



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

HUDSON GONÇALVES SANTOS

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA: DIVINO OU CRIADO PELO HOMEM? NÚMEROS
IRRACIONAIS NO ENSINO**

VITÓRIA DA CONQUISTA - BAHIA

2025

HUDSON GONÇALVES SANTOS

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA: DIVINO OU CRIADO PELO HOMEM? NÚMEROS
IRRACIONAIS NO ENSINO**

Produto educacional apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito parcial necessário para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Flaulles Boone Bergamaschi

VITÓRIA DA CONQUISTA - BAHIA

2025

RESUMO

Este Produto Educacional apresenta uma sequência didática elaborada para o ensino dos números irracionais e da razão áurea, fundamentada na História da Matemática como estratégia pedagógica. A proposta busca aproximar os estudantes dos contextos históricos relacionados ao surgimento dos números irracionais, à descoberta e ao desenvolvimento do número de ouro (ϕ), de suas aplicações ao longo da história e de sua relação com a sequência de Fibonacci. Construída a partir dos resultados da pesquisa desenvolvida no âmbito do PROFMAT, a sequência didática foi planejada para ser aplicada em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e da 1ª série do Ensino Médio, contemplando atividades investigativas, momentos de contextualização histórica e resolução de problemas. Espera-se que este material contribua para uma aprendizagem mais significativa, despertando o interesse dos estudantes por conteúdos matemáticos frequentemente considerados abstratos e oferecendo aos professores uma proposta prática que integre História da Matemática e ensino de conceitos fundamentais.

Palavras-chave: Números irracionais, Razão Áurea, Número de Ouro, História da Matemática.

ABSTRACT

This Educational Product presents a didactic sequence designed for teaching irrational numbers and the golden ratio, based on the History of Mathematics as a pedagogical strategy. The proposal seeks to bring students closer to the historical contexts related to the emergence of irrational numbers, the discovery and development of the golden ratio (ϕ), its applications throughout history, and its relationship with the Fibonacci sequence. Developed from the results of the research carried out within the scope of the PROFMAT program, the didactic sequence was designed to be implemented in 9th-grade elementary school classes and 1st-year high school classes, including investigative activities, moments of historical contextualization, and problem-solving tasks. It is expected that this material will contribute to a more meaningful learning process, increasing students' interest in mathematical concepts that are often considered abstract, while also providing teachers with a practical proposal that integrates the History of Mathematics with the teaching of fundamental mathematical concepts.

Keywords: Irrational numbers; Golden ratio; Golden number; History of Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cálculo da área de um quadrado de área 2 cm^2	8
Figura 2 – Cálculo da aproximação da 2 usando a calculadora	9

SUMÁRIO

1	UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: NÚMEROS IRRACIONAIS E A RAZÃO ÁUREA	7
2	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	11
3	REFERÊNCIAS.....	13
4	APÊNDICE	15
	APÊNDICE A – SLIDE UTILIZADO NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	15
	APÊNDICE B – ATIVIDADE IMPRESSA UTILIZADA NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA....	23
	APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO FINAL	25

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA: NÚMEROS IRRACIONAIS E A RAZÃO ÁUREA

Apesar dos avanços na abordagem dos números irracionais e da presença pontual da razão áurea em algumas obras, observa-se que muitos livros didáticos ainda tratam esses conteúdos de forma fragmentada ou superficial, limitando-se, em grande parte, a definições e exemplos numéricos, sem explorar de maneira mais aprofundada os contextos históricos, as conexões interdisciplinares e as possibilidades de investigação em sala de aula. Diante desse cenário, este Produto Educacional apresenta uma sequência didática que busca complementar essas lacunas, propondo uma abordagem fundamentada na História da Matemática e na investigação, com o objetivo de tornar a aprendizagem dos números irracionais, em especial da razão áurea, mais significativa, contextualizada e alinhada aos princípios estabelecidos pela BNCC. A sequência didática constitui o produto educacional resultante desta pesquisa e foi elaborada para subsidiar a prática docente em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e da 1ª série do Ensino Médio. A proposta integra aspectos históricos, matemáticos e estéticos, favorecendo a compreensão dos números irracionais e da razão áurea por meio de atividades investigativas e contextualizadas. Para sua aplicação, foram desenvolvidos uma apresentação em slides, uma atividade impressa destinada aos estudantes e um questionário final para avaliação da proposta. Esses materiais complementares encontram-se nos apêndices deste trabalho. Com duração prevista de duas horas-aula, a sequência didática tem como objetivo geral compreender a história da razão áurea a partir da descoberta dos números irracionais e reconhecer sua importância para o desenvolvimento da Matemática. Entre os objetivos específicos, destacam-se: compreender o conceito de número irracional por meio de exemplos históricos e práticos; relacionar a razão áurea à sequência de Fibonacci; identificar a presença dessa proporção em diferentes contextos, como a natureza, a arte e a arquitetura; e perceber as relações entre Matemática, estética e cultura a partir do estudo da proporção áurea.

No primeiro momento, os alunos seriam convidados a resolver um problema introdutório envolvendo a raiz quadrada de 2, comparando um quadrado de área de 9 cm^2 , cujo lado é 3 cm , com um quadrado de área de 2 cm^2 , cujo lado corresponde a $\sqrt{2}\text{ cm}$, como mostra

a Figura 1. Os quadrados seriam desenhados no quadro. Considerando as possíveis lacunas de aprendizagem, caso fosse necessário, poderia ser realizada uma breve revisão do conceito da área de um quadrado, reforçando a relação entre a área e a medida do lado, para garantir a compreensão dos alunos sobre os outros conceitos que seriam abordados na sequência. Espera-se, inicialmente, que os alunos compreendam de forma intuitiva que o lado do quadrado de área 2 cm^2 é um número decimal, ou seja, não inteiro, mesmo que ainda não consigam determinar quais algarismos aparecem após a vírgula. Essa atividade serviria como introdução ao conceito de números irracionais.

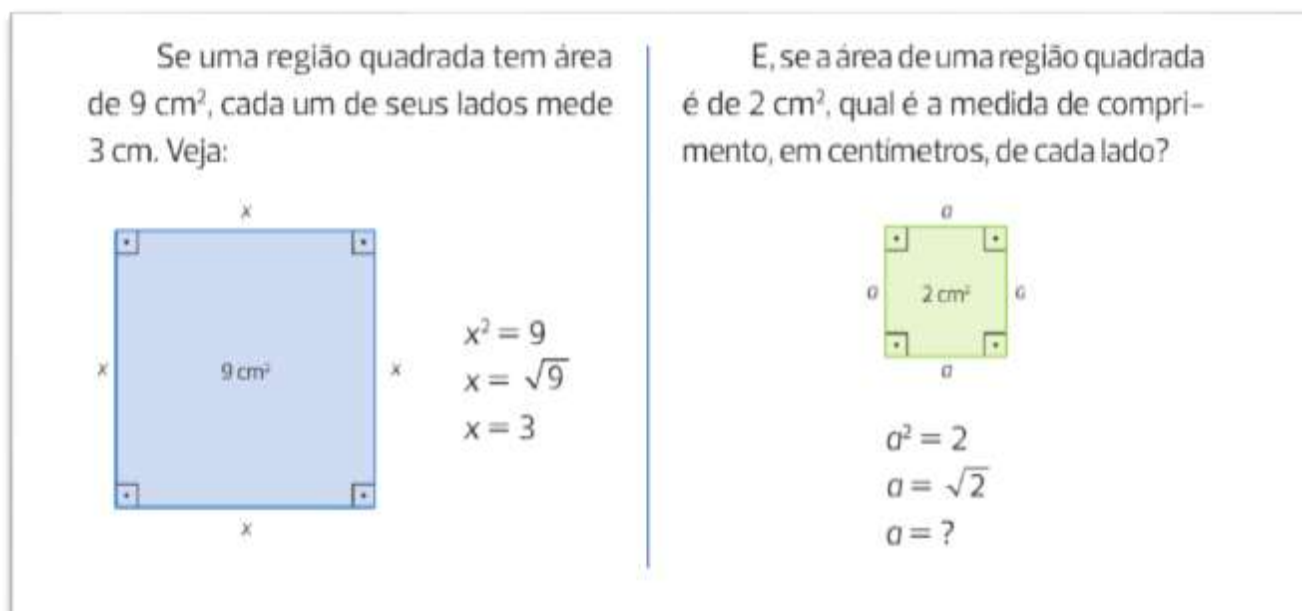


Figura 1 – Cálculo da área de um quadrado de área 2 cm^2
 Fonte: Do Autor

No segundo momento, os alunos utilizariam calculadoras para obter aproximações da raiz quadrada de 2, sempre aumentando o número de casas decimais, observando que o resultado apresenta uma sequência infinita e não periódica de casas decimais, característica fundamental dos números irracionais, processo que é mostrado na Figura 2.

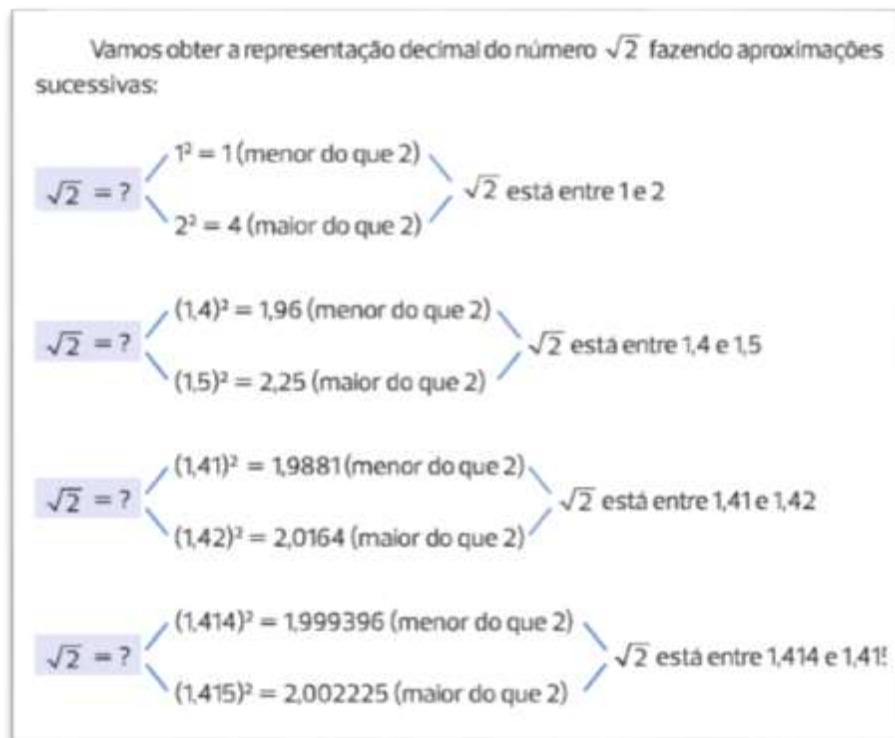


Figura 2 – Cálculo da aproximação da $\sqrt{2}$ usando a calculadora
Fonte: Do Autor

Em seguida, seria apresentado um slide com outros exemplos de números irracionais que são raízes quadradas não exatas, como $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$ e $\sqrt{30}$, reforçando a ideia de que esses números não possuem raízes exatas. O contexto histórico da descoberta dos números irracionais seria discutido, destacando as contribuições dos babilônios e dos pitagóricos, além da narrativa de Hipaso de Metaponto, que, segundo a história, foi punido por revelar a existência dos números irracionais. Em outro slide, seriam apresentados três números irracionais importantes da Matemática: o número π (pi), o número e (Euler) e o número ϕ (phi), com algumas de suas casas decimais, comentando brevemente suas origens e importância.

No terceiro momento, propõe-se aos alunos a resolução do famoso problema dos coelhos que dá origem à sequência de Fibonacci: dado um par de coelhos colocado em um espaço fechado, e considerando que, a cada mês, cada par fértil gera um novo par, sendo que os coelhos se tornam férteis a partir do segundo mês de vida, quantos pares existiriam ao final de um ano? Logo depois, projeta-se um slide com a solução do problema, apresentando a sequência de Fibonacci e contextualizando sua origem e relevância. Os alunos seriam convidados a dividir números consecutivos da sequência para observar que o quociente entre um número da sequência e seu antecessor se aproxima de um valor constante, aproximadamente 1,618, o valor correspondente à razão áurea (ϕ). Espera-se que os alunos percebam que o

número obtido corresponde ao número ϕ apresentado anteriormente. Nesse momento, introduz-se o número de ouro, destacando que ele recebe esse nome, entre outros motivos, por aparecer em padrões da natureza.

No quarto momento, cada aluno receberia uma folha com dez imagens, das quais cinco apresentariam a proporção áurea. Os alunos deveriam escolher, entre cada par de imagens, aquelas que eles consideravam mais belas, promovendo uma reflexão intuitiva sobre a relação entre matemática e beleza, sem saber previamente quais imagens continham a proporção áurea. Essa atividade foi inspirada no método de comparações por pares, conforme descrito por Mario Livio (2006, p. 207), ao relatar um estudo conduzido pelo psicólogo britânico Chris McManus. Nesse estudo, McManus utilizou a técnica de comparação de retângulos dois a dois para avaliar se aqueles com proporções áureas eram percebidos como mais agradáveis esteticamente. Essa abordagem metodológica é considerada mais confiável do que classificações diretas, pois há evidências de que os julgamentos estéticos são, na maioria das vezes, feitos por meio de comparações entre pares sucessivos.

No quinto momento, seriam apresentados slides que mostrariam o retângulo áureo, formado por quadrados cujos lados correspondem aos números da sequência de Fibonacci, e a espiral áurea, construída dentro desse retângulo. Essa apresentação visual permitiria que os alunos compreendessem como a sequência de Fibonacci, o número de ouro e as formas geométricas estão relacionadas.

No sexto momento, seria contada a história do número áureo, enfatizando o por que matemáticos o considerarem divino ou especial. Em seguida, seria discutido se a maior parte das imagens escolhidas pelos alunos no momento anterior realmente possuía a proporção áurea. Para enriquecer essa análise, seriam utilizados slides que ilustram precisamente onde a razão áurea aparece nas imagens avaliadas, incentivando uma reflexão crítica sobre a relação entre Matemática, estética e percepção humana da beleza.

A sequência seria concluída com uma conversa, na qual os alunos poderiam expressar suas impressões e reflexões sobre o conteúdo abordado. O diálogo giraria em torno da questão: “A beleza pode ser medida matematicamente?”, permitindo que os alunos analisassem criticamente a ideia da razão áurea como um padrão universal de beleza. Esse momento teria como objetivo consolidar os conhecimentos e estimular o pensamento crítico e filosófico sobre o papel da Matemática na compreensão e representação do mundo. Além disso, seria aplicado um questionário final, elaborado com o intuito de avaliar a compreensão dos conceitos trabalhados e a percepção dos alunos sobre a relevância do tema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A motivação para a elaboração deste Produto Educacional surgiu da prática docente e da busca por estratégias que tornem o ensino de Matemática mais significativo e próximo da realidade dos estudantes. Muitas vezes, os conteúdos matemáticos são apresentados de forma excessivamente técnica, centrados em fórmulas e procedimentos algébricos, o que pode dificultar a compreensão e reduzir o interesse dos alunos. Nesse contexto, optou-se por desenvolver uma proposta didática voltada ao estudo dos números irracionais e da razão áurea, temas que, embora presentes nos currículos da Educação Básica, geralmente são abordados de maneira breve e pouco contextualizada.

A escolha da razão áurea como tema central deve-se ao seu potencial de estabelecer conexões entre a Matemática, a História, a Arte, a Arquitetura e a Natureza. Conhecido também como número de ouro, esse número despertou a curiosidade de matemáticos, artistas e estudiosos ao longo dos séculos, influenciando diferentes áreas do conhecimento. Compreender sua origem e suas aplicações exige, necessariamente, o estudo dos números irracionais, cuja descoberta representou um importante marco para o desenvolvimento da Matemática, ao romper com a crença de que todas as grandezas poderiam ser expressas por meio de números racionais.

Como fundamentação para este trabalho, adotou-se a História da Matemática como tendência em Educação Matemática. Essa perspectiva possibilita compreender como os conceitos matemáticos foram construídos ao longo do tempo e evidencia que a Matemática é uma produção humana, resultado das necessidades e desafios enfrentados por diferentes sociedades. Além disso, favorece a contextualização dos conteúdos e contribui para uma aprendizagem mais crítica e significativa.

A análise dos livros didáticos selecionados para a pesquisa evidenciou que existem diferentes formas de abordar os números irracionais e a razão áurea. Enquanto algumas obras priorizam os aspectos formais e algébricos, outras procuram inserir elementos históricos e aplicações em contextos reais. Essa diversidade reforçou a necessidade de uma proposta que

associasse a formalização matemática à contextualização histórica e às atividades investigativas, aproximando os conteúdos da experiência dos estudantes.

Como resultado desse estudo, foi desenvolvida a sequência didática que constitui este Produto Educacional. A proposta apresenta o contexto histórico da descoberta dos números irracionais, destaca a importância desse conjunto numérico para a evolução da Matemática e explora a razão áurea, mostrando como esse número esteve presente em diferentes momentos da história e por que continua despertando interesse até os dias atuais. Ao longo das atividades, busca-se promover reflexões sobre as relações entre Matemática, natureza, arte e arquitetura, incentivando a investigação e a construção do conhecimento pelos próprios estudantes.

Embora a proposta não tenha sido aplicada no âmbito desta pesquisa, espera-se que sua utilização em sala de aula desperte a curiosidade e o interesse dos alunos, favorecendo a compreensão de conceitos frequentemente considerados abstratos. Da mesma forma, reconhece-se que a prática pedagógica exige adaptações constantes, de modo que futuras aplicações poderão contribuir para o aperfeiçoamento das estratégias apresentadas.

O título da pesquisa que deu origem a este material, "Divino ou criado pelo homem? Dos números irracionais à razão áurea no ensino", não tem a intenção de afirmar se a razão áurea representa uma propriedade intrínseca da natureza ou uma construção humana utilizada para interpretá-la. O propósito é mostrar, por meio de uma abordagem histórica, como a Matemática foi empregada para descrever, compreender e representar fenômenos naturais e culturais. Ao mesmo tempo, pretende-se estimular uma postura crítica diante das inúmeras associações feitas entre a razão áurea e a ideia de beleza universal, discutindo com os estudantes os limites e as possibilidades dessas interpretações.

Como possibilidade de continuidade, esta proposta pode ser ampliada para o estudo de outros números irracionais de grande relevância histórica, como o número π e o número de Euler (e), bem como para temas relacionados à Geometria e à Trigonometria, explorando sua evolução histórica e suas aplicações em diferentes civilizações. Dessa forma, reforça-se o papel da História da Matemática como uma importante estratégia para promover uma aprendizagem mais contextualizada, interdisciplinar e significativa.

REFERÊNCIAS

ALE DESIGNER. Os mitos da proporção áurea. Publicado em 19 jan. [s.d.]. Disponível em: <https://aledesigner.com.br/os-mitos-da-proporcao-aurea/>. Acesso em: 11 jul. 2025.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 15 jul. 2025.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Matemática*. Brasília, DF: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

BRASIL. *Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD 2021: Guia do Livro Didático – Matemática*. Brasília, DF: Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/livro/pnld>. Acesso em: 15 jul. 2025.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. *Matemática e suas tecnologias – Ensino Médio: Funções*. São Paulo: Quadrante (SM Educação), 2020. (Obra aprovada no PNLD 2021).

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à prática*. 16. ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. *Teláris Essencial: Matemática – 9º ano do Ensino Fundamental*. PNLD 2024. São Paulo: Ática / Scipione, 2023.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2004.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. *A conquista da matemática: 9º ano – Ensino Fundamental*. São Paulo: FTD, 2023. (Obra aprovada no PNLD 2024).

GOLDEN NUMBER. Parthenon and the Golden Ratio. *GoldenNumber.net*, [s.l.], [s.d.]. Disponível em: <https://www.goldennumber.net/parthenon-phi-golden-ratio/>. Acesso em: 11 jul. 2025.

HUNTLEY, H. E. A Divina Proporção– Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática. Trad. de Luís Carlos Ascêncio Nunes. Brasília:Editora Universidade de Brasília,1985.

LIVIO, Mario. *A razão áurea: a história de Phi, um número surpreendente*. Tradução de Marco Shinobu Matsumura. Rio de Janeiro: Record, 2006.

MACHADO, Antônio; IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo. *Matemática e Realidade: 9º ano do Ensino Fundamental*. PNLD 2024. São Paulo: Saraiva Educação, 2022.

MALDONADO, Luiz Márcio Imenes; CARNEIRO, Marcelo Lellis. *Matemática – Ensino Médio: volume único*. São Paulo: Moderna, 2015.

NETINHO PROFESSOR. Número de ouro. Publicado em abr. 2011. Disponível em: <https://netinhoprofessor.blogspot.com/2011/04/numero-de-ouro.html>. Acesso em: 12 jul. 2025.

SEGUINDO PASSOS HISTÓRIA. Io, Leonardo. Publicado em: 11 abr. 2010. Disponível em: <https://seguindopassoshistoria.blogspot.com/2010/04/io-leonardo.html> Acesso em: 11 jul. 2025.

SOUZA, Joamir. *Matemática – Ensino Médio: Conjuntos e função afim*. São Paulo: FTD Educação (Coleção Multiversos), 2020. (Obra aprovada no PNLD 2021).

THE NAUTILUS SHELL SPIRAL AS A GOLDEN SPIRAL. *GoldenNumber.net*, [s.d.]. Disponível em: <https://www.goldennumber.net/spirals/>. Acesso em: 13 jul.2025.

VILLARREAL, Francisco. *Elementos de matemática: aritmética, álgebra e geometria*. São Paulo: Scipione, 2006.

WIKIPEDIA. Golden rectangle. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_rectangle. Acesso em: 27 jun. 2025.

APÊNDICE

APÊNDICE A – SLIDE UTILIZADO NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA



**NÚMEROS IRRACIONAIS E A RAZÃO ÁUREA:
A BELEZA PODE SER MEDIDA
MATEMATICAMENTE?
PROFESSOR: HUDSON GONÇALVES SANTOS**



☞ Você sabia?

Os babilônios já haviam calculado o valor de $\sqrt{2}$ como 1,4142129 (com erro a partir da sexta casa) e nem se preocuparam se $\sqrt{2}$ era um número racional ou não. Já para os pitagóricos (discípulos do matemático e filósofo grego Pitágoras; 582 a.C. - 497 a.C.), a descoberta de que $\sqrt{2}$ não era racional, mas um número dado por uma cadeia infinita de casas decimais sem nenhum padrão ($\sqrt{2} = 1.414213562...$) causou uma grande crise de natureza filosófica e religiosa, pois, até então, para eles, "tudo era número", subentendendo número como número racional.

Assim como $\sqrt{2}$,
todas as outras raízes quadradas
não exatas de números naturais são
exemplos de números irracionais.
 $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{30}, \sqrt{95}, \sqrt{120}$
e outras são números
irracionais.



NÚMEROS IRRACIONAIS IMPORTANTES DA MATEMÁTICA

$$e = 2,718281828459...$$

$$\pi = 3,141592656589...$$

$$\varphi = 1,618033988749...$$

Dado um par de coelhos colocado em um espaço fechado, e considerando que a cada mês cada par fértil gera um novo par, sendo que os coelhos se tornam férteis a partir do segundo mês de vida, quantos pares existirão ao final de um ano?

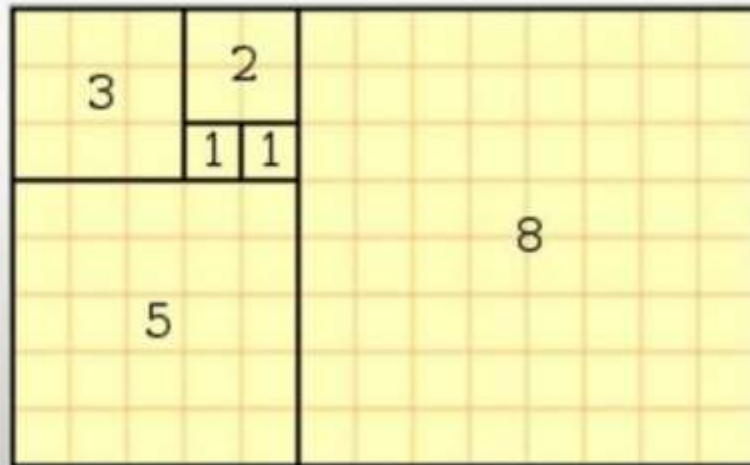




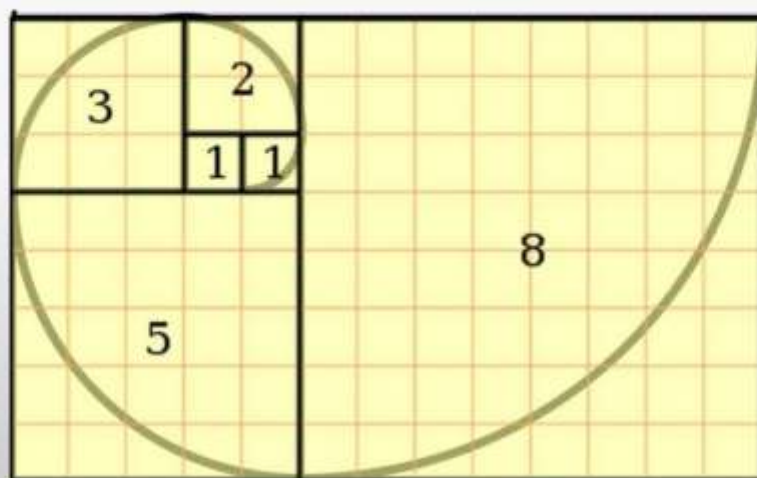
SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

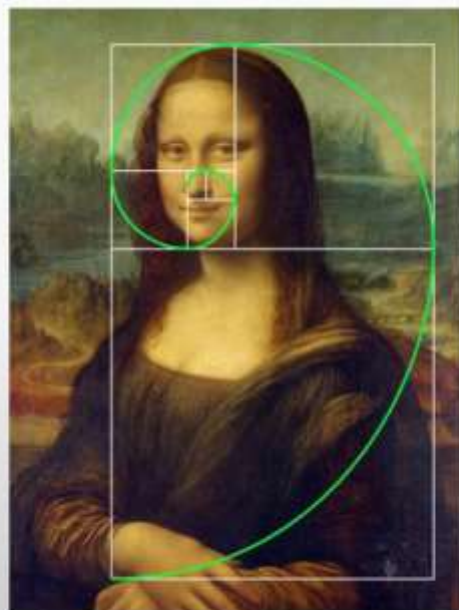
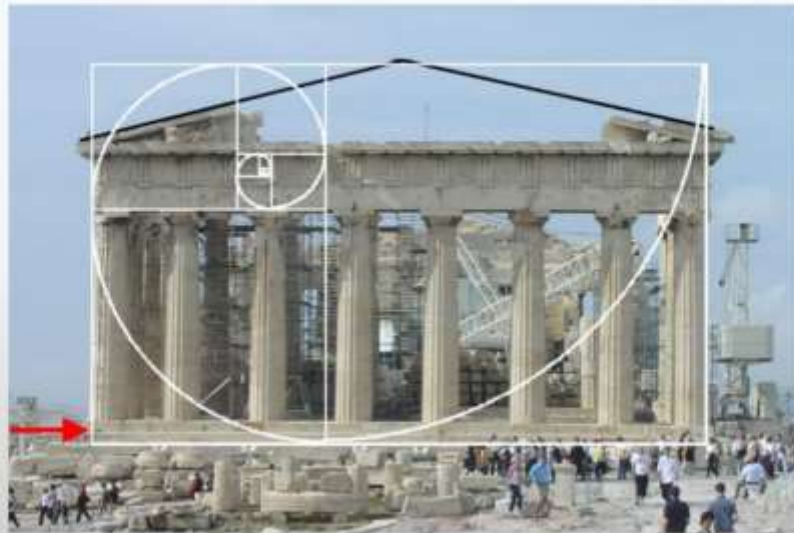
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ...

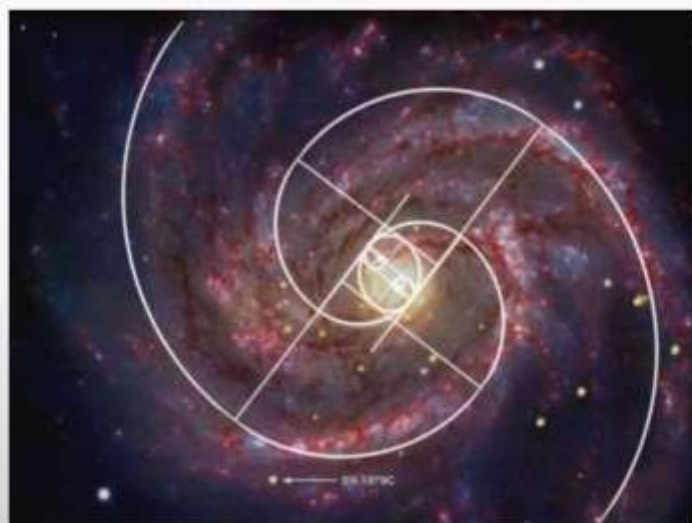
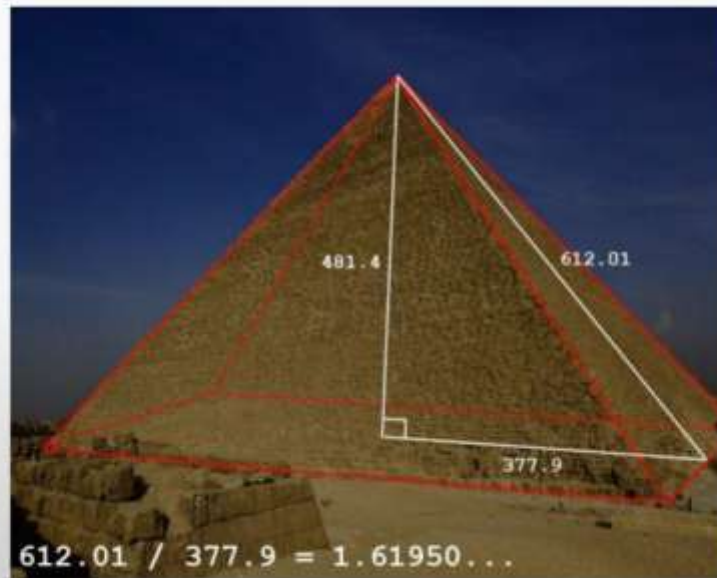
RETÂNGULO DE OURO

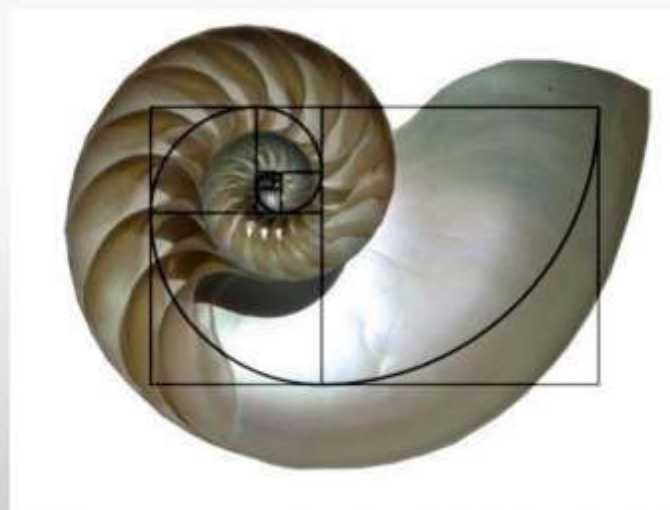


ESPIRAL DE OURO









A BELEZA PODE SER MEDIDA MATEMATICAMENTE?

APÊNDICE B – ATIVIDADE IMPRESSA UTILIZADA NA SEQUÊNCIA DIDÁTICA



Escola: _____
 Turma: _____ Modalidade: _____ Turno: _____
 Disciplina: _____ Professor (a): _____
 Estudante: _____ Data: ____/____/2025



Entre as imagens escolha a mais “bela”.



Coliseu de Roma



Partenon (Atenas)



Mona Lisa (Leonardo da Vinci)



Moça com Brinco de Pérola (Johannes Vermeer)



Stonehenge (Salisbury, Inglaterra)



Pirâmide de Gize (Egito)



Via Láctea (Formada por bilhões de estrelas)



Planeta Terra visto do espaço



Náutilo(Espécie de molusco)



Espécie de Peixe

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO FINAL**Questionário de Avaliação da Sequência Didática**

1. Um número irracional é:
 - a) Um número inteiro.
 - b) Um número que possui infinitas casas decimais não periódicas.
 - c) Um número que pode ser escrito como fração.
 - d) Um número natural maior que zero.
2. A raiz quadrada de 2 ($\sqrt{2}$) é um exemplo de número irracional porque:
 - a) Não possui raiz quadrada exata.
 - b) É um número negativo.
 - c) É múltiplo de 2.
 - d) Pode ser escrito como uma fração simples.
3. A sequência de Fibonacci é formada pela seguinte regra:
 - a) Cada termo é o dobro do anterior.
 - b) Cada termo é a soma dos dois anteriores.
 - c) Cada termo é sempre par.
 - d) Cada termo é igual ao quadrado do anterior.
4. A razão entre dois termos consecutivos da sequência de Fibonacci tende a se aproximar de:
 - a) 2
 - b) 3,14
 - c) 1,618
 - d) 10
5. A proporção áurea (ϕ) pode ser encontrada em:
 - a) Apenas em cálculos matemáticos abstratos.
 - b) Somente em construções arquitetônicas.
 - c) Na natureza, na arte, na arquitetura e em outras áreas.
 - d) Apenas em obras da Grécia Antiga.
6. O que mais chamou sua atenção na sequência de aulas sobre os números irracionais e a razão áurea?
7. Você acha que a beleza pode ser medida matematicamente? Justifique sua resposta.
8. Em sua opinião, qual a importância de estudar a relação entre Matemática, natureza e arte?