

# Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação:

*explorando possibilidades*

---

ORGANIZAÇÃO

Ana Paula Nahirne

Clodis Boscaroli

2026

---



**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Modelagem matemática e tecnologias digitais na  
educação [livro eletrônico] : explorando  
possibilidades / organização, Ana Paula Nahirne e  
Clodis Boscarioli. -- Laranjeiras do Sul, PR :  
Ed. dos Autores, 2026.

PDF

Bibliografia.

ISBN 978-65-02-17322-0

1. Aprendizagem 2. Ensino - Finalidades e  
objetivos 3. Matemática 4. Prática pedagógica  
5. Tecnologias digitais I. Nahirne, Ana Paula.  
II. Boscarioli, Clodis.

26-369538.0

CDD-510.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Matemática : Ensino 510.7

Suelen Silva Araújo Oliveira - Bibliotecária - CRB-8/11482



**Como citar este e-book:**

NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação**: explorando possibilidades. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. E-book (55 p.). ISBN 978-65-02-17322-0. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1180034>. Acesso em: DD/MM/AAAA.

# Sumário

---

<b>Apresentação.....</b>	<b>4</b>
<b>Parte I — Fundamentos Teóricos .....</b>	<b>8</b>
<b>Capítulo I — Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais e TPACK como alicerces da formação continuada .....</b>	<b>9</b>
1.1 As Tecnologias Digitais da formação .....	9
1.2 O modelo TPACK .....	11
1.3 Os conhecimentos que compõe o TPACK .....	11
1.4 A Modelagem Matemática como Prática Pedagógica .....	12
1.5 A Modelagem Matemática enquanto práxis pedagógica .....	13
<b>Parte II — Práticas Pedagógicas de Modelagem Matemática com Tecnologias Digitais... 15</b>	
<b>Capítulo II — Do Brincar ao calcular: Modelagem Matemática a partir de brincadeiras da infância .....</b>	<b>16</b>
Ana Cláudia Candiotta dos Santos	
Ritamar Andreetta	
<b>Capítulo III — Do lançamento à equação: Geometria e Modelagem Matemática com foguetes .....</b>	<b>24</b>
Mario Jose Paier	
<b>Capítulo IV — Energia sob medida: Modelagem Matemática e a usina solar da escola ... 31</b>	
Denarci Roque Kowatski	
<b>Capítulo V — O cofre e a forma: Modelagem Matemática com Geometria Espacial e finanças.....</b>	<b>39</b>
Cheila Lucas dos Santos	
<b>Capítulo VI — Da escola à biblioteca: uma experiência interdisciplinar com Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais.....</b>	<b>48</b>
Alessandra Lubacheski Mayer	
<b>Sobre os Organizadores.....</b>	<b>55</b>

## Apresentação

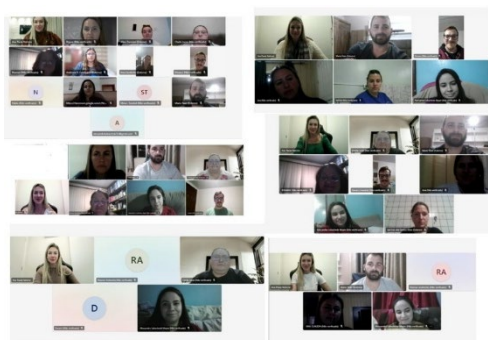
*Ser professor é uma missão desafiadora que demanda paciência, dedicação e confiança no poder transformador da Educação. É um trabalho que move mentes e corações, deixando um legado para o futuro.*

— Abertura do primeiro encontro da formação (agosto de 2025)

Este *e-book* nasce de um encontro: o encontro entre professoras e professores que ensinam Matemática e a disposição de explorar novas possibilidades pedagógicas por meio da Modelagem Matemática (MM) e das Tecnologias Digitais (TD). E nasce também de uma pesquisa, e é importante que o leitor saiba disso desde o início. É, antes de tudo, também um documento de encontros: entre teoria e prática, entre a realidade das salas de aula e os conceitos que buscamos para compreendê-la. Ainda, é um documento de travessias: de professoras e professores que chegaram à formação com familiaridades parciais com a MM e com as TD e partiram dela com práticas implementadas, documentadas e refletidas.

A formação documentada nestas páginas foi o campo empírico da tese de doutorado intitulada "A mobilização de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo na Modelagem Matemática com Tecnologias Digitais", desenvolvida por Ana Paula Nahirne no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, sob orientação do Prof. Dr. Clodis Boscaroli.

### A Formação e seus números



A formação continuada "Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades" foi realizada como um curso de extensão vinculado ao projeto guarda-chuva "Formação e/em Práticas com Pensamento Computacional e Tecnologias Digitais para Professores que Ensinam Matemática", aprovado pelo Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) nº 5.783.471/2022, com apoio da Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná.

**40h**

Carga horária total da formação, com certificação emitida pela Unioeste.

**12**

Encontros quinzenais: 8 síncronos e 4 assíncronos, realizados entre agosto e outubro de 2025 por meio do Microsoft Teams e do *Google Classroom*.

**6**

Professoras e professores concluintes, de escolas públicas do Paraná e de Santa Catarina, do 4º ano do Ensino Fundamental (EF) a 3ª série do Ensino Médio (EM).

**5**

Práticas pedagógicas desenvolvidas e implementadas em sala de aula, documentadas neste *e-book*.

Embora 20 professores tenham se inscrito na formação, os seis docentes abaixo relacionados, que atuam em contextos bastante distintos, foram os que concluíram as doze etapas e desenvolveram a prática pedagógica requerida com MM e TD em sala de aula.

Professor(a)	Escola / Município	Prática
Ana Cláudia Candiotta dos Santos Ritamar Andreetta	C. E. Joaquim Nasário Ribeiro Rio Bonito do Iguçu/PR	1 – Brincadeiras da Infância 7º ano EF
Mario Jose Paier	C. E. do Campo de Rio da Prata Nova Laranjeiras/PR	2 – Foguetes e Ângulos 2º ano EM
Denarci Roque Kowatski	EBM Santa Rita Concórdia/SC	3 – Usina Solar Escolar 8º ano EF
Cheila Lucas dos Santos	C. E. José Marcondes Sobrinho Laranjeiras do Sul/PR	4 – Cofre Geométrico 3ª série EM
Alessandra Lubacheski Mayer	E. M. Padre Gabriel Kluska Cantagalo/PR	5 – Passos até a Biblioteca 4º ano EF

Cada contexto trouxe suas especificidades, suas limitações de infraestrutura, suas culturas escolares distintas, e os resultados refletiram isso. Além disso, 66,7% dos participantes que concluíram não haviam tido formações anteriores sobre MM. Esse dado, registrado nos questionários iniciais da pesquisa, revela algo importante: a discussão sobre MM não havia chegado até eles pelos caminhos formais da rede pública e/ou rede privada. A formação foi, para a maioria, um primeiro contato sistemático com a abordagem, o que torna o resultado das práticas ainda mais relevante.

### A concepção de formação

A formação continuada com professores, compreendida na perspectiva de Garcia (1999) e Nóvoa (1992), constitui-se como um processo de desenvolvimento profissional que articula conhecimento, prática e reflexão. Nessa perspectiva, a formação é concebida como formação com professores, e não apenas para professores, reconhecendo a experiência docente como ponto de partida e chegada do processo formativo.

Gatti (2010) destaca que a formação continuada precisa estar ancorada nas demandas reais da sala de aula e promover espaços de troca entre pares. Esta formação foi estruturada com esse princípio: os encontros síncronos privilegiaram a discussão coletiva, a experimentação compartilhada de TD e a construção colaborativa de conhecimentos docentes.

A partir dessas compreensões, a formação objeto deste *e-book* foi concebida e ofertada.

## O percurso formativo

A formação foi organizada em três eixos complementares, distribuídos ao longo de doze encontros quinzenais:

Eixo	Conteúdo	Encontros
Fundamentação teórica	Modelagem Matemática e suas fases, Tecnologias Digitais	1 – 2
Experiência com TD	Experienciar Tecnologias Digitais para o ensino da Matemática	3 – 10
Prática pedagógica	Planejamento, implementação e relato da prática pedagógica de Modelagem Matemática com Tecnologias Digitais	4 – 12

Este *e-book* está organizado em duas partes. A primeira, dos fundamentos teóricos, traz o Capítulo I, escrito pelos organizadores, apresenta os conceitos principais que sustentaram o processo formativo: o modelo TPACK (Mishra e Koehler, 2006; Mishra, 2019), a distinção entre inserção e integração das TD (Bittar, 2010) e a MM como prática pedagógica em suas quatro fases (Almeida, Silva e Vertuan, 2022; Schrenk e Vertuan, 2022).

A parte II, das práticas pedagógicas, documenta as cinco práticas desenvolvidas pelas professoras e pelos professores participantes, cada um com identificação, justificativa, desenvolvimento, evidências e análise de resultados. As vozes das professoras e dos professores, registradas durante a apresentação final do curso, são destaque em cada capítulo. Cada capítulo da Parte II foi escrito pelos organizadores a partir de materiais produzidos pelas próprias professoras e pelos próprios professores: o plano de aula, o relato de implementação e a transcrição da apresentação final da formação, realizada em 20 de outubro de 2025.

Essas práticas evidenciam que é possível integrar MM e TD no cotidiano das escolas públicas brasileiras, com a multiplicidade de estudantes que existem em cada turma e com as condições de infraestrutura e TD disponíveis. Cada uma carrega as marcas do contexto em que foi produzida: a escola, a turma, a professora ou o professor, a situação-problema escolhida, as limitações enfrentadas. É exatamente essa singularidade que as torna reveladoras.

## O que você vai encontrar neste *e-book*

As práticas documentadas neste *e-book* evidenciam diferentes modos de mobilização de conhecimentos docentes na articulação entre MM, TD e TPACK. Em todas elas, é possível identificar o que distingue a inserção da integração das TD (Bittar, 2010): em cada caso, as TD não estão presentes como apoio técnico, mas como parte constitutiva da investigação matemática.

### Conexão com a realidade

A MM parte de situações do mundo real, dando sentido ao conhecimento matemático.

### TD com intencionalidade

As TD foram integradas, não apenas inseridas, em cada prática.

### Autoria docente

Cada participante mobilizou sua autoria para criar situações de aprendizagem originais.

### TPACK em ação

O desenvolvimento do TPACK se revelou como prática viva de conhecimento, não apenas conceito.

Na Prática 1, a plataforma Matific e o criador de palavras cruzadas não substituíram a confecção manual dos gráficos em papel *kraft*, ampliaram as possibilidades de interação dos estudantes

com os dados e o vocabulário estatístico. Na Prática 2, o aplicativo Protractor transformou a medição de ângulos em um ato de precisão matemática situado em um experimento real. Na Prática 0, sem o *Google Earth* e o *PvCase*, simplesmente não haveria como responder à questão norteadora, e é isso que caracteriza a integração. Na Prática 4, a sequência GeoGebra 3D → construção física → planilha configurou uma progressão pedagógica que articulou o virtual ao concreto. Na Prática 5, a distância medida pelo *Google Maps* foi o dado real que conduziu toda a atividade.

### Para quem é este e-book

Se você é professor ou professora que ensina Matemática, esperamos que as práticas aqui documentadas inspirem novas questões sobre seu próprio ensino. Não para replicar o que está nestas páginas, pois a MM parte do contexto: e o seu contexto provavelmente é diferente do contexto de cada um dos professores que aparecem aqui. Mas para perceber que a realidade que você e seus estudantes habitam está repleta de situações-problema que a Matemática pode ajudar a compreender, e que há TD acessíveis que podem ampliar o alcance dessa investigação.

Se você é pesquisador ou pesquisadora da área de Educação Matemática, esperamos que este material contribua para o debate sobre formação continuada, integração de TD e MM em contextos escolares reais. Os dados aqui documentados fazem parte de uma investigação mais ampla (Nahirne, 2026) que os analisa à luz da Teoria Fundamentada em Dados e do modelo TPACK, disponível para consulta.

Se você é gestor, coordenador pedagógico ou formulador de políticas educacionais, esperamos que este *e-book* evidencie o que é possível quando professores têm acesso a processos formativos que articulam teoria, prática e reflexão, e o que ainda precisa ser garantido em termos de infraestrutura, tempo e condições de trabalho para que essa integração se expanda.

### Um horizonte aberto

A mobilização dos conhecimentos docentes constitui um processo complexo e contínuo. Uma formação de 40 horas produz movimentos iniciais importantes, mas não consolida transformações sem continuidade. As seis professoras e professores que aparecem nestas páginas estão, cada um à sua maneira, no início de um percurso.

Este *e-book* é, portanto, também um convite à continuidade: que os professores aqui documentados continuem explorando, refinando e compartilhando suas práticas; que outros professores sejam inspirados a tentar; que pesquisadores acompanhem esses percursos no tempo; que gestores criem as condições para que formações como esta se multipliquem e se aprofundem.

A elas e a eles: Ana Cláudia, Ritamar, Mario, Denarci, Cheila e Alessandra, o nosso sincero reconhecimento.

Nossa esperança é que este material inspire outras professoras e outros professores a mobilizar conhecimentos, questionar certezas e inventar novas formas de ensinar, com a Matemática como linguagem e a realidade como ponto de partida; que pesquisadoras e pesquisadores acompanhem esses percursos no tempo; que gestoras e gestores criem as condições para que formações como esta se multipliquem e se aprofundem.

Ana Paula Nahirne e Clodis Boscaroli

*"Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino."*

Paulo Freire (1996, p. 29).

# PARTE I

# Fundamentos Teóricos

## CAPÍTULO I

# Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais e o modelo TPACK como alicerces da formação continuada

ANA PAULA NAHIRNE

CLODIS BOSCAROLI

A integração das TD ao ensino de Matemática tem sido objeto de investigação crescente na área de Educação Matemática. Bittar (2010) propõe uma distinção fundamental entre dois modos de relação do professor com as TD: a inserção e a integração.

### Inserção

*As TD são adicionadas ao processo de ensino sem alterar sua lógica fundamental. O professor faz o que faria sem a tecnologia: explicar, exercitar, avaliar. Serve de apoio ou ilustração. A aula poderia existir da mesma forma sem ela.*

### Integração

*As TD criam possibilidades pedagógicas que não existiriam sem ela. O problema posto, a forma de coletá-lo, as representações produzidas ou as simulações realizadas dependem constitutivamente das TD.*

Esta formação continuada foi concebida com o objetivo explícito de favorecer a integração, não a mera inserção, das TD nas práticas dos professores participantes. Essa distinção orientou tanto a seleção das TD experienciadas quanto o modo como elas foram apresentadas e discutidas nos encontros síncronos.

Nas práticas documentadas neste *e-book*, buscou-se a integração: situações em que retirar a TD implicaria destruir a própria natureza da atividade. No caso da Prática 3 (Usina Solar Escolar), não há como simular a geração fotovoltaica da escola sem o *Google Earth* e o *PvCase*. Na Prática 4 (Cofre Geométrico), a definição das dimensões no *GeoGebra 3D* antes da construção física é parte constitutiva do processo de aprendizagem, não uma ilustração. Na Prática 5 (Passos até a Biblioteca), a distância medida pelo *Google Maps* é o dado real que inicia toda a cadeia matemática.

### 1.1 As Tecnologias Digitais da formação

As Tecnologias Digitais experienciadas ao longo da formação não foram apresentadas como lista de opções ou catálogo de indicações: foram vivenciadas coletivamente, com intencionalidade pedagógica, nos encontros do Eixo 2. Cada categoria reflete uma função que as TD podem cumprir no ensino de Matemática, da interação e colaboração à simulação e visualização, e o conjunto evidencia a amplitude do repertório com o qual as professoras e professores tiveram contato antes de planejar suas próprias práticas.

<b>Interação e Colaboração</b>	
Mentimeter	<a href="http://www.mentimeter.com">www.mentimeter.com</a>
Padlet	<a href="http://www.padlet.com">www.padlet.com</a>
Sorteios (App)	<a href="http://app-sorteos.com">app-sorteos.com</a>
<b>Jogos e Atividades Gamificadas</b>	
Kahoot	<a href="http://create.kahoot.it">create.kahoot.it</a>
Quizizz / Wayground	<a href="http://wayground.com">wayground.com</a>
Matific	<a href="http://www.matific.com">www.matific.com</a>
Mangahigh	<a href="http://www.mangahigh.com">www.mangahigh.com</a>
Wordwall	<a href="http://wordwall.net">wordwall.net</a>
Coquinhos	<a href="http://www.coquinhos.com">www.coquinhos.com</a>
DigiPuzzle	<a href="http://www.digipuzzle.net">www.digipuzzle.net</a>
Educa Jogos	<a href="http://www.educajogos.com.br">www.educajogos.com.br</a>
Escola Games	<a href="http://www.escolagames.com.br">www.escolagames.com.br</a>
Racha Cuca	<a href="http://www.rachacuca.com.br">www.rachacuca.com.br</a>
Crossword Labs	<a href="http://crosswordlabs.com">crosswordlabs.com</a>
Geniol	<a href="http://www.geniol.com.br">www.geniol.com.br</a>
Oh My Dots	<a href="http://pt.ohmydots.com">pt.ohmydots.com</a>
My Free Bingo Cards	<a href="http://myfreebingocards.com">myfreebingocards.com</a>
Gerador NV	<a href="http://geradornv.com.br">geradornv.com.br</a>
doug.dev.br	<a href="http://doug.dev.br">doug.dev.br</a>
Materiais PDG	<a href="http://materiaispdg.com.br">materiaispdg.com.br</a>
<b>Simulações e Visualizações Matemáticas</b>	
PhET Simulations	<a href="http://phet.colorado.edu">phet.colorado.edu</a>
GeoGebra	<a href="http://www.geogebra.org">www.geogebra.org</a>
Google Earth	<a href="http://earth.google.com">earth.google.com</a>
The Scale of the Universe	<a href="http://scaleofuniverse.com">scaleofuniverse.com</a>
Mozaweb	<a href="http://www.mozaweb.com">www.mozaweb.com</a>
Lab. Virtual UNIJUÍ	<a href="http://projetos.unijui.edu.br/matematica">projetos.unijui.edu.br/matematica</a>
<b>Atividades Avaliativas e Personalizadas</b>	
Liveworksheets	<a href="http://www.liveworksheets.com">www.liveworksheets.com</a>
Tabuada de Multiplicar	<a href="http://tabuadademultiplicar.com.br">tabuadademultiplicar.com.br</a>
QRCode Fácil	<a href="http://qrcodefacil.com">qrcodefacil.com</a>
<b>Ambientes e Plataformas de Aprendizagem</b>	
Khan Academy	<a href="http://pt.khanacademy.org">pt.khanacademy.org</a>
Khanmigo	<a href="http://pt.khanacademy.org/khanmigo-tools">pt.khanacademy.org/khanmigo-tools</a>
Só Matemática	<a href="http://somatematica.com.br">somatematica.com.br</a>

Atividade Digital	<a href="http://atividade.digital">atividade.digital</a>
Mentalidades Matemáticas	<a href="http://mentalidadesmatematicas.org.br">mentalidadesmatematicas.org.br</a>
<b>Criação Visual e Produção Multimídia</b>	
Jigsaw Planet	<a href="http://www.jigsawplanet.com">www.jigsawplanet.com</a>
<b>Recursos Complementares</b>	
Simulador de Loterias	<a href="http://somatematica.com.br">somatematica.com.br</a>
Atrator	<a href="http://www.atractor.pt">www.atractor.pt</a>
Acervo de Matemática	<a href="http://leonardoportal.com">leonardoportal.com</a>

## 1.2 O modelo TPACK

O modelo TPACK (*Technological Pedagogical Content Knowledge*), proposto por Mishra e Koehler (2006), descreve o conhecimento necessário para que professores ensinem *com, sobre e para* as TD. O modelo articula três domínios de conhecimento base: Conhecimento de Conteúdo (CK), Conhecimento Pedagógico (PK) e Conhecimento Tecnológico (TK). Suas interseções geram quatro conhecimentos integrados, e, no centro, o TPACK.

Mishra (2019) amplia o modelo com a dimensão do Conhecimento de Contexto (XK), reconhecendo que a integração de TD pelo professor é sempre situado: ele ocorre em um ambiente específico, com estudantes específicos, sujeito a condicionantes institucionais, culturais e infraestruturais. Esta formação considerou essa dimensão ao acolher professores de contextos muito distintos: rurais, urbanos, de diferentes etapas e regiões.

## 1.3 Os conhecimentos que compõem o TPACK

Sigla	Conhecimento	Descrição
CK	Conhecimento do Conteúdo	Compreensão dos conceitos, estruturas e aplicações do componente curricular ensinado. No caso da Matemática, inclui compreender a natureza do conhecimento matemático e sua articulação com a realidade.
PK	Conhecimento Pedagógico	Compreensão das teorias de aprendizagem, estratégias de ensino, gestão da sala de aula, planejamento e avaliação. Envolve saber como os estudantes aprendem.
TK	Conhecimento Tecnológico	Compreender e experienciar TD e analógicas, indo além do letramento técnico para integrá-las às finalidades pedagógicas.
PCK	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo	Articulação entre CK e PK: como ensinar um conteúdo específico de forma que os estudantes o compreendam. Inclui analogias, exemplos e estratégias didáticas para cada tema.
TCK	Conhecimento Tecnológico do Conteúdo	Compreensão de como as TD representam e organizam o conteúdo matemático de formas que não seriam possíveis sem elas.
TPK	Conhecimento Tecnológico Pedagógico	Compreensão de como as TD influenciam os processos de ensino e aprendizagem, alterando as estratégias pedagógicas possíveis.
TPACK	Conhecimento Tecnológico	A integração dinâmica e contextualizada dos três conhecimentos

	<b>Pedagógico do Conteúdo</b>	<i>anteriores: ensinar um conteúdo específico com uma tecnologia específica, de forma pedagogicamente intencional.</i>
<b>XK</b>	<b>Conhecimento do Contexto</b>	<i>Reconhecimento de que o conhecimento docente é sempre situado: condições institucionais, culturais, socioeconômicas e de infraestrutura condicionam as possibilidades de integração.</i>

Um aspecto central do modelo é que a mobilização do TPACK não ocorre de forma espontânea nem linear. Mishra e Koehler (2006) alertam que o simples contato com TD não garante sua integração pedagógica: aprender *sobre* e *com* as TD não equivale a experienciá-las de modo intencional, contextual e voltado para a aprendizagem. Essa distinção é determinante para compreender por que tantas iniciativas de formação que se limitam à dimensão técnica das TD produzem resultados insuficientes.

### Limites observados na formação

A mobilização do TPACK se mostrou condicionada por fatores contextuais que estão além do controle do professor: infraestrutura tecnológica, tempo insuficiente, acesso desigual aos dispositivos pelos estudantes. Esses limites não invalidam as práticas; ao contrário, revelam as condições reais em que as aulas acontecem nas escolas públicas brasileiras e sinalizam demandas que precisam ser endereçadas por políticas educacionais de longo prazo.

### Desafios identificados na formação que persistem

A apropriação dos conhecimentos TPACK é um processo de longo prazo, que demanda percursos formativos contínuos e oportunidades sistemáticas de reflexão sobre a prática. Uma única formação, pode produzir movimentos iniciais relevantes, mas não consolida, por si só, transformações nas práticas pedagógicas. Estudos longitudinais que acompanhem esses professores em seus contextos de atuação são necessários para compreender como esses movimentos se desenvolvem no tempo.

## 1.4 A Modelagem Matemática como Prática Pedagógica

A MM é uma prática pedagógica que organiza o ensino de Matemática a partir de situações oriundas da realidade, propondo que os estudantes investiguem, representem matematicamente e interpretem criticamente fenômenos do mundo que os cerca. Em sua perspectiva como prática pedagógica, a MM não parte de conteúdos pré-determinados: parte de situações-problema que emergem do contexto dos estudantes, e os conteúdos matemáticos são mobilizados à medida que a investigação demanda.

Adotamos a perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2022) e Schrenk e Vertuan (2022), que compreendem a MM como prática pedagógica organizada em quatro fases articuladas. Esse referencial foi também o adotado na formação continuada que originou as práticas documentadas, e é central para a análise desenvolvida na tese de doutorado (Nahirne, 2026).

1 FASE	<p><b>Inteiração</b></p> <p>O professor apresenta uma situação-problema vinculada à realidade. Os estudantes compreendem o problema, levantam hipóteses, coletam dados e definem os limites da investigação. É o ponto de contato entre a realidade e a Matemática.</p>
2 FASE	<p><b>Matematização</b></p> <p>Os dados coletados são traduzidos para a linguagem matemática: variáveis são identificadas, relações são formalizadas em equações, funções ou representações gráficas. A realidade começa a ser expressa matematicamente.</p>
3 FASE	<p><b>Resolução</b></p> <p>O modelo matemático é trabalhado: cálculos são realizados, simulações são feitas, e desse modo nós organizadores, podemos destacar que TD podem ser integradas para ampliar as possibilidades de resolução e visualização, sendo um avanço nessa etapa.</p>
4 FASE	<p><b>Interpretação e Validação</b></p> <p>Os resultados matemáticos são interpretados à luz do problema real. Faz sentido? A solução é viável? O modelo é suficiente? Ajustes podem ser feitos, pois o processo é iterativo, não linear.</p>

É importante ressaltar que essas quatro fases não são necessariamente lineares. O processo de MM é iterativo: a fase de Interpretação e Validação pode revelar que o modelo precisa ser reformulado, levando o professor e os estudantes de volta à Matemática, ou mesmo à Inteiração, se os dados coletados se mostrarem insuficientes. Essa característica interativa é uma das marcas que distinguem a MM de uma atividade de resolução de problemas convencional.

A MM, enquanto *práxis* pedagógica, articula ação e reflexão no sentido freireano do termo. Ao estruturar o ensino a partir de situações-problema vinculadas à realidade dos estudantes, ela posiciona o professor como mediador e os estudantes como protagonistas do processo investigativo. Não há resposta única nem caminho predefinido: há um problema real, uma turma real e um professor que media, com intencionalidade pedagógica, o percurso matemático que emerge.

### 1.5 A Modelagem Matemática enquanto *práxis* pedagógica

Um resultado central que emerge da leitura conjunta das cinco práticas é que a MM, quando vivenciada com intencionalidade pedagógica, funciona como *práxis* no sentido freireano do termo: uma articulação indissociável entre ação e reflexão, orientada à transformação da realidade educativa.

*"Não há palavra verdadeira que não seja ao mesmo tempo práxis. Assim, dizer a palavra verdadeira é transformar o mundo."*

Paulo Freire (1987, p. 78).

Ao propor que os estudantes investiguem situações reais, como as brincadeiras da infância dos pais, o ângulo de lançamento de um foguete, o custo de uma usina solar, as dimensões de um cofre e a distância entre a escola e a biblioteca, os professores não apenas contextualizam o conteúdo matemático: transformam a sala de aula em um espaço de investigação, no qual a resposta não está no final do livro didático e o caminho não está predeterminado.

Essa reconfiguração, que converte as TD de elementos acessórios em constituintes do processo de ensino, é o que caracteriza a integração das TD. É o que este *e-book* documenta, com evidências e relatos autorais dos próprios professores.

## Possibilidades identificadas na formação

A MM configurou-se como *práxis* pedagógica que articula ação e reflexão, posicionando os estudantes como protagonistas e os professores como mediadores intencionais. As TD, integradas de forma progressiva ao longo das fases da MM, ampliaram o alcance das investigações, tornando possíveis problemas que não existiriam sem elas.

## Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. MM na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2022.
- BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 12, n. 3, p. 252-263, 2010.
- FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
- GARCIA, C. M. *Formação de professores: para uma mudança educativa*. Porto: Porto Editora, 1999.
- GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. *Educação e Sociedade*, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, 2010.
- MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.
- MISHRA, P. Considering contextual knowledge: The TPACK diagram gets an upgrade. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, v. 35, n. 2, p. 76-78, 2019.
- NAHIRNE, A. P. *A mobilização de conhecimentos docentes em atividades de MM com Tecnologias Digitais*. 2026. Tese (Doutorado). PPGCEM, Unioeste, Cascavel, 2026.
- NÓVOA, A. *Os professores e a sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1992.
- SCHRENK, M.; VERTUAN, R. E. MM como prática pedagógica. In: *Discussões Teóricas e Práticas em Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto, 2022.



**Como citar este capítulo:** NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis. *Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais e o modelo TPACK como alicerces da formação continuada*. In: NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades**. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. cap. I, p. 9-14.

## PARTE II

# Práticas Pedagógicas

*de Modelagem Matemática com Tecnologias Digitais*

## CAPÍTULO II

### *Do brincar ao calcular: Modelagem Matemática a partir de brincadeiras da infância*

ANA CLÁUDIA CANDIOTTO DOS SANTOS  
RITAMAR ANDREETTA

#### Identificação da Prática

Professor(as)	Ana Cláudia CandiOTTO dos Santos e Ritamar Andreetta
Escola	C.E. Joaquim Nasário Ribeiro — Rio Bonito do Iguçu/PR
Nível/Turma	7º ano   Ensino Fundamental
Componente Curricular	Matemática   Unidade temática: Estatística
Questão norteadora	Quais brincadeiras seus pais brincavam na infância?
Tecnologias Digitais	Matific · Palavras Cruzadas digitais (ohmydots.com)
Número de aulas	5 aulas (ampliado conforme necessidade)

#### Objetivos de Aprendizagem

- Elaborar um questionário para coletar dados sobre brincadeiras da infância dos pais e responsáveis (variáveis qualitativas).
- Organizar os dados obtidos em tabelas de frequência absoluta e relativa.
- Construir gráficos adequados (barras, colunas, setores) para representar os dados da pesquisa.
- Calcular e interpretar médias e proporções (percentuais) a partir dos dados coletados.
- Realizar análise comparativa, levantar hipóteses e interpretar criticamente os resultados, desenvolvendo o letramento estatístico.
- Comunicar resultados por meio de cartazes e apresentações, utilizando linguagem estatística adequada.
- Conectar a Matemática a outras áreas do conhecimento, como História, Língua Portuguesa e Educação Física, evidenciando a transversalidade dos dados estatísticos.
- Utilizar métodos tecnológicos para desenvolver novas metodologias de ensino e aprendizagem.

#### Habilidades emergentes da BNCC

- EF07MA35 — Compreender média (aritmética), moda e mediana como indicadores de tendências em pesquisas estatísticas.
- EF07MA36 — Planejar e realizar pesquisa estatística, interpretar e analisar dados para comunicá-los por meio de tabelas e gráficos.

- EF07MA37 — Interpretar e analisar dados apresentados em tabelas e diferentes tipos de gráficos, identificando adequações ou limitações.

## Justificativa

A implementação desta prática com a Estatística, estruturada no ciclo completo da pesquisa: planejamento, execução, análise e comunicação de dados, justifica-se pela sua contribuição ao desenvolvimento do Letramento Estatístico e do Pensamento Crítico dos estudantes.

A escolha do tema norteador, as brincadeiras da infância dos pais, não foi casual. A intenção era que os estudantes pudessem dialogar com seus familiares, resgatar memórias afetivas e, ao mesmo tempo, tratar esses dados com rigor estatístico. Essa articulação entre a vida cotidiana e o conteúdo curricular evidencia que a Matemática está presente no dia a dia e é instrumento de leitura e interpretação da realidade.

Ao relacionar as brincadeiras dos pais com o ensino da Estatística, os estudantes percebem que a Matemática se encontra constantemente em suas vidas e é essencial para a compreensão do mundo. Além disso, a atividade promoveu conexões com outros componentes curriculares: História, Língua Portuguesa e Educação Física, reafirmando o caráter interdisciplinar da proposta e o potencial da MM enquanto prática pedagógica.

## Desenvolvimento — As Quatro Fases da Modelagem Matemática

### FASE 1

#### Inteiração – Entendimento do problema e coleta de dados

Nesta etapa, as professoras apresentaram aos estudantes a questão norteadora: "Quais brincadeiras seus pais brincavam na infância?". A pergunta foi recebida com curiosidade imediata, uma vez que mobilizava memórias familiares ainda não exploradas no ambiente escolar.

Foi elaborado, conjuntamente com as professoras, um questionário simples com perguntas sobre as brincadeiras mais comuns na época dos pais. Os estudantes levaram o instrumento para casa e realizaram as entrevistas com seus familiares. Esse momento configurou-se como um rico diálogo intergeracional: os estudantes retornaram à sala com histórias, nomes de brincadeiras esquecidas e registros que revelavam transformações relevantes nos modos de brincar ao longo das décadas.

A coleta de dados despertou grande curiosidade e envolvimento, tanto dos estudantes quanto de seus familiares, que se sentiram valorizados ao perceberem que suas experiências de infância se tornavam objeto de estudo na escola.

### FASE 2

#### Matematização – Tradução dos dados para a linguagem Matemática

Após o retorno das pesquisas, a turma foi dividida em quatro grupos. Cada grupo ficou responsável por tabular os dados coletados e organizá-los em tabelas de frequência absoluta e relativa. Nessa etapa, as professoras observaram que muitos estudantes não sabiam realizar a tabulação, o que tornou o momento especialmente valioso do ponto de vista pedagógico.

A partir das informações obtidas, os grupos construíram gráficos de colunas em papel *kraft*, representando visualmente as brincadeiras mais citadas. A confecção manual dos gráficos revelou-se um momento de grande capricho e dedicação: os estudantes se preocuparam com a precisão das escalas, com a legenda e com a estética da representação.

A atividade estimulou a cooperação entre os pares, a análise dos dados e a escolha de representações adequadas, consolidando o entendimento inicial dos conceitos de Estatística. Os cálculos de porcentagem, frequência absoluta e relativa foram realizados com apoio das professoras, que mediarão o processo sem reduzir o protagonismo dos grupos.

**FASE 3****Resolução – Cálculos, TD e síntese**

Na fase de resolução, as professoras integraram duas TD de forma intencional. A plataforma Matific foi utilizada para que os estudantes aprofundassem os conceitos de gráficos e tabelas por meio de atividades interativas. O engajamento nessa etapa foi notável: os estudantes realizaram as atividades de forma cooperativa, demonstrando interesse pelas TD e interagindo com a professora durante a exploração.

Segundo o relato das professoras, a plataforma "trouxe outro jeito de ensinar e outros desafios" – expressão que sintetiza o que Bittar (2010) denomina integração das TD, em que a tecnologia não substituiu a atividade, mas criou possibilidades que não existiriam sem ela.

Como encerramento da fase de resolução, foi proposta uma atividade de palavras cruzadas digitais criada no site ohmydots.com, com vocabulário relacionado às brincadeiras identificadas na pesquisa. A atividade promoveu uma síntese lúdica dos conceitos trabalhados e ampliou a conexão com outras áreas do conhecimento, especialmente a Língua Portuguesa.

**FASE 4****Interpretação e Validação – Análise e comunicação dos resultados**

As etapas de interpretação e validação foram planejadas para as aulas subsequentes. Nelas, os estudantes deveriam realizar os cálculos de média aritmética, moda e mediana, comparando os resultados entre os grupos e discutindo as variações observadas.

A análise coletiva dos gráficos previu reflexões sobre as brincadeiras mais comuns em cada geração e sobre as transformações nos modos de lazer ao longo do tempo, promovendo uma discussão histórica e cultural a partir dos dados estatísticos. Ao final, cada grupo apresentaria seus cartazes e conclusões, valorizando o protagonismo estudantil e a comunicação matemática.

Embora a totalidade das etapas não tenha sido concluída no tempo inicialmente previsto, as 5 aulas planejadas revelaram-se insuficientes, e os conteúdos de pesquisa estatística, tabulação de dados, confecção de gráficos, porcentagem e frequência absoluta e relativa foram trabalhados. As professoras identificaram, ainda, a possibilidade de ampliar a integração de outras TD nas aulas seguintes.

**TD Integradas**

As principais TD integradas foram o Matific, plataforma de atividades matemáticas gamificadas, e o *Oh My Dots* TD para criação de caça-palavras e palavras cruzadas digitais. Ambos utilizados para abordar os conceitos teóricos necessários para a resolução do problema, onde o professor precisa desse momento para explorar os conceitos. O Matific foi integrado na fase de resolução para aprofundar os conceitos estatísticos, e o *Oh My Dots* no encerramento como síntese lúdica do conteúdo.

## Relato de Implementação

A proposta buscou aproximar os conteúdos de Estatística da realidade dos estudantes, por meio da valorização das experiências familiares e culturais.

A seguir, as professoras relatam suas percepções sobre a implementação.

*Nossa questão norteadora foi: quais brincadeiras seus pais brincavam na infância? A partir daí, eles levaram o questionário pra casa. Então ficou muito bacana, porque eles estavam pesquisando sobre os pais deles.*

A atividade teve início com a aplicação de um questionário que os estudantes levaram para casa. Com os questionários devolvidos, a turma foi dividida em grupos para a tabulação dos dados.

*Foi bem interessante, porque eles tinham um monte de brincadeira que nunca tinham ouvido falar. Então eles aprenderam brincadeiras novas enquanto faziam a pesquisa, o que foi bem interessante.*

*Eu achei que eles se empenharam muito, a gente via o empenho deles, eles queriam mesmo saber. Queriam comparar os grupos, ver qual brincadeira era mais frequente.*

*Foi bem interessante a parte da tabulação, porque eles nunca tinham feito. Eles tiveram que organizar, classificar: foi um aprendizado novo e eles se dedicaram bastante.*

*Aqui a gente usou o Matific, o que foi interessante porque trouxe vários outros jogos junto, não só o de estatística. Eles acabaram explorando mais do que nós planejamos.*

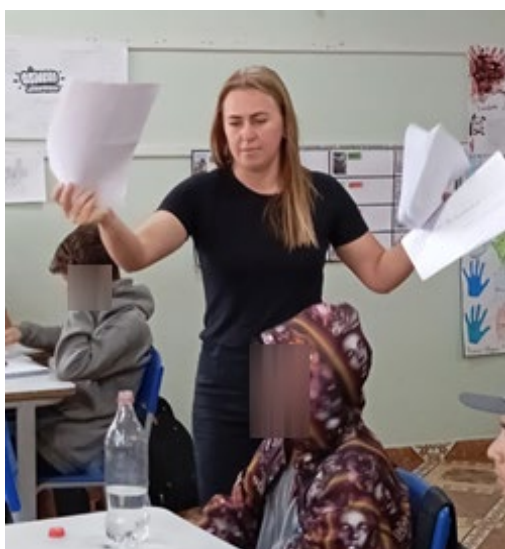
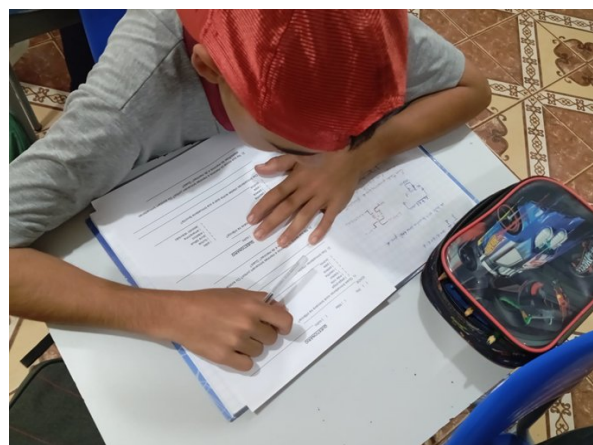
*Aqui a gente construiu, com as brincadeiras, um caça-palavras. Uma vez eu tentei fazer no Word, foi um trabalho enorme. No Oh My Dots foi muito mais fácil e ficou muito mais bonito.*

*Acho que o grande problema seria a dificuldade do tempo, a gente acaba não tendo o tempo suficiente para desenvolver toda a atividade como planejada.*

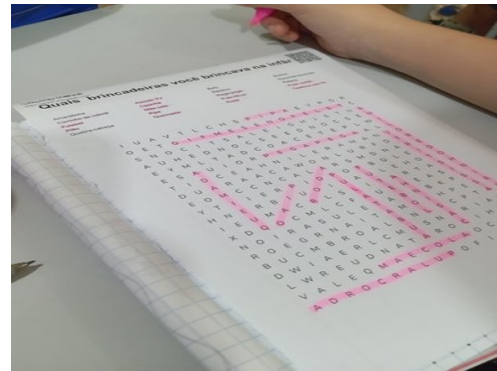
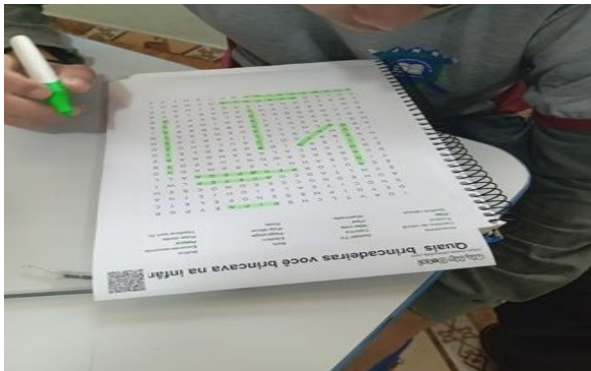
*Como é trazer a MM para dentro da sala, como eles conseguem, a partir de uma situação real, desenvolver o raciocínio matemático. Isso foi o maior aprendizado para mim.*

A implementação mostrou-se positiva. Os estudantes participaram em todas as etapas, demonstrando interesse, colaboração e compreensão da importância da Estatística para interpretar situações do cotidiano. Como limitação principal, o tempo planejado, inicialmente 5 aulas, revelou-se insuficiente para a completude de todas as etapas propostas, sendo necessárias 7 aulas no total. Essa expansão não foi vivenciada como um problema, mas como evidência do envolvimento dos estudantes com a proposta.

## Evidências







## Resultados Alcançados

Os resultados obtidos evidenciam a MM como abordagem investigativa no ensino de Estatística. Os estudantes demonstraram engajamento nas diferentes fases da MM, participando da coleta de dados junto às famílias, da tabulação, da construção de gráficos e da comunicação dos resultados.

A integração das TD, Matific e *Oh My Dots*, contribuíram para ampliar o repertório pedagógico das professoras e diversificar as estratégias de aprendizagem. O encerramento com o caça-palavras impresso gerou envolvimento coletivo e permitiu revisitar o vocabulário da prática de forma lúdica.

### Engajamento e aprendizagem

A participação dos estudantes e a demonstração de interesse e colaboração são dados concretos que atestam o tema e a metodologia. Os objetivos intermediários foram atingidos: tabulação dos dados, organização em tabelas de frequência e representação visual em gráficos foram realizados de forma cooperativa e com compreensão dos conceitos envolvidos.

### Integração das TD

O engajamento nas atividades da plataforma Matific, realizadas de forma cooperativa, demonstra o interesse dos estudantes pelas TD. A integração foi intencional: a tecnologia não substituiu a atividade analógica (confecção manual dos gráficos), mas criou novas possibilidades de aprendizagem que complementaram e aprofundaram a plataforma.

## Limitações e Potencialidades

A principal limitação encontrada foi relativa ao tempo: o planejamento previa 5 aulas, mas foram necessárias 7 para o desenvolvimento das atividades propostas. Essa expansão sugere que práticas de MM demandam maior flexibilidade no planejamento, especialmente quando se trabalha com dados reais e com TD integradas.

Por outro lado, a prática evidenciou potencialidades relevantes: a conexão entre conteúdo curricular e história familiar promoveu diálogo intergeracional e valorização da cultura; a MM ao partir de uma situação real demonstrou a pesquisa como instrumento de aprendizagem

matemática; e a integração das TD ampliou as formas de engajamento e de interação com os dados.

As professoras identificaram, ainda, a intenção de ampliar a integração de outras TD nas aulas seguintes, o que sinaliza que a experiência formativa teve impacto sobre as concepções docentes acerca do papel das TD no ensino da Matemática.

## Reflexão das autoras

*Alguns elementos foram determinantes para a qualidade desta prática pedagógica. A contextualização e a relevância cultural do tema, as brincadeiras da infância dos pais, conectaram o conteúdo curricular de Estatística diretamente à realidade familiar e cultural dos estudantes, criando um ponto de partida relevante que raramente se encontra em atividades puramente conceituais.*

*A utilização da pesquisa de campo, as entrevistas com os familiares e a MM, colocaram o estudante como protagonista, responsável pela coleta, organização, análise e apresentação dos dados. A divisão em grupos para tabulação e construção de gráficos reforçou a cooperação e a troca de conhecimentos entre os pares.*

*A integração com a plataforma Matific "trouxe outro jeito de ensinar e outros desafios", ampliando as formas de interação e de aprendizagem. O encerramento com palavras cruzadas demonstrou como tecnologias simples podem ser integradas de forma intencional e pedagogicamente coerente.*

*Como aprendizado para práticas futuras, destacamos: a importância de prever um tempo maior para atividades de MM; a relevância de oferecer aos estudantes diferentes formas de interagir com os dados (manual e digital); e o potencial da escola como espaço de conexão entre gerações e culturas.*

*Esta prática pode inspirar outros professores ao mostrar que é possível engajar estudantes em temas considerados abstratos, como a Estatística, ao conectá-los com a história familiar e a cultura, garantindo um ponto de partida relevante.*

## Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 03 out. 2025.

MATIFIC. Plataforma educacional de Matemática. Disponível em: <https://www.matific.com/bra/pt-br>. Acesso em: out. 2025.

OHMYDOTS. Criador de palavras cruzadas digitais. Disponível em: <https://pt.ohmydots.com/creator-crossword.html>. Acesso em: out. 2025.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ. Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP). Disponível em: <https://professor.escoladigital.pr.gov.br/crep>. Acesso em: 03 out. 2025.



**Como citar este capítulo:** SANTOS, Ana Cláudia Candiottos dos; ANDREETTA, Ritamar. *Do brincar ao calcular: Modelagem Matemática a partir de brincadeiras da infância*. In: NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades**. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. cap. II, p. 16-23.

## CAPÍTULO III

### Do Lançamento à equação: Geometria e Modelagem Matemática com foguetes

MARIO JOSE PAIER

#### Identificação da Prática

Professor	Mario Jose Paier
Escola	C.E. do Campo de Rio da Prata — Nova Laranjeiras/PR
Nível/Turma	2º ano   Ensino Médio
Componente Curricular	Matemática I: Resolução de Problemas   Unidade temática: Geometria
Questão norteadora	Qual o melhor ângulo para que o foguete atinja a maior distância na horizontal?
Tecnologias Digitais	<i>Protractor App</i> (medição de ângulos)
Número de aulas	6 aulas

#### Objetivos de Aprendizagem

- Identificar formas geométricas espaciais como componentes do foguete.
- Medir ângulos de lançamento utilizando o aplicativo Protractor.
- Relacionar o ângulo de lançamento com a distância percorrida pelo foguete.
- Desenvolver raciocínio lógico, protagonismo e habilidade de planejamento.

#### Habilidades emergentes da BNCC

- EM13MAT301 — Interpretar, construir modelos e resolver problemas usando geometria plana e espacial.
- EM13MAT303 — Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para analisar situações que envolvam dados de natureza geométrica.

#### Justificativa

A prática partiu de uma situação concreta e motivadora, o lançamento de foguetes de garrafa PET com bicarbonato e vinagre, para investigar a relação entre ângulo de lançamento e distância percorrida. O contexto experimental mobilizou conceitos de trigonometria, funções e medição de forma integrada.

A proposta se justifica por integrar o raciocínio geométrico (identificação de formas espaciais e medição de ângulos) com uma experiência concreta e investigativa. Diferentemente de exercícios

com contextos fictícios, o lançamento real do foguete coloca em evidência variáveis que os estudantes precisam compreender, controlar e interpretar, entre elas, o ângulo de lançamento e sua relação com a distância horizontal percorrida.

O tema foi escolhido por conectar Matemática, Física e experiência direta: os estudantes construíram os foguetes, realizaram os lançamentos em diferentes ângulos e registraram os dados para análise. A combinação de experimentação física e investigação matemática tornou a aprendizagem contextualizada.

Além disso, a atividade desenvolve o protagonismo estudantil e o raciocínio sobre planejamento: os grupos que não tiveram sucesso no lançamento aprenderam que o erro é parte constitutiva do processo investigativo e que planejar a construção é tão importante quanto saber calcular ângulos.

## Desenvolvimento — As Quatro Fases da Modelagem Matemática

### FASE 1

#### Inteiração – Escolha da atividade e compreensão do problema

Nesta etapa inicial, o professor apresentou aos estudantes diferentes possibilidades de atividades que poderiam ser desenvolvidas com a Modelagem Matemática. Após discussão coletiva, a turma optou pelo lançamento de foguetes de garrafa PET, proposta que, segundo o relato do professor, proporcionaria, além do aprendizado matemático, a oportunidade de "colocar a imaginação em prática".

A questão norteadora foi definida coletivamente: Qual o melhor ângulo para que o foguete atinja a maior distância na horizontal? Com a pergunta estabelecida, os estudantes foram organizados em grupos e iniciaram o planejamento da atividade. O professor apresentou o aplicativo Protractor, TD digital para medição de ângulos como recurso que seria utilizado nos testes de lançamento.

Nessa fase, os grupos precisaram tomar decisões importantes: qual modelo de foguete construir, quais materiais utilizar (priorizando materiais mais leves, que favorecessem maior distância) e como organizar os testes. Essas decisões mobilizaram conhecimentos prévios e anteciparam desafios que se manifestariam nas fases seguintes.

### FASE 2

#### Matematização – Identificação das variáveis e planejamento dos testes

Na fase de matematização, os grupos identificaram as variáveis envolvidas no problema: o ângulo de lançamento (medido com o Protractor), a distância horizontal percorrida pelo foguete (medida com trena) e as características de construção (modelo, material, pressão interna).

A tradução para a linguagem matemática envolveu a relação entre ângulo e distância, conceito que articula a geometria plana (medição de ângulos) com a realidade física do lançamento. Os grupos organizaram tabelas para registrar os ângulos testados e as distâncias correspondentes, de modo a identificar, ao final, qual configuração produziria o maior alcance horizontal.

O Protractor foi integrado à matematização como instrumento de precisão: ao medir o ângulo de lançamento com o aplicativo, os estudantes relacionaram o conhecimento geométrico abstrato com uma grandeza mensurável no mundo real, evidenciando o que Bittar (2010) denomina integração das TD.

### FASE 3

#### Resolução – Construção dos foguetes e realização dos testes

Com os grupos organizados e o planejamento concluído, os estudantes iniciaram a construção dos foguetes. O professor adotou uma postura de mediação intencional: auxiliava os grupos quando solicitado, mas sem interferir nas escolhas e no modo de execução, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e do protagonismo.

O resultado dos testes revelou uma diversidade de situações pedagogicamente ricas. Apenas um dos grupos conseguiu realizar todos os testes e identificar o ângulo de maior

alcance. Os demais grupos enfrentaram dificuldades que impediriam o lançamento: alguns pela escolha inadequada do material (muito pesado), outros por não terem garantido a vedação necessária para a pressão interna.

Esses resultados, aparentemente frustrantes, tornaram-se, na perspectiva da Modelagem Matemática, momentos de aprendizagem genuína: os estudantes compreenderam que o insucesso do lançamento não era falha da Matemática, mas consequência de decisões de planejamento que não consideraram todas as variáveis envolvidas.

#### FASE 4

##### Interpretação e Validação

O grupo que realizou os testes com êxito identificou, de forma sistemática, o ângulo de lançamento que produziu o maior alcance horizontal. Os dados foram registrados na tabela planejada na fase de matematização e interpretados à luz da questão norteadora.

Para os grupos que não conseguiram realizar os lançamentos, a fase de validação assumiu outro formato: a análise retrospectiva do planejamento. Em discussão mediada pelo professor, os grupos identificaram os pontos de falha, material inadequado, vedação insuficiente e compreenderam como essas variáveis impactaram o resultado. Essa análise crítica é, em si mesma, uma forma de validação do modelo: a atividade demonstrou que o desempenho do foguete depende de variáveis que vão além do ângulo de lançamento.

## Resultado Principal

**Ângulo de lançamento com maior alcance:  $55^\circ$  — Distância horizontal: 28 metros**

O grupo que realizou os testes com sucesso identificou que, dentre todos os ângulos testados, o ângulo de  $55^\circ$  foi o que permitiu ao foguete atingir a maior distância horizontal, chegando a 28 metros. Esse resultado, obtido a partir de testes e registros organizados, configurou uma resposta empiricamente fundamentada à questão norteadora da atividade.

Vale destacar que o resultado de  $55^\circ$  guarda coerência com os princípios da física do lançamento oblíquo, tema que, embora não fosse o foco principal da atividade, emergiu naturalmente como extensão possível da discussão, conectando a Matemática às Ciências da Natureza.

## TD Integradas

A principal TD integrada foi o aplicativo Protractor (transferidor digital), que permitiu medir com precisão os ângulos de lançamento dos foguetes.

## Relato de Implementação

A escolha da atividade articulando experimentação física, coleta de dados e análise matemática, baseou-se no interesse dos próprios estudantes: após a apresentação de possíveis atividades, eles optaram pelo lançamento de foguetes, pois essa atividade proporciona, além do aprendizado matemático, a oportunidade de colocar a imaginação em prática.

Com os grupos já formados, os estudantes escolheram os modelos de foguetes que iriam desenvolver. Durante todo o processo, o professor atuou como mediador sem interferir nas escolhas dos grupos, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e o protagonismo estudantil.

Todos os grupos concluíram a construção dos foguetes. Apenas um dos grupos conseguiu realizar todos os testes e identificar qual ângulo fez o foguete ir mais longe. Os demais grupos não conseguiram fazer seus foguetes decolar, alguns devido ao material escolhido, outros por não atentarem ao desenvolvimento correto para que o foguete ganhasse pressão e voasse.

O grupo que realizou os testes com sucesso identificou que, dentre todos os ângulos testados, o ângulo de  $55^\circ$  foi o que permitiu ao foguete atingir maior distância horizontal, chegando a 28 metros. Em termos gerais, o resultado foi alcançado: mesmo os grupos que não conseguiram realizar os testes aprenderam com os erros, desenvolvendo a compreensão de que planejamento é parte fundamental de qualquer processo matemático.

A seguir, o professor relata suas percepções sobre a implementação.

*A ideia foi usar o foguete de garrafa PET com bicarbonato e vinagre para investigar os ângulos. Eles construíram, lançaram e mediram. A pergunta era: qual ângulo joga mais longe?*

Os grupos realizaram lançamentos em ângulos variados, medindo com o transferidor digital. O professor acompanhou cada grupo e orientou o registro dos dados em tabela.

*A pressão gerada pelo bicarbonato com vinagre variava entre um lançamento e outro — isso criou uma discussão rica sobre variáveis controladas e não controladas no experimento.*

*Só um grupo conseguiu alcançar os 28 metros com o ângulo de 55 graus. Os outros ficaram com resultados abaixo. Aí a gente discutiu: por que esse grupo acertou mais?*

## Evidências





### Resultados Alcançados

A prática demonstrou como a experimentação física pode ser ponto de partida para a investigação matemática. A construção e o lançamento dos foguetes mobilizaram os estudantes para um problema real, e a necessidade de medir, registrar e analisar os dados atribuiu sentido aos conceitos trigonométricos.

A integração do Protractor (transferidor digital) ampliou as possibilidades de precisão e visualização. A variabilidade dos resultados com apenas um grupo atingindo o alcance máximo, gerou discussões metodológicas sobre controle de variáveis.

#### Resposta à questão norteadora

O grupo bem-sucedido respondeu à questão norteadora de forma empiricamente fundamentada: o ângulo de  $55^\circ$  produziu o maior alcance horizontal (28 metros), evidenciando a relação entre ângulo de lançamento e distância percorrida.

#### Aprendizagem com o erro

Os grupos que não conseguiram realizar os lançamentos aprenderam com o processo: compreenderam que o planejamento inadequado, escolha do material e atenção à vedação, impactou diretamente o resultado. Esse aprendizado, embora não mensurável em termos matemáticos, é relevante para a formação dos estudantes.

#### Integração das Tecnologias Digitais

A integração do aplicativo Protractor demonstrou como as TD podem ser integradas de forma intencional às atividades de MM, conectando o conceito geométrico de ângulo a uma situação real de medição. A tecnologia não substituiu o experimento físico, ela o tornou mais preciso e matematicamente rigoroso.

## Limitações e Potencialidades

A principal limitação encontrada foi a dificuldade em obter materiais adequados para a construção dos foguetes, especialmente materiais suficientemente leves que favorecessem o lançamento. Essa limitação, contudo, tornou-se parte do aprendizado: os estudantes precisaram pensar nas propriedades dos materiais como variável do problema, ampliando o escopo da atividade para além da Matemática.

A prática evidenciou, ainda, a importância de dedicar tempo suficiente à fase de planejamento, tanto do ponto de vista pedagógico quanto prático. Grupos que planejaram com mais cuidado a construção tiveram melhores resultados nos testes, o que reforça a articulação entre o raciocínio matemático e a tomada de decisões em situações reais.

Como potencialidade, destaca-se o nível de protagonismo estudantil observado ao longo de toda a atividade: desde a escolha do tema até a análise dos resultados, os estudantes foram os principais agentes do processo. Essa postura é coerente com os princípios da MM como prática pedagógica e com o desenvolvimento das competências previstas na BNCC para o Ensino Médio.

## Reflexão do autor\*

---

---

*Esta prática evidenciou que a MM vai além do ensino de conteúdos matemáticos. Ao colocar os estudantes diante de um problema real, construir um foguete e descobrir o melhor ângulo de lançamento, a atividade mobilizou conhecimentos matemáticos (geometria espacial, medição de ângulos, análise de dados), habilidades práticas (planejamento, construção, teste) e dimensões formativas que perpassam o currículo formal.*

*O fato de que apenas um grupo conseguiu realizar os testes com êxito não diminuiu o valor pedagógico da atividade, ao contrário, ampliou-o. Os grupos que não obtiveram sucesso no lançamento tiveram a oportunidade de compreender, na prática, que o erro é fonte de aprendizagem e que o planejamento cuidadoso é tão importante quanto o conhecimento matemático. A integração do aplicativo Protractor mostrou-se natural e produtiva: os estudantes utilizaram a tecnologia como instrumento de precisão, sem que ela se tornasse o centro da atividade.*

*Para práticas futuras, o professor identificou a importância de ampliar o tempo dedicado à fase de planejamento e de explorar, com os estudantes, as conexões entre o resultado matemático (ângulo de  $55^\circ$ ) e os conceitos de lançamento oblíquo, abrindo espaço para uma discussão interdisciplinar com as Ciências da Natureza.*

## Referências

---

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. MM na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2022.

ARAKI, P. H. H. Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — UTFPR, Londrina, 2020.

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 12, n. 3, p. 252-263, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.



**Como citar este capítulo:** PAIER, Mario Jose. *Do lançamento à equação: Geometria e Modelagem Matemática com foguetes*. In: NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades**. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. cap. III, p. 24-30.

## CAPÍTULO IV

### Energia sob medida: Modelagem Matemática e a usina solar da escola

DENARCI ROQUE KOWATSKI

#### Identificação da Prática

Professor	Denarci Roque Kowatski
Escola	EBM Santa Rita — Concórdia/SC
Nível/Turma	8º ano   Ensino Fundamental
Componente Curricular	Laboratório Pedagógico de Matemática   Unidade temática: Álgebra, Grandezas e Medidas
Questão norteadora	Quanto custaria para implementar uma Usina Fotovoltaica na Unidade Escolar?
Tecnologias Digitais	PvCase · <i>Google Earth/ Excel</i>
Número de aulas	12 aulas

#### Objetivos de Aprendizagem

- Compreender os conceitos básicos de energia solar fotovoltaica e de potência elétrica.
- Aplicar a MM para resolver um problema real: o custo de uma usina solar escolar.
- Utilizar TD para simular, calcular e analisar dados reais.
- Desenvolver habilidades de raciocínio lógico, cálculo e interpretação de resultados.
- Estimular a consciência ambiental e a tomada de decisões fundamentadas em dados.

#### Habilidades emergentes da BNCC

- EF08MA12 — Identificar a natureza da variação de duas grandezas, expressar a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
- EF08MA13 — Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
- EF08MA19 — Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, em situações como determinar medida de terrenos.

#### Justificativa

A prática surgiu no contexto de um projeto interdisciplinar já em andamento na escola sobre energia renovável. A questão "Quanto custaria para implementar uma Usina Fotovoltaica na Unidade Escolar?" conecta o currículo de Matemática do 8º ano a um problema real, local e socialmente relevante. A escola como objeto de estudo, sua conta de luz, seu telhado, seu

consumo energético, transforma o ambiente escolar em laboratório vivo, onde os dados são reais e as decisões têm consequências concretas.

A escolha da energia solar fotovoltaica como contexto não é apenas uma estratégia de engajamento. Ela articula conteúdos matemáticos de proporcionalidade, grandezas e medidas com questões ambientais contemporâneas, como a transição energética e os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) da UNESCO. Ao calcular o *payback* do investimento e comparar geração e consumo, os estudantes exercitam a tomada de decisões fundamentadas em dados, demanda tanto na Matemática quanto na formação para a cidadania.

A prática mobiliza um conjunto amplo de TD integradas de forma sequencial e intencional: *Google Earth* para análise espacial, planilhas eletrônicas para matematização e simulação de cenários, e o *software* PvCase para simulação fotovoltaica com dados geográficos reais. Esse conjunto configura um ambiente de aprendizagem que se aproxima das práticas profissionais da engenharia e do planejamento energético, ampliando as aplicações da Matemática.

## Desenvolvimento — As Quatro Fases da Modelagem Matemática

### FASE 1

#### Inteiração – contextualização e coleta (Aulas 1 e 2)

A prática teve início com uma roda de conversa mediada pelo professor, mobilizada por questões que situaram o problema no cotidiano dos estudantes: "De onde vem a energia que abastece nossa escola?", "Quais os impactos ambientais das fontes de energia tradicionais?" e "Por que a energia solar é considerada limpa e renovável?". Em seguida, foi exibido um vídeo didático sobre o funcionamento básico de uma usina fotovoltaica, que permitiu nivelar o conhecimento dos grupos antes da etapa de coleta de dados.

A turma foi organizada em grupos para a coleta de dados em duas frentes simultâneas. No levantamento de dados da escola, os estudantes acessaram uma cópia da conta de luz fornecida pela secretaria para identificar o consumo médio mensal em kWh; utilizaram o *Google Earth* para visualizar o telhado da escola e estimar a área disponível para a instalação dos painéis. Na pesquisa de mercado, cada grupo realizou pesquisa online para levantar os preços médios de componentes essenciais: painéis solares (por unidade e por potência em Wp), inversores, estruturas de fixação e custos de instalação.

Os dados foram registrados em planilha compartilhada no *Google Sheets*, organizada em três abas: "Dados da Escola" (consumo e área), "Pesquisa de Preços" (componentes e custos) e "Fontes de Pesquisa". Essa organização prévia mostrou-se essencial para a fase de matematização subsequente.

### FASE 2

#### Matematização – Tradução para a linguagem Matemática (Aulas 3 e 4)

Na fase de matematização, o professor conduziu uma revisão dos conceitos necessários para traduzir os dados coletados em linguagem matemática. Foram trabalhadas as relações entre potência ( $W$ ), energia (kWh) e tempo, expressas pela fórmula  $E = P \times t$ ; a proporcionalidade direta entre consumo e número de painéis necessários; e o cálculo de área útil do telhado para determinar quantos painéis caberiam no espaço disponível.

Os grupos implementaram fórmulas na planilha do *Google Sheets* para calcular automaticamente: a potência total necessária (com base no consumo mensal e nas horas de sol pico da região); o número estimado de painéis ( $\text{Potência Total} \div \text{Potência de um painel}$ ); e o custo total estimado ( $\text{Número de painéis} \times \text{Preço unitário} + \text{Custo do inversor} + \text{Estrutura de fixação}$ ).

Paralelamente, o professor introduziu o *software* PvCase, demonstrando como a localização geográfica, a inclinação e a orientação do telhado afetam a eficiência de geração. Essa introdução preparou os grupos para a fase de resolução com simulações mais precisas.

**FASE 3****Resolução – Simulação e cálculos aprofundados (Aulas 5, 6 e 7)**

Na fase de resolução, os grupos utilizaram o PvCase para realizar simulações com dados geográficos reais da escola: localização, área do telhado medida no *Google Earth*, ângulo de inclinação ideal e número de módulos calculado na planilha. O *software* gerou relatórios de geração mensal e anual de energia (kWh), que foram exportados e incorporados à planilha dos grupos.

Com os dados de simulação em mãos, os grupos realizaram análise comparativa entre a energia gerada pela usina simulada e o consumo real da escola, permitindo verificar se o sistema seria subdimensionado, adequado ou superdimensionado. Com base no número ideal de painéis definido pela simulação, o orçamento total foi recalculado para maior precisão.

Por fim, os grupos calcularam o *payback* estimado do investimento, o tempo necessário para que a economia na conta de energia elétrica compensasse o custo inicial de implantação e criaram gráficos de barras e linhas para visualizar a comparação entre geração e consumo ao longo de um ano.

**FASE 4****Interpretação e Validação – Análise e comunicação (Aulas 8 a 12)**

Na fase de interpretação e validação, os grupos realizaram uma sessão coletiva de "defesa e refinamento" de seus projetos, mediada pelo professor. As questões orientadoras foram: "Os resultados fazem sentido? A geração simulada cobre o consumo?", "O custo final é viável para a escola? Como poderíamos reduzi-lo?", "Quais fatores nosso modelo pode ter ignorado?" (por exemplo, sombreamento por árvores, perdas no sistema, variação sazonal) e "Qual é o *payback* estimado?".

Os grupos foram incentivados a retornar às planilhas e ao PvCase para ajustar variáveis, testando, por exemplo, um número menor de painéis ou um inversor mais eficiente e observar o impacto nos resultados. Essa iteração entre modelo e realidade é característica central da MM como prática pedagógica.

Os resultados foram consolidados em relatório técnico digital (*Word* ou *Google Docs*) e em apresentação multimídia (*PowerPoint* ou *Canva*). Na etapa final, cada grupo apresentou seu projeto para a turma, destacando a jornada da questão norteadora até a conclusão, a integração das TD em cada etapa e os aprendizados e desafios do processo. Uma discussão coletiva encerrou a prática, comparando as propostas e refletindo sobre a viabilidade de implantação real da usina na escola.

**TD Integradas**

As principais TD integradas foram o *Google Earth* (medição da área do telhado), planilhas eletrônicas para organização e cálculo dos dados energéticos como *Google Sheets/Excel* (implementação de fórmulas matemáticas; simulação de cenários financeiros; construção de gráficos comparativos), o PvCase (*software* de dimensionamento de sistemas fotovoltaicos, com dados geográficos reais - localização, inclinação, área – e geração de relatórios de produção energética mensal e anual) e o *PowerPoint / Canva* (comunicação dos resultados finais e apresentação do projeto para a turma).

**Relato de Implementação**

A prática da Usina Solar Escolar articulou a atividade com um projeto interdisciplinar já em curso na escola. Foi a mais extensa e tecnicamente complexa do curso de formação, demandando 12 aulas para seu desenvolvimento completo. Essa extensão não foi um problema, foi

consequência direta do problema proposto e da profundidade com que os estudantes se engajaram em cada etapa.

O ponto de partida, a roda de conversa sobre a origem da energia elétrica escolar, revelou conhecimentos prévios variados e despertou curiosidade. A conta de luz da escola, fornecida pela secretaria, transformou-se em documento matemático: os estudantes precisaram interpretar unidades (kWh), identificar padrões de consumo mensal e compreender o que esses números relevantes em termos de painéis solares necessários.

A implementação das planilhas no *Google Sheets* configurou-se como um momento da matematização. Os estudantes criaram fórmulas para calcular automaticamente a potência necessária, o número de painéis e o custo total, percebendo, na prática, como as relações de proporcionalidade direta se traduzem em células interconectadas. A possibilidade de alterar uma variável e observar o impacto em todas as demais foi descrita pelos próprios estudantes como um momento de compreensão do que significa um modelo matemático.

A simulação no *PvCase* introduziu uma dimensão de precisão que as planilhas não alcançavam: ao inserir as coordenadas geográficas reais da escola, o ângulo de inclinação do telhado e o número de módulos calculado, o *software* gerou relatórios mensais de geração energética que os grupos compararam com o consumo real. Esse confronto entre geração simulada e consumo histórico foi o coração da fase de validação.

As apresentações finais revelaram grupos com propostas distintas, variações no número de painéis, no modelo de inversor, na estimativa de *payback* e a discussão coletiva permitiu comparar as soluções e refletir sobre o que cada escolha implicava em termos de custo, eficiência e viabilidade.

A seguir, o professor relata suas percepções sobre a implementação.

*A minha proposta parte de um projeto interdisciplinar que já estava acontecendo. O projeto é referente à energia elétrica renovável, eu aproveitei e trouxe a MM para dentro desse contexto.*

*Alguns estudantes trouxeram que já tinham placa solar em suas casas e que na escola deveria ser feito, porque gastava muita energia. Então a questão norteadora veio deles mesmos.*

Na fase de inteiração, os estudantes analisaram as faturas de energia da escola fornecidas pela prefeitura e identificaram inconsistências nos dados registrados. A integração do *Google Earth* evidenciou como as TD podem transformar a coleta de dados: o telhado da escola, antes invisível na perspectiva dos estudantes, tornou-se objeto mensurável e analisável. Os grupos estimaram a área disponível, identificaram obstáculos como caixas d'água e ventiladores e discutiram o impacto do sombreamento na eficiência dos painéis, considerações que foram incorporadas à matematização.

*A primeira coisa foi entender o problema: quanto de energia precisa para abastecer? A gente precisou analisar as faturas e eles perceberam que tinha inconsistência nos dados da prefeitura. Isso gerou uma discussão muito rica.*

*A gente foi pro Google Earth para visualizar as condições do telhado. Pelo Google Earth eles conseguiram medir a área disponível, identificar a orientação e a inclinação.*

*Esse software pega o dimensionamento tridimensional da escola. Os estudantes tiveram que construir toda a estrutura, cada detalhe do telhado foi recriado por eles em 3D.*

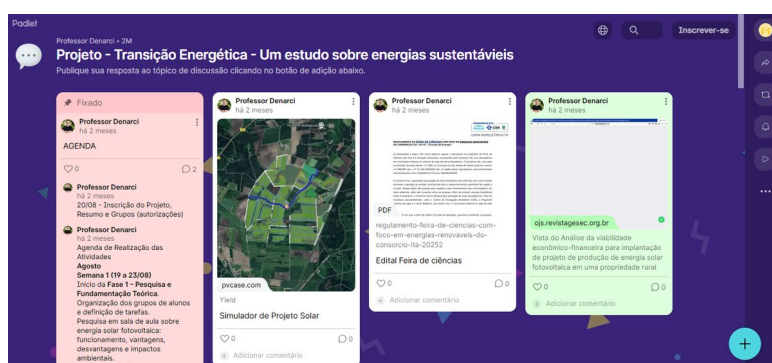
*Trabalhar watts com o oitavo ano foi uma dificuldade. Os estudantes tentavam trocar isso como se fosse litros, como se fosse uma coisa tangível. Então a gente trabalhou muito a unidade de medida de energia.*

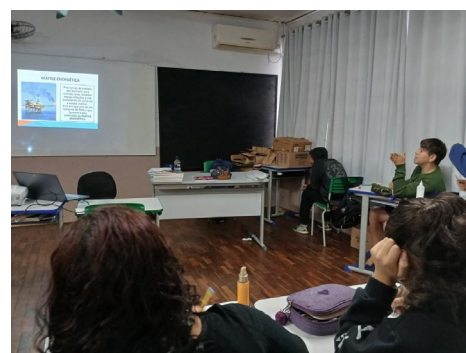
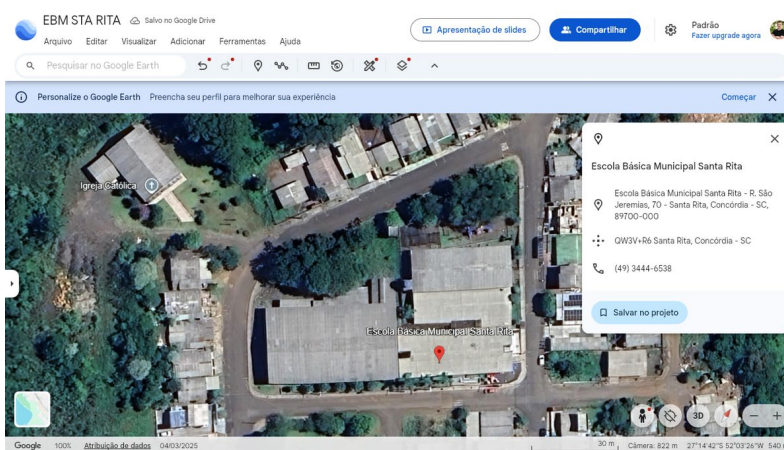
*Alguns defenderam que precisavam mais placas para suprir a necessidade do inverno. Outros defenderam que menos placas bastavam considerando a média anual. O debate foi excelente.*

*Teve um grupo que acertou exatamente a quantidade de placas e a produção de energia exata que o software calculou. Fui verificar e bate exatamente, eles chegaram ao mesmo resultado por caminhos diferentes.*

*Foi um conjunto, os técnicos, a escola, o projeto em si. As empresas aqui são muito hospitaleiras, nos receberam muito bem. Isso mostrou que a matemática pode abrir portas para o mundo real.*

## Evidências





## Resultados Alcançados

### Mobilização de conhecimentos matemáticos em contexto real

Os estudantes aplicaram proporcionalidade, álgebra e geometria (cálculo de área) a um problema aberto, com dados reais e múltiplas variáveis. A planilha eletrônica tornou visível a estrutura matemática do problema, evidenciando as relações entre as grandezas envolvidas.

### Integração intencional das TD

A prática demonstrou que diferentes TD podem ser integradas de forma complementar e progressiva: o *Google Earth* para coleta espacial, a planilha para matematização e simulação de cenários, e o PvCase para simulação especializada. Cada TD cumpriu um papel específico em uma fase da MM, evidenciando o que Bittar (2010) denomina integração e não mera inserção das TD ao ensino.

### Consciência ambiental fundamentada em dados

A articulação entre Matemática e sustentabilidade não se deu apenas pelo tema escolhido, mas pela forma como os estudantes precisaram calcular, comparar e validar dados para chegar a conclusões sobre a viabilidade da usina. A consciência ambiental emergiu do raciocínio matemático e não de um discurso externo a ele.

## Limitações e potencialidades

O professor identificou limitações ao longo da implementação. O tempo disponível revelou-se insuficiente para o desenvolvimento completo de todas as etapas com a profundidade inicialmente planejada. A compreensão dos conceitos técnicos de energia solar fotovoltaica e de potência elétrica demandou mais tempo do que o previsto, necessitando retomadas conceituais durante as fases de matematização. Por fim, a disponibilidade de dados reais, especialmente a conta de luz da escola, dependeu da colaboração da gestão escolar, o que introduziu uma variável externa ao planejamento pedagógico.

Essas limitações não invalidam a prática, ao contrário, evidenciam condições reais do trabalho docente que qualquer professor interessado em replicar a proposta precisa conhecer e planejar. A consciência desses desafios é, em si mesma, parte do aprendizado produzido pela experiência formativa.

Como potencialidades, destacam-se: a natureza autêntica e local do problema, que manteve o engajamento dos estudantes ao longo das 12 aulas; a articulação entre diferentes TD (PvCase, *Google Earth* e *Google Sheets*); e a produção de um relatório técnico que simula práticas reais de engenharia e gestão energética.

## Reflexão do autor

*Esta foi a prática que mais desafiou e mais recompensou. A questão norteadora sobre o custo de uma usina fotovoltaica escolar não tinha resposta única nem caminho predefinido: cada grupo chegou a um orçamento diferente, com hipóteses distintas e modelos com diferentes graus de precisão.*

*O momento em que os estudantes confrontaram os resultados da simulação no PvCase com o consumo real da escola, perguntando se o sistema seria suficiente, se haveria excedente de energia, se o payback seria viável, foi o momento em que a Matemática se tornou, de fato, uma linguagem para compreender e transformar a realidade. Não era mais um exercício escolar: era uma análise real de um problema real, com implicações financeiras e ambientais concretas para a escola onde estudavam.*

*A articulação entre as TD foi o que tornou possível essa experiência. Sem o Google Earth, não haveria dados espaciais reais. Sem a planilha, os cálculos seriam lentos demais para permitir a comparação de cenários. Sem o PvCase, a simulação seria apenas estimativa. Cada TD ampliou o que era possível fazer e nenhuma delas poderia ser retirada sem empobrecer o problema.*

*A experiência mostrou que a qualidade da integração das TD depende diretamente das condições de acesso e que essa dependência precisa ser mapeada antes do início da prática, não durante.*

---

## Referências

---

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. MM na Educação Básica. 1. ed. 2. reimpr. São Paulo: Contexto, 2022.
- BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 12, n. 3, p. 252-263, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- COP30 BRASIL. COP30 Brasil Amazônia. Disponível em: <https://cop30.br/pt-br>. Acesso em: 5 set. 2025.
- PORTAL SOLAR. Fontes de Energia Renováveis: tudo o que você precisa saber. Disponível em: <https://www.portalsolar.com.br/fontes-de-energia-renovaveis.html>. Acesso em: 20 set. 2025.
- UNESCO. UNESCO e Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Disponível em: <https://www.unesco.org/en/sdgs>. Acesso em: 5 set. 2025.



**Como citar este capítulo:** KOWATSKI, Denarci Roque. *Energia sob medida: Modelagem Matemática e a usina solar da escola*. In: NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades**. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. cap. IV, p. 31-38.

## CAPÍTULO V

### *O cofre e a forma: Modelagem Matemática com Geometria Espacial e finanças*

CHEILA LUCAS DOS SANTOS

#### Identificação da Prática

<b>Professora</b>	Cheila Lucas dos Santos
<b>Escola</b>	C.E. José Marcondes Sobrinho — Laranjeiras do Sul/PR
<b>Nível/Turma</b>	3ª série   Ensino Médio
<b>Componente Curricular</b>	Matemática e Educação Financeira   Unidade temática: Geometria Espacial
<b>Questão norteadora</b>	Como usar formas geométricas para construir um cofre que ajude a planejar uma economia mensal?
<b>Tecnologias Digitais</b>	GeoGebra 3D · planilha eletrônica ( <i>Excel/Google Sheets</i> )
<b>Número de aulas</b>	3 aulas

#### Objetivos de Aprendizagem

- Identificar e analisar características de poliedros: faces, arestas, vértices e propriedades geométricas.
- Construir um modelo físico de cofre usando formas geométricas definidas no GeoGebra 3D.
- Aplicar fórmulas matemáticas para calcular volumes de poliedros e estimar a capacidade de armazenamento.
- Modelar matematicamente a economia mensal por meio de função linear, relacionando valor poupado e tempo.
- Estimular a tomada de decisões fundamentada em projeções matemáticas, desenvolvendo a autonomia financeira.

#### Habilidades emergentes da BNCC

- EM13MAT201 — Propor ou participar de ações adequadas às demandas da comunidade, envolvendo medições e cálculos de volume e capacidade.
- EM13MAT203 — Aplicar conceitos matemáticos no planejamento de ações com utilização de aplicativos e planilhas para tomada de decisões.

## Justificativa

A prática integra dois campos do conhecimento raramente articulados de forma direta no Ensino Médio: a Geometria Espacial e a Educação Financeira. Ao construir um cofre geométrico, as estudantes<sup>1</sup> não apenas aplicam fórmulas de volume, elas transformam um objeto concreto em instrumento de planejamento financeiro pessoal, tornando palpável a ideia abstrata de poupança.

A justificativa ganha força quando se considera o contexto da escola: situada em uma região periférica, o Colégio Estadual José Marcondes Sobrinho atende estudantes para quem a Educação Financeira não é um tema acadêmico distante, mas uma necessidade cotidiana. Planejar a integração de recursos limitados, estabelecer metas de poupança e tomar decisões informadas são práticas que impactam diretamente a vida dessas jovens. A prática reconhece esse contexto e coloca a Matemática a seu serviço.

A articulação com o GeoGebra 3D e com a planilha eletrônica não é mero recurso técnico, é escolha pedagógica intencional. O *software* permite que as estudantes visualizem e dimensionem o poliedro antes de construí-lo fisicamente, conectando a representação virtual ao objeto real. A planilha, por sua vez, transforma a relação entre tempo e economia em modelo matemático manipulável: ao alterar o valor semanal de poupança, as estudantes observam o impacto sobre o montante acumulado em diferentes períodos.

## Desenvolvimento — As Quatro Fases da Modelagem Matemática

### FASE 1

#### Inteiração – Definição do problema e das condições de design

A fase de inteiração envolveu um processo de definição coletiva das condições que o cofre precisaria satisfazer. A professora mediu a discussão a partir da questão norteadora, conduzindo as estudantes a refletirem sobre: qual seria o valor ideal de uma meta mensal de poupança? O planejamento seria baseado em valor fixo semanal ou diário? Como a geometria do cofre poderia indicar visualmente o progresso em direção à meta?

A partir dessas questões, as estudantes definiram os parâmetros do projeto: valor a ser economizado por semana; horizonte temporal da meta (1, 3 ou 6 meses); tipo de moeda ou nota que seria guardada; e as dimensões aproximadas que tornariam o cofre prático e esteticamente agradável. O papelão e a cola quente foram escolhidos como materiais de construção pela viabilidade e acessibilidade.

Nessa etapa, as estudantes também exploraram no GeoGebra 3D diferentes formas geométricas, cubo e prisma de base quadrada, visualizando como as dimensões se relacionavam com a capacidade interna. Essa exploração prévia foi determinante para as escolhas feitas na fase de matematização.

### FASE 2

#### Matematização – Tradução em fórmulas e funções

Na fase de matematização, as estudantes formalizaram as relações identificadas na inteiração em linguagem matemática. A economia ao longo do tempo foi modelada pela função linear  $E(t) = v \cdot t$ , onde o tempo  $t$  é dado em semanas e o valor  $v$  representa o depósito semanal fixo. Esse modelo permitiu calcular e comparar o montante acumulado após diferentes períodos.

Para a geometria do cofre, foram aplicadas as fórmulas de volume dos poliedros escolhidos:  $V = a^3$  para o cubo (sendo  $a$  a medida da aresta) e  $V = l^2 \cdot h$  para o prisma de base quadrada (sendo  $l$  o lado da base e  $h$  a altura). A partir dos volumes calculados, as estudantes estimaram a capacidade em número de moedas, utilizando a razão entre o volume do cofre e o volume de uma moeda de R\$ 1,00, com um fator de correção de 60%

<sup>1</sup> Turma composta apenas por meninas.

a 64% para compensar os espaços entre as moedas cilíndricas.

A articulação entre os dois modelos, geométrico e financeiro, é o que confere à prática seu caráter de Modelagem Matemática: não se trata de resolver dois problemas separados, mas de integrar a capacidade física do cofre com a meta financeira planejada, verificando se o objeto construído seria suficiente para armazenar o montante pretendido.

### FASE 3

#### Resolução – GeoGebra 3D, construção física e planilha eletrônica

A fase de resolução foi a mais rica em termos de integração das TD e de articulação entre o virtual e o concreto. No GeoGebra 3D, as estudantes visualizaram o poliedro escolhido, definiram as dimensões e observaram como as medidas se relacionavam no espaço tridimensional, explorando a relação entre as arestas e o volume calculado.

Em seguida, usando régua, papelão, tesoura e cola quente, construíram fisicamente o cofre replicando as dimensões definidas no software. A comparação entre as dimensões teóricas (do GeoGebra) e as dimensões reais (do objeto construído) gerou reflexões importantes sobre precisão de medidas, tolerância de material e a diferença entre o modelo matemático e o artefato físico.

Com as dimensões definidas, calcularam o volume do cofre e estimaram quantas moedas caberiam, considerando o fator de correção para o empilhamento. Por fim, a planilha eletrônica foi utilizada para organizar os cálculos financeiros: definiram um valor fixo semanal de depósito e calcularam o montante acumulado após 1, 3 e 6 meses, criando uma tabela comparativa de cenários que tornava visível o impacto de diferentes componentes de poupança.

### FASE 4

#### Interpretação e Validação – Análise da eficiência e tomada de decisão

Na fase de interpretação e validação, as estudantes avaliaram a eficiência do cofre construído sob dois aspectos: a utilização do espaço (capacidade volumétrica) e a adequação ao planejamento financeiro estabelecido.

A análise comparativa entre o cubo e o prisma de base quadrada revelou que o prisma é, em geral, mais eficiente para um cofre de economia: maximiza o aproveitamento do espaço para notas e moedas, facilita o armazenamento em ambientes retangulares (como gavetas) e adapta-se melhor a diferentes metas financeiras por ser mais flexível em suas dimensões. O cubo, embora geometricamente elegante, apresenta limitações práticas quando a meta de economia demanda maior comprimento interno para notas dobradas.

A planilha eletrônica permitiu que as estudantes comparassem rapidamente diferentes cenários: aumentar o valor semanal de depósito, estender o prazo da meta ou reduzir as dimensões do cofre. Essa capacidade de simulação rápida é, em si mesma, um conhecimento matemático, a compreensão de que um modelo pode ser ajustado iterativamente para se aproximar das condições reais.

A validação final confrontou o volume calculado com a meta financeira: o cofre seria suficiente para armazenar o montante planejado? Grupos que identificaram insuficiência propuseram ajustes nas dimensões ou na estratégia de depósito, demonstrando que a MM não termina com uma resposta, mas com uma decisão fundamentada.

## Modelos matemáticos mobilizados

A prática mobilizou três modelos matemáticos articulados entre si:

$$E(t) = v \cdot t$$

*Modelo de economia ao longo do tempo:  $E(t)$  é o montante acumulado após  $t$  semanas;  $v$  é o valor economizado por semana. Permite projetar diferentes cenários de poupança.*

$$V_{\text{cubo}} = a^3 \quad | \quad V_{\text{prisma}} = l^2 \cdot h$$

*Cálculo do volume interno do cofre:  $a$  é a aresta do cubo;  $l$  é o lado da base e  $h$  é a altura do prisma de base quadrada. Determina a capacidade total de armazenamento.*

$$N_{\text{moedas}} \approx 0,62 \cdot (V_{\text{cofre}} / V_{\text{moeda}})$$

*Estimativa de moedas armazenáveis: como as moedas são cilíndricas, o empilhamento não preenche 100% do volume interno, o fator 0,62 a 0,64 representa a eficiência do empacotamento.*

## TD Integradas

A principal TD integrada foi o GeoGebra 3D, utilizado para modelar, visualizar e calcular as propriedades geométricas dos poliedros antes da construção física. Planilhas eletrônicas foram usadas para o planejamento financeiro, cálculo de metas de economia por dia, semana ou mês.

## Relato de Implementação

Ao construir o cofre, as alunas aplicaram conhecimentos sobre as propriedades das formas geométricas, reforçando o aprendizado espacial e lógico. Simultaneamente, o cofre auxiliou para introduzir o conceito de economia mensal.

A exploração no GeoGebra 3D e as possibilidades de visualizar o cubo e o prisma, alterar as dimensões e observar em tempo real o impacto no volume revela o potencial da integração das TD para ampliar a percepção espacial.

A planilha eletrônica trouxe a dimensão financeira de volta ao centro. Ao inserir o valor semanal de depósito e observar o montante acumulado em diferentes prazos, as estudantes perceberam, com números e não com palavras, o efeito da consistência na poupança. Ajustaram suas metas e descobriram que o cofre que construíram seria pequeno demais para a meta que haviam estabelecido, o que gerou uma rodada de revisão do projeto.

A prática foi concluída dentro das 3 aulas previstas. O resultado principal, identificado pelas próprias estudantes na fase de validação, foi que o Prisma de Base Quadrada é geralmente mais eficiente para um cofre de economia, por maximizar o uso do espaço e facilitar o armazenamento. Esse resultado não foi dado pela professora: emergiu do processo de análise e comparação conduzido pelas estudantes.

A seguir, a professora relata suas percepções sobre a implementação.

*Eu achei, falar bem a verdade: quando eu fiz, pensei que não ia dar certo, porque elas iam falar ah, professora, que coisa boba. Mas não! Elas toparam e aí foi aquela coisa de encantamento.*

A atividade iniciou com uma conversa sobre Educação Financeira — quanto as estudantes poderiam economizar por dia, e, a partir daí, as dimensões do cofre foram calculadas.

*Começamos fazendo uma conversa sobre o quanto elas poderiam estar juntando de moedinhas de 1 real por dia. A partir daí, calculamos quantas moedas caberiam e qual seria o volume necessário para o cofre.*

*Eu coloquei para elas utilizarem o GeoGebra para escolher um tamanho e um poliedro. Daí elas falaram: professora, esse não cabe as moedas. Então elas foram ajustando.*

*Elas ficaram girando o modelo no GeoGebra, explorando para todos os lados. Demonstraram muito entusiasmo com o GeoGebra 3D. Esse foi o grande encantamento da prática.*

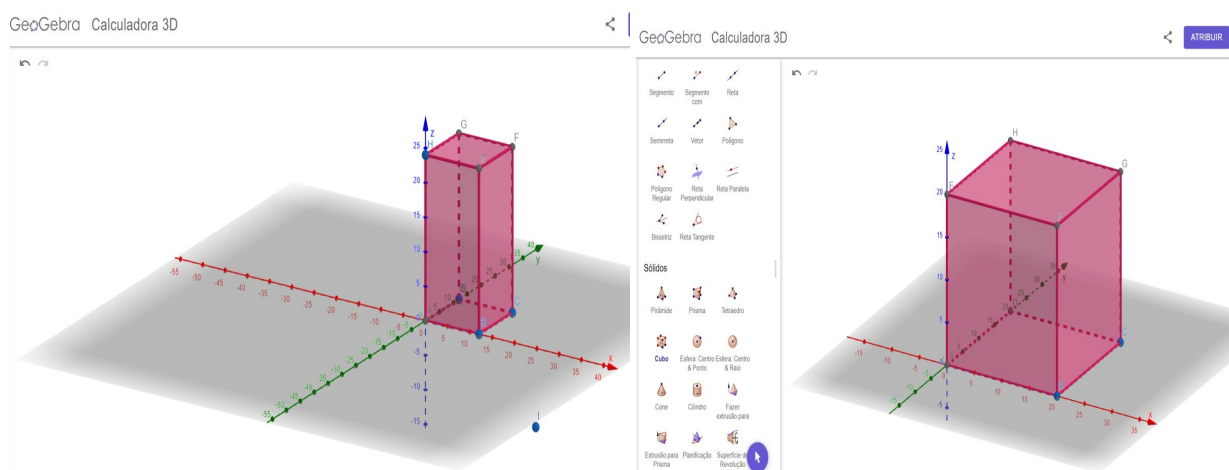
Com as dimensões calculadas e validadas no GeoGebra, as estudantes partiram para a construção física dos cofres com materiais concretos. A construção física do cofre de papelão foi o momento de maior envolvimento coletivo.

*Elas construíram, montaram. Escolheram papelão, cola quente, tesouras, régua e afins. Pintaram no final.*

*Na verdade, quando eu fiz o plano, eu analisei que seria por dia. Mas daí depois eu até mudei no meio, porque percebemos que a meta semanal fazia mais sentido para a realidade delas.*

*No fundo, elas falaram: professora, não é a forma geométrica que vai fazer a gente poupar alguma coisa, é a nossa vontade. Essa reflexão final foi mais importante que qualquer cálculo.*

## Evidências



<b>Cubo</b>	$a = 20 \text{ cm}$	<b>Prisma de base quadrada</b>	$l = 12 \text{ cm}$	$h = 24 \text{ cm}$
<b>Volume:</b>	$a^3$ $20^3$ $8000 \text{ cm}^3$	<b>Volume:</b>	$l^2 \cdot h$ $12^2 \cdot 24$ $144 \cdot 24$ $3456 \text{ cm}^3$	
<b>Moeda:</b>	1 Real			
<b>Volume:</b>	$\pi \cdot r^2 \cdot h$ $3,1416 \cdot 1,3^2 \cdot 0,15$ $3,1416 \cdot 1,69 \cdot 0,15$ $3,1416 \cdot 0,2535$ $0,7964 \text{ cm}^3$			
<b>Capacidade:</b>	Moeda	<b>Capacidade:</b>	Moeda	
<b>Cubo:</b>	8000 $\text{cm}^3$	<b>Prisma de Base Quadrada:</b>	3456 $\text{cm}^3$	
<b>Moeda:</b>	0,7964 $\text{cm}^3$	<b>Moeda:</b>	0,7964 $\text{cm}^3$	
	60%		60%	2073,6 $\text{cm}^3$
<b>Vcofre/Vmoeda</b>	6027,122049 moedas	<b>Vcofre/Vmoeda</b>	4339,527875 moedas	

<b>Economia:</b>	$E(t) = v \cdot t$	<b>Moedas - 1 Real</b>
------------------	--------------------	------------------------

	Caroline	
1 mes	15 x 4	60 reais
3 meses	15 x 12	180 reais
6 meses	15 x 24	360 reais

	Andrelise	
1 mes	10 x 4	40 reais
3 meses	10 x 12	120 reais
6 meses	10 x 24	240 reais

<b>Cubo:</b>	6027 moedas		
15 reais/semana:	414 semanas	104 meses	9 anos
10 reais/semana:	621 semanas	156 meses	13 anos

<b>Prisma:</b>	4339 moedas		
15 reais/semana:	290 semanas	73 meses	6 anos
10 reais/semana:	434 semanas	109 meses	9 anos





## Resultados Alcançados

### Integração entre Geometria e Educação Financeira

A prática demonstrou que é possível articular Geometria Espacial e Educação. O cofre funcionou como artefato geométrico (com volume calculável) e recurso financeiro (com capacidade de armazenamento vinculada a uma meta de poupança).

### Articulação entre virtual e concreto

A sequência GeoGebra 3D → construção física → planilha configurou uma progressão pedagógica coerente: da visualização abstrata à manipulação concreta, chegando à simulação e projeção financeira. O GeoGebra permitiu que as estudantes chegassem à construção física com dimensões precisas e com compreensão da relação entre medidas e volume, algo que dificilmente ocorreria sem a exploração virtual prévia.

### Tomada de decisão fundamentada em dados

A validação final que confrontou a capacidade do cofre com a meta financeira estabelecida, produziu um tipo de aprendizagem raramente alcançado nos exercícios tradicionais: a percepção de que a Matemática serve para tomar melhores decisões. As estudantes que identificaram que seu cofre era insuficiente para a meta planejada tomaram decisões matemáticas concretas: aumentar as dimensões, reduzir a meta ou estender o prazo.

## Limites e potencialidades

A principal limitação da prática foi a simplificação inerente ao modelo matemático de estimativa de moedas: como as moedas são cilíndricas, o empilhamento não preenche 100% do volume interno, e o fator de correção utilizado (60% a 64%) é uma aproximação. Essa limitação foi explicitamente discutida com as estudantes como parte da fase de validação, tornando-se, assim, conteúdo pedagógico em vez de problema a ser escondido.

Outra limitação é que a geometria do cofre, por si só, não garante a disciplina financeira: um cofre que pode ser aberto a qualquer momento não cumpre sua função de fomentar a poupança. Essa constatação abriu espaço para uma discussão sobre o papel dos instrumentos (físicos ou digitais) no apoio à tomada de decisão e sobre os limites do que a Matemática pode e não pode fazer por nós.

Como potencialidades, destaca-se a acessibilidade da prática: os materiais de construção (papelão, cola quente, régua) são de baixo custo e amplamente disponíveis; o GeoGebra é gratuito; e a planilha eletrônica pode ser utilizada tanto no computador quanto no celular. Essa combinação torna a prática replicável em diferentes contextos escolares, independentemente de infraestrutura tecnológica.

## Reflexão da autora

Falar sobre economia mensal em uma escola não é falar de algo distante e abstrato: é falar de decisões que as estudantes e suas famílias tomam cotidianamente, muitas vezes sem os recursos pedagógicos matemáticos para tomá-las com mais clareza.

O momento que mais me marcou foi quando uma estudante percebeu, pela planilha, que guardar R\$ 5,00 por semana durante 6 meses resultaria em R\$ 130,00 e que isso seria suficiente para comprar o presente que queria dar para sua mãe no aniversário. Não foi um exercício escolar: foi a Matemática respondendo a uma pergunta real. É esse o potencial da MM que o curso de formação me ajudou a ver com mais clareza.

A articulação entre o GeoGebra 3D e a construção física foi a escolha pedagógica que mais me orgulhou. Muitas estudantes chegaram à fase de construção com uma compreensão espacial que não teriam desenvolvido apenas com fórmulas no caderno. Ver o volume calculado transformar-se em objeto concreto, com as imperfeições próprias do papelão e da cola quente, foi um momento de aprendizagem que a tela do computador sozinha não poderia proporcionar.

Para práticas futuras, pretendo ampliar a fase de validação, dedicando mais tempo à comparação sistemática entre o cofre construído e às discussões sobre as implicações financeiras de cada escolha geométrica. A Educação Financeira tem muito a ganhar com a Geometria e vice-versa.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. MM na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2022.

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de Matemática. Educação Matemática Pesquisa, v. 12, n. 3, p. 252-263, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

GEOGEBRA. GeoGebra 3D Calculator. Disponível em: <https://www.geogebra.org/3d>. Acesso em: out. 2025.



**Como citar este capítulo:** SANTOS, Cheila Lucas dos. O cofre e a forma: Modelagem Matemática com Geometria Espacial e finanças. In: NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades**. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. cap. V, p. 39-47.

## CAPÍTULO VI

### Da escola à biblioteca: uma experiência interdisciplinar com Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais

ALESSANDRA LUBACHESKI MAYER

#### Identificação da Prática

Professora	Alessandra Lubacheski Mayer
Escola	E.M. Padre Gabriel Kluska — Cantagalo/PR
Nível/Turma	4º ano   Ensino Fundamental (Anos Iniciais)
Componente Curricular	Matemática (interdisciplinar: História e Geografia)
Questão norteadora	Quantos passos são necessários para ir da Escola até a Biblioteca Municipal?
Tecnologias Digitais	Google Maps (exibido em TV via notebook + HDMI) · RachaCuca (caça-palavras)
Número de aulas	2 aulas

#### Objetivos de Aprendizagem

- Compreender, de forma interdisciplinar, o conceito de patrimônio histórico municipal de Cantagalo/PR, reconhecendo sua importância para a identidade da comunidade.
- Analisar como os órgãos públicos municipais atuam na preservação do patrimônio cultural local.
- Identificar e valorizar os patrimônios históricos do município e compreender seu papel cultural.
- Reconhecer as funções dos órgãos públicos municipais voltados à cultura e à preservação do patrimônio.
- Utilizar a Matemática para interpretar dados reais: medir distâncias com o *Google Maps* e calcular o número aproximado de passos da escola até a Biblioteca Municipal.
- Transformar unidades de medida: km → m → cm.

#### Habilidades emergentes da BNCC

- EF04MA20 — Medir e comparar comprimentos utilizando unidades de medida padronizadas.
- EF04MA22 — Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos, a movimentação de pessoas no espaço.
- EF04HI03 — Identificar as transformações ocorridas na cidade ao longo do tempo e discutir suas interferências nos modos de vida de seus habitantes.
- EF04GE03 — Distinguir funções e papéis dos órgãos do poder público municipal e canais de participação social na gestão do Município.

## Justificativa

Esta prática se distingue das demais da formação, pelo fato da professora enxergar interdisciplinariedade entre os componentes de Matemática, História e Geografia, articulados em torno de uma questão que mobiliza o território vivido pelos estudantes. A Biblioteca Municipal Valdemiro José Bona não é um destino abstrato, é um espaço que os estudantes conhecem, que faz parte da paisagem do município, e que carrega uma história cultural.

A escolha do *Google Maps* como tecnologia principal reflete uma decisão pedagógica coerente com a etapa de ensino: é uma TD já familiar para muitas crianças, que permite uma visualização imediata do trajeto e da distância, transformando dados geográficos em objetos matemáticos mensuráveis. A professora aproveitou a funcionalidade de medição de distâncias do aplicativo para situar o problema numericamente, oferecendo aos estudantes um ponto de partida concreto para os cálculos subsequentes.

A opção por trabalhar com o passo do próprio estudante como unidade de medida é, ao mesmo tempo, uma decisão matemática e pedagógica: cada estudante chegará a um resultado diferente e essa variação individual não é um erro, mas um dado relevante que amplia e a discussão sobre estimativa, precisão e variabilidade. Raramente uma atividade de medida de comprimento nos Anos Iniciais proporciona esse nível de reflexão sobre a natureza da medição.

### Dado da atividade — distância medida com o *Google Maps*

Distância da Escola Municipal Padre Gabriel Kluska até a Biblioteca Municipal Valdemiro José Bona: 1,3 quilômetros. Transformações realizadas: 1,3 km = 1.300 m = 130.000 cm.

## Desenvolvimento — As Quatro Fases da Modelagem Matemática

### FASE 1

#### Inteiração – Medição da distância com o *Google Maps*

A professora iniciou a atividade apresentando a questão norteadora aos estudantes: Quantos passos são necessários para ir da escola até a Biblioteca Municipal? Para tornar o problema concreto, utilizou o *Google Maps* no *notebook* da escola, projetando a visualização do mapa na TV por meio de um cabo HDMI. Dessa forma, todos os estudantes puderam observar coletivamente o trajeto entre os dois pontos.

A distância identificada pelo aplicativo foi de 1,3 quilômetros, um valor com significado geográfico imediato para os estudantes, que puderam visualizar o trajeto no mapa e reconhecer ruas e referências familiares do seu município. Esse momento de reconhecimento do espaço vivido no mapa digital é, por si só, uma aprendizagem geográfica relevante.

A professora conduziu a turma a refletir sobre o que esse número significava: 1,3 quilômetros é muito? Pouco? Como poderíamos expressar essa distância de outras formas? Essas perguntas prepararam o terreno para a fase de matematização.

### FASE 2

#### Matematização – Transformação de unidades e cálculos de passos

Na fase de matematização, os estudantes transformaram a distância obtida no *Google Maps* em outras unidades de medida. O percurso de 1,3 km foi convertido em metros (1.300 m) e, em seguida, em centímetros (130.000 cm). Essa sequência de transformações mobilizou as relações entre unidades do Sistema Internacional e contextualizou operações de multiplicação que, em exercícios abstratos, frequentemente perdem sentido para os estudantes dos anos iniciais.

Em seguida, cada estudante mediu o comprimento do próprio passo, o que introduziu uma variável individual no problema. Com o comprimento do passo em centímetros, cada estudante calculou quantos passos precisaria dar para percorrer os 130.000 cm da distância até a biblioteca. O resultado variou de estudante para estudante, gerando uma coleção de respostas diferentes para a mesma questão norteadora.

Essa variação foi o coração pedagógico da fase de matematização: a professora aproveitou o momento para discutir por que as respostas eram diferentes, mesmo que todos estivessem calculando a mesma distância, introduzindo, de forma acessível e concreta, o conceito de variabilidade individual na medição.

### FASE 3

#### Resolução – Cálculos com medidas reais e síntese digital

Na fase de resolução, os estudantes realizaram o cálculo do número de passos utilizando as medidas que eles próprios coletaram: o comprimento do passo (em centímetros) e a distância total transformada (130.000 cm). As operações foram realizadas individualmente, com apoio da professora para os estudantes com mais dificuldade.

Para a síntese e consolidação do vocabulário trabalhado ao longo dos três componentes curriculares envolvidos, Matemática, História e Geografia, a professora utilizou um caça-palavras criado no site RachaCuca. A atividade digital reuniu, em um único instrumento lúdico, termos relativos às medidas de comprimento, ao patrimônio histórico municipal e às funções dos órgãos públicos. O caça-palavras foi resolvido coletivamente, com os estudantes identificando as palavras e relacionando-as aos conteúdos trabalhados nas aulas.

### FASE 4

#### Interpretação e Validação – Reflexão sobre os resultados e conexões interdisciplinares

A fase de interpretação e validação articulou os resultados matemáticos com os conteúdos de História e Geografia trabalhados no mesmo período. Em História, os estudantes estudaram os patrimônios públicos da cidade de Cantagalo/PR, tendo a Biblioteca Municipal como exemplo concreto, um espaço que, agora, não era apenas um lugar no mapa, mas um destino calculado em passos.

Em Geografia, as funções e papéis dos órgãos do poder público municipal foram explorados por meio do caça-palavras digital, que consolidou o vocabulário e promoveu a conexão entre os componentes. A atividade demonstrou que um mesmo espaço urbano pode ser objeto de estudo em diferentes áreas do conhecimento e que a Matemática oferece meios para mensurar o que a História e a Geografia contextualizam.

A validação dos resultados assumiu um caráter prospectivo: vários estudantes manifestaram a intenção de testar na prática, caminhando até a biblioteca e contando os próprios passos, se os cálculos estariam de acordo com a realidade. Esse desejo de verificar o modelo no mundo real é uma das expressões mais genuínas do que a MM pode provocar nos estudantes: a percepção de que a Matemática não termina na sala de aula.

## TD Integradas

As TD integradas foram o *Google Maps* (notebook + HDMI na TV), projetado na televisão da sala para visualizar a distância real entre a escola e a biblioteca (1,3 km) e o RachaCuca, plataforma de palavras cruzadas usada de forma interdisciplinar com conteúdo de Geografia e História.

## Relato de Implementação

A abertura com o *Google Maps* na TV foi um momento de atenção coletiva. Os estudantes identificaram a escola, reconheceram ruas e pontos de referência do município e acompanharam com interesse o traçado do percurso até a biblioteca. A distância de 1,3 km, exibida pelo aplicativo, foi o ponto de partida para as transformações matemáticas, partindo de uma medição digital real, e não de um enunciado de livro didático.

A medição do próprio passo foi o momento de maior envolvimento individual. Cada estudante utilizou uma trena para medir o comprimento de um passo, registrou o valor no caderno e calculou quantos passos precisaria dar para percorrer 130.000 cm. A diversidade de resultados gerou uma discussão sobre por que as respostas eram diferentes e o que isso significava: os passos menores precisam ser mais numerosos para cobrir a mesma distância. A partir dos comprimentos de passo registrados (entre 43 cm e 56 cm), os resultados variaram entre aproximadamente 2.300 e 3.000 passos.

O caça-palavras criado no RachaCuca encerrou a prática, reunindo em uma única atividade os termos das três componentes curriculares trabalhados: quilômetro, metro, centímetro, biblioteca, patrimônio, município, poder público.

Como limitação principal, a professora destacou que não foi possível realizar a medição no *Google Earth*, que havia sido planejado como alternativa ao *Maps* para maior precisão das medidas. O objetivo original era que todos os estudantes pudessem manipular o aplicativo individualmente, mas, como a maioria não possuía celular, a atividade foi realizada de forma coletiva, com visualização na TV. Essa limitação, no entanto, não comprometeu os objetivos da prática e a discussão sobre as diferenças entre os recursos digitais disponíveis tornou-se ela própria um conteúdo pedagógico.

Ao final da prática, vários estudantes manifestaram o desejo de verificar na prática, caminhando até a biblioteca e contando os passos, se os cálculos estariam corretos. Esse entusiasmo é um dos indicadores de o engajamento com o problema.

A seguir, a professora relata suas percepções sobre a implementação.

*No começo, não sabia como encaixar a matemática, porque eu não tenho a matemática em si. Como estava trabalhando com ciências e português, pensei: onde entra a matemática aqui? Mas foi natural.*

*É uma escola no município, não tem computador, não tem laboratório, tem só uma TV em sala. Pensei: como eu vou fazer isso? Mas o Google Maps na televisão funcionou muito bem.*

*No Google Maps, mostrei na TV. Já foi feita a medição, dava 1 km e 300 m até chegar à biblioteca. Eles viram no mapa, viram a rota, e aí começamos a pensar: quantos passos cada um de nós daria?*

*Depois foi calculado o espaço deles, um por um, vinham animados, anotavam no caderno. Estavam sentindo que eram parte de uma pesquisa de verdade.*

*Nos passos que deu entre 43 cm, deu mais de 1000 passos. E eles queriam ir fazer no real lá, sabe? Eles tinham tanta vontade de ir até a biblioteca pra confirmar o cálculo!*

*Foi bem trabalhoso: com 31 estudantes numa sala agitada, eles queriam fazer a medição do próprio passo um por um. Mas eu consegui fazer a medição de cada um dos 30.*

*Pensei: vou encaixar em geografia o RachaCuca numa cruzadinha, as funções dos órgãos públicos, os espaços da cidade. A biblioteca entrou como exemplo concreto nos verbetes.*

## Evidências



## Resultados Alcançados

### Interdisciplinaridade

A prática demonstrou que a interdisciplinaridade não precisa ser forçada ou artificial: quando Matemática, História e Geografia se articulam em torno de um objeto concreto, o percurso da escola à biblioteca, cada componente curricular contribui com uma perspectiva que enriquece as demais. Os estudantes perceberam que o mesmo espaço pode ser medido, historicizado e contextualizado politicamente.

### Variabilidade como conteúdo pedagógico

A diversidade de resultados individuais no cálculo de passos tornou-se um dos momentos principais da prática. Ao discutir por que cada estudante chegou a um número diferente, sem que nenhum estivesse errado, a professora introduziu o conceito de variabilidade na medição. Esse é um conteúdo que raramente emerge com tanta naturalidade em atividades tradicionais de medida de comprimento.

### Validação como extensão da sala de aula

O desejo de vários estudantes de testar os cálculos na prática, caminhando até a biblioteca, revela que mesmo que a validação empírica não tenha ocorrido dentro do tempo escolar, o fato de que os estudantes a conceberam espontaneamente indica que compreenderam o problema como algo real e verificável e não como um exercício escolar com resposta já conhecida pelo professor.

## Limitações e potencialidades

A principal limitação encontrada foi a impossibilidade de que todos os estudantes manipulassem individualmente o aplicativo de mapa, o que teria permitido uma exploração mais autônoma e personalizada do trajeto. A ausência de dispositivos individuais (celulares ou *tablets*) restringiu a atividade à visualização coletiva na TV, reduzindo o potencial interativo das TD.

A não integração do *Google Earth*, planejado como alternativa para maior precisão das medidas, também foi identificado como limitação. A diferença entre os dois aplicativos em termos de funcionalidades poderia ter enriquecido a discussão sobre as diferentes TD disponíveis para medição de distâncias.

Como potencialidades, destaca-se a acessibilidade e a replicabilidade da prática: o *Google Maps* é gratuito, acessível em qualquer dispositivo com internet, e familiar para crianças e professores. O RachaCuca também é gratuito e permite criar atividades personalizadas com vocabulário específico de qualquer tema. Essa combinação torna a prática viável em contextos com infraestrutura tecnológica limitada, bastando um único dispositivo com projeção coletiva para que os objetivos principais sejam alcançados.

A proposta tem ainda alto potencial de expansão: uma versão ampliada poderia incluir a caminhada real até a biblioteca, com contagem dos passos e comparação com os resultados calculados, configurando uma validação empírica completa do modelo. Essa extensão conectaria a escola ao território do município de forma direta, fortalecendo o vínculo entre aprendizagem escolar e vida comunitária.

## Reflexão da autora

*O que mais me marcou nesta prática foi perceber que crianças do 4º ano podem trabalhar com problemas matemáticos reais, desde que o ponto de partida seja algo que elas conheçam e valorizem. A biblioteca não é um lugar abstrato: é um espaço do município onde algumas delas já estiveram, e que outros gostariam de conhecer.*

*A descoberta de que cada estudante chegaria a um número diferente de passos foi o momento mais interessante da prática e o mais difícil de antecipar. Quando começaram a comparar os resultados e a perceber que os colegas com passos maiores precisavam dar menos passos para cobrir a mesma distância, vi algo acontecer que raramente se produz com exercícios de livro: a compreensão real de uma relação matemática, construída a partir da própria experiência corporal.*

*A integração com História e Geografia foi natural, não porque eu planejei encaixar os três componentes em uma única aula, mas porque o objeto da atividade (a biblioteca municipal) já era objeto de estudo nessas áreas. A MM me permitiu usar o que já estava sendo trabalhado como ponto de partida para o problema matemático, em vez de criar uma atividade separada e desconectada.*

*Para práticas futuras, meu principal objetivo é realizar a validação empírica: caminhar com os estudantes até a biblioteca, contar os passos e comparar com os cálculos. Sei que isso demanda articulação com a gestão escolar e com os responsáveis, mas o potencial pedagógico dessa experiência justifica o esforço.*

## Referências

AMOP. Proposta Pedagógica Curricular: Ensino Fundamental (Anos Iniciais) Rede Pública Municipal — Região da AMOP. Cascavel: AMOP, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

LRCOM. Livro Registro de Classe Municípios. Cantagalo: Secretaria Municipal de Educação, 2025.

RACHACUCA. Criador de caça-palavras digital. Disponível em: <https://rachacuca.com.br>. Acesso em: 13 out. 2025.

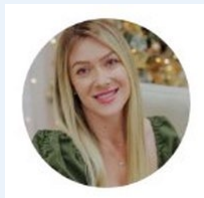
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ. Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP). Disponível em: <https://professor.escoladigital.pr.gov.br/crep>. Acesso em: 03 out. 2025.



**Como citar este capítulo:** *MAYER, Alessandra Lubacheski. Da escola à biblioteca: uma experiência interdisciplinar com Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais. In: NAHIRNE, Ana Paula; BOSCARIOLI, Clodis (Org.). Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais na Educação: explorando possibilidades. Laranjeiras do Sul: Edição dos Autores, 2026. cap. VI, p. 48-54.*

## Sobre os Organizadores

### Ana Paula Nahirne



Doutora em Educação em Ciências e Educação Matemática pela Unioeste (2026). Mestre em Educação pela Unioeste (2017). Especialista em Educação do Campo (Unicentro, 2016), Metodologia de Ensino de Matemática (Uniasselvi, 2015) e Educação do Campo (Esap, 2013). Bacharela em Engenharia Mecânica (FAG, 2018). Licenciada em Matemática (Unopar, 2016) e em Educação do Campo com habilitação em Ciências da Natureza e Matemática (Unicentro, 2013). Professora da SEED-PR, vinculada ao QPM desde 2024, em Laranjeiras do Sul. Membro do GTIE/Unioeste.

**Interesses de Pesquisa:** Educação Matemática · Tecnologias Digitais · Modelagem Matemática · Formação com Professores · Conhecimentos docentes TPACK

### Clodis Boscaroli



Doutor em Engenharia Elétrica pela USP (2008). Mestre em Informática pela UFPR (2002). Bacharel em Informática e especialista em Ciência da Computação pela UEPG (1996/1999). Especialista em Formulação e Gestão de Políticas Públicas pela Escola de Governo do Paraná/Unioeste (2008). Professor Associado na Unioeste, campus de Cascavel. Docente permanente no PPGECEM e no PPGComp/Unioeste. Líder do GTIE/Unioeste.

**Interesses de Pesquisa:** Informática na Educação [Matemática] · Pensamento Computacional · Educação em Computação · Formação com Professores

