justificar procedimentos, aspectos valorizados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) e por Skovsmose (2000) em suas abordagens investigativas para o ensino da Matemática.

Durante o desenvolvimento dessas fases, também foram identificadas dificuldades relacionadas ao uso dos instrumentos de desenho geométrico. As maiores limitações estiveram associadas ao manuseio do transferidor, especialmente quanto ao posicionamento correto do centro do instrumento sobre o vértice do ângulo, ao alinhamento da linha de referência e à escolha adequada da escala de leitura. Muitos estudantes apresentaram dificuldades para medir ângulos em diferentes orientações espaciais, sobretudo quando as aberturas não se encontravam na posição mais usual apresentada nos livros didáticos.

Outra dificuldade recorrente envolveu a determinação de medidas angulares terminadas em cinco graus, como  $45^\circ$  e  $75^\circ$ . Nesses casos, observou-se que diversos estudantes realizavam leituras aproximadas ou interpretavam incorretamente as subdivisões do transferidor, produzindo resultados incompatíveis com a abertura real dos ângulos construídos. Também foram identificados problemas relacionados ao alinhamento da régua e dos esquadros, ocasionando imprecisões nos segmentos traçados e nas construções de retas paralelas e perpendiculares.

No processo de triangulação dos polígonos, alguns alunos encontraram dificuldades para identificar corretamente as diagonais necessárias à decomposição das figuras. Em determinadas situações, traçavam diagonais repetidas, deixavam de considerar alguns vértices ou não compreendiam que as diagonais deveriam partir de um mesmo vértice para permitir a contagem adequada dos triângulos formados.

Essas dificuldades evidenciam obstáculos frequentemente associados ao desenvolvimento do pensamento geométrico, conforme discutido por Van Hiele (1986), para quem a compreensão das propriedades geométricas depende de experiências progressivas de exploração, visualização e análise.

Diante desse cenário, a intervenção docente mostrou-se fundamental. Durante a institucionalização, o professor retomou os principais erros observados ao longo das atividades, esclareceu dúvidas e apresentou estratégias para evitar equívocos recorrentes. Foram realizados exemplos no quadro envolvendo a leitura correta do transferidor, a identificação da escala adequada, a conferência visual da coerência das medidas obtidas e o uso apropriado dos esquadros e da régua. Além disso, foram discutidos procedimentos relacionados à triangulação dos polígonos, permitindo que os estudantes revisassem suas construções e compreendessem os motivos dos erros cometidos. Essas ações reforçam o papel do professor como mediador da aprendizagem, conforme destacam Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

No que se refere aos conhecimentos geométricos construídos, verificou-se que nem todos os estudantes conseguiram estabelecer, de forma autônoma, a relação geral entre a quantidade de triângulos obtidos e a expressão utilizada para calcular a soma dos ângulos internos dos polígonos. Alguns alunos perceberam que o aumento do número de lados implicava o aumento da quantidade de triângulos formados e conseguiram associar essa regularidade à expressão  $(n - 2)$ . Outros, entretanto, limitaram-se à contagem dos triângulos obtidos em cada construção, sem alcançar a generalização matemática da relação observada.

Nesse contexto, a institucionalização assumiu papel decisivo. Ao retomar coletivamente os resultados produzidos pelos estudantes, o professor organizou as observações realizadas durante as atividades e evidenciou que a quantidade de triângulos formados em um polígono convexo corresponde exatamente à expressão  $(n - 2)$ . A partir dessa sistematização, os alunos compreenderam que cada triângulo contribui com  $180^\circ$  para a soma dos ângulos internos da figura, possibilitando a formalização da expressão:  $Si = (n - 2).180^\circ$ .

A formalização dessa relação representou a culminância do processo investigativo desenvolvido ao longo da sequência didática, transformando observações empíricas em conhecimento matemático legitimado. Sob essa perspectiva, a institucionalização não se restringiu à apresentação de uma fórmula pronta, mas constituiu um processo de síntese, organização e legitimação dos

conhecimentos produzidos pelos estudantes durante as fases de ação, formulação e validação.

Os dados obtidos por meio do questionário de satisfação evidenciaram elevada aceitação da proposta didática. A maioria dos estudantes reconheceu a relevância das atividades de desenho geométrico para a compreensão dos conceitos de Geometria, destacando que a metodologia favoreceu a participação ativa, a interação entre os colegas e a inclusão de todos no processo de aprendizagem. Esses resultados aproximam-se das discussões de Ausubel (2003) e Bruner (1997), ao enfatizarem a importância da aprendizagem baseada na experiência, bem como das orientações da BNCC (Brasil, 2017), que defendem práticas pedagógicas centradas na participação efetiva dos estudantes.

A proposta mostrou-se particularmente relevante no contexto da escola pública ao contribuir para a recomposição das aprendizagens e para a democratização do acesso ao conhecimento matemático, aspectos defendidos por D'Ambrosio (2001), Skovsmose (2000) e Boaler (2016). Ao tornar a Geometria mais acessível, investigativa e significativa, a sequência didática favoreceu não apenas a aprendizagem de conteúdos específicos, mas também o desenvolvimento de competências relacionadas ao raciocínio lógico, à argumentação, à autonomia intelectual e à resolução de problemas.

Os resultados discutidos ao longo da fase de experimentação e institucionalização evidenciaram não apenas os avanços alcançados pelos estudantes, mas também as dificuldades, os obstáculos e as estratégias mobilizadas durante a construção dos conhecimentos geométricos. Tais evidências constituem elementos fundamentais para a etapa seguinte da Engenharia Didática, uma vez que fornecem subsídios para uma análise mais aprofundada da proposta implementada.

Nesse contexto, torna-se necessário examinar sistematicamente os dados produzidos durante a pesquisa, confrontando-os com as hipóteses e previsões formuladas na análise *a priori*. Esse movimento permite verificar em que medida os objetivos propostos foram alcançados, identificar aspectos que favoreceram ou dificultaram a aprendizagem e compreender como os fenômenos didáticos previstos manifestaram-se efetivamente no ambiente de sala de aula. Assim, passa-se à análise *a posteriori*, etapa destinada à interpretação dos resultados obtidos e à validação da sequência didática à luz dos referenciais teóricos que fundamentaram a investigação.

## 4.2 Análise A Posteriori: confrontação entre previsões e resultados

A análise *a posteriori*, na Engenharia Didática, conforme proposta por Michèle Artigue, constitui a etapa em que os dados obtidos durante a experimentação são examinados de forma sistemática, com o objetivo de confrontar as previsões estabelecidas na análise *a priori* com os resultados efetivamente observados em sala de aula. Trata-se de um momento essencial para a validação da proposta didática, pois permite compreender em que medida as hipóteses iniciais se confirmaram ou foram refutadas pela prática.

De acordo com Artigue (1996), “a validação na engenharia didática é interna e se baseia na confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*”. Nesse sentido, a análise *a posteriori* não se limita a descrever o que ocorreu durante a experimentação, mas busca interpretar os fenômenos observados à luz das previsões realizadas anteriormente. Essa confrontação possibilita identificar tanto os acertos do planejamento quanto os aspectos que necessitam de reformulação.

Nessa fase, os dados coletados — como registros escritos dos alunos, observações do professor, estratégias de resolução e dificuldades evidenciadas — são sistematizados e examinados de forma criteriosa. Segundo Michèle Artigue, a Engenharia Didática exige uma “análise rigorosa das condições de realização da experimentação”, o que implica considerar não apenas os resultados finais, mas também os processos envolvidos em sua construção.

Além disso, a análise *a posteriori* permite compreender como os alunos mobilizaram seus conhecimentos ao longo das atividades, evidenciando avanços conceituais, obstáculos persistentes e possíveis lacunas na aprendizagem. Conforme destaca Artigue (2002), o professor-pesquisador deve buscar interpretar as produções dos alunos e as interações ocorridas em sala de aula, de modo a compreender os mecanismos envolvidos na construção do conhecimento.

Outro aspecto relevante dessa fase é a identificação de diferenças entre o previsto e o realizado. Muitas vezes, estratégias não antecipadas emergem durante a experimentação, assim como dificuldades que não haviam sido previstas na análise *a priori*. Esse movimento de comparação é fundamental, pois, como afirma Artigue (1996), a Engenharia Didática se apoia na “articulação entre concepção, experimentação e análise”, sendo essa última responsável por consolidar o processo investigativo.

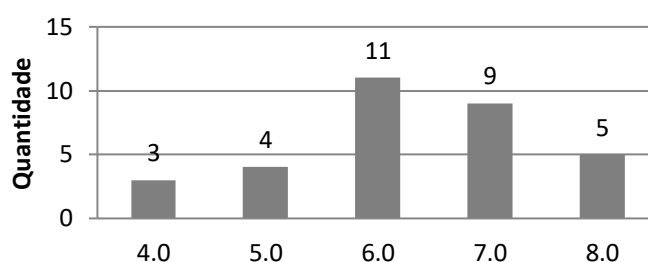
No presente estudo, destaca-se que o teste aplicado aos alunos, assim como o questionário de avaliação da atividade — previstos ao final das aulas —, encontram-se disponíveis nos apêndices deste trabalho. Os dados obtidos por meio desses instrumentos foram organizados em gráficos, posteriormente analisados ao longo deste capítulo, de modo a favorecer uma compreensão mais clara dos resultados e das tendências observadas no desempenho dos estudantes.

Com base nessa análise, torna-se possível avaliar a eficácia da sequência didática proposta, verificando se os objetivos de aprendizagem foram efetivamente alcançados e em que medida as atividades contribuíram para a construção dos conceitos trabalhados (Artigue, 2002). Ademais, essa etapa oferece subsídios relevantes para o aprimoramento da prática docente, ao possibilitar a realização de ajustes e reformulações em futuras intervenções pedagógicas, conforme defendem Luckesi (2011) e Perrenoud (1999) no campo da avaliação educacional.

No Gráfico 11, apresentam-se os resultados do teste aplicado ao final da atividade (Apêndice B – Teste Diagnóstico de Matemática), realizado sob os mesmos critérios e condições do teste apresentado no Gráfico 10.

**Gráfico 11 - Desempenho final após intervenção**

### **Avaliação das notas individuais**



Fonte: autor (2026).

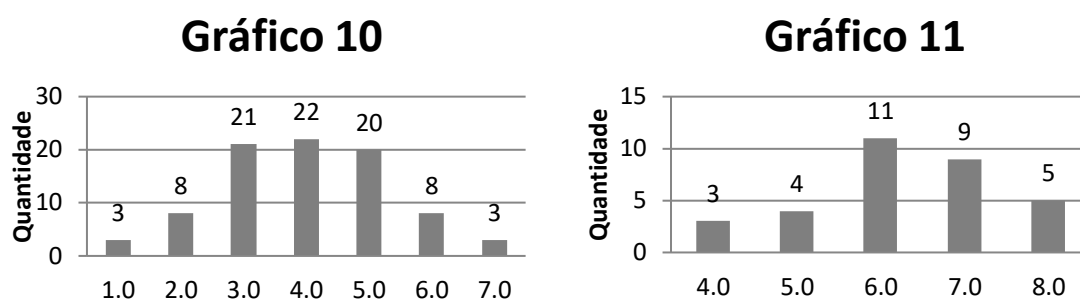
Observa-se, de modo geral, uma concentração mais expressiva de estudantes nas faixas intermediárias e superiores de desempenho, com destaque para as notas 6,0 e 7,0, que registram as maiores frequências. Verifica-se, ainda, a ocorrência de alunos com nota 8,0, evidenciando avanços no rendimento de parte da turma após a intervenção realizada. Em contrapartida, as menores notas aparecem em quantitativo reduzido, o que pode indicar a diminuição de dificuldades mais acentuadas anteriormente identificadas. Em conjunto, esses resultados apontam indícios favoráveis ao processo de aprendizagem desenvolvido ao longo

das atividades propostas. Na subseção a seguir, será apresentada uma análise comparativa entre os testes inicial e final, buscando verificar com maior precisão os avanços obtidos.

#### 4.2.1 Análise Comparativa: Teste Diagnóstico vs. Teste Pós-Sequência

Apresenta-se, a seguir, a análise comparativa dos resultados obtidos no teste diagnóstico (Gráfico 10) e no teste aplicado após a implementação da sequência didática (Gráfico 11), com o objetivo de evidenciar possíveis avanços na aprendizagem dos alunos e avaliar a eficácia da intervenção pedagógica no ensino de Geometria.

**Figura 16 - Comparativo de desempenho entre os Gráficos 10 e 11.**



Fonte: Autor (2026).

A análise inicial dos dados revela diferenças expressivas no desempenho dos estudantes entre os dois momentos avaliativos. No teste diagnóstico (Gráfico 10), observa-se uma maior dispersão das notas, com concentração expressiva nas faixas intermediárias e baixas, especialmente entre 3,0 e 5,0, além da ocorrência de notas inferiores, como 1,0 e 2,0. Esse cenário evidencia dificuldades na compreensão e consolidação dos conceitos geométricos, sendo compatível com o caráter diagnóstico da avaliação, realizada antes da aplicação de uma intervenção didática estruturada.

Em contrapartida, os resultados do teste pós-sequência didática (Gráfico 11) indicam um deslocamento consistente da distribuição das notas para faixas mais elevadas, com predominância entre 6,0 e 7,0 e presença expressiva de notas 8,0, além da redução considerável dos desempenhos insatisfatórios. Tal reorganização do desempenho evidencia não apenas uma melhora no rendimento global da turma, mas também maior homogeneidade nos resultados, sugerindo avanços na aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Contudo, para que essas percepções

visuais adquiram rigor científico e validade estatística, faz-se necessário transcender a descrição dos dados e realizar uma análise inferencial.

#### 4.2.2 Da Análise Inferencial

Nesta subseção, buscou-se avaliar os efeitos da sequência didática sobre a aprendizagem dos estudantes em Geometria por meio da análise inferencial dos dados. Para isso, aplicou-se o teste  $t$  para amostras independentes, procedimento estatístico amplamente utilizado para comparar médias de grupos distintos e verificar se as diferenças observadas são compatíveis com os efeitos esperados de uma intervenção pedagógica ou se poderiam ser explicadas apenas por variações aleatórias dos dados (Field, 2018). Dessa forma, a análise inferencial complementa a análise descritiva ao fornecer evidências estatísticas que contribuem para a avaliação da efetividade da proposta didática implementada.

Os dados analisados foram obtidos a partir das avaliações realizadas antes e após a aplicação da sequência didática. Foram considerados os resultados de 85 estudantes no momento diagnóstico (grupo “Antes”) e de 32 estudantes que participaram da etapa final da intervenção (grupo “Depois”). Inicialmente, as notas foram organizadas em uma planilha eletrônica contendo duas variáveis principais: a variável *Grupo*, utilizada para identificar os participantes nos momentos “Antes” e “Depois”, e a variável *Nota*, correspondente ao desempenho obtido em cada avaliação.

Posteriormente, os dados foram importados para o software jamovi (The jamovi project, 2023), uma plataforma estatística gratuita, de código aberto e amplamente utilizada em pesquisas acadêmicas. O software reúne, em uma interface intuitiva e de fácil utilização, recursos de estatística descritiva e inferencial, possibilitando a realização de análises de frequências, medidas de tendência central e dispersão, testes estatísticos paramétricos e não paramétricos, além da geração automatizada de tabelas e gráficos. Sua utilização contribuiu para a organização, o tratamento e a análise dos dados produzidos na pesquisa, assegurando maior rigor metodológico e confiabilidade aos resultados obtidos. O programa está disponível gratuitamente em: <https://www.jamovi.org/>. Após a importação da base de dados, a variável *Grupo* foi definida como nominal e a variável *Nota* como contínua. Em seguida, acessou-se o menu Análises → Testes  $t$  → Teste  $t$  para amostras independentes, inserindo-se a variável *Nota* como variável dependente e a variável

*Grupo* como fator de agrupamento. Também foram solicitadas as estatísticas descritivas, os intervalos de confiança e o cálculo do tamanho de efeito (Cohen's *d*).

Optou-se pela utilização do teste *t* independente com correção de Welch por se tratar de um procedimento robusto para a comparação de médias entre grupos com tamanhos amostrais distintos e possíveis diferenças de variabilidade interna, situação frequentemente encontrada em pesquisas educacionais (Field, 2018).

As estatísticas descritivas geradas pelo software indicaram que o grupo “Antes” apresentou média de desempenho  $M = 3,95$  ( $DP = 1,43$ ), enquanto o grupo “Depois” obteve média  $M = 6,19$  ( $DP = 1,32$ ). Esses resultados revelam um aumento expressivo no desempenho médio dos estudantes após a implementação da sequência didática, sugerindo avanços substanciais na compreensão dos conceitos geométricos trabalhados ao longo da intervenção.

Além da elevação da média, observa-se uma discreta redução do desvio-padrão. O desvio-padrão é uma medida estatística que expressa o grau de dispersão das notas em torno da média, indicando o quanto os resultados variam dentro de cada grupo. A redução de 1,43 para 1,32 sugere que, após a intervenção, os desempenhos tornaram-se não apenas mais elevados, mas também mais homogêneos. Em outras palavras, os avanços observados tenderam a beneficiar a turma de forma mais ampla, reduzindo ligeiramente a variabilidade entre os estudantes. Sob a perspectiva educacional, esse resultado é particularmente relevante, pois indica uma maior aproximação dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem propostos.

Para verificar se a diferença observada entre as médias dos grupos possuía sustentação estatística, aplicou-se o teste *t* independente de Welch. Os resultados indicaram uma diferença estatisticamente relevante entre os grupos  $t(46) = 8,30$ ,  $p < 0,001$ .

Em termos práticos, o teste comparou os desempenhos médios obtidos antes e após a aplicação da sequência didática para verificar se a melhoria observada poderia ter ocorrido apenas por acaso. O valor de *p* inferior a 0,001 indica que a probabilidade de essa diferença resultar exclusivamente de flutuações aleatórias é inferior a 0,1%. Assim, os resultados fornecem fortes evidências de que a evolução observada dificilmente pode ser explicada pelo acaso, mostrando-se compatível com os efeitos esperados da intervenção pedagógica realizada.

Além disso, o valor da estatística *t* (8,30) merece destaque por expressar a magnitude da diferença entre as médias em relação à variabilidade dos dados.

Quanto maior o valor de  $t$ , maior é a evidência de que os grupos comparados apresentam desempenhos distintos. Nesse caso, o valor encontrado pode ser considerado elevado, indicando que a distância entre as médias foi substancialmente superior à variação esperada nos resultados. Já o número apresentado entre parênteses, (46), corresponde aos graus de liberdade utilizados pelo teste para estimar a distribuição da estatística e calcular a probabilidade associada ao resultado obtido. A combinação entre um valor elevado de  $t$  e um valor extremamente reduzido de  $p$  fortalece a confiabilidade das evidências produzidas pela análise.

O jamovi também possibilitou o cálculo do tamanho de efeito por meio do índice de Cohen ( $d$ ), medida estatística utilizada para quantificar a magnitude prática da diferença observada entre os grupos. Enquanto o valor de  $p$  permite verificar se existem evidências estatísticas suficientes para diferenciar os grupos, o tamanho de efeito permite avaliar o quanto essa diferença é relevante do ponto de vista educacional. Em outras palavras, o teste  $t$  responde à pergunta “há diferença entre os grupos?”, enquanto o índice de Cohen ( $d$ ) auxilia na compreensão de “qual é o tamanho dessa diferença?”.

De acordo com Cohen (1988), valores próximos de 0,20 são considerados pequenos, em torno de 0,50 moderados e superiores a 0,80 grandes. Com base nos dados desta pesquisa, a estimativa do tamanho de efeito resultou em um índice aproximado de  $d = 1,73$ , valor que caracteriza um efeito muito grande. Isso significa que a diferença observada entre os desempenhos dos grupos ultrapassa amplamente o limiar considerado elevado na literatura estatística, indicando que os avanços alcançados após a implementação da sequência didática não foram apenas detectáveis do ponto de vista estatístico, mas também expressivos em termos educacionais.

Esse resultado reforça a interpretação dos testes anteriormente apresentados, pois demonstra que a melhoria observada não se limita à existência de uma diferença entre os grupos, mas representa uma mudança substancial no desempenho dos estudantes. Em termos pedagógicos, a magnitude do efeito encontrada sugere que a sequência didática fundamentada no desenho geométrico exerceu influência relevante sobre a aprendizagem dos participantes, contribuindo de maneira consistente para a construção e consolidação dos conhecimentos geométricos trabalhados durante a pesquisa.

A análise inferencial corroborou os achados da análise descritiva e forneceu evidências quantitativas robustas acerca da contribuição da sequência didática para a aprendizagem dos estudantes. Os resultados indicam que a proposta fundamentada no desenho geométrico favoreceu avanços consistentes na construção e consolidação dos conhecimentos geométricos trabalhados ao longo da investigação.

Sob a perspectiva da Engenharia Didática, tais evidências fortalecem o processo de validação interna da pesquisa, uma vez que possibilitam confrontar as previsões formuladas na análise *a priori* com os dados produzidos durante a experimentação. A convergência entre os resultados previstos e aqueles efetivamente observados constitui um importante elemento de validação da investigação, conferindo consistência metodológica às conclusões alcançadas. Nesse contexto, a análise *a posteriori* ultrapassa a simples verificação dos resultados e constitui um momento privilegiado de reflexão sobre os processos de ensino e aprendizagem mobilizados pelas situações didáticas propostas.

Mais do que evidenciar avanços quantitativos, os resultados obtidos revelam o potencial formativo de uma proposta que coloca o estudante no centro da construção do conhecimento. Ao mobilizar a investigação, o uso de instrumentos do desenho geométrico e a interação com o meio didático, a sequência desenvolvida favoreceu a construção de conceitos, a elaboração de estratégias, a argumentação matemática e o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Conclui-se, portanto, que a sequência didática implementada constituiu uma estratégia pedagogicamente relevante para a aprendizagem da Geometria, produzindo avanços consistentes, estatisticamente sustentados e educacionalmente expressivos no desempenho dos estudantes. Os resultados obtidos não se restringem ao aumento das médias nas avaliações, mas evidenciam um processo efetivo de construção do conhecimento matemático, fundamentado na investigação, na utilização de instrumentos do desenho geométrico e na participação ativa dos alunos. Assim, esta pesquisa reforça a importância de práticas pedagógicas teoricamente fundamentadas e metodologicamente planejadas, demonstrando que o ensino de Geometria pode tornar-se mais significativo quando o estudante assume um papel ativo na produção, na compreensão e na apropriação do conhecimento matemático.

#### 4.2.3 Análise Quantitativa da Percepção dos Alunos sobre as Atividades realizadas

Esta subseção apresenta a análise quantitativa dos resultados obtidos por meio do questionário aplicado aos alunos do 9º ano após a conclusão das atividades de Desenho Geométrico, em 19 de março de 2026. O instrumento, composto por cinco questões objetivas, teve como finalidade investigar a percepção dos estudantes acerca das práticas desenvolvidas em sala de aula, possibilitando avaliar a eficácia da sequência didática implementada a partir da perspectiva discente. O referido instrumento, intitulado *Questionário de Avaliação da Satisfação dos Alunos*, encontra-se integralmente apresentado no Apêndice H deste trabalho.

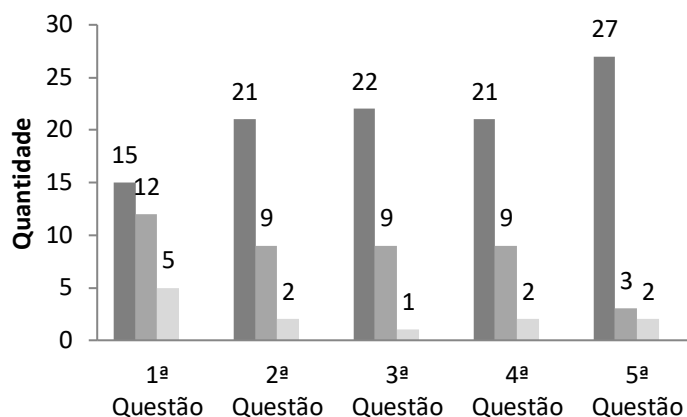
Cada questão foi elaborada com o propósito de contemplar dimensões específicas do processo de aprendizagem. A primeira buscou verificar se as atividades de construção e medição contribuíram para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos. A segunda investigou a contribuição geral das atividades de construção e análise de polígonos para o aprendizado em Geometria. A terceira e a quarta focalizaram a relevância do desenho geométrico e do uso de instrumentos de medição — como transferidor, esquadros e régua — na consolidação dos conceitos relacionados aos ângulos. Por fim, a quinta questão procurou identificar a percepção global dos alunos quanto à importância das atividades práticas de desenho geométrico para a aprendizagem matemática.

A inserção desse instrumento avaliativo permitiu não apenas identificar o nível de compreensão alcançado pelos estudantes, mas também analisar a receptividade às estratégias pedagógicas adotadas, verificando de que modo diferentes abordagens práticas contribuíram para o engajamento, a participação e a consolidação dos conhecimentos trabalhados. Nesse sentido, os dados obtidos oferecem subsídios relevantes para compreender os efeitos da sequência didática sobre a aprendizagem, fortalecendo a discussão dos resultados à luz da Engenharia Didática e da Teoria das Situações Didáticas (Artigue, 2002; Brousseau, 1997).

O Gráfico 12, apresentado a seguir, demonstra a distribuição das respostas dos alunos no *Questionário de Avaliação da Satisfação dos Alunos*, aplicado ao término da Sequência Didática e constante no Apêndice H, contemplando as cinco questões propostas. Os dados evidenciam que a maioria expressiva dos estudantes assinalou alternativas favoráveis à eficácia das atividades desenvolvidas, predominando respostas como “compreendi bem”, “contribuíram muito”, “ajudou muito” e “ajuda muito”.

Gráfico 12 - Avaliação da satisfação dos alunos

### Avaliação da atividade pelos alunos



- Compreendi bem/Contribuíram muito/Ajudou muito/Ajudaram muito/Ajuda muito
- Compreendi parcialmente/Contribuíram um pouco/Ajudou um pouco/Ajudaram um pouco/Ajuda um pouco2
- Compreendi pouco/Contribuíram pouco/Ajudou pouco/Ajudaram pouco/Ajuda pouco
- Não compreendi/Não contribuíram/Não ajudou/Não ajudaram/Não ajuda

Fonte: Autor (2026).

Tal resultado indica que as estratégias pedagógicas adotadas foram percebidas positivamente pelos participantes, contribuindo de forma expressiva para a aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Destacam-se, de modo especial, as atividades práticas de desenho geométrico e o uso de instrumentos como régua, transferidor e esquadros, aspectos que revelaram elevado nível de aceitação entre os alunos e expressivo potencial pedagógico para o desenvolvimento dos conceitos geométricos.

Além disso, a baixa incidência de respostas negativas ou pouco favoráveis sugere que a proposta metodológica alcançou boa receptividade junto à turma, favorecendo o interesse, a participação ativa e a compreensão dos conteúdos abordados. Em conjunto, os resultados reforçam a relevância de práticas pedagógicas investigativas, concretas e participativas no ensino de Geometria, evidenciando que metodologias ativas podem tornar a aprendizagem mais reflexiva, motivadora e efetiva para os estudantes.

Na Questão 1, mais de 70% dos alunos assinalaram a alternativa “Compreendi bem”, evidenciando que as atividades de construção e medição favoreceram a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos. Na Questão 2, cerca de 65% dos estudantes responderam “Contribuíram muito”, indicando que a análise de polígonos, do triângulo ao hexágono, exerceu impacto

positivo no aprendizado em Desenho Geométrico. As Questões 3 e 4, relativas à utilização do desenho geométrico e de instrumentos de medição, obtiveram índices superiores a 60% de respostas “Ajudou muito”, reforçando a importância das atividades práticas para a consolidação de conceitos relacionados aos ângulos. Na Questão 5, aproximadamente 75% dos alunos assinalaram “Ajuda muito”, demonstrando o reconhecimento da contribuição pedagógica das atividades desenvolvidas.

A turma demonstrou elevado interesse pelas atividades e expressivo engajamento durante sua realização, fator que contribuiu para uma aprendizagem mais motivadora. Contudo, como ressaltam Novak e Gowin (1984), esse tipo de aprendizagem demanda não apenas motivação, mas também a construção ativa de relações entre conceitos e experiências prévias. Nesse sentido, quando os alunos se mostram receptivos e motivados, as estratégias pedagógicas tendem a alcançar maior eficácia. Em contrapartida, a ausência de engajamento pode comprometer a assimilação e a retenção do conhecimento, evidenciando a importância do aspecto motivacional aliado à mediação docente no processo de ensino e aprendizagem.

As respostas intermediárias, como “Compreendi parcialmente” ou “Ajudou um pouco”, indicam que alguns alunos ainda apresentaram dificuldades pontuais, sugerindo a necessidade de acompanhamento individualizado e de reforço em conceitos mais complexos. Esse achado reforça a importância de o professor observar o nível de receptividade dos estudantes e ajustar a mediação pedagógica de acordo com as necessidades de cada grupo (Gardner, 2011).

Ademais, a percepção positiva dos estudantes está em consonância com a Teoria das Situações Didáticas, segundo a qual a aprendizagem torna-se mais relevante quando os alunos são inseridos em situações que exigem ação, reflexão e validação de estratégias (Brousseau, 1997). Portanto, a combinação de atividades práticas, instrumentos de medição e desenho geométrico — associada ao interesse e à motivação da turma — resultou em uma experiência de ensino mais eficaz e consistente, promovendo tanto a compreensão conceitual quanto a participação ativa dos discentes.

Em síntese, os resultados do questionário indicam que as atividades de construção, medição e desenho geométrico foram percebidas como estratégias efetivas para a aprendizagem, consolidando o domínio conceitual dos ângulos internos dos polígonos, incentivando hábitos de aprendizagem ativa e favorecendo a reflexão sobre a prática docente. Também evidenciam a relevância do interesse e da

receptividade dos alunos como fatores decisivos para o sucesso do ensino (Ausubel, 2003; Gardner, 2011).

À luz das análises realizadas, constata-se que a implementação da sequência didática, fundamentada na Engenharia Didática e na Teoria das Situações Didáticas, possibilitou não apenas a validação das hipóteses iniciais, mas também a construção de evidências concretas acerca de sua eficácia no ensino de polígonos. Os resultados obtidos revelam avanços consistentes na compreensão conceitual dos alunos, no desenvolvimento do raciocínio geométrico e no engajamento nas atividades propostas, ao mesmo tempo em que apontam aspectos que ainda demandam atenção pedagógica, como a necessidade de intervenções mais individualizadas. Nesse sentido, a análise *a posteriori* desenvolvida neste capítulo cumpre seu papel de interpretar criticamente os dados oriundos da prática, articulando-os aos referenciais teóricos adotados.

Os elementos observados ao longo da pesquisa indicam que metodologias baseadas na investigação, na experimentação e no uso intencional do desenho geométrico favorecem aprendizagens mais substanciais, ao deslocarem o estudante de uma posição passiva para uma atuação mais participativa, autônoma e reflexiva. Além disso, evidenciam que a mediação docente permanece central na organização das situações de aprendizagem, na condução dos debates e na consolidação dos conhecimentos construídos coletivamente em sala de aula.

Diante desse percurso analítico, torna-se possível encaminhar a etapa conclusiva deste trabalho, retomando a questão norteadora da pesquisa, os objetivos propostos e as evidências produzidas ao longo da intervenção pedagógica. Assim, o capítulo seguinte apresenta as Considerações Finais, nas quais se sistematizam as principais contribuições do estudo para o ensino de Geometria, especialmente no que se refere ao papel do desenho geométrico como instrumento potencializador da aprendizagem dos polígonos e do desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

# Capítulo 5

---

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término desta investigação, os resultados obtidos permitem concluir que a proposta didática desenvolvida contribuiu para responder à questão norteadora deste estudo: de que maneira o desenho geométrico pode contribuir para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos no 9º ano do Ensino Fundamental? As evidências produzidas ao longo da pesquisa indicam que a realização de construções geométricas, associada à exploração, à investigação e à discussão coletiva das atividades, favoreceu a compreensão dos conceitos abordados e possibilitou aos estudantes estabelecer relações entre procedimentos práticos e propriedades geométricas formais. Nesse sentido, o desenho geométrico, quando integrado a uma abordagem investigativa e teoricamente fundamentada, mostrou potencial para contribuir com a aprendizagem dos conteúdos geométricos e com a construção de significados matemáticos pelos estudantes.

No que se refere aos objetivos da pesquisa, os resultados permitem afirmar que o objetivo geral foi alcançado, uma vez que a investigação possibilitou analisar as contribuições do desenho geométrico para a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos no contexto da turma participante. Da mesma forma, os objetivos específicos foram contemplados ao longo do estudo: a sequência didática foi elaborada e aplicada conforme os pressupostos da Engenharia Didática; as estratégias e interações dos estudantes foram observadas e analisadas; as contribuições da triangulação para a construção e generalização da soma dos ângulos internos dos polígonos foram investigadas; e foram identificados indícios de avanços relacionados ao raciocínio geométrico, à argumentação matemática e à participação dos alunos.

A sequência didática mostrou-se pertinente ao favorecer a compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos por meio do processo de triangulação, permitindo aos estudantes construir relações geométricas fundamentadas na observação, na análise e na validação das construções realizadas. Os resultados também evidenciaram que o uso de instrumentos como régua, esquadros e transferidor favoreceu a visualização, a representação e a análise de propriedades geométricas, além de estimular a formulação de conjecturas e a comunicação de

ideias matemáticas. Tais evidências são coerentes com os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas e da Engenharia Didática, ao ressaltarem o papel ativo do estudante na construção do conhecimento em interação com o *milieu*.

Além das evidências qualitativas, a utilização de procedimentos de análise estatística inferencial contribuiu para ampliar a robustez e a confiabilidade dos resultados obtidos. Os testes realizados permitiram identificar diferenças estatisticamente significativas entre os desempenhos observados antes e após a aplicação da sequência didática, fortalecendo as interpretações construídas a partir das observações, registros e produções dos estudantes. A articulação entre análises qualitativas e quantitativas conferiu maior consistência às conclusões desta investigação.

Os avanços observados na compreensão dos conceitos e no envolvimento dos estudantes indicam que práticas pedagógicas fundamentadas na investigação, na experimentação e no uso de instrumentos de desenho geométrico podem ampliar as possibilidades de aprendizagem da Geometria no contexto escolar. Além disso, evidenciou-se a relevância do professor como mediador das situações didáticas, responsável por organizar as condições de aprendizagem, acompanhar as estratégias produzidas pelos estudantes e conduzir os processos de institucionalização dos saberes construídos ao longo da sequência didática.

Entretanto, é importante reconhecer que os resultados desta investigação estão vinculados às condições específicas do contexto em que a pesquisa foi realizada. Aspectos relacionados às características da turma, à mediação do professor-pesquisador e às condições institucionais da escola podem ter influenciado os resultados obtidos. Dessa forma, as conclusões não devem ser interpretadas como generalizáveis a todas as realidades educacionais, mas como evidências que apontam possibilidades pedagógicas a serem analisadas em outros contextos. As dificuldades identificadas durante a experimentação reforçam o caráter processual da aprendizagem matemática e evidenciam que a construção do conhecimento geométrico demanda tempo, interação, elaboração de estratégias e oportunidades contínuas de investigação.

Como desdobramento desta pesquisa, foi elaborado o produto educacional intitulado Guia Prático de Desenho Geométrico: Construção de Polígonos e seus Ângulos, concebido para oferecer subsídios metodológicos a professores que atuam no ensino de Geometria. O material reúne atividades e orientações fundamentadas

na experiência desenvolvida durante a investigação e busca ampliar as possibilidades de abordagem dos conteúdos geométricos em sala de aula.

Por fim, esta investigação não se encerra nos resultados alcançados nem no produto educacional desenvolvido. Os achados apresentados apontam possibilidades para novas pesquisas e práticas pedagógicas, especialmente no que se refere à ampliação da proposta para outros conteúdos matemáticos, diferentes etapas da Educação Básica e à articulação com recursos tecnológicos. Espera-se que esta pesquisa possa subsidiar novas experiências de ensino e fomentar reflexões sobre o papel do desenho geométrico como recurso didático no desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos finais do Ensino Fundamental, contribuindo para o fortalecimento de práticas pedagógicas mais investigativas, reflexivas e contextualizadas.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Júlio César Porfírio de. *Argumentação e prova na matemática escolar do ensino básico: a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Acesso em: 14 set. 2025.
- AMARAL, E. F. *Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica e trabalhos de conclusão de curso*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- ANDRADE, L. F. *História da matemática escolar no Brasil*. São Paulo: Editora Acadêmica, 2003.
- ARAÚJO, C. S. *Uma experiência didática com o ensino de polígonos para o 8º ano da EJA*. Universidade Federal Fluminense, [s.d.]. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/>. Acesso em: 15 fev. 2025.
- ARTIGUE, Michèle. Engenharia didática. In: BRUN, Jean (org.). *Didática das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193–217.
- ARTIGUE, M. *Didática da Matemática: engenharia didática e organização do ensino*. Paris: INRP, 2002.
- ARTIGUE, M. (2007). *Didactic design in mathematics education: the case of functions*. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 805–838). Charlotte, NC: Information Age Publishing. Acesso em: 10 abr. 2025.
- ARTIGUE, Michèle. *Didactic engineering as a research methodology*. In: *Proceedings of CERME 6*, 2008. Acesso em: 15 jun. 2025.
- AUSUBEL, David Paul. *Educational psychology: a cognitive view*. 2. ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968. Acesso em: 14 mar. 2025.
- AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa: teoria e prática*. São Paulo: Editora Moraes, 2003.
- BARBOSA, A. C. I. *Aprendizagem significativa do conceito de polígono: uma sequência didática para o sexto ano do ensino fundamental*. 2018. Trabalho acadêmico – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018. Acesso em: 14 mar. 2025.
- BARBOSA, Aline Maurício; CRUZ, Guilherme Nascimento da. Análise de erros em questões sobre áreas e perímetros de polígonos numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública. *Educação Matemática em Revista*, v. 29, n. 82, p. 1–15, 2024. Acesso em: 10 abr. 2025.
- BARBOSA, João Lucas Marques. *Geometria euclidiana plana*. Rio de Janeiro: SBM, 2012. Battista, M. T. (2007). *The development of geometric and spatial thinking*. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and*

LEARNING (pp. 843–908). CHARLOTTE, NC: Information Age Publishing. Acesso em: 12 mar. 2026.

BATTISTA, M. T. The development of geometric and spatial thinking. In: LESTER, F. K. (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2007. p. 843–908.

BOALER, Jo. *Mathematical Mindsets*. San Francisco: Jossey-Bass, 2016.

BOAKES, Norma J. Origami instruction in the middle school mathematics classroom. *Research in Middle Level Education Online*, v. 32, n. 7, p. 1–12, 2009.

BOLYAI, János. Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens. In: BOLYAI, Farkas. *Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae*. Marosvásárhely, 1832.

BONFIM, Rafael; ANDRADE, Patrícia. *Aprendizagem e mediação em situações didáticas*. São Paulo: EducaMais, 2024.

BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam. *Informática e educação matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

BRASIL. Constituição (1988). Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. *Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional*. Brasília: Presidência da República, 1996.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006. Altera a duração do Ensino Fundamental para nove anos. Brasília: Presidência da República, 2006.

BRASIL ESCOLA. *Elementos de um polígono: definição de polígono*. Disponível em: Brasil Escola. (“Elementos de um polígono”). Acesso em: 14 set. 2025.

BOYER, Carl B. *História da matemática*. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

BROUSSEAU, Guy. *Théorie des situations didactiques*. Genève: La Pensée Sauvage, 1986.

BROUSSEAU, Guy. *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer, 1997.

- BROUSSEAU, G. *Teoria das Situações Didáticas*. Porto Alegre: Artmed, 1997.
- BRUNER, Jerome. *Atos de significação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- BURIASCO, Regina Lúcia Corio de. *As origens da Geometria e o ensino*. Campinas: Faculdade de Educação – UNICAMP, 1994.
- BZUNEK, D.; POLLI, A. C.; GÓES, A. R. T.; MELO, J. C. *Expressão gráfica no ensino e aprendizagem: estudo de polígonos*. Universidade Federal do Paraná, [s.d.]. Disponível em: <https://scholar.google.com/>. Acesso em: 14 mar. 2025.
- CARDOSO, Rafael. *Uma introdução à história do design*. São Paulo: Blucher, 2008.
- CARDOSO, José Luís; ROSA, Maria Cristina. *História da matemática para o ensino*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- CASTELLS, Manuel. *A sociedade em rede*. São Paulo: Paz e Terra, 2010. Acesso em: 14 mar. 2026.
- COHEN, J. *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. 2. ed. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1988.
- COUCEIRO, Karen Cristine Uaska dos Santos. *Geometria euclidiana*. 2. ed. Curitiba: InterSaberes, 2023.
- COSTA, Francisco Nórdman. *O ensino de polígonos por atividades experimentais*. 2017.
- CULLEN, Christopher (ed.). *The Zhou Bi Suan Jing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1999.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 2001.
- DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de matemática*. São Paulo: Ática, 2009.
- DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, 2018.
- DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica. *BOLEMA*, 1999.
- EPSTEIN, Joyce L. *School, Family, and Community Partnerships: Preparing Educators and Improving Schools*. 2. ed. Boulder: Westview Press, 2011.
- EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

FARIAS, E. M. *Ensino de polígonos: proposta metodológica a partir do origami*. Universidade Estadual da Paraíba, [s.d.]. Disponível em: <https://scholar.google.com/>. Acesso em: 15 fev. 2025.

FIALHO, Valéria. *História da arte: teoria e prática*. Curitiba: InterSaberes, 2018.

FIELD, A. *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics*. 5. ed. London: Sage, 2018.

FONTANA, Maura; FÁVERO, Altair Alberto. *O professor reflexivo e o desafio da docência*. 2013.

FRAGA, M. A. *Significação do ângulo: indícios do conceito em atividades de localização*. Universidade de São Paulo, 2016. Acesso em: 14 jun. 2023.

FRANZONI, V. C. *Proposta didática ao estudo de ângulos em uma circunferência*. Universidade Estadual Paulista, 2021. Acesso em: 14 jun. 2023.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

GARDNER, H. *Estruturas da mente: a teoria das inteligências múltiplas*. Porto Alegre: Artmed, 2011.

GODOY, Elenilton Vieira; SANTOS, Vinício de Macedo. O cenário do ensino de matemática e o debate sobre o currículo de matemática. *Práxis Educacional*, Vitória da Conquista, v. 8, n. 13, p. 253–280, 2012.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria dinâmica. *Zetetiké*, 1996.

HAYDT, Regina Célia. Curso de Didática Geral in Avaliação do Processo de Ensino-Aprendizagem. São Paulo: Ática, 2006. 14 jun. 2023.

HENDERSON, Anne T.; MAPP, Karen L. *A New Wave of Evidence: The Impact of School, Family, and Community Connections on Student Achievement*. Austin: Southwest Educational Development Laboratory, 2002.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). *Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil*. Rio de Janeiro: IBGE, 2021. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/>. Acesso em: 11 jun 2023.

JONES, F. P. Pesquisa qualitativa. In: THOMAS, J. R.; NELSON, J. K.; SILVERMAN, S. S. *Métodos da Pesquisa em Atividade Física*. Porto Alegre: Artmed, 2007. p. 298. Acesso em: 15 fev. 2025.

KAMII, Constance; DEVRIES, Rheta. *Jogos em grupo na educação infantil*. São Paulo: Trajetória Cultural, 1993.

KATZ, Victor J. *A History of Mathematics: An Introduction*. Boston: Addison-Wesley, 2009. Acesso em: 11 mar. 2026.

KLING, Morris. *Mathematical thought from ancient to modern times*. New York: Oxford University Press, 1972.

LABORDE, Colette. *Technology in mathematics classrooms*. Rotterdam: Sense, 2005.

LEIVAS, J. C. P. *Visualização e representação do conceito de polígono em livros didáticos do Ensino Fundamental*. 2023. Trabalho acadêmico – Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2023. Acesso em: 15 fev. 2025.

LÉVY, Pierre. *Cibercultura*. São Paulo: Editora 34, 1999. 11 mar. 2026.

LIBÂNEO, J. C. Didática. São Paulo: Cortez Editora, 2006.

LOBACHEVSKY, Nikolai. *On the principles of geometry*. Kazan, 1829.

LORENZATO, Sergio. *Para aprender Matemática*. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LORENZATO, Sergio. *Para aprender Matemática*. Campinas: Autores Associados, 2006. Acesso em: 11 mar. 2026.

LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MACHADO, C. B. *A inserção do software GeoGebra no ensino de ângulos*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015. Acesso em: 14 jun. 2023.

MACHADO, Sílvia Cristina de Oliveira. *O ensino de geometria no Brasil*. 2003.

MENESES, Ricardo Soares de. *Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MLODINOW, Leonard. *A janela de Euclides: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço*. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MONTAGNER, K. P. *Um estudo sobre ângulos: uma abordagem didática através de atividades*. Universidade Federal de Santa Maria, 2013. Acesso em: 14 jun. 2023.

MOREIRA, Luiz Paulo. *Diagonais de um polígono*. Escola Kids. Disponível em: <<https://escolakids.uol.com.br/matematica/diagonais-um-poligono.htm>>. Acesso em: 14 jul. 2025.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, 2000. Acesso em: 10 jul. 2025.

NASCIMENTO, F. L. *O cálculo de áreas de polígonos numa abordagem dinâmica utilizando o software Geogebra no 9º ano do ensino fundamental*. Universidade Federal de Alagoas, [s.d.]. Disponível em: <https://scholar.google.com/>. Acesso em: 15 fev. 2025.

NASCIMENTO, M. M. *Processo de ensino e aprendizagem de polígonos no Ensino Fundamental, na perspectiva da Investigação Matemática*. Universidade Federal de Minas Gerais, [s.d.]. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. *Learning How to Learn*. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.

OLIVEIRA, J. H. N. *A transposição didática no conceito de ângulo: uma análise em livros didáticos da educação básica*. Universidade Estadual do Maranhão, 2020. Acesso em: 16 jun. 2023.

O'ROURKE, Joseph. *Computational Geometry in C*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. Acesso em: 10 jul. 2025.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, 1993.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. *História do ensino da matemática no Brasil*. Curitiba: InterSaber, 2010.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PERRENOUD, Philippe. *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PIAGET, J. (1977). *The development of thought: Equilibration of cognitive structures*. Viking Press. Acesso em: 10 mar. 2026.

POLLI, C. T. S.; FIGUEIREDO, H. R. S. *Uma sequência didática para o ensino de polígonos: o uso de materiais manipuláveis no quinto ano do ensino fundamental*. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, [s.d.]. Disponível em: <https://scholar.google.com/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, João; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P.; BROCARD, M. E.; OLIVEIRA, H. *Investigação Matemática: Teoria e Prática*. Lisboa: Edições Sílabo, 2009.

PRESMEG, N. C. (2006). *Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology*. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Acesso em: 11 mar. 2026.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. *Metodologia do trabalho científico*. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

REIS, L.R dos. Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção. Monografia de Graduação, 2005, 12 f. - Universidade Católica de Brasília (UCB), Brasília, DF.

Disponível em:

<<https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/bitstream/10869/1737/1/Leonardo%20Rodrigues%20dos%20Reis.pdf>>. Acesso em: 8 jul. 2023.

REIS, Carlos. *História da matemática*. 2. ed. São Paulo: Editora Acadêmica, 2008.

REZENDE, D. P. L. *Ensino e Aprendizagem de geometria no 8º ano do Ensino Fundamental: uma proposta para o estudo de polígonos*. Universidade Federal de Juiz de Fora, [s.d.]. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

RIEMANN, Bernhard. *Obras escolhidas*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1990.

ROCHA, M. R. *Construindo o conceito de ângulo a partir da sua mobilização em diversos contextos e da utilização de materiais manipulativos*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017. Acesso em: 16 jun. 2023.

ROCHA, M. R. *Construindo o conceito de ângulo: transitando entre representações, contextos e artefatos*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2016. 16 jun. 2023.

SANTOS, Luciane Malazani dos. *Tópicos de história da física e da matemática*. Curitiba: InterSaber, 2013. (Coleção Metodologia do Ensino de Matemática e Física, v. 5).

SANTOS, F. N. C. *O Ensino de Polígonos por Atividades Experimentais*. Universidade Estadual do Pará, [s.d.]. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

SCHWARCZ, Lilia Moritz. *As barbas do imperador: D. Pedro II, um monarca nos trópicos*. São Paulo: Companhia das Letras, 1998. Acesso em: 11 mar. 2026.

SILVA, L. A.; SANTOS FILHO, R.; SANTOS, V. C.; SILVA, A. J. N. *Materiais didáticos e o ensino de ângulos e retas: um relato de experiência*. EBR-Educação Básica Revista, 2021. 16 jun. 2023.

SILVA, S. P. *Sequência didática: estudo de polígonos no 6º ano do Ensino Fundamental por meio de material lúdico*. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2013. Acesso em: 15 fev. 2025.

SIMONINI, A. R. F. *Mosaicos geométricos: estudo de ângulos e simetrias*. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2017. 16 jun. 2023.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica*. Campinas: Papirus, 2000.

SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria Inês; CARRAHER, Terezinha. *Matemática, ensino e aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2012.

SOUZA, Eliane Reame de. *História da matemática no Brasil*. Curitiba: InterSaberes, 2015.

SOUZA, Renata Teófilo de; AZEVEDO, Italândia Ferreira de; ALVES, Francisco Régis Vieira. *Engenharia didática e teoria das situações didáticas: um contributo ao ensino de geometria analítica com o software GeoGebra*. Revista Binacional Brasil-Argentina, Vitória da Conquista, BA, Brasil / Santa Fe, Argentina, v. 10, n. 1, p. 357-379, jun. 2021. ISSN 2316-1205. Acesso em: 15 abr. 2025.

TEIXEIRA, José; PASSOS, Carmen L. B. Teoria das situações didáticas. *Zetetiké*, 2013. Acesso em: 12 ago. 2025.

THE JAMOVI PROJECT. *jamovi (Version 2.3) [Computer Software]*. 2023. Disponível em: <https://www.jamovi.org>. Acesso em: 12 fev. 2025.

TIBA, Içami. *Quem ama, educa!*. São Paulo: Gente, 2007.

KUHN, Thomas S. *A estrutura das revoluções científicas*. 9. ed. São Paulo: Perspectiva, 2003.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *História da educação matemática: pesquisas e perspectivas*. São Paulo: Annablume, 2007.

VAN HIELE, Pierre M. *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press, 1986.

VAN HIELE, P. M. (1999). *Developing geometric thinking through activities that begin with play*. Teaching Children Mathematics, 6(3), 310–316. Acesso em: 11 mar. 2026.

VAZ, P. N.; LOPO, A. B. *Desafio geométrico: da experimentação à aprendizagem do conceito de polígonos regulares*. Universidade Estadual da Bahia, [s.d.]. Disponível em: <https://scholar.google.com/>. Acesso em: 15 fev. 2025.

VYGOTSKY, Lev S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

YIN, Robert K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman, 2005.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998. Acesso em: 12 ago. 2025.



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno (a),  
Estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Para o êxito deste trabalho necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

- 1- **Idade:** \_\_\_\_\_ anos    2- **Gênero:** M. F. Outros    3- **Série:** \_\_\_\_ Ano
- 4- **Tipo de escola que estuda?** Municipal Estadual Conveniada
- 5- **Você já ficou em dependência?** Não Sim. Em quais disciplinas? \_\_\_\_\_
- 6- **Qual a escolaridade do seu responsável masculino?**  
Superior Médio Fundamental Fundamental incompleto Não estudou
- 7- **Qual a escolaridade da sua responsável feminina?**  
Superior Médio Fundamental Fundamental incompleto  Não estudou
- 8- **Você gosta de Matemática?**  Não gosto Suporto Gosto um pouco Adoro
- 9- **As aulas de Matemática despertam sua atenção em aprender os conteúdos ensinados?**  
sim não às vezes
- 10- **Com que frequência você estuda matemática fora da escola?**  
Todo dia Somente nos finais de semana No período de prova Só na véspera da prova  
Não estudo fora da escola.
- 11- **Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática?**  
Professor particular Família Ninguém Outros. Quem? \_\_\_\_\_
- 12- **Você consegue relacionar os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula com seu dia a dia?** Sim Não Às vezes
- 13- **Seu professor de matemática do ano passado demonstrava domínio do conteúdo?**  
Sim Não
- 14- **No ano passado você conseguia entender as explicações dadas nas aulas de matemática?**  
Sempre Quase sempre Às vezes Poucas vezes Nunca
15. **Como você avalia as explicações do seu professor de matemática do ano passado?**  
Ruim Regular Boa Excelente
- 16- **Como você se sente quando está diante de uma avaliação em matemática?**  
Contente Tranquilo com Medo Preocupado com Raiva  com Calafrios
- 17- **No ano passado quais formas de atividades e/ou trabalho o seu Professor (a) de matemática mais utilizou para a avaliação da aprendizagem?**  
Provas/simulado Testes semanais Seminários Pesquisas Projetos Outros.  
Quais?
- 
- 18- **Você já estudou ângulos?**  
Sim Não

19- Se você na questão acima respondeu sim, diga em qual ano? \_\_\_\_\_

20- Quando você estudou ângulos, a maioria das aulas iniciou:

- pela definição seguida de exemplos e exercícios;
- pela história do assunto para depois explorar os conceitos;
- com uma situação problema para depois introduzir o assunto;
- com um modelo para situação problema e em seguida analisando o modelo;
- com jogos para depois sistematizar os conceitos.

21- Para praticar o conteúdo de ângulos seu professor de matemática do ano passado, costumava:

- Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos;
- Apresentar jogos envolvendo o assunto;
- Solicitar que os alunos resolvessem os exercícios do livro didático;
- Não propunha questões de fixação;
- Solicitava que os alunos procurassem questões sobre o assunto para resolver.

22- Com base na sua experiência quando você estudou ângulos, preencha o quadro a seguir.

(MF: Muito Fácil; F: Fácil; R: Regular; D: Difícil; MD: Muito difícil)

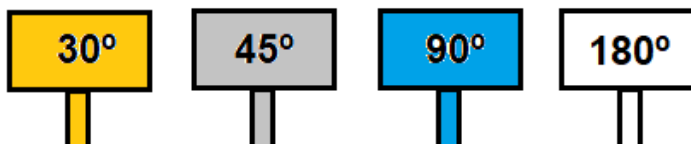
Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Definição de ângulos.							
Noção de ângulos em diferentes situações do cotidiano.							
Operações de soma e subtração de ângulos.							
Operações de multiplicação e divisão de ângulos.							
Classificações dos ângulos como agudo, reto, obtuso e raso.							
Operações com ângulos complementares.							
Operações com ângulos suplementares.							
Operações com ângulos internos e externos.							
Propriedades dos ângulos opostos pelo vértice (O.p.v.).							
Bissetriz de um ângulo.							
Propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo.							
Propriedade da soma dos ângulos internos de um polígono.							
Operação com ângulos notáveis (30°, 45° e 60°).							
Classificação dos triângulos quanto aos ângulos.							
Ângulos formados de duas retas com uma transversal.							

**Teste seus conhecimentos em Matemática (ângulos)**

**1ª Questão:**

A professora Marta, na oportunidade que ensinava aos seus alunos sobre os assuntos de ângulos, disponibilizou algumas placas e pediu para que sua turma identificasse o **ângulo reto** dentre elas. Qual placa está correta?

- a) Amarela
- b) Cinza
- c) Azul
- d) Branca

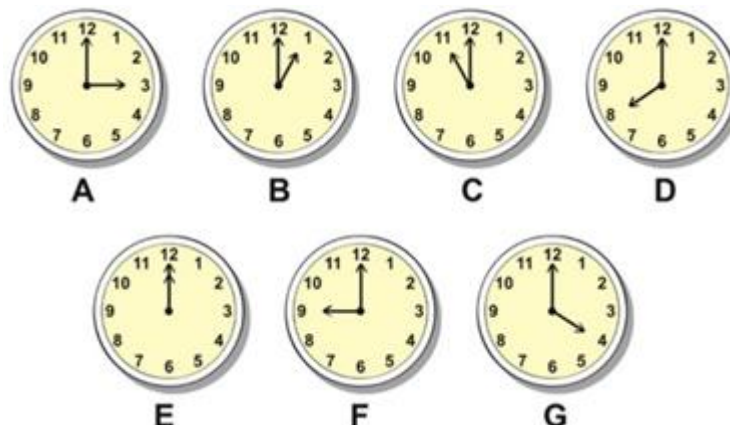


**2ª Questão:**

Em relação ao estudo dos ângulos observe as figura e responda:

Em quais relógios a posição dos ponteiros representa um ângulo menor que  $45^\circ$  ?

- a) A, E, F
- b) B, C, E
- c) C, E, F
- d) A, D, G



**3ª Questão:**

Em relação ao estudo dos ângulos observe a figura a seguir e assinale a alternativa correta em graus que os ponteiros do relógio marcam, além da classificação correta para o respectivo ângulo. Considere que o ponteiro menor está no 4 e o ponteiro maior no 12.

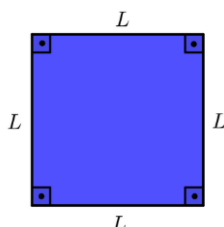
- a)  $90^\circ$ , agudo.
- b)  $100^\circ$ , agudo.
- c)  $110^\circ$ , obtuso.
- d)  $120^\circ$ , obtuso.



**4ª Questão:**

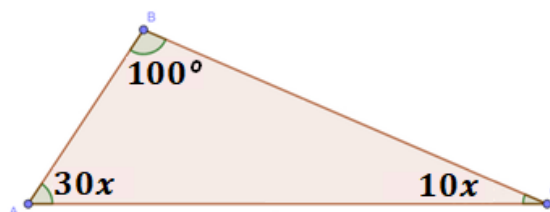
Pedro perguntou a Aline sobre a soma dos ângulos internos de um polígono: “Quanto vale a soma dos ângulos internos de um quadrado, Aline?” Aline disse a Pedro que bastava que se somassem todos os ângulos internos. Após isso Pedro conseguiu achar o resultado correto. Qual valor ele encontrou?

- a)  $180^\circ$
- b)  $200^\circ$
- c)  $320^\circ$
- d)  $360^\circ$

**5ª Questão:**

O Professor Dalton, em uma aula de Matemática sobre ângulos internos, afirmou o seguinte: “A soma dos ângulos internos de todo triângulo é  $180^\circ$  “. Então ele colocou o seguinte desafio: Encontrar o valor correto de  $x$  na figura abaixo. Qual a alternativa correta?

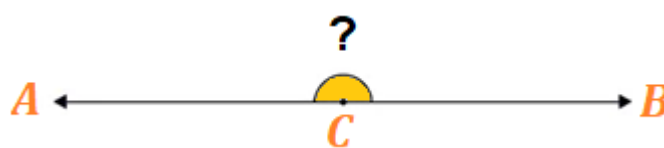
- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

**6ª Questão:**

**Ângulos** são duas semirretas que têm a mesma origem, no vértice, e são medidos em grau ( $^\circ$ ) ou em radiano ( $rad$ ), de acordo com o Sistema Internacional. Conforme as suas medidas, os ângulos são classificados em agudo, reto, obtuso e raso.

Em qual das alternativas, a seguir, está correto o ângulo desconhecido na **Figura 1**?

- a)  $90^\circ$
- b)  $180^\circ$
- c)  $210^\circ$
- d)  $360^\circ$



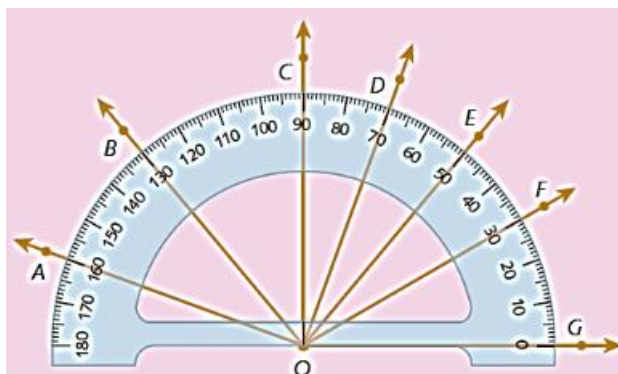
**Figura 1**

**7ª Questão:**

**Transferidor** é um instrumento feito para medir ângulos composto por uma escala circular, dividida e marcada em ângulos espaçados regularmente, tal qual numa régua. Os mais utilizados são os de  $180^\circ$  e os de  $360^\circ$ .

Em uma gincana para as turmas do 8º ano, realizada na Escola Junqueira Santana, apareceu o seguinte desafio:

**Encontre o valor do ângulo  $\widehat{F\hat{O}C}$  no transferidor a seguir.**



Qual das alternativas abaixo representa o valor correto encontrado pelos participantes da gincana?

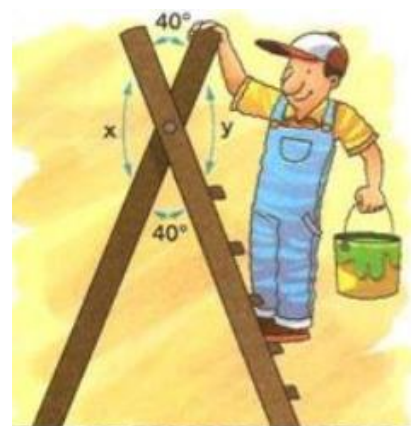
- a)  $30^\circ$
- b)  $50^\circ$
- c)  $60^\circ$
- d)  $70^\circ$

**8ª Questão:**

Na figura seguinte aparece Seu Joaquim utilizando-se de uma escada para iniciar uma pintura. Como podemos observar, a abertura da escada está posicionada de forma que alguns ângulos se destacam, a exemplo de  $40^\circ$ ,  $x$  e  $y$ .

Pelas propriedades angulares podemos afirmar que  $x$  e  $y$  têm o mesmo valor. Que propriedade é essa? E qual o valor desse ângulo?

- a) Paralelos,  $90^\circ$
- b) Complementares,  $110^\circ$
- c) Opostos pelo vértice,  $120^\circ$
- d) Opostos pelo vértice,  $140^\circ$



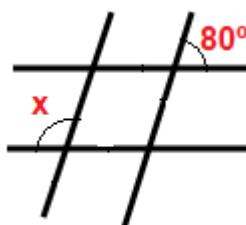
**9ª Questão:**

*Hashtag é um termo associado a assuntos ou discussões que se deseja indexar em redes sociais, inserindo o símbolo da cerquilha (#) antes da palavra, frase ou expressão.*



O professor Lúcio, ao falar sobre as propriedades existentes entre ângulos, utilizou-se da imagem “*Hashtag*” para exemplificar um contexto a seus alunos: “Supondo que na imagem “*Hashtag*”, os segmentos horizontais e os segmentos inclinados são paralelos entre si, qual o valor do ângulo  $x$  ?”

- a)  $80^\circ$
- b)  $90^\circ$
- c)  $100^\circ$
- d)  $120^\circ$

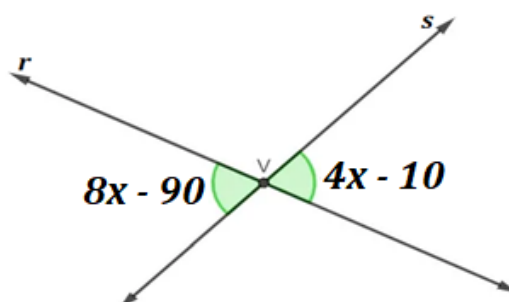
**10ª Questão:**

*Teodolito é um instrumento de precisão óptico que mede ângulos verticais e horizontais, aplicado em diversos setores como na navegação, na construção civil, na agricultura e na meteorologia.*



Na figura abaixo estão representadas as retas  $r$  e  $s$ . Sabendo-se que elas se cruzam no ponto  $V$  e representam duas ruas de um determinado bairro, informadas por um técnico em topografia, da prefeitura de Joãozinholândia. De posse dessas informações e dos conhecimentos sobre ângulos que você estudou até o momento, pode-se afirmar que o valor de “ $x$ ”, em graus:

- a)  $10^\circ$
- b)  $20^\circ$
- c)  $25^\circ$
- d)  $30^\circ$



## Atividade de recomposição das aprendizagens

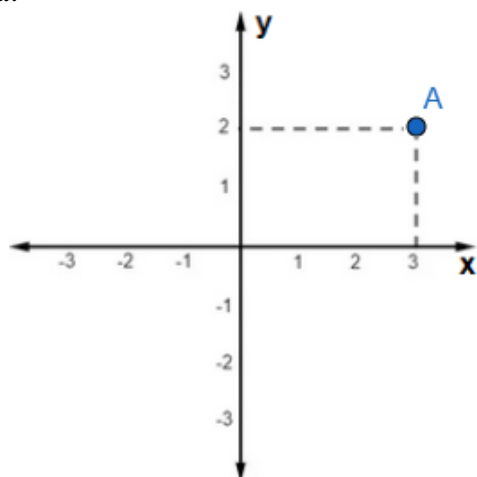
PROFESSOR: ADMILSON

### Geometria dos polígonos

**Polígonos** são figuras geométricas planas, fechadas e formadas por segmentos de reta que se encontram apenas nas extremidades, sem curvas. Classificam-se pelo número de lados (triângulo, quadrilátero, pentágono, etc.), podendo ser convexos (todos os ângulos menores que  $180^\circ$ ) ou côncavos (possuir pelo menos um ângulo maior que  $180^\circ$ ).

#### Elementos formadores de polígonos:

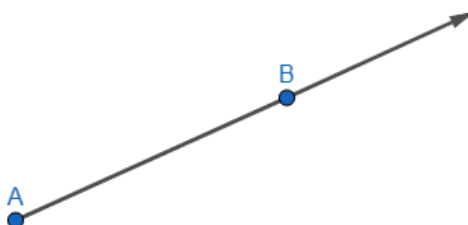
1) **Ponto:** representando uma localização exata no espaço, sendo a base para formar figuras geométricas. Ex: Qualquer localização que destacamos em um mapa.



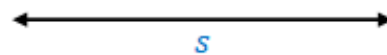
2) **Segmento de reta:** é a parte finita de uma reta, delimitada por dois pontos distintos, chamados extremos (ponto inicial e final). Ex:  $\overline{AB}$  (segmento AB).



3) **Semirreta:** é uma parte de uma reta que possui um ponto inicial definido, chamado **origem**, e se estende infinitamente em uma única direção. Ex:  $\overrightarrow{AB}$  (semirreta AB).

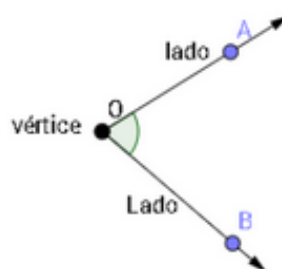


4) **Reta:** A reta é infinita e não tem extremidade. Ex: Reta s.

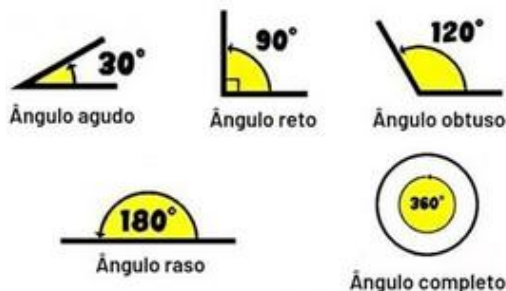


5) **Ângulo:** são duas semirretas que têm a mesma origem, no vértice, e são medidos em grau ( $^\circ$ ) ou em radiano (rad), de acordo com o Sistema Internacional.

Ex: ângulo  $A\hat{O}B$



#### Tipos de ângulos

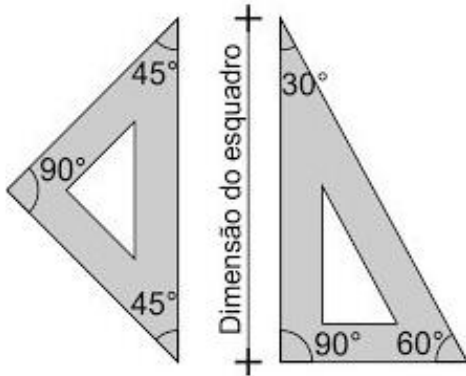


#### Instrumentos para o desenho geométrico

a) **Transferidor de  $180^\circ$ :** Instrumento que serve para medir e desenhar ângulos com precisão, sendo um instrumento essencial em geometria, desenho técnico, engenharia e até carpintaria.



b) **Esquadros:** Existem dois tipos de esquadro básicos: Esquadro isósceles (formado por um ângulo de  $90^\circ$  e dois de  $45^\circ$ .) Esquadro escaleno (formado por um ângulo de  $90^\circ$ , um de  $60^\circ$  e um de  $30^\circ$ ).



c) **Régua para desenho geométrico:** Instrumento de medida, em centímetros (cm), utilizado na construção de segmentos, semirretas e retas que formam os polígonos.



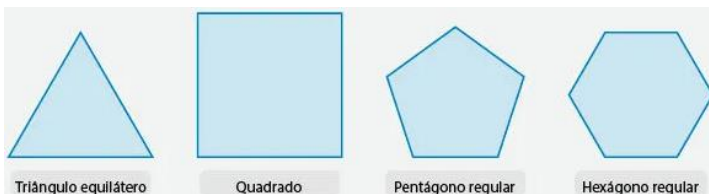
### Classificação dos polígonos

a) Quanto ao número de lados:

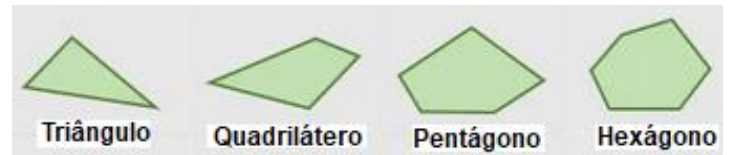
- **3 lados:** Triângulo
- **4 lados:** Quadrilátero
- **5 lados:** Pentágono
- **6 lados:** Hexágono
- **7 lados:** Heptágono
- **8 lados:** Octógono
- **9 lados:** Eneágono
- **10 lados:** Decágono
- **11 lados:** Undecágono
- **12 lados:** Dodecágono
- **20 lados:** Icoságono

b) Quanto a regularidade:

- **Polígono Regular:** Todos os lados e ângulos internos são congruentes (iguais).

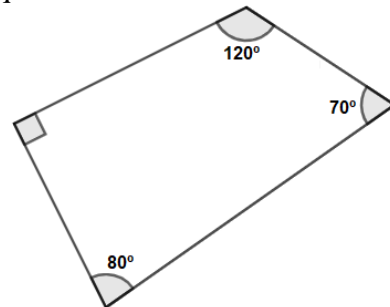


- **Polígono não regular:** Lados ou ângulos internos não possuem as mesmas medidas.

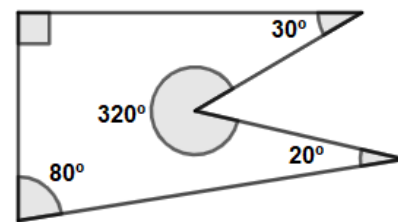


c) Quanto a convexidade:

- **Polígono convexo:** todos os ângulos internos são menores que  $180^\circ$ .

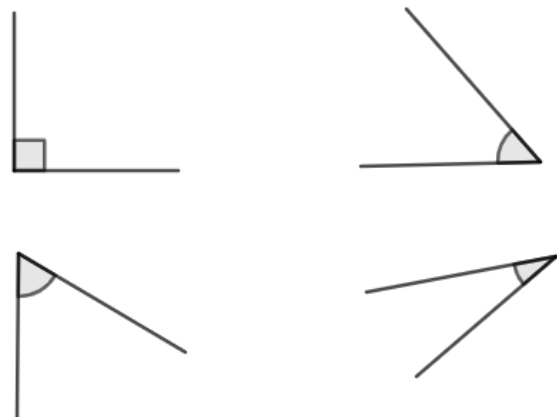


- **Polígono côncavo:** Pelo menos um ângulo é maior que  $180^\circ$



### Exercício de aplicação

1) De posse de seu transferidor, determine a medida de cada ângulo a seguir:



2) Determine a soma dos ângulos internos do quadrilátero a seguir:



## A construção do triângulo

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

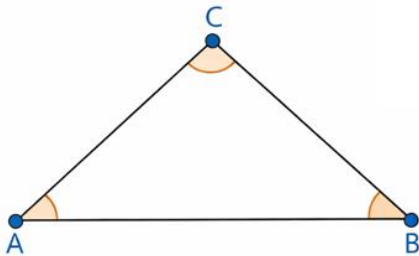
PROFESSOR: ADMILSON

### Geometria dos polígonos

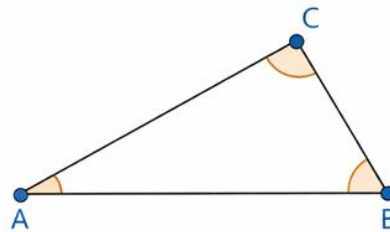
#### 1ª Questão

Agora é o momento de investigar e descobrir os segredos dos triângulos. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada triângulo. Registre todas as medidas no quadro seguinte. Durante essa investigação, faça uso das propriedades estudadas na aula anterior sobre recomposição das aprendizagens, analisando cada triângulo com curiosidade e atenção. Cada medida será uma pista que o ajudará a identificar padrões e compreender, de forma prática e exploratória, as regularidades presentes nas formas triangulares.

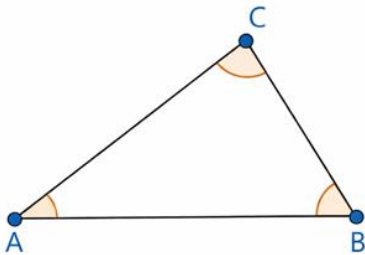
Triângulo 1



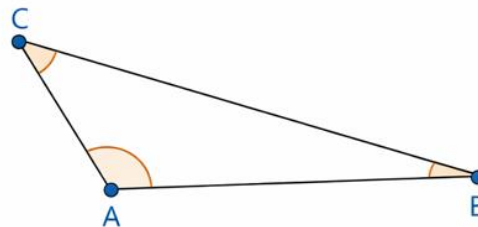
Triângulo 2



Triângulo 3



Triângulo 4



Após realizar as medições de cada triângulo, preencha a tabela a seguir com os valores dos ângulos internos encontrados.

Tabela de Registro

Tipo de Triângulo	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Soma dos Ângulos (Si)
Triângulo 1				
Triângulo 2				
Triângulo 3				
Triângulo 4				

Observações / Conclusão:

---



---



---

**2ª Questão: Descobrimos os segredos do triângulo**

Seu desafio é construir um triângulo com medidas de sua escolha usando lápis, régua, esquadro e transferidor. Você deve explorar livremente e descobrir como ele se forma.

4. Escolha e desenhe os elementos que achar necessários para formar um triângulo.
5. Meça todos os ângulos internos do triângulo que você construiu.
6. Observe e registre suas descobertas:
  - Qual é a soma dos ângulos internos?
  - Existe algum padrão se você repetir a construção com outros triângulos?

Que tipos de triângulos você conseguiu formar (acutângulo, retângulo ou obtusângulo)?

## A construção do quadrilátero

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

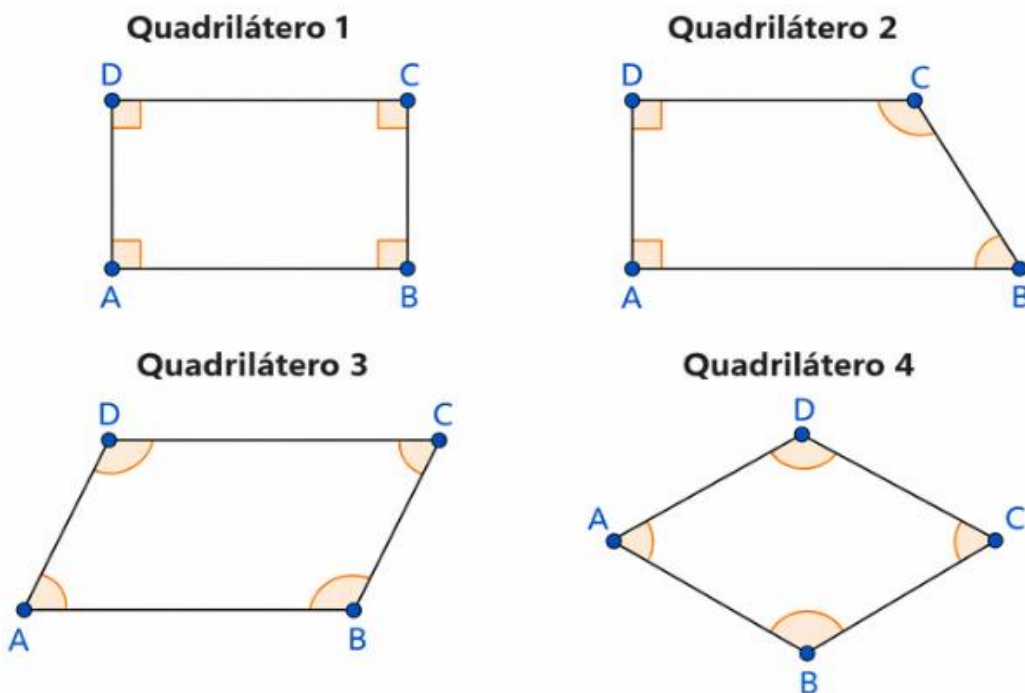
PROFESSOR: ADMILSON

### Geometria dos polígonos

#### 1ª Questão

Agora é o momento de explorar e desvendar os mistérios dos quadriláteros. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada quadrilátero. Registre todas as medidas no quadro a seguir.

Durante a investigação, considere que cada medição representa uma pista importante para identificar padrões e compreender, de maneira prática e investigativa, as regularidades geométricas que caracterizam esse tipo de polígono.



Após realizar as medições de cada quadrilátero, preencha a tabela a seguir com os valores dos ângulos internos encontrados.

Tabela de Registro

Tipo de Triângulo	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Soma dos Ângulos (Si)
Quadrilátero 1					
Quadrilátero 2					
Quadrilátero 3					
Quadrilátero 4					

Observações / Conclusão:

---



---



---

## 2ª Questão: Triângulos dentro do quadrilátero

Nesta atividade, você será um explorador da geometria, investigando quadriláteros e triângulos formados por diagonais. Use lápis, régua e transferidor. Lembre-se de aplicar os conhecimentos aprendidos na aula anterior sobre a soma dos ângulos internos do triângulo, pois eles serão fundamentais para suas descobertas nesta atividade.

### Tarefas de investigação:

1. Desenhe um quadrilátero de sua escolha.
2. Escolha um vértice do quadrilátero.
3. A partir desse vértice, desenhe as diagonais possíveis que conectem esse vértice aos outros vértices não adjacentes.
4. Observe quantos triângulos foram formados dentro do quadrilátero.
5. Meça os ângulos de cada triângulo formado e registre seus valores.

### Perguntas de exploração:

- Qual vértice foi escolhido para construção das diagonais?
- Quantos triângulos você conseguiu formar a partir do vértice escolhido?
- Qual é a soma dos ângulos internos de cada triângulo formado?
- Qual é a soma dos ângulos internos do quadrilátero?
- Você consegue perceber algum padrão ou regra geral sobre a soma dos ângulos internos dos quadriláteros?
- O que acontece se você escolher outro vértice para iniciar a construção das diagonais?

## A construção do pentágono

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

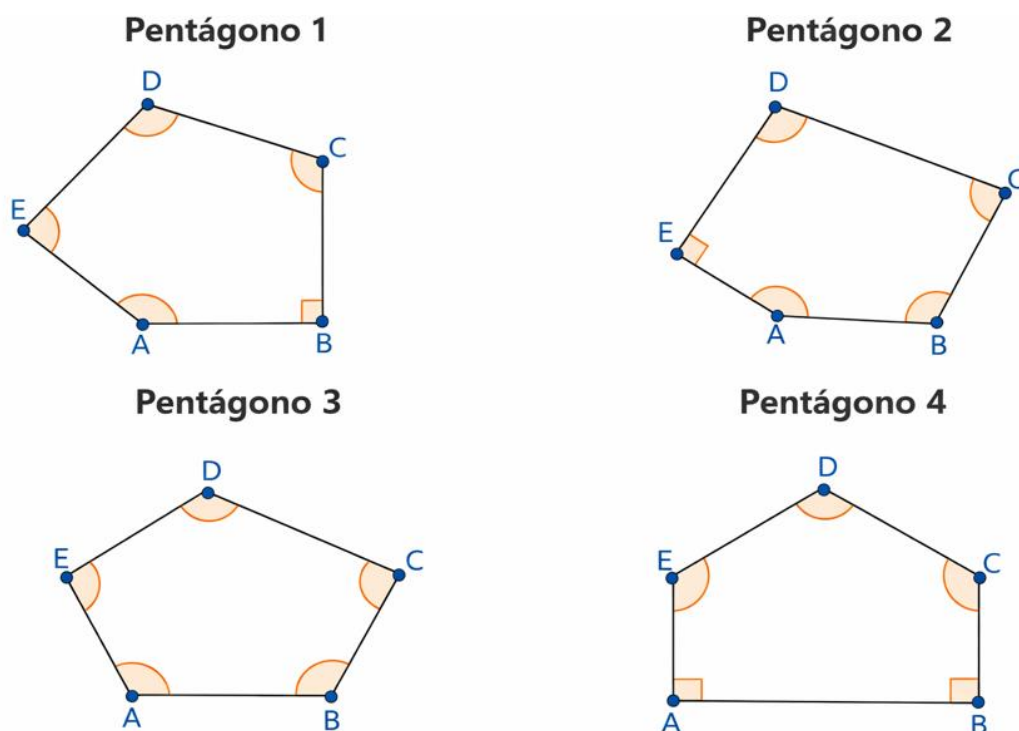
PROFESSOR: ADMILSON

### Geometria dos polígonos

#### 1ª Questão

Agora é o momento de investigar e descobrir os segredos dos pentágonos. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada pentágono. Registre todas as medidas no quadro seguinte.

Durante essa investigação, faça uso das propriedades estudadas na aula de recomposição das aprendizagens, analisando cada pentágono com curiosidade e atenção. Cada medida será uma pista que o ajudará a identificar padrões e compreender, de forma prática e exploratória, as regularidades presentes nas formas geométricas.



Após realizar as medições de cada pentágono, preencha a tabela a seguir com os valores dos ângulos internos encontrados.

Tabela de Registro

Tipo de pentágono	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Ângulo 5	Soma dos Ângulos (Si)
Pentágono 1						
Pentágono 2						
Pentágono 3						
Pentágono 4						

Observações / Conclusão:

---



---



---

## 2ª Questão: Triângulos dentro do pentágono

Nesta atividade, você será um explorador da geometria, investigando Pentágonos e triângulos formados por diagonais. Use lápis, régua e transferidor. Lembre-se de aplicar os conhecimentos aprendidos na aula anterior sobre a soma dos ângulos internos do triângulo, pois eles serão fundamentais para suas descobertas nesta atividade.

### Tarefas de investigação:

1. Desenhe um pentágono de sua escolha.
2. Escolha um vértice do pentágono.
3. A partir desse vértice, desenhe as diagonais possíveis que conectem esse vértice aos outros vértices não adjacentes.
4. Observe quantos triângulos foram formados dentro do pentágono.
5. Meça os ângulos de cada triângulo formado e registre seus valores.

### Perguntas de exploração:

- Qual vértice foi escolhido para construção das diagonais?
- Quantos triângulos você conseguiu formar a partir do vértice escolhido?
- Qual é a soma dos ângulos internos de cada triângulo formado?
- Qual é a soma dos ângulos internos do pentágono?
- Você consegue perceber algum padrão ou regra geral sobre a soma dos ângulos internos dos quadriláteros?
- O que acontece se você escolher outro vértice para iniciar a construção das diagonais?
- Como a triangulação ajuda a entender a fórmula  $Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$  para a soma dos ângulos internos de um polígono de  $n$  lados?

## A construção do hexágono

DISCIPLINA: MATEMÁTICA

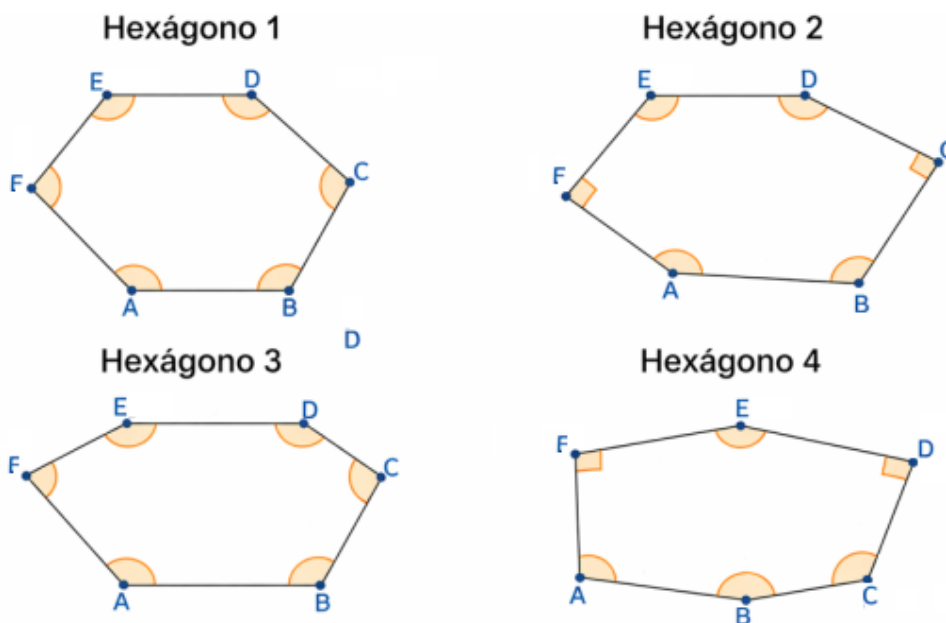
PROFESSOR: ADMILSON

### Geometria dos polígonos

#### 1ª Questão

Agora é o momento de investigar e descobrir os segredos dos hexágonos. Observe atentamente as quatro figuras apresentadas e, com o auxílio do transferidor, meça com precisão os ângulos internos de cada hexágono. Registre todas as medidas no quadro seguinte.

Durante essa investigação, faça uso das propriedades estudadas na aula anterior sobre recomposição das aprendizagens, analisando cada hexágono com curiosidade e atenção. Cada medida será uma pista que o ajudará a identificar padrões e compreender, de forma prática e exploratória, as regularidades presentes nas formas geométricas.



Após realizar as medições de cada hexágono, preencha a tabela a seguir com os valores dos ângulos internos encontrados.

Tabela de Registro

Tipo de hexágono	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3	Ângulo 4	Ângulo 5	Ângulo 6	Soma dos Ângulos (Si)
Hexágono 1							
Hexágono 2							
Hexágono 3							
Hexágono 4							

Observações / Conclusão:

---



---



---

## 2ª Questão: Triângulos dentro do hexágono

Nesta atividade, você será um explorador da geometria, investigando hexágonos e triângulos formados por diagonais. Use lápis, régua e transferidor. Lembre-se de aplicar os conhecimentos aprendidos na aula anterior sobre a soma dos ângulos internos do triângulo, pois eles serão fundamentais para suas descobertas nesta atividade.

### Tarefas de investigação:

1. Desenhe um hexágono de sua escolha.
2. Escolha um vértice do hexágono.
3. A partir desse vértice, desenhe as diagonais possíveis que conectem esse vértice aos outros vértices não adjacentes.
4. Observe quantos triângulos foram formados dentro do hexágono.
5. Meça os ângulos de cada triângulo formado e registre seus valores.

### Perguntas de exploração:

- Qual vértice foi escolhido para construção das diagonais?
- Quantos triângulos você conseguiu formar a partir do vértice escolhido?
- Qual é a soma dos ângulos internos de cada triângulo formado?
- Qual é a soma dos ângulos internos do hexágono?
- Você consegue perceber algum padrão ou regra geral sobre a soma dos ângulos internos dos hexágonos?
- O que acontece se você escolher outro vértice para iniciar a construção das diagonais?
- Como a triangulação ajuda a entender a fórmula  $Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$  para a soma dos ângulos internos de um polígono de  $n$  lados?

**Questionário – Avaliação das Atividades de Geometria (9º Ano)**

1. As atividades de construção e medição realizadas contribuíram para melhorar sua compreensão sobre a soma dos ângulos internos dos polígonos?  
 Compreendi bem  
 Compreendi parcialmente  
 Compreendi pouco  
 Não compreendi
2. As atividades de construção e análise de polígonos (do triângulo ao hexágono) contribuíram para o seu aprendizado em geometria?  
 Contribuíram muito  
 Contribuíram um pouco  
 Contribuíram pouco  
 Não contribuíram
3. O uso do desenho geométrico para construir os polígonos ajudou você a compreender melhor os conceitos sobre ângulos?  
 Ajudou muito  
 Ajudou um pouco  
 Ajudou pouco  
 Não ajudou
4. As atividades de medição e verificação dos ângulos através do transferidor, esquadros e régua ajudam você a entender melhor geometria?  
 Ajudaram muito  
 Ajudaram um pouco  
 Ajudaram pouco  
 Não ajudaram
5. Na sua opinião, realizar atividades práticas de desenho geométrico ajuda a melhorar o aprendizado nas aulas de Matemática?  
 Ajuda muito  
 Ajuda um pouco  
 Ajuda pouco  
 Não ajuda



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**TERMO DE ASSENTIMENTO**

Você está sendo convidado (a) para participar da pesquisa intitulada **Diagnóstico sobre o ensino de polígonos**, sob a responsabilidade dos (as) pesquisadores \_\_\_\_\_, vinculados à Universidade do Estado do Pará.

Nesta pesquisa pretendemos traçar um diagnóstico do **ensino de polígonos** a partir da opinião dos estudantes. A sua colaboração na pesquisa será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da mesma.

Ressaltamos que em nenhum momento você será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a sua identidade será preservada. Você não terá gasto ou ganho financeiro por sua participação. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica com um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre **o ensino de polígonos**.

Você é livre para deixar de participar da pesquisa a qualquer momento sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você.

Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com: \_\_\_\_\_ por meio da Coordenação do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telegrafo. Belém-Pará - CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
**Assinatura do pesquisador**

Eu, \_\_\_\_\_ aceito participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

\_\_\_\_\_  
**Participante da pesquisa**



UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Senhor (a) responsável você está sendo consultado sobre a possibilidade de seu filho (a), para participar da pesquisa intitulada: **Diagnóstico sobre o ensino de polígonos, sob a responsabilidade dos pesquisadores**

\_\_\_\_\_, vinculados a Universidade do Estado do Pará.

Com esse trabalho estamos buscando diagnosticar o ensino de ângulos a partir da opinião dos estudantes. A colaboração do aluno (a) será preencher o questionário com as perguntas norteadoras para a realização da pesquisa e essa atividade ocorrerá nas dependências da escola, sob a supervisão de um professor.

Em nenhum momento o aluno (a) será identificado. Os resultados da pesquisa serão publicados e ainda assim a identidade do discente será preservada. Você e o aluno não terão gasto ou ganho financeiro por participar da pesquisa. Não há riscos. Os benefícios serão de natureza acadêmica gerando um estudo estatístico dos resultados obtidos sobre o ensino de ângulos.

Você é livre para decidir se seu filho (a) colaborará com a pesquisa sem nenhum prejuízo ou coação. Uma via original deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido ficará com você. Qualquer dúvida a respeito da pesquisa, você poderá entrar em contato com:

\_\_\_\_\_ - por meio da Coordenação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPPEM) do Centro de Ciências Sociais e Educação (CCSE) da Universidade do Estado do Pará (UEPA): Tv. Djalma Dutra s/n, Telegrafo. Belém-Pará - CEP: 66113-010; fone: (91) 4009-9501.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
**Assinatura do pesquisador**

Eu, \_\_\_\_\_ autorizo que meu/minha filho(a) \_\_\_\_\_ a participar do projeto citado acima, voluntariamente, após ter sido devidamente esclarecido.

\_\_\_\_\_  
**Assinatura do responsável**



Universidade do Estado do Pará  
Centro de Ciências Sociais e Educação  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática  
Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo  
66113-200 Belém-PA  
[www.uepa.br/ppgem](http://www.uepa.br/ppgem)

