UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
LINHA DE PESQUISA: METODOLOGIA PARA ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Uma sequência de atividades para o ensino de problemas do 2º grau por atividades experimentais

Diego Nazareno da Silva Gomes
Maria de Lourdes Silva Santos
Pedro Franco de Sá
------- Belém ------
2026

Diego Nazareno da Silva Gomes
Maria de Lourdes Silva Santos
Pedro Franco de Sá

Uma sequência de atividades para o Ensino de problemas de 2° grau por Atividades Experimentais

Produto Educacional apresentado como requisito obrigatório para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM), da Universidade do Estado do Pará (UEPA).

Linha de Pesquisa: Metodologia para Ensino de Matemática no Ensino Fundamental

Orientadora: Profª. Dra. Maria de Lourdes Silva Santos

Coorientador: Profº. Dr. Pedro Franco de Sá

BELÉM/PA

2026

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com o ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade do Estado do Pará

G633s Gomes, Diego Nazareno da Silva

Uma sequência de atividades para o Ensino de problemas de 2° grau por Atividades Experimentais / Diego Nazareno da Silva Gomes, Maria de Lourdes Silva Santos, Pedro Franco de Sá. — Belém, 2026.
86 f. : il. color.

ISBN: 978-65-02-12939-5

Produto educacional vinculado à dissertação “Um diagnóstico do ensino e aprendizagem sobre problemas do 2° grau” do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGEM) - Universidade do Estado do Pará, Campus I - Belém, 2026.

1. Educação Matemática. 2. Equação do segundo grau. 3. Dificuldades de aprendizagem. 4. Resolução de problemas. I. Santos, Maria de Lourdes Silva. II. Sá, Pedro Franco de. III. Título.

CDD 22.ed. 510.7

Elaborado por Priscila Melo CRB-2/1345

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTOS EDUCACIONAIS – BANCA EXAMINADORA

Título: **"UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBLEMAS DO 2º GRAU POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS".**

Mestrando: **DIEGO NAZARENO DA SILVA GOMES**

Data da avaliação**: 23/03/2026**

PÚBLICO ALVO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Destinado à:*

(x) Estudantes do Ensino Fundamental ( ) Estudantes do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental ( ) Professores do Ensino Médio

( ) Outros: ______________________________

INFORMAÇÕES SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Tipo de Produto Educacional*

(x) Sequência Didática ( ) Página na Internet ( ) Vídeo

( ) Texto Didático (alunos/professores) ( ) Jogo Didático ( ) Aplicativo

( ) Software ( ) Outro: ______________________________

b) *Possui URL:* ( ) Sim, qual o URL:

( ) Não ( ) Não se aplica

c) *É coerente com a questão-foco da pesquisa?*

(x) Sim

( ) Não. Justifique? ______________________________

d) *É adequado ao nível de ensino proposto?*

(x) Sim

( ) Não. Justifique? ______________________________

e) *Está em consonância com a linguagem matemática do nível de ensino proposto?*

(x) Sim

( ) Não. Justifique? ______________________________

ESTRUTURA DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Possui sumário:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

b) *Possui orientações ao professor:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

c) *Possui orientações ao estudante:* ( ) Sim ( ) Não (x) Não se aplica

d) *Possui objetivos/finalidades:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

e) *Possui referências:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

f) *Tamanho da letra acessível:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

g) *Ilustrações são adequadas:* (x) Sim ( ) Não ( ) Não se aplica

CONTEXTO DE APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

a) *Foi aplicado?*

(x) Sim, onde: escola Pública

( ) Não, justifique: ____

( ) Não se aplica

b) *Pode ser aplicado em outros contextos de Ensino?*

(x) Sim, onde: ____

( ) Não, justifique: ____

( ) Não se aplica

c) *O produto educacional foi validado antes de sua aplicação?*

(x) Sim, onde: ____

( ) Não, justifique: ____

( ) Não se aplica

d) *Em qual condição o produto educacional foi aplicado?*

(x) na escola, como atividade regular de sala de aula

( ) na escola, como um curso extra

( ) outro: ____

e) *A aplicação do produto envolveu (marque as alternativas possíveis):*

(x) Alunos do Ensino Fundamental

( ) Alunos do Ensino Médio

( ) Professores do Ensino Fundamental

( ) Professores do Ensino Médio

( ) outros membros da comunidade escolar, tais como ______________________

( ) outros membros da comunidade, tais como ______________________

O produto educacional foi considerado:

(x) APROVADO ( ) APROVADO COM MODIFICAÇÕES ( ) REPROVADO

MEMBROS DA BANCA Assinaturas

Documento assinado digitalmente
MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS
Data: 19/03/2026 08:46:44-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. **MARIA DE LOURDES SILVA SANTOS** (Presidente) ______________________
Doutora em Educação
IES de obtenção do título: PUC/RJ

Documento assinado digitalmente
PEDRO FRANCO DE SA
Data: 27/03/2026 21:50:03-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. **PEDRO FRANCO DE SÁ** (Examinador 01) ______________________
Doutor em Educação
IES de obtenção do título: UFPA

Documento assinado digitalmente
DAILSON EVANGELISTA COSTA
Data: 23/03/2026 16:39:10-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. **DAILSON EVANGELISTA COSTA** (Examinador 02) ______________________
Doutor em Educação, Ciências e Matemática
IES de obtenção do título: UFMT

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Prezado(a) professor(a) de Matemática, é com grande satisfação que apresentamos este produto educacional, intitulado “Uma sequência de atividades para o Ensino de problemas de 2º grau por atividades experimentais”, resultado de uma pesquisa vinculada ao Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Este material foi elaborado com o objetivo de oferecer uma alternativa metodológica para o ensino de equações quadráticas, superando abordagens tradicionais centradas na memorização de fórmulas e na repetição de exercícios descontextualizados.

A motivação para este trabalho surgiu da observação, em sala de aula, de que muitos estudantes, mesmo familiarizados com o algoritmo de Bhaskara, apresentam dificuldades para compreender o significado das equações do 2º grau e aplicá-las em situações-problema. Tais dificuldades são frequentemente agravadas por lacunas em conteúdos anteriores, como operações algébricas e interpretação de problemas, além de uma formação matemática fragilizada em períodos recentes, como durante a pandemia de COVID-19.

Alinhado às recomendações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), este produto busca promover um ensino de Matemática que valorize a resolução de problemas, a contextualização e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para isso, propomos uma sequência de atividades baseada no Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, fundamentada nos trabalhos de Sá, Mafra e Fossa (2022), a qual coloca o estudante no centro do processo de aprendizagem e o professor como mediador.

A sequência didática aqui apresentada é composta por quatro atividades experimentais e uma aula expositiva dialogada, as quais integram a manipulação de um material concreto, o kit 2D, com a representação algébrica e geométrica das equações. Por meio da construção de quadrados perfeitos e da resolução geométrica de equações, os estudantes são conduzidos a compreender conceitos fundamentais, como fatoração, completamento de quadrados e a própria dedução da fórmula de Bhaskara, de forma investigativa e significativa.

Além disso, este produto inclui: um pré- e um pós-teste com problemas contextualizados, permitindo ao professor avaliar a evolução da aprendizagem; orientações detalhadas para a aplicação de cada atividade, com sugestões de organização, mediação e sistematização; uma análise fundamentada de livros didáticos e avaliações externas, situando a proposta no contexto mais amplo do ensino de álgebra; uma revisão de pesquisas sobre as principais dificuldades dos estudantes em relação às equações do 2º grau, oferecendo subsídios para um ensino mais assertivo.

Acreditamos que a utilização desta sequência pode contribuir para: tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas, interativas e significativas; desenvolver o raciocínio algébrico e geométrico de forma integrada; fortalecer a autonomia e a confiança dos estudantes na resolução de problemas; oferecer aos professores um recurso didático concreto, flexível e alinhado às atuais tendências em educação matemática.

Sabemos que os desafios do ensino de Matemática são muitos, mas é por meio de propostas como esta que podemos ressignificar a aprendizagem e abrir caminhos para uma educação matemática mais crítica, criativa e humana. Desejamos a você, professor(a), uma experiência enriquecedora com esta sequência e estamos à disposição para o diálogo e o compartilhamento de práticas.

Os autores

1 INTRODUÇÃO

No período em que estivemos lecionando, em especial o objeto equações do 2° grau, percebemos que os alunos que já possuíam algum contato com o objeto citado utilizaram apenas o “método de Bhaskara”, que de certa forma não deixa de ser um método mecânico. Logo vimos a necessidade de dar uma outra abordagem ao assunto, a abordagem que experimentamos foi o uso de problemas para trabalhar conceitos relacionados ao objeto. Dessa forma surgiu o interesse em realizar um trabalho de estudo e aprofundamento sobre equações do 2° grau.

Quando entramos para o programa de pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEM), fez-se necessária a escolha de um objeto matemático sobre o qual se deveria escrever, e quando perguntados se possuíamos algo em mente, não tivemos dúvidas em falar sobre nosso gosto por equações do 2° grau na perspectiva de resolução de problemas. Logo, os orientadores sugeriram trabalhar com problemas do 2° grau, cuja resolução exige o conhecimento de equações do 2° grau.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trata do referido objeto no oitavo e no nono ano do ensino fundamental, trazendo como competência as seguintes descrições: “(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$” (BRASIL, 2018, p. 312-313) e “(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (BRASIL, 2018, p. 316-317).

A BNCC traz em seu arcabouço oito competências específicas para a Matemática do ensino fundamental, dentre as quais a quinta especificamente diz que: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267). Logo, ensinar matemática por meio de problemas faz-se necessário.

Mediante o exposto, o presente produto educacional tem como objetivo disponibilizar uma forma de ensinar sobre problemas do 2° grau, além da maneira tradicional de ensino (conceito, exemplo, exercício), pois a maneira como este produto se organiza, faz que os estudantes se tornem protagonistas no processo de ensino e aprendizagem e que os professores sejam mediadores do mesmo.

Salientamos que o diagnóstico realizado está restrito ao número de nossa amostra e aos estudantes que a compuseram. E respondendo à nossa questão de pesquisa, podemos perceber ao analisarmos os dados dos gráficos junto aos embasamentos teóricos que as dificuldades que os alunos tiveram quando estudaram problemas do 2° grau foram: dificuldades aritméticas, eles não dominam manipulações aritméticas, principalmente a radiciação e a potenciação; dificuldades algébricas no tocante ao entendimento de conceitos sobre incógnita e operações aritméticas realizadas com as incógnitas.

Acreditamos que ambas as dificuldades se deram ao fato de os alunos terem tido um ensino um pouco debilitado no ano de 2022. Pois, devido a pandemia mundial que aconteceu nos anos de 2020 e 2021, os professores tiveram que rever conteúdos do 7º e do 8º do ensino fundamental para então poderem começar a trabalhar com assuntos do 9°, visto que problemas do 2° grau são o assunto matemático principal no 9° ano os professores do referido ano, por falta de tempo, não conseguiram ministrar tal conteúdo de maneira adequada ou completa.

Gostaríamos de sugerir aos futuros professores e aos que já desempenham tal tarefa dentro do processo de ensino e aprendizagem de problemas do 2° grau que, ao abordarem tal assunto primeiro, façam uma revisão sobre as propriedades e operações aritméticas, e trabalhem massivamente conceitos relacionados a equação do 2° grau, tais como a forma, gráfico, raízes e incógnita. Dessa forma o professor estará dando ao aluno um subsídio não apenas necessário, mas também valioso para a sua caminhada acadêmica.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Aspectos curriculares do conteúdo

O ensino de álgebra na escola tem sua importância justificada pelas generalizações que ela pode produzir. Segundo Lins e Gimenez (1997), a álgebra visa à representação de fatos genéricos; ela nada mais é que a busca da generalização de um determinado problema. Logo, segundo os autores, o objetivo de desenvolver o estudo da álgebra em sala de aula é explorar e mobilizar o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico. Os autores ressaltam que a linguagem algébrica representa a manifestação do pensamento algébrico.

Segundo Brasil (1998), em particular os parâmetros curriculares nacionais (PCN), os quais são um referencial para construção do conhecimento matemático que visa inserir o aluno em uma posição de cidadania, destaca-se que a matemática está presente no cotidiano de todas as pessoas, no qual é necessário calcular, quantificar e fazer previsões. Posto isso, observa-se que é necessário mais do que uma matemática centrada em ensinos mecânicos e que, partindo da resolução de problemas, devamos buscar desenvolver as competências necessárias para resolver essa matemática do dia a dia.

Segundo Brasil (1998), o documento apresenta para o terceiro ciclo a resolução de situações problemas com números naturais, racionais e inteiros. Isso corrobora com o cerne de resolução de problemas do 2° grau, pois eles nascem devido a situações problemas como mostrado na parte histórica do conteúdo deste trabalho. No entanto, o documento diz que devido a complexidade de conceitos e procedimentos algébricos, eles não devem ser aprofundados neste ciclo. Nesse ciclo, é suficiente se trabalhar com noção de variável e reconhecer expressões algébricas como relação entre duas grandezas.

Analisando os PCN, os conceitos e procedimentos do terceiro ciclo que podem se relacionar com o nosso objeto de estudo são: “Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas; Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples” (BRASIL, 1998, p. 72), esses conteúdos estão inseridos no campo “Números e Operações”. E dentro das atitudes esperadas para esse ciclo temos: “Reconhecimento que pode haver diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema e conhecê-las” (BRASIL, 1998, p. 75).

Ainda utilizando os PCN, dentre os objetivos de matemática para o 3° ciclo, o que mais se aproxima de nosso objeto de estudo é: “reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções” (BRASIL, 1997, p. 64). Os PCN afirmam que é importante os alunos serem estimulados a resolverem situações-problemas, mesmo com diferentes processos e depois compará-los. O documento diz que, quando o aluno busca soluções para situações-problema, isto favorece sua necessidade de construção de bons argumentos.

Segundo Brasil (1998), no 4° ciclo do ensino fundamental, o ensino de matemática visa desenvolver “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação” (BRASIL, 1998, p. 81). Nesse ciclo é necessário que o aluno continue a trabalhar com problemas, que esses problemas sejam diversos para que o mesmo reconheça as diferentes funções da álgebra.

Segundo Brasil (1998), quando se trabalha com álgebra é de extrema importância compreender conceitos, tais como de variável, função, parâmetros, incógnitas, variáveis e regras para a resolução de uma equação. É sempre necessário que o aluno perceba essas conexões e interdependência entre duas grandezas. Dentre os conceitos e procedimentos para esse ciclo que estão relacionados ao objeto matemático de nossa pesquisa, temos a “Resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do 2º grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta” (BRASIL, 1998, p. 88).

Utilizando os PCN, a atitude que o aluno precisa desenvolver e que se relaciona com nosso objeto é “Predisposição para usar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos” (BRASIL, 1998, p. 91). Os PCN recomendam que as técnicas convencionais para equações sejam estabelecidas no 4° ciclo e que os alunos percebam que o uso das equações facilita a resolução de problemas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo que mostra de forma progressiva as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica. Ao longo desse processo, essas aprendizagens essenciais devem assegurar o desenvolvimento de dez competências gerais, as quais são:

> 1.Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos ... 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências... 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais... 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital... 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais... 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida... 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis... 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional... 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais... 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018, p. 9 - 10).

As competências citadas acima são chamadas de competências gerais da BNCC, mas o documento traz 8 competências específicas para a área de matemática, das quais destacamos as competências 5 e 6, pois elas se relacionam com nosso objeto pesquisado, já que falam a respeito de resolução de problemas.

> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2018, p. 265).

Segundo Brasil (2018), o estudo da álgebra nos anos iniciais tem a finalidade de desenvolver no aluno o pensamento algébrico, que é importante para modelar, compreender, representar e analisar relações quantitativas utilizando letras e símbolos. Já nos anos finais do ensino fundamental, a álgebra é retomada e é necessário que os alunos estabeleçam relação entre variável e função entre incógnita e equação e possam desenvolver técnicas para resolução de equações.

Segundo Brasil (2018), o objeto de conhecimento equações polinomiais do 2° grau aparece no 8º ano do ensino fundamental acompanhado da seguinte habilidade: “(EF08MA09) **Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º**

grau do tipo $ax^2 = b$" (BRASIL, 2018, p. 311). Note que resolver problemas está inserido na habilidade, logo se enquadra ao nosso objeto de estudo.

Ainda segundo Brasil (2018), o objeto de conhecimento resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações, aparece no 9° ano do ensino fundamental acompanhado da seguinte habilidade: "(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para **resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau**" (BRASIL, 2018, p. 315). Note que assim como no 8° ano, resolver problemas que envolvem equações do 2° grau aparece mais uma vez.

O Estado do Pará possui um documento curricular próprio que visa orientar as ações educativas, este documento procura redefinir o currículo das escolas da rede estadual. Nesse sentido houve vários seminários que culminaram na construção de um caderno balizador da política educacional para cada etapa e modalidade do ensino com os princípios que se sustentam no "respeito às diversas culturas amazônicas e suas inter-relações no espaço e no tempo, Educação para a sustentabilidade ambiental, social e econômica e a Interdisciplinaridade no processo ensino-aprendizagem" (PARÁ, 2018, p. 15).

No documento curricular do Estado do Pará, no ciclo 4 que vai do 8° ao 9° ano do ensino fundamental, no eixo 2 que fala sobre linguagens e suas formas comunicativas onde o subeixo, a matemática como meio de linguagem e de expressão para a compreensão da realidade possui como objetivo de aprendizagem "utilizar as linguagens" numérica e algébrica, em diferentes representações, para elaboração e "resolução de problemas" e possui as habilidades (EF08MA09) e (EF09MA09) da BNCC, já citadas acima.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que também abrange as escolas privadas, é realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e tem o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Ela possui os seguintes objetivos: Estimular e promover o estudo da Matemática; Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (INEP/IMPA, 2024).

Após analisarmos os documentos oficiais a respeito de nosso objeto, buscamos agora analisar provas de larga escala e como elas abordam o objeto problemas do 2° grau. Em relação a OBMEP, fizemos uma busca do ano de 2018 até 2023 para saber quantos problemas do 2º grau apareceram neste tipo de prova no nível 2, pois é neste nível que são avaliados os alunos do 8° e 9° ano do ensino fundamental, e também buscamos problemas no nível 3, nível este que avalia os alunos do ensino médio, visto que, se espera que eles já tenham visto tal conteúdo. Obtivemos como resultado neste período analisado, que não houve nenhum problema nas provas.

Fizemos uma pesquisa no Sistema nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o qual é uma avaliação de larga escala onde há matrizes de referência com relação às competências e habilidades que os alunos devem possuir, para que eles sejam mais técnicos na construção dos itens e para que haja uma melhor análise de resultados da avaliação (INEP, 2024).

O SAEB na área de matemática tem seu foco em resolução de problemas, logo são apresentados problemas, e espera-se que ele desenvolva estratégias para resolvê-los. A matriz de referência sobre matemática mostrada pelo SAEB não traz sugestões de como esses problemas devem ser trabalhados em sala de aula, e além disso não avalia todos os conteúdos que devem ser trabalhados pela escola. No simulado disponível no site do INEP, não há nenhum problema de 2º grau (INEP, 2024).

Ainda analisando a forma como o conteúdo de problemas do 2º grau aparece nos documentos curriculares, iremos analisar os livros didáticos do 9º ano do ensino fundamental de algumas coleções referente ao Plano Nacional do Livro Didático, referente ao quadriênio de 2020 a 2023. Nesta análise iremos identificar os livros por L1, L2, L3, e assim sucessivamente, tabelar quantos problemas do 2º grau aparecem e, assim, saberemos qual coleção procurou trabalhar mais intensamente o assunto.

2.2 Os contextos nos livros didáticos

Nesta análise iremos identificar os livros por L1, L2, L3, e assim sucessivamente, bem como quantos problemas do 2º grau aparecem em cada uma das coleções. Também iremos fazer uma categorização e, a posteriori, uma subcategorização dos problemas encontrados.

Quadro 1 - Distribuição de problemas nos livros didáticos

	Livro	**Autor(es)**	**Quantidade de problemas**
L1	A conquista da matemática	José Ruy Gioanni Júnior; Benedicto Castrucci	13
L2	Matemática Bianchini	Edwaldo Bianchini	30
L3	Matemática – linguagens e aplicações	Antonio Nicolau; Clarice Fonseca; Heloisa Hessel	18
L4	Matemática Geração alpha	Carlos N. C. de Oliveira; Felipe Fugita	28
L5	Matemática Do cotidiano	Antônio José Lopes Bigode	24
L6	Matemática compreensão e prática	Ênio Silveira	46
L7	Matemática e realidade	Gelson Iezzi; Osvaldo Dolce; Antônio Machado.	55
L8	Convergências Matemática	Eduardo Chavante	34
L9	Matemática: ponto de conexão	Célia Lopes; Lane Alencar; Gizelton Alencar	27
L10	Matemática ideias e desafios	Iracema Mori; Dulce Satiko Onaga	12
L11	Matemática realidade & tecnologia	Joamir Souza	12
L12	Matemática essencial	Patrícia Moreno Pataro; Rodrigo Balestri	40
L13	Telaris Matemática	Luiz Roberto Dante	36
L14	Trilhas da matemática	Fausto Arnaud Sampaio	30

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos livros didáticos

A análise dos resultados do Quadro 1 nos permite concluir que:

1) Todos os livros analisados contêm problemas de 2º grau; nenhuma coleção deixou de incluir esse tipo de atividade.

2) A menor quantidade ocorre no L10 e L11, com 12 problemas cada.

3) A maior quantidade está no L7, com 55 problemas.

4) A média é de aproximadamente 28,7 problemas por coleção**.**

5) Oito das catorze coleções estão acima da média (L2, L4, L6, L7, L8, L12, L13, L14).

As demais (L1, L3, L5, L9, L10, L11) estão abaixo da média.

O Quadro 2 sistematiza a distribuição dos tipo de problemas do 2º grau nos livros analisados.

Quadro 2 - Tipos de problemas nos livros analisados

Livro	**Tipos de problemas**				
	Numérico	Geométrico	Grandezas da físicas	Combinatória	Total
L1	4	8	1	0	13
L2	9	21	0	0	30
L3	10	8	0	0	18
L4	15	13	0	0	28
L5	10	11	1	2	24
L6	31	10	3	2	46
L7	27	25	2	1	55
L8	18	15	1	0	34
L9	10	14	1	2	27
L10	3	8	0	1	12
L11	3	9	0	0	12
L12	10	29	1	0	40
L13	21	13	1	1	36
L14	15	14	0	1	30

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos livros didáticos

A análise do Quadro 2 nos permite concluir que:

1) Os problemas numéricos representam 45,9% (186/405) do total.

2) Os problemas geométricos representam 48,9% (198/405).

3) Juntos, numéricos + geométricos = 94,8% dos problemas, indicando uma forte predominância dessas duas categorias.

4) Grandezas físicas correspondem a apenas 2,7% (11/405).

5) Combinatória representa 2,5% (10/405).

6) Coleções como L2, L3, L4, L11 e L12 não incluem problemas de combinatória**.**

7) L2, L3, L4, L10 e L11 não trazem problemas de grandezas físicas**.**

8) Apenas L5, L6, L7, L9, L13 e L14 apresentam pelo menos um problema em cada uma das quatro categorias, sendo L6 e L7 as que oferecem maior diversidade categórica.

9) No tipo numérico, destaca-se o subtipo "adivinhação".

10) No tipo geométrico, predominam problemas envolvendo retângulos**.**

Resolvemos fazer uma quantificação dos subtipos de problemas que aparecem nos livros didáticos, a qual é mostrada no Quadro 3.

Quadro 3 - subtipos de problemas do 2° grau

Tipo	**Numérico**				**Geométrico**									**Grandezas físicas**					**Combinação**
					Área						outros								
Subtipo	adivinhação	Partilha	Idade	Vendas	Retangulo	quadrado	Igualdade	Triangulo	Circulo	trapezio	volume	Diagonal	Interseção	Velocidade	Tempo	Temperatura	Queda livre	Lançamento	Combinação
L1	3	1	0	0	4	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
L2	7	0	2	0	7	7	4	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
L3	9	1	0	0	4	2	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
L4	11	0	3	1	3	6	3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
L5	10	0	0	0	3	1	0	1	0	0	0	6	0	0	0	0	0	1	2
L6	26	3	2	0	7	2	1	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	2
L7	17	7	2	1	13	7	3	2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
L8	15	1	1	1	9	3	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
L9	6	2	2	0	8	2	1	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
L10	3	0	0	0	1	0	1	4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
L11	2	0	1	0	1	2	2	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0
L12	8	1	1	0	12	6	5	1	0	2	1	2	0	0	0	0	1	0	0
L13	15	1	4	1	5	1	1	0	0	2	2	1	1	0	0	0	1	0	1
L1	10	1	3	1	7	4	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

4																			
Total	142	18	21	5	84	43	25	13	1	8	9	14	1	3	3	1	3	1	10

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos livros didáticos

A análise do Quadro 3 nos permiti concluir que:

1) Dentro dos problemas numéricos, o subtipo "adivinhação" predomina com 142 ocorrências, representando 76,3% dos 186 problemas numéricos (142/186).
2) Nos problemas geométricos, o subtipo "retângulo" é o mais frequente, com 84 ocorrências, correspondendo a 42,4% dos 198 problemas geométricos (84/198).
3) Juntos, "adivinhação" + "retângulo" representam 55,8% do total de subtipos contabilizados (226/405), evidenciando uma forte repetição temática.
4) Subtipos como "círculo"**,** "interseção"**,** "temperatura" e "lançamento" aparecem em apenas 1 problema cada em toda a amostra.
5) "Velocidade" e "tempo" aparecem apenas 3 vezes cada.
6) Coleções como L7, L12 e L13 exploram uma gama maior de subtipos (9 ou mais).
7) Outras, como L3 e L11, concentram-se em apenas 2 ou 3 subtipos principais.
8) "Queda livre"**,** "velocidade"**,** "vendas" e "combinação" são pouco representados (de 3 a 10 ocorrências cada).

Com o intuito de fazer uma análise mais criteriosa, resolvemos também realizar uma análise para contabilizar como as coleções trabalham com os tipos de equações do 2° grau, ou seja, se elas trabalham com equações completas ou incompletas. O Quadro 8 mostra essa análise.

Quadro 4 – Equações completa e incompletas

	Completa $ax^2 + bx + c=0$	**Incompleta em “b”** $ax^2 + c=0$	**Incompleta em “c”** $ax^2 + bx=0$
L1	11	2	0
L2	24	4	2
L3	14	2	2
L4	23	1	4
L5	22	1	1
L6	38	5	3
L7	51	3	1

L8	25	6	3
L9	26	1	0
L10	12	0	0
L11	12	0	0
L12	38	1	1
L13	29	4	3
L14	27	2	1
total	352	32	21

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos livros didáticos

A análise do Quadro 4 nos permiti concluir que:

1) 87,2% (352/405) dos problemas resultam em equações completas.

2) Equações incompletas em "b" ($ax^2 + c = 0$) representam apenas 7,9% (32/405).

3) Equações incompletas em "c" ($ax^2 + bx = 0$) representam 5,2% (21/405).

4) Juntas, as equações incompletas totalizam 13,1%.

5) Coleções como L10 e L11 não apresentam nenhum problema com equação incompleta.

6) L8 destaca-se por apresentar a maior variedade proporcional.

O Quadro 5 apresenta um resumo das características analisadas nas coleções, e mostra quais coleções que mais se destacam positivamente em cada uma das características analisadas, tendo em mente que o professor ou aluno deseje trabalhar utilizando problemas do 2° grau.

Quadro 5 - Destaque positivo

Maior quantidade de problemas	L6, L7, L8, L12, L13
Maior quantidade de categorias	L6, L7, L9, L12, L13
Maior quantidade de subcategories	L7, L8, L9, L12, L13, L14
Maior variedade nos tipos de equação	L2, L6, L8, L13

Fonte: Elaborado pelos autores a partir dos livros didáticos

Na análise do quadro 5 iremos destacar as características de algumas coleções. Coleções essas que aparecem em pelo menos três das quatro características destacadas, são elas:

1) L6, L7, L12 e L13 aparecem em todas características analisadas, destacando-se como as mais completas em termos de quantidade, variedade temática e

contextualização.

2) L8 se destaca em quantidade de problemas, subcategorias e variedade de tipos de equação.

4) L9 aparece em categorias e subcategorias, mas não em quantidade total de problemas.

5) L2 aparece apenas em variedade de tipos de equação, mostrando um perfil mais restrito.

6) L1, L3, L4, L5, L10, L11 e L14 não aparecem em nenhuma das características de destaque, indicando que apresentam menor variedade, quantidade ou contextualização em relação às demais.

Os resultados das análises dos livros didáticos indicam que a distribuição dos problemas do 2º grau nas coleções analisadas é heterogênea, tanto em quantidade quanto em diversidade temática. Enquanto algumas coleções, como L6, L7, L12 e L13, apresentam um número significativo de problemas (acima de 35 por obra), outras, como L5, não apresentam nenhum problema contextualizado, limitando-se a exercícios de aplicação direta de algoritmos. Essa disparidade reflete uma falta de padronização na abordagem do conteúdo, o que pode impactar a formação de conceitos algébricos pelos estudantes.

Quanto à categorização, observou-se uma forte predominância de problemas numéricos e de área, que, juntos, representam quase 90% do total de problemas identificados. Dentro dessas categorias, destacam-se os problemas de “adivinhação” (76,54% dos problemas numéricos) e os envolvendo “retângulos” (47,56% dos problemas de área). Essa concentração em poucos contextos pode restringir a capacidade dos alunos transferir do conhecimento algébrico para situações variadas, contrariando as recomendações de documentos como a BNCC e os PCN, que enfatizam a importância da diversidade de contextos na resolução de problemas.

Além disso, a análise mostrou que a maioria das coleções prioriza equações completas (87,22% dos problemas), com pouca representatividade de equações incompletas em b (7,88%) ou em c (4,89%). Essa ênfase pode levar os estudantes a associarem a resolução de equações do segundo grau quase exclusivamente às equações completas, deixando de lado as equações incompletas, que são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico mais consolidado a respeito dos problemas de 2° grau.

Do ponto de vista curricular, os resultados sugerem que, embora a BNCC e os

PCN recomendem a abordagem de problemas que favoreçam a modelagem e a generalização, os livros didáticos ainda apresentam lacunas significativas na oferta de situações-problema diversificadas. A ausência de problemas do 2º grau em avaliações de larga escala como a OBMEP e o SAEB, conforme verificado, também pode influenciar a forma como o conteúdo é tratado nos materiais didáticos, com menor incentivo à exploração de contextos não convencionais.

Por fim, destaca-se a importância de os professores estarem cientes das limitações presentes nos livros didáticos, de modo a complementá-los com atividades que explorem uma gama mais ampla de situações, tipologias e estruturas de problemas de 2° grau. A continuidade de estudos nessa linha, com foco na formação docente, na análise de outras categorias de problemas e no alinhamento com as competências gerais e específicas previstas na BNCC, é essencial para promover um ensino de álgebra mais significativo, crítico e contextualizado.

2.3 Dificuldades apontadas por trabalhos ao se estudar o assunto

Para a seleção dos textos que aqui foram utilizados foi feita uma pesquisa no banco de dados da SciELO Brasil com as seguintes especificações: “equação do 2º grau" and "resolução de problemas" e foi obtido zero resultado. Também foi pesquisado "equação do 2º grau" and "sequência didática" e foi obtido zero resultado. Posto isso fomos para o catálogo de teses e dissertações da Capes, onde buscamos por “equação do 2º grau" and "resolução de problemas" e tivemos como resultado três dissertações, das quais utilizamos, para este momento, a de PEREIRA (2022).

Na sequência, ainda no catálogo da Capes, buscamos pelas palavras-chave "equação do 2º grau" and "sequência didática" e obtivemos duas dissertações como resultado: GONÇALVES (2019) e PEREIRA (2022), ambas utilizadas neste trabalho. Também realizamos a pesquisa com as palavras-chave “equação do 2º grau" and "resolução de problemas" bem como "equação do 2º grau" and "sequência didática" na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e encontramos 10 resultados na busca, dos quais nenhum foi relevante para nossa pesquisa. Em seguida, fomos ao site de busca do Google e encontramos os seguintes trabalhos, como mostra o Quadro 6.

Quadro 6 - Estudos anteriores sobre problemas do 2° grau

Tipo de trabalho	Autor (es)	Tema	Instituição
Artigo	Dias (2016)	Uma sequência didática de equações do 2º grau via resolução de problemas aplicada ao 9º ano do ensino fundamental	Governo do estado do Paraná – cadernos PDE
Dissertação	Guadagnini (2013)	O uso da fatoração na resolução de equações do 2° grau por alunos do 9° ano do ensino fundamental	Universidade federal de Mato Grosso do Sul
Dissertação	Martins (2014)	Dificuldades na resolução de equações de 2º grau dos alunos do 8º ano	Universidade de Lisboa
Dissertação	Modtkoski (2016)	Conceito matemático x algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?	Universidade federal do Paraná
Dissertação	Kuroiwa (2016)	Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau no ensino fundamental e médio.	Universidade estadual paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Dissertação	Lima (2016)	Sequência didática usando o geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental ii	Universidade federal do Amazonas instituto de ciências exatas
Dissertação	Santos (2017)	Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por al-khwarizmi	Universidade estadual da paraiba
Dissertação	Elias (2018)	Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau	Universidade tecnológica federal do Paraná
Dissertação	Bressan (2021)	Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau	Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS)
Dissertação	Oliveira (2022)	Equação do segundo grau: a utilização de jogos colaborando para uma aprendizagem significativa	Universidade de Caxias do Sul
Dissertação	Pereira (2022)	Uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau com uma incógnita à luz da teoria dos campos conceituais de gérard vergnaud	Universidade do estado do Pará
Tese	Amorim (2022)	Equações do 2° grau e o sistema didático zankoviano: um olhar para o desenvolvimento do estudante	Universidade federal de Uberlândia

Fonte: Pesquisa dos autores

Apesar dos titulos dos trabalhos não citarem expecificamente o termo problemas de 2° grau, os mesmos, ao serem implementados, trabalharam com problemas de 2° grau durante suas pesquisas. Isso pode ser visto quando lemos os trabalhos e observamos como as metodologias foram aplicadas. A seguir iremos discorrer um pouco sobre cada um deles.

O trabalho de Dias (2016) apresentou como **questão norteadora**: “Quais as implicações para o ensino e a aprendizagem de Equações do 2º grau por meio de uma sequência didática via metodologia de ensino Resolução de Problemas?” Seu **objetivo** foi apresentar uma investigação acerca das contribuições da resolução de problemas pensada por meio de uma sequência de atividades para o ensino de Equação do 2º Grau.

A autora elaborou uma unidade pedagógica que foi implementada em sessenta e quatro aulas, e esperava-se que as atividades realizadas ajudassem os alunos na superação da defasagem na disciplina de matemática e na resolução de provas e exercícios. A **metodologia de pesquisa** utilizada foi baseada em uma sequência didática por meio de resolução de problemas proposta por Polya, Onuchic e Allevato, Dante, Vlassis e Demonty.

Dias (2016) utilizou problemas que visavam o aprendizado matemático, e não apenas técnicas, ou seja, para resolver os problemas, os alunos não precisaram conhecer de antemão fórmulas e conceitos matemáticos, os mesmos deveriam alcançar tais conhecimentos com o auxílio do professor. A investigação foi realizada em uma escola pública do estado do Paraná, município de Iporã. Com a participação de 25 alunos de uma turma do 9° ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** apontaram que os alunos não estão acostumados a resolverem problemas e apresentam dificuldades em leitura e interpretação, logo, destacou-se a importância de se utilizar exercícios com figuras, pois desta forma facilita para o estudante a interpretação do problema, já que para que o aluno resolva um problema, o mesmo deve compreender suficientemente o conceito envolvido.

Em suas **considerações finais,** Dias (2016) disse que, apesar da implementação ter ido de encontro às expectativas iniciais, os objetivos esperados foram alcançados, principalmente ao perceber que os alunos conseguiram ler os problemas, organizar os pensamentos e sua linguagem oral e escrita e, ao mesmo tempo determinar símbolos e vocabulários matemáticos, percebendo o quanto a matemática está presente em suas vidas. A autora ressalta que preparar os conteúdos de maneira a seguir uma sequência estruturada, respeitar conhecimentos prévios e os utilizados no momento do processo é algo essencial.

O trabalho de Guadagnini (2013) trouxe como **questão norteadora:** “Como a mobilização de diversos registros de representação, por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, pode se manifestar na apreensão da resolução de equações do 2° grau completas, por meio da fatoração?” O **objetivo** foi: “Analisar a mobilização de registros numérico, algébrico e geométrico, por alunos do 9º ano do ensino fundamental, para resolver equações do segundo grau na forma completa, utilizando o método do completamento do quadrado”.

A autora elaborou e organizou uma sequência de atividades adaptadas de livros didáticos e paradidáticos. As mesmas partiam da utilização de conhecimentos básicos matemáticos, para a construção de um conhecimento mais amplo que possibilite a resolução de equações do 2° grau através da fatoração. A sequência foi dividida em 3 blocos, onde no primeiro verificava sobre o conceito de área, propriedade distributiva, o quadrado da soma de dois termos, representações numéricas, algébricas, geométricas e fatoração pelo método de completar quadrado.

A **metodologia de pesquisa** foi a engenharia didática citada por Michelle Artigue, a qual seguem 4 fases: “análise preliminar, concepção e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação”. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública estadual da cidade de Campo Grande/MS, com 10 alunos do 9° ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa,** segundo a autora, “sinalizaram que, na resolução das equações do segundo grau completas, os alunos encontraram maior dificuldade no uso do registro de representação geométrica do que com o de representação algébrica”. A autora acredita que, com base em seus estudos, a forma mais adequada de se ensinar equações do 2° grau, é propor sua solução através da fatoração.

Nas **considerações finais,** Guadagnini (2013) constatou que, em vários momentos, os alunos conseguiram resolver as equações do 2° grau utilizando os vários registros: algébrico, numérico e geométrico. E também que, para verificarem se uma resposta estava correta, utilizavam mais de um tipo de registro e comparava suas respostas. A autora ainda afirmou que para aumentar a compreensão, é importante realizar tanto a fatoração numérica quanto a fatoração algébrica, e que quanto às representações geométricas devem ser levantadas novas questões sobre o fato de as mesmas não serem utilizadas.

O trabalho de Martins (2014) teve como **questões norteadoras:** “Que significado atribuem os alunos à solução de uma equação do 2º grau em contextos diversificados? Que dificuldades manifestam? e como procedem os alunos para resolver tarefas que envolvam equações de 2º grau? Que dificuldades manifestam?” O o**bjetivo** foi: “compreender as principais dificuldades que os alunos manifestam na resolução de tarefas envolvendo equações do 2.º grau”.

A autora elaborou uma sequência de atividades, a qual chamou de fichas de trabalho, onde se inicia realizando manipulações geométricas para resolver as equações do 2° grau e, pouco a pouco, foi introduzindo a álgebra para que os alunos pudessem aprender a manipular as equações de forma algébrica sem o auxílio da geometria.

A **metodologia de pesquisa** utilizada por Martins (2014) foi de cunho qualitativo, onde se utilizaram como instrumentos coleta de dados, observação, análise documental e as produções feitas pelos alunos. A pesquisa aconteceu em uma escola secundária em Queluz/Portugal, com uma turma composta por 25 alunos do 8° ano do terceiro ciclo (corresponde ao 8° ano no Brasil).

Os **resultados da pesquisa** de Martins (2014) mostraram que os alunos possuem muitas dificuldades em compreender o significado das resoluções da equação do 2° grau e que as mesmas possuem duas soluções. Os alunos compreendem as formas de resolução das equações de forma equivocada, principalmente no que se refere à manipulação algébrica, prioridade nas operações, princípios de equivalência, produtos notáveis e também o anulamento do produto.

Em suas **considerações finais,** Martins (2014) afirmou que os alunos tendem a considerar que, a incógnita por aparecer mais de uma vez na equação, ela também pode assumir diferentes valores. A autora ressalta que os alunos tentaram resolver as equações do 2° grau como se as mesmas fossem do 1° grau (colocando os números no segundo membro e as letras no primeiro membro). Ela afirmou que, apesar dos erros apresentados pelos alunos, também houve acertos, e diz que é importante que conceitos sejam dados e explorados antes das definições e regras.

O trabalho de Modtkoski (2016) teve como **questão norteadora:** “Os alunos da educação básica compreendem o conceito matemático de equações polinomiais de 1º e 2º graus ou memorizam o algoritmo para chegar ao resultado pretendido?”. E teve como **objetivo:** “identificar se os alunos de uma escola do ensino fundamental do município de Curitiba compreendem conceitualmente o conteúdo programático de equações polinomiais de 1º e 2º graus ou se as resolvem mecanicamente pela compreensão apenas de seu algoritmo".

A pesquisa foi dividida em duas etapas, nas quais foram usados como instrumentos de coleta de dados duas listas de exercícios: uma com exercícios de aplicação direta com equações do 1° e do 2° grau, e a outra com problemas que são resolvidos utilizando a primeira lista. Essas listas foram desenvolvidas tendo como base elementos teóricos organizados em eixos como: construção do conhecimento, conceito algébrico, algoritmo e resolução de problemas, e álgebra escolar.

A **metodologia de pesquisa** foi de cunho qualitativo e teve como instrumento a resolução de problemas, e para fundamentar o trabalho com relação aos dados obtidos, foram utilizadas as obras de David Ausubel, Edgar Morin, escritos de Jorge Larrosa e a tese de Ettiène Guérios. A pesquisa foi realizada em uma escola pública municipal em Curitiba/PR, com 29 alunos, sendo 4 deles do 9° ano do ensino fundamental e 25 alunos do 1° ano do ensino médio.

Os **resultados da pesquisa** mostraram que, ao aplicar a primeira lista de equações diretas, os alunos acertaram "praticamente todas as equações do 1° grau", e nas de 2° grau, apenas 3 alunos erraram. Dessa forma a autora percebeu a fragmentação de conceitos matemáticos aprendidos. Ao aplicar a 2ª lista, deparou-se com a dificuldade de construção do pensamento algébrico por parte dos alunos.

Em suas **considerações finais,** Modtkoski (2016), após analisar os dados coletados, afirmou que os alunos memorizam os passos resolutivos do algoritmo sem os compreender. Isso foi reiterado após a verificação em que a maioria dos estudantes conseguiu resolver as atividades da lista 1 com êxito, sendo que nas equações de 1° grau o índice de acertos foi maior. A autora mostrou que, quando os alunos foram resolver a segunda lista, que continha problemas, os mesmos não apresentaram atividade nem algébrica e nem conceitual. Dessa forma Modtkoski reiterou que os alunos não compreendem os conceitos matemáticos envolvidos nas equações de 1° e 2° grau, e que os mesmos apenas mecanizaram a resolução algorítmica do processo.

O trabalho de Kuroiwa (2016) **não mostra uma questão de pesquisa**, mas teve como objetivo: "auxiliar aos professores na importante tarefa de ensinar, esclarecer, fundamentar e sedimentar os conceitos e as resoluções da equação do 2º grau, promovendo aprendizagem efetiva, com maior interação e cumplicidade ajudando-os em seus questionamentos, providenciando a retomada e a aquisição de saberes com suas intervenções propícias e auxiliando-os a encontrar as respostas às suas indagações".

A autora realizou uma sequência de 6 atividades onde as mesmas consistiam na resolução de problemas que envolviam equações do 2° grau. Os problemas propostos necessitavam que os alunos utilizassem o método de completar quadrados, manipulações algébricas e resoluções utilizando a fórmula de Bhāskara.

Kuroiwa indica como **metodologia de pesquisa** a resolução de problemas, pois a mesma propicia uma maior interação entre aluno e professor, e uma maior participação, interação e envolvimento dos alunos. O trabalho foi realizado com 11 alunos do 1° ano do ensino médio, e com 25 alunos do 9° ano do ensino fundamental de uma escola pública estadual no município de Prudente/SP.

Os **resultados** mostraram que quando os alunos foram resolver novamente a prova que no início da pesquisa lhes foi aplicada, sua solução ficou mais clara e que, muitos deles conseguiram progredir na aprendizagem. Alguns estudantes ainda apresentaram erros procedimentais. A autora mostra em tabelas os percentuais de desenvolvimento da aprendizagem dos alunos envolvidos, e todos sem exceção, mostram evolução em sua aprendizagem.

Em suas **considerações finais,** Kuroiwa (2016) afirmou que tanto a sequência de atividades, como a construção da fórmula de Bhāskara pelo método de completar quadrados se mostraram produtivas. A autora ainda afirmou que o uso contextualizado de situações-problema, fez com que os alunos percebessem a aplicabilidade dos conceitos tratados, e que a maioria dos alunos atingiu mais de 50% de acertos na prova. Por fim, ela afirmou que muitos fatores influenciam o processo de ensino-aprendizagem, tais como: "apresentação, exposição e encaminhamento do professor; Os materiais e recursos utilizados pelo professor e a formação do professor, bem como seu trato na transmissão do conteúdo (didática)".

O trabalho de Lima (2016) teve como **questão norteadora**: "A sequência didática em conjunto com o GeoGebra contribuirá para conversão da linguagem algébrica para linguagem gráfica das funções quadráticas? Após a execução da sequência didática os estudantes compreenderão o papel dos coeficientes e relacionarão com as representações algébricas e gráficas?" Teve como **objetivo**: "Identificar e analisar os obstáculos didáticos da aprendizagem dos estudantes do ensino fundamental na construção do conhecimento sobre o conteúdo de função quadrática, visando a superação com uma sequência didática atrelada ao GeoGebra".

O autor utilizou 7 atividades em uma sequência didática sobre função do 2° grau, mas para tanto os alunos passaram por um minicurso de preparação no Geogebra para se familiarizarem com o software, pois o utilizariam durante a sequência. A sequência estava voltada para os coeficientes e parâmetros com translações de modo dinâmico da função do 2° grau.

A **metodologia de pesquisa** utilizada pelo autor foi embasada nos moldes da engenharia didática de Michelle Artigue (1996). Almouloud (2007) caracteriza esse tipo de pesquisa também como experimental devido aos registros, validação interna e confronto entre análise a priori e análise a posteriori. A pesquisa foi realizada em uma escola pública na zona distrital 6, no bairro Cidade Nova, cidade de Manaus/Amazonas, com 5 alunos do 9° ano do ensino fundamental II.

Com os **resultados da pesquisa,** o autor percebeu que "os livros didáticos não abordam em suas atividades, a transição do registro gráfico para o algébrico, privilegiam o inverso" e que, para contribuir para superar esse obstáculo, o autor sugere analisar o comportamento da função quadrática no GeoGebra para depois fazer sua representação de forma algébrica.

Nas **considerações finais,** Lima (2016) disse que o dinamismo das visualizações gráficas no GeoGebra garantiu aos estudantes uma compreensão diferenciada para a articulação entre os registros de representação da linguagem algébrica para a linguagem gráfica e que a execução das atividades em conjunto com o geogebra proporcionou o desenvolvimento na construção do conhecimento sobre função quadrática, além disso, os alunos, em sua maioria, conseguiram relacionar os coeficientes com suas representações algébricas e gráficas.

O trabalho de Santos (2017) teve como **questão norteadora**: "qual a contribuição para a melhoria do ensino/aprendizagem da resolução de equações do 2º grau, de uma abordagem histórica por meio de atividades, dos métodos desenvolvidos por Al-Khwarizmi no passado para resolver esse tipo de equação?". E teve como **objetivo:** "investigar os efeitos das atividades mediadas pela História da Matemática de modo a contribuir para que os estudantes percebam a construção dos métodos e passem a resolvê-las de forma a entender o processo, tornando o estudo das equações do 2º grau mais significativo".

O autor elaborou uma série de atividades pautadas na História da matemática que, visavam abordar os métodos desenvolvidos por Al-Khwarizmi para resolver as equações do 2° grau. Santos buscou investigar tais atividades de modo que os alunos percebessem a construção do método, e ao mesmo tempo interagissem com as atividades aplicadas, desta forma tornando o aprendizado mais significativo.

A **metodologia de pesquisa** foi de cunho qualitativo, com aplicação de atividades pautadas na História da Matemática, sendo também uma pesquisa-ação pois tratou de intervenções na sala de aula, procurando estabelecer uma relação entre os pesquisadores e os sujeitos investigados. A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual do estado da Paraíba, com 28 alunos do 9° ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** foram analisados e categorizados da seguinte maneira: resolveu e chegou à resposta correta; resolveu e chegou a uma resposta incorreta; iniciou a resolução, porém teve dificuldade em concluí-la; não conseguiu resolver e nem apresentou nenhuma resposta. Diante disso foi passado um teste com 8 questões para avaliar a aprendizagem dos alunos. Diante disto, 50% dos alunos acharam a abordagem boa e interessante; 30% acharam boa, mas sem justificar e 20% acharam a abordagem ruim. Ainda segundo o autor, as atividades contribuíram para construção e entendimento dos métodos de resolução da equação do 2° grau.

Em suas **considerações finais,** Santos (2017) disse que a utilização de material concreto facilitou bastante o entendimento das resoluções, e que, com o desenrolar das atividades, os alunos foram ganhando uma evolução em seu desempenho. O autor ainda ressalta que o uso das atividades contribuiu para que os alunos entendessem a origem da fórmula de Bháskara, mostrando que a História da matemática é um instrumento que gera aprendizagem significativa. E, por fim, ele afirmou que a aplicação das atividades desenvolveu nos alunos a capacidade de representação algébrica e geométrica das equações do 2° grau.

O trabalho de Elias (2018) teve como **questão norteadora:** “A utilização de smartphones nas aulas de Matemática, com aplicativos programados para o conteúdo de Equações do 2° Grau, auxilia os estudantes a ressignificarem suas aprendizagens?” e seu **objetivo** foi: “investigar as contribuições de utilização de smartphone, por meio da criação e validação de aplicativos matemáticos educativos, para o ensino de Equação do 2° Grau”.

A autora elaborou uma série de atividades onde foram utilizados a construção de aplicativos com o uso do App Inventor nos formatos de quiz, seleção de opção correta da lei de formação, afirmações com botões de verdadeiro e falso e em formato de calculadora. Para cada aplicativo foi elaborada uma sequência que orientava os alunos quanto ao trabalho que deveria ser realizado.

A **metodologia de pesquisa** utilizada foi de cunho qualitativo, onde foram usados questionários, observações, gravações, mapas conceituais, produções textuais e discussões em grupo. A mesma é baseada numa sequência linear apontada por Flick (2009), na qual as etapas de desenvolvimento se relacionam entre si e a partir dos dados e análises coletados, mostram informações relevantes ao objetivo proposto da pesquisa. O trabalho foi realizado em uma escola pública do município de Curitiba/Paraná, com 34 alunos de uma turma do 9° ano do ensino fundamental II.

Com o **resultado da pesquisa**, a autora conseguiu identificar algumas contribuições que o uso do aplicativo levou aos alunos sobre o objeto "equações do 2° grau". A primeira foi o fato de os alunos não recearem trabalhar usando os celulares, os demais foram: trazer conceitos históricos acerca do conteúdo; o trabalho coletivo, já que os alunos compartilhavam os celulares com quem não possuía um, a ressignificação e ampliação de conceitos, e, por fim, uma melhor interpretação dos problemas propostos, pois os alunos não necessitavam fazer cálculos - bastava inserir os dados que o aplicativo fazia isso.

Em suas **considerações finais,** Elias (2018) disse que, a inserção de tecnologias digitais no contexto da sala de aula auxilia na construção de conhecimentos matemáticos e que os alunos assimilaram novos conhecimentos ao longo da sequência. A autora afirmou também que o conteúdo abordado mostrou-se útil aos estudantes em seu dia a dia, a mesma citou algumas limitações enfrentadas, tais como: poucas pesquisas sobre o objeto relacionado a tecnologias digitais, a pouca afinidade da própria pesquisadora com design de aplicativos e a rede wi-fi da escola que não era disponibilizada aos alunos. Por fim, salienta que o uso de tecnologias digitais de forma isolada não promove o aprendizado e diz que as atividades devem ser pensadas e planejadas sistematicamente para atender às especificidades da turma.

O trabalho de Bressan (2021) apresentou como **questão norteadora:** "A ideia de que a maioria dos alunos tende a apresentar dificuldades em alguns conteúdos matemáticos e que a utilização de tais materiais (material manipulável), pode auxiliar positivamente professores e alunos nesse processo.” Seu **objetivo** foi “tratar do uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática, em específico a utilização do Algeplan no ensino de operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau”.

A autora elaborou uma série de atividades as quais foram aplicadas por um período de 18 semanas, mas as semanas de aplicação que nos interessa nesse trabalho são as semanas 15, 16,17 e 18, pois as mesmas tratam de equações do 2° grau. Essas atividades foram realizadas de maneira remota e suas devolutivas feitas através de fotos pelo WhatsApp e plataforma. A **metodologia de pesquisa** utilizada foi tal que permitia aos alunos a construção do conhecimento com a mediação do professor desde o processo de elaboração dos materiais, até sua aplicação em sala de aula.

Bressan (2021) buscou disponibilizar materiais, listas de exercícios e vídeos com conceitos iniciais sobre a identificação dos coeficientes, raízes de equações com a fórmula resolutiva com exemplos de como resolver as questões sobre o cálculo de raízes usando o método de completar quadrados. A pesquisa foi realizada em uma escola estadual de ensino fundamental na cidade de Rosário do sul/RS, com 25 alunos de uma turma do 9° ano do ensino fundamental.

Com os **resultados da pesquisa,** foi possível perceber que o Algeplan e a álgebra têm o objetivo de manipular expressões algébricas e suas operações, através de ambos, a autora encontrou resultados que possuem semelhanças, porém com regras aplicadas de forma diferente. O trabalho propõe a possibilidade de usar propriedades de figuras geométricas para verificar relações conhecidas e inferir novas.

Nas **considerações finais,** Bressan (2021) disse que, mesmo que o aluno consiga manipular o Algeplan seguindo suas regras para operações, isso não significará que ele irá absorver os conceitos esperados, e que, com relação à geometria, alguns alunos não conseguem compreender como usar áreas de quadrados e retângulos nas resoluções que envolvem polinômios. A autora diz que os resultados seriam diferentes se as atividades tivessem sido realizadas de forma presencial.

O trabalho de Oliveira (2022) teve como **questão norteadora:** “A UEPS planejada e aplicada nesta pesquisa, abordando as equações do segundo grau tem potencial para promover aprendizagem significativa de estudantes do 9° ano do

Ensino Fundamental?". E teve como **objetivo:** "planejar, desenvolver, aplicar e analisar o potencial de uma UEPS como recurso pedagógico nos processos de ensino e aprendizagem de equações do segundo grau, no 9° ano do Ensino Fundamental".

A autora utilizou um conjunto de atividades distribuídas em etapas divididas em 4 módulos onde foram estudados o resgate dos conceitos matemáticos, conceitos algébricos, jogos e aplicativos e atividades de aplicação e avaliação das equações.

A **metodologia de pesquisa** utilizada pela autora foi estudo de caso, e quanto a sua natureza, a mesma é de cunho qualitativo que visa analisar o potencial de uma UEPS (Unidade de Ensino Potencialmente Significativa). Durante a realização das atividades foram elaborados materiais, tais como: avaliação diagnóstica, entrevistas, fichas de observação atitudinal, questões fechadas e abertas, jogos matemáticos e aplicativos. A investigação foi realizada em uma escola pública estadual do município de Caxias do Sul, com uma turma de 20 alunos do 9° ano do ensino fundamental.

Nos **resultados da pesquisa,** a autora afirmou que 50% dos alunos relataram recordar palavras relativas à equação do 2° grau, tais como: incógnita, variável, coeficiente, termo algébrico e termo independente. E que, com relação as atividades sobre as aplicações do 2° grau, na primeira atividade 100% dos alunos conseguiram descrever a trajetória de uma pedra, e 40% associaram a uma parábola. Na segunda atividade, 50% dos alunos conseguiram identificar elementos que possibilitavam efetuar os cálculos, e 20% conseguiram reescrever a questão na forma de uma equação do 2° grau.

A autora esperava ampliar os conhecimentos dos alunos utilizando materiais potencialmente significativos como os jogos matemáticos, e de acordo com as respostas dos alunos, ela percebeu que alguns conceitos estavam mais claros que outros, mas não diz no texto quais conhecimentos são esses. Com relação ao uso do aplicativo matemático, a autora ressalta que 100% dos alunos não tiveram dificuldades em resolver os problemas, pois os mesmos responderam corretamente.

Em suas **considerações finais,** Oliveira (2022) disse que grande parte dos estudantes conseguiu estabelecer relação entre os novos e os pré-existentes conhecimentos, dessa forma, as atividades foram consideradas por ela com potencial para a aquisição de conhecimento relacionado às equações do 2° grau, tanto com relação aos conceitos algébricos quanto as aplicações das equações.

O trabalho de Pereira (2022) teve como **questão norteadora:** “quais as contribuições de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem de equação do 2º grau com uma incógnita à luz dos Campos Conceituais?”. O **objetivo foi:** “analisar as potencialidades didáticas e os indícios de aprendizagem de uma Sequência Didática com base na Teoria dos Campos Conceituais, e com resolução de problemas do tipo objetivo aplicada ao ensino de equação polinomial do 2º grau”.

O autor elaborou uma sequência didática voltada para a aprendizagem de equações do 2° grau com a finalidade de resolver problemas, para tanto foram elaboradas três atividades onde as mesmas consistiam em desenvolver o reconhecimento das operações que compõem a equação, desenvolver a resolução da equação e por fim, resolver situações problemas que envolvessem equações do 2° grau.

A **metodologia de pesquisa** utilizada é classificada como estudo de caso e possuía tantos aspectos qualitativos quanto quantitativos para poder ser feita a análise de indícios de aprendizagem. Também foi feita uma análise estatística para comparar as respostas dadas pelos alunos, antes e depois da aplicação da sequência. A pesquisa aconteceu em uma escola pública municipal localizada no município de Tailândia/Pará, com uma amostra de 9 alunos do 9° ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** de Pereira (2022) mostraram que os alunos exploraram conhecimentos para chegar à formalização da definição de uma equação do 2° grau, apresentando dificuldades aritméticas. Na resolução das equações do 2° grau os alunos tiveram dificuldades para identificar os coeficientes, e na resolução de problemas do 2° grau, as lacunas sobre conhecimentos prévios dificultaram a finalização dos problemas.

Em **suas considerações finais,** Pereira (2022) afirmou que, ao considerar as potencialidades didáticas de sua pesquisa, a mesma pode ser adotada por professores de matemática para o ensino de equações do 2° grau. Também concluiu que os sujeitos da pesquisa não evoluíram mais devido ao número de aulas ter sido mínimo, logo, o autor ressalta que sua sequência didática é recomendada desde que haja tempo suficiente para a discussão dos problemas.

O trabalho de Amorim (2022) teve como **questão norteadora:** “quais as contribuições do processo de obutchénie de equações do 2° grau baseado no sistema zankoviano para o desenvolvimento do estudante?”. E seu **objetivo** foi: “analisar as contribuições do processo de obutchénie de equações do 2° grau baseado no sistema zankoviano para o desenvolvimento do estudante”.

A autora organizou uma tarefa em 7 etapas onde os alunos podiam falar ou escrever sobre o conhecimento. As tarefas foram postas em situações problemas que trabalharam conceito de movimento, relação de interdependência, variável, campo de variação, relação de igualdade e o aspecto central da equação do 2º grau.

A **metodologia de pesquisa** foi o microciclo, apoiada em Zuckerman (2011) que analisa hipóteses “associadas às possibilidades de desenvolvimento funcional e pode acontecer em um curto espaço de tempo, ou seja, pode ser efetivado em dias ou semanas”. A mesma usa a relação de obutchénie que é a interação entre aluno e professor em uma inter-relação entre ensino e aprendizagem. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Uberlândia/MG, em uma turma de 24 alunos do 9° ano do ensino fundamental.

Os **resultados da pesquisa** de Amorim (2022) mostraram que houve evidencias de que os alunos absorveram os conceitos de equações do 2° grau, fluência, variável, campo de variação, relação de igualdade e linguagem algébrica para o processo de ensino e aprendizagem, e que as atividades possibilitaram que os alunos se desenvolvessem nos campos cognitivo, ético, moral e emocional, juntamente com a obtenção do conceito de equações do 2° grau.

Em suas **considerações finais,** Amorim (2022) afirmou que os alunos tiveram um processo de desenvolvimento impulsionado pelas tarefas propostas, e que, por meio dessa interação, se apropriaram do conceito de equação do 2° grau. A autora ainda afirmou que a relação entre estudantes e situações-problema se fortaleceu à medida que os alunos iam atribuindo significado aos problemas que procuravam solucionar. A autora considera que tarefas baseadas em princípios didáticos e metodológicos do sistema zankoviano devem ser aplicadas em outras turmas, principalmente nos anos iniciais, pois contribuirão para o desenvolvimento moral, ético, cognitivo entre outros.

A aprendizagem das equações do segundo grau constitui um tema central no currículo de Matemática do ensino fundamental, sendo frequentemente abordado por meio de diferentes metodologias e estratégias de ensino. No entanto, pesquisas recentes têm evidenciado uma série de dificuldades persistentes entre os alunos, tanto no que se refere à compreensão conceitual quanto à aplicação dos métodos de resolução. Com base em revisão sistemática de dissertações, teses e artigos publicados entre 2013 e 2022, identificam-se os principais obstáculos enfrentados pelos estudantes, os quais podem ser categorizados em dimensões conceituais, procedimentais e contextuais.

Uma das dificuldades mais recorrentes diz respeito à compreensão do significado algébrico e geométrico das equações quadráticas. Martins (2014) constatou que os alunos tendem a não atribuir significado à solução de uma equação do segundo grau, especialmente quando esta apresenta duas raízes reais. Muitos estudantes as confundem com equações do primeiro grau, tentando isolar a incógnita de forma linear, o que revela uma fragilidade na distinção entre estruturas algébricas distintas. Além disso, a noção de que a incógnita pode assumir mais de um valor em uma mesma equação não é naturalmente assimilada, gerando conflitos conceituais.

Outro ponto crítico refere-se à dificuldade na manipulação algébrica e na identificação dos coeficientes. Pereira (2022) observou que os alunos apresentam sérias limitações para reconhecer os coeficientes a, b e c em uma equação, o que compromete a aplicação da fórmula resolutiva e de outros métodos, como a fatoração ou o completamento de quadrados. Essa carência está associada a lacunas em conteúdos anteriores, como operações com polinômios e produtos notáveis, conforme também destacado por Modtkoski (2016), que apontou a tendência dos alunos a mecanizar algoritmos sem compreender seus fundamentos.

A interpretação e modelagem de problemas contextualizados também se mostram como um desafio significativo. Dias (2016) ressaltou que os alunos não estão habituados a resolver problemas que exigem leitura, interpretação e tradução para a linguagem matemática. Muitas vezes, mesmo dominando o algoritmo de Bhāskara, os estudantes não conseguem aplicar esse conhecimento em situações-problema, evidenciando uma desconexão entre a habilidade procedimental e uma competência matemática mais ampla. Essa limitação foi igualmente observada por Modtkoski (2016), cujos alunos obtiveram sucesso em exercícios diretos, mas falharam em problemas que demandavam raciocínio algébrico.

A utilização de registros de representação variados (numérico, algébrico e geométrico), mostrou-se como uma estratégia promissora, porém não isenta de dificuldades. Guadagnini (2013) verificou que os alunos tinham mais facilidade com o registro algébrico do que com o geométrico, o qual exige um nível de abstração e visualização não desenvolvido adequadamente. Da mesma forma, Lima (2016) constatou que os livros didáticos pouco exploram a transição entre o registro gráfico e o algébrico, o que limita a compreensão integral da função quadrática.

Vale destacar ainda a dependência de conhecimentos prévios, como o domínio das quatro operações, princípios de equivalência e fatoração, cuja deficiência impacta diretamente a resolução de equações do segundo grau. Pereira (2022) e Martins (2014) relataram que lacunas em tópicos anteriores impediam que os alunos finalizassem a resolução de problemas, mesmo quando estes compreendiam a estrutura geral da equação.

Por fim, embora o uso de tecnologias e materiais manipuláveis, como GeoGebra, smartphones e Algeplan, tenha se mostrado motivador e facilitador em alguns contextos (Elias, 2018; Lima, 2016; Bressan, 2021), sua implementação não garantiu, por si só, a superação das dificuldades conceituais. Bressan (2021) alerta que a manipulação de materiais não assegura a compreensão dos conceitos subjacentes, especialmente quando não há mediação adequada ou quando as atividades são aplicadas de forma isolada.

Em síntese, as pesquisas analisadas indicam que as dificuldades dos alunos com equações do segundo grau são variadas, envolvendo desde a fragilidade em conceitos simples até a incapacidade de transitar entre diferentes representações e contextos. Tais evidências reforçam a necessidade de se adotar abordagens de ensino que integrem resolução de problemas, trabalho com múltiplas representações e valorização do raciocínio em detrimento da mera mecanização, sempre considerando a importância de um tempo didático adequado para a construção significativa do conhecimento.

2.4 Tendencias em educação matemática

Segundo Araújo, Miranda e Silva (2022), a educação matemática, nas últimas décadas, tem sido palco de intensas reflexões e transformações pedagógicas. O modelo tradicional de ensino, centrado na transmissão mecânica de algoritmos e na repetição de procedimentos, revela-se progressivamente insuficiente para responder aos desafios cognitivos e socioculturais do século XXI. Diante de um cenário marcado, não raro, pela aversão à disciplina e por baixos índices de aprendizagem, urge repensar as práticas pedagógicas de modo a engajar os estudantes e a promover uma compreensão verdadeiramente significativa dos conceitos matemáticos.

Ainda segundo Araújo, Miranda e Silva (2022), nesse contexto, emergem com força as chamadas tendências em educação matemática – abordagens teórico-metodológicas que propõem novas formas de conceber, ensinar e aprender a matemática. Mais do que técnicas isoladas, estas tendências representam verdadeiros paradigmas educacionais, os quais reposicionam o papel do professor, do aluno e do próprio conhecimento matemático. Elas partem do pressuposto de que a matemática não é um corpo estático de verdades a serem absorvidas, mas uma ciência viva, em constante construção, intimamente ligada à resolução de problemas, à interpretação do mundo e às práticas socioculturais humanas.

2.4.1 Modelagem matemática

Segundo Malheiros (2012), a Modelagem Matemática configura-se como uma tendência pedagógica de significativa relevância no cenário da educação matemática brasileira, caracterizando-se como uma abordagem que promove a investigação de situações reais por meio de ferramentas matemáticas. Esta tendência possui origem vinculada a pressupostos socioconstrutivistas, com influências diretas do pensamento de Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio, o que, desde sua origem, a orienta para uma prática educacional que valoriza o contexto e a criticidade dos estudantes.

A autora salienta que a modelagem não é uma metodologia engessada, mas uma linha de pesquisa consolidada que interage com outras tendências educacionais. Nesse sentido, destaca-se sua forte convergência com a pedagogia de projetos, uma vez que ambas partem de problemas ou temas de interesse dos alunos, colocando-os no centro do processo de aprendizagem e atribuindo ao professor o papel de orientador. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) também são apontadas como aliadas naturais da modelagem.

Ainda segundo Malheiros (2012), do ponto de vista dos suportes teóricos que embasam as pesquisas na área, a autora identifica a significativa influência da educação matemática crítica de Skovsmose, que confere à modelagem uma dimensão política e democrática, e da noção de interesse, conforme desenvolvida por John Dewey, que corrobora a premissa de que a aprendizagem significativa deve estar ancorada no engajamento autêntico do estudante.

Conclui-se, portanto, que a Modelagem Matemática se consolida não apenas como uma estratégia de ensino, mas como uma perspectiva educacional abrangente, que busca a contextualização do conhecimento, o desenvolvimento da autonomia discente e a promoção de um diálogo interdisciplinar, posicionando-se como uma tendência fértil e em constante evolução no campo da educação matemática.

2.4.2 Etnomatemática

Segundo Silva (2022), a Etnomatemática emerge no cenário educacional brasileiro como uma resposta aos limites do movimento da matemática moderna, o qual, predominante nas décadas de 1960 e 1970, privilegiava um formalismo abstrato em detrimento da aplicabilidade e da relevância cultural dos conteúdos. Ubiratan D'Ambrosio, seu principal idealizador, propôs um programa de pesquisa que visa compreender as distintas formas de matematizar diversos grupos culturais.

Etimologicamente, o termo sintetiza três dimensões fundamentais: etno (referente aos contextos ambientais, sociais e culturais), matema (relativo à ação de explicar, conhecer e lidar com a realidade) e tica (que denota as artes, técnicas e modos de fazer). Dessa forma, a Etnomatemática pode ser compreendida como o estudo das maneiras pelas quais indivíduos e comunidades desenvolvem, em seus próprios ambientes, habilidades e conhecimentos matemáticos para compreender e transformar o mundo à sua volta.

Ainda segundo a autora, essa conexão é indissociável de uma compreensão ampla de cultura, na qual se entende não como um conjunto estático de traços, mas como um sistema dinâmico de significados partilhados, um "tecido" simbólico que orienta o modo de ser, agir e conhecer de um grupo. É nesse universo de significados que as práticas matemáticas se originam e adquirem sentido.

Segundo Silva (2022), a inserção da etnomatemática no ensino de matemática representa, portanto, um posicionamento político-pedagógico. Ela permite contextualizar o conhecimento matemático, tornando-o mais significativo para o aluno, uma vez que parte de suas raízes culturais e de sua identidade. Como alerta D'Ambrosio (2011), o processo escolar tradicional tende a eliminar essas raízes, desconsiderando a bagagem cultural que o estudante traz para a sala de aula. Ao contrapor-se a essa lógica, a etnomatemática promove uma “continuidade entre o que se aprende na escola e o conhecimento que existe fora dela”, humanizando o ensino da disciplina e revelando-a como uma ciência viva e profundamente humana (Vergani, 2007).

2.4.3 Jogos

A integração de metodologias inovadoras no ensino da Matemática tem se mostrado um caminho promissor para superar abordagens tradicionais, frequentemente marcadas pela abstração e descontextualização. Nesse contexto, Conceição (2019) afirma que a implementação de jogos no ensino de Matemática enfrenta resistências concretas, as quais se identificam como sendo de natureza tripla: “pela forma que os conteúdos matemáticos são abordados”, “pela filosofia de determinadas escolas” e “pela falta de interesse de estudantes do ensino médio”. Tal diagnóstico inicial é crucial, pois situa o problema para além da mera vontade docente, localizando-o num entrelaçamento de fatores metodológicos, institucionais e etários.

Ainda segundo Conceição (2019), para superar tais barreiras, deve-se recorrer a uma estruturação teórica que categoriza os jogos conforme seus objetivos pedagógicos, com base em Lara (2003). Conforme essa classificação, os jogos de construção “favorecem a redescoberta de conceitos desconhecidos”, atuando como ferramentas introdutórias que permitem ao aluno construir significados de maneira ativa. Já os jogos de treinamento destinam-se a “verificar se os alunos desenvolveram algum conceito”, promovendo, através da repetição contextualizada, um “raciocínio dedutivo ou lógico mais rápido”. Por fim, os jogos de aprofundamento funcionam como “exercícios de fixação matemática por serem didaticamente convenientes”. Essa taxonomia não se limita a uma listagem, mas estabelece uma progressão didática que guia a ação do professor.

Para além da organização prática, Conceição (2019) fundamenta a utilização de jogos em princípios pedagógicos sólidos, citando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para legitimá-los como metodologia que, pelos seus “aspectos lúdico, dinâmico e interativo, […] estimulam o raciocínio lógico e a criatividade dos discentes”.

Segundo Felix (2021), a defesa da utilização de jogos ancorada em sólidos referenciais teóricos e diretrizes educacionais, reconfigura a compreensão do processo de ensino-aprendizagem em Matemática. O texto recorre à autoridade dos Parâmetros Curriculares Nacionais para legitimar a prática, afirmando que esta metodologia é "prevista nos PCN do ensino fundamental, pelos aspectos lúdico, dinâmico e interativo, que estimulam o raciocínio lógico e a criatividade dos discentes". Esta fundamentação institucional confere peso legal e pedagógico à proposta, situando-a para além de uma mera alternativa metodológica.

Ainda segundo Felix (2021), a dimensão sociocultural dos jogos é destacada, argumentando que eles "favorecem a compreensão de regras" e "auxiliam não só no processo de ensino-aprendizagem como no desenvolvimento da socialização entre os alunos e o mundo que os rodeia". Esta perspectiva amplia o alcance educacional dos jogos, ultrapassando a esfera puramente cognitiva para abranger competências sociais e de convivência essenciais à formação integral do educando.

Felix (2021) mostra que existe algo de relevante na identificação do "desafio genuíno" como elemento motivador central, capaz de "gerar interesse e prazer" nos estudantes. Esta observação vai ao cerne de uma das maiores dificuldades no ensino da Matemática - o engajamento dos alunos - propondo os jogos como antídoto à desmotivação tão comum nas abordagens tradicionais. Nesta reconfiguração do processo educativo, "prevê que o aluno seja sujeito ativo no processo de aprendizagem e que o professor atue como mediador". Esta transformação, contudo, exige "planejamento e objetivos bem definidos", assegurando o caráter intencional da prática e evitando que se degrade em "mera brincadeira". A citação de Araújo (2015) corrobora esta visão ao destacar que "o uso do jogo permite que haja mais trabalho mental em aula, que o professor possa acompanhar o processo de pensamento das crianças [...] e ao mesmo tempo fazer intervenções".

2.4.4 História da matemática

A incorporação da História da Matemática como tendência pedagógica tem ganhado espaço significativo no cenário educacional brasileiro, revelando-se uma potente ferramenta para humanizar e contextualizar o conhecimento matemático. Trabalhos acadêmicos recentes, como o de Vieira (2024), evidenciam o potencial formativo dessa abordagem, que permite ao estudante compreender a matemática como uma construção humana, dinâmica e em constante evolução. Essa perspectiva rompe com a visão estanque e dogmática frequentemente associada à disciplina, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e conscientes do desenvolvimento científico.

Nesse contexto, a produção de materiais didáticos e paradidáticos surge como um eixo fundamental para a efetivação dessa proposta em sala de aula. Wendland (2019) ilustra como o recurso histórico pode ser mobilizado para o ensino de tópicos específicos, tornando conceitos abstratos mais palpáveis e significativos. Ao situar o surgimento e a evolução dos logaritmos em seu contexto original, o material desenvolvido não apenas facilita a compreensão técnica, mas também resgata a criatividade e os desafios enfrentados pelos matemáticos ao longo do tempo, enriquecendo a experiência de aprendizagem.

A implementação de tendências inovadoras, entretanto, está intrinsecamente ligada à formação e ao desenvolvimento profissional de professores. Santana (2023) ao analisar práticas docentes no âmbito do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), reforça a importância de iniciativas que capacitem os educadores a incorporarem novas abordagens, como a história da matemática, em sua prática pedagógica. Sem um professor preparado para mediar essa relação entre passado e presente, a tendência corre o risco de ser reduzida a anedotas desconexas, perdendo seu potencial transformador.

Paralelamente, Santos (2022) alerta para a necessidade de se analisar criticamente os recursos utilizados em sala de aula. A forma como a história é apresentada nos materiais oficiais pode tanto potencializar quanto limitar sua eficácia pedagógica. Complementarmente, o estudo de Cavalcante (2022) demonstra como a pesquisa aplicada tem gerado ferramentas concretas para o professor, consolidando uma ponte entre a academia e a escola básica. Dessa forma, a história da matemática consolida-se não como um apêndice curricular, mas como uma ferramenta didática estratégica para um ensino mais crítico, significativo e engajador.

2.4.5 Resolução de problemas

Segundo Martins, Paula, Gomes e Lino (2024), a resolução de problemas consolida-se, no panorama da Educação Matemática contemporânea, como uma premissa pedagógica fundamental, ultrapassando a condição de mera ferramenta didática para assumir o status de uma tendência em educação matemática. Esta perspectiva redefine radicalmente o processo de aprendizagem, situando o problema não como uma aplicação final de conteúdos previamente transmitidos, mas como o início da investigação matemática.

Nesse contexto, o estudante é convidado a engajar-se em um processo de descoberta, no qual a necessidade de resolver uma situação desafiadora motiva a construção de conceitos e procedimentos. A fundamentação teórica dessa abordagem remonta a George Pólya, mas encontra sua expressão mais estruturada no cenário brasileiro por meio da metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação através da resolução de problemas, desenvolvida pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), que possui como expoente a professora Lourdes de la Rosa Onuchic. Esta proposta opera por meio de um ciclo pedagógico que se inicia com um problema gerador, o qual é explorado colaborativamente. Por meio de discussões, tentativas de solução e argumentação, os alunos desenvolvem hipóteses e estratégias, avançando em direção à formalização do conhecimento.

O professor, nesse contexto, atua como um mediador crucial, orquestrando a plenária de socialização de ideias e guiando a turma na validação coletiva das soluções e na síntese conceitual. Dessa forma, a resolução de problemas configura-se não apenas como um método, mas como um ambiente de aprendizagem que privilegia o raciocínio, a criatividade e a autonomia intelectual, tornando-se, assim, um eixo norteador para a articulação de outras tendências.

2.4.6 Polya e a arte de resolver problemas

George Polya, em sua obra a Arte de Resolver Problemas (1944), propõe uma abordagem sistemática e reflexiva para o processo de resolução de problemas, especialmente no contexto matemático. Seu método, fundamentado na heurística, estudo dos processos de descoberta e invenção, visa não apenas à obtenção de respostas, mas ao desenvolvimento de uma habilidade. Polya estrutura o processo em quatro fases relacionadas: compreensão do problema, concepção de um plano, execução do plano e retrospecto (ou verificação).

A fase inicial é, para Polya, a mais crucial. Resolver um problema sem antes compreendê-lo é, em suas palavras, “uma tolice” (POLYA, 1944, p. 10). O autor enfatiza que o solucionador deve se apropriar do enunciado, identificando claramente seus elementos constituintes. As perguntas-chave que orientam essa fase são: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? (POLYA, 1944, p. 9). O objetivo é internalizar o problema. Essa internalização pode ser auxiliada por representações gráficas, notação adequada e a reformulação do problema com as próprias palavras. Polya adverte que pular esta fase ou executá-la de forma superficial leva a esforços desorientados e improdutivos, pois “é geralmente inútil executar detalhes sem perceber a conexão principal” (POLYA, 1944, p. 10).

Na fase 2, uma vez compreendido o problema, busca-se estabelecer uma conexão entre os dados e a incógnita. Esta é a fase criativa e estratégica do processo, momento que se elabora um plano de ação. Polya descreve que “temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita” (POLYA, 1944, p. 10). Este momento de planejamento é onde o conhecimento prévio é mobilizado e reconfigurado para enfrentar o novo desafio.

Na fase 3, o plano concebido é colocado em prática. É o momento da implementação técnica, momento em que se realizam os cálculos, construções geométricas ou deduções lógicas previstas. Polya destaca a importância da meticulosidade e da verificação contínua durante a execução. O autor recomenda que, em problemas complexos, se distingam passos “grandes” e “pequenos”, verificando-se primeiro a lógica dos grandes passos. A execução bem-sucedida depende diretamente da clareza e viabilidade do plano traçado na fase anterior, e uma verificação passo a passo é essencial para evitar erros que comprometam todo o processo.

A fase final, muitas vezes negligenciada, é, para Polya, de extrema importância. Ela consiste em um exame crítico da solução obtida e do caminho percorrido. O objetivo é consolidar o conhecimento e aprimorar a habilidade de resolver problemas. Polya propõe ações como: verificar o resultado e o argumento, buscar soluções alternativas e refletir sobre a possibilidade de utilizar o método ou resultado em outros problemas. Este retrospecto transforma a experiência de resolver um problema isolado em uma oportunidade de aprendizagem profunda, permitindo ao solucionador “descobrir fatos novos e interessantes” e desenvolver “conhecimentos bem ordenados e prontos a serem utilizados” (POLYA, 1944, p. 21).

As quatro fases delineadas por George Polya, compreensão, planejamento, execução e retrospecto, constituem um modelo cíclico e reflexivo. Sua ênfase na compreensão inicial e na análise posterior desafia a visão de que a resolução de problemas se esgota na obtenção da resposta correta. Pelo contrário, Polya insere a prática da solução em um processo contínuo de investigação, imitação e reflexão, processo no qual tanto o erro quanto o acerto são fontes de aprendizado. Para o ensino, sua metodologia oferece ao professor um repertório de perguntas que, usadas com discrição, podem guiar o aluno a descobrir por si mesmo, desenvolvendo não só competências matemáticas, mas também autonomia intelectual. Portanto, a assimilação dessas fases representa um objetivo fundamental para a educação matemática, formando solucionadores de problemas mais confiantes, críticos e criativos.

2.4.7 Ensino de matemática por atividades experimentais

A constante busca por metodologias inovadoras no ensino de matemática tem conduzido à valorização de abordagens que privilegiam a experimentação e a investigação. O ensino por atividades experimentais emerge neste contexto como tendência pedagógica promissora, conforme evidenciado por pesquisas recentes realizadas no âmbito de programas de pós-graduação, particularmente na região Norte do Brasil (BARROS, 2024; BARBOSA, 2024). Esta abordagem demonstra aplicabilidade em diversos eixos temáticos da matemática, sinalizando sua versatilidade e potencial de articulação com o currículo da educação básica.

Conforme aponta Silva (2024), é crucial compreender os saberes docentes mobilizados nessa prática, especialmente na articulação entre análise de modelos e uso de tecnologias digitais. A formação continuada de professores configura-se como pilar essencial para efetiva implementação do ensino experimental, demandando não apenas domínio procedimental, mas reestruturação da postura pedagógica em direção a uma atitude investigativa.

A dimensão afetiva constitui aspecto fundamental nesta abordagem, conforme demonstrado por Ferreira (2023), que evidenciou que o ensino por atividades experimentais pode promover "variação favorável de emoções e atitudes em relação à matemática" entre estudantes do 9º ano, enfrentando assim um dos maiores obstáculos ao aprendizado matemático: a ansiedade e aversão à disciplina. Ao transformar a sala de aula em espaço de descoberta, a abordagem experimental ressignifica a relação do aluno com o conhecimento matemático.

A efetividade da metodologia manifesta-se igualmente em conteúdos específicos do ensino fundamental. Estudos como os de Silva (2023) e Monteiro (2023) demonstram como a experimentação facilita a construção de conceitos matemáticos fundamentais. Ao vivenciar situações-problema de forma concreta e investigativa, os alunos desenvolvem compreensão mais profunda e duradoura, ultrapassando a memorização apenas de algoritmos.

Conforme sustentado por Fossa (2020), esta abordagem integra diversas tendências da educação matemática sob uma perspectiva unificadora do ensino por atividades, estabelecendo distinção crucial entre metodologias que concebem o aluno como agente ativo na construção do conhecimento e aquelas que o veem como receptor passivo. Neste contexto, a atividade experimental ultrapassa a simples manipulação de materiais, constituindo situação de aprendizagem intencionalmente planejada para promover compreensão conceitual mediante a investigação.

Dentre as modalidades que compõem essa abordagem, as atividades de conceituação destacam-se como estratégias pedagógicas especificamente desenhadas para conduzir o estudante ao reconhecimento e refinamento progressivo de conceitos matemáticos. Conforme detalhado por Sá, Mafra e Fossa (2022), estas atividades organizam-se em fases sequenciais que abrangem desde a provocação intelectual inicial até a institucionalização final do conceito, culminando na abstração conceitual propriamente dita.

Paralelamente, as atividades de redescoberta configuram-se como experiências pedagógicas que permitem ao estudante reconstruir resultados matemáticos mediante percursos investigativos autênticos. Fundamentando-se na técnica da redescoberta, tais atividades não se limitam à reprodução de procedimentos históricos, mas proporcionam vivências genuínas de construção do conhecimento.

A implementação eficaz destas modalidades experimentais exige reconfiguração substantiva da prática docente. O professor transita da posição de transmissor de conhecimento para a função de mediador especializado, criando ambientes de aprendizagem que privilegiam cooperação, diálogo reflexivo e socialização de descobertas. Esta transformação demanda competências pedagógicas específicas para orientar o processo de construção do conhecimento sem imposição de soluções pré-concebidas.

A estruturação destas atividades obedece a princípios pedagógicos rigorosos que incorporam dimensões cognitivas e não cognitivas da aprendizagem. No plano cognitivo, destacam-se a construção individual e social de esquemas mentais, o desenvolvimento da metacognição e a valorização da cooperação como elemento constitutivo do conhecimento. Simultaneamente, no âmbito não cognitivo, cultivam-se valores fundamentais como autonomia, criatividade e autoconfiança.

A concentração geográfica de pesquisas em instituições paraenses indica a emergência de polo de produção de conhecimento sobre esta temática na Amazônia, evidenciando que a inovação no ensino de matemática não se restringe aos centros sulistas, mas floresce em diferentes contextos regionais, enriquecendo o debate educacional nacional com perspectivas locais.

Em síntese, o ensino de matemática por atividades experimentais consolida-se como proposta pedagógica bem fundamentada e metodologicamente consistente. Seus benefícios perpassam a compreensão conceitual, a dimensão afetiva e o desenvolvimento de competências cognitivas superiores. A consolidação desta abordagem depende de investimentos contínuos na formação docente e produção de materiais didáticos que auxiliem os professores a transpor esta inovação para a realidade das salas de aula, constituindo caminho promissor para a superação dos desafios históricos do ensino de matemática.

3 ATIVIDADES PROPOSTAS

Nesta seção apresentamos a sequência de atividades que propomos ser utilizada ao ministrar o assunto sobre problemas do 2º grau. Esta sequência é composta por 4 atividades que estão baseadas no modelo de ensino por atividades experimentais, que está baseada em Sá, Mafra e Fossa (2022), além de atividades que foram adaptadas da sequência de Lima (2022) e Silva (2012). Junto a essas atividades será realizada uma aula expositiva onde mostraremos como aplicar o método de completar quadrados para resolver equações do 2º grau.

Para a realização das atividades, será utilizado o "Kit 2d" baseado no trabalho de Silva (2012) que possui a seguinte descrição:

- Quadrados: *Quatro quadrados grandes* de lados x, $x > 0$ (onde um valor para x é fixado, a priori), de área x^2, representando cada um deles o elemento/expressão do tipo $x2$), *quatro quadrados médios* de lados y (com $y < x$), representando cada um deles um elemento/expressão do tipo y^2, e *doze pequenos* de lados 1, a unidade (representando o elemento/expressão do tipo $1=1^2$). Total de quadrados: 20.
- Retângulos: *Quatro retângulos* de lados x e y (representando cada um o elemento/expressão do tipo xy), oito *retângulos* de lados x e 1 (representando cada elemento/expressão do tipo $x = x.1$) e *oito* de lados y e 1 (representando cada o elemento $y = y.1$). O total de retângulos: 20. As peças são identificadas pelas suas áreas.

O "K*it-2D"* é composto por 138 peças/figuras geométricas a partir, basicamente, de duas formas: Quadrado e Retângulo e foi construído em EVA.

Quadrados

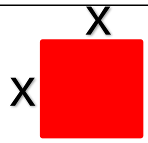
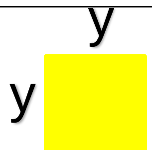
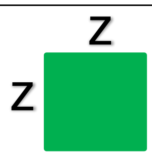
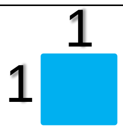
Oito quadrados de lados x, (onde um valor para x é fixado, a priori), de área x^2, cada um deles representa uma expressão do tipo $\mathbf{x^2}$), oito quadrados de lados y (com $y < x$), cada um deles representa uma expressão do tipo $\mathbf{y^2}$, oito quadrados de lados z (com $z < y < x$), cada um deles representa uma expressão do tipo $\mathbf{z^2}$ e dezoito quadrados de lados 1, a unidade (cada um deles representa uma expressão do tipo $\mathbf{1}=1^2$); resultando em um total de 42 quadrados.

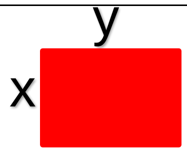
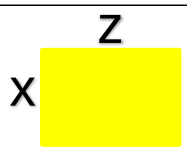
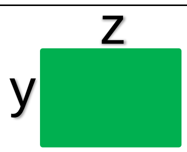
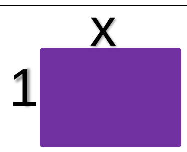
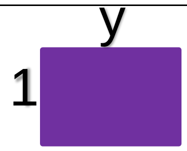
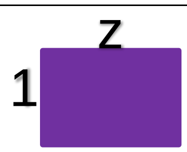
Retângulos

Dezesseis retângulos de lados x e y (cada um deles representa uma expressão do tipo **xy**), dezesseis retângulos de lados x e z (cada um deles representa uma expressão do tipo **xz**), dezesseis retângulos de lados y e z (cada um deles representa uma expressão do tipo **yz**), dezesseis retângulos de lados x e 1 (cada um deles representa uma expressão do tipo **x = x.1**), dezesseis retângulos de lados y e 1 (cada um deles representa uma expressão do tipo **y = y.1**) e dezesseis retângulos de lados z e 1 (cada um deles representa uma expressão do tipo **z = z.1**). Totalizando 96 retângulos.

O “Kit-2D” foi confeccionado em EVA nas cores azul e laranja, sendo 69 peças na cor azul representando as peças “positivas” e 69 na cor laranja representando as peças “negativas”. Foram construídos 10 “Kits-2D” para serem utilizados em sala de aula. Usou-se, em particular, as medidas x = 10 cm, y = 8 cm, z = 6 cm e a unidade como 2 cm. Temos como principal diferença entre o kit-2D e o *algeplan* a quantidade de peças que aumentou consideravelmente pois o *algeplan* é composto por 40 peças e o kit-2D por 168 peças, as cores e a inclusão de uma nova variável sendo esta, a variável “z”.

Quadro 7 - representação geométrica e algébrica do kit 2d

Forma geométrica	Representação algébrica
	x^2
	y^2
	z^2
	1^2

	xy
	xz
	yz
	x
	y
	z

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Silva (2012)

Apresentamos aqui uma proposta de pré e pós-teste para que o mesmo seja aplicado antes e depois da sequência de atividades, a fim de que o professor possa medir o quanto o aluno se desenvolveu no processo de ensino e aprendizagem. Os problemas aqui utilizados foram retirados das próprias coleções dos livros didáticos e outros foram criados seguindo a mesma categoria de problemas já apresentados. Não é obrigatório o uso destes problemas para fazer a verificação da aprendizagem, sendo assim, o professor pode fazer a seleção dos problemas de sua escolha. No Anexo A deste produto, oferecemos um banco de problemas extraídos dos livros didáticos e separados por subtipo de problema.

Escola: ____

Diretor(a): ____

Professor(a): ____

Aluno: ____

Pré- e pós-testes

1. O quadrado de um número real inteiro é igual a sete vezes o número, menos 6. Qual é esse número?

2. A soma do quadrado de um número positivo com o dobro dele é igual ao quíntuplo desse número. Que número é esse?

3. A soma de um número real com seu quadrado é 42. Determine esse número.

4. Um terreno retangular tem 1100 m² de área. A frente desse terreno tem 28 metros a menos que a lateral. Quais são as dimensões desse terreno?

5. A base de um retângulo tem 5m a mais que altura dele. A área do retângulo é 300 m². Qual é a medida da base do retângulo?

6. Um curral tem formato retangular e área igual a 288 m². Uma das dimensões tem o dobro da outra. Quanto mede cada uma das dimensões desse curral?

7. Se do quadrado da idade de Luísa subtrairmos o dobro da idade dela, obteremos 10 vezes a idade de Lúcia, a irmã gêmea de Luísa. Qual é a idade de Luísa?

8. O produto da idade de Adriana pela idade de Ana é igual a 374. Adriana é 5 anos mais velha que Ana. Quantos anos cada uma delas tem?

9. O quadrado da minha idade menos a idade que eu tinha 20 anos atrás e igual a 2000. Quantos anos eu tenho agora?

10. Em uma festa, todos os participantes cumprimentaram-se. Houve 66 apertos de mão. Quantas pessoas havia na festa?

11. Numa festa de confraternização de ano novo, cada pessoa cumprimentou todas as outras uma única vez, com um aperto de mão. Sabendo que ocorreram 153 apertos de mãos no total. Quantas pessoas estavam presentes na festa?

12. Em uma festa, todos os convidados se cumprimentam com um aperto de mãos. Se houve 15 apertos de mãos, quantas pessoas estavam na festa?

13. Uma caixa de fósforos tem 1 cm de altura, e o comprimento tem 2 cm mais que a largura. Se o volume da caixa é de 24 cm^3, Qual o comprimento da caixa?

14. O comprimento e a largura de uma piscina são números pares consecutivos e a profundidade é 1,8m. Sabendo que seu volume é 216m^3, qual é o comprimento e a largura dessa piscina?

15. Uma caixa de 10m de altura, tem a forma de um paralelepípedo de base quadrada. Sabendo que a mesma possui 9000m^3 de volume, qual é o tamanho do lado da base?

ATIVIDADES DA SEQUENCIA

Nesta seção apresentamos a sequência de atividades a qual sugerimos aos professores para que eles a utilizem para o ensino de problemas do 2° grau.

Atividade 1

Esta atividade foi baseada em Silva (2012), onde o mesmo possuia o objetivo de avaliar a potencialidade do ensino de fatoração algébrica por meio de atividades.

Título: Montando quadrados

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de escrever uma expressão algébrica na forma de um quadrado perfeito.

Procedimentos: Com auxílio do kit geométrico construa um quadrado

a) $x^2 + 2xy + y^2$

b) $y^2 + 2yz + z^2$

c) $x^2 + 2xz + z^2$

d) $z^2 + 2z + 1$

e) $x^2 + 2x + 1$

f) $x^2 + 4x + 4$

g) $z^2 + 4z + 4$

h) $4y^2 + 8y + 4$

i) $4x^2 + 4xz + z^2$

j) $4x^2 + 4x + 1$

k) $4y^2 + 4yz + z^2$

Descubra uma maneira algébrica de representar os quadrados obtidos

Conclusão

<u>Orientações para o desenvolvimento da atividade 1</u>

Organização: Para que a atividade seja um “sucesso” você, educador, precisa se organizar. Você conhece sua turma? Quantos alunos possuem? Será construído um Kit para cada aluno ou você os separará em grupos? Todas essas ponderações devem ser feitas antes da aplicação da atividade, pois é de suma importância que no início da atividade os alunos possuam o Kit 2d em mãos.

Apresentação: com o Kit 2d nas mãos dos alunos, você professor pode fazer uma breve descrição de cada uma das peças e suas respectivas áreas.

Execução: este é o momento em que você, professor deverá entregar a folha de atividades para os alunos e pedir que eles façam a atividade proposta. É nesta fase em que você professor será bastante requisitado pelos alunos para “tirar dúvidas”, tome cuidado para não dar respostas diretas a eles ou encaminhamentos diretos, mas faça-os pensar em uma solução, respondendo às suas perguntas sempre com outra pergunta que os oriente no sentido de uma tomada de decisão.

Registro: Nesta etapa os alunos são inquirídos a descobrir uma maneira algébrica de representar os quadrados obtidos, não obstante, eles podem pensar que os trinômios dos quadrados perfeitos em cada alternativa seja a resposta para o problema (o que é algo verdadeiro). É aí que você, professor, entra como o mediador do conhecimento, fazendo-o buscar uma outra maneira de representar algebricamente aquele quadrado que está ali à sua frente.

Formalização: Depois que eles refletiram, tentaram, observaram e tiraram suas próprias conclusões, você, professo,r entrará com a formalização do assunto, mostrando que aqueles trinômios podem ser escritos na forma $(a + b)^2$.

Atividade 2

Esta atividade foi baseada em Silva (2012), onde o mesmo possuia o objetivo de avaliar a potencialidade do ensino de fatoração algébrica por meio de atividades.

Título: Montando quadrados parte 2

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de escrever uma expressão algébrica na forma de um quadrado perfeito.

Procedimentos: Com auxílio do kit geométrico construa um quadrado

a) $x^2 – 2xy + y^2$

b) $y^2 – 2yz + z^2$

c) $x^2 - 2xz + z^2$

d) $z^2 – 2z + 1$

e) $x^2 – 2x + 1$

f) $x^2 – 4x + 4$

g) $z^2 – 4z + 4$

h) $4y^2 – 8y + 4$

i) $4x^2 – 4xz + z^2$

j) $4x^2 – 4x + 1$
k) $4y^2 – 4yz + z^2$

Descubra uma maneira algébrica de representar os quadrados obtidos

Conclusão

Orientações para o desenvolvimento da atividade 2

Professor, basta seguir as mesmas orientações que foram dadas a respeito da atividade 1 e aplicá-las a atividade 2. Lembrando que depois que eles refletiram, tentaram, observaram e tiraram suas próprias conclusões, você, professor, entra com a formalização do assunto, mostrando que aqueles trinômios podem ser escritos na forma $(a - b)^2$.

Atividade 3

Esta atividade foi baseada em Silva (2012), onde o mesmo possuia o objetivo de avaliar a potencialidade do ensino de fatoração algébrica por meio de atividades.

Título: Montando quadrados

Objetivo: Descobrir uma maneira prática de escrever uma expressão algébrica na forma de um quadrado perfeito.

Procedimentos: Com auxílio do kit geométrico construa um quadrado

a) $x^2 + 2xy$

b) $y^2 + 2yz$

c) $x^2 + 2xz$

d) $z^2 + 2z$

e) $x^2 + 2x$

f) $x^2 + 4x$

g) $z^2 + 4z$

h) $4y^2 + 8y$

i) $4x^2 + 4xz$

j) $4x^2 + 4x$

k) $4y^2 + 4yz$

O que você descobriu nesta atividade?

Conclusão:

<u>Orientações para o desenvolvimento da atividade 3</u>

Organização: Para que a atividade seja um “sucesso” você, educador, precisa se organizar. Todas essas ponderações devem ser feitas antes da aplicação da atividade, pois é de suma importância que no início da atividade os alunos possuam o Kit 2d em mãos.

Execução: este é o momento em que você, professor, deverá entregar a folha de atividades para os alunos e pedir que eles façam a atividade proposta. É nesta fase em que você professor será bastante requisitado pelos alunos para “tirar dúvidas”, tome cuidado para não lhes dar respostas diretas ou encaminhamentos diretos, mas faça-os pensar em uma solução, respondendo às suas perguntas sempre com outra pergunta que os oriente no sentido de uma tomada de decisão.

Registro: Nesta etapa os alunos são inquirídos a descobrir uma maneira algébrica de quadrados. Deixe-os pensar, tentar e perceber que não é possível montar esses quadrados sem a adição de “alguma coisa”. É aí que você, professor, entra como o mediador do conhecimento, pedindo com que eles tentem mais um pouco e depois tirem suas próprias conclusões a respeito dessa atividade.

Formalização: Depois que eles refletiram, tentaram, observaram e tiraram suas próprias conclusões, você, professor, entra com a formalização do assunto, mostrando que aqueles binômios para se tornarem um quadrado perfeito será necessária a adição de um “outro elemento” e que esse outro elemento sempre será o quadrado da metade do coeficiente do termo que não está elevado ao quadrado.

Atividade 4
Atividade de aprofundamento

Título: Resolução geométrica de equação

Objetivo: Praticar a resolução geométrica de equações do 2° grau.

Procedimentos: Com o auxílio do kit geométrico determine o valor de “x” em cada equação.

a) $x^2 + 2x + 1 = 0$

b) $x^2 - 2x = 8$

c) $x^2 + 4x = 5$

d) $x^2 - 6x = 7$

e) $x^2 - 4x = - 3$

f) $x^2 – 8x + 16 = 0$

g) $x^2 + 2x + 1 = 0$

h) $x^2 - 10x + 25 = 0$

i) $x^2 + 6x + 9 = 0$

j) $x^2 - 4x + 4 = 0$

Conclusão

<u>Orientações para o desenvolvimento da atividade 4</u>

Organização: Para que a atividade seja um “sucesso” você, educador, precisa se organizar. Todas essas ponderações devem ser feitas antes da aplicação da atividade, pois é de suma importância que no início da atividade os alunos possuam o Kit 2d em mãos.

Execução: este é o momento em que você, professor, deverá entregar a folha de atividades para os alunos e pedir que eles façam a atividade proposta. É nesta fase em que você professor será bastante requisitado pelos alunos para “tirar dúvidas”, tome cuidado para não lhes dar respostas diretas ou encaminhamentos diretos, mas faça-os pensar em uma solução, respondendo às suas perguntas sempre com outra pergunta que os oriente no sentido de uma tomada de decisão.

Registro: Nesta atividade os alunos são inquirídos a encontrar o valor de “x” que satisfaça a igualdade. Deixe-os pensar, tentar, fazer manipulações algébricas e geométricas. É aí que você professor entra como o mediador do conhecimento, pedindo que eles tentem mais um pouco e depois tirem suas próprias conclusões a respeito dessa atividade.

Formalização: Depois que eles refletiram, tentaram, observaram e tiraram suas próprias conclusões, você, professor, entra com a formalização do assunto, mostrando que as equações dadas podem sim ser resolvidas. Resolva a primeira e peça para eles resolverem as demais. E sempre que eles apresentarem dificuldade para prosseguir, resolva a próxima e peça para eles resolverem as demais.

Atividade 5

Esta atividade foi baseada em Pinheiro (2023), no qual ele possuía o objetivo de analisar os possíveis impactos do desenvolvimento de atividades experimentais à aprendizagem da resolução de problemas de equações do 1º grau com uma incógnita com estudantes de uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Parauapebas/PA. Ele, em seu trabalho, apresentou duas atividades (atividade 8 e atividade 9), sobre linguagem matemática.

Título: Decifrando matematicamente
Objetivo: Converter enunciados da linguagem materna para linguagem matemática.
Material: lista de enunciados.
Procedimentos: observe o passo a passo de como decifrar um enunciado, depois observe a forma como os exemplos são resolvidos e traduza os enunciados para linguagem matemática.
1º passo: Ler o enunciado com bastante atenção.
2º passo: Identificar as quantidades conhecidas e as quantidades desconhecidas.
3º passo: Determinar a relação entre as grandezas conhecidas e desconhecidas.
4º passo: Estabelecer um símbolo para a quantidade desconhecida e seu quadrado.
5º passo: Escrever a relação entre as quantidades conhecidas e desconhecidas por meio de símbolos matemáticos.

<table>
<tr><td>Enunciado</td><td>Passo a passo</td></tr>
<tr><td rowspan="5">A soma de um número real com seu quadrado é 42.</td><td>Passo 1 - Entender o problema lendo o enunciado com bastante atenção.</td></tr>
<tr><td>Passo 2: no enunciado temos a expressão “um número real com seu quadrado” que indica a quantidade desconhecida e a mesma quantidade desconhecida elevada ao expoente 2. E o valor quarenta e dois é a quantidade conhecida</td></tr>
<tr><td>Passo 3: a relação entre a quantidade conhecida com a quantidade desconhecida é: a soma da quantidade desconhecida com a própria quantidade desconhecida elevada ao quadrado é igual a quarenta e dois.</td></tr>
<tr><td>Passo 4: para representar a quantidade desconhecida vamos escolher a letra x (mas poderia ser outra qualquer).</td></tr>
<tr><td>Passo 5: escrevendo a relação: a soma da quantidade desconhecida com a própria quantidade desconhecida elevada ao quadrado é igual a quarenta e dois. Em linguagem matemática teremos $x + x^2 = 42$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Outro exemplo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">A área de um retângulo é 78 m^2. Sabendo que um lado mede 7m a mais que o outro.</td><td>Passo 1 - Entender o problema lendo o enunciado com bastante atenção.</td></tr>
<tr><td>Passo 2 – no enunciado temos a expressão “um lado” que indica a quantidade desconhecida. A área do retângulo é a quantidade conhecida, que neste caso é 78 m^2.</td></tr>
</table>

	Passo 3 – a relação entre o valor conhecido e o valor desconhecido é: a quantidade desconhecida vezes a quantidade desconhecida mais sete é igual a 78.
	Passo 4 – vamos representar a quantidade desconhecida pela letra A
	Passo 5 – escrevendo o enunciado em linguagem matemática temos: A . (A + 7) = 78
Segundo os passos que foram descritos acima, escreva os enunciados a seguir em linguagem matemática.	
Enunciado	**Tradução**
O produto de um número positivo por sua quarta parte é igual a 100.	
A metade do quadrado de um número inteiro positivo é igual ao dobro desse número mais 6.	
O quadrado de um número natural é igual a seu dobro somado com 24.	
O dobro do quadrado de um número é igual ao produto desse número por 7, menos 3.	
O quadrado da idade de Camila subtraído da metade dessa idade é igual a 14 anos.	
A soma dos quadrados de dois números inteiros positivos e consecutivos é 25.	
A diferença entre dois números positivos é igual a 6 e seu produto é 27.	
A soma de dois números é 28 e a diferença entre o quadrado do primeiro e o quadrado do segundo é 56.	

Um retângulo tem 24m de perímetro e 32 m² de área.	
A base de um retângulo tem 5m a mais que a altura dele. A área do retângulo é 300 m².	
(Vunesp) Se aumentarmos em 3 cm o lado de um quadrado, sua área aumentará 27 cm².	
Um terreno retangular tem 1100 m² de área. A frente desse terreno tem 28 metros a menos que a lateral.	

<u>Orientações para o desenvolvimento da atividade 5</u>

Organização: Para que a atividade seja um “sucesso” você, educador, precisa se organizar. Você conhece sua turma? Quantos alunos possui? Esta atividade vai requerer do aluno que ele reescreva enunciados da linguagem materna para linguagem matemática. Você precisa chegar em sala de aula já com a folha de atividades impressa para a quantidade de alunos que sua sala possui.

Apresentação: Você irá falar como é importante traduzirmos textos de uma língua para outra, e com a Matemática não é diferente. Para começarmos a resolver problemas, a primeira coisa que precisamos fazer é entendê-lo, e isso perpassa por uma tradução correta do enunciado.

Execução: este é o momento em que você, professor, deverá entregar a folha de atividades para os alunos e pedir que eles façam a atividade proposta. É nesta fase em que você professor será bastante requisitado pelos alunos para “tirar dúvidas”, tome cuidado para não lhes dar respostas diretas ou encaminhamentos diretos, mas faça-os pensar em uma solução, respondendo às suas perguntas sempre com outra pergunta que os oriente no sentido de uma tomada de decisão.

Registro: Nesta etapa, os alunos irão fazer suas anotações e registros referentes aos enunciados vistos. Passe de grupo em grupo incentivando os alunos a fazerem esse registro, pois será através do mesmo que você, professor, poderá verificar a forma como cada grupo entendeu os enunciados.

Formalização: Depois que eles refletiram, tentaram, observaram e tiraram suas próprias conclusões, você professor entra com a formalização do assunto, mostrando palavras chave e fazendo suas respectivas traduções. Eis aqui algumas palavras chave e suas respectivas traduções para linguagem matemática:

Um número → x
O dobro de um número → 2x
O triplo de um número → 3x
A metade de um número → $\frac{x}{2}$
A terça parte de um número → $\frac{x}{3}$
Um número acrescido de k → x + k
Um número diminuído de k → x - k
O quadrado de um número → x^2
O quadrado do dobro de um número → $(2x)^2 = 4x^2$
O dobro do quadrado de um número → $2x^2$
Elevado ao quadrado → $(\text{expressão})^2$
Dois números consecutivos → x e x+1
A soma dos quadrados de dois números → $x^2 + y^2$
O quadrado da soma de dois números → $(x + y)^2$
A diferença entre dois números → x - y
Lado de um quadrado (se área dada) → x e x^2 = área

Aula expositiva

Objetivo: Resolver cada uma das equações propostas aqui de maneiras diferentes: algébrica utilizando o método de completar quadrado, e geometricamente, também pelo método de completar quadrado usando o Kit 2d. E ao mesmo tempo em que você resolve a equação, você estará paralelamente fazendo a “dedução” da fórmula de Bhaskara, como no exemplo a seguir.

Quadro 8 - Dedução da fórmula resolutiva da equação do 2° grau

Resolução	Dedução
$x^2 - 5x + 6 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$
$x^2 - 5x + 6 - 6 = - 6$	$ax^2 + bx + c - c = - c$
$x^2 - 5x = - 6$	$ax^2 + bx = -c$
$\frac{x^2 - 5x}{1} = \frac{-6}{1}$	$\frac{ax^2 + bx}{a} = \frac{-c}{a}$
$x^2 - 5x = - 6$	$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{-c}{a}$
Complete o quadrado	
$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = - 6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-c}{a}$
$(x - \frac{5}{2})^2 = - 6 + \frac{25}{4}$	$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2}{4a^2} + \frac{-c}{a}$
Faça o mmc	
$(x - \frac{5}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$
$x - \frac{5}{2} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$	$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
O denominador do segundo membro sai da raiz	
$x = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$	$x = \frac{-b}{2a} \frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$x = \frac{5 \pm 1}{2}$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de fundação Roberto Marinho e fundação Bradesco (1988)

<u>Orientações para o desenvolvimento da aula expositiva</u>

Organização: Para que a aula seja um “sucesso” você, educador, precisa se organizar. Todas essas ponderações devem ser feitas antes da exposição da aula, pois é de suma importância que no início da aula os alunos possuam o Kit 2d em mãos e agora irão ter que estar com o caderno em mãos.

Execução: este é o momento em que você, professor, deverá entregar a folha com as equações que serão trabalhadas nesta aula, isto inclui também o respectivo gabarito.

Registro: Neste momento você irá resolver com bastante calma e atenção cada uma das equações.

Ponto 1: divida o quadro bem ao meio, de um lado você resolverá e do outro irá fazer a dedução.

Ponto 2: cada passo que você der no quadro branco, você também fará no Kit 2d (você poderá dividir a turma em grupos e dar o kit a eles). Tenha em mente que o Kit é usado até certo ponto. Trabalhe bastante com o Kit para poder ganhar habilidade com ele.

Ponto 3: Quando você chegar a fórmula resolutiva, destaque-a, pois em cada equação que você resolver chegará a ela, e você deve perguntar aos alunos se foi alcançada a mesma fórmula resolutiva. Isso os fará perceber que existe uma “outra” forma de resolver além do método de completar quadrados.

Questões a serem trabalhadas na aula expositiva

1. $x^2 + 4x + 3 = 0$
2. $x^2 + 6x + 8 = 0$
3. $x^2 + 5x + 6 = 0$
4. $x^2 + 2x - 3 = 0$
5. $x^2 - 4x + 3 = 0$
6. $x^2 - 5x + 6 = 0$
7. $x^2 - x - 6 = 0$
8. $2x^2 + 6x + 4 = 0$
9. $3x^2 + 6x + 3 = 0$
10. $x^2 + 8x + 16 = 0$

Gabarito:

1. $x = -1$ ou $x = -3$
2. $x = -2$ ou $x = -4$
3. $x = -2$ ou $x = -3$
4. $x = -3$ ou $x = 1$
5. $x = 1$ ou $x = 3$
6. $x = 2$ ou $x = 3$
7. $x = 3$ ou $x = -2$
8. $x = -1$ ou $x = -2$
9. $x = -1$ (solução dupla)
10. $x = -4$ (solução dupla)

ENCAMINHAMENTOS AOS PROFESSORES

Este produto educacional foi elaborado com o objetivo de oferecer uma alternativa metodológica para o ensino de problemas do 2º grau, com base na abordagem do ensino de matemática por atividades experimentais. A sequência de atividades aqui proposta busca superar a abordagem tradicional, frequentemente centrada na aplicação mecânica da fórmula de Bhaskara, promovendo um processo de aprendizagem no qual o estudante assume o papel de protagonista e o professor atua como mediador.

A sequência está organizada em quatro atividades experimentais e uma aula expositiva dialogada, que integram a manipulação de materiais concretos (Kit 2D) e a representação algébrica e geométrica das equações quadráticas. Por meio da construção de quadrados perfeitos e da resolução geométrica de equações, os estudantes são conduzidos a compreender conceitos fundamentais, como fatoração, completamento de quadrados e a própria dedução da fórmula de Bhaskara, de forma significativa e investigativa.

Gostaríamos de destacar alguns pontos da proposta: 1) Contextualização e significado: As atividades partem de situações concretas que favorecem a compreensão dos conceitos algébricos, evitando a memorização descontextualizada.; 2) Flexibilidade: A sequência permite adaptações de acordo com o nível da turma, a disponibilidade de tempo e os recursos disponíveis; 3) Integração entre registros: Os alunos são incentivados a transitar entre as representações geométrica, algébrica e numérica, consolidando uma visão mais ampla do objeto matemático; 4) Estímulo ao raciocínio: As atividades foram planejadas para promover a investigação, a argumentação e a socialização de estratégias.

Também gostaríamos de sugerir àqueles que irão aplicar essa proposta as seguintes implementações: 1) Prepare-se com antecedência: Familiarize-se com o Kit 2D e realize as atividades previamente. Certifique-se de que há materiais suficientes para os alunos, individualmente ou em grupos; 2) Medie com intencionalidade: Durante as atividades, evite respostas diretas. Instigue os alunos com perguntas que os levem a refletir e a testar hipóteses; 3) Valorize o erro como parte do processo: O percurso investigativo é tão importante quanto o resultado. Incentive a troca de ideias e a análise dos equívocos; 4) Combine experimentação e formalização: Após a fase de exploração, reserve um momento para sistematizar os conceitos, apresentando a notação algébrica e as convenções matemáticas; 5) Use a avaliação como diagnóstico: Aplicar o pré e pós-teste permite verificar a evolução da aprendizagem e identificar lacunas que precisam ser retomadas.

Acreditamos que a utilização desta sequência pode contribuir para: reduzir a aversão à Matemática, tornando as aulas mais dinâmicas e participativas; desenvolver o raciocínio algébrico e geométrico de forma integrada; fortalecer a autonomia e a confiança dos estudantes na resolução de problemas; e oferecer aos professores um recurso didático concreto e alinhado com as recomendações da BNCC e dos PCN.

Sabemos que os desafios do ensino de Matemática são muitos, especialmente no contexto pós-pandemia, em que defasagens e dificuldades acumuladas se tornaram ainda mais evidentes. No entanto, é por meio de propostas, como esta, que podemos ressignificar o aprendizado e abrir caminhos para uma educação matemática mais crítica, criativa e humana. Desejamos a você, professor(a), uma experiência enriquecedora com esta sequência e estamos à disposição para o diálogo e o compartilhamento de práticas.

Os autores.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

AMORIM, Lóren Grace Kellen Maia. **Equações do 2° grau e o sistema didático zankoviano: um olhar para o desenvolvimento do estudante**. 2022. 231 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2022.

ARAÚJO, Ester Silva de. **O uso de jogos matemáticos como recurso pedagógico no ensino e aprendizagem**. 2015. 42 f. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

ARAÚJO, Viviane Maria Soares de; MIRANDA, Fabio Miguel Souza; SILVA, Thaize de Lima da. Tendências no ensino de matemática: uma abordagem bibliográfica. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 7., 2022, Campina Grande. **Anais** [...] Campina Grande: Realize, 2022. p. 1-11.

BARBOSA, Abner Brian Ferreira. **O ensino de equações polinomiais e problemas do 1° grau por atividades experimentais**. 2024. 215 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2024.

BARROS, Maria Rosangela Silva. **Ensino das operações com números inteiros por meio de atividades experimentais**. 2024. 239 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2024.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRESSAN, Lidiane Garcia. **Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau**. 2021. 141 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2021.

CAVALCANTE, Caio Cezar. **Produtos Educacionais do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e da Matemática da UFRN: como são aqueles voltados para matemática?** 2022. 116 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022.

CONCEIÇÃO, Dérick de Carvalho. **O ensino de análise combinatória no ensino médio por atividade**. 2019. 357 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática:**

teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DIAS, Andreza Pangoni. **Uma sequência didática de equações do 2º grau via resolução de problemas aplicada ao 9º ano do ensino fundamental**. 2016. 120 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Estadual do Paraná, Iporã, 2016.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz. **Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau**. 2018. 135 f. Dissertação (Mestrado em Formação Científica Educacional e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

FELIX, Ana Paula Nunes. **Ensino de problemas aditivos por atividades**. 2021. 291 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

FERREIRA, Anderson Portal. **Contribuições do ensino de matemática por atividades experimentais e a variação favorável de emoções e atitudes em relação à matemática: um estudo de caso no 9º ano do ensino fundamental**. 2023. 311 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FOSSA, John Andrew. Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades. **Revista REMATEC**, ano 15, n. 35, p. 10-26, 2020.

FUNDAÇÃO ROBERTO MARINHO; FUNDAÇÃO BRADESCO. **Matemática 2º grau: o novo telecurso**. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1988.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, Fernando Batista. **Uma sequência didática para o ensino de função quadrática**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.

GUADAGNINI, Míriam do Rocio. **O uso da fatoração na resolução de equações do 2° grau por alunos do 9º ano do ensino fundamental**. 2013. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP**. Disponível em: https://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 2 mar. 2024.

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf. Acesso em: 4 mar. 2024.

KUROIWA, Elisabete Tiyoko Nishimura. **Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau no ensino fundamental e médio**. 2016. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Presidente Prudente, 2016.

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a matemática**. 2. ed. São Paulo: Réspel, 2003.

LIMA, Elvécio Pereira. **Sequência didática usando o geogebra na aprendizagem de função quadrática no ensino fundamental II**. 2016. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2016.

LIMA, Lucas Antonio Mendes de. **Produtos Notáveis com materiais manipuláveis**. 2022. 182 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 861-882, ago. 2012.

MARTINS, Helena Sofia Sousa Garcez. **Dificuldades na resolução de equações de 2º grau dos alunos do 8º ano**. 2014. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MARTINS, Kaique Nascimento; PAULA, Marlúcia Corrêa de; GOMES, Larissa Pinca Sarro; LINO, Marcelo de Araújo. Articulações entre Tendências em Educação Matemática e Resolução de Problemas. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 29, n. 85, p. 1-15, 5 dez. 2024.

MODTKOSKI, Heloisa Milena. **Conceito matemático x algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?** 2016. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

MONTEIRO, Lucélia Araújo de Almeida. **O ensino de Sistema de Numeração Decimal, problemas aditivos e multiplicativos no 5º ano por meio de atividades experimentais**. 2023. 229 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

OLIVEIRA, Carina de. **Equação do segundo grau: a utilização de jogos colaborando para uma aprendizagem significativa.** 2022. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2022.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. **Documento Curricular para Educação Infantil e Ensino Fundamental do Estado do Pará**. Pará: SEE, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_pa.pdf. Acesso em: 23 fev. 2024.

PEREIRA, Éderson Antônio Ferreira. **Uma sequência didática para o ensino de equação do 2º grau com uma incógnita à luz da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud**. 2022. 296 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

PINHEIRO, Anderson Diniz. **O ensino de equações e problemas do 1º grau por atividades experimentais**. 2023. 282 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2023.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SÁ, Pedro Franco de; ALVES, Francisco José da Costa. A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação**. Belém: EDUEPA, 2011. v. 1, p. 145-160.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza e; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática. **Revista Cocar**, n. 14, 2022.

SANTANA, Geralda de Fatima Neri. **Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE: práticas evidenciadas em artigos de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2023. 197 f. Doutorado (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2023.

SANTOS, Elciane de Jesus. **O ensino de geometria e sua abordagem em livros didáticos (1976-1985**). 2022. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2022.

SANTOS, Leonardo Silva. **Uma abordagem histórica e metodológica dos métodos de resolução de equação do 2º grau desenvolvidos por Al-Khwarizmi**. 2017. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

SILVA, Débora Soares da. **Resolução de problemas aditivos: um ensino por atividades experimentais**. 2023. 341 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2023.

SILVA, Francisca Valdielle Gomes. **O ensino de Geometria Euclidiana Plana e Espacial com o Patrimônio Histórico e Arquitetônico de Sobral/CE**. 2022. 224 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2022.

SILVA, Francisco Ronald Almeida da. **Saberes docentes mobilizados no ensino de matemática por atividades experimentais: articulações entre elementos da análise de modelos e tecnologias digitais na formação contínua de professores**. 2024. 179 f. Tese (Doutorado em Educação na Amazônia) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2024.

SILVA, Pedro Roberto Sousa da. **O ensino de fatoração algébrica por atividades**. 2012. 281 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2012.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008. 160 p. Tradução de: Critical Mathematics Education.

VERGANI, Teresa. **Educação Etnomatemática: o que é?** Natal: Flecha do Tempo, 2007.

VIEIRA, Alex Manoel. **História da matemática e suas perspectivas para a educação básica**. 2024. 137 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2024.

WENDLAND, Caroline Vanessa. **Logaritmos e história da matemática: elaboração de um material paradidático**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Rio de Janeiro, 2019.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução de Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZUCKERMAN, Galina. **O microciclo como unidade de análise do desenvolvimento na teoria histórico-cultural**. In: Manual Internacional de Psicologia Histórico-Cultural. Moscou: Editora da Universidade de Moscou, 2011. p. 45-58.

ANEXO A

BANCO DE PROBLEMAS DO 2º GRAU

Problemas retirados dos livros didáticos analisados

Total: 110 problemas classificados por subtipos

Problemas de adivinhação
Total: 21 problemas

Problema 1
Um terreno retangular tem área de 180 m². Se o comprimento é o triplo da largura, determine as dimensões.

Problema 2
A soma de dois números é 13, e o produto é 40. Quais são os números?

Problema 3
O quadrado de um número menos o seu dobro é igual a 48. Qual é esse número?

Problema 4
Um número somado com o seu quadrado dá 90. Qual é esse número?

Problema 5
O produto de dois números inteiros consecutivos é 210. Quais são eles?

Problema 6
O triplo do quadrado de um número, menos o dobro desse número, é igual a 5. Qual é o número?

Problema 7
A soma de um número com seu inverso é 17/4. Qual é o número?

Problema 8

Pensei em um número, elevei-o ao quadrado, subtraí 60 e obtive 840. Se pensei em um número negativo, qual é esse número?

Problema 9

A diferença entre a terça parte do quadrado de um número e o próprio número é 60. Qual é o triplo desse número?

Problema 10

Subtraindo-se 6,75 do quadrado de um número, obtém-se o triplo do próprio número. Que número é esse?

Problema 11

Qual é o número que somado com 11 ou multiplicado por 11 dá, nos dois casos, o mesmo resultado?

Problema 12

Dois números têm soma 4 e produto 2. Quais são eles?

Problema 13

Dois números têm soma 0,9 e produto 0,2. Quais são eles?

Problema 14

O produto de um número inteiro pelo seu consecutivo é dez vezes o número menor. Quais são esses números?

Problema 15

O produto de dois números inteiros negativos e consecutivos é 306. Determine esses números.

Problema 16

O triplo de um número menos o quadrado dele é 54. Que número é esse?

Problema 17

Um número positivo excede em uma unidade o triplo de outro. Se o produto deles é 200, quais são esses números?

Problema 18

O produto de um número natural x e seu antecessor é 132. Que número é esse?

Problema 19

O triplo do quadrado de um número é igual a 75. Qual é esse número?

Problema 20

A metade de um número é igual ao quadrado desse número. Qual é esse número?

Problema 21

A diferença entre o quadrado de um número e o número 5 é igual a 0. Qual é esse número?

Problemas de partilha

Total: 5 problemas

Problema 1

Em um congresso, havia 50 pessoas, entre mulheres e homens. Descubra quantas mulheres e quantos homens estavam presentes, sabendo que o produto das quantidades dos dois grupos é igual a 621 e que a quantidade de mulheres é maior do que a quantidade de homens.

Problema 2

Os 40 alunos de uma classe sentam-se em n fileiras de carteiras, cada uma com n+3 carteiras. Se não sobra carteira vazia, quantos alunos há em cada fileira?

Problema 3

Os 180 alunos de uma escola estão dispostos em filas, de tal modo que o número de alunos de cada fila supera em 8 o número de filas. Quantos alunos há em cada fila?

Problema 4

Um grupo de soldados estava disposto em n fileiras, com n soldados em cada uma. Em seguida, chegaram mais alguns soldados de modo que o grupo passou a ter 6 fileiras a mais que no início, totalizando 91 soldados. Obtenha o número de fileiras que havia no início da formação.

Problema 5

Um terreno é dividido em lotes iguais por herdeiros. Com 3 herdeiros a mais, cada lote diminui 20 m^2. Com 4 a menos, cada lote aumenta 50 m^2. Qual a área total?

Problemas de idade

Total: 15 problemas

Problema 1

A idade de um pai é hoje o quadrado da idade do filho. Daqui a 10 anos, a idade do pai será o dobro da idade do filho. Quais são as idades atuais?

Problema 2

A soma das idades de dois irmãos é 12 anos, e o produto é 35. Quais são as idades?

Problema 3

Daqui a 11 anos, a idade de Pedro será a metade do quadrado da idade que ele tinha há 13 anos. Quantos anos Pedro tem hoje?

Problema 4

O produto da idade de Adriana pela idade de Ana é igual a 374. Adriana é 5 anos mais velha que Ana. Quantos anos cada uma delas tem?

Problema 5

A soma das idades de dois irmãos é 12 anos, e o produto é 35. Quantos anos tem cada um?

Problema 6

O quadrado da idade de Camila menos sua metade é 14. Qual a idade dela?

Problema 7

Uma mãe tem 54 anos, a filha 12. Há quantos anos a idade da mãe era igual ao quadrado da idade da filha?

Problema 8

Maria Clara e Ana são irmãs. A média aritmética das idades de Maria Clara e Maria Isabel é 12,5 anos e a média geométrica é 12 anos. Quantos anos Maria Clara tem a mais?

Problema 9

"Minha idade é a raiz quadrada do ano em que nasci." Quantos anos tinha o matemático em 1892?

Problema 10

A soma das idades de Sandro e Lucas é 18 anos. Há 3 anos, o produto das idades era 32. Sabendo que Sandro é mais velho, qual a idade de cada um?

Problema 11

As idades de dois irmãos são tais que o irmão mais velho tem o dobro da idade da irmã mais nova. Adicionando-se 10 à idade do mais velho e fazendo o produto pela idade da mais nova obtém-se 100. Qual a idade de cada um?

Problema 12

O avô de Júlia disse: "Nasci no ano x^2 e completei x anos em 1980". Quantos anos ele completa em 2006?

Problema 13

Francisco é 3 anos mais velho que Marcelo. O produto de suas idades é 108. Quantos anos cada um tem?

Problema 14

Regina e sua filha Márcia têm hoje 45 e 15 anos de idade, respectivamente. Para qual valor de x a idade de Regina era igual ao quadrado da idade de sua filha?

Problema 15

Um pai tinha 28 anos quando seu filho nasceu. Se multiplicarmos as idades que possuem hoje, obtém-se um produto que é igual a cinco vezes o quadrado da idade do filho. Qual a soma das suas idades atuais?

Problemas de vendas

Total: 4 problemas

Problema 1

Júnior comprou várias garrafas de refrigerante, pagando no total R$ 24,00. Se ele recebesse um desconto de R$ 1,00 no preço de cada garrafa, poderia ter comprado 4 garrafas a mais do que comprou com os mesmos R$ 24,00. Qual é o preço de cada garrafa? Quantas garrafas Júnior comprou no total?

Problema 2

Uma loja arrecadou R$ 3.750,00 com a venda de certo modelo de tênis. Na semana seguinte, baixou R$ 50,00 no preço, vendeu 5 pares a mais e arrecadou R$ 4.000,00. Qual era o preço antes da promoção?

Problema 3

Renato abasteceu com R$ 36,00 de álcool e R$ 36,00 de gasolina, total 25 litros. Gasolina custa R$ 1,20 a mais por litro. Qual o preço do álcool?

Problema 4

Papai Noel gastou R$ 400,00 em bolas. Com desconto de R$ 4,00 cada, compraria 5 bolas a mais pelo mesmo valor. Quantas bolas comprou?

Problemas de retângulo

Total: 23 problemas

Problema 1

Um terreno retangular tem área de 180 m². Se o comprimento é o triplo da largura, determine as dimensões.

Problema 2

Um terreno retangular tem perímetro 40 m e área 96 m². Determine suas dimensões.

Problema 3

A encomenda recebida pelo engenheiro Vítor para a construção de uma piscina retangular apresentava duas exigências: comprimento com 10 m a mais que a largura e área de 144 m². Determine as medidas.

Problema 4

A base de um retângulo tem 5 m a mais que a altura dele. A área do retângulo é 300 m². Calcule o perímetro.

Problema 5

Um canteiro retangular tem 4 m de comprimento e 3 m de largura. Ao seu redor, externamente, será feito um passeio de largura x. Há material para cimentar uma área de 30 m². Para se utilizar todo esse material, qual deve ser a largura x desse passeio?

Problema 6

Quais são as dimensões de um campo de futebol cuja área é 7140 m² e cujo perímetro é 346 m?

Problema 7

A quadra de handebol tem área 800 m² e perímetro 120 m. Quais são suas dimensões?

Problema 8

Um curral retangular tem área 288 m². Uma dimensão é o dobro da outra. Quanto medem?

Problema 9

Sebastião tem um terreno de 26×16 m e quer aumentar a área para 816 m², acrescentando faixas de mesma largura. Qual a largura?

Problema 10

Em torno de uma quadra de futsal (15 m × 8 m) deseja-se deixar uma faixa de mesma largura em todos os lados. A área total deve ser 198 m². Qual a largura da faixa?

Problema 11

Um retângulo tem área 0,8 m² e perímetro 4,2 m. Sendo $a > b$, determine a e b.

Problema 12

Tenho material para 54 m de cerca. Quero cercar um terreno retangular de 180 m². Quanto devem medir os lados?

Problema 13

Um quadro retangular (80 cm × 50 cm) tem moldura de largura uniforme. A área da tela é 2800 cm². Qual a largura da moldura?

Problema 14

Um terreno retangular tem área 250 m² e perímetro 70 m. Quais são as suas dimensões?

Problema 15

Marinalva vai construir uma calçada de largura constante ao redor de sua casa retangular (8 m × 14 m), usando 135 m² de pisos. Qual a largura da calçada?

Problema 16

Na sala retangular de Roberta (área 48 m²) será colocado um tapete que deixa uma margem de 80 cm de cada lado. A área do tapete é 28,16 m². Quais as dimensões do tapete?

Problema 17

Mariza tem um terreno retangular de 9600 m² e vai cerca-lo com 4 fios de arame em cada lado, deixando 3 m para uma porteira. Usará 1588 m de arame. Quais as dimensões do terreno?

Problema 18

Luiz e Emerson construíram as fundações de um cômodo retangular com área 20,25 m² e perímetro 18 m. Quais as dimensões do cômodo?

Problema 19

A largura de uma horta retangular é igual ao seu comprimento menos 4 m. Se a área reservada para a horta deve ser de 320 m², quais serão as medidas dos lados?

Problema 20

Júlio quer construir um galinheiro retangular aproveitando um muro nos fundos, usando 30 m de tela. A área cercada deve ser 100 m². A que distância do muro ele deve colocar as estacas na frente?

Problema 21

A casa de José tem 15 m de comprimento e 8 m de largura. O terreno retangular onde a casa foi construída tem área total de 2640 m². Qual é a largura x da parte gramada ao redor da casa?

Problema 22

Alcides quer cercar um terreno retangular de 30 m² com 4 fios de arame, gastando 88 m de arame no total. Quais são as dimensões do terreno?

Problema 23

Para cercar um terreno retangular de 60 m² com uma cerca de dois fios de arame foram usados 64 m de arame. Qual é a diferença entre comprimento e largura do terreno?

Problemas de quadrado

Total: 13 problemas

Problema 1

A área de um quadrado é 144 cm^2. Quanto mede seu lado?

Problema 2

Luís tem um terreno em forma de quadrado. Ele pretende comprar um terreno de 90 m^2 que faz divisa com o dele. Desse modo, ele ficaria com um terreno retangular de 414 m^2. Calcule a medida do lado do terreno quadrangular.

Problema 3

Uma folha quadrada de cartolina tem x cm de lado. Recorta-se um retângulo de x cm por 15 cm. A parte restante tem área 1.750 cm^2. Encontre a área da folha.

Problema 4

Contornando-se um quadrado com uma faixa de 2 cm de largura, obtém-se um novo quadrado com 56,25 cm^2 de área. Qual é a medida do lado do primeiro quadrado?

Problema 5

Um terreno tem forma quadrada. Num dos cantos do terreno, há um jardim com a forma de um quadrado, cuja área tem 36 m^2. Os lados desse jardim têm 10 metros a menos que os lados do terreno. Qual é a área do terreno?

Problema 6

O piso do banheiro e o piso da cozinha de um apartamento têm forma de regiões quadradas. A soma dos perímetros dos pisos dos dois cômodos é 32 m, e a soma de suas áreas é 34 m^2. Quais são as dimensões dos pisos do banheiro e da cozinha, sabendo que a área do piso da cozinha é maior que a área do piso do banheiro?

Problema 7

Aumentando a medida de um dos lados de um quadrado em 2 e a do outro lado em 4, obtemos um retângulo cuja área é o dobro da área do quadrado inicial. Determine a medida dos lados do quadrado.

Problema 8

Deseja-se aumentar igualmente as dimensões de um quadrado de lado 5 cm, de modo que a área do novo quadrado seja 24 cm^2 maior. Quantos cm devem ser acrescentados?

Problema 9

Um quadrado de lado 4x e um triângulo de base 3x+15 e altura 12 cm têm áreas iguais. Calcule x, o perímetro do quadrado e a área das figuras.

Problema 10

Em um terreno de formato quadrado, o dobro da medida da área é numericamente igual à medida do comprimento do lado, em quilômetro. Qual é a medida do comprimento do lado desse terreno?

Problema 11

Qual é a medida do lado de uma região quadrada sabendo que a medida de área dela menos a medida de comprimento do lado é igual a 870?

Problema 12

Uma região plana é formada por 5 regiões quadradas iguais, com área total de 80 cm^2. Qual é o lado de cada quadrado?

Problema 13

João Carlos tem um terreno quadrado. Em um canto construiu uma garagem de 49 m^2, cujos lados têm 5 m a menos que os lados do terreno. Qual é a área do terreno?

Problemas de triângulo

Total: 7 problemas

Problema 1

Um triângulo tem área 24 cm^2. A altura mede 4 cm a mais que a base. Quanto mede a base?

Problema 2

Calcule a medida da altura do triângulo cuja área é 10,5 cm² (base = x+4, altura = x).

Problema 3

A base de um triângulo mede x e a altura mede x+4. Sabendo que a área desse triângulo é 48 cm², encontre essas medidas.

Problema 4

Em um triângulo ABC, a medida da altura relativa à base BC excede a medida de BC em 1 cm. Esse triângulo tem 15 cm² de área. Qual é a medida dessa altura?

Problema 5

Em um triângulo retângulo, um cateto mede 7 cm a mais que o outro e a hipotenusa mede 8 cm a mais que o cateto menor. Quanto mede a hipotenusa?

Problema 6

A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 25 cm. Um dos catetos é 5 cm maior que o outro. Qual é a área desse triângulo?

Problema 7

Um triângulo isósceles tem a medida da base igual ao triplo da medida de sua altura. Sabendo que a área desse triângulo mede 243 cm², obtenha a medida da base e a da altura desse triângulo.

Problemas de trapézio

Total: 3 problemas

Problema 1

Rafael recortou um trapézio retangular de uma cartolina retangular de dimensões 66 cm e 50 cm. Sabendo que a altura do trapézio é metade da base menor, qual área da cartolina sobrou?

Problema 2

Um terreno trapezoidal tem área 486 m². A base maior mede o dobro da base menor, e a altura tem a mesma medida da base menor. Determine as medidas do trapézio.

Problema 3

Uma região plana trapezoidal tem base menor de 6 m, base maior igual ao dobro da altura e área de 28 cm². Calcule a base maior.

Problemas de volume

Total: 6 problemas

Problema 1

Um prédio é abastecido por duas caixasd'água em forma de cubo. A maior tem 1 m de aresta a mais que a menor. A diferença entre os volumes é 91.000 litros. Qual é a medida da aresta de cada uma?

Problema 2

O paralelepípedo é um bloco retangular de granito. Sabendo que as dimensões a, b, c são números ímpares consecutivos e a soma das áreas das faces do paralelepípedo é 142 cm², calcule seu volume.

Problema 3

Uma caixa tem 2 cm de altura, seu comprimento tem 3 cm a mais que sua largura e seu volume é 56 cm³. Qual é o comprimento da caixa?

Problema 4

Uma caixa tem a forma de um paralelepípedo de base quadrada e tem 9.000 m³ de volume. Calcule a medida da aresta da base dessa caixa.

Problema 5

Uma embalagem de iogurte tem formato de bloco retangular com base quadrada, altura interna de 8 cm e capacidade de 240 mL. Determine a medida aproximada da aresta da base.

Problema 6

Jorge quer construir um aquário em forma de bloco retangular com capacidade de 320 L, altura 4 dm, e o comprimento da base é 2 dm maior que a largura. Calcule as dimensões do aquário.

Problemas de análise combinatória

Total: 8 problemas

Problema 1

Na Sorveteria Italiana há 78 combinações diferentes com duas bolas. Quantos sabores há?

Problema 2

Na festa de fim de ano da empresa, cada pessoa cumprimentou a outra uma só vez. Foram contados 78 apertos de mão. Quantas pessoas estavam na festa?

Problema 3

Em uma festa, há certo número de pessoas, sendo que cada uma delas cumprimentou as demais pessoas uma única vez. Obtenha o número de pessoas em uma festa, na qual todos se cumprimentaram uma única vez totalizando 171 cumprimentos.

Problema 4

O número máximo de interseções entre n retas distintas é dado por i = n(n1)/2. Quantas retas são necessárias para haver 15 interseções?

Problema 5

Em certo ano, as equipes disputaram um total de 552 jogos; quantas equipes participaram desse torneio?

Problema 6

Um grupo de amigos alugou um micro-ônibus por R$ 900,00. Dois não puderam viajar, e cada um dos restantes pagou R$ 5,00 a mais. Quantos amigos iam viajar inicialmente?

Problema 7

Uma banda com x integrantes divide R$ 400,00. Com 5 a menos, cada um pagaria R$ 4,00 a mais. Quantos integrantes?

Problema 8

Um grupo de turistas aluga ônibus por R$ 1.500,00. Dois desistem, e a despesa de cada um aumenta R$ 25,00. Quantos viajaram e qual a despesa?

Problemas de velocidade

Total: 4 problemas

Problema 1

Um trem percorre 200 km. Se aumentasse a velocidade em 10 km/h, faria em 1 hora a menos. Qual sua velocidade?

Problema 2

Um barco sobe um rio 40 km contra a correnteza e desce o mesmo percurso com 4 horas a menos. A correnteza tem 16 km/h. Qual a velocidade do barco?

Problema 3

Ciclista percorre 120 km. Se pedalasse 4 km/h mais rápido, chegaria 1h antes. Qual sua velocidade?

Problema 4

Franca–Guarujá: 504 km. Na ida, x km/dia em n dias. Na volta, 8 km/dia a menos, 4 dias a mais. Quantos dias na ida e volta?

Problemas de tempo

Total: 1 problema

Problema 1

Duas máquinas juntas terminam serviço em 2h24min. Uma leva 2h a mais que a outra. Quanto tempo cada uma sozinha?

Gabarito dos problemas

PROBLEMAS DE ADIVINHAÇÃO

Problema 1: Largura = $2\sqrt{15}$ m (≈ 7,75 m); Comprimento = $6\sqrt{15}$ m (≈ 23,24 m)

Problema 2: 5 e 8

Problema 3: 8 ou -6

Problema 4: 9 ou -10

Problema 5: 14 e 15 ou -15 e -14

Problema 6: 5/3 ou -1

Problema 7: 4 ou 1/4

Problema 8: -30

Problema 9: 15 ou -12 (triplo: 45 ou -36)

Problema 10: 9/2 ou -3/2

Problema 11: 1,1

Problema 12: $2 + \sqrt{2}$ e $2 - \sqrt{2}$ (≈ 3,41 e 0,59)

Problema 13: 0,5 e 0,4

Problema 14: 0 e 1 ou 9 e 10

Problema 15: -18 e -17

Problema 16: 9 ou -6

Problema 17: 25 e 8

Problema 18: 12

Problema 19: 5 ou -5

Problema 20: 0 ou 1/2

Problema 21: $\sqrt{5}$ ou $-\sqrt{5}$ (≈ ±2,236)

PROBLEMAS DE PARTILHA

Problema 1: 27 mulheres e 23 homens

Problema 2: 5 fileiras com 8 alunos cada

Problema 3: 10 fileiras com 18 alunos cada

Problema 4: 7 fileiras inicialmente

Problema 5: 1200 m²

PROBLEMAS DE IDADE

Problema 1: Pai: 25 anos, Filho: 5 anos

Problema 2: 5 anos e 7 anos

Problema 3: 21 anos

Problema 4: Adriana: 22 anos, Ana: 17 anos

Problema 5: 5 anos e 7 anos

Problema 6: 4 anos

Problema 7: 5 anos atrás

Problema 8: Maria Clara: 16 anos, Maria Isabel: 9 anos (diferença: 7 anos)

Problema 9: 44 anos

Problema 10: Sandro: 11 anos, Lucas: 7 anos

Problema 11: Irmão mais velho: 10 anos, irmã: 5 anos

Problema 12: 70 anos (em 2006)

Problema 13: Francisco: 12 anos, Marcelo: 9 anos

Problema 14: 9 anos atrás

Problema 15: 42 anos

PROBLEMAS DE VENDAS

Problema 1: Preço: R$ 3,00; Quantidade: 8 garrafas

Problema 2: Preço antes: R$ 150,00

Problema 3: Preço do álcool: R$ 2,40

Problema 4: 20 bolas

PROBLEMAS DE RETÂNGULO

Problema 1: Largura = $2\sqrt{15}$ m (≈ 7,75 m); Comprimento = $6\sqrt{15}$ m (≈ 23,24 m)

Problema 2: 8 m e 12 m

Problema 3: Largura = 8 m, Comprimento = 18 m

Problema 4: 15 m e 20 m (perímetro = 70 m)

Problema 5: Largura do passeio = 1,5 m

Problema 6: 68 m e 105 m

Problema 7: 20 m e 40 m

Problema 8: 12 m e 24 m

Problema 9: Largura da faixa = 2 m

Problema 10: Largura da faixa = 1 m

Problema 11: a = 1,6 m; b = 0,5 m

Problema 12: 12 m e 15 m

Problema 13: Largura da moldura = 5 cm

Problema 14: 10 m e 25 m

Problema 15: Largura da calçada = 1,5 m

Problema 16: Tapete: 4,4 m × 6,4 m

Problema 17: 80 m e 120 m

Problema 18: 4,5 m × 4,5 m (quadrado)

Problema 19: 16 m e 20 m

Problema 20: Estacas a 5 m do muro

Problema 21: Largura x = 3 m

Problema 22: 5 m e 6 m

Problema 23: Diferença = 4 m

PROBLEMAS DE QUADRADO

Problema 1: 12 cm

Problema 2: Lado do terreno = 18 m

Problema 3: Área da folha = 2500 cm^2 (lado = 50 cm)

Problema 4: Lado do primeiro quadrado = 2,5 cm

Problema 5: Área do terreno = 256 m^2 (lado = 16 m)

Problema 6: Banheiro: 3 m × 3 m; Cozinha: 5 m × 5 m

Problema 7: Lado do quadrado = 4 cm

Problema 8: Acrescentar 2 cm

Problema 9: x = 5; Perímetro do quadrado = 80 cm; Área = 400 cm^2

Problema 10: Lado = 0,5 km

Problema 11: Lado = 30

Problema 12: Lado = 4 cm

Problema 13: Área do terreno = 121 m^2 (lado = 11 m)

PROBLEMAS DE TRIÂNGULO

Problema 1: Base = 6 cm, Altura = 10 cm

Problema 2: x = 3 (altura = 3 cm, base = 7 cm)

Problema 3: x = 8 (base = 8 cm, altura = 12 cm)

Problema 4: Altura = 6 cm, base = 5 cm

Problema 5: Hipotenusa = 13 cm

Problema 6: Área = 150 cm^2

Problema 7: Base = 27 cm, Altura = 18 cm

PROBLEMAS DE TRAPÉZIO

Problema 1: Área que sobrou = 2700 cm^2

Problema 2: Base menor = 9 m, Base maior = 18 m, Altura = 36 m

Problema 3: Base maior = 8 m

PROBLEMAS DE VOLUME

Problema 1: Aresta menor = 0,45 m (45 cm), Aresta maior = 1,45 m (145 cm) [aproximado]

Problema 2: Volume = 840 cm^3 (dimensões: 7 cm, 9 cm, 11 cm)

Problema 3: Comprimento = 7 cm

Problema 4: Aresta da base = 30 m

Problema 5: Aresta da base ≈ 5,48 cm

Problema 6: Largura = 8 dm, Comprimento = 10 dm

PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Problema 1: 13 sabores

Problema 2: 13 pessoas

Problema 3: 19 pessoas

Problema 4: 6 retas

Problema 5: 24 equipes

Problema 6: 20 amigos

Problema 7: 20 integrantes

Problema 8: 12 turistas (despesa: R$ 125,00 cada)

PROBLEMAS DE VELOCIDADE

Problema 1: 40 km/h

Problema 2: 20 km/h

Problema 3: 20 km/h

Problema 4: 7 dias na ida, 11 dias na volta

PROBLEMAS DE TEMPO

Problema 1: 4 horas e 6 horas

Diego Nazareno da Silva Gomes

Bacharel em Engenharia de Telecomunicações pelo Instituto de Estudos Superiores da Amazônia (2014), Licenciado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (2022) e atualmente mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGEM) da mesma instituição. Possui experiência de 15 anos no ambiente escolar público, atuando como Auxiliar Operacional e Educacional na Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC/PA), onde acompanhou de perto o processo de ensino-aprendizagem em matemática. Também lecionou Matemática no Instituto Paraense de Educação e Arte (IPEARTE).

Maria de Lourdes Silva Santos

Possui graduação em Curso de Educação Religiosa - Arquidiocese de Belém - PA (1985), graduação em Pedagogia pela Universidade Federal do Pará (1988), mestrado em educação pela Universidade Metodista de Piracicaba I (1999) e doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2010). Atualmente é docente da Universidade do Estado do Pará. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em formação de professores, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino de matemática, ensino religioso, avaliação e educação.

Pedro Franco de Sá

Possui Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1988), Mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1996) e Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). Foi o diretor, no período de junho de 2012 a maio de 2016, do Centro de Ciências Sociais e Educação da Universidade do Estado do Pará onde é professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática, desde 2013. É docente fundador do Programa de Mestrado em Educação do CCSE- UEPA, docente fundador da REAMEC e docente fundador do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do CCSE- UEPA. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ensino de matemática por atividades, matemática no ensino fundamental e uso de novas tecnologias em sala de aula, em particular uso didático da calculadora.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO PARÁ

Centro de Ciências Sociais e Educação
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matematica

Travessa Djalma Dutra, s/n – Telégrafo
66113-200 Belém-PA

ISBN: 978-65-02-12939-5

9 786502 129395