



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Programa de Pós-Graduação em Matemática

Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



PROFMAT

Joy Joaquim Pedro da Costa

Produto Educacional

**Construindo uma demonstração atual do
Teorema de Pitágoras e uma história de
inclusão de meninas na Matemática**

Campina Grande - PB

Abril/2026



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UFCG



Joy Joaquim Pedro da Costa

Construindo uma demonstração atual do Teorema de Pitágoras e uma história de inclusão de meninas na Matemática

Produto Educacional vinculado ao Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UFCG, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Dr(a). Daniel Cordeiro de Moraes Filho

Campina Grande - PB
Abril/2026

Resumo

Este trabalho apresenta um produto educacional composto por um vídeo motivacional e uma Atividade Dirigida de Aprendizagem (ADA) sobre demonstrações trigonométricas do Teorema de Pitágoras. Inspirado pelo feito histórico das estudantes Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson — jovens negras que, em 2022, desafiaram um dogma matemático centenário e romperam preconceitos —, o produto busca promover a ideia de que a matemática é acessível a todas as pessoas, independentemente de gênero, raça ou origem social. O vídeo motivacional traduz e contextualiza essa conquista para o público brasileiro. A ADA foi elaborada em duas versões independentes, com foco na compreensão do processo demonstrativo e na valorização da criatividade matemática. Ao integrar inspiração, rigor conceitual e prática investigativa, o produto visa desconstruir mitos sobre a matemática e fortalecer a autoconfiança dos estudantes, especialmente meninas e jovens historicamente sub-representados. Espera-se que, ao vivenciar a construção de uma demonstração, os alunos percebam que também podem ser protagonistas do conhecimento científico.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras. Demonstração trigonométrica. ADA.

Abstract

This work presents an educational product composed of a motivational video and a Guided Learning Activity (GLA) on trigonometric demonstrations of the Pythagorean Theorem. Inspired by the historic achievement of students Ne’Kiya Jackson and Calcea Johnson — young afro-american women who, in 2022, challenged a century-old mathematical dogma and broke prejudices — the product seeks to promote the idea that mathematics is accessible to everyone, regardless of gender, race, or social background. The motivational video translates and contextualizes this achievement for the Brazilian audience. The GLA was developed in two independent versions, focusing on understanding the demonstrative process and valuing mathematical creativity. By integrating inspiration, conceptual rigor, and investigative practice, the product aims to deconstruct myths about mathematics and strengthen students’ self-confidence, especially girls and young people historically underrepresented. It is expected that, by experiencing the construction of a proof, students realize that they can also be protagonists of scientific knowledge.

Keywords: Pythagorean Theorem. trigonometric proofs. GLA.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	5
1.1	Objetivos	5
1.2	Organização	6
2	CONTEXTO HISTÓRICO E A MOTIVAÇÃO DESSE TRABALHO	7
3	ATIVIDADE DIRIGIDA DE APRENDIZAGEM	9
3.1	O que é uma Atividade Dirigida de Aprendizagem?	9
3.2	Por que produzir uma ADA?	9
3.3	Escolha das demonstrações	9
3.4	Produção do vídeo motivacional	11
4	APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	12
4.1	Momento de aplicação	12
4.2	Como aplicar	12
4.3	Questões orientadoras para discussão em sala de aula	13
5	OBJETIVOS PEDAGÓGICOS	15
6	CONCLUSÕES	16
	REFERÊNCIAS	17
	APÊNDICES	18

1 Introdução

A matemática é frequentemente percebida pelos estudantes como uma disciplina distante, abstrata e inacessível — um conjunto de regras fixas criadas por figuras históricas distantes, quase mitológicas. Essa visão, profundamente enraizada em muitas práticas escolares, afasta especialmente meninas, jovens negros e estudantes de contextos periféricos, que raramente se veem representados nos relatos sobre quem “faz matemática”.

Este produto educacional surge como resposta a esse desafio. Inspirado pelo feito histórico das estudantes Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson — duas jovens negras que, em 2022, desenvolveram cinco demonstrações trigonométricas originais do Teorema de Pitágoras, desafiando um tabu centenário e romperam preconceitos —, este trabalho busca revelar aos estudantes do Ensino Médio o sentido humano, criativo e democrático da matemática.

Mais do que demonstrar um teorema, pretende-se mostrar que a matemática é construída por pessoas comuns, movidas pela curiosidade, pelo esforço e pela coragem de questionar o estabelecido. E que eles mesmos podem ser parte dessa construção.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste produto educacional é desconstruir barreiras psicológicas e sociais em torno da matemática, promovendo a ideia de que todos os estudantes — independentemente de gênero, raça, origem social ou idade — são capazes de compreender, criar e transformar o conhecimento matemático.

Para alcançar esse objetivo, definem-se os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar, por meio de um vídeo motivacional, a história inspiradora de Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson, destacando a matemática como prática humana, acessível e inclusiva;
- Proporcionar aos estudantes uma experiência direta com o processo demonstrativo, por meio de uma Atividade Dirigida de Aprendizagem (ADA) baseada em demonstrações trigonométricas do Teorema de Pitágoras;

- Diferenciar, de forma clara e rigorosa, o que caracteriza uma demonstração trigonométrica não circular, contribuindo para o aprofundamento conceitual em trigonometria;
- Estimular a reflexão sobre o papel das demonstrações na matemática e sobre a diversidade de caminhos possíveis para se chegar a uma mesma verdade.

1.2 Organização

Este documento está organizado em seis capítulos.

O Capítulo 1 apresenta a introdução, os objetivos e a estrutura do trabalho.

O Capítulo 2 traz o contexto histórico e a motivação do produto, percorrendo cronologicamente as contribuições do professor Loomis (LOOMIS, 1968), do professor Zimba (ZIMBA, 2009) e das estudantes Ne’Kiya e Calcea (JACKSON; AND, 2024), além de propor uma definição para “demonstração trigonométrica”, extraída do TCC vinculado a este produto educacional, “*Novas demonstrações do milenar Teorema de Pitágoras e uma história de inclusão de meninas na Matemática! Um exemplo pedagógico!*”, de Joy Joaquim Pedro da Costa (COSTA, 2026).

O Capítulo 3 descreve o produto educacional em si: a concepção da Atividade Dirigida de Aprendizagem (ADA), a justificativa pedagógica para sua elaboração, a escolha das demonstrações utilizadas e a produção do vídeo motivacional.

O Capítulo 4 detalha como o produto deve ser aplicado em sala de aula, incluindo o momento ideal de uso, a sequência didática sugerida e questões orientadoras para discussão.

O Capítulo 5 traz as considerações finais, refletindo sobre o impacto esperado do produto e seu alinhamento com uma educação matemática mais humana, crítica e inclusiva.

O Capítulo 6 lista as referências bibliográficas utilizadas ao longo deste trabalho.

Por fim, no apêndice, as duas ADAs — Atividades Dirigidas de Aprendizagem — propostas neste trabalho, formatadas para impressão.

2 Contexto histórico e a motivação desse trabalho

A história da matemática é feita de perguntas, respostas e, sobretudo, de coragem para desafiar o que se considera “impossível”. Um dos casos mais emblemáticos dessa dinâmica envolve o Teorema de Pitágoras — um dos pilares da geometria — e a longa crença de que ele não poderia ser demonstrado por meio da trigonometria.

Essa ideia consolidou-se em 1927, com a publicação do livro *The Pythagorean Proposition*, do professor Elisha Scott Loomis (LOOMIS, 1968), que traduzindo significa “O Teorema de Pitágoras”. Em sua obra, que reúne centenas de demonstrações do teorema, Loomis afirmou categoricamente:

“Não existem demonstrações trigonométricas [do Teorema de Pitágoras], pois toda a trigonometria depende dele”

Embora essa afirmação nunca tenha sido acompanhada de uma prova formal, ela foi amplamente aceita pela comunidade matemática durante décadas, tornando-se um verdadeiro dogma. A lógica por trás dela era aparentemente sólida: como as identidades trigonométricas fundamentais, em especial $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, são frequentemente derivadas a partir do Teorema de Pitágoras, usar trigonometria para prová-lo seria um raciocínio circular.

No entanto, em 2009, o matemático Jason Zimba desafiou essa visão. Em seu artigo “On the Possibility of Trigonometric Proofs of the Pythagorean Theorem” (ZIMBA, 2009) (tradução: Sobre a possibilidade de uma demonstração trigonométrica do Teorema de Pitágoras), publicado na revista *Forum Geometricorum* (FAU.EDU, 2009), Zimba demonstrou a Relação Fundamental da Trigonometria independentemente do Teorema de Pitágoras. Com isso, tornou-se possível construir uma demonstração trigonométrica rigorosa e não circular do teorema, rompendo um tabu que durou quase um século.

Pouco mais de uma década, em dezembro de 2022, duas estudantes do último ano do ensino médio nos Estados Unidos — Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson — aceitaram um desafio proposto em um concurso escolar de matemática com premiação em dinheiro. O objetivo? Encontrar uma nova demonstração do Teorema de Pitágoras. Inspiradas pelo trabalho de Zimba (ZIMBA, 2009) e Luzia (LUZIA, 2015), elas mergulharam na investi-

gação e, surpreendentemente, desenvolveram cinco demonstrações trigonométricas originais (JACKSON; AND, 2024). Seu trabalho foi apresentado à American Mathematical Society (AMS, 2023) (tradução: Sociedade Americana de Matemática) e ganhou repercussão internacional, incluindo uma entrevista no programa 60 Minutes da CBS News (CBSNEWS, 2024).

O feito de Ne’Kiya e Calcea transcende o aspecto técnico: ele é um poderoso símbolo de inclusão, juventude e potencial humano. Como jovens, mulheres e negras, elas desmontaram, com simplicidade e brilhantismo, não apenas um equívoco matemático, mas também estereótipos sobre quem pode fazer ciência.

Diante desse cenário histórico e inspirador, este trabalho, vinculado ao TCC “*Novas demonstrações do milenar Teorema de Pitágoras e uma história de inclusão de meninas na Matemática! Um exemplo pedagógico!*”, de Joy Joaquim Pedro da Costa (COSTA, 2026), adota a seguinte definição, ausente na literatura consultada:

Definição 3.3.1. Demonstrações Trigonométricas do Teorema de Pitágoras são aquelas que utilizam as identidades trigonométricas cujas demonstrações dessas identidades não dependam do Teorema de Pitágoras.

Essa definição orientou toda a análise das demonstrações existentes, a criação de três demonstrações trigonométricas originais e a produção deste produto educacional.

Assim, motivado pela trajetória de Ne’Kiya e Calcea, pelo rigor de Zimba e pela necessidade de democratizar o acesso à matemática como prática criativa e humana, resolvemos produzir, como produto educacional, um vídeo motivacional e duas Atividades Dirigidas de Aprendizagem (ADA). O objetivo é levar aos estudantes do Ensino Médio não apenas o conhecimento, mas também a convicção de que eles mesmos podem questionar, descobrir e transformar a matemática.

3 Atividade Dirigida de Aprendizagem

3.1 O que é uma Atividade Dirigida de Aprendizagem?

Uma Atividade Dirigida de Aprendizagem (ADA) é uma sequência didática planejada com objetivos específicos, que orienta os estudantes por meio de etapas estruturadas, incentivando a investigação, a reflexão e a construção ativa do conhecimento. Diferentemente de exercícios mecânicos, uma ADA busca envolver o aluno em um processo de descoberta guiada, em que ele não apenas aplica fórmulas, mas compreende ideias, questiona pressupostos e experimenta o fazer matemática.

Neste trabalho, a ADA foi concebida como um espaço para que os estudantes vivenciem a matemática como criação humana — dinâmica, acessível e profundamente conectada à curiosidade e à lógica.

3.2 Por que produzir uma ADA?

A escolha por uma ADA parte de uma convicção central deste trabalho: é fundamental conectar o aluno à “alma” da matemática. Muitas vezes, o ensino se limita à transmissão de resultados prontos, sem revelar o caminho que os originou — as dúvidas, os erros, as tentativas e as intuições. Isso gera nos estudantes a falsa impressão de que a matemática é imutável, distante e inacessível.

A ADA aqui proposta busca romper com essa visão, convidando os alunos a participem ativamente da construção de uma demonstração. Ao fazê-lo, eles não apenas aplicam conteúdos específicos, mas também desenvolvem pensamento crítico, autonomia intelectual e confiança em sua própria capacidade de raciocínio — especialmente importante para meninas e jovens historicamente sub-representados nos campos científicos.

3.3 Escolha das demonstrações

Foram selecionadas, do TCC vinculado a este produto educacional, *‘Novas demonstrações do milenar Teorema de Pitágoras e uma história de inclusão de meninas na Matemática! Um exemplo pedagógico!’*, de Joy Joaquim Pedro da Costa (COSTA, 2026), duas de-

monstrações trigonométricas do Teorema de Pitágoras, adaptadas a diferentes momentos do currículo do Ensino Médio, gerando duas ADAs independentes:

- **ADA.1:** Foi utilizada uma demonstração original, desenvolvida pelo autor deste trabalho, que emprega apenas as razões trigonométricas básicas (seno e cosseno) em um triângulo retângulo. Sua simplicidade permite que os alunos, recém introduzidos à trigonometria, compreendam a estrutura lógica de uma demonstração sem recorrer a identidades avançadas. A atividade exige apenas os conceitos trabalhados no estudo da trigonometria do triângulo retângulo: definição de seno e cosseno, o próprio enunciado do Teorema de Pitágoras e a Relação Fundamental da Trigonometria.
- **ADA.2:** Foi adotada a demonstração de Jason Zimba (ZIMBA, 2009), reconhecida como a primeira demonstração trigonométrica rigorosa e não circular do teorema. Essa escolha se justifica por três razões:
 1. Valor histórico: representa a quebra de um paradigma centenário;
 2. Riqueza didática: utiliza as fórmulas da diferença para seno e cosseno, além da elegante estratégia de “somar zero” (isto é, inserir termos que se cancelam algebricamente para facilitar a manipulação);
 3. Viabilidade curricular: os conteúdos utilizados são abordados no 2º ano do Ensino Médio, tornando a atividade contextualmente pertinente.

Ambas as demonstrações foram cuidadosamente adaptadas para serem realizadas em uma única aula de 45 minutos, com orientações claras, perguntas norteadoras e espaço para discussão coletiva. O foco não está na memorização, mas na compreensão do processo demonstrativo e na reflexão sobre o que significa “demonstrar” em matemática.

Vale ressaltar que a estrutura desta ADA é flexível e pode ser replicada com outras demonstrações do Teorema de Pitágoras, em especial com as produzidas por Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson. Entre elas, destaca-se a segunda demonstração de Jackson e Johnson, apresentada no TCC vinculado a este trabalho (COSTA, 2026), cuja construção geométrica é notavelmente simples e recorre à Lei dos Senos — conteúdo já abordado no 2º ano do Ensino Médio. Essa demonstração, além de atender aos critérios da Definição 3.3.1, *“Demonstrações Trigonométricas do Teorema de Pitágoras são aquelas que utilizam as identidades trigonométricas cujas demonstrações dessas identidades não dependam do Teorema de Pitágoras.”*, oferece uma alternativa rica e acessível para aprofundar o entendimento dos estudantes sobre relações trigonométricas e argumentação matemática.

Durante a produção deste trabalho, notamos que o livro didático (PAIVA, 2024), adotado pelas Escolas Cidadãs Integrais do Estado da Paraíba em 2026, concentra todo o estudo da trigonometria na 2ª série do ensino médio, evidenciando que o ensino-aprendizagem da matemática assim como a própria Matemática, é orgânico e está em constante aperfeiçoamento. Mas como as ADAs produzidas são independentes uma da outra, em nada muda sua aplicação em sala de aula.

3.4 Produção do vídeo motivacional

Além da ADA, este produto educacional inclui um vídeo educativo motivacional que serve como porta de entrada emocional e histórica para a atividade. O vídeo foi inspirado em dois materiais audiovisuais de referência:

- O vídeo educativo “*How many ways are there to prove the Pythagorean theorem?*”, de Betty Fei (tradução: De quantas maneiras podemos demonstrar o Teorema de Pitágoras), disponível na plataforma TED-Ed (TED-ED, 2019) e no YouTube (TED-ED, 2017);
- O documentário “*Remarkable Kids*” (tradução: Crianças Notáveis), exibido pelo programa 60 Minutes (CBSNEWS, 2024), que apresenta a história de Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson.

O roteiro do vídeo foi baseado na história das jovens Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson, com o intuito de mostrar aos estudantes, que além de aprender, eles são capazes de fazer matemática e, motivá-los a tentar, enfrentar os desafios e se deleitar nas descobertas. A produção final do vídeo foi realizada pela empresa MaperPlay Studio (e-mail: maperplayoficial@gmail.com), contratado para edição, narração e montagem conforme as diretrizes pedagógicas do autor deste TCC.

Esse vídeo educacional pode ser encontrado no portal eduCAPES (GOV.BR, 2026), ou pelo link <<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1179875>>.

Embora o vídeo seja aplicado antes da ADA (conforme descrito no próximo capítulo), sua concepção faz parte integrante do produto educacional, pois estabelece o clima de inspiração, pertencimento e possibilidade necessário para que os alunos se engajem plenamente na experiência demonstrativa que se segue.

4 Aplicação do Produto Educacional

A aplicação do produto educacional aqui desenvolvido deve ocorrer em três etapas complementares:

1. exibição do vídeo motivacional,
2. realização da Atividade Dirigida de Aprendizagem (ADA) e
3. discussão orientada.

Essa sequência foi pensada para criar um arco pedagógico completo: do inspirar ao fazer, passando pela reflexão crítica.

4.1 Momento de aplicação

Tendo em vista que o currículo escolar é passível de mudanças e adaptações, a aplicação das ADAs podem ser feita em momentos distintos do currículo, respeitando os pré-requisitos cognitivos e conceituais mínimos necessários dos alunos:

- **Para o ADA.1:** A atividade deve ser aplicada após o estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno e cosseno), o próprio Teorema de Pitágoras e a Relação Fundamental da Trigonometria. Nesse estágio, os alunos já dispõem dos elementos mínimos para compreender a demonstração proposta, que se baseia exclusivamente nesses conceitos.
- **Para o ADA.2:** A aplicação deve ocorrer após o estudo das fórmulas de soma e diferença para seno e cosseno, geralmente abordadas no contexto da trigonometria do ciclo trigonométrico. Esses conteúdos são essenciais para a compreensão da demonstração de Jason Zimba, que utiliza tais identidades de forma estratégica.

4.2 Como aplicar

1. Iniciar com o vídeo motivacional (duração aproximada: 10 minutos). O vídeo deve ser exibido em sala de aula, seguido de um breve momento de compartilhamento de impressões. Perguntas como “O que mais chamou sua atenção?” ou “Você já imaginou que jovens da sua idade poderiam mudar a matemática?” ajudam a ativar o engajamento emocional.

2. Distribuir a folha da ADA (uma por aluno). A atividade é autoexplicativa, mas o professor deve circular pela sala, incentivando a leitura atenta, esclarecendo dúvidas conceituais e evitando fornecer “atalhos” que comprometam o processo investigativo.
3. Reservar 25 a 30 minutos para a realização da ADA, seguidos de 5 a 10 minutos de socialização coletiva. Nesse momento final, o professor conduz uma discussão com base nas questões orientadoras (ver Seção 4.3), valorizando diferentes formas de raciocínio e reforçando a ideia de que a matemática é construída por pessoas, e os alunos também podem ser parte disso.

4.3 Questões orientadoras para discussão em sala de aula

Ao final da atividade, recomenda-se promover um debate com base nas seguintes perguntas, adaptadas conforme a ADA aplicada:

Para ambas as ADAs:

- Por que demonstramos teoremas? E por que existem tantas formas diferentes de demonstrar o mesmo resultado?
- O que é uma demonstração trigonométrica do Teorema de Pitágoras? E que outros tipos de demonstração existem?
- Como foi que aprendemos a Relação Fundamental da Trigonometria? Usamos o Teorema de Pitágoras?
- A demonstração que reproduzimos é uma demonstração trigonométrica?
- Quem pode fazer matemática? O que muda quando quem faz matemática é uma garota negra de uma escola pública?
- Por que raramente ouvimos falar de mulheres matemáticas na escola?
- Ser “bom em matemática” depende de talento nato ou de oportunidade?

Adicional para a ADA.2:

- Qual a importância da demonstração de Zimba para a Matemática?
- Na demonstração de Zimba, seria possível usar a fórmula da diferença do seno?
- Qual o papel da estratégia de “somar zero” no desenvolvimento da demonstração? Você já havia visto esse tipo de artifício antes?

Essas perguntas não visam respostas únicas, mas sim estimular o pensamento metacognitivo, a argumentação matemática e a percepção de que demonstrar é explicar, justificar e comunicar — não apenas calcular.

5 Objetivos Pedagógicos

O produto educacional tem como objetivo principal desconstruir as barreiras psicológicas que muitos alunos constroem em torno da matemática — o sentimento de incapacidade, a ideia de que “matemática é só para alguns”, ou a visão de que ela é um corpo fixo de verdades imutáveis. Ao contrário, busca-se:

- Humanizar a matemática, mostrando que ela é construída por pessoas reais, em contextos diversos;
- Fortalecer a autoestima dos estudantes, especialmente meninas e jovens periféricos, historicamente sub-representados nos campos científicos;
- Inspirar especialmente meninas e jovens negras a se enxergarem como sujeitas da matemática, ao apresentar exemplos reais de protagonismo feminino, como Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson, que desafiam estereótipos históricos e mostram que gênero, raça e origem social não são barreiras à excelência científica;
- Conectar os alunos à “alma” da matemática: sua criatividade, sua lógica interna e seu poder transformador;
- Estimular o pensamento crítico e investigativo, ao convidar os alunos a reproduzirem, compreenderem e até reinventarem demonstrações matemáticas.

Em última instância, espera-se que, ao final da experiência, os estudantes não apenas saibam como se demonstra o Teorema de Pitágoras, mas compreendam por que isso é feito — e de tantas formas distintas. Mais do que isso, deseja-se que encontrem a confiança necessária para se verem como protagonistas dessa história viva e em constante construção: a da própria matemática.

6 Conclusões

Este produto educacional — composto por um vídeo motivacional e duas Atividades Dirigidas de Aprendizagem (ADA) — nasce de uma convicção simples, mas profunda: a matemática pertence a todas as pessoas. Ela não é um território exclusivo de gênios, adultos ou de um grupo social privilegiado. Pelo contrário, é um campo vivo, coletivo e acessível, desde que se ofereça acesso, estímulo e acolhimento.

A história de Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson serve como farol dessa ideia. Duas jovens, ainda no ensino médio, desafiaram um dogma centenário não por acaso, mas porque tiveram a oportunidade de tentar, o apoio de sua escola e a coragem de acreditar que suas vozes importavam. Seu feito demonstra que grandes contribuições podem surgir de qualquer lugar — especialmente quando se rompem barreiras simbólicas que dizem “isso não é para você”.

A Atividade aqui proposta busca semear essa mesma crença nos estudantes brasileiros. Ao convidá-los a reconstruir demonstrações trigonométricas do Teorema de Pitágoras, não se pretende apenas ensinar trigonometria ou lógica dedutiva. Pretende-se mostrar que eles também são capazes de pensar como matemáticos: questionar, experimentar, errar, ajustar e, por fim, compreender. A simplicidade da demonstração de Joy Costa da ADA.1 e a elegância da demonstração de Zimba na ADA.2 foram escolhidas não só por sua viabilidade curricular, mas por sua capacidade de revelar a beleza e a humanidade da matemática.

Além disso, ao integrar o vídeo motivacional, este produto busca ampliar o imaginário dos alunos sobre quem faz ciência. Ver jovens negras, da mesma idade que eles, sendo celebradas por descobertas matemáticas, pode ser um catalisador poderoso de identificação e autoconfiança, especialmente em um país marcado por desigualdades históricas.

Em última instância, espera-se que este produto educacional vá além do conteúdo específico do Teorema de Pitágoras. Que ele funcione como um convite à curiosidade, um antídoto contra a autossabotagem intelectual e uma porta de entrada para uma relação mais saudável, crítica e criativa com a matemática.

Porque, sim: todos os jovens — meninas, meninos, negros, brancos, periféricos, rurais, urbanos — têm potencial para grandes feitos. Basta que alguém diga, com sinceridade e evidência: “Você também pode.”

Referências

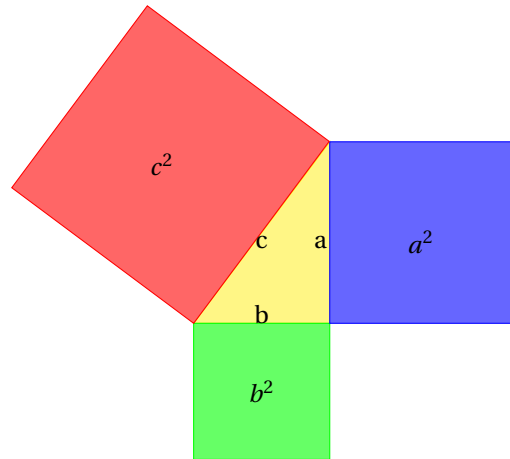
- AMS. *2023 Spring Southeastern Sectional Meeting, Program*. 2023. Disponível em: <https://www.ams.org/meetings/sectional/2298_program.html>. Acesso em: 23 de dezembro 2025. Citado na página 8.
- CBSNEWS. *Remarkable Kids | 60 Minutes Full Episodes*. 2024. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=P1CGR2TuA7s>>. Acesso em: 14 de janeiro 2026. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 11.
- COSTA, J. *Novas demonstrações do milenar Teorema de Pitágoras e uma história de inclusão de meninas na Matemática! Um exemplo pedagógico!* 2026. Citado 4 vezes nas páginas 6, 8, 9 e 10.
- FAU.EDU. *Forum Geometricorum | Open Access Journals | Florida Atlantic University*. 2009. Disponível em: <<https://digitalcommons.fau.edu/fg/>>. Acesso em: 23 de dezembro 2025. Citado na página 7.
- GOV.BR. *eduCAPES*. 2026. <<https://educapes.capes.gov.br/>>. Acessado em: 13/06/2026. Citado na página 11.
- JACKSON, N.; AND, C. J. Five or ten new proofs of the pythagorean theorem. *The American Mathematical Monthly*, Taylor & Francis, v. 131, n. 9, p. 739–752, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00029890.2024.2370240>>. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 8.
- LOOMIS, E. S. *Pythagorean Proposition*. [S.l.]: Natl Council of Teachers of, 1968. 284 p. ISBN 9780873530361. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 7.
- LUZIA, N. *Other trigonometric proofs of Pythagoras theorem*. 2015. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1502.06628>>. Citado na página 7.
- PAIVA, M. *Moderna plus matemática Paiva. 2º ano : ensino médio*. [S.l.]: Moderna, 2024. Citado na página 11.
- TED-ED. *How many ways are there to prove the Pythagorean theorem? - Betty Fei*. *YouTube*. 2017. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=YompsDlEdtc>>. Acesso em: 14 de janeiro 2026. Citado na página 11.
- TED-ED. *Lessons Worth Sharing*. 2019. Disponível em: <<https://ed.ted.com/>>. Acesso em: 14 de janeiro 2026. Citado na página 11.
- ZIMBA, J. On the possibility of trigonometric proofs of the pythagorean theorem. In: *Forum geometricorum*. [S.l.: s.n.], 2009. v. 9, p. 275–278. Citado 3 vezes nas páginas 6, 7 e 10.

Apêndices

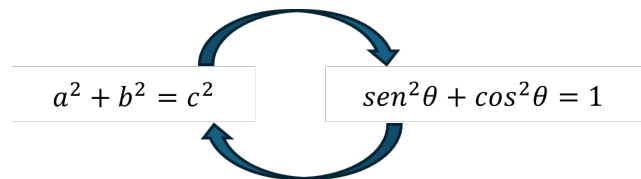
(ADA.1) Atividade Dirigida de Aprendizagem 1
Uma demonstração trigonométrica do Teorema de Pitágoras

Aluno(a): _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

Você sabia que o Teorema de Pitágoras — aquele que diz que, em um triângulo retângulo, “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa” — já foi demonstrado de mais de 370 formas diferentes? Demonstrações usam regras matemáticas existentes e lógica para provar que o teorema é verdadeiro o tempo todo.



Por quase um século acreditou-se que o Teorema de Pitágoras não poderia ser demonstrado por meio da trigonometria. Como as identidades trigonométricas, em especial a Relação Fundamental da Trigonometria, $\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$, são usualmente derivadas a partir do Teorema de Pitágoras, usar trigonometria para prová-lo seria um raciocínio circular.



Contudo, em 2009, o professor Zimba mostrou que é possível construir demonstrações trigonométricas [não circulares] do Teorema de Pitágoras. Essa contribuição inspirou as jovens Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson a desenvolverem suas próprias demonstrações para um desafio proposto em um concurso escolar de Matemática. Elas provaram que qualquer pessoa, independentemente de gênero, raça ou origem, pode fazer matemática de verdade.

Baseado nessa história, o professor Joy Costa, propôs em seu trabalho de TCC do ProfMat, Mestrado voltado para professores de Matemática do ensino público, a seguinte definição:

Definição 3.3.1. Demonstrações Trigonométricas do Teorema de Pitágoras são aquelas que utilizam as identidades trigonométricas cujas demonstrações dessas identidades não dependam do Teorema de Pitágoras.

O objetivo desta ADA não é mostrar uma demonstração já pronta, mas guiá-los pela experiência da descoberta. Nesta atividade, você vai construir a Demonstração Trigonométrica do Teorema de Pitágoras, desenvolvida pelo professor Joy Costa em seu trabalho, especialmente pensada para quem está começando a estudar trigonometria.

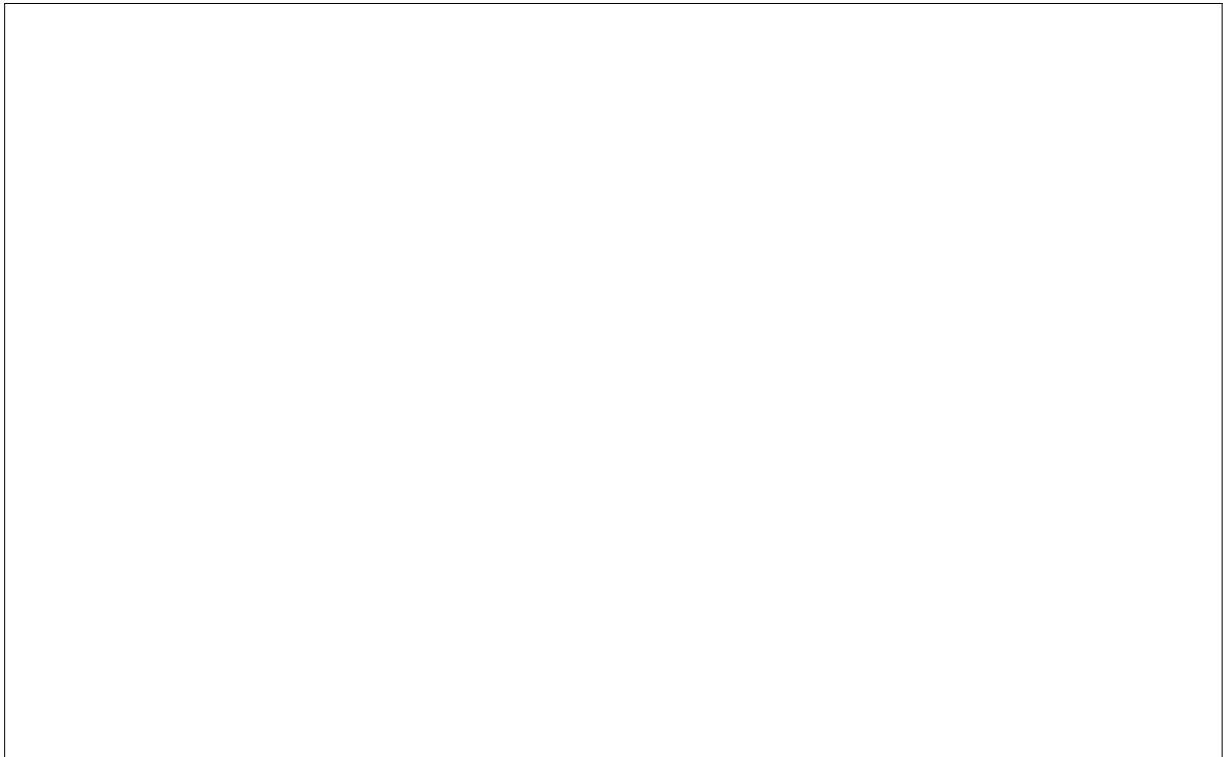
Vamos começar!

Folha de demonstração 1

1ª PARTE: Construindo a figura.

Passo 1. Usando régua e compasso, no quadro abaixo, desenhe um triângulo retângulo ABC , com ângulo reto em C . (Faça um triângulo grande)

- Chame o ângulo A de α e o ângulo B de β .
- Nomeie os lados: $BC = a$ (cateto oposto a α); $AC = b$ (cateto adjacente a α) e $AB = c$ (hipotenusa)



Passo 2. Trace a altura relativa à hipotenusa AB .

- Chame o ponto onde ela toca a hipotenusa de D .
- Assim, $AD = p$ e $DB = q$. (Lembre-se: $p + q = c$)

Passo 3. Quantos triângulos retângulos você vê agora? _____

Liste-os: _____

Passo 4. Qual é a medida do ângulo $B\hat{C}D$? (marque na figura)

Passo 5. Esses triângulos são semelhantes? () sim () não

Justifique: _____

2ª PARTE: Aplicando as razões trigonométricas.

Passo 6. Determine o seno e o cosseno do ângulo α no triângulo ABC .

• $\text{sen } \alpha =$

• $\text{cos } \alpha =$

Passo 7. Determine o seno do ângulo α no triângulo BCD .

• $\text{sen } \alpha =$

Passo 8. Determine o cosseno do ângulo α no triângulo ACD .

• $\text{cos } \alpha =$

3ª PARTE: Encontrando a Relação Fundamental da Trigonometria.

Passo 9. Multiplique o $\text{sen } \alpha$ do passo 6 com o $\text{sen } \alpha$ do passo 7 para determinar $\text{sen}^2 \alpha$ e, multiplique o $\text{cos } \alpha$ do passo 6 com o $\text{cos } \alpha$ do passo 8 para determinar $\text{cos}^2 \alpha$.

• $\text{sen}^2 \alpha =$

• $\text{cos}^2 \alpha =$

Passo 10. Some os dois resultados acima e simplifique para encontrar a Relação Fundamental da Trigonometria.

• $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha =$

4ª PARTE: Demonstrando o Teorema de Pitágoras.

Passo 11. Substitua $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$ do triângulo ABC (passo 6) na relação acima:

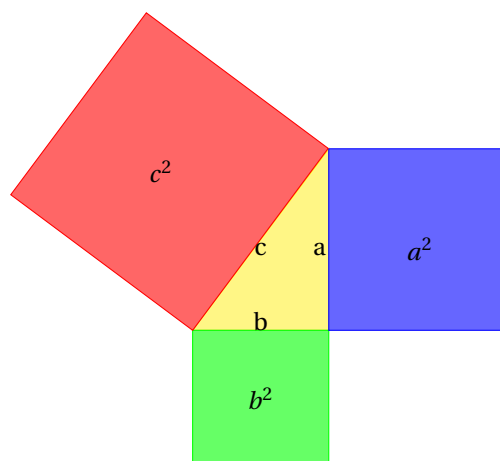
Passo 12. Multiplique ambos os lados da equação acima por c^2 e simplifique:

Parabéns! Você demonstrou o Teorema de Pitágoras usando trigonometria!

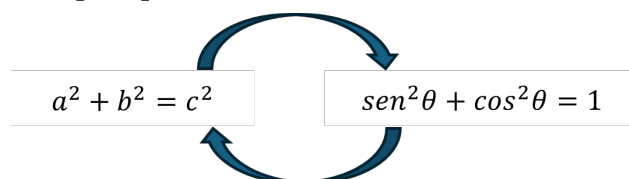
(ADA.2) Atividade Dirigida de Aprendizagem 2
Outra demonstração trigonométrica do Teorema de Pitágoras

Aluno(a): _____ **Turma:** _____ **Data:** ____/____/____

Você sabia que o Teorema de Pitágoras — aquele que diz que, em um triângulo retângulo, “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa” — já foi demonstrado de mais de 370 formas diferentes? Demonstrações usam regras matemáticas existentes e lógica para provar que o teorema é verdadeiro o tempo todo.



Por quase um século acreditou-se que o Teorema de Pitágoras não poderia ser demonstrado por meio da trigonometria. Como as identidades trigonométricas, em especial a Relação Fundamental da Trigonometria, $\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$, são usualmente derivadas a partir do Teorema de Pitágoras, usar trigonometria para prová-lo seria um raciocínio circular.



Contudo, em 2009, o professor Zimba mostrou que é possível construir demonstrações trigonométricas [não circulares] do Teorema de Pitágoras. Essa contribuição inspirou as jovens Ne’Kiya Jackson e Calcea Johnson a desenvolverem suas próprias demonstrações para um desafio proposto em um concurso escolar de Matemática. Elas provaram que qualquer pessoa, independentemente de gênero, raça ou origem, pode fazer matemática de verdade.

Baseado nessa história, o professor Joy Costa, propôs em seu trabalho de TCC do ProfMat, Mestrado voltado para professores de Matemática do ensino público, a seguinte definição:

Definição 3.3.1. Demonstrações Trigonômétricas do Teorema de Pitágoras são aquelas que utilizam as identidades trigonométricas cujas demonstrações dessas identidades não dependam do Teorema de Pitágoras.

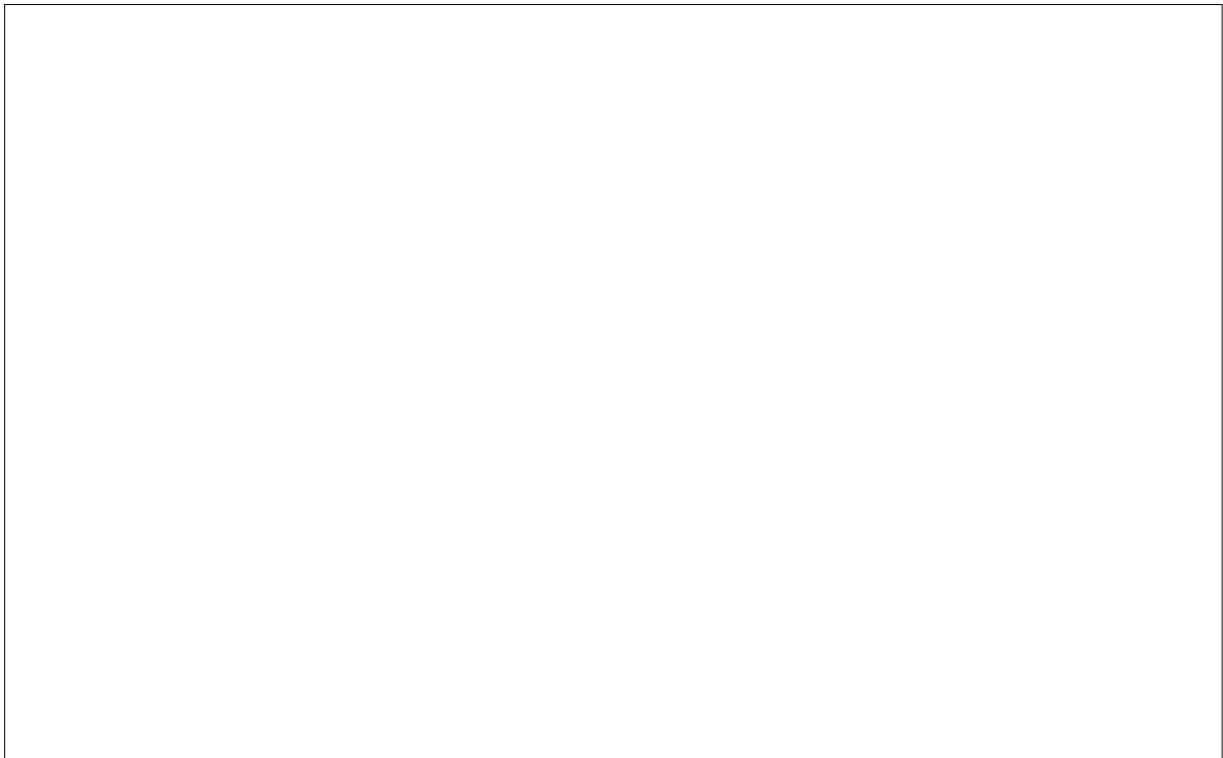
O objetivo desta ADA não é mostrar uma demonstração já pronta, mas guiá-los pela experiência da descoberta. Nesta atividade, você vai construir a Demonstração Trigonométrica do Teorema de Pitágoras, desenvolvida pelo professor Zimba, e considerada a primeira de sua natureza.

Vamos começar!

Folha de demonstração 2

Passo 1. Usando régua e compasso, no quadro abaixo, desenhe um triângulo retângulo ABC , com ângulo reto em C . (Desenhe um triângulo grande com os catetos de tamanhos visivelmente diferentes)

- Chame o ângulo A de α e o ângulo B de β , tal que $\alpha < \beta$.
- Nomeie os lados: $BC = a$ (cateto oposto a α); $AC = b$ (cateto adjacente a α) e $AB = c$ (hipotenusa)



Passo 2. Determine o seno e o cosseno do ângulo α no triângulo ABC .

• $\text{sen } \alpha =$

• $\text{cos } \alpha =$

Passo 3. Escreva as fórmulas do seno e do cosseno da diferença de dois ângulos arbitrários, x e y . Essas fórmulas não dependem do Teorema de Pitágoras.

• $\text{sen}(x - y) =$

• $\text{cos}(x - y) =$

Passo 4. Mostre que $\cos \beta = \cos [\alpha - (\alpha - \beta)]$. **Dicas:** $\cos \beta = \cos (0 + \beta)$ e $(\alpha - \alpha) = 0$.

Passo 5. Utilize a fórmula do cosseno da diferença (passo 3) na equação $\cos \beta = \cos [\alpha - (\alpha - \beta)]$ (passo 4), onde $x = \alpha$ e $y = (\alpha - \beta)$.

Passo 6. Utilize as fórmulas do seno e do cosseno da diferença (passo 3) na equação $\cos \beta = \cos \alpha \cos (\alpha - \beta) + \sin \alpha \sin (\alpha - \beta)$ (passo 5), onde $x = \alpha$ e $y = \beta$. Em seguida, utilize a propriedade distributiva e simplifique para demonstrar a Relação Fundamental da Trigonometria, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, sem usar o Teorema de Pitágoras.

Passo 7. Substitua $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ do triângulo ABC (passo 2) na Relação Fundamental da Trigonometria (passo 6).

Passo 8. Multiplique ambos os lados da equação acima por c^2 e simplifique.

Parabéns! Você demonstrou o Teorema de Pitágoras usando trigonometria!